République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université Abderrahmane MIRA de Bejaia



Faculté de	كلية
Technologie	التكنولوجية
Université	de Béjaïa

Faculté de Technologie Département d'**Hydraulique** Laboratoire de recherche

# MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES

Présenté par :

# **KHALED** Tinhinane

En vue de l'obtention du diplôme de MASTER en Hydraulique

Option : Ouvrages et Aménagements Hydrauliques

# **INTITULE :**

# ETUDE DES ECOULEMENTS INSTATIONNAIRES A SURFACE LIBRE - ONDE DE RUPTURE DE BARRAGE -

Soutenu le 01 /07 /2018 devant le jury composé de :

- Président : Mr BERREKSI A.
- Promoteur: Mr IKNI T.
- Examinateur: Mr HAMMOUCHE A.

# Remerciements

*Je tiens à exprimer mes remerciements à mon encadreur Mr Ikni T., qui m'a aidé et m'orienter durant ma période de projet.* 

Mes remerciements vont à tous les membres de ma famille et mes parents sans qui je ne serais pas là. Merci de m'avoir toujours soutenu tout au long de ces années d'études.

Enfin, que tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de mon projet, trouvent ici l'expression de mes sentiments les plus distingués (Ms HAMANI).

Je remercie, enfin, les membres du jury d'avoir accepté d'examiner ce modeste travail.

# Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à tous ceux qui ont contribué à son aboutissement de près ou de loin.

A mes parents pour leur disponibilité, conseil, aide matériel et morale ainsi à toutes ma famille (M'hemed, Dahbia, Chabane, Fadma, ...).

A mes chers amis (es) avec qui j'ai passé des meilleurs moments (O. Belaid, Samia, K. Smail, Samy, Oussama) sans oublie bien sur mes formateurs, mes formatrices de département d'Hydraulique de l'Université de A. Mira de Bejaïa qui m'ont donnée beaucoup de renseignements durant toute mes années.

# **TABLE DES MATIERES**

Liste des symboles Liste des figures	
Introduction générale	1
Chapitre I : Généralité sur les écoulements à surface libre	
Introduction	2
I.1 Les canaux	2
I.1.1 Types de canaux	2
I.2 Propriétés des canaux	3
I.2.1 Propriétés géométriques	3
I.2.2 Propriétés hydrauliques	4
I.3 Types d'écoulement	5
I.3.1 Variabilité dans le temps	6
I.3.2 Variabilité dans l'espace	6
1.3.3 Variabilité dans le temps et l'espace	7 ר
1.4 Regimes d écoulements	/
1.5 Ondes de gravité	8
I.5.1 Célérité d'onde	8
1.5.2 Ecoulement avec onde	8
1.0 Travaux effectues	10
Conclusion	11

# Chapitre II : Modélisation mathématique

Introduction	12
II.1 Hypothèse de base	12
II.2 Etablissement des équations du mouvement	12
II.2.1 Équation de continuité II.2.2 Équation de la quantité de mouvement II.3 Conditions initiales et aux limites	13 14 17
II.3.1 Conditions initiales II.3.2 Conditions aux limites Conclusion	17 17 17

# Chapitre III : Modélisation numérique

Introduction	18
III.1 Méthode des différences finies	
III.1.1 Discrétisation du domaine	
III.1.2 Approximation des dérivées par déférences finies	
III.1.3 Convergence d'un schéma.	20
III.2 Schémas explicites, schémas implicites	20
III.2.1 Schémas explicites	

III.2.2 Schémas implicites	
III.2.3 Comparaison des schémas implicites et explicites	
III.3 Condition de stabilité	
III.4 Viscosité artificielle	21
III.5 Schémas aux différences finies fréquemment utilisés	23
III.5.1 Schéma de Lax-Friedrichs	
III.5.2 Schéma de MacCormack	
III.5.3 Schéma explicite de Leap-Frog	
III.6 Organigramme de calcul	25
Conclusion	

# Chapitre IV : Applications numériques

Introduction	28
IV.1 Etude de l'onde de rupture de barrage dans un canal horizontal	28
IV.1.1 Solution analytique pour le cas sec	28
IV.1.2 Etude comparative de la solution numérique avec la solution analytique dans le	cas
sec	29
IV.2 Etude de rupture de barrage dans un canal horizontal mouillé	32
IV.3 Influence des différents paramètres sur l'écoulement dans le cas horizontal	33
IV.3.1 Influence du nombre de courant	33
IV.3.2 Influence de la hauteur initiale à l'aval	36
IV.3.3 Influence du pas de discrétisation $\Delta x$	38
IV.3.4 Influence de la longueur du canal	39
IV.3.5 Influence de la viscosité artificielle	42
IV.4 Etude de l'onde de rupture de barrage sur un canal incliné sec	43
IV.4.1 Variation de la hauteur d'eau dans le temps	45
Conclusion	46
Conclusion générale	47
Bibliographie	48

# Liste des symboles

- A : Section transversale (m<sup>2</sup>)
- A<sub>m</sub>: Section mouillée (m<sup>2</sup>)
- b : Largeur du canal (m)
- C : Célérité de l'onde de gravité (m/s)
- Cn: Nombre de courant
- Cw: Célérité absolue (m/s)
- Dh : profondeur hydraulique (m)
- dM : Variation de quantité de mouvement
- dt : Variation dans le temps
- dv : Variation de la vitesse
- F(U) : Vecteur flux
- Fext : Forces extérieures (N)
- Ff : Force de frottement (N)
- Fg : Force de gravité (N)
- Fp: Force de pression (N)
- $F_r: Nombre \ de \ Froude$
- g : Accélération de la pesanteur (~9,81 N/Kg)
- h : Tirant d'eau (m)
- hc: hauteur critique (m)
- Hp : Charge hydraulique(m)
- i : Indice du maillage suivant la direction x
- j : Indice du maillage suivant la direction y (pas de variation dans le temps)
- k : Coefficient de dissipation
- Ks : Coefficient de Strickler
- L : Longueur du canal (m)
- Mn : Coefficient de rugosité de Manning
- P: Pression
- Pm: Périmètre mouillé (m)
- Q: Débit (m<sup>3</sup>/s)

- q : Débit unitaire (m<sup>2</sup>/s)
- Rh: Rayon hydraulique (m)
- S(U) : Vecteur source
- So: Pente du fond
- Sf : Pente d'énergie
- $S_w$ : Pente de la surface libre
- t: Temps (s)
- U : Vecteur d'écoulement
- u : Vitesse moyenne de l'écoulement dans une section (m/s)
- V : Vitesse d'écoulement (m/s)
- V<sub>i</sub>: Solution numérique
- v<sub>i</sub>: Solution numérique
- $W_i \colon Erreur \; globale \; du \; calcul$
- x : Abscisse dans l'espace
- Z: Côte du canal (m)
- $\boldsymbol{\alpha}$  : Paramètre de pondération
- $\Delta t$ : Pas de temps
- $\Delta x$ : Pas de discrétisation spatial
- $\epsilon: Pr\acute{e}cision$
- $\Gamma$  : Limite du domaine
- $\rho_W$ : Masse volumique de l'eau (kg/m<sup>3</sup>)
- $\Upsilon$ w : Poids volumique (kn/m<sup>3</sup>)
- $\boldsymbol{\tau}_0$ : Contrainte tangentielle
- CFL : Courant Friedriech Lewy
- BSV : Barré Saint Venant
- EDP : Equations aux Dérivées Partielles

