



Faculté de Technologie  
Département d'Hydraulique  
Laboratoire de Recherche en Hydraulique Appliquée et environnement (LRHAE)

## MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES

Présenté par :

M<sup>elle</sup> NANA Kahina

M<sup>elle</sup> IMLOUL Katia

En vue de l'obtention du diplôme de **MASTER en Hydraulique**

Option : **Hydraulique urbaine**

### INTITULE :

# **CONTRIBUTION A LA MODELISATION NUMERIQUE DE LA RECHARGE ARTIFICIELLE DES NAPPES SOUTERRAINES, - COUPLAGE RIVIERE-NAPPE -**

Soutenu le **01/07/2018** devant le jury composé de :

- Président : M<sup>r</sup> **BERREKSI. A**
- Promoteur : M<sup>r</sup> **IKNI. T**
- Examineur : M<sup>r</sup> **BENDAHMANE. I**

# Table des matières

Introduction générale.....	1
<b>Chapitre I: Ecoulements souterrains</b>	
I.1 Introduction .....	2
I.2 Définition des eaux souterraines.....	3
I.3 Classification de l'eau interstitielle .....	3
I.3.1 Eau gravitaire .....	3
I.3.2 Eau de rétention.....	3
I.3.3 Eau capillaire.....	3
I.4 Les eaux souterraines dans le grand cycle de l'eau .....	4
I.5 Aquifère .....	5
I.5.1 Définition d'un aquifère .....	5
I.5.2 Types d'aquifères .....	5
I.5.2.1 Types d'aquifères selon le type de porosité.....	5
I.5.2.2 Classification des aquifères selon le degré de confinement .....	6
I.6 Nappes souterraines .....	6
I.6.1 Définition de la nappe souterraine.....	6
I.6.2 Processus général de formation d'une nappe.....	6
I.6.3 Les types de nappes souterraines.....	6
I.6.3.1 Nappe libre .....	6
I.6.3.2 Nappe captive .....	7
I.6.3.3 Nappe semi-captive .....	8
I.6.4 Bilan d'une nappe.....	8
I.7 Zonalité sol / eau souterraines .....	8
I.7.1 Zone saturée .....	8
I.7.2 Zone non saturée .....	9
I.8 Piézométrie .....	9
I.8.1 Puits d'observation .....	9
I.8.2 Piézomètre .....	9
I.8.3 Niveau piézométrique .....	9

I.9	Propriétés hydrauliques d'un aquifère .....	10
I.9.1	La porosité.....	10
I.9.1.1	La porosité totale ( $\eta$ ) ou absolue .....	10
I.9.1.2	La porosité efficace ( $\eta_e$ ) ou porosité de drainage .....	10
I.9.1.3	La porosité cinématique $\eta_c$ .....	10
I.9.2	La perméabilité.....	11
I.9.3	La transmissivité .....	12
I.9.4	Le coefficient d'emmagasinement .....	12
I.10	Mesure de la perméabilité.....	13
I.10.1	Mesure au laboratoire du coefficient de perméabilité.....	13
I.10.1.1	Perméamètre à charge constante .....	13
I.10.1.2	Perméamètre à charge variable .....	13
I.10.2	Mesure de la perméabilité in- situ .....	14
I.10.3	Essai de pompage de Dupuit .....	14
I.11	Caractéristique physique du milieu perméable.....	14
I.11.1	Continuité ou discontinuité .....	15
I.11.2	Isotropie ou anisotropie .....	15
I.11.3	Homogénéité ou hétérogénéité.....	15
I.12	Éléments d'hydraulique souterraine.....	15
I.12.1	Hypothèses lors de l'étude de l'écoulement de l'eau dans les sols.....	15
I.12.2	Condition de continuité .....	15
I.12.3	Vitesse de l'eau dans le sol .....	16
I.13	Le mouvement de l'eau souterraine.....	16
I.13.1	La charge hydraulique .....	16
I.13.2	Gradient hydraulique.....	17
I.13.3	Notion de perte de charge.....	17
I.14	Loi de Darcy .....	17
I.14.1	Conditions de validité de la loi de Darcy .....	18
I.14.2	Généralisation de la loi de Darcy .....	18
I.14.2.1	Milieu homogène et isotrope.....	18
I.14.2.2	Milieu homogène et anisotrope.....	19
I.15	Écoulements tridimensionnels à symétrie de révolution hydraulique des puits.....	19
I.15.1	Régime permanent.....	19

I.15.2	Régime transitoire .....	19
I.16	Ecoulements permanents vers les ouvrages de captage (Approche simplifiée de Dupuit).....	19
I.16.1	Rabattement par puits en nappe libre .....	19
I.16.2	Rabattement par puits en nappe captive .....	21
I.17	Conclusion .....	21

## **Chapitre II: Les écoulements à surface libre**

II.1	Introduction .....	22
II.2	Définition de l'écoulement à surface libre .....	22
II.3	Les canaux .....	22
II.3.1	Définition .....	22
II.3.2	Types de canaux .....	23
II.3.2.1	Les canaux naturels .....	23
II.3.2.2	Les canaux artificiels .....	23
II.3.3	Paramètres caractérisant les canaux .....	24
II.3.3.1	Paramètres géométriques .....	24
II.3.3.2	Paramètres hydrauliques .....	25
II.4	Les types d'écoulement dans les canaux .....	25
II.4.1	Variabilité dans le temps .....	26
II.4.1.1	Écoulement permanent .....	26
II.4.1.2	Écoulement non permanent .....	26
II.4.1.3	Écoulement quasi-permanent .....	26
II.4.2	Variabilité dans l'espace .....	27
II.4.2.1	Écoulement uniforme .....	27
II.4.2.2	Écoulement non uniforme .....	27
II.5	Les régimes d'écoulement .....	29
II.5.1	Le nombre de Froude .....	29
II.5.2	Le nombre de Reynolds.....	29
II.6	Célérité d'onde .....	29
II.7	Interactions entre les écoulements à surface libre et souterrain .....	30
II.7.1	Paramètres influençant l'échange cours d'eau-nappe souterraine .....	30
II.8	Conclusion .....	30

## **Chapitre III : La recharge des nappes**

III.1	Introduction .....	31
III.2	Recharge des nappes souterraines .....	31
III.3	La recharge naturelle des nappes souterraines .....	31
III.3.1	Caractérisation de la recharge naturelle des aquifères .....	31
III.3.1.1	La recharge directe.....	31
III.3.1.2	La recharge indirecte.....	31
III.3.1.3	La drainance.....	31
III.4	La recharge artificielle.....	32
III.4.1	Objectifs visés par la recharge artificielle .....	32
III.4.2	Types d'eau utilisée pour la recharge artificielle .....	33
III.4.2.1	Les eaux de surface .....	33
III.4.2.2	Les eaux usées traitées .....	33
III.4.3	Conditions générales d'utilisation de l'alimentation artificielle : .....	33
III.4.3.1	Conditions hydrologiques (source d'alimentation).....	33
III.4.3.2	Conditions hydrogéologiques et hydrodynamiques (réservoirs souterrains) .....	34
III.5	Méthodes de recharge artificielle .....	34
III.5.1	Les méthodes d'infiltration de surface .....	34
III.5.1.1	Bassin d'infiltration .....	34
III.5.1.2	Barrage de rétention .....	35
III.5.1.3	Aménagements de cours d'eau .....	36
III.5.1.4	Épandage superficiel et irrigation .....	36
III.5.1.5	Les collecteurs d'eau météorique.....	37
III.5.2	Les méthodes d'infiltration de subsurface .....	37
III.5.2.1	Les puits filtrants.....	38
III.5.2.2	Les galeries d'infiltration .....	38
III.5.2.3	Les fosses .....	38
III.5.3	Méthodes d'injection directe .....	38
III.5.3.1	Stockage et reprise différée dans le temps (ASR : Aquifer Storage and Recovery) .....	38
III.5.3.2	Stockage et reprise différée dans le temps et l'espace (ASTR : Aquifer Storage Transfer and Recovery).....	39

III.5.4 Méthodes mixtes .....	40
III.6 Inconvénients de la recharge artificielle des nappes .....	41
III.7 L'estimation de la recharge par des modèles numériques .....	41
III.8 Conclusion .....	41

## **Chapitre IV : Modélisation mathématique**

IV.1 Introduction .....	42
IV.2 Equations régissant les écoulements souterrains 2D .....	42
IV.2.1 L'équation de diffusivité en 2D .....	44
IV.3 Etablissement des équations de Barré de Saint Venant 1D (1871) .....	44
IV.3.1 Hypothèse de base .....	45
IV.3.2 Les équations du mouvement .....	45
IV.3.2.1 Equation de continuité .....	45
IV.3.2.2 L'équation de conservation de la quantité de mouvement .....	46
IV.3.3 La forme conservative des équations de Barré de Saint Venant 1D .....	49
IV.4 Modèles équationnels d'écoulements couplés surface /souterrain (1D/2D) .....	50
IV.4.1 Méthodologie de couplage .....	51
IV.5 Conclusion .....	51

## **Chapitre V : Modélisation numérique**

V.1 Introduction .....	52
V.2 Aperçu sur les différentes méthodes numériques .....	52
V.2.1 Méthode des différences finies .....	52
V.2.2 Méthode des éléments finis .....	52
V.2.3 Méthode des volumes finis .....	53
V.3 Discrétisation par la méthode des différences finies .....	53
V.3.1 Discrétisation du domaine géométrique .....	53
V.3.2 Approximation en différences finies .....	53
V.3.2.1 Approximation de la dérivée première .....	54
V.3.2.2 Approximation de la dérivée seconde .....	54
V.3.2.3 Approximation de la dérivée par rapport au temps .....	54
V.4 Problème transitoire (schémas explicite/implicite) .....	55

V.4.1	Schéma explicite .....	55
V.4.2	Schéma implicite .....	55
V.5	L'erreur de troncature .....	55
V.6	Schémas de Lax-Friedrichs .....	56
V.7	Conditions initiales et aux limites .....	56
V.7.1	Conditions initiales.....	56
V.7.2	Conditions aux limites.....	56
V.7.2.1	Condition de Dirichlet .....	56
V.7.2.2	Conditions de Neuman .....	56
V.7.2.3	Extrapolation linéaire .....	56
V.8	Discretisation du modèle mathématique des écoulements souterrains 2D.....	57
V.8.1	Discretisation de la géométrie de la nappe.....	57
V.8.2	Discretisation du modèle transitoire.....	57
V.8.3	Application de la méthode de Lax-Friedrichs .....	58
V.8.4	Application des conditions aux limites et initiales.....	58
V.8.4.1	Une condition limite de type Dirichlet .....	59
V.8.4.2	Points fictifs.....	59
V.9	Discretisation du modèle mathématique des équations de Barré de Saint-Venant 1D .....	60
V.9.1	Discretisation de la géométrie du cours d'eau.....	60
V.9.2	Discretisation de la forme conservative des équations de Barré de Saint Venant 1D .....	60
V.9.3	Application de la méthode de Lax-Friedrichs .....	61
V.9.4	Application des conditions aux limites et initiales.....	62
V.9.4.1	Condition aux limites de type Dirichlet.....	62
V.9.4.2	Extrapolation linéaire .....	62
V.9.5	Condition de CFL.....	62
V.10	Modélisation numérique du modèle couplé 1D/2D.....	62
V.10.1	Equation de Barré de Saint Venant 1D .....	63
V.10.2	Equation d'écoulement souterrain 2D .....	63
V.11	Conclusion.....	63

**Chapitre VI : Applications numériques**

VI.1	Introduction .....	64
VI.2	Simulation d'un écoulement souterrain, dans un aquifère à nappe libre.....	64
VI.3	Pompage à partir d'un forage .....	67
VI.4	Simulation de la réponse de la nappe à la recharge artificielle .....	69
VI.4.1	Recharge par puits d'injection.....	69
VI.4.2	Recharge par bassin d'infiltration .....	72
VI.4.3	Recharge par barrage.....	74
VI.5	Couplage d'écoulement à surface libre et d'écoulement souterrain.....	76
VI.5.1	Simulation d'un écoulement à surface libre dans un canal .....	76
VI.5.2	Echange cours d'eau-nappe.....	80
VI.6	Conclusion.....	83
Conclusion générale et perspectives.....		84
Références bibliographiques.....		86



## Liste des figures

<b>Figure (I.1):</b> Eau gravitaire et eau de rétention.....	4
<b>Figure (I.2) :</b> le cycle de l'eau (BRGM, 2012).....	4
<b>Figure (I.3) :</b> Type d'aquifère (Ferlatte, et al, 2014).....	5
<b>Figure (I.4) :</b> Schéma d'une nappe libre.....	7
<b>Figure (I.5) :</b> Schéma d'une nappe captive (Valdés-Lao, 2015).....	7
<b>Figure (I.6) :</b> Représentation d'une nappe semi-captive. ....	8
<b>Figure (I.7) :</b> Distinction entre une zone non saturée et une zone saturée.....	9
<b>Figure (I.8) :</b> La surface piézométrique en différent type de nappe (Boudol, 2004).....	11
<b>Figure (I.9) :</b> Les valeurs de coefficient de perméabilité selon le type de la formation aquifère (Wageningen, 1973).....	11
<b>Figure (I.10) :</b> La relation entre la porosité et la perméabilité (Bresson, 2012).....	12
<b>Figure (I.11) :</b> Libération de l'eau gravitaire (Valdés-Lao et Plagnes, 2015).....	12
<b>Figure (I.12) :</b> Mesure de la perméabilité en laboratoire (Léreau, 2006).....	14
<b>Figure (I.13) :</b> Figure illustrant les conditions de continuité (Léreau, 2006).....	15
<b>Figure (I.14) :</b> Schéma de la charge hydraulique en nappe souterraine (Bergeron, 2011)....	16
<b>Figure (I.15) :</b> Schéma de l'expérience de Darcy (Valdés-Lao, 2015).....	18
<b>Figure (I.16) :</b> Rabattement par un puits en nappe libre.....	20
<b>Figure (II.1):</b> Représentation d'un écoulement à surface libre (Godlewski et Seguin, 2011).....	22
<b>Figure (II.2):</b> Section transversal d'un canal Naturel.....	23
<b>Figure (II.3):</b> Canaux artificiels.....	23
<b>Figure (II.4):</b> Lignes de charges dans un écoulement à surface libre .....	25
<b>Figure (II.5) :</b> Schéma d'un écoulement permanent.....	26
<b>Figure (II.6):</b> Schéma d'un écoulement non permanent.....	26
<b>Figure (II.7):</b> Schéma d'un écoulement uniforme .....	27
<b>Figure (II. 8):</b> Schéma d'un écoulement non uniforme.....	27
<b>Figure (II. 9):</b> Schéma des écoulements permanents, uniformes et variés.....	28
<b>Figure (II.10) :</b> Schéma des types d'écoulement.....	28
<b>Figure (II.11):</b> Interactions entre un aquifère et un cours d'eau.....	30
<b>Figure (III.1):</b> Drainance et aquifère bicouche (Bresson, 2012).....	32
<b>Figure (III.2):</b> Schéma simplifié de la technique de recharge pour bassin d'infiltration (Pettenati et al, 2007).....	35
<b>Figure (III.3):</b> Diagramme présentant le principe d'une station de recharge artificielle par bassins d'infiltration (Pettenati et al, 2007).....	35
<b>Figure (III.4):</b> Types de barrages destinés pour la recharge artificielle des nappes. ....	36
<b>Figure (III.5):</b> Inondation à partir du barrage Al Khoud (Sultanat d'Oman) pour la recharge artificielle de la nappe alluviale.....	37
<b>Figure (III. 6):</b> Principe de la récupération des eaux météoriques (Gallois et al., 2011).....	37
<b>Figure (III.7):</b> Fosse d'infiltration.....	38

<b>Figure (III. 8):</b> Schéma simplifié de la technique de l'ASR (Gallois et al., 2011).....	39
<b>Figure (III.9):</b> Schéma simplifié de la technique de l'ASTR (Gallois et al., 2011).....	40
<b>Figure (III.10):</b> Quelques méthodes de recharge artificielle des nappes alluviales (Detay, 1997; modifié par Seghir).....	40
<b>Figure (IV.1):</b> Volumes élémentaire de contrôle.....	42
<b>Figure (IV.2):</b> Volumes entrant et sortant d'un domaine élémentaire.....	45
<b>Figure (IV.3):</b> Forces agissant sur un élément fluide.....	47
<b>Figure (IV.4):</b> Déformation du domaine pendant dt.....	48
<b>Figure (IV.5):</b> Réseau d'écoulement à proximité d'une rivière.....	50
<b>Figure (V.1):</b> Méthodes de Discrétisation des équations différentielles (Benoumessad, 2012). .....	52
<b>Figure (V.2):</b> grille uniforme en espace.....	54
<b>Figure (V.3):</b> Géométrie du domaine.....	57
<b>Figure (V.4):</b> Frontières du domaine et points fictifs de calcul (Amara, 2013).....	59
<b>Figure (V.5):</b> Notation de grille de calcul.....	60
<b>Figure (VI .1):</b> Niveau piézométrique numérique de la nappe.....	65
<b>Figure (VI .2):</b> Niveau piézométrique analytique de la nappe.....	65
<b>Figure (VI .3):</b> Niveaux piézométriques le long de la nappe obtenus par les méthodes analytique et numérique.....	66
<b>Figure (VI.4):</b> Représentation de la vitesse d'écoulement en 1D et 2D.....	66
<b>Figure (VI .5):</b> Géométrie du domaine de pompage. ....	67
<b>Figure (VI.6) :</b> Vue à trois dimensions de la hauteur d'eau dans le bloc parallélépipédique de sable ( après 6 h de simulation).....	68
<b>Figure (VI.7) :</b> Hauteur d'eau au niveau de l'axe et de la limite de l'aquifère.....	68
<b>Figure (VI.8) :</b> Evolution de la hauteur d'eau dans la nappe en fonction du temps.....	69
<b>Figure (VI.9) :</b> géométrie de domaine (forage d'injection).....	70
<b>Figure (VI.10) :</b> Vue à trois dimensions de la hauteur d'eau (1 jour).....	70
<b>Figure (VI.11) :</b> Vue en plan des iso-hauteurs.....	71
<b>Figure (VI.12) :</b> Hauteur d'eau au niveau de la paroi et au niveau de l'axe de l'aquifère.....	71
<b>Figure (VI.13) :</b> L'évolution de la hauteur d'eau dans la nappe en fonction du temps.....	72
<b>Figure (VI.14) :</b> géométrie du domaine (bassin d'infiltration).....	73
<b>Figure (VI.15) :</b> Vue à trois dimensions de la hauteur d'eau (12 heures).....	73
<b>Figure (VI.16) :</b> Vue en plan des iso-hauteurs.....	74
<b>Figure (VI.17) :</b> Hauteur d'eau au niveau de la paroi et de l'axe de l'aquifère (12 heures).....	74
<b>Figure (VI.18) :</b> géométrie du domaine (barrage).....	75
<b>Figure (VI.19) :</b> Vue à trois dimensions de la hauteur d'eau (240 heures=10 jours).....	75
<b>Figure (VI.20) :</b> Vue en plan des iso-hauteurs.....	76
<b>Figure (VI.21) :</b> Comparaison des résultats numériques et expérimentaux pour $h_0=0.0656m$ .....	77

<b>Figure (VI.22) :</b> Profil de la vitesse et du nombre de Froude en fonction de la longueur du canal pour $h_0=0.0656\text{m}$ et $v_0=1.28\text{m/s}$ .....	78
<b>Figure (VI.23) :</b> Comparaison des résultats numériques et expérimentaux pour $h_0=0.1\text{m}$ .....	78
<b>Figure (VI.24) :</b> Profil de la hauteur, de la vitesse et du nombre de Froude en fonction de la longueur du canal pour $h_0=0.1\text{m}$ et $v_0=1.6805\text{m/s}$ .....	79
<b>Figure (VI.25) :</b> Comparaison des résultats numériques et expérimentaux pour $h_0=0.13\text{m}$ .....	79
<b>Figure (VI.26) :</b> Profil de la vitesse et du nombre de Froude en fonction de la longueur du canal pour $h_0=0.13\text{m}$ et $v_0=1.745\text{m/s}$ .....	80
<b>Figure (VI.27) :</b> Géométrie du domaine rivière-nappe.....	81
<b>Figure (VI.28) :</b> Profil de la hauteur d'eau, de la vitesse et du nombre de Froude en fonction de la longueur du canal pour $h_0=1\text{m}$ et $v_0=1.67\text{m/s}$ .....	81
<b>Figure (VI.29) :</b> Vue à trois dimensions de la hauteur d'eau dans la nappe.....	82
<b>Figure (VI.30) :</b> Vue en plan des iso-vitesse.....	82

## Liste des tableaux

<b>Tableau (I.1):</b> Valeurs de la porosité efficace pour les principaux réservoirs (Castany, 1998) .....	11
<b>Tableau (II.1) :</b> Tableau des formules de calcul des éléments géométriques pour cinq différents types de section de canaux (Graf et Altinakar, 2000).....	24
<b>Tableau (VI.1) :</b> les valeurs des hauteurs et vitesses initiales de l'expérience.....	76

## Liste des symboles

- A : section du réservoir ( $m^2$ );
- $A_m$  : Surface mouillée ( $m^2$ );
- B : Largeur au miroir (m);
- b : Largeur de la nappe (m);
- C : Coefficient de Chézy
- c : Célérité d'onde ( $m/s^2$ );
- $C_d$  : Coefficient de drainage;
- D : Diamètre (m);
- d : Distance (m);
- dM : Variation de la quantité de mouvement;
- e : Epaisseur de l'aquifère (m);
- $E_{lit}$  : Epaisseur du lit du cours d'eau (m);
- $F_f$  : Force de frottement;
- $F_g$  : Force de gravité;
- $F_p$  : Force de pression;
- $F_r$  : Nombre de Froud;
- g : Accélération de la pesanteur ( $m^2/s$ );
- H : Charge totale (m);
- $H_d$  : hauteur de l'eau à la distance d (m);
- $H_S$  : Charge spécifique (m);
- h : Charge hydraulique (m);
- $h_G$  : Hauteur d'eau au centre de gravité G (m);
- $h_n$  : Niveau de l'eau au point N (m);
- $h_m$  : Niveau de l'eau au point M (m);
- $h_p$  : Hauteur de l'eau dans le puits (m);
- $h_1$  : Hauteur initiale de l'eau dans le tube (m);
- $h_2$  : Hauteur finale de l'eau dans le tube (m);
- I : Pente du canal (%);

$i$  : Indice de maillage suivant la direction  $x$ ;

$i_h$  : Gradient hydraulique;

$J$  : Pente de la ligne de la ligne d'énergie (%);

$j$  : Indice de maillage suivant la direction  $y$

$K$  : La rugosité;

$k$  : Perméabilité (m/s);

$k_x$  : Perméabilité suivant l'axe des  $x$  (m/s);

$k_y$  : Perméabilité suivant l'axe des  $y$  (m/s);

$k_z$  : Perméabilité suivant l'axe des  $z$  (m/s);

$L$  : Longueur de la rivière (m);

$L_e$  : Longueur de l'échantillon (m);

$l$  : Longueur du canal (m);

$n$  : Indice de pas de temps pour les grandeurs hydrauliques;

$m$  : Nombre de couche du terrain;

$P_m$  : Périmètre mouillé (m);

$Q$  : Débit d'écoulement ( $m^3/s$ );

$Q_p$  : Débit de pompage ( $m^3/s$ );

$Q_1$  : Débit à la section 1 ( $m^3/s$ );

$Q_2$  : Débit à la section 2 ( $m^3/s$ );

$q_e$  : Débit d'échange ( $m^3/s$ );

$q_s$  : Débit spécifique ( $m^3/s$ );

$R$  : Rayon d'action (m);

$R_e$  : Nombre de Reynolds;

$R_h$  : Rayon hydraulique (m);

$r$  : Rayon du puits (m);

$S$  : Coefficient d'emménagement;

$S_s$  : Coefficient d'emménagement spécifique;

$s$  : Section d'écoulement ( $m^2$ );

$s_c$  : Surface du cylindre ( $m^2$ );

- $s_e$  : Section de l'échantillon ( $m^2$ );
- $s_t$  : Section du tube ( $m^2$ );
- $T$  : Transmissivité ( $m^2/s$ );
- $t$  : Temps (s);
- $V_e$  : Volume de l'eau ( $m^3$ );
- $V_T$  : Volume total ( $m^3$ );
- $V_v$  : Volume des vides ( $m^3$ );
- $v$  : Vitesse (m/s);
- $v_x$  : Vitesse suivant l'axe des x (m/s);
- $v_y$  : Vitesse suivant l'axe des y (m/s);
- $v_z$  : Vitesse suivant l'axe des z (m/s);
- $v_1$  : Vitesse à la section 1 (m/s);
- $v_2$  : Vitesse à la section 2 (m/s);
- $v'$  : Vitesse moyenne réelle (m/s);
- $W$  : Terme source ou puits;
- $w$  : Largeur du canal (m);
- $x$  : Distance entre le point M et l'axe du puits (m);
- $z_0$  : Niveau de l'eau dans le puits (m);
- $\alpha$  : Angle d'inclinaison;
- $\gamma_w$  : Poids volumique de l'eau ( $kg/m^2s^2$ );
- $\eta$  : Porosité totale (%);
- $\eta_c$  : Porosité cinématique (%);
- $\eta_e$  : Porosité efficace (%);
- $\theta$  : Paramètre de pondération de l'axe Friedrichs;
- $\mu$  : Viscosité dynamique (Pa s);
- $\nu$  : Viscosité cinématique ( $m^2/s$ );
- $\rho$  : Masse volumique ( $kg/m^3$ );
- $\Delta h$  : Différence de charge (m);
- $\Delta t$  : Pas de temps;

$\Delta x$  : Pas de discrétisation spatiale suivant l'axe des x;

$\Delta y$  : Pas de discrétisation spatiale suivant l'axe des y;

$\Delta z$  : Pas de discrétisation spatiale suivant l'axe des z;

ASR : Aquifer Storage and Recovery;

ASTR : Aquifer Storage Transfer and Recovery;

CFL : Courant-Friedrichs-Lewy;

$C_n$  : nombre de courant ;

VER : Volume Élémentaire Représentatif.



## **Introduction générale**

L'eau est une ressource naturelle précieuse dont la bonne gestion s'inscrit dans la politique du développement durable. Une meilleure gestion de cette ressource est un défi permanent lié à l'évolution démographique, à l'urbanisation et au développement économique de la société tout en tenant compte des changements climatiques et de la pollution.

La recharge artificielle fait partie des pistes que nous proposons ici de défricher, dont le but est de lutter contre la surexploitation des nappes d'eau souterraine. Les méthodes de réalimentation artificielle sont en effet perçues comme étant une alternative pour pérenniser un niveau correct des nappes afin que celles-ci puissent continuer à être exploitables.

Les interactions entre les cours d'eau et les eaux souterraines peuvent être étudiées pour déterminer la nature des échanges entre ces deux systèmes. Une bonne connaissance de la dynamique de ces échanges permet une meilleure gestion de la ressource hydrique.

L'étude de ces phénomènes complexes basée principalement sur l'expérimentation délicate, longue et coûteuse, s'oriente de plus en plus vers la modélisation mathématique et numérique, profitant des énormes progrès réalisés par l'informatique.

Dans ce contexte, une étude en 1993 sur la modélisation de l'hydrodynamique des échanges nappe-rivière et une simulation d'une lâchure expérimentale en Seine en période d'étiage a été menée par Tajjar. Mercier s'est intéressé en 1999 à la simulation des interactions entre les écoulements à surface libre et souterrain. Seghir a présenté les résultats d'une étude de faisabilité de la technique de la recharge artificielle des nappes par bassin d'infiltration et galerie verticale dans la région de Tébessa en 2008 (Seghir, 2008 ; Tajjar, 1999). La nappe alluviale du Sébaou n'a cessé de faire l'objet de nombreux travaux. Ces derniers traitent tour à tour la modélisation et simulation numérique de l'écoulement dans un milieu poreux en vue de la prévention du niveau d'eau dans chaque période de l'année, la modélisation et la simulation de la recharge de cette nappe par les lâchées d'eau du barrage de Taksebt et le transport de pollution (Bendahmane, 2010 ; Ikni, 2014)

Ce travail a pour objectif de développer un modèle numérique qui permet de simuler les écoulements dans une nappe libre et qui prend en charge l'exploitation et la recharge des nappes. Un modèle numérique est conçu pour la compréhension et la prévision du comportement de l'écoulement à surface libre afin de simuler l'interaction d'écoulement cours d'eau-nappe souterraine.

Ce manuscrit comporte six chapitres :

Le premier chapitre est consacré à la description du milieu souterrain, ses caractéristiques et sa relation avec l'eau qu'il contient, ainsi que les principes de l'écoulement dans un milieu poreux.

Le deuxième chapitre présente une généralité sur les types, les caractéristiques des canaux et les régimes d'écoulement à surface libre. Il expose les interactions entre un cours d'eau et une nappe souterraine ainsi que les paramètres influençant cet échange.

Le troisième chapitre s'occupe du phénomène de la recharge naturelle et artificielle des nappes. Il s'est focalisé sur les conditions et les moyens utilisés pour la recharge artificielle.

Le quatrième chapitre fournit une description mathématique des équations qui régissent l'écoulement souterrain, à surface libre et l'interaction entre ces deux domaines d'écoulements. La grande partie de ce chapitre est consacrée à la présentation des équations qui seront utilisées dans ce travail.

Le cinquième chapitre est consacré à la discrétisation par la méthode des différences finies des équations citées dans le chapitre précédent. Le schéma de Lax-Friedrichs et des conditions initiales et aux limites sont appliqués pour résoudre ce système d'équation.

Le sixième chapitre est consacré à la validation des programmes développés et à la simulation des différents modes de recharge. Le couplage d'écoulement à surface libre et souterrain est réalisé après simulation d'un écoulement à surface libre. Une interprétation des résultats des différents cas simulés fait l'objet de ce chapitre.

Enfin nous présentons les conclusions majeures et les perspectives découlant de ce travail.

## **I.1 Introduction**

Ce chapitre permet d'introduire les notions de bases de l'hydraulique souterraine, de définir les types et les caractéristiques hydrauliques et physiques du milieu souterrain ainsi que les différentes mesures de la perméabilité. Il présente les notions contribuant au mouvement de l'eau dans le sol, la loi de Darcy et sa généralisation. Ce présent chapitre finit par une présentation des régimes d'écoulement ainsi que l'approche simplifiée de Dupuit pour les écoulements permanents.

## **I.2 Définition des eaux souterraines**

L'eau souterraine est l'eau qui se trouve sous la surface du sol et qui remplit les interstices du milieu géologique. On en retrouve partout sous nos pieds. La disponibilité de l'eau souterraine dépend de la géologie du milieu, plus particulièrement des propriétés des différents matériaux géologiques dans lesquels l'eau circule, qu'il s'agisse de roc ou de sédiments meubles (Ferlatte et al, 2014).

Les eaux souterraines sont les eaux qui après infiltration dans les couches superficielles du sol, se retrouvent dans des aquifères souterrains. Une partie des besoins en eau potable est couverte par les eaux souterraines (Gretillat et al., 1992).

## **I.3 Classification de l'eau interstitielle**

### **I.3.1 Eau gravitaire**

C'est la fraction de l'eau souterraine qui se draine sous l'action des forces de gravité uniquement. Cette eau est mobilisable par drainage et pompage dans un aquifère à nappe libre.

### **I.3.2 Eau de rétention**

C'est la fraction d'eau maintenue dans les interstices, à la surface des grains ou sur des microfissures par la force d'attraction moléculaire. On distingue l'eau pelliculaire qui peut être libérée par centrifugation et l'eau adsorbée qui ne sera libérée que par évaporation en étuve.

### **I.3.3 Eau capillaire**

C'est la fraction de l'eau soumise à la force de tension superficielle au-dessus de la surface de la nappe (Bir, 2012).

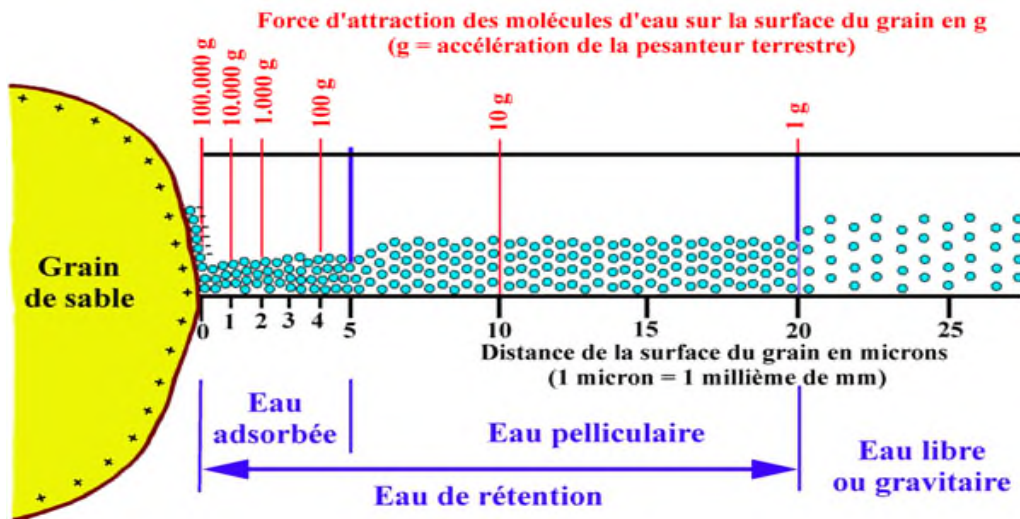


Figure (I.1): Eau gravitaire et eau de rétention.

#### I.4 Les eaux souterraines dans le grand cycle de l'eau

Le cycle de l'eau est l'échange permanent de l'eau dans les océans, les eaux continentales (superficielles et souterraines), l'atmosphère et la biosphère.

Cet échange se réalise:

- Dans l'atmosphère où l'eau circule sous forme de vapeur d'eau ;
- Sur terre où l'eau circule en surface ou sous terre.

20% des précipitations alimentent l'eau souterraine (BRGM , 2012).

Les eaux souterraines participent d'une manière déterminante au cycle de l'eau. Elles offrent des propriétés de régularité, de qualité et de protection différentes de celles qui caractérisent les eaux de surface.

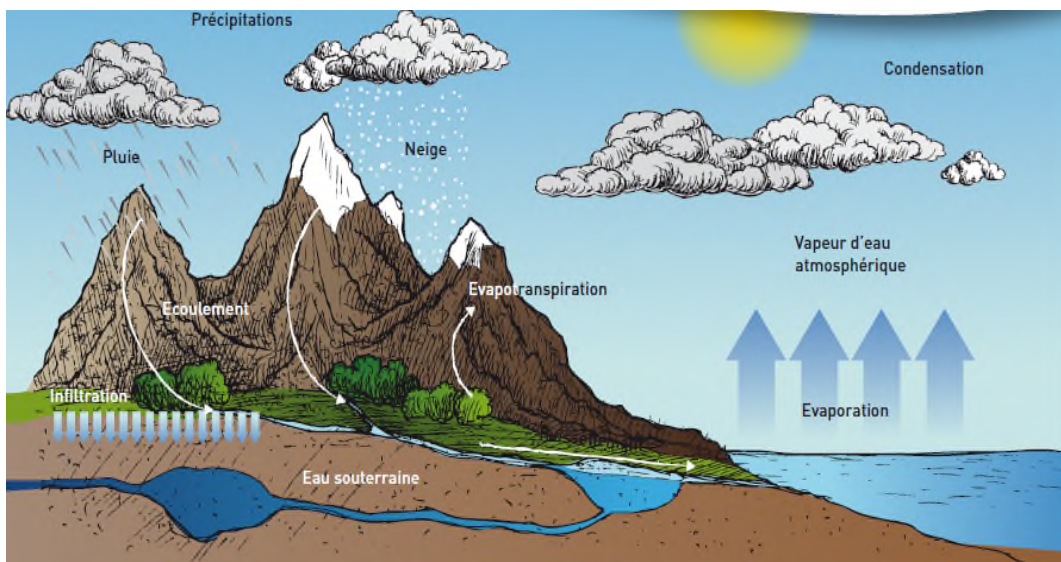


Figure (I.2) : le cycle de l'eau (BRGM, 2012).

## I.5 Aquifère

### I.5.1 Définition d'un aquifère

Le mot aquifère est issu des mots latins « acque » qui signifie eau et « fera » qui veut dire je porte. Ainsi, un aquifère est une formation hydrogéologique perméable permettant l'écoulement d'une nappe d'eau souterraine et le captage de quantité d'eau appréciables. Il est formé de deux constituants : le réservoir et l'eau souterraine dont la fraction mobile est appelée nappe d'eau souterraine (Castany, 1982). Un aquifère peut comporter une zone non saturée, il repose sur une couche imperméable, appelée substratum. Normalement les formations considérées comme des aquifères sont formées de matériaux dont la conductivité hydraulique excède  $10^{-7}$  m/s (Bir, 2012).

### I.5.2 Types d'aquifères

Les aquifères se classent selon le type de pore caractérisant les corps géologiques aquifères. Les aquifères se distinguent également suivant leurs degré de confinement qui peut varier à l'intérieur d'un même aquifère (Bir, 2012).

#### I.5.2.1 Types d'aquifères selon le type de porosité

##### a. Aquifère granulaire

Un aquifère à porosité d'interstices est défini comme étant un milieu perméable comportant des pores interconnectés. Il peut s'agir d'un milieu constitué de sédiments meubles tels que les sables et les graviers de différentes granulométries (Vernoux et al., 2007).

##### b. Aquifère fracturé

Les aquifères dont le principal apport en eau provient du réseau de fracture sont considérés comme des aquifères fracturés (Sylvestre, 1977). Les fractures dans la roche contiennent moins d'eau mais permettent une circulation d'eau souterraine souvent suffisante pour le captage.

##### c. Aquifère karstique

L'ouverture des fractures est généralement plus élevée que celle des massifs rocheux fracturés à cause de l'élargissement des fractures par dissolution des carbonates (Trenhaile, 1998).

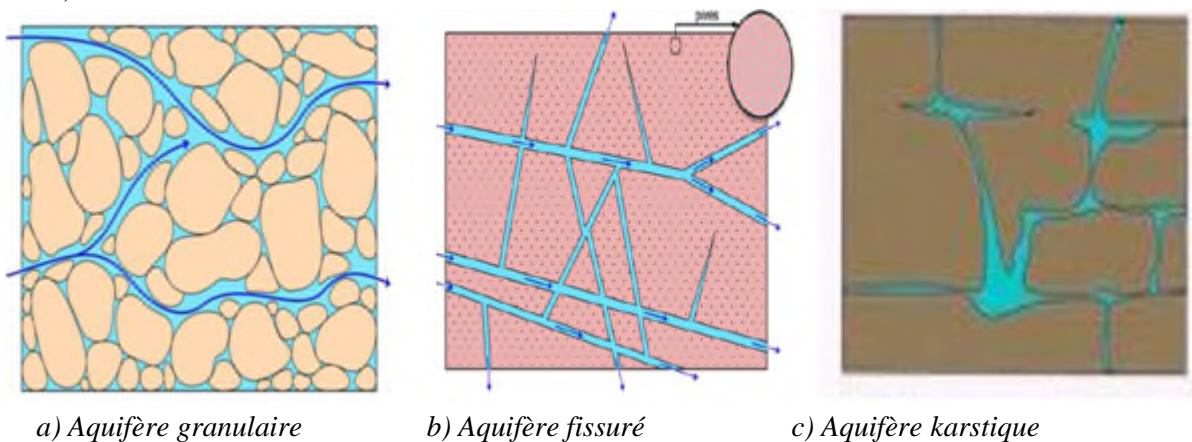


Figure (I.3) : Type d'aquifère (Ferlatte et al., 2014).

### ***I.5.2.2 Classification des aquifères selon le degré de confinement***

Trois classes d'aquifère sont distinguées selon le type de nappe qu'ils contiennent :

**a. Aquifère non-confiné :** Se caractérise par une couche à perméabilité élevée qui affleure à la surface du terrain et s'étend jusqu'à la limite inférieure de l'aquifère. La nappe qu'il contient est libre (Todd, 1980; Banton et Bangoy, 1999).

**b. Aquifère confiné :** Contient une nappe confinée par le bas et par le haut (Ababou, 2007).

**c. Aquifère semi-confiné :** Se caractérise par une couche de surface aquiclude (Bir, 2012).

## **I.6 Nappes souterraines**

### **I.6.1 Définition de la nappe souterraine**

Une nappe d'eau souterraine est définie comme « l'ensemble des eaux comprises dans la zone saturée d'un aquifère, dont toutes les parties sont en liaison hydraulique ». Une nappe est formée par l'eau qui imprègne une partie de terrain perméable reposant sur une couche imperméable (Margat et Castany, 1977; Boudol, 2004).

### **I.6.2 Processus général de formation d'une nappe**

Par le jeu de la pesanteur, une partie de l'eau de pluie s'infiltré dans le sol, soit directement, soit après circulation à la surface de celui-ci. Selon la perméabilité des terrains rencontrés, elle descend plus ou moins profondément. Cette circulation approximativement verticale est interrompue par la rencontre d'un terrain de faible perméabilité. A la base, cette formation imperméable représente le plancher étanche de la nappe. L'eau s'y accumule en saturant l'ensemble des vides des terrains sus-jacents plus perméables. Ainsi se constitue dans ces formations, une nappe aquifère (Amraoui, 2005).

### **I.6.3 Les types de nappes souterraines**

Selon les conditions géologiques (nature et structure des roches), une nappe d'eau souterraine peut être libre ou captive.

#### ***I.6.3.1 Nappe libre***

Une nappe libre est un milieu poreux qui n'est saturé que sur une certaine hauteur et est surmonté d'un milieu poreux non-saturé (Figure I.4). La nappe est généralement limitée vers le bas par un substratum imperméable. Toute variation de la charge va entraîner un mouvement de la surface libre qui, en saturant ou désaturant le milieu poreux, va stocker ou déstocker de l'eau (Suski, 2005). L'écoulement de l'eau s'y effectue sans pression (Boudol, 2004). Elle est généralement peu profonde et se renouvelle rapidement.



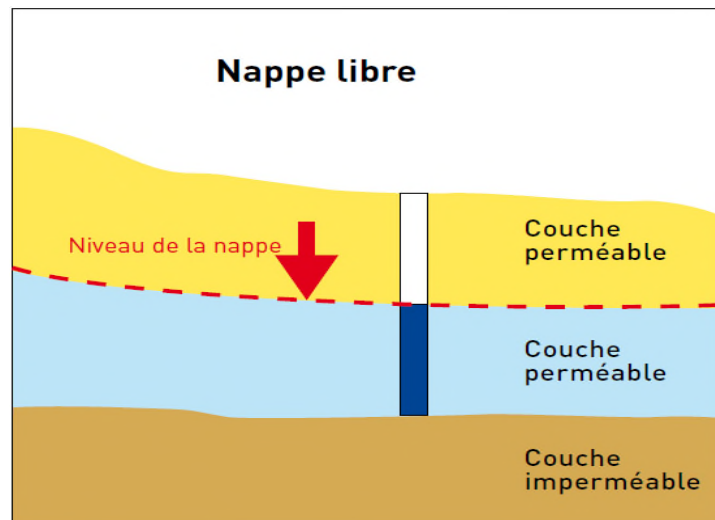


Figure (I.4) : Schéma d'une nappe libre.

C'est la première nappe qu'on rencontre lorsqu'on creuse un puits, elle est facilement exploitée. Et très vulnérable à la pollution (De Marsily, 2004; Gilli et al., 2008).

### I.6.3.2 Nappe captive

Ce terme s'oppose à celui de "nappe libre", définie précédemment. Une nappe est dite captive si elle est surmontée par une formation peu perméable et si l'eau contenue dans la nappe est comprimée à une pression supérieure à la pression atmosphérique (i.e., la charge hydraulique de l'eau qu'elle contient est supérieure à l'altitude du toit de la nappe). Ces nappes sont complètement saturées en eau et on dit aussi que la nappe est « confinée » (Suski, 2005).

Les nappes captives sont souvent profondes. Elles se renouvellent plus lentement (figure I.5). Leur alimentation provient pour partie de la zone affleurante de l'aquifère.

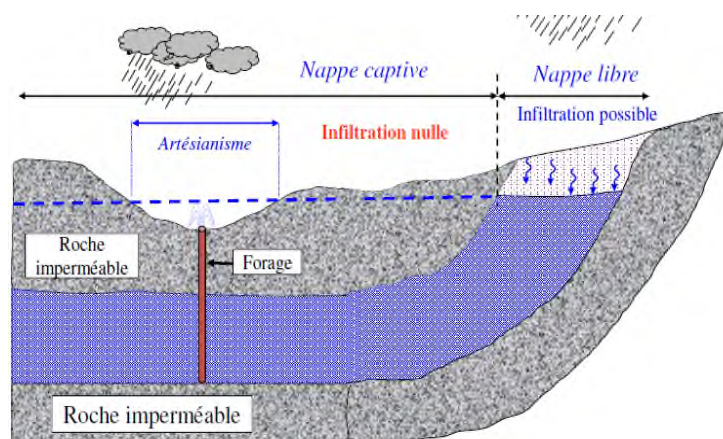


Figure (I.5) : Schéma d'une nappe captive (Valdés-Lao, 2015).

Quand on fore un puits ou un piézomètre dans une nappe captive, l'eau remonte brusquement dans l'ouvrage, la nappe captive est dite artésienne. Le comportement artésien tend à s'atténuer au cours de l'exploitation de l'aquifère (Amraoui, 2005).

### I.6.3.3 Nappe semi-captive

Un cas intermédiaire entre les deux types de nappes est la nappe semi-captive. Il y a échange d'eau entre des aquifères superposés ou sous-jacent : c'est le phénomène de drainance. Il nécessite deux conditions: l'existence d'une formation semi-perméable et l'existence d'une différence de charge. L'eau s'écoule de l'aquifère ayant la plus forte charge vers celui qui a la plus faible charge (Gilli et al, 2008).

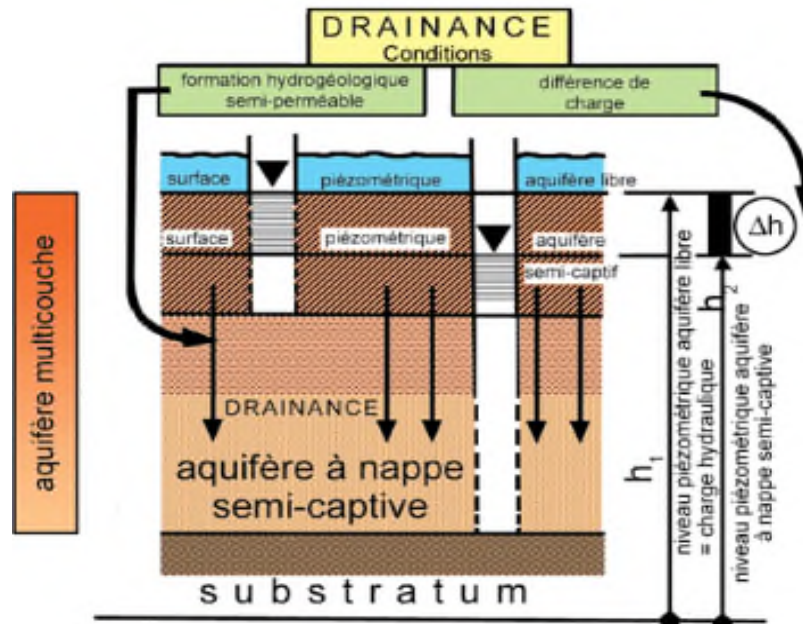


Figure (I.6) : Représentation d'une nappe semi-captive.

### I.6.4 Bilan d'une nappe

Le bilan d'une nappe est la comparaison du débit total des entrées (alimentation naturelle ou artificielle) à celui des sorties naturelles (sources) et artificiel (prélèvements par pompes).

Lorsque le débit des entrées (apports) est supérieur ou égal à celui des sorties, le régime hydrodynamique de la nappe est équilibré. Par contre lorsque les prélèvements dépassent les apports, on entame les réserves permanentes et on assiste à un régime de surexploitation pouvant conduire à l'assèchement total de la nappe.

## I.7 Zonalité sol / eau souterraines

### I.7.1 Zone saturée

Lorsqu'on parle d'eau souterraine, on réfère généralement à l'eau contenue dans une zone saturée du sous-sol, c'est-à-dire que l'ensemble des pores des matériaux géologiques y est comblé par de l'eau (Bergeron, 2011). C'est un Système à 2 phases (liquide-solide). Ce domaine est compris entre le substratum et la surface libre de la nappe.



### I.7.2 Zone non saturée

La zone “non saturée”, où seule une partie des espaces lacunaires est remplie d'eau, le reste étant occupé par l'air du sol (système à 3 phases : liquide, solide, gazeuse) (Boudol, 2004). Ce domaine est compris entre la surface libre et la limite supérieure de la formation aquifère.

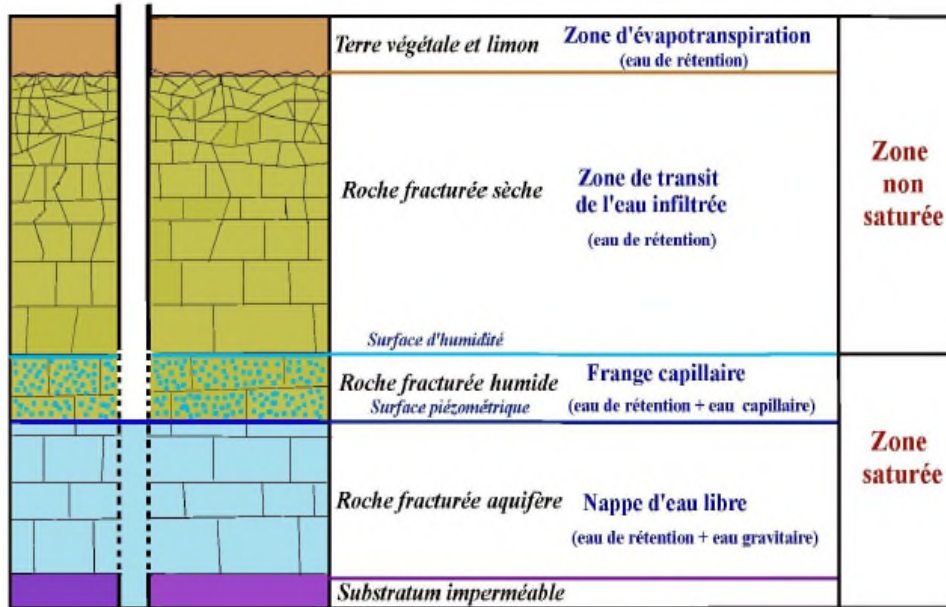


Figure (I.7) : Distinction entre une zone non saturée et une zone saturée.

## I.8 Piézométrie

### I.8.1 Puits d'observation

Un puits d'observation est un ouvrage permettant l'échantillonnage de l'eau souterraine afin d'en déterminer la qualité physicochimique ou microbiologique. Les caractéristiques d'aménagement du puits d'observation (emplacement, profondeur, portion crépinée, etc.) sont déterminantes pour assurer la représentativité de l'échantillon d'eau souterraine (MDDEPQ, 2011).

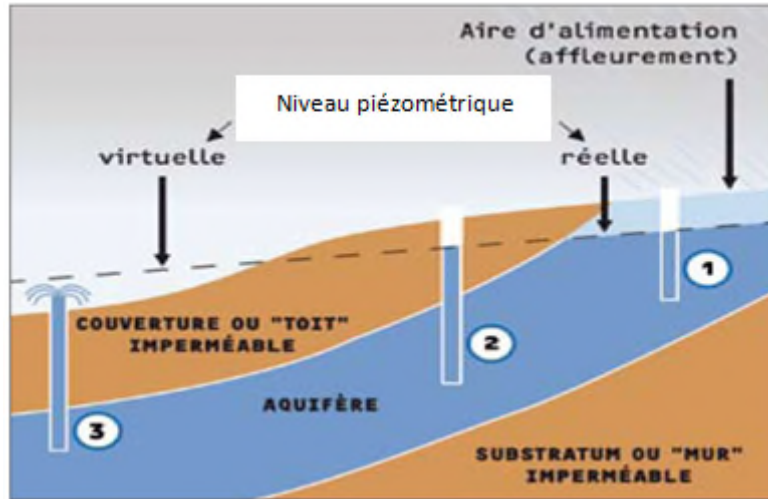
### I.8.2 Piézomètre

A l'origine, un piézomètre est un dispositif servant à mesurer la hauteur piézométrique en un point donné d'un aquifère, qui indique la pression en ce point, en permettant l'observation ou l'enregistrement d'un niveau libre ou d'une pression (Castany et Margat, 1977).

Il s'agit, d'un sondage équipé d'un tubage, généralement à faible diamètre, permettant essentiellement des mesures du niveau de l'eau. Par extension, le piézomètre désigne tout forage destiné à effectuer des mesures et des prélèvements sur la nappe (BRGM, 1994).

### I.8.3 Niveau piézométrique

Lorsqu'un forage atteint une nappe, l'eau pénètre dans le tube et se stabilise à un niveau, dit niveau piézométrique, qui correspond au niveau de l'eau dans l'aquifère environnant.



1- Nappe libre 2- Nappe captive 3- Puits artésien

Figure (I.8) : La surface piézométrique en différent type de nappe (Boudol, 2004).

## I.9 Propriétés hydrauliques d'un aquifère

Les propriétés hydrauliques d'un matériau sont les caractéristiques susceptibles d'influencer la présence et l'écoulement de l'eau à l'intérieur de celui-ci. Elles varient d'un matériau à l'autre et parfois à l'intérieur d'un même matériau.

### I.9.1 La porosité

Elle est définie comme la capacité d'un milieu, de comporter des vides interconnectés ou non. Elle dépend de certains facteurs comme la forme et l'agencement des grains constituant la roche. Par ailleurs, la porosité conditionne la quantité d'eau que peut contenir les roches (Soro, 2017). On distingue différents types de porosité :

#### I.9.1.1 La porosité totale ( $\eta$ ) ou absolue

Quantitativement, la porosité totale d'un milieu peut être exprimée par le rapport du volume de ces vides au volume total du milieu (Castany, 1982).

$$\eta = \frac{V_v}{V_t} \quad (I.1)$$

#### I.9.1.2 La porosité efficace ( $\eta_e$ ) ou porosité de drainage

La porosité efficace (en anglais specific yield) est le rapport du volume d'eau gravitaire qu'un milieu poreux peut contenir en état de saturation puis libérer sous l'effet d'un drainage complet, au volume total (Castany, 1961).

$$\eta_e = \frac{V_e}{V_t} \quad (I.2)$$

#### I.9.1.3 La porosité cinématique $\eta_c$

La porosité cinématique définie comme le rapport du volume d'eau qui peut circuler au volume total (De Marsily, 1994).

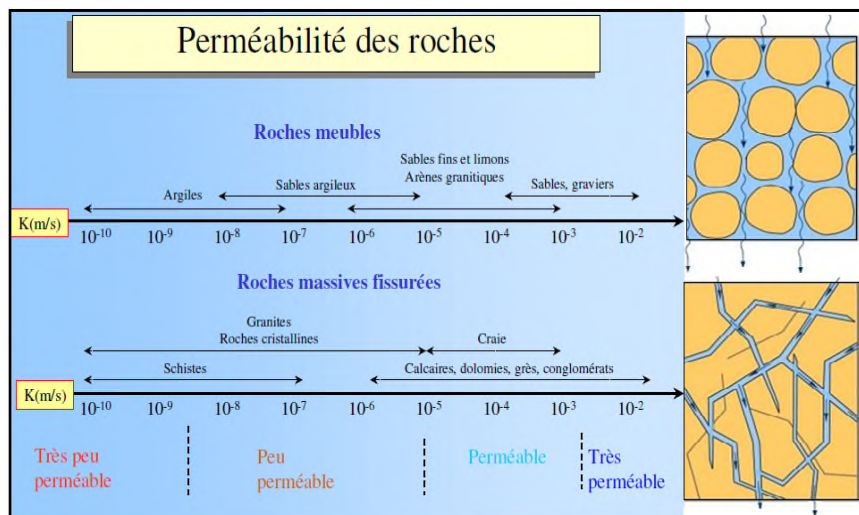
La porosité est une grandeur sans unité. Elle est comprise entre 0 et 1 et est exprimée en %.

**Tableau (I.1):** Valeurs de la porosité efficace pour les principaux réservoirs (Castany, 1998).

Sols	Sables et graviers	Sables fins	Grès	Craie	Calcaire massif Fissuré	Argiles	Schistes	Granite fissuré
Porosité efficace de la roche(%)	15 à 25	10 à 15	2 à 15	1 à 5	1 à 5	1 à 2	0.1 à 0.2	0,1 à 0.2

### I.9.2 La perméabilité

La perméabilité est une grandeur qui caractérise la facilité avec laquelle l’eau circule dans un terrain sous l’effet d’un gradient hydraulique. Il existe toute une gamme de perméabilité, depuis les milieux pratiquement imperméables, jusqu’à ceux dans lesquels la circulation des fluides se fait presque sans perte d’énergie.



**Figure (I.9) :** Les valeurs de coefficient de perméabilité selon le type de la formation aquifère.

- **Relation entre la porosité et la perméabilité**

Une argile, dont les vides sont microscopiques, est beaucoup plus poreuse que la plupart des autres terrains. Il faut donc préciser qu’une formation poreuse n’est pas nécessairement perméable, par contre une formation perméable est, par définition, poreuse (Amraoui, 2005).

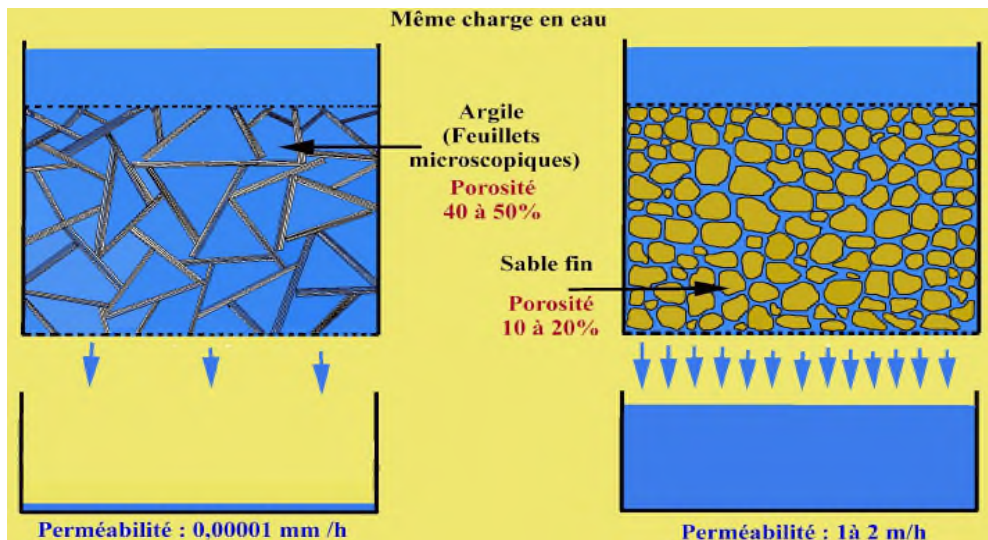


Figure (I.10) : La relation entre la porosité et la perméabilité (Bresson, 2012).

### I.9.3 La transmissivité

Grandeur mesurant l'aptitude d'une couche de terrain perméable à transmettre l'eau. Elle se définit comme le produit du coefficient de perméabilité (coefficient de Darcy) par l'épaisseur de la couche aquifère en un point considéré (Margat, 1972). Elle est exprimée en  $m^2/s$ .

$$T = k \cdot e \tag{I.3}$$

### I.9.4 Le coefficient d'emmagasinement

Le coefficient d'emmagasinement  $S$  est défini comme le volume d'eau libéré (ou emmagasiné) par un prisme vertical du réservoir de section unitaire, à la suite d'une variation unitaire de charge (De Marsily, 1981). Le coefficient d'emmagasinement  $S$  caractérise l'aptitude de l'aquifère, du terrain à libérer de l'eau. Il est désigné par le symbole  $S$ , sans dimension.

$$S = \frac{v_e}{A \Delta h} \tag{I.4}$$

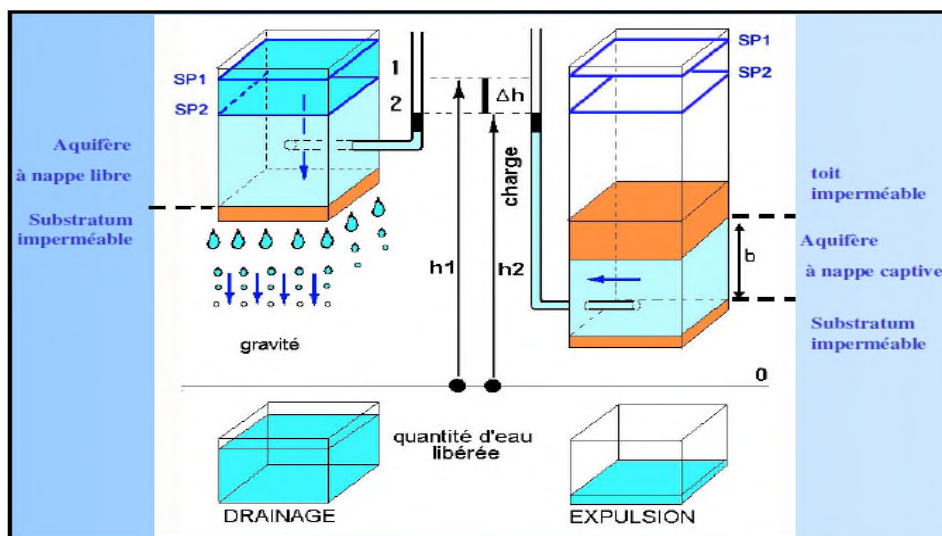


Figure (I.11) : Libération de l'eau gravitaire (Valdés-Lao et Plagnes, 2015).

## I.10 Mesure de la perméabilité

Le coefficient de perméabilité d'un sol est une caractéristique intrinsèque au sol et qui dépend :

- de la granulométrie du sol et de sa nature ;
- de sa structure (sol fin ou grossier, compacité).