# Liste des figures

Figure I- 1 Canal naturel	2
Figure I- 2 Canaux artificiels	3
Figure I- 3 Eléments géométriques de la section.	4
Figure I- 4 Forces appliquées par l'eau sur les parois	5
Figure I- 5 Ecoulement suivant le temps.	6
Figure I- 6 Types d'écoulements	7
Figure I- 7 Représentation schématique des deux valeurs de l'onde (Le cas fluvial)	9
Figure I- 8 Représentation schématique des deux valeurs de l'onde (Le cas torrentiel)	9
Figure I- 9 Représentation schématique des deux valeurs de l'onde (Le cas critique)	9
Figure II 1 Flux entrent et cortent d'un demaine élémenteire	14
Figure II - 1 Flux entrant et soltant d'un domaine elementaire	.14
Figure II- 2 volume de controle	.13
Figure III- 1 Quadrillage du plan (x, t)	.19
Figure III- 2 Cas ou le domaine n'est pas défini en amont	.22
Figure III- 3 Cas ou le domaine n'est pas défini en aval	.23
Figure IV- 1 Rupture de barrage dans un canal sec	.28
Figure IV- 1 Rupture de barrage dans un canal sec Figure IV- 2 Comparaison des résultats numériques avec les résultats analytiques dans le c	.28 as
Figure IV- 1 Rupture de barrage dans un canal sec Figure IV- 2 Comparaison des résultats numériques avec les résultats analytiques dans le c sec à t = 0.078 s	.28 as .32
<ul> <li>Figure IV- 1 Rupture de barrage dans un canal sec</li> <li>Figure IV- 2 Comparaison des résultats numériques avec les résultats analytiques dans le c sec à t = 0.078 s</li> <li>Figure IV- 3 Géométrie d'un barrage avec un lit mouillé.</li> </ul>	.28 as .32 .34
<ul> <li>Figure IV- 1 Rupture de barrage dans un canal sec</li> <li>Figure IV- 2 Comparaison des résultats numériques avec les résultats analytiques dans le c sec à t = 0.078 s</li> <li>Figure IV- 3 Géométrie d'un barrage avec un lit mouillé</li> <li>Figure IV- 4 Comparaison des schémas numériques dans le cas mouillé</li> </ul>	.28 as .32 .34 .34
<ul> <li>Figure IV- 1 Rupture de barrage dans un canal sec</li> <li>Figure IV- 2 Comparaison des résultats numériques avec les résultats analytiques dans le c sec à t = 0.078 s</li> <li>Figure IV- 3 Géométrie d'un barrage avec un lit mouillé</li> <li>Figure IV- 4 Comparaison des schémas numériques dans le cas mouillé</li> <li>Figure IV- 5 Effets de nombre de courant (Cn ≤ 1)</li> </ul>	.28 as .32 .34 .34 .36
<ul> <li>Figure IV- 1 Rupture de barrage dans un canal sec</li> <li>Figure IV- 2 Comparaison des résultats numériques avec les résultats analytiques dans le c sec à t = 0.078 s</li> <li>Figure IV- 3 Géométrie d'un barrage avec un lit mouillé</li> <li>Figure IV- 4 Comparaison des schémas numériques dans le cas mouillé</li> <li>Figure IV- 5 Effets de nombre de courant (Cn ≤ 1)</li> <li>Figure IV- 6 Effet de nombre de courant (Cn &gt; 1)</li> </ul>	.28 as .32 .34 .34 .36 .37
<ul> <li>Figure IV- 1 Rupture de barrage dans un canal sec</li> <li>Figure IV- 2 Comparaison des résultats numériques avec les résultats analytiques dans le c sec à t = 0.078 s</li> <li>Figure IV- 3 Géométrie d'un barrage avec un lit mouillé</li> <li>Figure IV- 4 Comparaison des schémas numériques dans le cas mouillé</li> <li>Figure IV- 5 Effets de nombre de courant (Cn ≤ 1)</li> <li>Figure IV- 6 Effet de nombre de courant (Cn &gt; 1)</li> <li>Figure IV- 7 Effets de la hauteur initiale (aval)</li> </ul>	.28 as .32 .34 .34 .36 .37 .38
<ul> <li>Figure IV- 1 Rupture de barrage dans un canal sec</li> <li>Figure IV- 2 Comparaison des résultats numériques avec les résultats analytiques dans le c sec à t = 0.078 s</li> <li>Figure IV- 3 Géométrie d'un barrage avec un lit mouillé</li> <li>Figure IV- 4 Comparaison des schémas numériques dans le cas mouillé</li> <li>Figure IV- 5 Effets de nombre de courant (Cn ≤ 1)</li> <li>Figure IV- 6 Effet de nombre de courant (Cn &gt; 1)</li> <li>Figure IV- 7 Effets de la hauteur initiale (aval)</li> <li>Figure IV- 8 Effets du pas de discrétisation spatial Δx</li> </ul>	.28 as .32 .34 .34 .36 .37 .38 .40
<ul> <li>Figure IV- 1 Rupture de barrage dans un canal sec</li> <li>Figure IV- 2 Comparaison des résultats numériques avec les résultats analytiques dans le c sec à t = 0.078 s</li> <li>Figure IV- 3 Géométrie d'un barrage avec un lit mouillé</li> <li>Figure IV- 4 Comparaison des schémas numériques dans le cas mouillé</li> <li>Figure IV- 5 Effets de nombre de courant (Cn ≤ 1)</li> <li>Figure IV- 6 Effet de nombre de courant (Cn &gt; 1)</li> <li>Figure IV- 7 Effets de la hauteur initiale (aval)</li> <li>Figure IV- 8 Effets du pas de discrétisation spatial Δx</li> </ul>	.28 as .32 .34 .34 .36 .37 .38 .40 .41
<ul> <li>Figure IV- 1 Rupture de barrage dans un canal sec</li> <li>Figure IV- 2 Comparaison des résultats numériques avec les résultats analytiques dans le c sec à t = 0.078 s</li> <li>Figure IV- 3 Géométrie d'un barrage avec un lit mouillé</li> <li>Figure IV- 4 Comparaison des schémas numériques dans le cas mouillé</li> <li>Figure IV- 5 Effets de nombre de courant (Cn ≤ 1)</li> <li>Figure IV- 6 Effet de nombre de courant (Cn &gt; 1)</li> <li>Figure IV- 7 Effets de la hauteur initiale (aval)</li> <li>Figure IV- 8 Effets du pas de discrétisation spatial Δx</li> <li>Figure IV- 9 Effets de la longueur L=1m</li> </ul>	.28 as .32 .34 .34 .36 .37 .38 .40 .41 .42
<ul> <li>Figure IV- 1 Rupture de barrage dans un canal sec</li> <li>Figure IV- 2 Comparaison des résultats numériques avec les résultats analytiques dans le c sec à t = 0.078 s</li> <li>Figure IV- 3 Géométrie d'un barrage avec un lit mouillé</li> <li>Figure IV- 4 Comparaison des schémas numériques dans le cas mouillé</li> <li>Figure IV- 5 Effets de nombre de courant (Cn ≤ 1)</li> <li>Figure IV- 6 Effet de nombre de courant (Cn &gt; 1)</li> <li>Figure IV- 7 Effets de la hauteur initiale (aval)</li> <li>Figure IV- 8 Effets du pas de discrétisation spatial Δx</li> <li>Figure IV- 9 Effets de la longueur L=1m</li> <li>Figure IV- 10 Effets de la longueur L=400 m</li> </ul>	.28 as .32 .34 .34 .36 .37 .38 .40 .41 .42 .43
<ul> <li>Figure IV- 1 Rupture de barrage dans un canal sec</li> <li>Figure IV- 2 Comparaison des résultats numériques avec les résultats analytiques dans le c sec à t = 0.078 s</li> <li>Figure IV- 3 Géométrie d'un barrage avec un lit mouillé.</li> <li>Figure IV- 4 Comparaison des schémas numériques dans le cas mouillé.</li> <li>Figure IV- 5 Effets de nombre de courant (Cn ≤ 1)</li> <li>Figure IV- 6 Effet de nombre de courant (Cn &gt; 1)</li> <li>Figure IV- 7 Effets de la hauteur initiale (aval)</li> <li>Figure IV- 8 Effets du pas de discrétisation spatial Δx</li> <li>Figure IV- 9 Effets de la longueur L=1m</li> <li>Figure IV- 10 Effets de la longueur L=400 m</li> <li>Figure IV- 12 Effets de la viscosité artificielle</li> </ul>	.28 as .32 .34 .34 .36 .37 .38 .40 .41 .42 .43 .44
<ul> <li>Figure IV- 1 Rupture de barrage dans un canal sec</li></ul>	.28 as .32 .34 .34 .36 .37 .38 .40 .41 .42 .43 .44 .45
<ul> <li>Figure IV- 1 Rupture de barrage dans un canal sec</li></ul>	.28 as .32 .34 .34 .36 .37 .38 .40 .41 .42 .43 .44 .45 .46

# Introduction générale

Le barrage est un ouvrage qui sert à la production hydroélectrique, l'alimentation en eau, ou bien la régulation des cours d'eau. Il peut connaître des défaillances de sécurité qui peuvent aboutir à des accidents plus ou moins graves.

La rupture de cet ouvrage engendre généralement une augmentation rapide des débits et des inondations majeurs aux abords des cours d'eau et les grandes vitesses peuvent provoquer des menaces sur la sécurité populaire ce qui obligent les scientifiques et les chercheurs de prendre le phénomène au sérieux afin de maitriser et contrôler cette source. Ces écoulements non permanents se caractérisent par des ondes de gravité à leur surface.

On s'intéresse dans cette étude à la simulation numérique, par un schéma de différences finies ''explicite'' adaptatif et équilibré du phénomène de propagation d'onde de la rupture du barrage connue sous le nom ''**DAM-BREAK''**.

Après l'introduction, un premier chapitre sur les généralités introduira un rappel sur les différents types de canaux et les régimes d'écoulements qui se terminera par un aperçu sur l'onde de gravité et les écoulements avec onde avec quelques travaux effectués déjà.

Les écoulements étudiés sont régis par les équations de Barre Saint Venant qui ont été établies sur la base des principes de conservation de la masse et de conservation de la quantité de mouvement après avoir établi un certain nombre d'hypothèses simplificatrices et des conditions initiales et aux limites caractérisant la nature de l'écoulement cela fait l'objet du deuxième chapitre.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation du problème, et à la résolution numérique des équations gouvernantes. Trois schémas explicites traitant ce genre de problèmes à savoir le schéma de Lax-Friedrich, le schéma de MacCormack de type prédicteur et correcteur et le schéma de Leap-Frog sont utilisés avec un ajout supplémentaire qui est la viscosité artificielle.

L'utilisation de ces schémas implique la prise en compte de certaines conditions de stabilité. Il s'agit notamment du critère de stabilité de Courant Friedrich Lewy (CFL).

Enfin, le quatrième chapitre constitue le travail le plus important qui est la simulation numérique de l'onde de rupture de barrage après la présentation des résultats et leurs analyses. Les résultats obtenus pour le canal horizontal sont calés avec les résultats analytiques (solution de Ritter).ceux obtenus pour le canal incliné sont calés avec les résultats expérimentaux. Ensuite nous allons étudier l'effet des différents paramètres sur l'écoulement, notamment l'effet de nombre de courant, de la hauteur initiale, de la longueur de canal, de pas de discrétisation et de la viscosité artificielle.

Le mémoire se termine par une conclusion générale et des perspectives.

# Introduction

Un barrage est un ouvrage d'art placé en travers d'un cours d'eau, destiné à retenir et stocker de l'eau ou à la dériver.

Un écoulement à surface libre est caractérisé par une interface eau-air. Le paramètre hydraulique permettant d'évaluer cette interface est le tirant d'eau c'est à dire la variation de la hauteur entre le fond du canal et l'interface, généralement soumise à la pression atmosphérique et dont la forme peut varier.

L'hydraulique à surface libre traite les écoulements dans les canaux artificiels et naturels. Les équations de Barré Saint Venant sont les plus utilisées pour modéliser ces écoulements non stationnaires.

# I.1 Les canaux

On appelle canal un système de transport dans lequel un liquide s'écoule et dont la surface libre est soumise à la pression atmosphérique (Graf et Altinakar ,2000).

# I.1.1 Types de canaux

On distingue deux catégories de canaux :

### a) Les canaux naturels

Les canaux naturels sont les cours d'eau qui existent naturellement sur (ou sous) terre, tels que les ruisselets, torrents, rivières, fleuves et estuaires.

Leurs propriétés géométriques et hydrauliques des canaux naturels sont généralement assez irrégulières (Figure I-1).