### I.10.1 Mesure au laboratoire du coefficient de perméabilité

Il existe différentes méthodes de laboratoire qui permettent d'estimer la perméabilité, les dispositifs de mesure les plus répandus sont le perméamètre à charge constante et le perméamètre à charge variable.

Le principe de la mesure consiste à relier le débit  $q$  traversant un échantillon cylindrique de sol saturé (écoulement uniforme) à la charge  $h$  sous laquelle se produit l'écoulement suivant l'ordre de grandeur de la perméabilité du sol étudié. On sera amené à travailler sous charge constante (perméabilités élevées  $\rightarrow k > 10^{-5} \text{ m/s}$ ) ou sous charge variable (faibles perméabilités  $\rightarrow k < 10^{-5} \text{ m/s}$ ).

#### I.10.1.1 Perméamètre à charge constante

Le niveau de l'eau dans le réservoir étant maintenu constant, le plan de référence est pris au niveau de sortie de l'eau.

Il est certain qu'avec cette méthode, on peut obtenir des résultats assez précis mais elle présente des temps d'essais assez importants (Léreau, 2006; Lachgueur, 2007).

$$k = \frac{q}{s_e} \frac{L_e}{h} \quad (\text{I.5})$$

$s_e$ : Section de l'échantillon

#### I.10.1.2 Perméamètre à charge variable

Ce système consiste à provoquer un écoulement d'eau sous l'effet d'une charge hydraulique variable dans le temps. On mesure le temps nécessaire pour que le niveau de l'eau descende du niveau  $h_1$  au niveau  $h_2$ .

Le schéma du dispositif est donné sur la figure (I.12).

$$k = \frac{s_t}{s_e} \frac{L_e}{t} \ln \frac{h_1}{h_2} \quad (\text{I.6})$$

Dans cette formule  $s_t$ ,  $s_e$ ,  $L_e$  et  $t$  sont respectivement la section du tube alimentant l'échantillon, la section de l'échantillon, la longueur de l'échantillon et le temps nécessaire pour que le niveau de l'eau dans le tube descende de  $h_1$  à  $h_2$ . Les hauteurs  $h_1$  à  $h_2$  sont celles de l'eau dans le tube entre le début et la fin de la mesure (Lachgueur, 2007 ; Rouane, 2012).



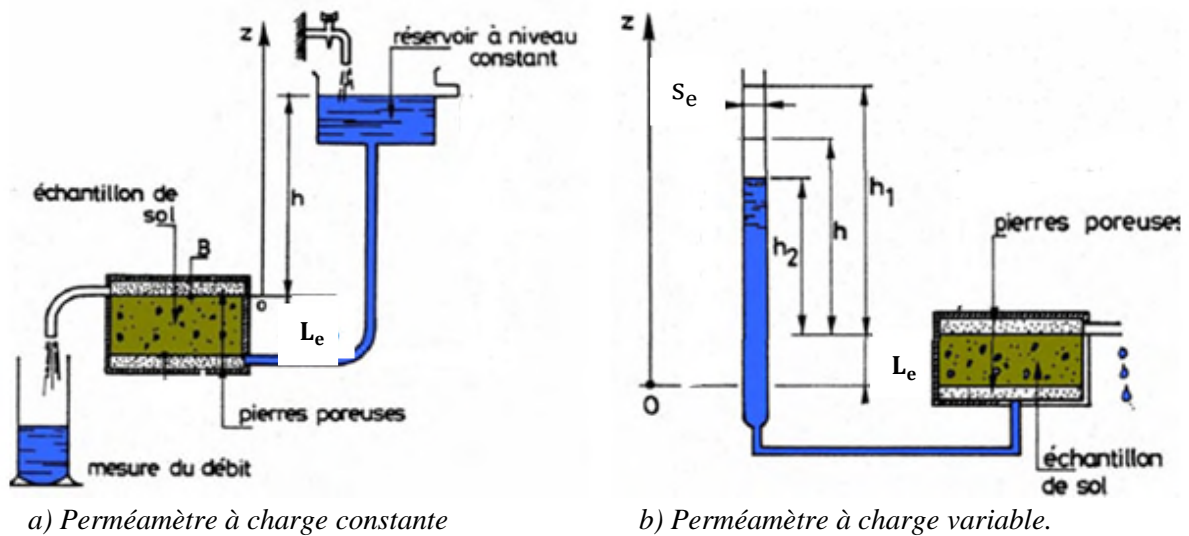


Figure (I.12) : Mesure de la perméabilité en laboratoire.

### I.10.2 Mesure de la perméabilité in- situ

La mesure de  $k$  au laboratoire est intéressante lorsque l'homogénéité du massif de sol est suffisante pour qu'un échantillon soit représentatif. C'est rarement le cas, sauf dans le cas de couches argileuses ou de matériaux mis en œuvre dans les ouvrages tels que digues et barrages en terre (matériaux de qualité contrôlée à la mise en œuvre). Dans le cas de problèmes courants tels que rabattement de nappe en milieu perméable, l'hétérogénéité nécessite l'emploi d'autres méthodes (pompages, ...).

### I.10.3 Essai de pompage de Dupuit

Cet essai est utilisé essentiellement pour étudier le rabattement des nappes ou pour évaluer les capacités des aquifères. Il permet aussi d'évaluer in situ la perméabilité. Le principe consiste à creuser un puits et à installer des piézomètres au alentour. Un essai de pompage est effectué à débit constant. Une fois le régime permanent établi, la perméabilité est donnée par :

$$k = Q_p \frac{\ln \frac{R}{r}}{\pi (e^2 - h_p^2)} \quad (I.7)$$

- $Q_p$ : débit de pompage ;
- $R$ : rayon d'action ;
- $r$ : rayon du puits (puits circulaire) ;
- $e$ : épaisseur de la nappe ;
- $h_p$ : hauteur d'eau dans le puits.

Le rayon d'action est obtenu par observation du niveau de la nappe à l'aide d'au moins trois piézomètres lignés. La durée de l'essai est de l'ordre d'une journée (Léreau, 2006).

## I.11 Caractéristique physique du milieu perméable

Le milieu perméable présente trois couples de caractéristiques physiques:

### I.11.1 Continuité ou discontinuité

Les pores communiquent entre eux, dans le sens de l'écoulement de l'eau souterraine permettant le déplacement des particules d'eau. Celles-ci suivent des trajets ou trajectoires plus ou moins compliqués, identifiant les lignes du courant. Cet agencement caractérise la continuité du milieu poreux qui est une condition de base pour la validité des lois de l'hydrodynamique souterraine.

### I.11.2 Isotropie ou anisotropie

Un milieu est dit isotrope lorsque ses caractéristiques physiques sont constantes dans les trois directions de l'espace. Dans le cas contraire, il est anisotrope (Castany, 1998). Les matériaux anisotropes favorisent l'écoulement dans une ou plusieurs directions, tandis que les matériaux isotropes permettent l'écoulement dans toutes les directions avec la même aisance (Bergeron, 2011).

### I.11.3 Homogénéité ou hétérogénéité

Lorsque les propriétés hydrauliques varient dans l'espace à l'intérieur d'un matériau, on dit qu'il est hétérogène. Dans le cas contraire, il est dit homogène. L'hétérogénéité rend plus difficile la prévision du mouvement de l'eau (Bergeron, 2011).

## I.12 Éléments d'hydraulique souterraine

### I.12.1 Hypothèses lors de l'étude de l'écoulement de l'eau dans les sols

- sol saturé
- eau et grains incompressibles
- phase liquide continue

### I.12.2 Condition de continuité

Si les grains restent fixes et eau + grains incompressibles donc  $V_w$  reste le même pendant  $dt$ ,  $dV_1$  entre et  $dV_2$  sort :  $dV_1 = dV_2$  (I.8)

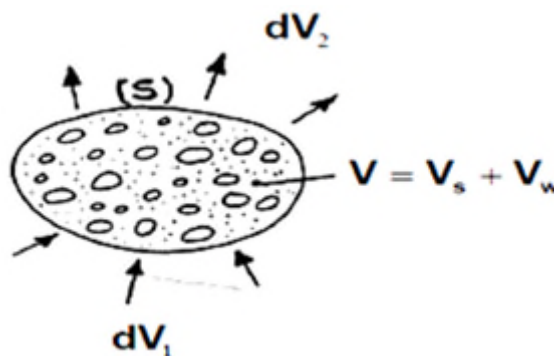


Figure (I.13) : Figure illustrant les conditions de continuité (Léreau, 2006).

La condition de continuité  $dV_1 = dV_2$  s'écrit :

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \text{div } \vec{v} = 0 \quad (\text{I.9})$$

$\text{div } \vec{v} = 0$  C'est la loi de conservation en volume.

### I.12.3 Vitesse de l'eau dans le sol

Par définition, la vitesse de décharge de l'eau dans le sol, notée  $v$ , est égale au rapport :

$$v = \frac{Q}{s} \quad (\text{I. 10})$$

En pratique, c'est la vitesse de décharge  $v$  (appelée aussi vitesse de percolation) qui est utilisée dans les calculs de débit. C'est une vitesse fictive, apparente.

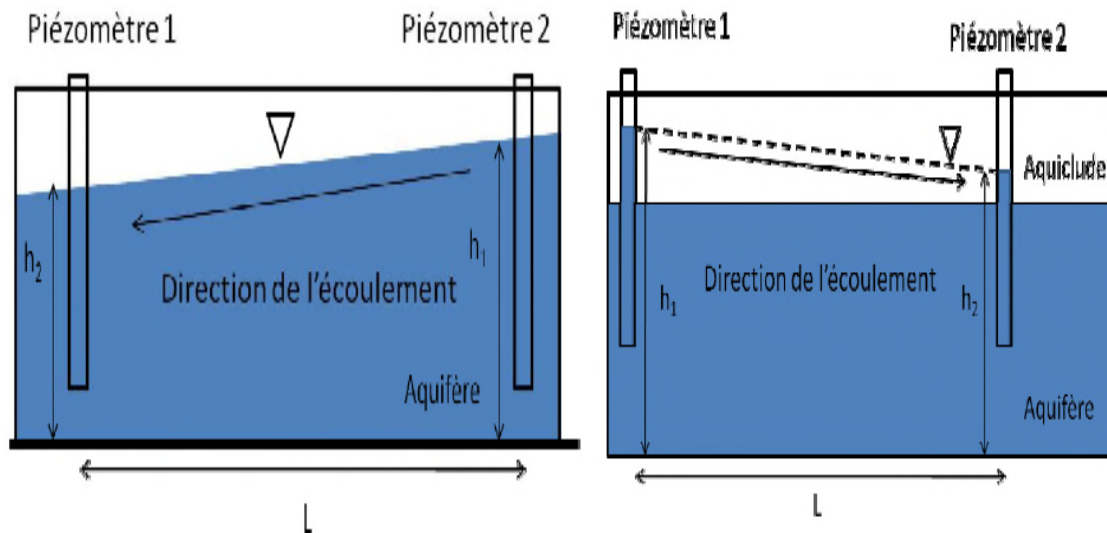
En considérant que l'eau ne circule que dans les vides, on peut définir la vitesse moyenne réelle  $v'$  (Léreau, 2006) :

$$v' = \frac{v}{\eta_e} \quad (\text{I. 11})$$

## I.13 Le mouvement de l'eau souterraine

### I.13.1 La charge hydraulique

Le mouvement de l'eau souterraine s'effectue toujours d'un endroit où la charge hydraulique est élevée vers un endroit où elle est basse. À partir de cette affirmation, il est possible de connaître la direction de l'écoulement dans une nappe où deux piézomètres sont installés. La figure (I.15) présente la direction de l'écoulement dans une nappe libre (image de droite) et une nappe captive (image de gauche) en fonction de la charge hydraulique mesurée dans deux piézomètres. La distance entre les deux piézomètres est représentée par la lettre  $L$  (Bergeron, 2011).



a) Charge hydraulique en nappe libre.

b) Charge hydraulique en nappe captive.

**Figure (I.14) :** Schéma de la charge hydraulique en nappe souterraine (Bergeron, 2011).

L'expression de la charge hydraulique est :

$$h = z + \frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} \quad (\text{I. 12})$$

-  $h$  : Charge hydraulique (m) ;

-  $z + \frac{P}{\rho g}$  : Energie potentielle ;



-  $\frac{v^2}{2g}$  : Energie cinétique.

La vitesse d'écoulement de l'eau est très faible par rapport aux autres termes, donc le terme  $\frac{v^2}{2g}$  est négligeable (Ferlatte et al., 2014).

$$h = z + \frac{P}{\rho g} \quad (\text{I.13})$$

### I.13.2 Gradient hydraulique

La différence entre la charge la plus élevée et la charge la plus basse, reportée sur la distance  $L$  donne le gradient hydraulique. En d'autres mots, le gradient hydraulique correspond à la pente du niveau de la nappe, lorsqu'on se trouve dans une nappe libre. Dans une nappe captive, le gradient hydraulique représente la pente du niveau piézométrique (figure I.15). Plus le gradient hydraulique est élevé, plus l'eau s'écoule rapidement à travers l'aquifère (Bergeron, 2011).

L'expression du gradient hydraulique est :

$$i_h = \frac{\Delta h}{L} \quad (\text{I.14})$$

La charge hydraulique en un point donné est fonction des coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$ . Donc le gradient hydraulique en ce point est le vecteur  $\vec{i}_h$  de composante (Léreau, 2006) :

$$\vec{i}_h = \begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{\partial h}{\partial y} \\ \frac{\partial h}{\partial z} \end{pmatrix} = -\overrightarrow{\text{grad}} h \quad (\text{I.15})$$

### I.13.3 Notion de perte de charge

Pertes de charge entre 2 points le long de l'écoulement

La charge  $h_M$  au point M et la charge  $h_N$  au point N

- si  $h_M = h_N \rightarrow$  pas d'écoulement et nappe phréatique en équilibre.

- si  $h_M > h_N \rightarrow$  écoulement de M vers N et perte de charge (Énergie perdue par frottement).

## I.14 Loi de Darcy

Dans le cadre de ses expérimentations pour améliorer la qualité des filtres utilisés à la purification des eaux d'alimentation de la ville de Dijon en France, Henry Darcy fut le premier à observer en 1856 la relation entre le débit à travers le sable et la perte de charge qui lui était associée. Quoique expérimental au début, les observations subséquentes en ont fait une loi de portée générale qui porte son nom. Le débit au travers d'un matériel poreux présenté à la figure (I.16) s'exprime (Marle, 2006) :

$$Q = -k s i_h \quad (\text{I.16})$$

- $Q$  : débit ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) ;
- $k$  : coefficient de perméabilité du sol ( $\text{m/s}$ ) ;
- $i_h$  : gradient hydraulique ;

- $s$  : section d'écoulement ( $m^2$ ).

Le signe (-) indique que l'écoulement se fait de la section où le potentiel de charge hydraulique est plus élevé vers la section où il est plus faible.

Le débit est proportionnel à la perte de charge par unité de longueur, à la surface de l'écoulement et au coefficient de perméabilité  $k$ .

**I.14.1 Conditions de validité de la loi de Darcy**

Les conditions de validité de la loi de Darcy sont :

- écoulement laminaire (lignes de courant continues, rectilignes) ;
- aquifère continu ;
- milieu isotrope ;
- réservoir homogène (Valdés-Lao, 2015).

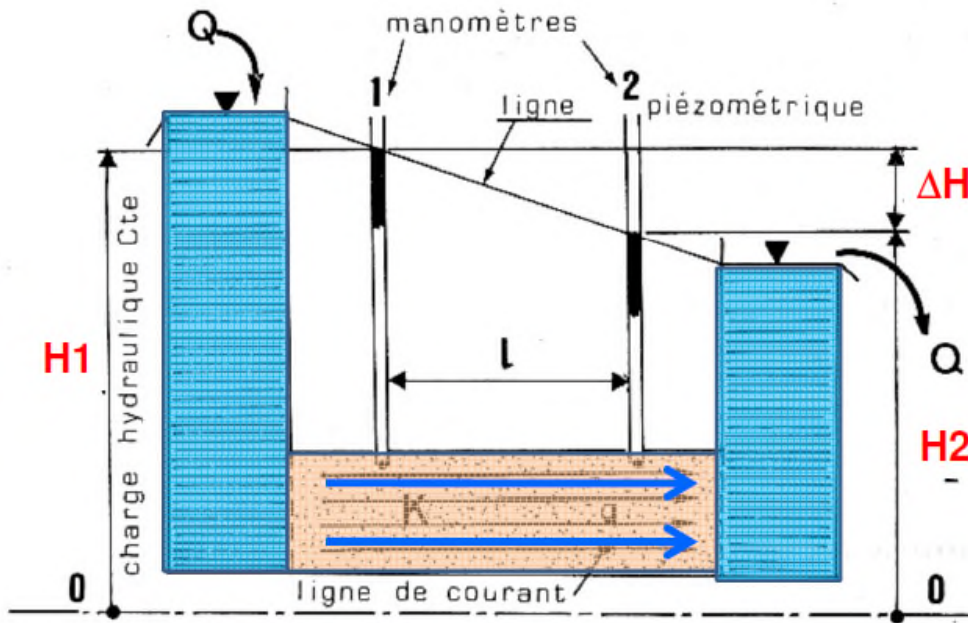


Figure (I.15) : Schéma de l'expérience de Darcy (Valdés-Lao, 2015).

**I.14.2 Généralisation de la loi de Darcy**

Initialement globale (valable pour un massif poreux homogène et un écoulement vertical uniforme), la formulation de la loi de Darcy devient rapidement locale, applicable à des corps poreux hétérogènes, à des fluides autres que l'eau, éventuellement compressibles et à des écoulements non uniformes. Aujourd'hui, elle a la forme suivante (Marle, 2006) :

$$\vec{v} = -\frac{k}{\mu} (\text{grad } p - \rho \vec{g}) \tag{I.17}$$

**I.14.2.1 Milieu homogène et isotrope**

Le coefficient de perméabilité  $k$  a la même valeur en tous points et dans toutes les directions. La loi de Darcy généralisée exprime que le vecteur vitesse de décharge et le gradient hydraulique sont proportionnels :

$$\vec{v} = k \vec{i} = -k \text{grad } h = \text{grad } (-kh) \tag{I.18}$$

Et les composantes des vitesses de décharge ont pour expression :

$$v_x = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} \tag{I.19}$$

$$v_y = -k_y \frac{\partial h}{\partial y} \quad (I.20)$$

$$v_z = -k_z \frac{\partial h}{\partial z} \quad (I.21)$$

### I.14.2.2 Milieu homogène et anisotrope

Dans ce cas le vecteur gradient hydraulique et vitesse de décharge ne sont plus colinéaires. Ils se déduisent l'un de l'autre par un opérateur linéaire : le tenseur de perméabilité ( $k$ ) indépendant de  $x$ ,  $y$  et  $z$  (homogénéité) (Léreau, 2006).

$$k = \begin{pmatrix} k_x & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_y & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_z \end{pmatrix} \quad (I.22)$$

## I.15 Écoulements tridimensionnels à symétrie de révolution hydraulique des puits

### I.15.1 Régime permanent

Le régime est permanent quand il y a équilibre entre le débit sortant du puits et le débit entrant par ailleurs dans la nappe. En fait, on dira que le régime permanent est atteint si, dans les piézomètres, l'évolution du rabattement dans le temps devient négligeable, ou si le gradient hydraulique devient constant dans les puits (Kruseman et de Ridder, 1973).

### I.15.2 Régime transitoire

Régime d'écoulement ou d'alimentation variable dans le temps, encore non stabilisé. Le régime transitoire, ou de non-équilibre, se produit entre le début du pompage et le moment où l'on atteint le régime permanent.

Dans la réalité, on considérera que l'écoulement vers un puits est en régime transitoire tant que, dans les piézomètres, l'évolution des rabattements causés par le pompage seul est mesurable dans le temps, ou bien tant que le gradient hydraulique varie de façon mesurable (Kruseman et de Ridder, 1973).

## I.16 Écoulements permanents vers les ouvrages de captage (Approche simplifiée de Dupuit)

### I.16.1 Rabattement par puits en nappe libre

Le débit  $Q_p$  est le débit qu'on peut extraire d'un puits de rayon  $r$  atteignant le substratum imperméable, de sorte à maintenir une hauteur d'eau  $z_0$  constante dans le puits, lorsque le régime permanent est atteint. L'influence du pompage se fait sentir sur une certaine distance  $R$  (rayon d'action) de l'axe du puits.

Le débit  $Q_p$  à travers une surface cylindrique de rayon  $x$  et de hauteur  $z$  centrée au puits:

Soit un point  $M$  quelconque de la surface libre de coordonnées  $x$  et  $z$ .

On peut alors écrire :  $Q = q_s s \quad (I.23)$

$$s = 2 \pi x z \quad (I.24)$$

$$q_s = k \frac{dH}{dx} = k \frac{dz}{dx} \tag{I.25}$$

$$Q_p = 2 \pi x z k \frac{dz}{dx} \tag{I.26}$$

En intégrant :

$$Q_p = \int_r^R \frac{dx}{x} = 2 \pi k \int_{z_0}^h z dz \tag{I.27}$$

Soit :

$$Q_p (\ln R - \ln r) = \frac{2\pi k}{2} (h^2 - z_0^2) \tag{I.28}$$

$$Q_p = \pi k \frac{(h^2 - z_0^2)}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} \tag{I.29}$$

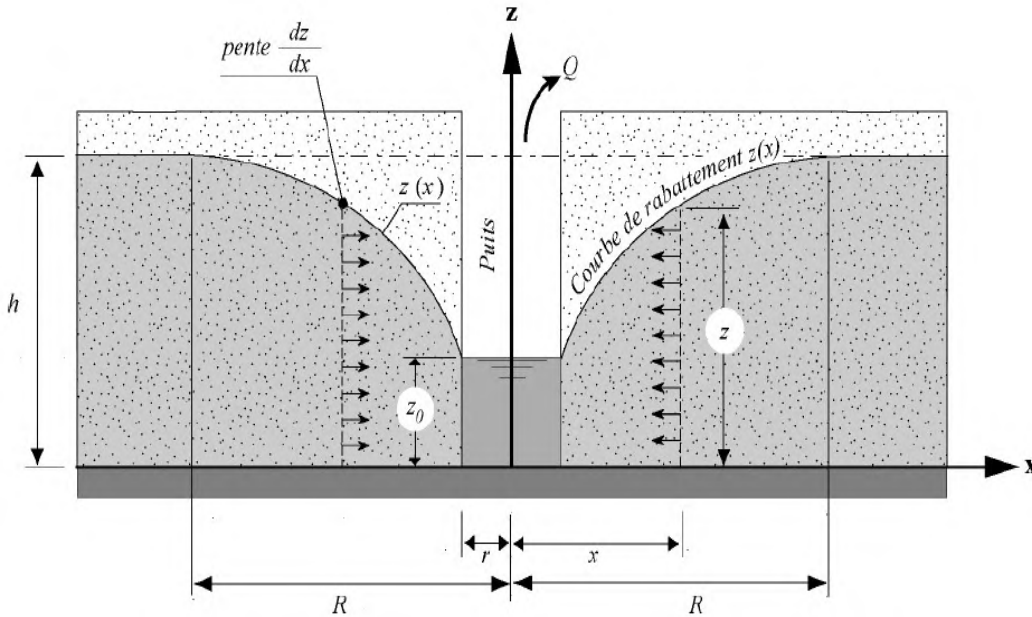


Figure (I.16) : Rabattement par un puits en nappe libre.

• Equation de la surface libre

Pour un point (x, z) quelconque, l'équation du débit devient :

$$Q_p = \pi k \frac{(z^2 - z_0^2)}{\ln\left(\frac{x}{r}\right)} \tag{I.30}$$

En égalant les deux expressions (I.31) et (I.32) fournissant le débit, on obtient :

$$\pi k \frac{(z^2 - z_0^2)}{\ln\left(\frac{x}{r}\right)} = \pi k \frac{(h^2 - z_0^2)}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} \tag{I.31}$$

$$(z^2 - z_0^2) = (h^2 - z_0^2) \frac{\ln\left(\frac{x}{r}\right)}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} \tag{I.32}$$

Où 
$$z^2 = (h^2 - z_0^2) \frac{\ln\left(\frac{x}{r}\right)}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} + z_0^2 \tag{I.33}$$

### I.16.2 Rabattement par puits en nappe captive

On ne considère plus la surface de la nappe mais la surface piézométrique. Le débit à considérer entre dans le cylindre de surface  $s_c$ , de rayon  $x$  et de hauteur constante  $e$  (Mermoud, 2006).

$$Q_p = q_s s_c = q_s 2 \pi x e \quad (I.34)$$

$$q = k \frac{dH}{dx} = k \frac{dz}{dx} \quad (z(x): \text{surface piézométrique}) \quad (I.35)$$

$$Q_p = 2 \pi x e k \frac{dz}{dx} \quad (I.36)$$

Soit :

$$Q_p = \int_r^R \frac{dz}{x} = 2 \pi e k \int_{z_0}^h dz \quad (I.37)$$

Donc :

$$Q_p = \frac{2 \pi e k}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} (h - z_0) \quad (I.38)$$

- *Equation de la surface piézométrique*

$$z - z_0 = \frac{Q_p}{2 \pi e k} \ln\left(\frac{x}{r}\right) \quad (I.39)$$

Où:

$$z = \frac{Q_p}{2 \pi e k} \ln\left(\frac{x}{r}\right) + z_0 \quad (I.40)$$

## I.17 Conclusion

Ce chapitre s'est attaché à rappeler les notions de bases concernant les écoulements souterrains et leur milieu hydrogéologique. Il s'est basé sur quelques fondements théoriques qui conduisent à l'établissement des lois régissant les écoulements souterrains.

## II.1 Introduction

Dans ce chapitre, l'accent est mis sur les écoulements à surface libre. Dans un premier temps les canaux naturels et artificiels, leurs caractéristiques géométriques et hydrauliques utiles pour un calcul hydraulique sont abordées. Dans un deuxième temps, les types, les régimes d'écoulement et la notion de la célérité d'onde sont définies. Au final, les interactions entre les écoulements à surface libre et souterrain ainsi que les paramètres influençant l'échange cours d'eau-nappe sont exposés.

## II.2 Définition de l'écoulement à surface libre

L'hydraulique à surface libre se distingue de l'hydraulique en charge par l'existence d'une surface libre, c'est-à-dire d'une surface où l'écoulement est en contact direct avec l'atmosphère : le gradient de pression ne peut plus être le moteur de l'écoulement, c'est la gravité qui devient l'agent moteur. Son domaine d'application est large :

- Cours d'eau : rivières, fleuves, etc. ;
- Canaux de navigation, d'irrigation, etc. ;
- Conduites non pleines ;
- Aménagements : retenues d'eau, usines de production d'électricité, ports, etc.

La caractéristique de la plupart de ces écoulements est la faible hauteur d'écoulement par rapport à la longueur du canal. On parle d'écoulement filaire (Ancy, 2010).

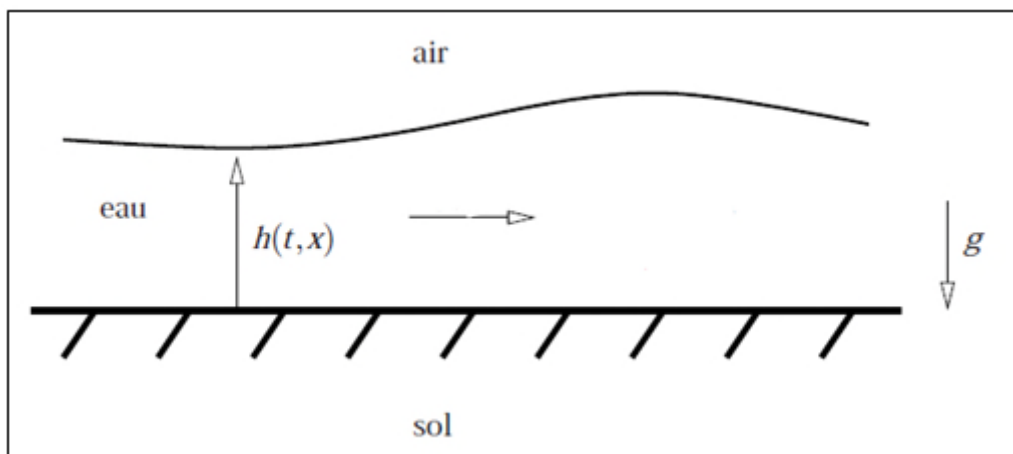


Figure (II.1): Représentation d'un écoulement à surface libre (Godlewski et Seguin, 2011).

## II.3 Les canaux

### II.3.1 Définition

On appelle canal un système de transport dans lequel l'eau s'écoule et dont la surface libre est soumise à la pression atmosphérique.

L'étude hydraulique d'un canal se pose souvent aux ingénieurs sous la forme suivante : Pour une pente longitudinale de fond, il faut évacuer un certain débit, la forme et les dimensions du canal sont à déterminer (Carlier, 1980).

On distingue cependant les canaux prismatiques des canaux non prismatiques. En effet lorsque la section, la pente de fond, et la rugosité d'un canal sont constantes, le canal est dit prismatique, sinon il est non prismatique.

### II.3.2 Types de canaux

On distingue deux catégories de canaux suivant les propriétés géométriques et hydrauliques

- Les canaux naturels ;
- Les canaux artificiels.

#### II.3.2.1 Les canaux naturels

Ce sont les cours d'eau qui existent naturellement sur (ou sous) terre; tels que les ruisselets, torrents, rivières, fleuves et estuaires.

Les propriétés géométriques et hydrauliques des canaux naturels sont généralement assez irrégulières, figure (II.2).

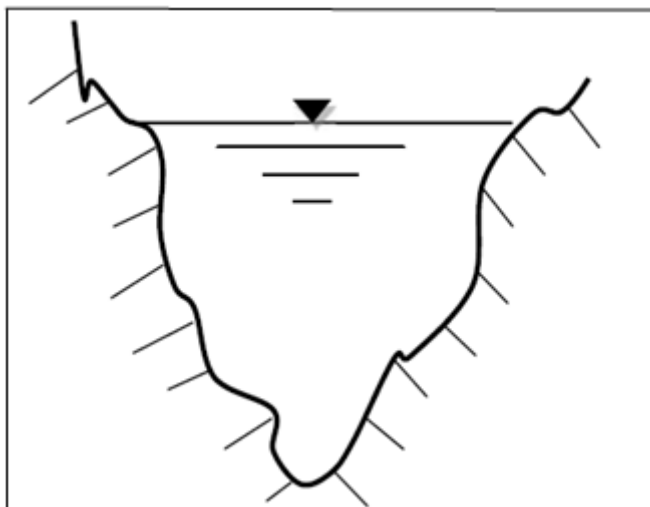


Figure (II.2) : Section transversal d'un canal Naturel.

#### II.3.2.2 Les canaux artificiels

Ce sont des cours d'eau réalisés par l'homme sur (ou sous) terre. Les propriétés hydrauliques des canaux artificiels sont généralement assez régulières, figure (II.3). L'application de la théorie hydraulique donne souvent des résultats satisfaisants (Benabid, 2009).