Figure I-1 Canal naturel

# b) Les canaux artificiels

Les canaux artificiels sont des cours d'eau réalisés par l'homme sur (ou sous) terre tels que : les canaux découverts construits au ras du sol ou les canaux couverts dans lesquels les liquides ne remplissent pas toute la section. Leurs propriétés hydrauliques et géométriques sont généralement assez régulières (Figure I-2).



Figure I-2 Canaux artificiels

# I.2 Propriétés des canaux

# I.2.1 Propriétés géométriques

Un canal est composé des éléments géométriques définis ci-dessous (Figure I-3) (Graf et Altinakar ,2000)

- La section transversale A;
- La section mouillée A<sub>m</sub>;
- Le périmètre mouillé P<sub>m</sub>;
- Le rayon hydraulique  $R_h$  est le rapport de la section mouillée et du périmètre mouillé ;

$$R_h = \frac{A_m}{P_m}$$
 I. 1

- La largeur en surface du canal b est la distance séparant les berges opposées ;

- La profondeur hydraulique  $D_h$ du canal est défini par :

$$D_h = \frac{A_m}{b}$$
 I. 2

- La pente de la surface libre S<sub>w</sub>;
- La profondeur h (tirant d'eau) ;
- La pente du fond S<sub>0.</sub>



Figure I-3 Eléments géométriques de la section

#### I.2.2 Propriétés hydrauliques

#### a) Poids volumique

Le poids volumique de l'eau est notée  $\gamma_w = g\rho_w$  et vaut 9.81Kn/m<sup>3</sup> pour l'eau sans matière en suspension,  $\rho_w$  désigne la masse volumique de l'eau et vaut 1000 kg/m<sup>3</sup> dans le cas de l'eau sans matière en suspension et g désigne l'accélération de la pesanteur et vaut 9.81 m/s<sup>2</sup>.

#### b) Débits

Le débit (Q) est le volume d'eau qui traverse une section perpendiculaire à l'axe du chenal par unité de temps.

#### c) Vitesse en un point de l'écoulement

La vitesse (V) en un point de l'écoulement est celle de la particule qui passe en ce point au moment considéré.

#### d) Vitesse moyenne

La vitesse moyenne est par définition  $V = \frac{Q}{S}$ , c'est-à-dire  $V = \frac{\iint v ds}{S}$ , ds désignant un élément de surface  $S = \iint ds$ .

### e) Charge hydraulique en un point d'un liquide en mouvement

L'appellation charge hydraulique désigne une énergie par unité de poids de liquide. La charge en un point p d'une ligne de courant est la valeur :

$$H_p = Z_p + \frac{P}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g}$$
 I. 3

Où  $Z_p$  est la cote du point, *P* la pression en ce point, *v* la vitesse au point p.

#### f) Poussée sur une paroi du canal

L'eau exerce une poussée égale à celle qui existerait si l'eau était au repos. Sur un élément de section S, la poussée est dP = Pds avec  $p = \gamma_w h$  (Figure I- 4).

#### g) Frottement sur une paroi du canal

L'eau étant en mouvement, exerce sur les parois du chenal une force de frottement notée  $dF = \tau_0 ds$ .

 $\tau_0$  est la force de frottement par unité de surface ou contrainte tangentielle à la paroi (Figure I- 4).



Figure I- 4 Forces appliquées par l'eau sur les parois

#### I.3 Types d'écoulements

On peut définir les écoulements suivants la variabilité de la caractéristique hydraulique telle que le tirant d'eau et la vitesse en fonction du temps et de l'espace (Vazquez).

## I.3.1 Variabilité dans le temps

Le mouvement est permanent (ou stationnaire) si la vitesse U et la profondeur h restent invariables dans le temps en grandeur et en direction. Le mouvement est non permanent dans le cas contraire (ces caractéristiques varient dans le temps) (Figure I- 5).



a) Ecoulement permanant

b) Ecoulement non permanant

Figure I-5 Ecoulement suivant le temps

# I.3.2 Variabilité dans l'espace

### a- Ecoulement uniforme

Le mouvement est uniforme si les paramètres caractérisant l'écoulement restent constantes dans les divers sections du canal (la ligne de la pente du fond est parallèle à la surface libre).

# b- Ecoulement non uniforme

- Le mouvement est non uniforme (transitoire) si les paramètres caractérisant l'écoulement changent d'une section à l'autre (la pente de la surface libre diffère de celle du fond) il peut être accéléré ou décéléré tous dépend de la vitesse croit ou décroit dans le sens du mouvement.

- Lorsque le mouvement est graduellement varié, la profondeur ainsi que les autres paramètres varient lentement d'une section à l'autre.

- Lorsque le mouvement est rapidement varié, les paramètres caractérisant l'écoulement changent brusquement d'une section à l'autre.



Figure I- 6 Types d'écoulements

# I.3.3 Variabilité dans le temps et l'espace

Il peut y avoir une combinaison de changement due à une variation à la fois des paramètres temps et espace. Ainsi on distingue

- l'écoulement uniforme permanent.
- Ecoulement uniforme non permanent.
- Ecoulement non uniforme permanent.
- Ecoulement non uniforme non permanent (graduellement et rapidement varié).

# I.4 Régimes d'écoulement

Un écoulement peut être soumis aux différents régimes qui sont classées par le nombre de Froude en tenant compte des forces d'inertie, forces de gravité (Lancastre,1996).

Il est défini comme le rapport entre les force de gravité et les forces d'inertie ou :

$$F_r = \frac{U}{\sqrt{gD_h}}$$
 I.4

Où

- U : Vitesse moyenne de l'écoulement ;
- D<sub>h</sub> : Profondeur hydraulique ;
- g: Accélération gravitationnelle.

Le nombre de Froude permet le classement de type des écoulements comme suit :

- ✓  $F_r > 1$ : Le régime est torrentiel (supercritique) ;
- ✓  $F_r$  < 1: Le régime est fluvial (subcritique) ;
- ✓  $F_r = 1$ : le régime est critique.

# I.5 Ondes de gravité

Tout écoulement non permanant (variable dans le temps) se manifeste par des ondes de gravité à la surface libre.

### I.5.1 Célérité d'onde

La célérité d'onde est la vitesse de l'onde par rapport au niveau normal du liquide dans le canal (Graf et Altinakar, 1998).

Considérons un canal rectangulaire de profondeur uniforme avec une pression constante à la surface libre et des amplitudes faibles.

Considérons que la surface libre est soumise à un déplacement périodique au cours du temps dû à une onde bidimensionnelle et progressive soit dans la direction  $x^+$  (sens positif de l'écoulement), soit dans la direction  $x^-$  (sens négatif de l'écoulement). C'est la célérité d'une onde de forte amplitude.

$$C^2 = gD_h$$
 (Canal rempli d'eau au repos) I. 5

Selon l'expression précédente de C, la célérité peut avoir deux valeurs égales en valeurs absolues. Cela indique tout simplement que la propagation de l'onde peut s'effectuer dans deux directions opposées  $x^+$  et  $x^-$ .

#### I.5.2 Ecoulement avec onde

La relation (I.4) reste valable dans le cas où l'eau serait en mouvement ; où on observe la superposition de l'onde au courant de l'écoulement. Par conséquent, la célérité générée par cette superposition est donnée par (Graf et Altinakar ,2000) :

$$C_W = V \pm C \qquad \qquad \text{I. 6}$$

Appelée célérité absolue. Elle représente la vitesse par rapport au fond du canal ; elle a deux valeurs :

$$C'_w = V - \sqrt{gD_h}$$
 I. 7

$$C_w'' = V + \sqrt{gD_h}$$
 I. 8

*V*: La vitesse d'écoulement dans le canal.

a) *Régime fluvial* (V < C) : L'onde avec la célérité  $C'_w$  se propage vers l'aval et l'onde  $C''_w$  se propage vers l'amont.



Figure I-7 Représentation schématique des deux valeurs de l'onde (Le cas fluvial).

b) *Régime torrentiel* (V > C) : les deux ondes se propagent vers l'aval.



*Figure I- 8 Représentation schématique des deux valeurs de l'onde (Le cas torrentiel).* 

c) **Régime critique** (V = C): l'onde avec la célérité  $C'_w$  se propage vers l'aval et l'onde avec la célérité  $C''_w$  reste stationnaire.



Figure I-9 Représentation schématique des deux valeurs de l'onde (Le cas critique).

# I.6 Travaux effectués

Dans ceci nous intéressons à des travaux scientifiques qui ont été consacré à l'étude de la rupture du barrage et nous les classons par ordre chronologique.

Ritter publia en 1892 la première solution théorique d'une onde de rupture du barrage, en se basant sur des hypothèses simplificatrices telles qu'un canal rectangulaire de pente nulle où le fluide est initialement en repos et le fond aval est sec et le frottement est supposé négligeable. Cette solution prédit à la fois l'existence d'un point fixe dans la section du barrage et l'existence d'une onde négative caractérisée par une hauteur égale à la profondeur initiale de l'écoulement "H". Les vitesses de propagation de l'onde négative et de l'onde du front sont constantes, et le profil de la surface libre est une parabole qui tourne autour du point fixe en se déformant (Rahmani 2014).

TRAORE et DIALO 2001 ont étudié numériquement un écoulement transitoire à surface libre afin de modéliser l'onde de rupture du barrage. L'étude utilisée est basé sur la résolution numérique des équations de Saint Venant unidimensionnel avec la méthode de différence finies par le schéma explicite de Gabutti. La validation du modèle a été réalisée sur les résultats trouvés dans les travaux de Bellos et Sakkas.

CHANSON 2006, Dans son article publié dans la HOUILLE BLANCHE, l'auteur présente une série de solutions analytiques, explicite, relatives à la rupture instantanée dans un canal rectangulaire, prismatique, et un fond aval initialement sec horizontal et incliné, Les résultats de ces solutions théoriques ont été confrontés à des résultats de travaux expérimentaux réalisés dans des canaux de grandes tailles.

EDOM 2008 a présenté dans sa thèse les fondations théoriques du calcul numérique des ondes de crue de rupture du barrage basé sur la méthode de Godunov en utilisant l'extension de Fortran CLAWPACK, permettant de simuler l'onde de crue de rupture du barrage unidimensionnel sur des lits irréguliers. En tenant compte de la viscosité, du frottement et du transport des sédiments. La validation de programme a été faite sur la base des solutions analytiques et des résultats expérimentaux.

MIHOUBI et al 2012 ont fait une modélisation numérique de rupture du barrage de Boukerdane pour différentes valeurs du coefficient de frottement sur le fond, une simulation numérique bidimensionnelle a été réalisée avec le code TELEMAC- 2D qui résout les équations de Saint Venant avec la méthode des éléments finis.

BALIT 2013 a étudié numériquement un écoulement à surface libre due à la rupture barrage (barrage de Béni Haroun) avec un modèle VOF (volume of fluide) dans le code ANSYS CFX. Ce code est basé sur résolution des équations bidimensionnelles de Reynolds-moyenne Navier Stockes (RANS) par la méthode des volumes finis.

MACHALINSKA-MURAWSKA et SZYDLOWSKI 2013, Dans leur article ils ont exposé deux schémas numériques : Lax-Wendroff et MacCormack par la méthode des différences finies de type explicites, pour la simulation numérique d'un écoulement à surface libre graduellement varié avec les équations de Saint Venant 1D. Deux simulations numériques de l'écoulement avec différentes caractéristiques hydrauliques ont été réalisées- la première pour le débit extrême du type rupture du barrage et la seconde pour le problème de propagation des ondes de crue. Les résultats de calcul sont comparés entre eux et à des solutions arbitraires.

Naik et Khatua 2015, Dans l'article suivant, Les auteurs ont décrit l'onde de rupture du barrage à l'aide de modèle numérique en utilisant la méthode des différences finies basée sur le schéma explicite de MacCormack pour la simulation les équations de Saint Venant. le schéma de base de MacCormack est amélioré en utilisant la méthode des étapes fractionnaires pour simplifier l'application, en traitant la pente de friction, un terme source rigide, implicitement, pour le contrôle des oscillations numériques et la stabilité qui est validée en comparant les données actuelles aux résultats de référence. Le logiciel MATLAB est utilisé pour le codage et la génération de maillage.

Shenglong Gu 2017, Dans l'article suivant. Les auteurs utilisent une approche d'hydrodynamique des particules lissées (SPH) pour résoudre des équations d'eau peu profonde (SWE) afin d'étudier les écoulements pratiques de rupture de barrage. Le programme de calcul est basé sur le code open source SWE-SPHysics, dont la méthode de reconstruction de MUSC (Monotone Upstream-Based Scheme pour les lois de conservation) est utilisée pour améliorer la solution de Riemann avec le flux de Lax-Friedrichs. Le modèle est testé sur deux effondrements de référence des colonnes d'eau avec l'existence d'un obstacle en aval. Ensuite, ils ont appliqué pour prévoir un prototype de crue de rupture de barrage, qui pourrait se produire dans la zone du réservoir South-Gate Gorges dans la province de Qinghai en Chine. Il montre que l'approche de modélisation SWE-SPH pourrait fournir un outil de simulation prometteur pour des écoulements pratiques de rupture de barrage en échelle d'ingénierie.

HOOSHYARIPOR et al 2017, ont présenté dans leur article une étude expérimentale sur l'inondation instantanée de rupture du barrage sous différentes capacités et longueurs de réservoir dans lesquelles les pentes latérales changent. Divers facteurs hydrologiques, hydrauliques, morphologiques et géotechniques influencent sur les caractéristiques de l'écoulement de rupture du barrage. Pour étudier le rôle de ces facteurs, les modèles expérimentaux et numériques ont été très utiles.

GHOUINI a étudié à l'aide des outils numériques les écoulements à surface libre due à la rupture d'un barrage dans un canal rectangulaire large et peu profond à ciel ouvert. Les équations qui décrivent cet écoulement sont les équations de Navier Stokes bidimensionnels et les équations de Barré Saint Venant unidimensionnels, le modèle numérique utilisé est COMSOL Multiphysics basé sur la méthode des éléments finis.

# Conclusion

Dans ce chapitre, on a donné quelques notions de base sur les principales caractéristiques géométriques des canaux ainsi que les caractéristiques et la classification des écoulements à surface libre pour différents types des canaux, régimes d'écoulement et aussi on a cité une caractéristique plus importante, qui est l'onde de gravité avec la citation de quelques travaux déjà effectués.

# Introduction

L'étude des mouvements des particules fait partie du domaine de la spécialité de la mécanique des fluides. Quand on traite de la mécanique des fluides, on procède à l'imagination de particules élémentaires se trouvant à un instant donné dans un espace bien défini et par la suite appliquer les principes physiques et mécaniques permettant de mettre au point des formulations mathématiques régissant l'écoulement.

Pour ce qui nous concerne, ces principes se résument dans :

- Le principe de conservation de la masse ;
- Le principe de conservation de la quantité de mouvement.

# II.1 Hypothèse de base

Les formulations mathématiques ne peuvent avoir lieu qu'après avoir fixé auparavant un certain nombre d'hypothèses :

- Un domaine de l'espace où l'on va calculer les caractéristiques des écoulements ;
- Un système d'équations à résoudre dans ce domaine accompagné des conditions aux limites représentant l'interaction entre le domaine modélisé et l'extérieur à ce domaine (amont-aval) ;
- Une discrétisation et une méthode de résolution.

Les principales hypothèses simplificatrices sont (Rahmani 2014) :

- Ecoulement unidimensionnel;
- Distribution hydrostatique des pressions ;
- Répartition uniforme des vitesses transversales ;
- La pente du canal est faiblement incliné ;
- Liquide incompressible ;
- Le canal est à section transversale rectangulaire ;
- Les variables dépendantes sont des fonctions continues et dérivables ;
- L'écoulement est non permanent.

# II.2 Etablissement des équations du mouvement

Les équations de Barré de Saint Venant 1871 sont les équations les plus utilisées pour modéliser les écoulements non stationnaires graduellement et rapidement variés à surface libre. Ces équations sont non linéaires et de type hyperbolique.

Les équations de Barré de Saint Venant sont composées par l'équation de continuité ou l'équation de la masse et l'équation de quantité de mouvement ou l'équation fondamentale de la dynamique de conservation de la quantité de mouvement.

Les équations de Barré de Saint Venant unidimensionnelles sont écrites sous certaines hypothèses qui sont les suivantes (Marc, 2002) :

- La distribution des pressions est considérée comme hydrostatique dans une section. Cette hypothèse de pression hydrostatique impose des accélérations verticales faibles devant la pesanteur ;
- Le liquide est incompressible, sa masse volumique est donc constante ;

La pente de la surface libre est faible. Soit z, i et α, la cote, la pente et l'angle du fond du canal respectivement. Pour un angle α petit :

On a:  $sin\alpha \cong tan \alpha = i = -\frac{dz}{dx}$ ;

• La vitesse est supposée constante dans une section.

#### II.2.1 Équation de continuité

Elle exprime que le fluide est continu, c.-à-d. qu'il ne peut y avoir dans aucune partie de fluide ni apport extérieur, ni prélèvement de matière. La masse se conserve au cours de l'écoulement (Carlier, 1972).

Considérons le mouvement d'une masse liquide de volume dx dy dz dans le parallélépipède alimentaire comme le montre la figure suivante :



Figure II-1 Le flux entrant et sortant d'un domaine élémentaire

- à t=0, le débit entrant par la face ABCD est *Q*.
- à t = t + dt, le débit sortant par EFGH est  $Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx$ .

La différence de flux pendant l'intervalle de temps dt est donc  $-\frac{\partial Q}{\partial x}dx$ .

Cette variation est due au déplacement de la ligne d'eau entre t et t+dt qui engendre une augmentation de volume (Figure II-1).

$$ds \, dx = \frac{\partial s}{\partial x} dt \, dx \tag{II. 1}$$

$$-\frac{\partial Q}{\partial x}dx dt = \frac{\partial s}{\partial t}dt dx \qquad \text{II. 2}$$

D'où

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial s}{\partial t} = 0$$
 II. 3

On a : s = bh et Q = uS donc on aura

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial h}{\partial x} = 0$$
 II. 4

#### II.2.2 Équation de la quantité de mouvement

Nous considérons deux sections d'abscisses x = tx + dx. Elles délimitent un volume liquide auquel nous appliquons le théorème de la quantité de mouvement. Il consiste à écrire que la variation de quantité de mouvement  $\frac{dM}{dt}$  entre x et x + dx est égale à la somme des forces extérieurs ( $\sum F_p$ ) appliquées au volume considéré. Il s'agit d'une égalité vectorielle, que nous allons utiliser en projection sur l'axe du fond du chenal. Les forces extérieures sont la gravité (action de la pesanteur)  $F_g$ , les forces de pression  $F_p$  et les force de frottement  $F_f$  (Figure II-2).



Figure II-2 Volume de contrôle

$$F_{ext} = F_{pression} + F_{gravit\acute{e}} + F_{frottement}$$
 II.5

a) la force de gravité (inertie) vaut : (avec  $i = \sin \alpha$ )  $F_{gravité} = \rho gAsin(\alpha)dx$  II.6 Où  $\alpha$  correspond à l'angle formé par l'horizontale et le radier du canal.

**b**) La force de frottement est due à une contrainte de cisaillement et agit sur le Périmètre mouillé. Elle s'exprime par la relation :

$$F_{frottement} = -\tau_0 P \, dx = -\rho g A s_f dx \qquad \text{II.7}$$

 $\tau_0$ : Force de frottement par unité de surface.

- P : périmètre mouillé.
- $s_f$ : Est la pente de la ligne de charge au total appelle frottement de résistance.

 $s_f$ : est donné par une relation de type Chézy. On rencontre plus communément ce terme exprimé sous la forme de la relation de Manning-Strickler :

$$S_f = \frac{Q^2}{K_s^2 A^2 R_h^{4/3}} = \frac{u^2 M_n^2}{R_h^{4/3}}$$
 II.8

Avec K<sub>S</sub> : Coefficient de Strickler.