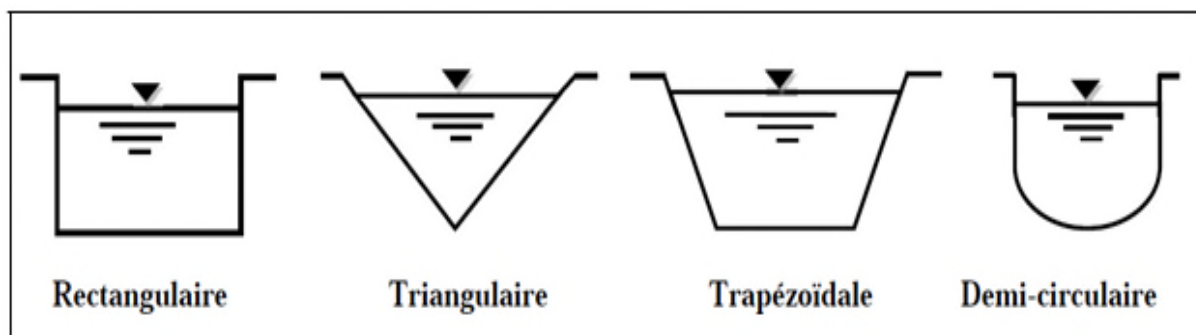


Figure (II.3) : Canaux artificiels.

### II.3.3 Paramètres caractérisant les canaux

#### II.3.3.1 Paramètres géométriques

Un canal à surface libre est composé des éléments géométriques définis dans le tableau (II.1) ci-dessous :

a) **La surface mouillée**  $A_m$  ( $m^2$ ), dite aussi section, est la portion de la section transversale occupée par le fluide.

b) **Le périmètre mouillé**  $P_m$  (m) est la longueur de la zone de contact entre l'eau et le canal au sein de la section mouillée.

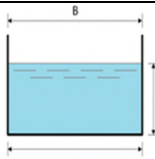
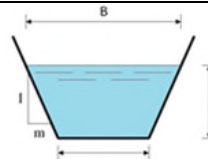
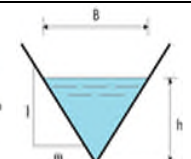
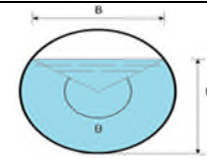
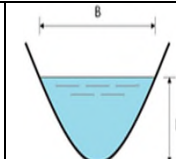
c) **Le rayon hydraulique**  $R_h$  (m) est défini comme étant le rapport de la surface mouillée par le périmètre mouillé,  $R_h = \frac{A_m}{P_m}$  (II.1)

d) **La largeur au miroir**  $B$  (m) est la longueur de la zone de contact entre l'eau et l'air au sein d'une section.

e) **La profondeur d'écoulement** est la hauteur moyenne d'eau, par définition :  $h = \frac{A_m}{B}$  (II.2)

f) **La pente du chenal** est la pente de son fond, mesurée tout le long de son axe, et comptée positivement si le chenal est descendant. Elle est notée  $I$ , tel que :  $I = \sin \alpha = \text{tg } \alpha$  (II.3)  
Elle est exprimée en % ou en ‰.

**Tableau (II.1) :** Tableau des formules de calcul des éléments géométriques pour cinq différents types de section de canaux (Graf et Altinakar, 2000).

					
	Rectangle	Trapèze	Triangle	Cercle	Parabole
Surface mouillés $A_m$ ( $m^2$ )	$wh$	$(w+mh) h$	$mh^2$	$\frac{1}{8}(-\sin\theta)Dh^2$	$\frac{2}{3}Bh$
Périmètre mouillés $P_m$ (m)	$w + 2h$	$w + 2h\sqrt{1 + m^2}$	$2h\sqrt{1 + m^2}$	$\frac{1}{8}\theta Dh$	$B + \frac{8}{3} \frac{h^2}{B}$
Rayon hydraulique (m)	$\frac{wh}{w + 2h}$	$\frac{(w + mh) h}{w + 2h\sqrt{1 + m^2}}$	$\frac{mh}{2\sqrt{1 + m^2}}$	$\frac{1}{4} \left[ 1 - \frac{\sin\theta}{\theta} \right] Dh$	$\frac{2 B^2 h}{3B^2 + 8 h^2}$
La largeur au miroir $B$ (m)	$B$	$B+2mh$	$2mh$	$(\sin \frac{\theta}{2}) Dh$ Ou $2\sqrt{h(Dh - H)}$	$\frac{3 A_m}{2 h}$



Profondeur Hydraulique Dh (m)	h	$\frac{(w + mh) h}{w + 2mh}$	$\frac{1}{2} h$	$\left[ \frac{1 - \sin\theta}{\sin\frac{\theta}{2}} \right] \frac{Dh}{8}$	$\frac{2}{3} h$
-------------------------------------	---	------------------------------	-----------------	---	-----------------

### II.3.3.2 Paramètres hydrauliques

a) **Le débit**  $Q$  ( $m^3/s$ ) dans une section est défini comme étant le volume du liquide écoulé à travers cette section pendant une unité de temps.

b) **La vitesse moyenne** de l'écoulement dans une section est le rapport du débit  $Q$  par la section normale de l'écoulement.

c) **La côte**  $z$  est le niveau du lit du canal par rapport à un plan horizontal de référence fixe.

d) **La hauteur normale**  $h_n$  c'est la hauteur d'un écoulement permanent uniforme dans un bief. Elle est fonction du débit  $Q$ , de la rugosité  $K$ , et de la pente moyenne  $I$  ;

f) **La charge totale**  $H$  dans une section est donnée par :

$$H = z + h + \frac{v^2}{2g} \quad (\text{II. 4})$$

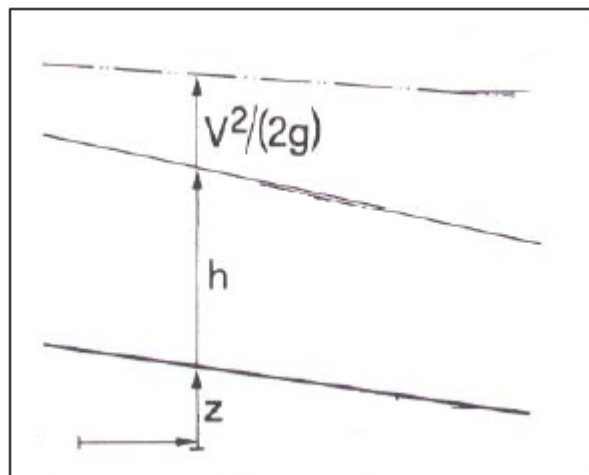


Figure (II.4): Lignes de charges dans un écoulement à surface libre (Buyer, 2002).

g) **La charge spécifique** dans une section est :

$$H_s = h + \frac{v^2}{2g} \quad (\text{II. 5})$$

## II.4 Les types d'écoulement dans les canaux

Les écoulements peuvent être répartis suivant plusieurs paramètres comme le temps, l'espace, la viscosité,...etc. Cette répartition donne les différents types suivants (Chow, 1972):

- Permanent ou non permanent si le paramètre est le temps;
- Uniforme ou non uniforme si le paramètre est l'espace;
- Torrentiel ou fluvial selon Froude;
- Laminaire ou turbulent selon Reynolds.

## II.4.1 Variabilité dans le temps

### II.4.1.1 Ecoulement permanent

Le mouvement est permanent (ou stationnaire) si la vitesse  $v$  et la profondeur  $h$  restent invariables dans le temps en grandeur et en direction (Figure II.5).

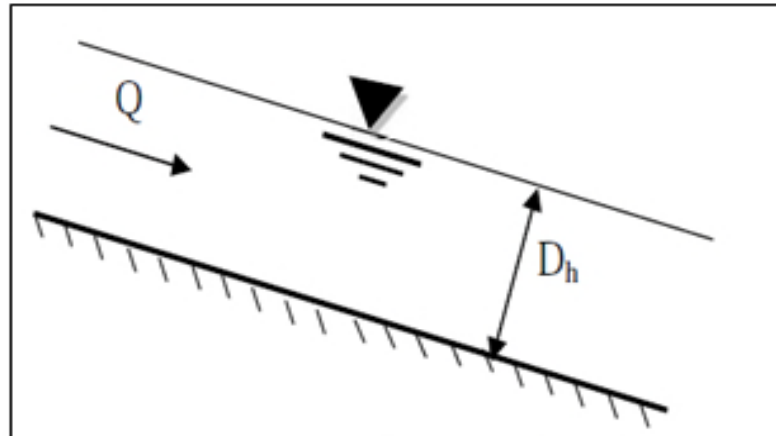


Figure (II.5) : Schéma d'un écoulement permanent.

### II.4.1.2 Ecoulement non permanent

Le mouvement est non permanent si la profondeur, ainsi que les autres paramètres varient avec le temps. Le débit n'est pas constant (Figure II.6).

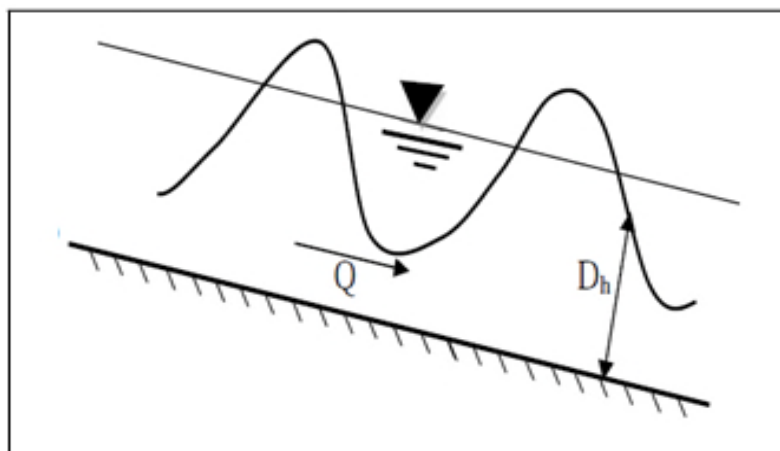


Figure (II.6): Schéma d'un écoulement non permanent (Vazquez et al., 2016).

### II.4.1.3 Ecoulement quasi-permanent

Au sens strict, l'écoulement dans les canaux est rarement permanent. Néanmoins les variations temporelles sont, dans certains cas, suffisamment lentes pour que l'écoulement puisse être considéré comme une succession de régime permanent. On peut alors définir ainsi le régime quasi-permanent (Vazquez, 2006).

## II.4.2 Variabilité dans l'espace

### II.4.2.1 Écoulement uniforme

Le mouvement est uniforme si la profondeur, ainsi que les autres paramètres restent invariables dans les diverses sections du canal. La ligne de la pente de fond est donc parallèle à la ligne de la surface libre et l'on a :  $I = J$ . On le rencontre généralement dans les canaux artificiels (Figure II.7) (Graf et Altinakar, 2000 ;Chanson, 2004 b).

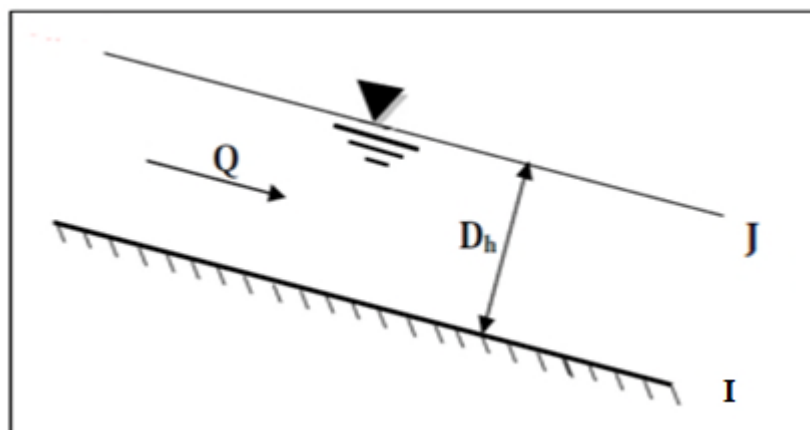


Figure (II.7): Schéma d'un écoulement uniforme.

### II.4.2.2 Écoulement non uniforme

L'écoulement est non-uniforme ou varié si les paramètres caractérisant l'écoulement changent d'une section à l'autre. La pente de la surface libre diffère de celle du fond. :  $I \neq J$

Un écoulement non-uniforme peut être accéléré ou décéléré suivant que la vitesse croît ou décroît dans le sens du mouvement (Chanson, 2004 b).

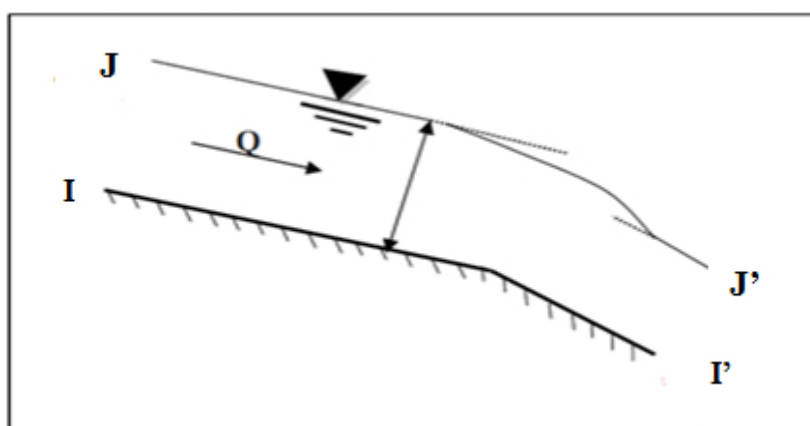


Figure (II. 8): Schéma d'un écoulement non uniforme (Graf et Altinakar, 2000; Chanson, 2004 a).

On peut classer les mouvements variés en deux grandes catégories :

**a) Les mouvements graduellement variés** dans lesquels les paramètres hydrauliques varient très progressivement d'une section à une autre.

**b) Les mouvements brusquement variés** caractérisés par une variation plus rapide et parfois même discontinue des phénomènes (chutes, ressaut) (Carlier, 1972).

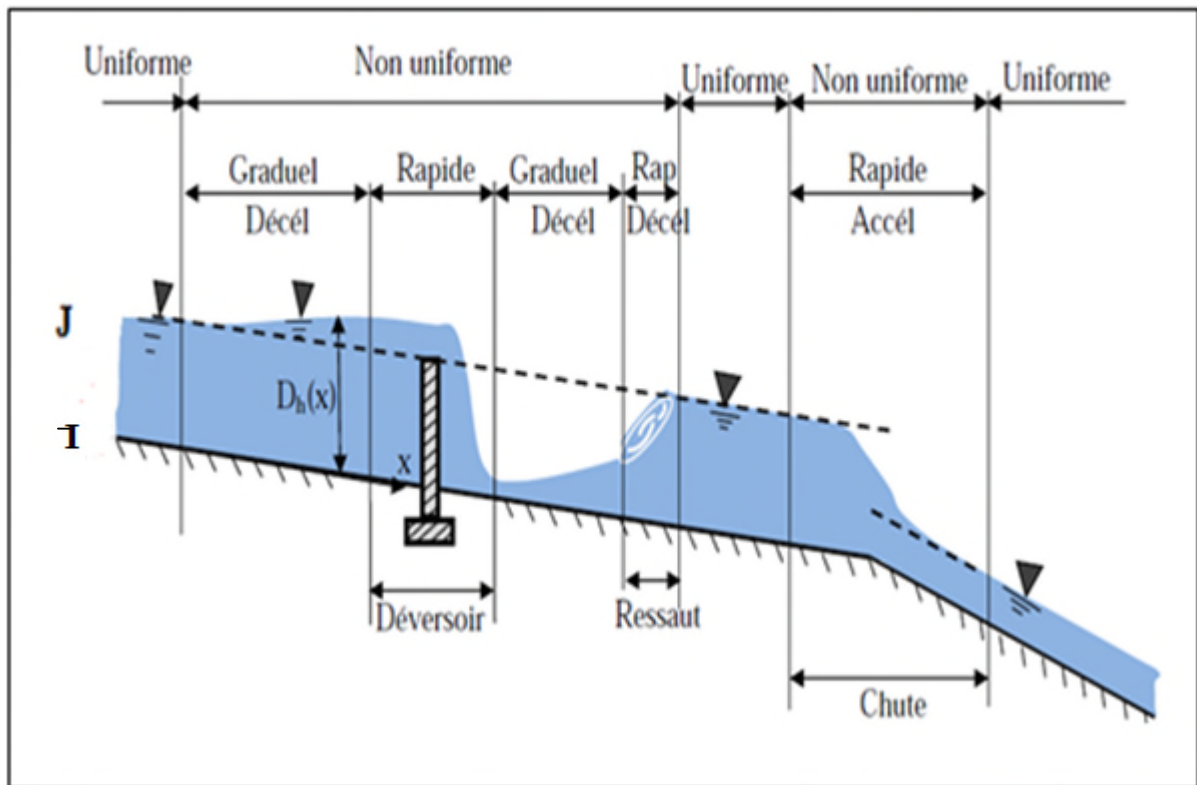


Figure (II.9): Schéma des écoulements permanents, uniformes et variés.

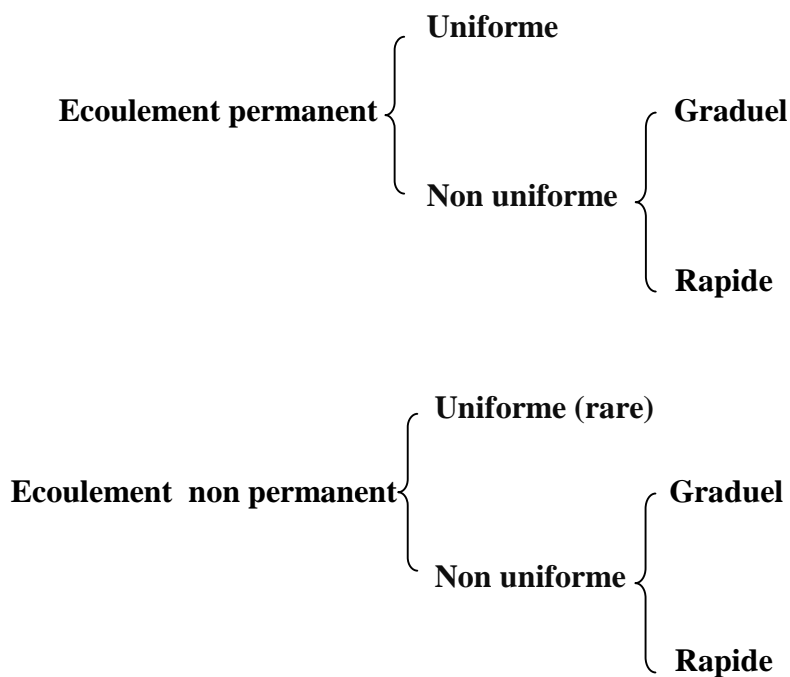


Figure (II.10): Schéma des types d'écoulement.

## II.5 Les régimes d'écoulement

Les équations réduites du mouvement font intervenir les coefficients ou nombres adimensionnels suivants :

### II.5.1 Le nombre de Froude

Le nombre de Froude est le rapport entre les forces d'inertie et celles de gravité où :

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gh}} \quad (\text{II. 7})$$

Le rôle du nombre de Froude est de permettre le classement des écoulements comme suit :

- Régime critique : ( $Fr = 1$ ) ;
- Régime torrentiel : régime supercritique ( $Fr > 1$ ), forte vitesse, faible hauteur ;
- Régime fluvial : régime subcritique ( $Fr < 1$ ), faible vitesse, hauteur élevée.

### II.5.2 Le nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds est le rapport entre les forces d'inertie et celles viscosité où :

$$Re = \frac{vD}{\nu} \quad (\text{II. 8})$$

Le rôle de nombre de Reynolds est de permettre le classement des écoulements comme suit :

- Régime laminaire ( $Re < 500$ ) ;
- Régime turbulent ( $Re > 2000$ ) ;
- Régime de transition ( $500 < Re < 2000$ ).

Par conséquent, le nombre de Reynolds et de nombre de Froude donnent quatre régimes d'écoulements :

- Fluvial - laminaire ( $Fr < 1, Re < 500$ ) ;
- Fluvial- turbulent ( $Fr < 1, Re > 2000$ ) ;
- Torrentiel - laminaire ( $Fr > 1, Re < 500$ ) ;
- Torrentiel-turbulent ( $Fr > 1, Re > 2000$ ) (Graf et Altinakar, 2000).

## II.6 Célérité d'onde

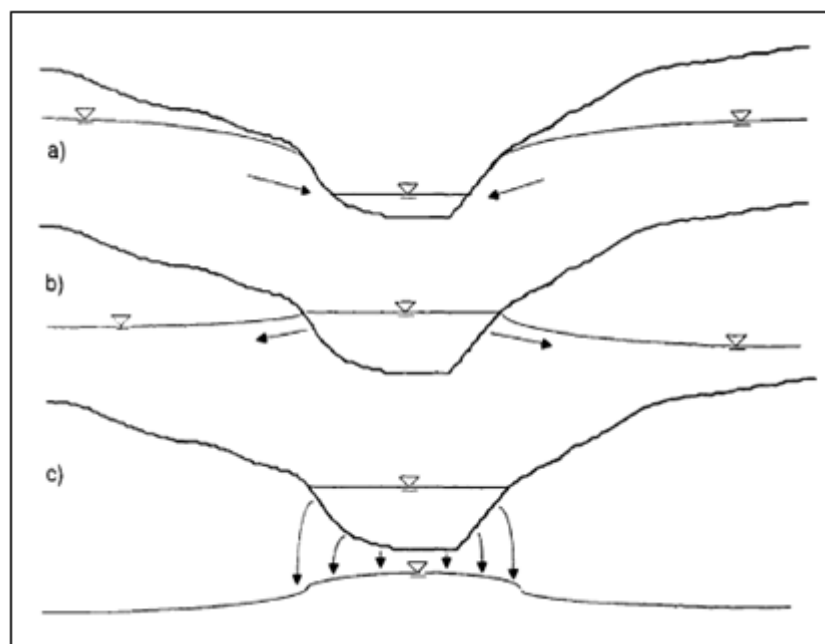
La célérité d'onde est la vitesse de l'onde par rapport au niveau normal du liquide dans le canal. Pour les ondes longues ou ondes de faible profondeur, l'expression de la célérité est :

$$c^2 = gh \quad (\text{II.9})$$

Selon cette expression, la célérité peut avoir deux valeurs égales en valeur absolue. Cela indique tout simplement que la propagation de l'onde peut s'effectuer dans deux directions opposées (Graf et Altinakar, 2000).

## II.7 Interactions entre les écoulements à surface libre et souterrain

Les écoulements à surface libre et souterrain sont liés par le flux traversant le lit du cours d'eau. Pour évaluer le débit entre le cours d'eau et l'aquifère, il faut connaître les élévations respectives de la surface libre et de la nappe phréatique. La figure (II.15) illustre trois situations se produisant dans des systèmes cours d'eau-aquifère : en a et b, le flux à travers l'interface est directement proportionnel à la différence de charge  $\Delta h$  entre le cours d'eau et l'aquifère, la seule différence entre ces deux situations est le signe du gradient hydraulique, qui contrôle le sens de l'écoulement.



**Figure (II.11):** Interactions entre un aquifère et un cours d'eau, a) recharge provenant de l'aquifère, b) recharge provenant du cours d'eau, c) cours d'eau rechargeant un aquifère sans continuité hydraulique (Mercier, 1999).

### II.7.1 Paramètres influençant l'échange cours d'eau-nappe souterraine

Les échanges entre l'eau souterraine et les cours d'eau sont influencés par trois principaux facteurs; (1) la distribution spatiale et les propriétés hydrauliques des formations géologiques sur lesquelles le cours d'eau s'écoule; (2) le niveau du cours d'eau et celui de la nappe voisine; (3) la position du chenal d'écoulement par rapport aux unités stratigraphiques qu'il rencontre. À l'échelle du cours d'eau, les échanges entre l'eau souterraine et le cours d'eau sont très variables temporellement et spatialement (Woessner, 2000).

## II.8 Conclusion

A travers ce chapitre, Les types et les caractéristiques des canaux à surface libre sont abordés, les régimes d'écoulement et la notion de la célérité d'onde sont cernés. Ensuite, les interactions entre un cours d'eau et une nappe souterraine ainsi que les paramètres influençant cet échange sont évoqués.

### **III.1 Introduction**

Le but de ce chapitre est de fournir une description de la recharge des nappes souterraines. Après une caractérisation de la recharge naturelle des aquifères, la recharge artificielle des nappes, ces objectifs, les conditions générales de son application et les types d'eau utilisés sont présentés. Ensuite, les méthodes de la recharge artificielle, ainsi que son estimation par des méthodes numériques sont abordées.

### **III.2 Recharge des nappes souterraines**

Dans un sens général, la recharge peut être définie comme le flux de percolation d'eau qui parvient à la nappe constituant ainsi un apport additionnel à sa réserve. Elle engendre le renouvellement de l'eau souterraine.

### **III.3 La recharge naturelle des nappes souterraines**

#### **III.3.1 Caractérisation de la recharge naturelle des aquifères**

##### ***III.3.1.1 La recharge directe***

La notion de « recharge directe » des aquifères est liée à celle de « l'infiltration efficace », généralement définie comme la part de la pluie qui échappe à l'évapotranspiration et au ruissellement pour rejoindre la nappe (Castany et Margat, 1977).

##### ***III.3.1.2 La recharge indirecte***

On entend par « recharge indirecte », celle qui provient de la percolation latérale des eaux de surface. Cette recharge se fait par percolation dans le lit des cours d'eau généralement intermittents ou oueds.

##### ***III.3.1.3 La drainance***

C'est les transferts d'eau entre aquifères. La drainance exige deux conditions :

- Présence d'une formation hydrogéologique semi-perméable;
- Une différence de charge  $\Delta h$ .

La figure (III.1) représente ce phénomène et montre les échanges d'eau avec l'aquifère superposé ou sous-jacent (Castany, 1998).

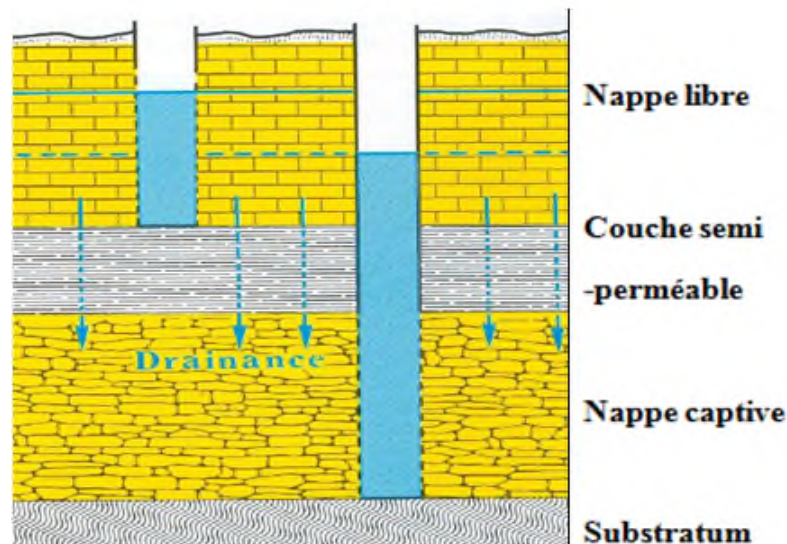


Figure (III.11): Drainance et aquifère bicouche.

### III.4 La recharge artificielle

Au sens large du terme, la recharge artificielle est définie comme le procédé qui consiste à introduire de l'eau dans une formation perméable en vue de sa réutilisation. Il s'agit donc d'un stockage des eaux de surface dans un réservoir souterrain. La recharge artificielle des nappes est une technique utilisée pour résoudre les problèmes d'approvisionnement et de gestion des ressources en eau (Bize et al., 1972 ; Kruseman et Bade, 1998).

#### III.4.1 Objectifs visés par la recharge artificielle

Les intérêts de la réalimentation artificielle des aquifères sont multiples. En effet, cette technique permet :

- a- La restauration d'un équilibre perturbé et la protection contre des perturbations diverses :
  - Surexploitation d'une nappe ;
  - Déviation d'un cours d'eau ;
  - Intrusion d'eaux salées ou polluées dans la nappe ;
  - Etc....
- b- L'amélioration de la qualité des eaux :
  - Epuration naturelle des eaux infiltrées ;
  - Diminution de la minéralisation des eaux souterraines en réinjectant des eaux douces;
  - Régularisation thermique des eaux réinjectées (pour le refroidissement industriel);
  - Etc...
- c- L'accroissement de la ressource en eau et l'optimisation du régime d'exploitation pour une gestion rationnelle et durable des eaux superficielles et souterraine afin d'atténuer ou de régler les problèmes de pénuries saisonnières, d'alimenter une région déficitaire, etc....(Bendahmane, 2010).



### **III.4.2 Types d'eau utilisée pour la recharge artificielle**

Un critère fondamental concernant la faisabilité d'un projet de recharge artificielle est la disponibilité de l'eau de recharge à proximité du site d'injection, nécessaire pour pouvoir assurer un apport régulier et limiter les coûts économiques liés aux transports.

On distingue en général deux types d'eau utilisés pour la recharge : les eaux de surface issues de cours d'eau et les eaux usées traitées.

#### **III.4.2.1 Les eaux de surface**

En raison de leur disponibilité, les eaux de surface issues de cours d'eau sont généralement utilisées si l'objectif de la recharge artificielle est principalement quantitatif. Il est toutefois souvent difficile d'utiliser ce type d'eau en période déficitaire sans courir le risque de dégrader le débit du réseau hydrographique, sauf dans les cas de grands fleuves ou de rivières importantes. Un examen rapide des différents dispositifs de recharge artificielle montre que la quasi-totalité de ces dispositifs utilisent des eaux de surface en provenance de cours d'eau importants, notamment en raison de la disponibilité de cette ressource.

#### **III.4.2.2 Les eaux usées traitées**

La recharge artificielle des nappes d'eaux souterraines par infiltration d'eaux usées traitées peut être envisagée comme l'une des solutions visant à recycler l'eau usée. A ce titre les eaux usées traitées constituent une ressource alternative disponible tout au long de l'année et plus particulièrement en période d'étiage. De plus, l'infiltration à travers une zone non saturée d'eaux usées traitées pour recharger une nappe, bénéficie des capacités épuratoires du sous-sol (Casanova et al., 2013).

### **III.4.3 Conditions générales d'utilisation de l'alimentation artificielle :**

Les aménagements d'alimentation artificielle sont extrêmement variés selon les besoins, les caractères géographiques, géologiques, la nature et l'implantation des ouvrages d'alimentation :

#### **III.4.3.1 Conditions hydrologiques (source d'alimentation)**

L'étude d'un projet d'alimentation artificielle devra déterminer dès le stade préliminaire les conditions hydrologiques et les caractéristiques de la source d'alimentation :

##### **a) Débit**

Le régime des eaux disponibles peut être assez régulier ou présenter des fluctuations saisonnières ou être intermittent (torrents, oueds, etc...). Le décalage entre le régime de la source d'alimentation et celui de la demande est un facteur important qui doit être mis en relation avec la capacité de régularisation du réservoir naturel et les conditions de transfert de l'eau entre les points d'alimentation et les points de reprise (Detay, 1997).

##### **b) Qualité chimique et bactériologique**

La qualité des eaux doit être étudiée. Il faut qu'elle soit exempte de toute pollution susceptible d'altérer la qualité du gisement, en particulier des substances toxiques sur lesquelles la filtration naturelle est sans effet. De plus, les eaux introduites doivent être chimiquement compatibles avec les eaux de la nappe.

### c) *Température*

Il faut éviter d'introduire des eaux à température trop élevée lorsque la régularisation thermique est insuffisante au sein de la nappe. Par ailleurs les fluctuations de la température peuvent modifier la perméabilité du milieu récepteur (Bize et al., 1972).

#### **III.4.3.2 Conditions hydrogéologiques et hydrodynamiques (réservoirs souterrains)**

L'existence d'un aquifère ou réservoir souterrain est le premier élément dont on doit disposer. Stocker l'eau de recharge implique certains paramètres hydrogéologiques et hydrodynamiques :

##### **a) La présence de zone non saturée**

L'existence d'une épaisseur importante de formation non saturée n'est pas toujours évidente. Cette zone joue cependant un rôle important dans les processus d'autoépuration et de filtration de l'eau dans le cas d'une infiltration gravitaire (Gallois et al., 2011).

##### **b) Transmissivité**

Elle doit être favorable (épaisseur suffisante et perméabilité élevée), les formations de faible épaisseur ne permettent d'aménager que des stations à fonctionnement continu (recharge et reprise), alors que les formations épaisses et les nappes captives conviennent pour la régulation et le stockage (Seghir, 2008).

## **III.5 Méthodes de recharge artificielle**

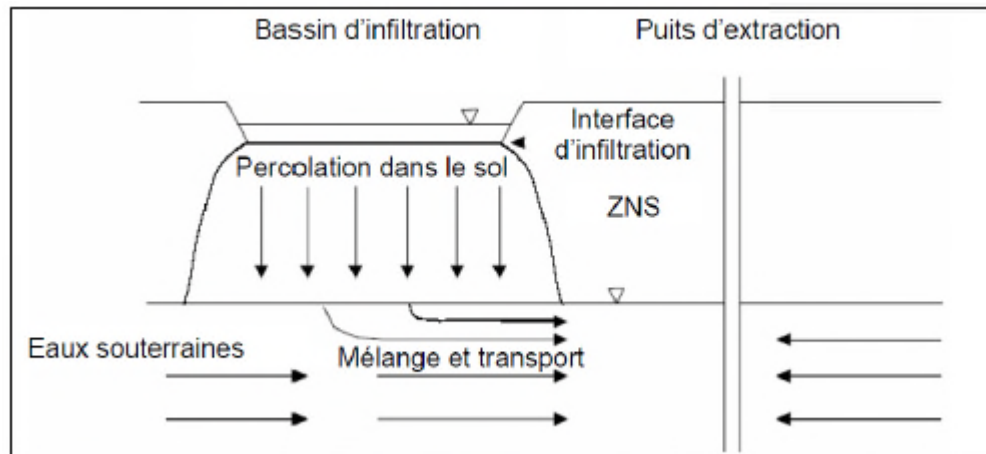
La recharge artificielle peut être réalisée avec de nombreuses méthodes dont le but est de mettre l'eau de surface en contact avec le système aquifère. De nombreux dispositifs ont été développés afin de réintroduire artificiellement de l'eau de surface dans un aquifère :

### **III.5.1 Les méthodes d'infiltration de surface**

Ce sont les méthodes les plus répandues et les mieux préférées vu leur faible coût de réalisation et de maintenance. Ces méthodes nécessitent des sites avec des sols perméables, une profondeur adéquate de la surface piézométrique et une topographie homogène. Les aquifères ne doivent pas être surmontés d'une couche imperméable ou d'une nappe perchée et voir une perméabilité suffisante pour assurer une circulation latérale de l'eau afin d'éviter la remontée du niveau piézométrique jusqu'à la surface et l'étouffement de l'opération (Abaidia, 2008). Les méthodes d'infiltration de surface regroupent les bassins d'infiltration, les cours d'eau aménagés, les épandages superficiels et irrigation, les collecteurs d'eau météorique et les barrages de rétention.

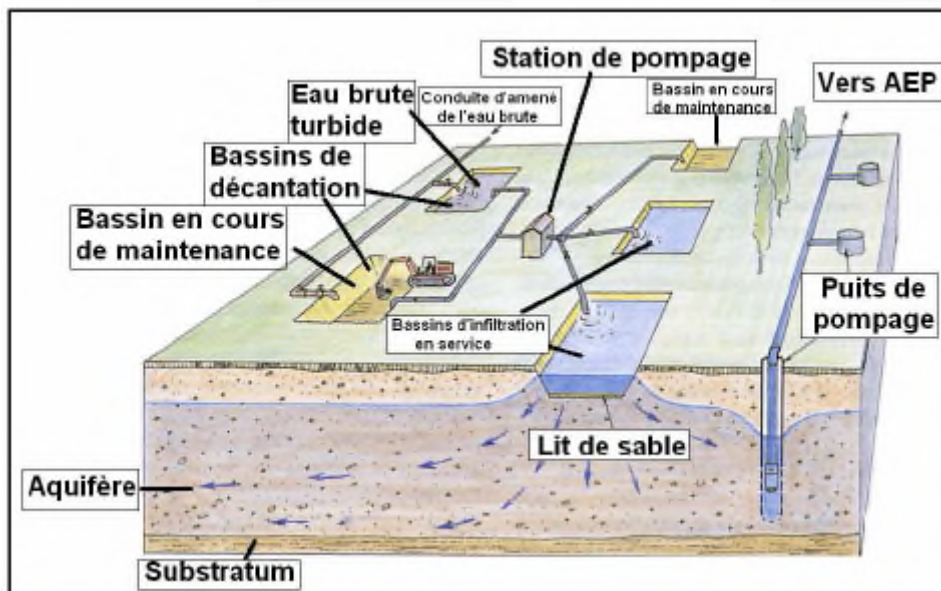
#### **III.5.1.1 Bassin d'infiltration**

Ils sont fonction de très nombreux paramètres dont les plus importants sont : la perméabilité du sol et de la couche superficielle, le taux d'humidité des terrains, la pente du bassin, la profondeur de la nappe, la température de l'eau et la teneur en matières en suspension (Seghir, 2008).



**Figure (III.2):** Schéma simplifié de la technique de recharge pour bassin d'infiltration (Pettenati et al, 2007).

Pour des raisons d'entretien et d'optimisation de l'infiltration, il est souvent nécessaire de réaliser plusieurs ouvrages fonctionnant en alternance figure (III.3).



**Figure (III.3):** Diagramme présentant le principe d'une station de recharge artificielle par bassins d'infiltration (Pettenati et al, 2007).

### III.5.1.2 Barrage de rétention

Les barrages de rétention sont des barrières en béton ou en enrochement (figure (III.4)) réalisées dans les cours d'eau pour changer leur régime et mobiliser l'eau afin d'assurer une bonne infiltration. Ces barrages ont une triple action, ils permettent:

- d'augmenter la surface mise en eau ;
- d'accroître la charge hydraulique ;
- de ralentir notablement la circulation de l'eau.

Tout cela contribue à favoriser l'infiltration (Abaidia, 2008).



a) Barrière en béton.



b) Barrière en enrochement.

**Figure (III.4):** Types de barrages destinés pour la recharge artificielle des nappes.

### III.5.1.3 Aménagements de cours d'eau

Les lits des cours d'eau peuvent être utilisés comme des canaux d'infiltration s'ils surmontent une formation aquifère, qui durant le ruissellement des eaux peuvent perdre une fraction par infiltration, cet aménagement consiste suivant le cas à élargir le lit du cours d'eau, à scarifier le fond, ou encore à créer des plans d'eau derrière des digues (Abaidia, 2008).

Ces techniques sont essentiellement utilisées en pays arides ou semi-arides. Leur objectif est d'accroître le rendement de l'infiltration naturelle en optimisant à la fois :

- La surface de la plage d'infiltration ;
- La charge hydraulique (Gallois et al., 2011).

### III.5.1.4 Épandage superficiel et irrigation

Le principe consiste à inonder ou à arroser de façon intensive une vaste superficie de terrains. Pour cela, il faut que la pente soit faible (2 ou 3%) et que le volume d'eau soit de l'ordre de quelques centimètres ou plus.

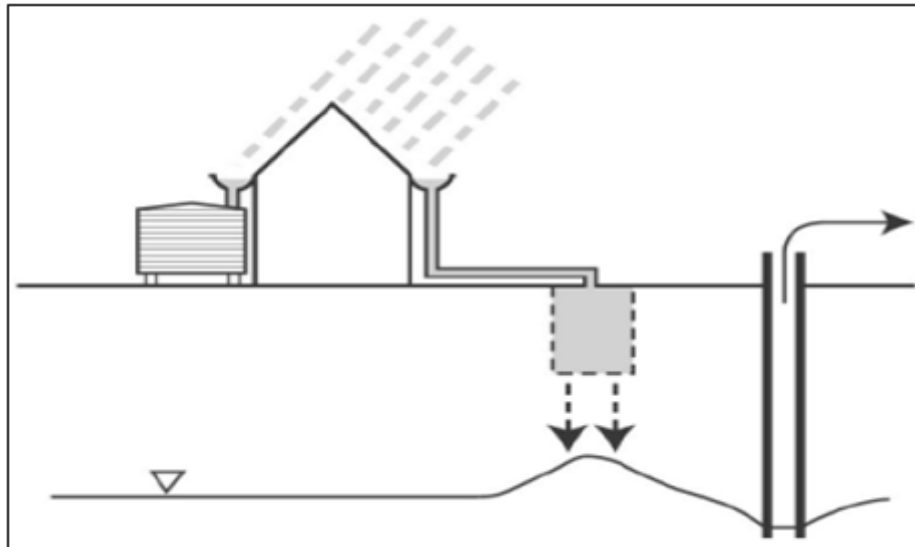
Ce système est sujet au taux d'évaporation et nécessite d'utiliser de grandes surfaces de terrains. L'avantage réside dans le fait qu'en dehors des périodes de cultures, il est possible d'utiliser les ouvrages d'irrigation agricoles (canaux, arrosage, etc...) afin de développer l'alimentation artificielle des nappes souterraines (Seghir, 2008).



**Figure (III.5):** Inondation à partir du barrage Al Khoud (Sultanat d'Oman) pour la recharge artificielle de la nappe alluviale.

### III.5.1.5 Les collecteurs d'eau météorique

Ces collecteurs sont de petits bassins de recharge construits en zones fortement urbanisées dans le but de collecter les eaux de pluie depuis les toits des constructions et les surfaces imperméables et de les injecter dans le sous-sol pour réalimenter les nappes. (Figure (II.6)) (Abaidia, 2008).



**Figure (III. 6):** Principe de la récupération des eaux météoriques (Gallois et al., 2011).

### III.5.2 Les méthodes d'infiltration de subsurface

Elles sont appliquées dans les sols en surface qui ne conviennent pas à la réalisation d'une opération de recharge, soit dans le cas où la couche superficielle du sol présente une source de pollution des eaux destinées à la recharge, lorsque la zone saturée est séparée de la surface par une mince formation imperméable peu profonde, ou lorsque les terrains à surface sont insuffisants pour réaliser une opération de recharge. Elle utilise généralement : les galeries d'infiltration, puits filtrants et fosses.



### **III.5.2.1 Les puits filtrants**

Les puits filtrants sont des puits dont le fond n'atteint pas le toit de la nappe. On a recours à de tels systèmes lorsque la nappe est trop profonde. Ces puits représentent un intermédiaire entre l'injection et la filtration. Ils traversent la couche superficielle imperméable ou qui peut présenter un risque de pollution des eaux souterraines sans toutefois atteindre la nappe permettant ainsi à l'infiltration de se développer.

Malheureusement, leur faible surface d'infiltration autorise une recharge limitée et leur maintenance, plus délicate et relativement coûteuse.

### **III.5.2.2 Les galeries d'infiltration**

Les galeries d'infiltration utilisent des drains ou d'autres conduites perforées pour infiltrer l'eau. Ces dispositifs peuvent être réalisés dans des terrains imperméables mais le fond doit être en contact avec la zone perméable pour faciliter la recharge (Abaidia, 2008).

### **III.5.2.3 Les fosses**

Les fosses sont comparables aux bassins d'infiltration mais leurs dimensions sont plus faibles et permettant l'infiltration latérale à travers les parois (Seghir, 2008). Leur emploi est indiqué particulièrement aux eaux brutes.



**Figure (III.7):** Fosse d'infiltration.

### **III.5.3 Méthodes d'injection directe**

Les méthodes d'injection directe comportent des puits d'injection et sont identiques aux puits de pompage. Ces dispositifs requièrent une eau de bonne qualité car elle est directement injectée dans la formation aquifère et la filtration par passage dans la zone non saturée n'est pas assurée dans ce cas.

L'injection directe est employée pour réalimenter les nappes captives ou dans le cas où la surface des terrains est trop petite pour réaliser des dispositifs d'infiltration (Abaidia, 2008).

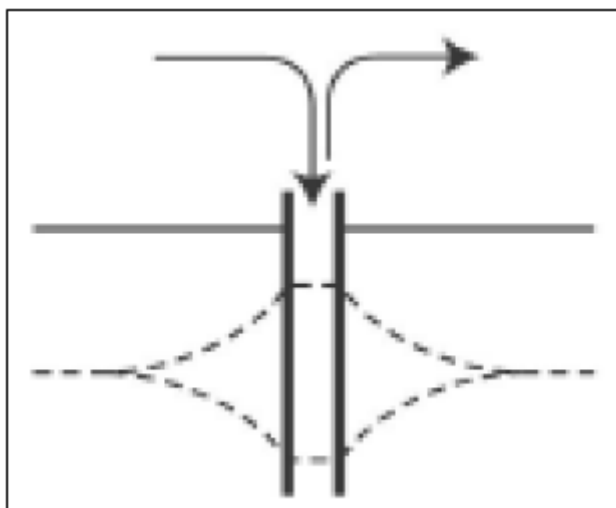
Ces techniques se déclinent en deux principales variantes plus connues sous leurs acronymes anglais respectifs d'ASR et ASTR.

#### **III.5.3.1 Stockage et reprise différée dans le temps (ASR : Aquifer Storage and Recovery)**

Le principe de l'ASR (Figure (III.8)) consiste à injecter de l'eau dans un aquifère puis à pomper ultérieurement à partir du même forage.

Dans le cas où ce processus est mis en place à des fins de dilution de contaminants, il est nécessaire de s'assurer que le temps de résidence de l'eau injectée est suffisant pour permettre la reprise d'une eau de meilleure qualité.

Sur une approche plus technique, l'intérêt de cette méthode réside dans l'alternance de phases d'injection au niveau de la crépine, une inversion du sens de la circulation d'eau réduisant ainsi la vitesse de colmatage et de pompage sur un même ouvrage. Par ailleurs, précisons que l'utilisation d'un seul ouvrage pour l'injection et le pompage tend à réduire les coûts financiers du projet (Gallois et al., 2011).



**Figure (III. 8):** Schéma simplifié de la technique de l'ASR (Gallois et al., 2011).

#### **III.5.3.2 Stockage et reprise différée dans le temps et l'espace (ASTR : Aquifer Storage Transfer and Recovery)**

A la différence de l'ASR, l'ASTR suppose l'injection et la reprise d'eau par un point de prélèvement différent du point d'injection (Figure (III.9)). Plus précisément, l'eau est injectée à l'aide d'un premier ouvrage, puis est récupérée par pompage dans un second puits situé à quelques centaines de mètre en aval hydraulique de la nappe rechargée. L'eau injectée circule donc préalablement dans l'aquifère.

Les spécificités techniques de ce dispositif impliquent que l'eau de l'aquifère soit relativement de bonne qualité. L'ASTR est ainsi utilisé principalement dans le cadre d'une eau destinée à la consommation humaine (Casanova et al., 2013).

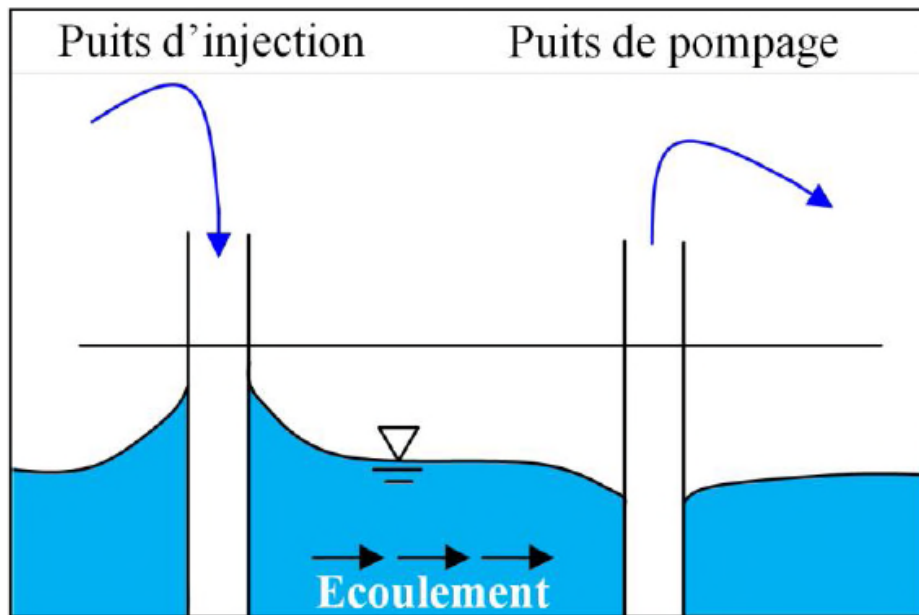


Figure (III.9): Schéma simplifié de la technique de l'ASTR (Gallois et al., 2011).

### III.5.4 Méthodes mixtes

Cette méthode consiste à installer des collecteurs horizontaux sous les bassins d'infiltration lorsque ceux-ci sont situés au dessus d'une couche peu perméable. L'infiltration se développe dans les premiers mètres du sol puis les collecteurs dirigent l'eau vers des puits qui traversent la zone moins perméable et atteignent la nappe (Detay, 1997).

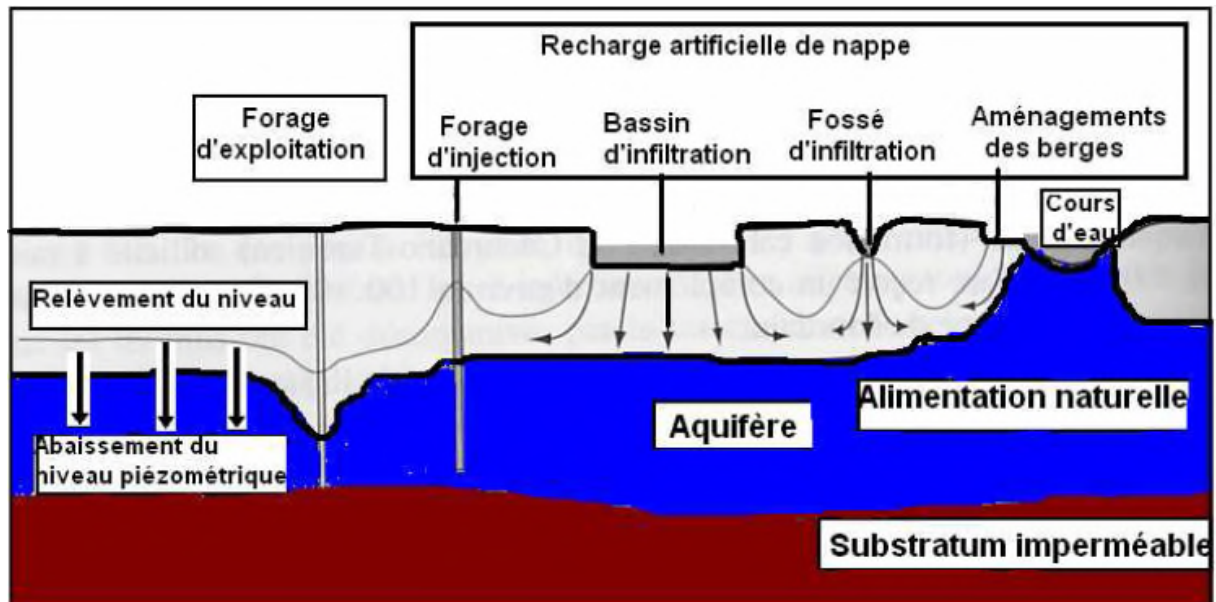


Figure (III.10): Quelques méthodes de recharge artificielle des nappes alluviales (Detay, 1997; modifié par Seghir).



### III.6 Inconvénients de la recharge artificielle des nappes

- le stockage souterrain des résidus liquides peut provoquer des risques sur le sous-sol en raison de la nature physico-chimiques de ces résidus liquides comme la détérioration de gisements minéraux et la dégradation d'eaux souterraines ;
- Elle nécessite la construction d'infrastructures qui peuvent être plus ou moins coûteuses suivant les méthodes mises en œuvre ;
- Les surfaces d'injection nécessaires sont très importantes ce qui signifie une mobilisation de terrains très étendue en cas de méthodes d'infiltration de surface;
- Le colmatage est l'obstacle majeur auquel se heurte le fonctionnement de tout ouvrage d'alimentation artificielle.

### III.7 L'estimation de la recharge par des modèles numériques

La modélisation numérique de la recharge des nappes a déjà fait l'objet de nombreuses recherches. Plusieurs modèles numériques sont développés afin d'évaluer le taux de recharge des nappes et de définir le mécanisme de ce processus.

La modélisation d'aquifère par un maillage rectangulaire en régime transitoire pour le calcul de la recharge est utilisée avec la méthode des différences finies et celle des éléments finis (Ould babasy, 2005).

### III.8 Conclusion

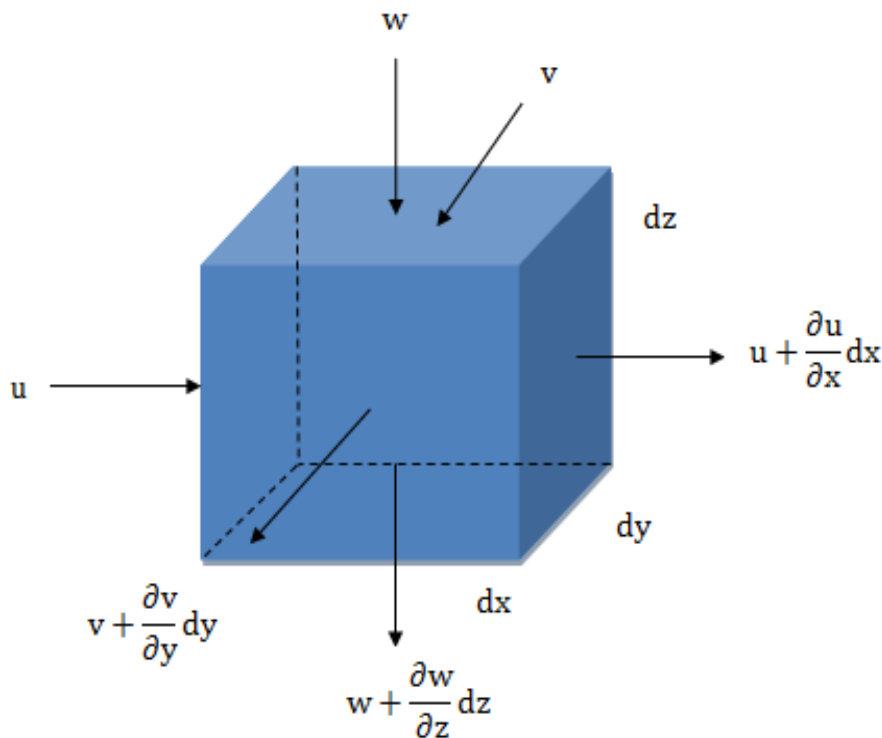
Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à présenter la recharge naturelle et artificielle des nappes souterraines. On s'est focalisés sur les conditions générales et les méthodes de la recharge artificielle.

## IV.1 Introduction

La modélisation mathématique consiste à traduire un phénomène réel (donc complexe) à l'aide d'outil mathématique. Les équations régissant les écoulements souterrains bidimensionnels à partir desquelles les équations en milieu poreux, homogène, isotrope et en régime permanent sont présentées. Ensuite, la résolution des équations unidimensionnelles, non linéaires de Barré de Saint Venant régissant les écoulements à surface libre en eau peu profonde sont obtenues par application des deux principes de la dynamique qui sont la continuité et la conservation de la quantité de mouvement à l'aide de certaines hypothèses simplificatrices. Puis, la forme vectorielle conservative de ces équations est écrite. Pour finir, le couplage d'écoulement de surface et souterrain est détaillé.

## IV.2 Equations régissant les écoulements souterrains 2D

Les modèles hydrogéologiques sont élaborés en combinant des lois physiques. Ainsi, les écoulements souterrains sont décrits par des équations qui dérivent de la loi de Darcy et de la loi de conservation de masse. Ces équations sont établies à partir d'un bilan de masse établi sur un volume élémentaire représentatif (VER) de volume  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$  correspondant sur un morceau du milieu poreux saturé (Figure (IV. 1)).



*Figure (IV.1): Volumes élémentaire de contrôle.*

On commence par exprimer le flux traversant les deux faces perpendiculaires à l'axe des x. Les débits masses volumiques traversant les faces x et  $x+\Delta x$  sont respectivement :

$$q_x = \rho v_x|_x \Delta x \Delta z \quad (\text{IV. 1})$$

$$q_{x+\Delta x} = \rho v_x|_{x+\Delta x} \Delta x \Delta z \quad (\text{IV.2})$$

Avec  $v_x$  composante de la vitesse de Darcy selon l'axe  $ox$  :

$$v_x|_x = -k \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_x \quad (IV.3)$$

$$v_x|_{x+\Delta x} = -k \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x+\Delta x} \quad (IV.4)$$

On a donc

$$q_x = \rho \left( -k \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_x \right) \Delta y \Delta z \quad (IV.5)$$

et

$$q_{x+\Delta x} = \rho \left( -k \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x+\Delta x} \right) \Delta y \Delta z \quad (IV.6)$$

D'après la formule de Taylor

$$q_{x+\Delta x} = q_x + \frac{\partial q}{\partial x} \Delta x + o(\Delta x) \quad (IV.7)$$

D'où

$$q_x - q_{x+\Delta x} = \rho \Delta y \Delta z k \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (IV.8)$$

On établit des expressions semblables pour les deux autres couples de faces. En définitive, le bilan des entrées sorties de masse d'eau, pour le VER considéré, est donné par :

$$\rho \Delta x \Delta y \Delta z k \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) \quad (IV.9)$$

Cette expression est égale à la variation, par unité de temps de la masse d'eau emmagasinée dans le VER, cette variation est donnée par :

$$\rho \Delta x \Delta y \Delta z k S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (IV.10)$$

D'où

$$\frac{S_s}{k} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \quad (IV.11)$$

Dans le cas d'un écoulement en régime permanent,  $h$  ne dépend pas du temps et :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (IV.12)$$

On obtient alors l'équation de Laplace :  $\nabla^2 h$  (IV.13)

Dans le cas d'un milieu hétérogène et anisotrope, on écrit :

$$\frac{S_s}{k} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) \quad (IV.14)$$

Les écoulements souterrains tridimensionnels en milieu poreux saturé, anisotrope et hétérogène, pour des aquifères libres, captifs ou mixtes peuvent s'écrire sous l'équation de diffusivité suivante (McDonald et Harbaugh, 1988) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W \quad (IV.15)$$

Dans laquelle  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont les coordonnées cartésiennes alignées le long des axes principaux de la conductivité hydraulique  $k_{xx}, k_{yy}, k_{zz}$ , ( $m \cdot s^{-1}$ ),  $h(m)$  est la charge hydraulique qui dépend des variables spatiales et temporelles ( $h=h(x,y,z,t)$ ),  $W$  ( $s^{-1}$ ) est le flux (débit) par unité de volume prélevé (ou apporté) dans le milieu poreux qui dépend des variables spatiales et temporelles ( $W=W(x,y,z,t)$ ),  $S$  ( $m^{-1}$ ) est le coefficient d'emmagasinement spécifique (Specific Storage) qui dépend généralement des variables spatiales ( $S=S(x,y,z,t)$ ),  $t$  est le temps.

#### IV.2.1 L'équation de diffusivité en 2D

Nous considérons dans le reste du mémoire que le système aquifère est un milieu poreux, homogène et isotrope et que l'écoulement du fluide est incompressible. Nous allons rappeler dans cette section comment s'exprime l'équation de la diffusivité pour un écoulement permanent 2D avec une perméabilité  $k$  constante.

- Pour un milieu homogène et isotrope ( $k_{xx} = k_{yy} = k_{zz} = k$ ) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial h}{\partial z} \right) = \frac{S_s}{k} \frac{\partial h}{\partial t} + W \quad (IV.16)$$

$S_s$  représente le coefficient d'emmagasinement spécifique :

$$S_s = \frac{S}{e} \quad (IV.17)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial h}{\partial z} \right) = \frac{S}{ke} \frac{\partial h}{\partial t} + W \quad (IV.18)$$

- En régime transitoire et en 2D :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} - \frac{S}{ke} \frac{\partial h}{\partial t} = W \quad (IV.19)$$

- En régime permanent et en 2D :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = W \quad (IV.20)$$

### IV.3 Etablissement des équations de Barré de Saint Venant 1D (1871)

Les équations de Barré de Saint-Venant établies en 1871 sont les équations les plus utilisées pour modéliser les écoulements non stationnaires graduellement varié à surface libre. Ces équations sont non linéaires et de type hyperbolique. Elles constituent en fait une simplification des équations générales de la mécanique des fluides c'est à dire les équations de Navier-Stokes. Ces équations peuvent être 1D, 2D ou 3D. Ceci dépend de la complexité du phénomène que l'on veut décrire mais également de son échelle (Paquier, 1995 ;Buyer, 2002).

### IV.3.1 Hypothèse de base

Les équations de Barré de Saint-Venant unidimensionnelles sont écrites sous certaines hypothèses qui sont les suivantes :

- La distribution des pressions est considérée comme hydrostatique dans une section ;
- Le liquide est incompressible, sa masse volumique est donc constante ;
- La pente de la surface libre est faible ;

$$\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha = I \quad (\text{IV.21})$$

- En utilisant les mêmes lois empiriques qui régissent l'écoulement uniforme, les forces de frottement et de turbulence peuvent être représentées par un seul paramètre  $J$  (Abdallah, 2005).

Dans notre cas on suppose un écoulement unidimensionnel et rectiligne dans un canal rectangulaire.

### IV.3.2 Les équations du mouvement

Rappelons que les équations de Barré de Saint-Venant proviennent de l'intégration sur la profondeur des équations tridimensionnelles de Navier Stokes.

#### IV.3.2.1 Equation de continuité

C'est l'équation qui traduit le principe de la conservation de la masse. Ce dernier permet d'établir une relation entre certaines caractéristiques du fluide et ses mouvements indépendamment des causes qui les provoquent. Ainsi, la masse fluide reste constante tout au cours de l'écoulement, autrement dit il n'y a ni apport extérieur, ni prélèvement de masse (Chanson, 2004 b).

En hydraulique à surface libre, l'équation de conservation de la masse (applications unidimensionnelles) est :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (\text{IV.22})$$

Dans laquelle :

- $h$  : profondeur de l'écoulement;
- $v$  : vitesse de l'écoulement;
- $t$  : temps.

Considérons les sections d'abscisses  $x$  et  $x + dx$  (figure IV, 2).