 $M_n$ : Coefficient de Manning.

c) La force de pression

$$F_{pression} = -g\rho \frac{\partial h}{\partial x} A dx \qquad \text{II. 9}$$

En appliquant le principe fondamental de la dynamique, on obtient

$$\sum F_{ext} = m \frac{du}{dt} = \rho A dx \frac{du}{dt}$$
 II.10

$$\sum F_{ext} = +\rho Agdxsin(\alpha) - \rho gAs_f dx - g\rho \frac{\partial h}{\partial x} Adx \qquad \text{II.11}$$

A partir des relations II.10 et II.11 :

$$\frac{du}{dt} = gsin(\alpha) - gs_f - g\frac{\partial h}{\partial x}$$
 II.12

La définition de la dérivée particulaire nous permet d'écrire

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x}$$
 II.13

On remplaçant l'équation II.13 dans l'équation II.12 on aura finalement

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(S_0 - S_f)$$
 II.14

#### Chapitre II

### (1) (2) (3) (4) (5)

Ils correspondent respectivement à :

- (1) Premier terme d'inertie dépend du temps donc de la vitesse de montée de la crue.
- (2) Deuxième terme d'inertie (accélération convective) dépend de la géométrie des canalisations.
- (3) Terme de pression, lié à la pente de la surface libre.
- (4) Terme de gravité.
- (5) Terme de frottement, lié aux pertes de charge.

 $S_0 = \sin(\alpha)$ : Appelé pente de font du canal.

 $S_f$ : Appelé pente énergétique ou frottement de résistance.

Les équations II.4 et II.14 représentent la paire d'équations connue sous le nom du chercheur Barré de Saint Venant :

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \end{cases}$$
 II.15

• Formulation en débit

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial (Q^2/S)}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \end{cases}$$
 II.16

Le système de BSV peut s'écrire sous la forme conservative suivante (Graf et Altinakar, 1998):

$$U_t + F(U)_x = S(U) II.17$$

Avec :

$$U = \begin{pmatrix} h \\ hu \end{pmatrix} \qquad F(U) = \begin{pmatrix} hu \\ hu^2 + 0.5gh^2 \end{pmatrix} \qquad S(U) = \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_0 - S_f) \end{pmatrix}$$

### **II.3** Conditions initiales et aux limites

Afin pouvoir résoudre ces équations on utilise des conditions initiales et des conditions aux limites.

#### **II.3.1** Conditions initiales

On suppose qu'avant la rupture de barrage l'eau est initialement au repos, la profondeur d'eau en amont est de la hauteur de l'eau dans le barrage et la hauteur de l'eau à l'aval est nulle (sec), la vitesse a été initialisée par une valeur nulle (Rahmani 2014) :

A t=0 on a : L'extrémité amont : h(0, x) = h II.18

A l'extrémité aval : h(0, x) = 0 II.19

u(0,x) = 0 II.20

#### **II.3.2** Conditions aux limites

Les conditions aux limites dépendent de la profondeur d'eau, de la vitesse moyenne à l'amont et à l'aval. Sont appliquées à toutes les frontières externes du domaine de calcul et à tous les temps t > 0.

A l'aide d'une extrapolation linéaire on a : (Delestre, 2010) A t > 0

$$U_0^{n+1} = 2U_1^{n+1} - U_2^{n+1}$$
 II.21

$$U_i^{n+1} = 2U_{i-1}^{n+1} - U_{i-2}^{n+1}$$
 II.22

# Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les équations de Barré de Saint Venant unidimensionnelles, basé sur les deux lois, de conservation de la masse et la conservation de quantité de mouvement, ainsi qu'on a donné les conditions initiales et conditions aux limites.

# Introduction

Le système de Barré de Saint Venant est un système d'équations différentielles aux dérivées partielles non linéaires et hyperboliques. En général, il est compliqué de résoudre ce système d'équation analytiquement donc on utilise la résolution numérique.

Il existe trois approches de méthodes qui permettent à l'ingénieur de résoudre un problème physique donné :

- l'approche expérimentale ;
- l'approche théorique. ;
- l'approche numérique.

Diverses méthodes numériques ont été par la suite développées dans ce contexte, et qui sont classées en quatre principales catégories :

- Méthode des éléments finis ;
- Méthode des caractéristiques ;
- Méthode des éléments intégrables aux frontières ;
- Méthode des différences finies ;
- Méthode des volumes finis.

Dans cette étude nous utilisons la méthode des différences finies pour la résolution du système d'équations différentielles aux dérivées partielles parce qu'elle apporte, grâce à sa simplicité la possibilité de construire des schémas numériques d'ordre élevé sur les géométries régulières pas complexes.

# III.1 Méthode des différences finies

Cette méthode consiste à déterminer les valeurs de la fonction recherchée notée U en quelques points particuliers. Dans le cas de la résolution des équations de BSV on recherche le débit Q ou la vitesse u et la hauteur d'eau h (Marc, 2002).

Un problème aux EDP nécessite de :

- Réduire le domaine de résolution de l'équation différentielle à un domaine borné ;
- Définir une grille (maillage) finie des points de ce domaine ;
- Approcher les dérivées qui figurent dans l'équation à l'aide d'un développement de Taylor autour des points de la grille. Pour les points situés aux bords du domaine de calcul, on écrit les conditions aux limites de manière exacte ou éventuellement approchée.

# III.1.1 Discrétisation du domaine

On commence par quadriller le plan (x, t) afin d'obtenir des mailles de taille  $(\Delta x, \Delta t)$  où  $\Delta x$  est le pas d'espace et  $\Delta t$  le pas de temps. Le but est de calculer les valeurs de vitesse et de hauteur d'eau en chaque point du maillage. Les méthodes aux différences finies sont toutes basées sur les développements de Taylor des fonctions continues et dérivables. Plus les pas de temps et d'espace sont petits plus les développements limités sont proches des valeurs exactes (Marc, 2002).

 $U_i^n = U(i\Delta x, j\Delta t)$ 

La figure ci-dessous montre une grille de computation typique, la position du nœud est dénotée par l'indice i et le temps par l'indice j.

$$(j+1) \Delta t$$

Figure III- 1 Quadrillage du plan (x, t)

#### III.1.2 Approximation des dérivées par déférences finies

A un instant donné, on peut écrire (Kovacs, 1988) :

• la dérivée partielle par rapport à l'espace s'exprime sous la forme :

$$U_{i+1} = U_i + \frac{\partial U}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2!} + \varepsilon_3(\Delta x^3)$$
 III. 1

$$U_{i-1} = U_i - \frac{\partial U}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2!} - \varepsilon_3(\Delta x^3)$$
 III. 2

Tel que : 
$$\varepsilon_3 = \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 U}{\partial x^3}$$
 III. 3

Les dérivées partielles par rapport à x sont comptées à l'abscisse  $i\Delta x$ . Les équations sont valables quel que soit le temps t. On exprime alors à l'aide des développements limités les termes  $\frac{\partial U}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ ,...., en fonction des valeurs de la fonction U aux nœuds du maillage.

D'après l'équation III.1 on aura :

Dérivée avant 
$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{i+1} - U_i}{\Delta x} + \epsilon_2(\Delta x^2)$$
 III. 4

Tel que

Dérivée arrière

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
 III. 5

D'après l'équation III.2 on aura :

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_i - U_{i-1}}{\Delta x} + \varepsilon_2(\Delta x^2)$$
 III. 6

D'après l'équation III.4 et l'équation III.6 on a :

Dérivée centrale 
$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{i+1} - U_{i-1}}{2\Delta x} + \varepsilon_2(\Delta x^2)$$
 III. 7

• La dérivée partielle par rapport au temps s'exprime sous la forme :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_i^{j+1} - U_i^j}{\Delta t}$$
 III. 8

Dérivée temporelle arrière

Dérivée temporelle avant

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_i^j - U_i^{j-1}}{\Delta t}$$
 III. 9

#### III.1.3 Convergence d'un schéma

La convergence c'est un moyen de vérification de l'efficacité du schéma. Selon le théorème de LAX-Millgram « Si les équations aux dérivées partielles sont approchées par un schéma consistant, alors ce schéma est convergent si et seulement si, il est stable» (Smaoui). Soit v(x, t) la valeur approchée déterminée par différence finies de V(x, t) et soit w(x, t) tel que :

$$w_i^j = V_i^j - v_i^j \qquad \text{III. 10}$$

On dit que le schéma converge si  $w_i^j \to 0$  lorsque  $(\Delta x, \Delta t) \to 0$ 

 $V_i^j$ : La solution réelle (exacte).

 $v_i^j$ : La solution numérique.

 $w_i^j$ : L'erreur globale de calcul.

# III.2 Schémas explicites, schémas implicites

#### **III.2.1 Schémas explicites**

Seule la dérivée de U par rapport au temps s'exprime en fonction des valeurs de U au pas de temps n+1.

La différentielle par rapport à x s'exprime en fonction des valeurs de U au pas de temps précédent de calcul (pas n). On calcule  $U_i^{n+1}$  connaissant les valeurs de U calculées au temps n $\Delta t$  pour, en général, les pas d'espaces i-1, i et i+1 (schéma à trois points). Un schéma explicite est

caractérisé par le fait que l'on puisse exprimer explicitement une valeur inconnue en fonction de valeurs connues (Marc, 2002)

#### **III.2.2 Schémas implicites**

Les schémas sont implicites si la différentielle de U par rapport à x se calcule en fonction d'au moins deux valeurs de position d'espace de U au temps n+1. En fait, le caractère implicite d'un schéma numérique est lié au fait que l'on ne puisse pas exprimer explicitement chaque valeur inconnue en fonction uniquement de valeurs connus.

#### III.2.3 Comparaison des schémas implicites et explicites

Selon la comparaison faite par certains chercheurs, on retient les avantages et les inconvénients suivants :

- La méthode explicite exige une condition de stabilité sur le pas de temps tandis que la méthode implicite ne nécessite aucune ;
- La méthode explicite est adaptée lorsque la géométrie est régulière, par contre la méthode implicite est mieux adaptée pour la section irrégulière ;
- L'économie de calcul est beaucoup plus importante pour un schéma implicite car il n'y a aucune restriction sur le pas de temps ;
- La méthode explicite est très conseillée dans le cas de problème de discontinuité.