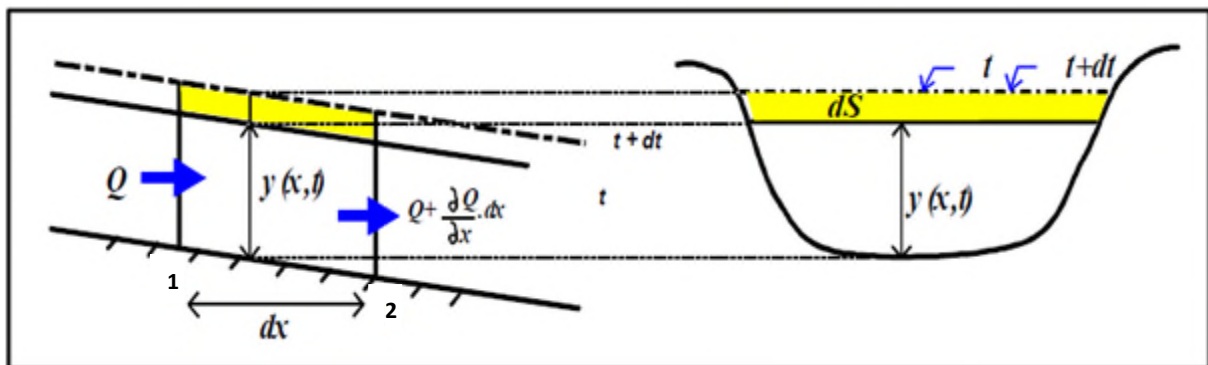


Figure (IV.2): Volumes entrant et sortant d'un domaine élémentaire.

L'équation de conservation de la masse d'un fluide incompressible en écoulement permanent est donnée par:

$$Q = v_1 s_1 = v_2 s_2 \quad (\text{IV.23})$$

Où les indices 1 et 2 indiquent des positions le long de l'axe parallèle au sens de l'écoulement. Le taux de variation du débit  $Q$  en fonction de la distance longitudinale  $dx$  est alors de :

$$Q_1 - Q_2 = -\frac{\partial Q}{\partial x} dx \quad (\text{IV.24})$$

Ce taux de variation du débit peut être exprimé en fonction de  $h$  et de  $B$  (soit la largeur perpendiculaire à l'écoulement ou la largeur au miroir) :

$$-\frac{\partial Q}{\partial x} dx = B \frac{\partial h}{\partial t} dx \quad (\text{IV.25})$$

En éliminant  $dx$  dans les deux termes de l'équation (IV.25):

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (\text{IV.26})$$

L'équation précédente (IV.26) est celle de continuité en écoulement à surface libre en mode transitoire. Or, puisque le débit est égal au produit de l'aire de la section transversale et de la vitesse de l'écoulement ( $Q = v s$ ), l'équation (IV.26) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\frac{\partial vs}{\partial x} + B \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (\text{IV.27})$$

Après dérivation de l'équation précédente, on obtient :

$$s \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial s}{\partial x} + B \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (\text{IV.28})$$

Comme l'aire est le produit de la profondeur de l'eau  $h$  et de la largeur  $B$ , l'équation (IV.28) est égale à :

$$(Bh) \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial (Bh)}{\partial x} + B \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (\text{IV.29})$$

En éliminant le terme de largeur  $B$  dans chacun des termes de (IV.29) :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (\text{IV.30})$$

L'équation obtenue (IV.30) est identique à l'équation (IV.22) de conservation de la masse.

#### IV.3.2.2 L'équation de conservation de la quantité de mouvement

Les équations dynamiques s'obtiennent en appliquant le principe de conservation de la quantité de mouvement qui établit une relation entre les caractéristiques du fluide, celle de ses mouvements et les causes qui les produisent, c'est-à-dire les forces (Chaudhry, 2008).

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} - g(I - J) = 0 \quad (\text{IV.31})$$

Dans laquelle :

- $h$  : profondeur de l'écoulement;
- $v$  : vitesse de l'écoulement;
- $t$  : temps ;
- $J$  : pente de la ligne d'énergie;
- $I$  : pente du canal;
- $g$  : accélération de la pesanteur.

Nous considérons à nouveau deux sections d'abscisses  $x$  et  $x+dx$ . Elles délimitent un volume liquide auquel nous appliquons le théorème de la quantité de mouvement. Il consiste à écrire que la variation de quantité de mouvement entre  $x$  et  $x+dx$  est égale à la somme des forces extérieures appliquées au volume considéré. Il s'agit d'une égalité vectorielle, que nous allons utiliser en projection sur l'axe du fond du chenal. Les forces extérieures sont la gravité (action de la pesanteur)  $F_g$ , les forces de pression  $F_p$  et les force de frottement  $F_f$  (Figure IV.3).

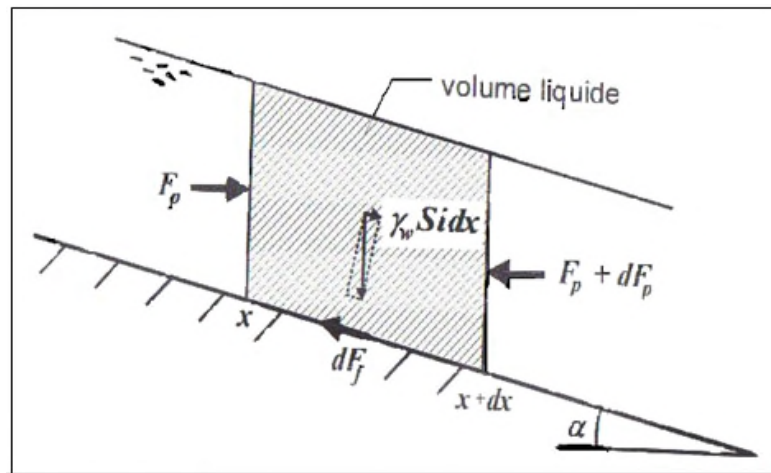


Figure (IV.3) : Forces agissant sur un élément fluide.

### Force de gravité

$$F_g = \gamma_w \cdot s \cdot l \cdot dx \quad (IV.32)$$

### Force de pression

$$F_p = \gamma_w s h_G \quad (IV.33)$$

$h_G$  désignant la distance verticale par rapport au fond du centre de gravité  $G$  de la section  $S$ .

La résultante appliquée à la section aval est :  $F_p + dF_p$  (IV.34)

### Force de frottement

$$F_f = -\gamma_w s J dx \quad (IV.35)$$

Au total :

$$\sum F = F_g + F_p + F_f = \gamma_w s \left( I - J - \frac{dh}{dx} \right) dx \quad (IV.36)$$

Pour calculer maintenant la variation de la quantité de mouvement, considérons à l'instant  $t$  le domaine  $D$  délimité par les deux sections écartées de  $dx$  et le domaine  $D'$  obtenu à l'instant  $t+dt$  (Figure IV. 4).

La variation  $dM$  de la quantité de mouvement lorsque l'on passe de  $t$  à  $t+dt$  est la somme algébrique de :

- La variation de la quantité de mouvement du volume commun à  $D$  et  $D'$ , Soit :

$$d(\rho s v)dx = d(\rho Q)dx = \rho \left( \frac{dQ}{dt} dt \right) dx = \rho \frac{dQ}{dt} dt dx \quad (\text{IV. 37})$$

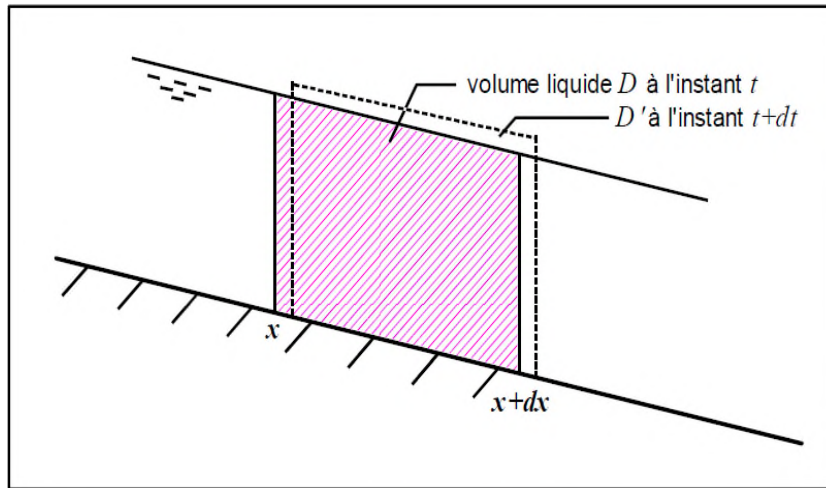


Figure (IV.4) : Déformation du domaine pendant  $dt$ .

- La quantité de mouvement perdue à l'entrée de  $D$ , Soit :

$$\rho(v dx) s v = \rho \cdot v^2 s dt = \rho \frac{Q^2}{s} dt \quad (\text{IV. 38})$$

- La quantité de mouvement gagnée à l'entrée de  $D$ , c'est-à-dire la valeur ci-dessus en remplaçant  $x$  par  $x+dx$ .

La somme algébrique des deux derniers termes est

$$\frac{d\left(\rho \frac{Q^2}{s} dt\right)}{dx} dx = \rho \frac{d\left(\frac{Q^2}{s}\right)}{dx} dt dx \quad (\text{IV. 39})$$

Finalement, la variation globale de la quantité de mouvement pendant  $dt$  est :

$$dM = \rho \left[ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q^2}{\partial x} \right] dt dx \quad (\text{IV. 39})$$

Le théorème de la quantité de mouvement donne  $\frac{dM}{dt} = \sum F$  (en projection sur l'axe du fond).

Après division par  $\rho = \frac{\gamma_w}{g}$  nous obtenons :



$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(\frac{Q^2}{S})}{\partial x} = g s \left( I - J - \frac{\partial h}{\partial x} \right) dx \quad (IV.40)$$

Telle est la seconde équation qui, jointe de l'équation de continuité, devrait permettre de résoudre le problème moyennant la connaissance adéquate des conditions initiales et aux limites. Les inconnues sont  $Q(x, t)$  et  $h(x, t)$  ou indifféremment  $v(x, t)$  et  $h(x, t)$  puisque à chaque instant  $Q = s.v$

On peut admettre qu'à chaque instant, la formule du régime uniforme est valable, ainsi :

- Avec la formule de Chézy :

$$J = \frac{v^2}{c^2 R_h} \quad (IV.41)$$

- C: Coefficient de Chézy ;
- $R_h$ : Rayon hydraulique.

- avec la formule de Strickler :

$$J = \frac{v^2}{K^2 R_h^{4/3}} \quad (IV.42)$$

K : Coefficient de Strickler.

- **Formulation en débit**

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial s}{\partial t} = 0 \quad (IV.43)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(\frac{Q^2}{S})}{\partial x} = g s \left( I - J - \frac{\partial h}{\partial x} \right) \quad (IV.44)$$

- **Formulation équivalente en vitesse**

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (IV.45)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} - g(I - J) = 0 \quad (IV.46)$$

Les équations de Saint Venant ont été démontrées pour des sections rectangulaires, mais elles sont valables pour des sections de forme quelconque (Chow, 1972).

### IV.3.3 La forme conservative des équations de Barré de Saint Venant 1D

Les équations de base écrites sous une forme conservative en termes de variables de l'écoulement ( $h, uh$ ) sont comme suit (Soleymanie et al., 2015) :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = W \quad (IV.47)$$

Dans cette dernière relation,  $V$  est le vecteur des variables conservatives,  $F(V)$  est le vecteur du flux et  $S$  est le vecteur source. Ces vecteurs sont donnés par :

$$V = \begin{pmatrix} h \\ vh \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} hv \\ hv^2 + gh^2/2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad W = \begin{pmatrix} 0 \\ gh(I-J) \end{pmatrix} \quad (\text{VI.48})$$

#### IV.4 Modèles équationnels d'écoulements couplés surface /souterrain (1D/2D)

Le débit d'échange est donné par la formule suivante:

$$q_e = kl \left( \frac{P_m + 2e}{e + 2d} \right) (H_d - h) \quad (\text{IV.49})$$

Où  $k$  est la conductivité hydraulique (m/s),  $P_m$  le périmètre mouillé de la section transversale,  $e$  l'épaisseur saturée moyenne,  $H_d$  la charge hydraulique à la distance  $d$  de la rivière,  $h$  le potentiel de la rivière.

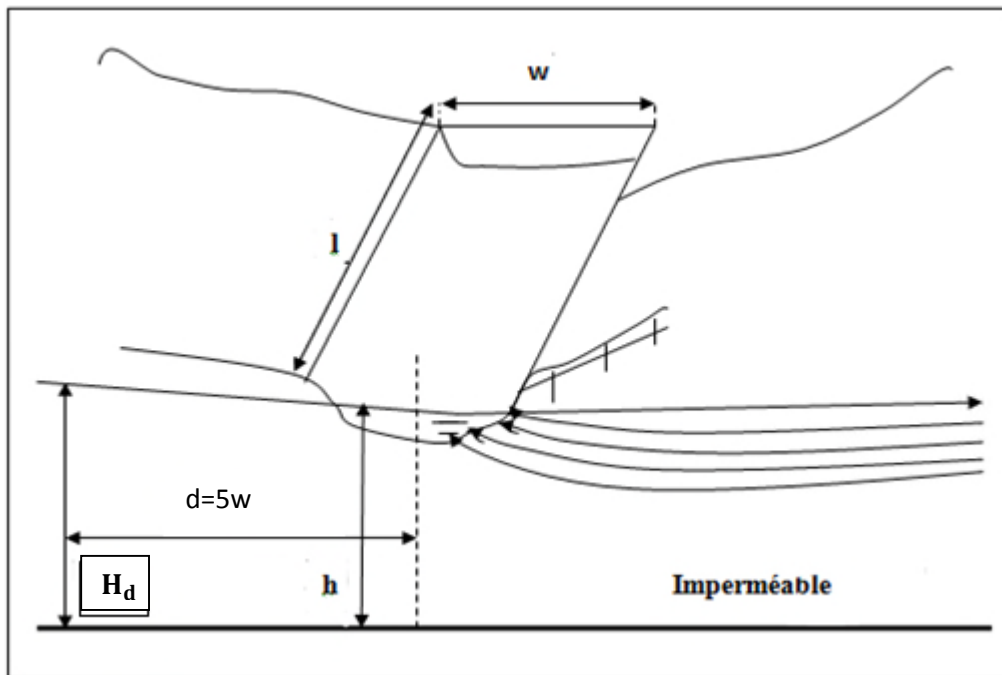


Figure (IV.5): Réseau d'écoulement à proximité d'une rivière.

Bouwer (1978) a montré qu'en régime permanent,  $d$  est de 5 fois la largeur  $w$  de la rivière. En remplaçant cette valeur dans l'équation (IV.49), on obtient (Tajjar et al., 1993 ; Ikni, 2014):

$$q_e = kl \left( \frac{w + 2e}{e + 10w} \right) (H_d - h) \quad (\text{IV.50})$$

En posant  $C_d = kl \left( \frac{w + 2e}{e + 10w} \right) (H_D - h)$ , le débit d'échange nappe rivière s'écrit alors:

$$q_e = C_d(H_d - h) \quad (IV.51)$$

Où  $C_d$  est le coefficient de drainage (drainance). Le coefficient  $C_d$  dépend de la perméabilité des sédiments, de leur épaisseur et de la surface d'échange rivière -nappe.

#### IV.4.1 Méthodologie de couplage

Le modèle d'écoulement à surface libre et le modèle d'écoulement souterrain sont couplés par le flux traversant le lit du cours d'eau, pris en compte dans chacun des modèles par des termes sources incorporés dans les équations. Le flux à travers le lit du cours d'eau est calculé par le biais de l'expression découlant de la loi de Darcy.

L'introduction du terme source dans le modèle d'écoulement à surface libre bidimensionnel se fait en remplaçant  $S$  de l'équation (IV. 47) par le vecteur suivant (Mercier, 1999):

$$W = \begin{pmatrix} q_e \\ -gh(I_{ox} - J_x) + v_x q_e \\ -gh(I_{oy} - J_y) + v_y q_e \end{pmatrix} \quad (IV.53)$$

$$\text{Où} \quad v_x = \frac{k \Delta H}{\eta \Delta x} \quad (IV.52)$$

$$v_y = \frac{k \Delta H}{\eta \Delta y} \quad (IV.53)$$

- $v_x$  : composante de la vitesse d'écoulement interstitiel selon l'axe des x;
- $v_y$  : composante de la vitesse d'écoulement interstitiel selon l'axe des y;
- $\eta$ : porosité du sol.

L'expression dans le model unidimensionnel d'écoulement à surface libre est :

$$W = \begin{pmatrix} q_e \\ -gh(I - J) + v q_e \end{pmatrix} \quad (IV.54)$$

$$\text{Où} \quad q_e = C_d(H_d - h) \quad (IV.55)$$

## IV.5 Conclusion

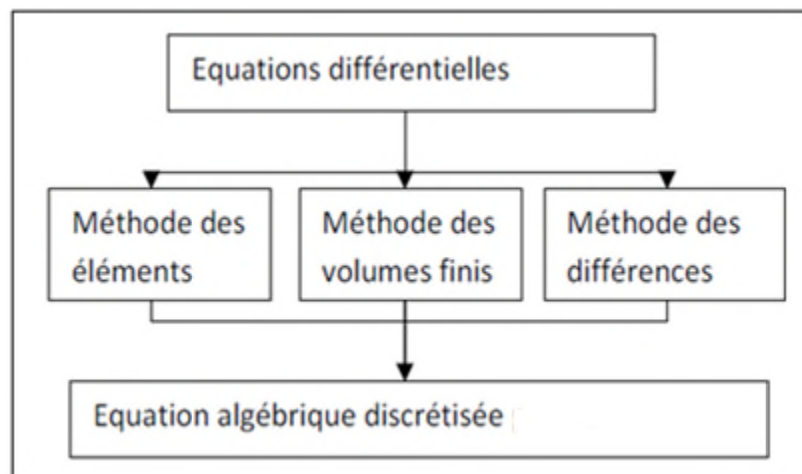
A travers ce modèle mathématique, Les équations bidimensionnelles d'écoulement souterrain sont fournies afin d'aboutir aux équations en milieu poreux homogène et isotrope pour un régime permanent. Le système d'équation unidimensionnel de Saint Venant basé sur les deux principes ; la conservation de la masse et de mouvement, puis sa forme conservative est présenté. L'interaction d'écoulement de surface et souterrain est décrite. Ces équations différentielles sont souvent extrêmement compliquées à résoudre, il faut donc les résoudre numériquement.

## V.1 Introduction

La simulation de l'écoulement revient à résoudre le système d'équations à l'aide d'un schéma numérique capable de donner une solution proche de la réalité quelles que soient les particularités de l'écoulement. Ce chapitre commence par la définition des méthodes de résolutions en général, afin de choisir une approche convenable pour la résolution de notre problème. Après avoir discrétiser le modèle mathématique des écoulements souterrains et ceux à surface libre en appliquant les conditions initiales et aux limites, il met en œuvre le couplage des équations proprement dites, l'équation de Saint Venant 1D, d'une part et l'équation de diffusivité 2D d'autre part. Dans ce travail, le langage de programmation utilisé est Matlab, il est performant et conçu à des fins de calcul numérique.

## V.2 Aperçu sur les différentes méthodes numériques

Lors du développement d'un modèle numérique, le choix d'une méthode de discrétisation est primordial. Il existe trois méthodes principales de discrétisation (les plus utilisées) des équations aux dérivées partielles (EDP) à savoir méthode des différences finies, des éléments finis et des volumes finis.



*Figure (V.1): Méthodes de discrétisation des équations différentielles (Benoumessad, 2012).*

### V.2.1 Méthode des différences finies

La méthode des différences finies est une technique courante de recherche de solutions approchées d'équations aux dérivées partielles qui consiste à résoudre un système de relations (schéma numérique) liant les valeurs des fonctions inconnues en certains points suffisamment proches les uns des autres.

Cette méthode est bien connue, elle apparaît comme étant la plus simple à mettre en œuvre pour les géométries simples et difficile à mettre pour les géométries complexe (Ferziger et Paric, 1999).

### V.2.2 Méthode des éléments finis

L'atout principal de la méthode est la possibilité d'étudier des domaines de formes complexes en deux ou trois dimensions. Le principe est de subdiviser le domaine étudié en des sous-domaines de petites dimensions appelés «éléments» (Abdallah, 1999).

Dans la méthode des éléments finis, le domaine peut être représenté par des cellules polygonales quelconques telles que les triangles et les quadrilatères. Elle est plus difficile à comprendre et à programmer que la méthode des différences finies mais elle est beaucoup plus flexible géométriquement (Soro, 2017).

### V.2.3 Méthode des volumes finis

Dans la simulation par la méthode des volumes finis, le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volumes de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles et à définir à l'intérieur du domaine de calcul une grille de points appelés nœuds. Chaque nœud se trouve entouré par un volume élémentaire sur lequel les équations aux dérivées partielles sont intégrées (Mohamed, 2005).

## V.3 Discrétisation par la méthode des différences finies

La discrétisation se fait sur deux fronts; d'une part le domaine géométrique est remplacé par un nombre fini de points formant un maillage, d'autre part, les dérivées partielles sont remplacées par des différences à l'aide du développement en série de Taylor.

### V.3.1 Discrétisation du domaine géométrique

La méthode des différences finies consiste à discrétiser les variables et équations du problème posé, c'est à dire de les approximer par des suites de valeurs et d'égalités définies en un nombre fini de points.

Pour la méthode des différences finies, un maillage est un ensemble de points isolés (appelés nœuds) situés dans le domaine de définition des fonctions assujetties aux équations aux dérivées partielles, une grille sur les seuls nœuds de laquelle sont définies les inconnues correspondant aux valeurs approximatives de ces fonctions.

Le maillage comprend également des nœuds situés sur la frontière du domaine (ou au moins « proches » de cette frontière) afin de pouvoir imposer les conditions aux limites ou les conditions initiales avec une précision suffisante (Benabderrahmane, 2012).

### V.3.2 Approximation en différences finies

Si une fonction quelconque  $f(x)$  est continue et dérivable, alors l'idée de base est d'appliquer à cette fonction un développement en série de Taylor comme suit (Hoffmann et Chiang, 2000) :

$$f(x + \Delta x) = f(x) + (\Delta x) \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right) + \dots + \frac{(\Delta x)^{n-1}}{(n-1)!} \left( \frac{\partial^{n-1} f}{\partial x^{n-1}} \right) + O(\Delta x)^n \quad (\text{V.1})$$

Dans lequel  $O(\Delta x)^n$  représente le reste ou l'erreur de troncature d'ordre  $n$ . Pour l'approximation des dérivées spatiales premières et en négligeant l'erreur de troncature, le développement de Taylor permet de formuler les possibilités suivantes :

### V.3.2.1 Approximation de la dérivée première

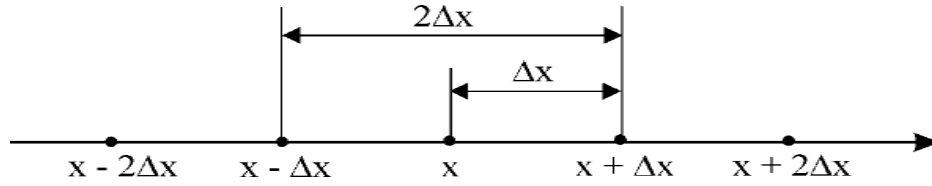


Figure (V.2): grille uniforme en espace.

Pour un pas d'espace  $\Delta x$  constant,  $\Delta x = x_{i+1} - x_i = x_i - x_{i-1}$  les dérivées  $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)$ , s'écrivent (Bertrand-Krajewski, 2006) :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} \quad \text{Dérivée avant (premier ordre)} \quad (\text{V. 2})$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} \quad \text{Dérivée arrière (premier ordre)} \quad (\text{V. 3})$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} \quad \text{Dérivée centrée (second ordre)} \quad (\text{V. 4})$$

### V.3.2.2 Approximation de la dérivée seconde

En remplaçant  $x$  par  $x_{i+1}$  ou  $x_{i+2}$  dans l'équation (V. 1), on obtient (Goncalves da Silva, 2005) :

Avec :  $\Delta x = x_{i+1} - x_i$

$$x = x_{i+1}: \quad f(x_{i+1}) = f(x_i) + \Delta x \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i + \dots + 0 \quad (\text{V. 5})$$

$$x = x_{i+2}: \quad f(x_{i+2}) = f(x_i) + 2\Delta x \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i + \frac{(2\Delta x)^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i + \dots + O(\Delta x)^n \quad (\text{V. 6})$$

En calculant

$$f(x_{i+2}) - 2f(x_{i+1}) + f(x_i) = \frac{2(\Delta x)^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i \quad (\text{V. 7})$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i = \frac{f(x_{i+2}) - 2f(x_{i+1}) + f(x_i)}{(\Delta x)^2} \quad (\text{V. 8})$$

Les dérivées secondes s'écrivent :

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i = \frac{f_{i+2} - 2f_{i+1} + f_i}{(\Delta x)^2} \quad \text{Dérivée avant (second ordre)} \quad (\text{V. 9})$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i = \frac{f_i - 2f_{i-1} + f_{i-2}}{(\Delta x)^2} \quad \text{Dérivée arrière (second ordre)} \quad (\text{V. 10})$$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i = \frac{f_{i-1} - 2f_i + f_{i+1}}{(\Delta x)^2} \quad \text{Dérivée centrée (second ordre)} \quad (\text{V. 11})$$

### V.3.2.3 Approximation de la dérivée par rapport au temps

On écrira donc en un point d'abscisse  $x_i = i\Delta x$  et au temps  $t_n = n\Delta t$  (Hoffmann et Chiang, 2000) :

$$\left| \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{x_i} = \frac{\Delta f_i}{\Delta t} = \frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} \quad \text{Dérivée temporelle avant} \quad (\text{V. 12})$$

$$\left| \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{x_i} = \frac{\Delta f_i}{\Delta t} = \frac{f_i^n - f_i^{n-1}}{\Delta t} \quad \text{Dérivée temporelle arrière} \quad (\text{V. 13})$$

#### V.4 Problème transitoire (schémas explicite/implicite)

Dans le cas de problèmes transitoires (évolutions des quantités cherchées en fonction du temps) deux types de schéma sont possibles :

- des schémas dits explicites.
- des schémas dits implicites.

##### V.4.1 Schéma explicite

Un schéma est explicite, si chaque valeur approchée de la solution au temps  $t + \Delta t$  et au point  $x$  donné, est décrite à partir des valeurs de la solution précédente au temps  $t$  en ce même point. Cette valeur est donc explicitement fonction des valeurs connues, déjà calculées, et s'obtient directement pour tous les points du maillage. L'inconvénient est que le schéma est instable si  $\Delta t$  est choisi trop grand ( Berreksi et Bouhadji, 1993; Ancey, 2010).

Le calcul de  $f^{n+1}$  à partir de  $f^n$  s'effectue à l'aide d'une formule explicite :

$$f^{n+1} = f^n + \Delta t F(t_n, f^n) \quad (\text{V. 14})$$

Donc:

$$\frac{df}{dt} = \frac{f^{n+1} - f^n}{\Delta t} = F(t_n, f^n) \quad (\text{V. 15})$$

##### V.4.2 Schéma implicite

Un schéma est implicite, si la valeur approchée en un point au temps  $t + \Delta t$ , est écrite en fonction de la solution précédente au temps  $t$ , et les valeurs voisines au temps  $t + \Delta t$ . En fait, le caractère implicite d'un schéma numérique est lié au fait que l'on ne puisse pas exprimer explicitement chaque valeur inconnue en fonction uniquement de valeurs connues. L'avantage majeur de ce schéma est sa stabilité quel que soit le pas de temps utilisé (Buyer, 2002; Ancey, 2010).

Le calcul de  $f^{n+1}$  s'effectue à l'aide d'une formule implicite :

$$f^{n+1} = f^n + \Delta t F(t_{n+1}, f^{n+1}) \quad (\text{V. 16})$$

Donc:

$$\frac{df}{dt} = \frac{f^{n+1} - f^n}{\Delta t} = F(t_{n+1}, f^{n+1}) \quad (\text{V. 17})$$

#### V.5 L'erreur de troncature

L'erreur de troncature vient du fait qu'on a tronqué le développement en série de Taylor de la fonction  $f$ . L'erreur de troncature par pas est la différence entre la valeur calculée et la valeur exacte, en supposant qu'au pas précédent la valeur calculée et la valeur exacte étaient identiques.

## V.6 Schémas de Lax-Friedrichs

Le schéma de Lax-Friedrichs est une méthode de base pour la solution des équations différentielles de type hyperbolique. C'est un schéma très robuste et son utilisation est facile. Le schéma est du premier ordre en temps et du deuxième ordre en espace. Il est composé d'une seule étape (Saikia et Sarma, 2006).

$$\begin{cases} V_i^{n+1} = \theta V_i^n + 0.5(1 - \theta)(V_{i+1}^n + V_{i-1}^n) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [F_{i+1}^n - F_{i-1}^n] + \Delta t W_i^n \\ 0 \leq \theta \leq 1 \end{cases} \quad (\text{V. 18})$$

Avec  $\theta$  paramètre de pondération du schéma de Lax-Friedrichs.

## V.7 Conditions initiales et aux limites

### V.7.1 Conditions initiales

Il faut fournir au modèle numérique les conditions initiales qui représentent l'état de l'écoulement lors du démarrage de la simulation (Benmoussa, 2013).

### V.7.2 Conditions aux limites

Dans le but de trouver la solution numérique à l'instant  $n+1$ , le schéma numérique a recours aux valeurs trouvées, à l'instant  $n$ , au nœud courant ainsi qu'aux nœuds voisins. Il est donc impossible d'appliquer un schéma numérique aux premiers et aux derniers nœuds du domaine spatial. Il est nécessaire de faire un traitement spécial pour calculer les valeurs de l'écoulement en ces nœuds. Ce traitement s'appelle les conditions aux limites (Abdallah, 2005). Les conditions aux limites classiques appliquées sont les suivantes :

#### V.7.2.1 Condition de Dirichlet

Ce type de condition de frontière permet de fixer la valeur d'une inconnue du système (h par exemple) (Mercier, 1999). Ce qui correspond à fixer l'élévation de la nappe phréatique en un point ou la hauteur d'eau dans un canal.

#### V.7.2.2 Conditions de Neuman

La condition aux limites spécifie la dérivée que doit prendre la fonction en un point ou une série de points. Physiquement, cela traduit souvent une condition de flux aux frontières du domaine (Ancey, 2010).