#### III.3 Condition de stabilité

Pour tous les schémas numériques de nature explicite, se pose le problème du choix du pas de temps à utiliser pour la résolution. De ce choix dépend la stabilité du schéma numérique considéré. Pour les problèmes non linéaires, à chaque pas de temps, on a plusieurs vitesses de propagation. Pour qu'un schéma explicite soit stable, il faut que l'onde la plus rapide ne parcoure pas plus que la longueur d'une cellule  $\Delta x$  pendant le temps  $\Delta t$ . En appelant  $u_{max}^n$  la vitesse de l'onde la plus rapide dans le domaine de calcul au pas de temps n, on définit le nombre de Courant maximum (Abdallah, 2005) :

$$Cn = \frac{\Delta t}{\Delta x} \max(|u| + c)$$
 III. 11

$$\Delta t = Cn \frac{\Delta x}{max(|u|+c)}$$
 III. 12

Avec  $0 < Cn \le 1$ .on appelle souvent *Cn* le coefficient CFL (Courant-Friedrich-Lévy) ou nombre de Courant.

#### **III.4 Viscosité artificielle**

Une analyse par Warming et Hayet montre que des modifications doivent être utilisées sur les équations par ajout d'un terme supplémentaire qui n'existait pas au paravent dans les équations aux dérivées partielles (Traore et Sadou, 2001).

Ce terme représente en fait les erreurs de troncature qui surviennent dans le développement de Taylor. Ces erreurs peuvent affecter fortement les résultats et conduire ainsi à une instabilité diffusible ou dispersive du schéma.

En plus de ces erreurs, l'application du schéma explicite près des discontinuités peut également produire des oscillations souvent très importantes.

Par ailleurs, certaines conditions imposées pour des besoins de programmation, notamment aux limites amont et aval conduisent à d'éventuelles oscillations de résultats.

Plusieurs procédures ont été développées à cet effet. Nous développons ici méthode proposée par Jameson et Al (1981) (Traore et Sadou 2001). Ce schéma à l'avantage de lisser les solutions dans les régions où il y a des fluctuations et de laisser intact les régions relativement lisses.

Proposons-nous de lisser les résultats des vitesses. Le principe consiste à ajouter un terme supplémentaire.

$$\Gamma_{i} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{|h_{i+1} - h_{i} + h_{i-1}|}{|h_{i+1}| + 2|h_{i}| + |h_{i-1}|}$$
III. 13
$$\Gamma_{i+1/2} = k \max(\Gamma_{i+1}, \Gamma_{i})$$
III. 14

Où k est un paramètre appelé coefficient de dissipation utilisé pour régulariser les oscillations.

Il s'agit alors de modifier les variables par l'introduction d'un nouveau paramètre.

$$\Phi_i = \Gamma_{i+\frac{1}{2}}(U_{i+1} - U_i) - \Gamma_{i+\frac{1}{2}}(U_i - U_{i-1})$$
 III. 15

Les nouvelles valeurs de U seront enfin :

$$U_i = U_i + \Phi_i$$
 III. 16

Il y a tout de même un problème qui risque de se poser lorsque les variables ne sont pas définies en un point. Deux cas peuvent se présenter :

• Si le point (i - 1) se trouve à l'amont du champ d'écoulement,  $\Gamma_i$  devient :



$$\Gamma_i = \frac{|h_{i+1} - h_i|}{|h_{i+1}| + |h_i|}$$
 III. 17

Figure III- 2 Cas ou le domaine n'est pas défini en amont

• Si par contre le point (i+1) se trouve à l'aval de l'écoulement,  $\Gamma_i$  devient :

$$\Gamma_i = \frac{|h_i - h_{i-1}|}{|h_i| + |h_{i-1}|}$$
 III. 18



Figure III-3 Cas ou le domaine n'est pas défini en aval

La viscosité artificielle qu'on a utilisée pour cette étude est (Rahmani 2014) :

$$U_i^n = \alpha U_i^n + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^n + U_{i-1}^n}{2}$$
 III. 19

Avec :  $0 < \alpha < 1$  un coefficient (constant) qui contrôle la stabilité de l'algorithme appelé coefficient de pondération.

# III.5 Schémas aux différences finies fréquemment utilisés

Plusieurs schémas aux différences finies de second ordre ont été développés pour la résolution des systèmes d'équations de nature hyperbolique, que l'on rencontre toujours dans la dynamique des fluides. Parmi ces schémas on site :

#### III.5.1 Schéma de Lax-Friedrichs

Le schéma de Lax-Friedrichs est un schéma de premier ordre dans le temps et de deuxième ordre dans l'espace. Il introduit un terme supplémentaire que l'on appelle la viscosité numérique (par analogie avec la mécanique des fluides). Lorsque  $\Delta x$  tend vers zéro, l'équation parabolique tend vers l'équation hyperbolique (Jedrzejewski, 2005).

Le schéma explicite de Lax-Friedrichs nous permet d'écrire (Rahmani 2014) :

$$U_i^{n+1} = \alpha U_i^n + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^n + U_{i-1}^n}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^n + F_{i-1}^n) + \Delta t S_i^n$$
 III. 20

Où les indices i et n représentent respectivement les pas de variations dans l'espace et dans le temps.

#### III.5.2 Schéma de MacCormack

La méthodologie du schéma de MacCormack consiste à discrétiser les équations de base en deux séquences, une séquence de *Prédiction* et une autre de *Correction*. Le but est de calculer les valeurs des variables de l'écoulement au niveau du pas de temps (n+1) sachant que leurs valeurs sont connues au pas de temps n (Berreksi et al, 2011).

#### • Etape de Prédiction

$$\widetilde{U}_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^n - F_{i-1}^n) + \Delta t S_i^n$$
 III. 21

• Etape de correction

$$\widehat{U}_i^{n+1} = \widetilde{U}_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left( \widetilde{F}_{i+1}^{n+1} - \widetilde{F}_{i-1}^{n+1} \right) + \Delta t \widetilde{S}_i^{n+1}$$
 III. 22

Dans lesquelles  $\tilde{u}$  et  $\hat{u}$  sont les valeurs intermédiaires de u. La valeur de la variable u au pas de temps (n+1) est telle que :

$$U_i^{n+1} = \frac{1}{2}(\hat{U}_i + U_i^n)$$
 III. 23

On ajoute la diffusion artificielle aux étapes de prédiction et correction, on aura :

#### • Etape de Prédiction

$$\widetilde{U}_{i}^{n+1} = \alpha U_{i}^{n} + (1-\alpha) \frac{U_{i+1}^{n} + U_{i-1}^{n}}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^{n} - F_{i-1}^{n}) + \Delta t S_{i}^{n}$$
 III. 24

• Etape de correction

$$\widehat{U}_{i}^{n+1} = \alpha \widetilde{U}_{i}^{n} + (1-\alpha) \frac{\widetilde{U}_{i+1}^{n} + \widetilde{U}_{i-1}^{n}}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left( \widetilde{F}_{i+1}^{n+1} - \widetilde{F}_{i-1}^{n+1} \right) + \Delta t \widetilde{S}_{i}^{n+1}$$
 III. 25

$$U_i^{n+1} = \frac{1}{2}(\hat{U}_i + U_i^n)$$
 III. 26

#### III.5.3 Schéma explicite de Leap-Frog

C'est un schéma d'ordre deux en temps et en espace, il conduit à une très bonne conservation de la masse (Rahmani 2014).

$$U_i^{n+1} = U_i^{n-1} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^n - F_{i-1}^n) + \Delta t S_i^n$$
 III. 27

Après l'ajout de la diffusion artificielle à l'équation (III.27) on aura :

$$U_i^{n+1} = \alpha U_i^{n-1} + (1-\alpha) \frac{U_{i+1}^n + U_{i-1}^n}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^n - F_{i-1}^n) + \Delta t S_i^n$$
 III. 28

# III.6 Organigramme de calcul





# Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les principaux schémas numériques pour la résolution des équations de Barré Saint Venant. Nous avons ensuite développé ces schémas pour résoudre le problème de propagation de l'onde de rupture de barrage en tenant compte des hypothèses simplificatrices.

# Introduction

Dans ce chapitre nous avons utilisé les équations de Saint Venant pour modéliser le phénomène de l'onde de rupture de barrage. La méthode des différences finies a été choisie pour simuler le phénomène.

Dans le but de tester la validité du modèle mathématique qui gouverne les écoulements non permanents à surface libre, les simulations numériques seront comparées avec les résultats analytiques et expérimentaux d'autres auteurs.

# IV.1 Etude de l'onde de rupture de barrage dans un canal horizontal IV.1.1 Solution analytique pour le cas sec

On considère un barrage idéal, la rupture totale de ce barrage sur un lit de rivière horizontale et sec peut être idéalisée par une paroi verticale qui est soudainement retiré (Figure IV-1). Après la rupture de la digue, une première onde négative se propage en amont et une seconde se déplace vers l'aval.

Le bord amont de la vague initiale négative, où  $H = h_1$ .

Le front d'onde de rupture de barrage (le bord aval) où H = 0.



Figure IV-1 Rupture de barrage avec un lit sec (Chanson, 2006)

La solution de Ritter s'écrit (Delestre, 2010) :

$$(h(t,x),u(t,x)) = \begin{cases} (H_0,0) & Si \quad x \le x_A(t) < 0\\ \left(\frac{4}{9g}(c_g - (x/2t)^2, \frac{2}{3}(\frac{x}{t} + c_g))\right) & Si x_A(t) \le x \le x_B(t) & \text{IV. 1}\\ (0,0) & Si \quad x_B(t) < x \end{cases}$$

IV. 4

Et

$$c_g = \sqrt{\mathrm{gH}_0}$$

# IV.1.2 Etude comparative de la solution numérique avec la solution analytique dans le cas sec

Pour valider le modèle, nous avons fait une étude comparative entre les résultats du modèle numérique et les résultats analytiques (Figure IV-2).

Les données utilisées pour cette étude sont :

- La longueur L=1m;
- La hauteur  $h_0 = 0m$  (à l'aval);
- Le pas de discrétisation dx=1/nx (nx=600) ;
- Cn = 0.95;
- α =0.02 ;



Figure IV-2 Comparaison des résultats numériques et les résultats analytiques dans le cas sec à t=0.078 s

D'après la figure (IV-2), on constate que les schémas numériques suivent bien la solution analytique.

L'analyse de la figure (IV-2) montre que :

- Une diminution graduelle de la hauteur sur le long du canal ;
- Les courbes obtenues par les trois schémas présentent les mêmes allures superposées avec la solution analytique cependant il existe des décalages plus au moins importants surtout remarquable à l'entrée et la sortie du canal ;
- Le niveau d'eau dans la partie amont loin du site reste constant pendant un certain temps, quelques instants après il se produit une diminution graduelle de la hauteur sur le long du canal ;
- Le niveau d'eau dans la partie aval loin de site reste constant ;
- A partir de ces courbes on constate une augmentation brusque de la vitesse après quelques instants de la rupture qui est due à l'arrivée du front d'onde sur le lit initialement sec ;
- L'analyse du nombre de Froude indique que l'ecoulement est torrentiel Fr > 1.

Après la comparaison des resultats numeriques avec les resultats analytiques dans ce travail, on peut considérer que le modèle peut être utilisé pour simuler l'onde de rupture de barrage dans un canal horizontal sec.

# IV.2 Etude de rupture de barrage dans un canal horizontal mouillé

On considère un mur vertical qui sépare un canal de 1m de longueur. La hauteur d'eau initiale à l'amont est  $h_1$ , celle à l'aval est  $h_0$  telle que :  $h_1 > h_0$ .

À l'instant t = 0, on suppose que le mur du barrage s'efface totalement et laisse s'écouler le volume d'eau de l'amont vers l'aval (Figure IV-3).



**Egure 17** 5 Geometrie a un barrage avec un in mounte.

Les simulations de l'onde de rupture de barrage avec un lit mouillé sont représentées dans la figure suivante :

à t=0.078 s



Figure IV- 4 Résultats de la simulation numérique dans le cas mouillé

D'après la figure (IV-4), on remarque que les trois schémas numériques donnent les mêmes allures superposées. L'écoulement est fluvial l'hors de la rupture de barrage dans le cas mouillé.

# IV.3 Influence des différents paramètres sur l'écoulement dans le cas horizontal

Après avoir validé le modèle proposé, cette étape consiste à étudier les effets des différents paramètres sur la propagation d'onde à savoir le nombre de courant, le pas de discrétisation, la hauteur initiale à l'aval, la longueur du canal et la viscosité artificielle. Et pour cela on a choisi le schéma de Lax-Friedrich pour sa simplicité.

# IV.3.1 Influence du nombre de courant

Pour étudier l'influence et l'effet du nombre de courant sur l'écoulement nous avons varié le  $C_n$ , les autres paramètres sont constants. Les valeurs utilisées sont :

- La longueur L=1m;
- La hauteur  $h_0 = 0m$  (à l'aval);
- Le pas de x dx=1/nx (nx=600) ;
- Pour le nombre de courant, les valeurs 0.95 ,0.4, 0.1 ont été utilisées.

Les résultats obtenus sont représentés dans la figure (IV-5) :

# **Cas 01 :** *Cn*∀]0 1]

à t=0.078 s

Chapitre IV



*Figure IV- 5 Effets de nombre de courant*  $Cn \le 1$ 

D'après la figure (IV-5), on constate que le nombre de courant influe sur la hauteur et le débit à l'amont et à l'aval du canal : plus il augmente plus les résultats numériques s'approchent des résultats analytiques.

# **Cas 02 :** et Cn > 1

à t=0.078 s



Figure IV-6 Effet de nombre de courant Cn >1

D'après la figure (IV-6), on constate que le schéma est toujours stable  $\forall Cn$  dans l'intervalle [0 1] et en dehors de cet intervalle le schéma n'est pas stable et il diverge (remarquable surtout dans la partie avale).

# IV.3.2 Influence de la hauteur initiale à l'aval

Cette étape consiste à étudier l'influence de la hauteur initiale à l'aval sur le régime d'écoulement, les valeurs des paramètres utilisées sont :

- La longueur L=1 m ;
- Le nombre de courant Cn = 0.95;
- Pour le pas dx=1/nx (nx=600);
- Les valeurs ont été utilisées pour la hauteur : 0.1, 0.25, 0.5.

à t=0.078 s



Figure IV- 7 Effets de la hauteur initiale (aval)

La figure (IV-7) montre l'influence de la hauteur initiale d'eau sur l'écoulement. Les courbes ne coïncident à aucun moment. L'analyse du nombre de Froude obtenu indique que pour une hauteur à l'aval assez grande de l'eau, le régime d'écoulement est fluvial, par conséquent, si la hauteur d'eau à l'aval est assez petite le régime devient torrentiel avec l'augmentation de la vitesse d'écoulement.

Plus la vitesse de propagation de la crue augmente plus le niveau d'inondation est élevé et une érosion importante, arrachement et transfert de sédiments majeurs dans certaines parties. Ceci nous permet d'affirmer que à chaque fois la profondeur d'eau à l'aval est assez petite la vidange du réservoir sera plus rapide.

# IV.3.3 Influence du pas de discrétisation $\Delta x$

Nous choisissons différents maillages, et fixer tous les autres paramètres physiques sont :

- Nombre de courant Cn=0.95 ;
- La hauteur h<sub>0</sub>=0 (à l'aval);
- La longueur L=1m ;
- $\alpha = 0.02$ ;
- Pour les valeurs de dx=1/nx (nx=600, 400, 200).

Les résultats sont présentés dans la figure (IV-8) suivante :

à  $t=0.078 \ s$ 



*Figure IV- 8 Effets du pas de discrétisation spatial*  $\Delta x$ 

D'après la figure (IV-8), on constate que la solution numérique est d'autant plus proche de la solution analytique que le maillage est fin (pas de discrétisation faible).

# IV.3.4 Influence de la longueur du canal

Cette étude faite avec les données suivantes :

- Nombre de courant Cn = 0.95;
- La hauteur h<sub>0</sub>=0 (à l'aval);
- dx = 1/nx (nx = 600);
- α=0.02;
- Pour la longueur L=1, 100, 400m.

**Cas 01** : Pour L=1m à t=0.078 s



Figure IV- 9 Effets de longueur L=1m

# **Cas 02 :** Pour L=100 m à t = 7.8s



Figure IV- 10 Effet de la longueur L=100 m

**Cas 03 :** Pour L=400 m à t = 31s



Figure IV- 11 Effets de la longueur L= 400 m

Les figures (IV-09), (IV-10) et (IV-11) présentent les mêmes allures et pratiquement le même calage. On peut constater que la longueur du canal est pratiquement sans effet sur le calage des résultats numériques avec la solution analytique de la propagation de l'onde de rupture de barrage.

# IV.3.5 Influence de la viscosité artificielle

Cette étude est faite dans le but de déterminer la valeur idéale de paramètre de pondération  $\alpha$ , les données utilisées sont :

- Nombre de courant Cn = 0.95;
- La hauteur  $h_0=0$  (aval);
- dx = 1/nx nx = 600;
- Pour la longueur L=1m;
- Les valeurs utilisées pour le paramètre de pondération sont  $\alpha = 0.02, 0.3, 0.5, 0.7$ .

Les résultats sont représentés dans la figure (IV-12)

à t=0.078 s



Figure IV- 12 Effets de la viscosité artificielle

D'après la figure (IV-12), nous constatons que les résultats à l'aval sont les plus sensibles au lissage.

- Plus  $\alpha$  est proche de 0, plus le schéma a tendance à lisser toutes les irrégularités.
- Plus  $\alpha$  est proche de 1, plus le schéma a tendance à générer d'importantes oscillations numériques et il devient instable.

# IV.4 Etude de l'onde de rupture de barrage sur un canal incliné sec

L'expérience a été réalisée (Towson et Al-Salihi 1989) dans un canal de120m de longueur, 1.22m de largueur, K=100 comme coefficient de rugosité et une inclinaison de I=0.004. Le barrage a été placé au milieu du canal ; la profondeur au site était de 0.305m.



Figure IV-13 Schéma d'essais d'une onde de rupture d'un barrage dans un plan incliné

Les paramètres modifiés pour résoudre les problèmes de l'onde de rupture de barrage dans un canal incliné sont :

• Conditions initiales :

$$h(x,0) = \frac{2H_0}{L} X_i \quad ; \forall x \in \left[0, \frac{L}{2}\right]$$
 IV. 5

$$h(x,0) = 0$$
;  $\forall x \in \left[\frac{L}{2}, L\right]$  IV. 6

$$u(x,0) = 0; \forall x \in L.$$
 IV. 7

• Conditions aux limites

$$h(0,t) = 0; \ \forall \ t \in T$$
 IV. 8

$$h(nx,t) = 0; \ \forall \ t \in T$$
 IV. 9

$$u(0,t) = 0; \forall t \in T$$
 IV. 10

$$u(nx,t) = 0$$
;  $\forall t \in T$  IV. 11

Les résultats de cette expérience ont fait l'objet de comparaison avec le modèle développé et présentés dans la figure (IV-14).

- La longueur L=122 m ;
- Le pas de discrétisation est L/nx (nx=488) ;
- Cn=0.1 ;
- $\alpha = 0.5$ .



Figure IV-14 Comparaison des résultats numériques et expérimentaux dans le cas incliné

D'après la figure (IV-14), on constate que la courbe obtenue par le modèle numérique suit de manière satisfaisante les résultats expérimentaux.

# IV.4.1 Variation de la hauteur d'eau dans le temps

Dans le but de déterminer la variation de l'allure d'eau dans le temps, on fait plusieurs simulations comme le montre la figure suivante :



Figure IV-15 Variation de la hauteur d'eau pendant le temps dans le cas incliné.

D'après la figure (IV-15), on remarque une diminution graduelle de la hauteur d'eau jusqu'au atteindre le plan incliné

# Conclusion

Dans ce chapitre, on a effectué deux comparaisons pour valider le modèle, la première est la comparaison des résultats du modèle avec les résultats analytiques dans le cas horizontale, la deuxième est la comparaison du modèle avec les résultats expérimentaux dans le cas incliné ensuite on a étudié l'effet de différents paramètres sur l'allure d'onde de rupture de barrage dans le cas horizontal et sec.