#### V.7.2.3 Extrapolation linéaire

L'une des méthodes les plus utilisées pour traiter les conditions aux limites, est celle de l'extrapolation linéaire. Soit  $V_2^{n+1}$  et  $V_{N-1}^{n+1}$  les valeurs calculées aux temps  $t^{n+1}$  à l'aide du schéma numérique, les valeurs  $V_1^{n+1}$  et  $V_N^{n+1}$  sont calculées à l'aide d'une extrapolation linéaire par Mohapatra et Bhallamudi (1996), Yu et Duan (2014) et Das et Bagheri (2015):

$$V_1^{n+1} = 2V_2^{n+1} - V_3^{n+1} \quad (\text{V. 19})$$

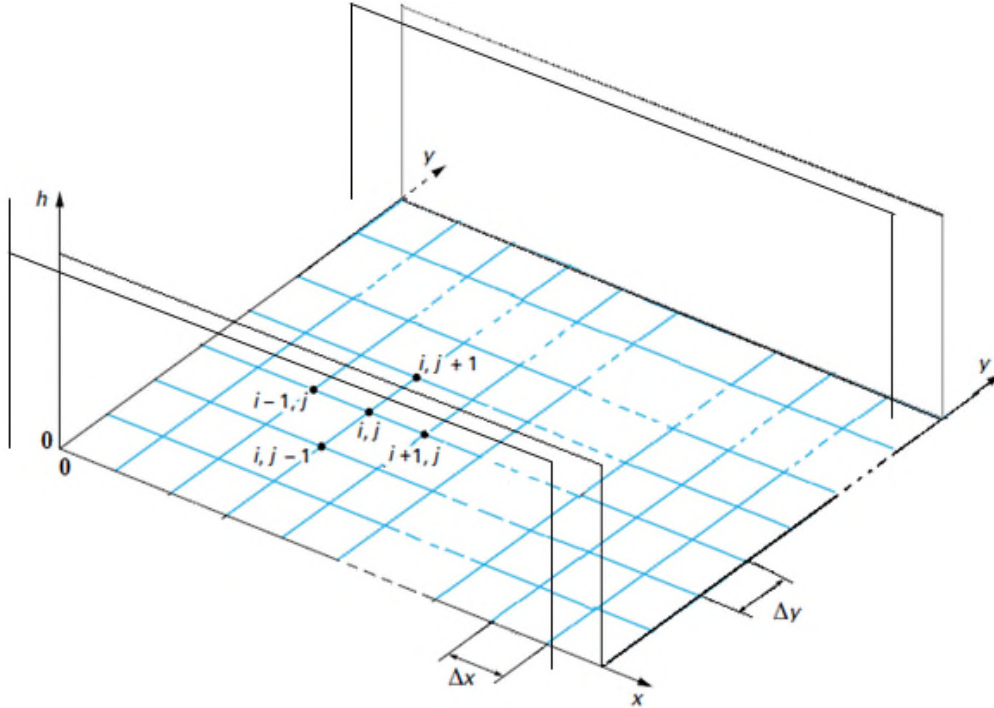
$$V_N^{n+1} = 2V_{N-1}^{n+1} - V_{N-2}^{n+1} \quad (\text{V. 20})$$



## V.8 Discrétisation du modèle mathématique des écoulements souterrains 2D

### V.8.1 Discrétisation de la géométrie de la nappe

Cette étape consiste à remplacer la géométrie de la nappe par un maillage, où les variables  $x$ ,  $y$  et  $t$  sont remplacés par des valeurs discrètes dans chaque nœud de ce maillage.



Figure(V.3): Géométrie du domaine.

- La coordonnée  $x$  devient la suite  $(x_i) \quad i = 1 \dots i_{\max}$   

$$i_{\max} = \frac{L}{\Delta x} + 1 \quad (\text{V. 21})$$

Avec  $L$  est la longueur de la nappe

- La coordonnée  $y$  devient la suite  $(y_j) \quad j = 1 \dots j_{\max}$   

$$j_{\max} = \frac{b}{\Delta y} + 1 \quad (\text{V. 22})$$

Avec  $b$  est la largeur de la nappe

- Le temps  $t$  devient la suite  $(t^n) \quad n = 1 \dots N$   

$$\Delta t = t^{n+1} - t^n \quad (\text{V. 23})$$

### V.8.2 Discrétisation du modèle transitoire

$$\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{ke}{S} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) = W \quad (\text{V. 24})$$

En négligeant les termes sources et puits on a :

$$\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{ke}{S} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (\text{V. 25})$$

La dérivée par rapport au temps peut s'écrire:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i,j}^n}{\Delta t} \quad \text{ou} \quad \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{h_{i,j}^n - h_{i,j}^{n-1}}{\Delta t} \quad (\text{V.26})$$

Approximation de la dérivée seconde  $\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\right)$  et  $\left(\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right)$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_i = \frac{f_{i-1}^n - 2f_i^n + f_{i+1}^n}{(\Delta x)^2} \quad \text{Dérivée centrée (second ordre)} \quad (\text{V.27})$$

Donc :

$$\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\right) = \frac{h_{i-1,j}^n - 2h_{i,j}^n + h_{i+1,j}^n}{(\Delta x)^2} \quad (\text{V.28})$$

$$\left(\frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right) = \frac{h_{i,j-1}^n - 2h_{i,j}^n + h_{i,j+1}^n}{(\Delta y)^2} \quad (\text{V.29})$$

On utilise ici le schéma explicite

L'équation (V.24) peut être écrite sous la forme :

$$\frac{ke}{S} \left( \frac{h_{i-1,j}^n - 2h_{i,j}^n + h_{i+1,j}^n}{(\Delta x)^2} + \frac{h_{i,j-1}^n - 2h_{i,j}^n + h_{i,j+1}^n}{(\Delta y)^2} \right) + W_{i,j}^n = \frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (\text{V.30})$$

### V.8.3 Application de la méthode de Lax-Friedrichs

Pour discrétiser l'équation (V.24) on applique la méthode de Lax-Friedrichs

En appliquant la méthode des différences finies :

$$\frac{h_{i,j}^{n+1} - h_{i,j}^n}{dt} = + \frac{ke}{S} \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) + W_{i,j}^n \quad (\text{V.31})$$

$$h_{i,j}^{n+1} = h_{i,j}^n + \frac{ke}{S} dt \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) + dt W_{i,j}^n \quad (\text{V.32})$$

On obtient :

$$h_{i,j}^{n+1} = h_{i,j}^n + \frac{ke}{S} \frac{dt}{\partial x^2} (h_{i-1,j}^n - 2h_{i,j}^n + h_{i+1,j}^n) + \frac{ke}{S} \frac{dt}{\partial y^2} (h_{i,j-1}^n - 2h_{i,j}^n + h_{i,j+1}^n) + dt W_{i,j}^n \quad (\text{V.33})$$

En appliquant le schéma de Lax-Friedrichs

$$h_{i,j}^{n+1} = \theta h_{i,j}^n + \frac{(1-\theta)}{4} (h_{i+1,j}^n + h_{i-1,j}^n + h_{i,j+1}^n + h_{i,j-1}^n) + \frac{ke}{S} \frac{dt}{\partial x^2} (h_{i-1,j}^n - 2h_{i,j}^n + h_{i+1,j}^n) + \frac{ke}{S} \frac{dt}{\partial y^2} (h_{i,j-1}^n - 2h_{i,j}^n + h_{i,j+1}^n) + dt W_{i,j}^n \quad (\text{V.34})$$

### V.8.4 Application des conditions aux limites et initiales

Pour résoudre numériquement l'équation (V.24), il faut préciser les conditions aux limites et initiales. Dans notre démarche nous utiliserons:

### V.8.4.1 Une condition limite de type Dirichlet

Constante ou variable à l'entrée et à la sortie, on applique cette condition de Dirichlet aux nœuds frontières  $i=2$  et  $i=i_{\max}$  :

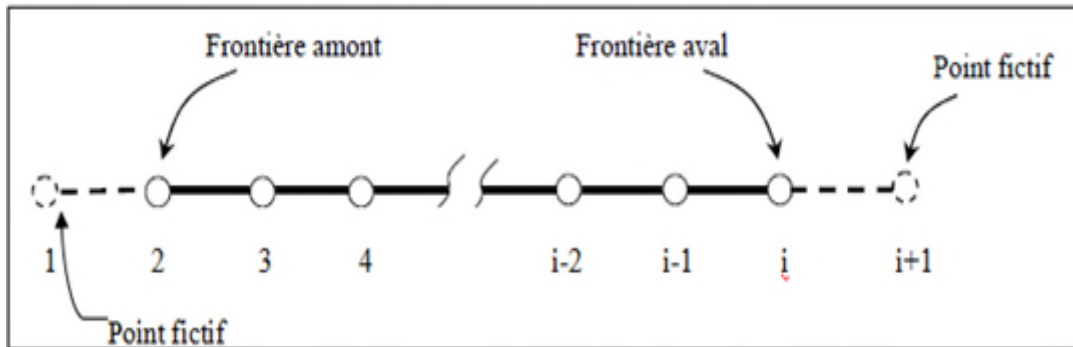
$$x=0, \quad 0 \leq y \leq b, \quad t \geq 0: \quad h(0, y, t) = h_0(t); \quad (\text{V.35})$$

$$i=2, \quad 2 \leq j \leq j_{\max} \quad t \geq 0: \quad h_{2,j}^n = h_0(t); \quad (\text{V.36})$$

$$x=L, \quad 0 \leq y \leq b, \quad t \geq 0: \quad h(L, y, t) = h_L(t); \quad (\text{V.38})$$

$$i=i_{\max}, \quad 2 \leq j \leq j_{\max} \quad t \geq 0: \quad h_{i_{\max},j}^n = h_L(t). \quad (\text{V.39})$$

### V.8.4.2 Points fictifs



Figure(V.4): Frontières du domaine et points fictifs de calcul.

On applique cette condition de l'image aux nœuds frontière  $j=2, j=j_{\max}$

$$2 \leq i \leq i_{\max} \quad j = 2 \quad h(i, j - 1) = h(i, j + 1) \quad (\text{V.40})$$

$$2 \leq i \leq i_{\max} \quad j = j_{\max} \quad h(i, j + 1) = h(i, j - 1) \quad (\text{V.41})$$

On applique cette condition de l'image aux nœuds frontière  $i=2, i=i_{\max}$

$$i = 2 \quad 2 \leq j \leq j_{\max} \quad h(i - 1, j) = h(i + 1, j) \quad (\text{V.42})$$

$$i = i_{\max} \quad 2 \leq j \leq j_{\max} \quad h(i + 1, j) = h(i - 1, j) \quad (\text{V.43})$$

- une condition initiale

$$t = 0, \quad 0 < x < L \quad \text{et} \quad 0 < y < b \quad h(x, y, 0) = h_{i,j}^1 \quad (\text{V.44})$$

Ce problème particulier est donc complètement spécifié par les équations :

$$\text{Pour } t = 0: \quad n=1$$

$$h(x, y, 0) = h_{i,j}^1 \quad (\text{V.45})$$

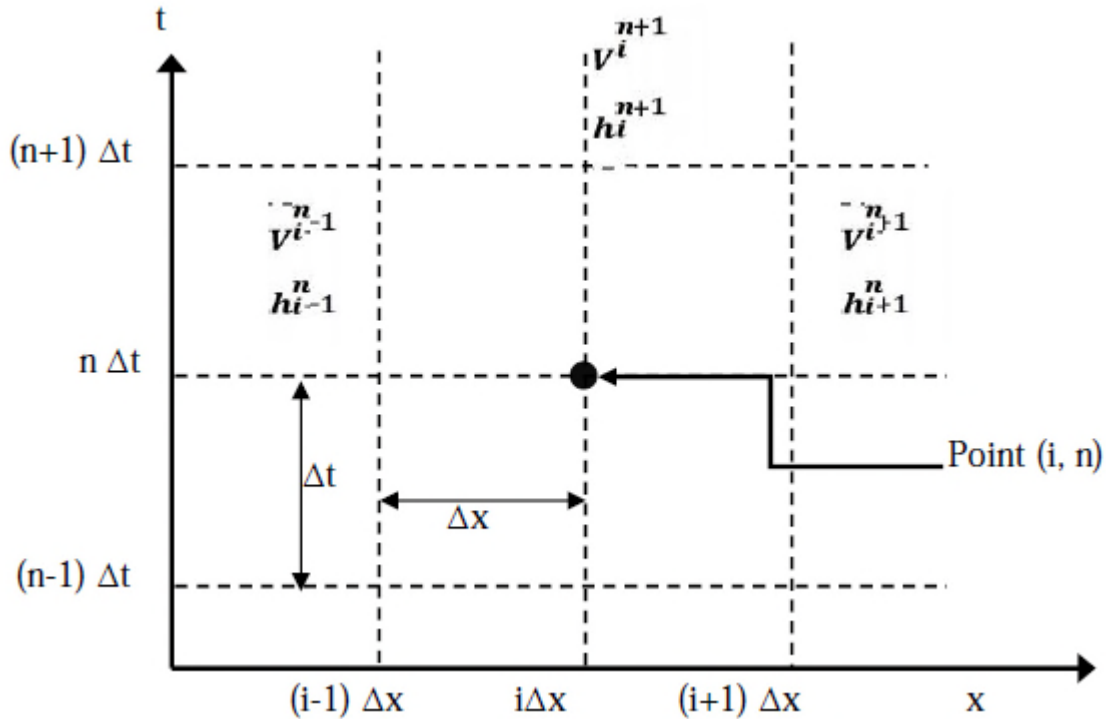
$$\text{Pour } t > 0:$$

$$t = (n - 1)\Delta t \quad (\text{V.46})$$

## V.9 Discrétisation du modèle mathématique des équations de Barré de Saint-Venant 1D

### V.9.1 Discrétisation de la géométrie du cours d'eau

Cette étape consiste à remplacer la géométrie du canal par un maillage, où les variables  $x$  et  $t$  sont remplacés par des valeurs discrètes dans chaque nœud de ce maillage.



Figure(V.5): Notation de grille de calcul.

- La coordonnée  $x$  devient la suite  $(x_i) \quad i = 1 \dots i_{\max}$

$$i_{\max} = \frac{l}{\Delta x} + 1 \quad (\text{V.47})$$

Avec  $l$  est la longueur du canal

- Le temps  $t$  devient la suite  $(t^n) \quad n = 1 \dots N$

$$\Delta t = t^{n+1} - t^n \quad (\text{V.48})$$

### V.9.2 Discrétisation de la forme conservative des équations de Barré de Saint Venant 1D

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = W \quad (\text{V.49})$$

$$V = \begin{pmatrix} h \\ vh \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} hv \\ hv^2 + gh^2/2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad W = \begin{pmatrix} 0 \\ gh(I - J) \end{pmatrix} \quad (\text{V.50})$$

En négligeant le terme  $W$  de l'équation (V.49) :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (\text{V.51})$$

La dérivée par rapport au temps peut s'écrire:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{V_i^{n+1} - V_i^n}{\Delta t} \quad (\text{V.52})$$

$$\text{ou} \quad \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{V_i^n - V_i^{n-1}}{\Delta t} \quad (\text{V.53})$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F_{i+1}^n - F_{i-1}^n}{2\Delta x} \quad \text{dérivée centrée (premier ordre)} \quad (\text{V.54})$$

Donc :

$$\frac{\partial f1}{\partial x} = \frac{f1_{i+1}^n - f1_{i-1}^n}{2\Delta x} \quad (\text{V.55})$$

$$\frac{\partial f2}{\partial x} = \frac{f2_{i+1}^n - f2_{i-1}^n}{2\Delta x} \quad (\text{V.56})$$

Tel que

$$f1_i = h_i^n v_i^n \quad (\text{V.57})$$

$$f2_i = h_i^n (v_i^n)^2 + \frac{g(h_i^n)^2}{2} \quad (\text{V.58})$$

### V.9.3 Application de la méthode de Lax-Friedrichs

Pour discrétiser l'équation (V.51) on applique la méthode de Lax-Friedrichs

En appliquant la méthode des différences finies, on obtient :

$$\frac{h_i^{n+1} - h_i^n}{\Delta t} = - \frac{f1_{i+1}^n - f1_{i-1}^n}{2\Delta x} \quad (\text{V.59})$$

$$h_i^{n+1} = h_i^n - \frac{dt}{2dx} (f1_{i+1}^n - f1_{i-1}^n) \quad (\text{V.60})$$

$$\frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{dt} = - \frac{f2_{i+1}^n - f2_{i-1}^n}{2dx} + gh_i^n (I - J_i^n) \quad (\text{V.61})$$

$$q_i^{n+1} = q_i^n - \frac{dt}{2dx} (f2_{i+1}^n - f2_{i-1}^n) + gh_i^n dt (I - J_i^n) \quad (\text{V.62})$$

En appliquant le schéma de Lax-Friedrichs :

$$h_i^{n+1} = \theta h_i^n + \frac{(1-\theta)}{2} (h_{i+1}^n + h_{i-1}^n) - \frac{dt}{2dx} (f1_{i+1}^n - f1_{i-1}^n) \quad (\text{V.63})$$

$$q_i^{n+1} = \theta h_i^n v_i^n + \frac{(1-\theta)}{2} (h_{i+1}^n v_{i+1}^n + h_{i-1}^n v_{i-1}^n) - \frac{dt}{2dx} (f2_{i+1}^n - f2_{i-1}^n) + gh_i^n dt (I - J_i^n) \quad (\text{V.64})$$

$$v_i^{n+1} = \frac{q_i^{n+1}}{h_i^{n+1}} \quad (\text{V.65})$$

Dans l'équation (V.64):

$$J_i^n = \frac{v_i^{n2}}{k^2 R_h^n \left(\frac{4}{3}\right)} \quad (\text{V.66})$$

Pour un canal rectangulaire:

$$R_{h_i}^n = \frac{bh_i^n}{b + 2h_i^n} \quad (\text{V.67})$$

#### V.9.4 Application des conditions aux limites et initiales

La résolution numérique des l'équation (V.51) nécessite de préciser les conditions aux limites et initiales.

##### V.9.4.1 Condition aux limites de type Dirichlet

On applique la condition aux limites de type Dirichlet au nœud frontière  $i=2$ :

$$x=0, \quad t \geq 0: \quad h(0, t)=h_0(t), \quad v(0, t)=v_0(t); \quad (\text{V.68})$$

$$i=2, \quad t \geq 0: \quad h_{2,j}^n=h_0(t), \quad v_{2,j}^n=v_0(t). \quad (\text{V.69})$$

##### V.9.4.2 Extrapolation linéaire

L'extrapolation linéaire est appliquée au nœud frontière  $i=i_{\max}$ :

$$x=1, \quad t \geq 0: \quad h(1, t)=h_1(t), \quad v(1, t)=v_1(t); \quad (\text{V.70})$$

$$i=i_{\max}, \quad t \geq 0: \quad h_N = 2h_{N-1} - h_{N-2} \quad (\text{V.71})$$

$$i=i_{\max}, \quad t \geq 0: \quad v_N = 2v_{N-1} - v_{N-2} \quad (\text{V.72})$$

#### V.9.5 Condition de CFL

Les schémas numériques de nature explicites sont stables pour les valeurs du Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) inférieure à l'unité (Saikia et Sarma, 2006).

$$C_n = \frac{\Delta t \max(|u| + \sqrt{gh})}{\Delta x} < 1 \quad (\text{V.73})$$

Avec :  $C_n$  variant entre 0 et 1

Dans le cas de l'étude du système de Barré de Saint Venant, le pas de temps sera donné par :

$$\Delta t = \frac{C_n \Delta x}{\max(|u| + \sqrt{gh})} \quad (\text{V.74})$$

#### V.10 Modélisation numérique du modèle couplé 1D/2D

Le modèle d'écoulement souterrain et le modèle d'écoulement de surface sont couplés par les hauteurs d'eau, puisque les deux équations partagent la même inconnue  $h$ . Les deux modèles peuvent donc être directement couplés en imposant la continuité du champ de charge (Gaume et al., 2012; Ikni, 2014).

**V.10.1 Equation de Barré de Saint Venant 1D**

$$h_i^{n+1} = \theta h_i^n + \frac{(1-\theta)}{2} (h_{i+1}^n + h_{i-1}^n) - \frac{dt}{2dx} (f1_{i+1}^n - f1_{i-1}^n) \pm C_d h_i^n \quad (V.75)$$

$$q_i^{n+1} = \theta h_i^n v_i^n + \frac{(1-\theta)}{2} (h_{i+1}^n v_{i+1}^n + h_{i-1}^n v_{i-1}^n) - \frac{dt}{2\Delta x} (f2_{i+1}^n - f2_{i-1}^n) + g h_i^n dt (I - J_i^n) \pm C_d h_i^n v_i^n \quad (V.76)$$

**V.10.2 Equation d'écoulement souterrain 2D**

$$h_{i,j}^{n+1} = \theta h_{i,j}^n + \frac{(1-\theta)}{4} (h_{i+1,j}^n + h_{i-1,j}^n + h_{i,j+1}^n + h_{i,j-1}^n) + \frac{ke}{S} \frac{dt}{\partial x^2} (h_{i-1,j}^n - 2h_{i,j}^n + h_{i+1,j}^n) + \frac{ke}{S} \frac{dt}{\partial y^2} (h_{i,j-1}^n - 2h_{i,j}^n + h_{i,j+1}^n) \pm C_d h_i^n \quad (V.77)$$

**V.11 Conclusion**

Dans ce chapitre, la méthode des différences finies est appliquée pour la résolution des équations d'écoulement en milieu poreux saturé 2D, des équations de Barré de Saint-Venant 1D ainsi que le couplage des écoulements (1D/2D). Afin de permettre le développement d'un schéma numérique de type explicite et un maillage uniforme, les discrétisations spatiales et temporelles ainsi que les conditions aux limites sont détaillées.

## VI.1 Introduction

Le programme développé dans le cadre de ce travail est dans le but d'analyser par la méthode des différences finies, le comportement et l'évolution de l'écoulement souterrain en régime transitoire, la simulation de la réponse de la nappe au pompage et à la recharge artificielle par les différents dispositifs dans un aquifère à nappe libre. Les applications servent à étudier l'évolution dans l'espace et dans le temps de la nappe suite à une recharge. Il en résulte donc la détermination de l'élévation du niveau piézométrique. Le couplage des écoulements à surface libre et souterrain est évoqué, pour cela une simulation numérique d'écoulement à surface libre dans un canal a été réalisée et comparée à des résultats expérimentaux.

## VI.2 Simulation d'un écoulement souterrain, dans un aquifère à nappe libre

Pour une nappe libre à substratum horizontal, de longueur  $L$ , de largeur constante  $b$ , la hauteur piézométrique en amont  $h_0$  et en aval  $h_L$ , la solution analytique pour ce problème est donnée par l'équation de la ligne piézométrique (VI.1) (Chapuis, 2002).

$$h = \sqrt{h_0^2 + (h_L^2 - h_0^2) \frac{x}{L}} \quad (\text{VI.1})$$

Pour valider ce modèle, les dimensions de la nappe utilisées sont :

$L=100$  m,  $b=60$  m,  $h_0=15$  m et  $h_L=8$  m.

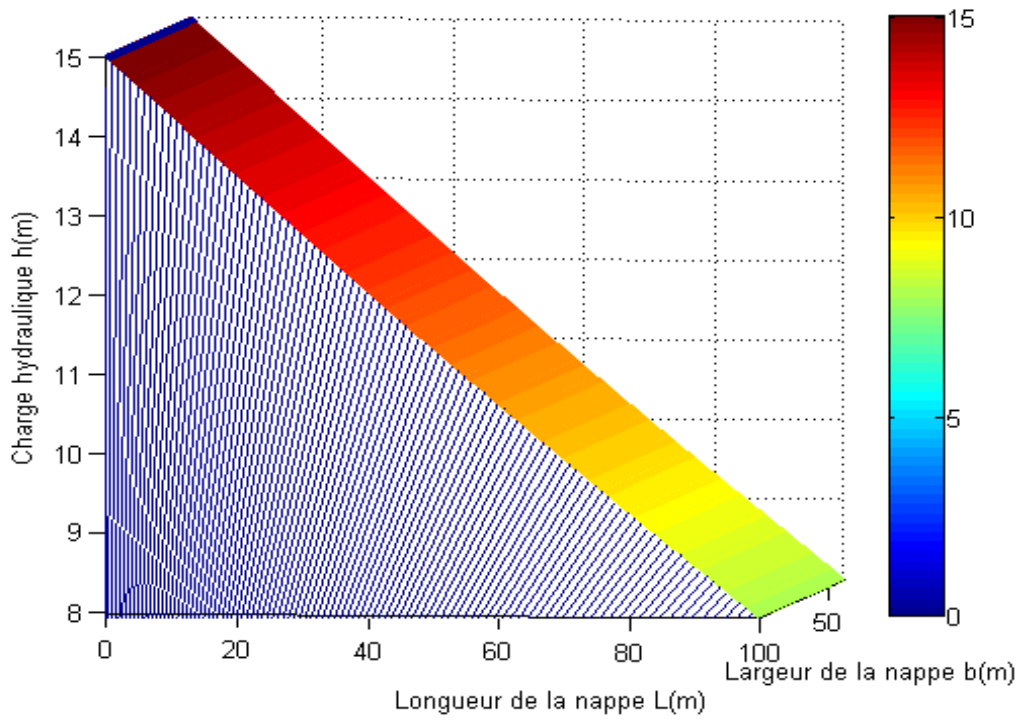
La perméabilité est de 0.01m/s, le coefficient d'emmagasinement est égale à 0.8.

Les pas d'espace sont  $dx=1$  m et  $dy = 0.5$ m. Le pas de temps est de 0.5 s. Pour cette application on a opté pour  $\theta = 0.05$ .

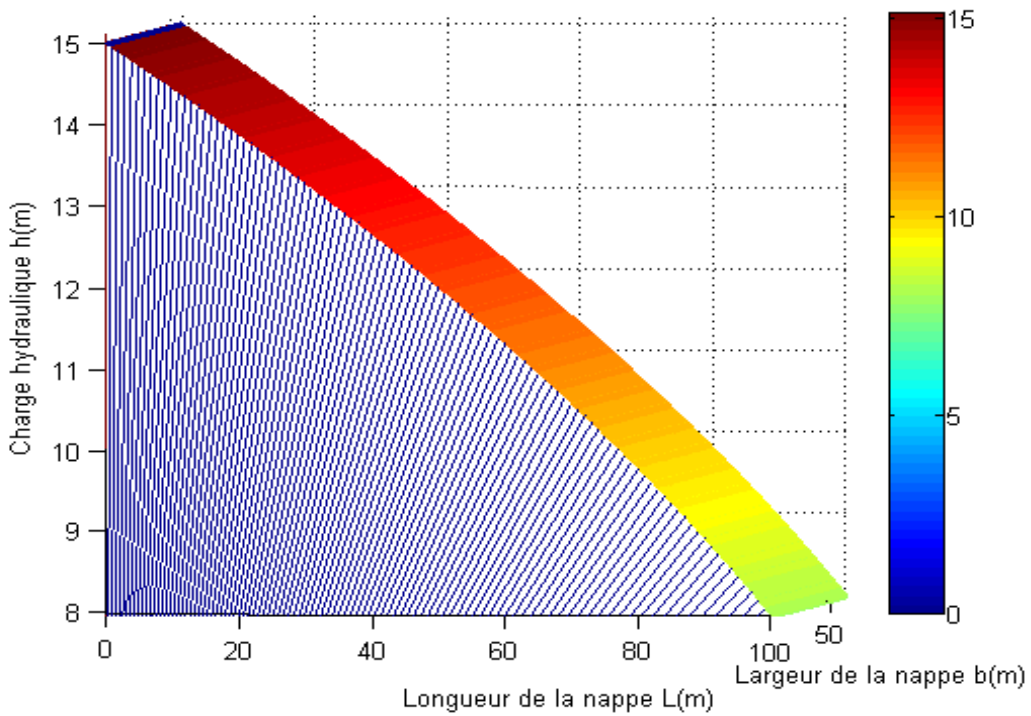
Les figures (VI.1), (VI.2) et (VI.3) représentent les niveaux piézométriques de la nappe une fois le régime permanent est établi par les deux méthodes numérique et analytique et la vitesse d'écoulement est montrée sur la figure (VI.4).

L'analyse des figures (VI.1, VI.2 et VI.3) montre une petite différence entre les deux courbes obtenues par la solution analytique et numérique. Cette différence est due à la négligence des paramètres  $k$  et  $S$  dans l'établissement de la solution analytique, ces paramètres ont un rôle important dans l'écoulement des eaux souterraines. Elle peut être aussi due aux erreurs de discrétisation de la méthode numérique. Une décroissance de la vitesse est constatée sur la figure (VI.4), elle est due au gradient hydraulique.





**Figure (VI.1):** Niveau piézométrique numérique de la nappe.



**Figure (VI.2):** Niveau piézométrique analytique de la nappe.

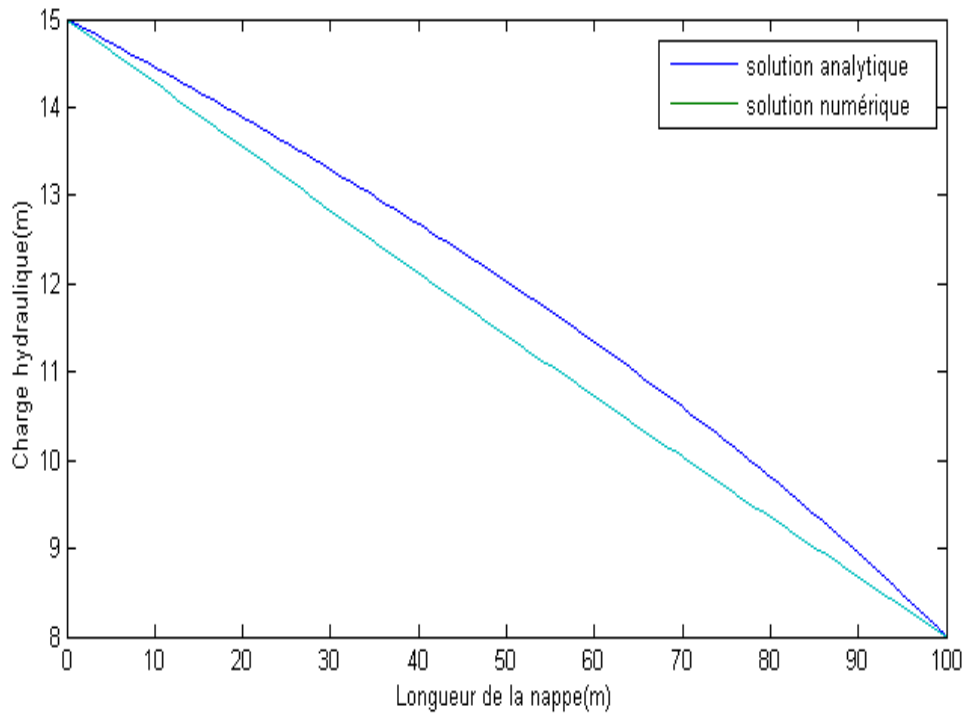
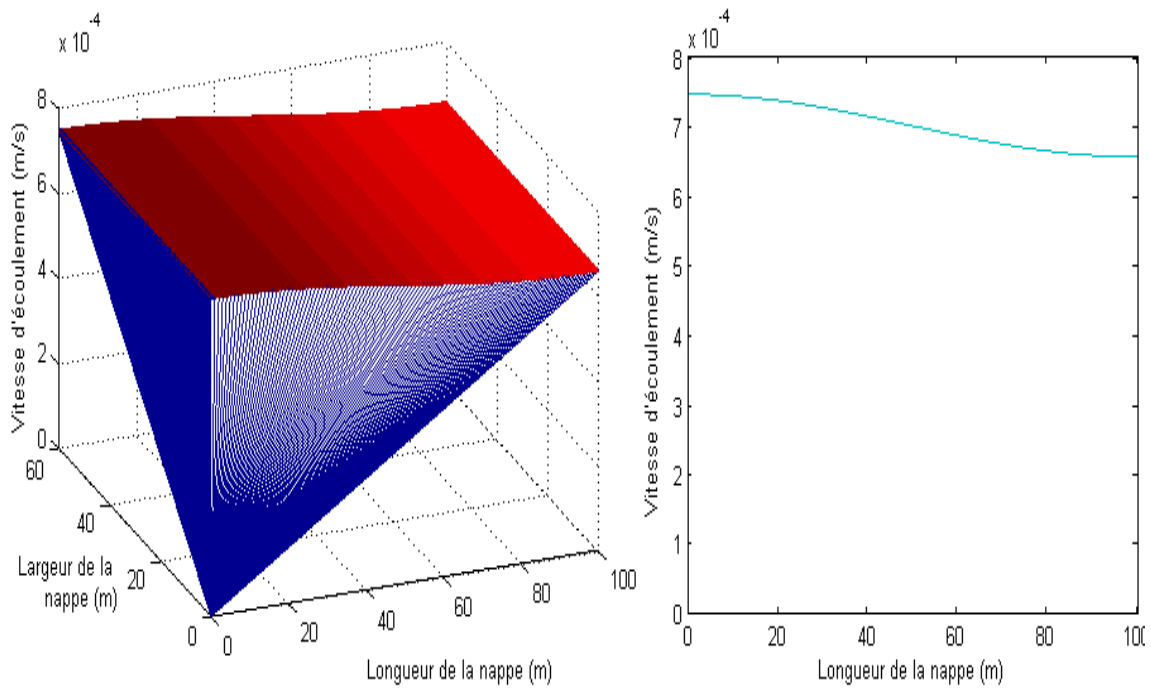


Figure (VI.3): Niveaux piézométriques le long de la nappe obtenus par les méthodes analytique et numérique.



a) Représentation en 2D de la vitesse.

b) Représentation en 1D de la vitesse.