La viscosité artificielle utilisée dans l'étude de l'onde de rupture de barrage donne :

Si  $\alpha > 0.1$  les schémas donnent de mauvais résultats.

Si  $\alpha \leq 0.1$  les résultats sont satisfaisants.

Les simulations numériques discutées ci-dessus, permettent de conclure que cette viscosité, rend ces schémas plus stable et puissant pour le problème de rupture de barrage.

# **Conclusion générale**

L'onde de rupture de barrage est un écoulement assez complexe à étudier, à cause de la discontinuité de la hauteur d'eau. Dans ce mémoire on a présenté un modèle pour simuler l'allure d'eau dans la surface libre due à la rupture du barrage. Pour cela, on a utilisé les méthodes numériques des différences finies de type explicite. Un autre intérêt important dans ce travail est le calage du modèle utilisé qui fournit des solutions approchées satisfaisantes.

Dans ce travail, on a présenté un modèle traitant les écoulements transitoires unidimensionnels à surface libre. Une présentation générale des notions relatives à ce type d'écoulement avec quelques travaux effectuées ce qui fait l'objet du premier chapitre.

Dans le deuxième chapitre, l'étude a été faite avec les équations de Barré Saint Venant unidimensionnel dans un canal rectangulaire horizontal et incliné en tenant compte des hypothèses simplificatrices, les conditions initiale et les conditions aux limites ont été maintenus constantes tous le long des itérations.

Trois schémas numériques aux différences finies de types explicites à savoir le schéma de Lax- Friedrichs, le schéma de McCormack et le schéma de Leap-Frog utilisés pour la simulation l'onde de rupture de barrage, l'élévation du pas de temps a été fait avec la condition de Courant Lewy Friedrich ce qui fait l'objet de troisième chapitre.

Dans le quatrième chapitre, on a obtenus la simulation numérique à l'aide d'un modèle numérique. Les résultats numériques obtenus ont été comparés avec les résultats analytiques dans le cas horizontal et avec les résultats expérimentaux dans le cas incliné d'autres auteurs. L'analyse de ces résultats prouve la validité du modèle traité.

Le profil de la surface libre a été calculé pour les deux régimes d'écoulement. Dans le régime fluvial, le lit est mouillé à l'aval de barrage et dans le régime torrentiel, le lit est sec à l'aval de barrage.

L'étude de l'influence de quelques paramètres sur l'écoulement a permis de savoir quelles sont les valeurs qui nous rapprochons plus de la solution analytique et expérimentale.

Les résultats des études de rupture de barrage sont très utiles pour la sécurité de la zone située à l'aval de barrage. Ils doivent par conséquent être exploités de manière optimale pour sécuriser au maximum ces ouvrages contre les causes (crue, séisme, d'entretient ...) qui peuvent provoquer leurs destructions. La sécurité des populations riveraines dépend de la qualité de l'information qu'elles reçoivent et cette tache fait partie de l'ingénierie en hydraulique.

# Bibliographie

- **ABDALLAH, M.,** "Sur les méthodes de discrétisation numérique de problèmes hyperboliques non linéaires appliquées aux équations de Barré de Saint-Venant pour la modélisation de l'hydraulique en réseau d'assainissement", *thèse de doctorat*, Université Louis Pasteur Strasbourg I, 196 pages, 2005.
- **BALIT, M.**, "Simulation de la rupture d'un barrage à l'aide du modèle VOF", *mémoire de fin d'études*, université de Bejaia, Algérie, 62 pages, 2013.

**BERREKSI**, A., et al, "Modélisation mathématique et numérique d'un écoulement torrentiel a deux dimensions spatiales dans un canal a pente considérable", 1er Séminaire International sur la ressource en eau au Sahara : Evaluation, Economie et Protection, ", ouargla, 19-20/01/2011.

- CARLIER, M., "Hydraulique générale et appliquée", Edition Eyrolles, Paris, 568 pages, 1972.
- CHANSON, H., "Solutions analytiques de l'onde de rupture de barrage sur plan horizontal et incliné", La Houille Blanche, Vol.3, pp. 76-86., 2006.
- **DELESTRE, O.,**"Simulation du ruissellement d'eau de pluie sur des surfaces agricoles", *thèse de doctorat*, Université d'Orléans, 293 pages, 2010.
- **EDOM, E.,** "Numerical calculation of the dam-break Riemann problem with a detailed method and comparison with a simplified method", *thèse*, école polytechnique fédérale de Lausanne, 129 pages, 2008.
- GHOUINI, F., "Calcul des écoulements instationnaires a surface libre (onde de rupture de barrage) ", *mémoire de fin d'étude*, université de Bejaia, Algérie, 58 pages, 2017.
- **GRAF**, W. et ALTINAKAR, M., "hydraudynamique, une introduction",: Presses Polytechniques et Universitaire Romandes, Lausanne, 1998.
- **GRAF**, W. et ALTINAKAR, M., "Hydraulique fluvial", "Ecoulement et phénomènes de transport dans les canaux à géométrie simple", vol 16,Ed. Traité de Génie Civil de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, pages 627, 2000.
- HOOSHYARIPOR, F. "Dam break flood wave under different reservoir's capacities and lengths", Sadhana vol. 42, pp. 1557–1569, 9 Sept2017
- **JEDRZEJEWSKI, F.,**"Introduction aux méthodes numériques Deuxième édition",*Edition Springer-Verlag France*, Paris, 2005.
- **KOVACS, Y.,**"Modèles de simulation d'écoulement transitoire en réseau d'assainissement", *thése de doctorat*, Ecole nationale des ponts et chaussees, pages 328, 1988.
- LANCASTRE ,A., "Hydraulique générale", Edition Eyrolles, Paris, 411 pages, 1996.
- MACHALINSKA-MURAWSKA, J., SZYDLOWSKI, M., "Lax-Wendroff and McCormack schemes for numerical simulation of unsteady gradually and rapidly varied open channel flow", Vol. 60, No. 1-4, pp 51–62, 10 October, 2013.

- MARC, B., "Transport de flux en reseau d'assainissement :modele 1D pour l'hydraulique des collecteurs et deversoires avec prise en compte des discontinuites", *thése de doctorat*, Université Louis Pasteur Strasbourg I, 225 pages, 2002.
- **MIHOUBI, M. K. et al,** "Calcul de onde de rupture d'un barrage en mode bidimensionnel via le code TELEMAC-2D", LJEE N°20, pp 71-80, 2012.
- NAIK, S. et KHATUA, K.K., "Numerical simulation of a dam break flow using finite difference method", Civil Engineering, National institute of technology Rourkela, India, pp 37-41, 2015.
- **RAHMANI, K.,** "Quelques solutions des ondes de rupture d'un barrage sur un fond sec et inclinée", *Mémoire de Magister,* Université Hadj lakhdar de Batna, Algérie, 70 pages.

SHENGLONG, G. et all. "Swe-sphysics simulation of dam break flows at south-gate gorges reservoir", Gordon Huang and Yurui Fan, pp 1-20, 31 May 2017.

- **SMAOUI, H.,** "Modélisation numérique tridimensionnelle de l'hydrodynamisme et des transports sédimentaires en Manche Orientale et dans le sud de la mer du nord", universite des sciences et technologies de lille.
- **TOWNSON, J. M. et Al-SALIHI, A. H.** "Models of dam-break flow in R-T space. ASCE J.Hydraulic Engineering ", 115 (5), 561-575, 1989.
- **TRAORE,S. et SADOU,S.,** "Etude d'un écoulement transitoire à surface libre (dam-break) «onde de rupture d'un barrage» ", *mémoire de fin d'études,* université de Bejaia, Algérie, 82 pages, 2001.
- **VAZQUEZ**, **J.**, "Hydraulique à surface libre", Ecole nationale du genie de l'eau et de l'environnement de strasbourg.

# ETUDE DES ECOULEMENTS INSTATIONNAIRES A SURFACE LIBRE -ONDE DE RUPTURE DE BARRAGE -

# **Résumé :**

Ce travail traite la simulation numérique de l'onde de rupture d'un barrage dans un canal horizontal et incliné. Ce phénomène est décrit par les équations de Saint Venant unidimensionnel. La méthode des différences finies est utilisée pour la discrétisation de ces équations. L'effet de nombre de courant, le pas de discrétisation, la hauteur initiale à l'aval, la longueur du canal et la viscosité artificielle sont étudiés. Le calage des résultats est fait par rapport à ceux théorique et expérimentaux. Ces résultats obtenus avec cette méthode sont satisfaisants.

Mots clés : rupture de barrage, Saint Venant, méthode des différences finies, écoulement instationnaire, viscosité artificielle.

### **Abstract :**

This work deals with the numerical simulation of the rupture wave of a dam in a horizontal and inclined channel. This phenomenon is described by the one dimensional Saint Venant equations. The finite difference method is used for the discretization of these equations. The effect of Courant number, the step of discretization, the downstream initial height, the length of the channel and the artificial viscosity are studied. The calibration of the results is done with theoretical and experimental ones. These results obtained with this method are satisfactory.

Key word: dam rupture, Saint Venant, finite difference method, unsteady flow, artificial viscosity,

#### ملخص:

يتناول هذا العمل المحاكاة الرقمية للموجات المسببة في هدم سد على مستوى افقي وعلى مستوى مائل في حالة أخرى. توصف هذه الظاهرة بمعادلات سان فنان أحادية البعد. يتم استخدام طريقة الفروق المنتهية لحل هذه المعادلات. تم دراسة اثار عدد كورون وخطوة وطول القناة والارتفاع الابتدائي الأمامي واللزوجة الاصطناعية. تم مقارنة النتائج بالنسبة للنتائج للنظرية والتجريبية. هذه النتائج المحصل عليها بهذه الطريقة مقنعة.

الكلمات المفتاحية: هدم سد، سان فنان، طريقة الفروق المنتهية، تدفق غير مستقر، اللزوجة الاصطناعية.