Figure (VI.4): Représentation de la vitesse d'écoulement en 1D et 2D.

### VI.3 Pompage à partir d'un forage

Cette simulation concerne le pompage dans une nappe constituée d'un domaine parallélépipédique dont trois faces latérales et la face du fond sont imperméables. Les dimensions choisies sont 20 m en hauteur, 30 m en longueur et 15 m en largeur. Un puits d'une section circulaire de 20 cm de diamètre est positionné à  $x = 20$  m et  $y = 7,5$  m et un débit constant de  $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$  est imposé. La valeur de la perméabilité est de  $0,004 \text{ m/s}$ , le coefficient d'emmagasinement est  $0,8$  et le paramètre  $\theta = 0,05$ . Les pas d'espace sont  $dx = 1$  m et  $dy = 0,5$  m. Le pas de temps est  $dt = 1,3$  s.

L'aquifère considéré est représenté en plan sur les figures ci-dessous:

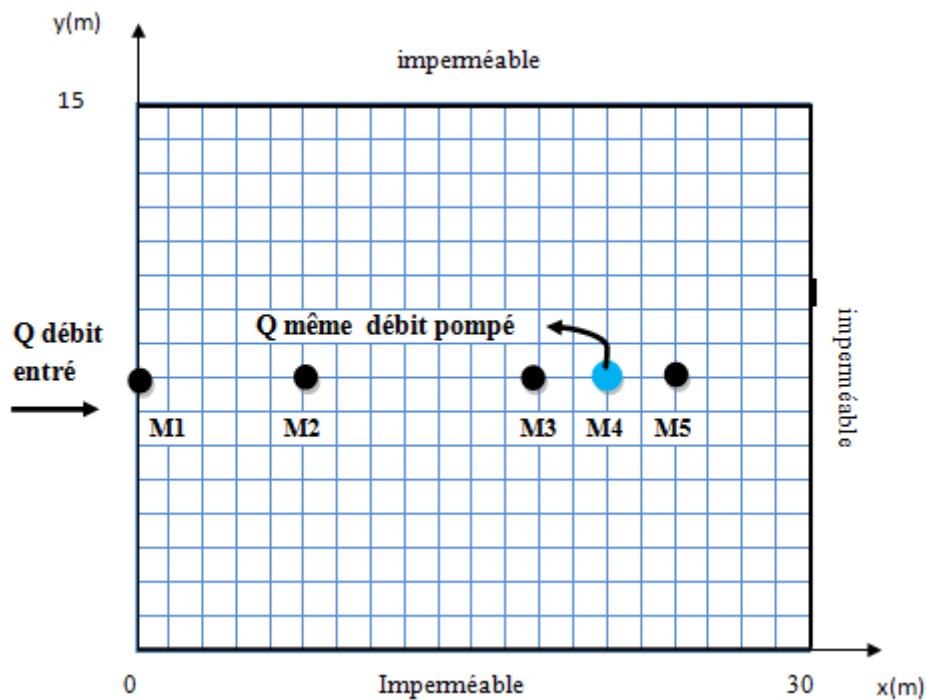
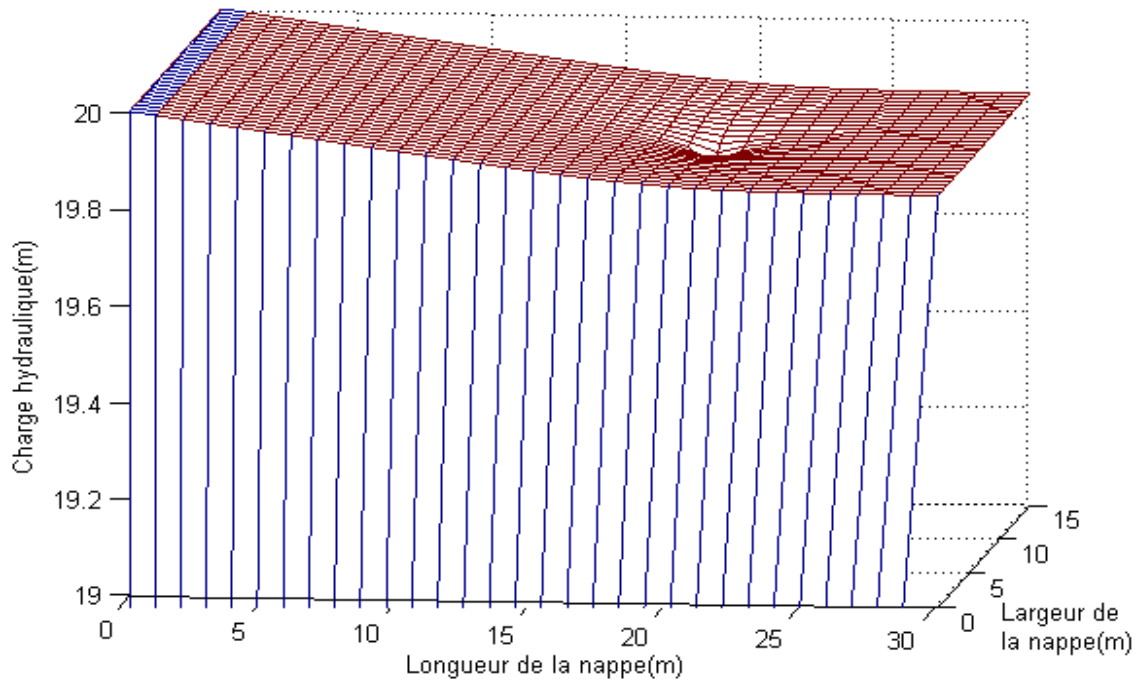


Figure (VI.5): Géométrie du domaine de pompage.

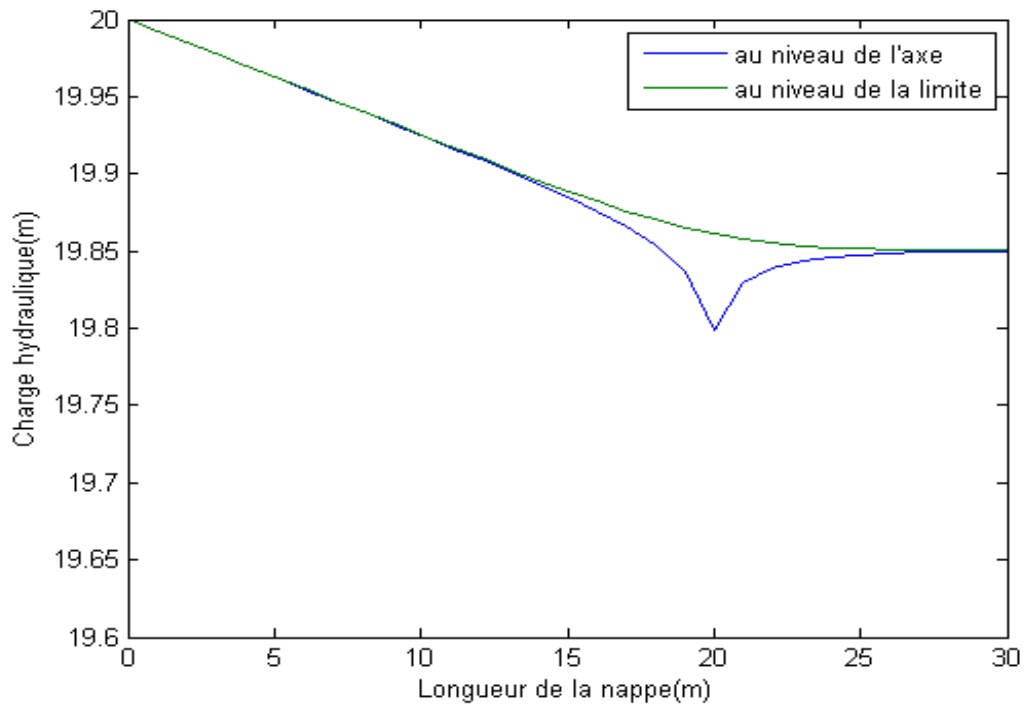
On dispose de 5 sondes (M1 (0,7.5), M2 (8,7.5), M3 (18,7.5), M4 (20,7.5), M5 (22,7.5)) représentées sur la figure (VI.5), pour enregistrer les variations temporelles du niveau piézométrique dans la nappe.

Le niveau de la nappe après 6 heures de simulation est représenté sur la figure (VI.6). Pour visualiser l'effet du pompage sur la nappe, on trace la courbe de la hauteur piézométrique dans le plan longitudinal de la nappe au point de pompage et à la limite amont figure (VI.7). L'évolution de la hauteur d'eau dans la nappe en fonction du temps aux niveaux des sondes (M1, M2, M3, M4 et M5) est représentée sur la figure (VI.8).

Les figures (VI.6) et (VI.7) montrent que la charge hydraulique diminue après un temps de pompage. Après quatre heures de pompage un état d'équilibre est observé sur la figure (VI.8), qui signifie que le système est en régime permanent.



**Figure (VI.6) :** Vue à trois dimensions de la hauteur d'eau dans le bloc parallélépipédique de sable (après 6 h de simulation).



**Figure (VI.7) :** Hauteur d'eau au niveau de l'axe et de la limite de l'aquifère.

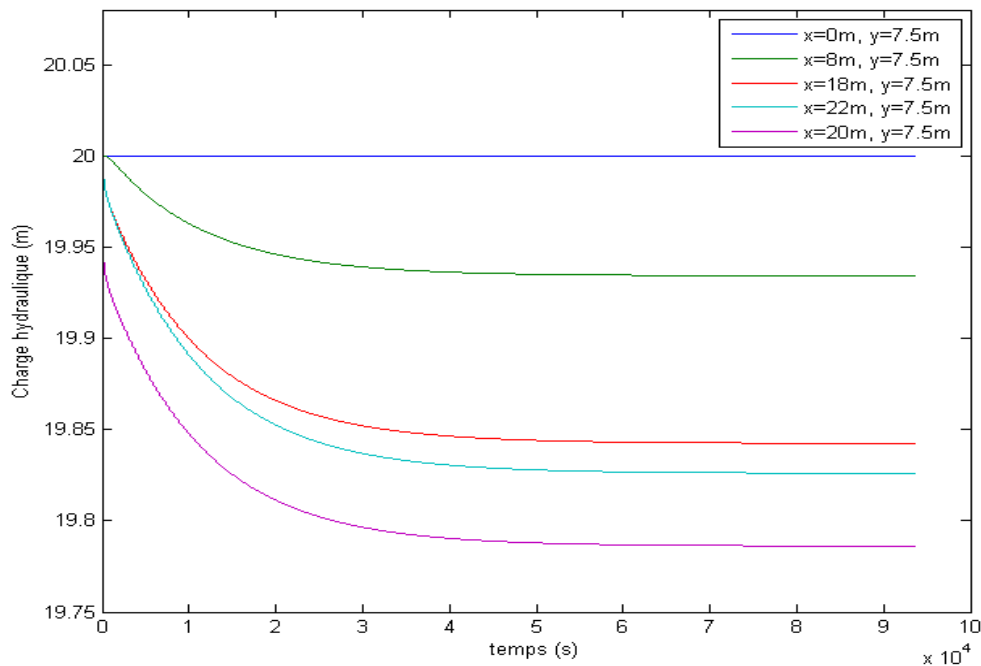


Figure (VI.8) : Evolution de la hauteur d'eau dans la nappe en fonction du temps.

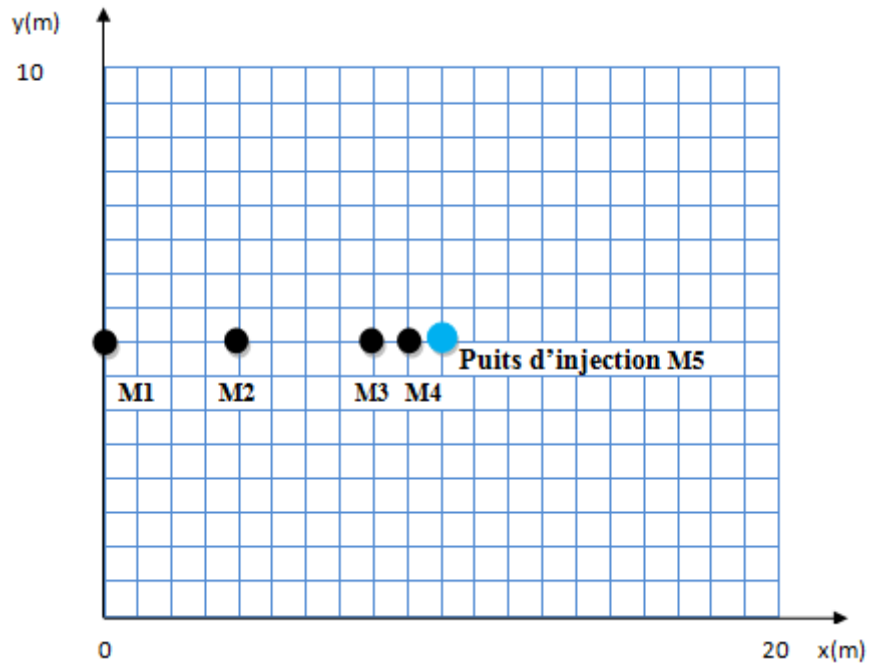
## VI.4 Simulation de la réponse de la nappe à la recharge artificielle

### VI.4.1 Recharge par puits d'injection

On s'intéresse maintenant à la recharge d'une nappe par puits d'injection. La nappe simulée est constituée d'un domaine parallélépipédique dont le fond est imperméable. La nappe a pour dimensions : 10 m en hauteur, 20 m en longueur et 10 m en largeur. La position du puits est  $x = 10$  m et  $y = 5$  m avec un diamètre de 40 cm où un débit  $0,4 \text{ m}^3/\text{s}$  concentré est injecté, le niveau initial de l'eau dans la nappe est de 0 m. la perméabilité du terrain est  $0,04 \text{ m/s}$ ,  $S=0.8$  et  $\theta = 0,05$ .

Les pas d'espace sont  $dx = 0,5$  m et  $dy = 0,25$  m. Le pas de temps est  $dt = 0,2$  s.

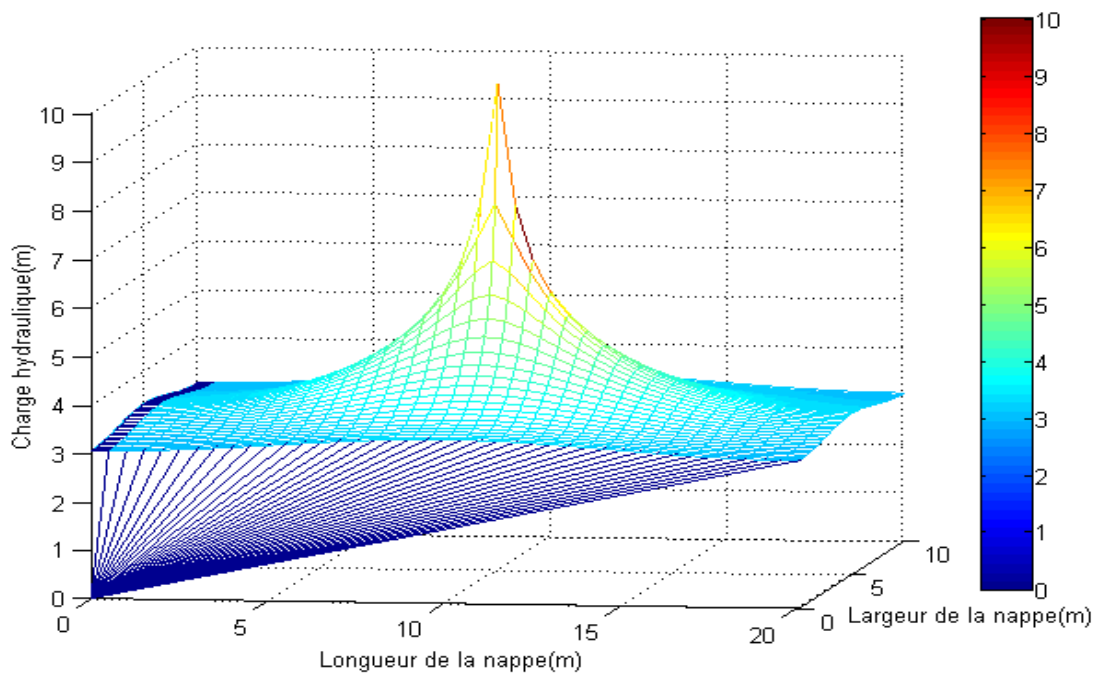
On dispose de cinq sondes (M1 (0,5), M2 (4,5), M3 (8,5), M4 (9,5, 5) et M5 (10,5)) pour mesurer l'évolution de la surface libre en fonction du temps voir la figure (VI.9).



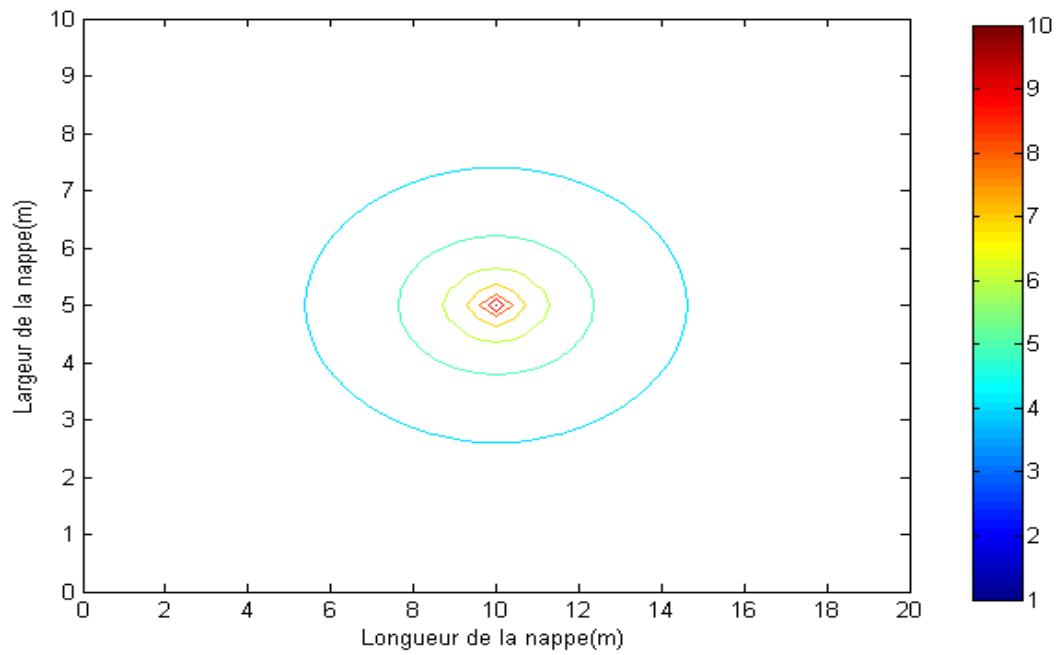
**Figure (VI.9) :** géométrie du domaine (forage d'injection)

Les figures (VI.10), (VI.11) et (VI.12) montrent respectivement, l'élévation du niveau d'eau dans la nappe, les iso-hauteurs, la hauteur d'eau au niveau de la limite et de l'axe de l'aquifère après une durée de simulation d'un jour. L'évolution temporelle de la hauteur de la nappe aux niveaux des cinq sondes est représentée sur la figure (VI.13).

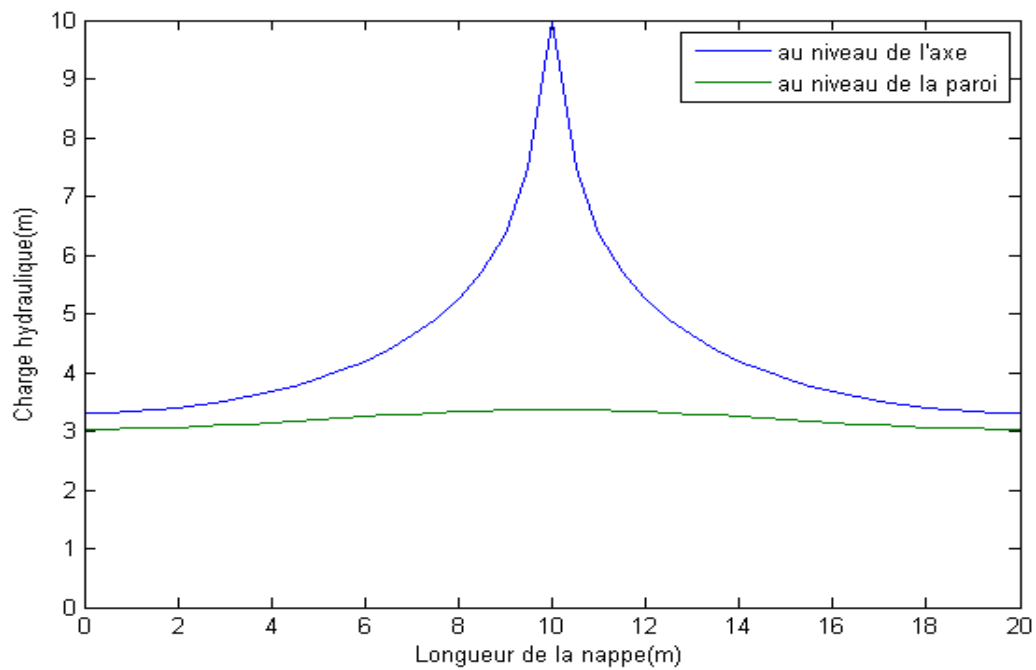
L'analyse de ces figures montre une élévation du niveau piézométrique de la nappe. Cette élévation est considérable au voisinage du puits d'injection. La charge hydraulique augmente avec le temps de recharge



**Figure (VI.10) :** Vue à trois dimensions de la hauteur d'eau (1 jour)



**Figure (VI.11) :** Vue en plan des iso-hauteurs.



**Figure (VI.12) :** Hauteur d'eau au niveau de la paroi et au niveau de l'axe de l'aquifère.

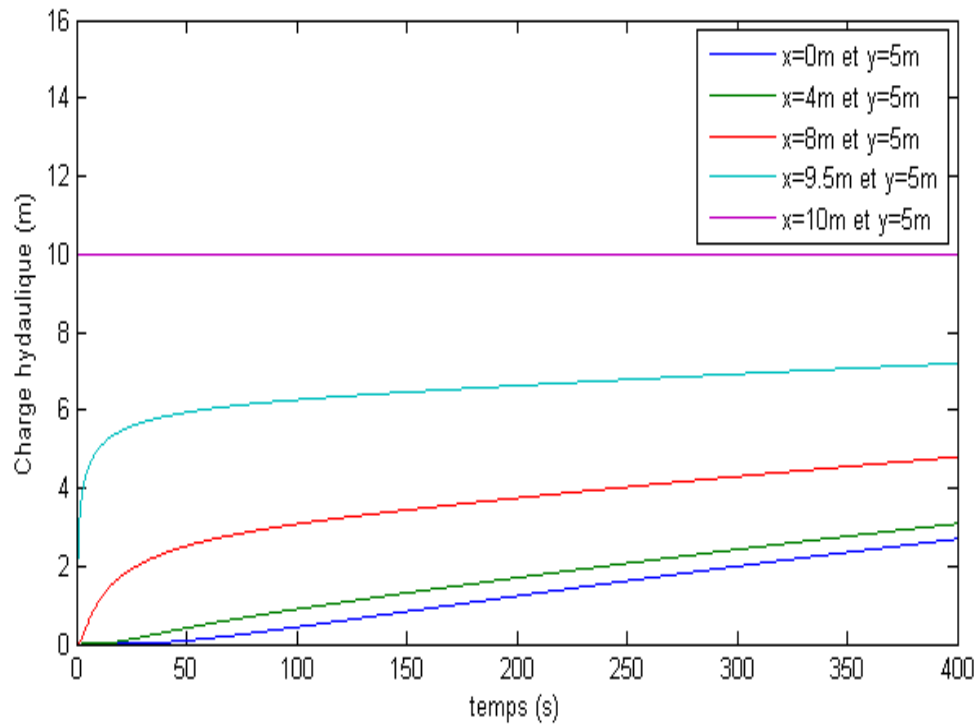


Figure (VI.13) : L'évolution de la hauteur d'eau dans la nappe en fonction du temps.

#### VI.4.2 Recharge par bassin d'infiltration

La nappe est modélisée par un domaine de dimensions (60 m×30 m). Le substratum de la nappe est imperméable. Le coefficient d'emmagasinement est égal à 0,8, le coefficient de perméabilité du sol est de 0.03 m/s et les pas d'espace sont  $dx = 0,5$  m,  $dy = 0,25$  m et  $dt=0,5$  s. La hauteur initiale de l'eau dans la nappe est de 0 m. La recharge se fait par un bassin d'infiltration de dimensions (10 m×6 m) réalisé sur la surface de la nappe. Le niveau d'eau dans le bassin est de 3 m. Le paramètre  $\theta = 0,05$ .



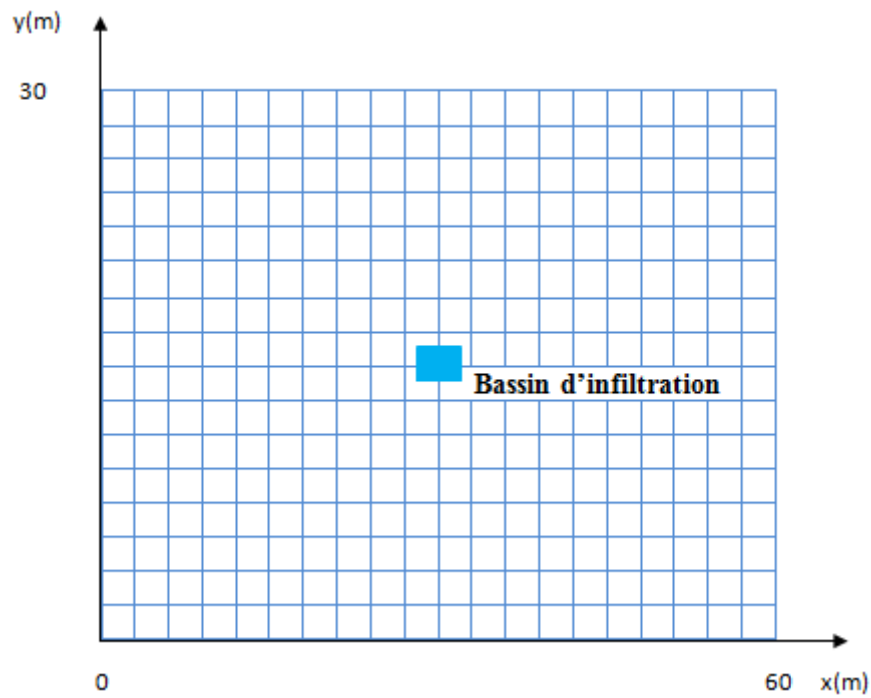


Figure (VI.14) : géométrie du domaine (bassin d'infiltration).

Les résultats de la simulation après une durée de recharge de 12 heures sont montrés sur les figures (VI.15), (VI.16) et (VI.17). Sur ces figures on remarque que la hauteur d'eau diminue en s'éloignant du bassin de recharge.

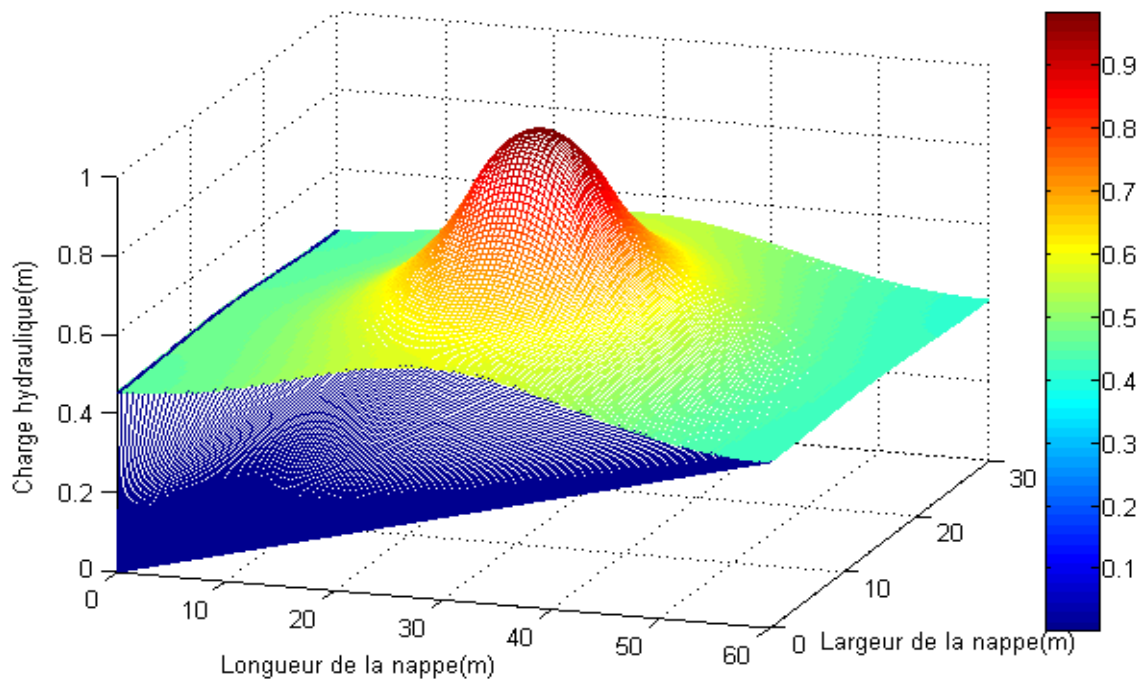


Figure (VI.15) : Vue à trois dimensions de la hauteur d'eau (12 heures).

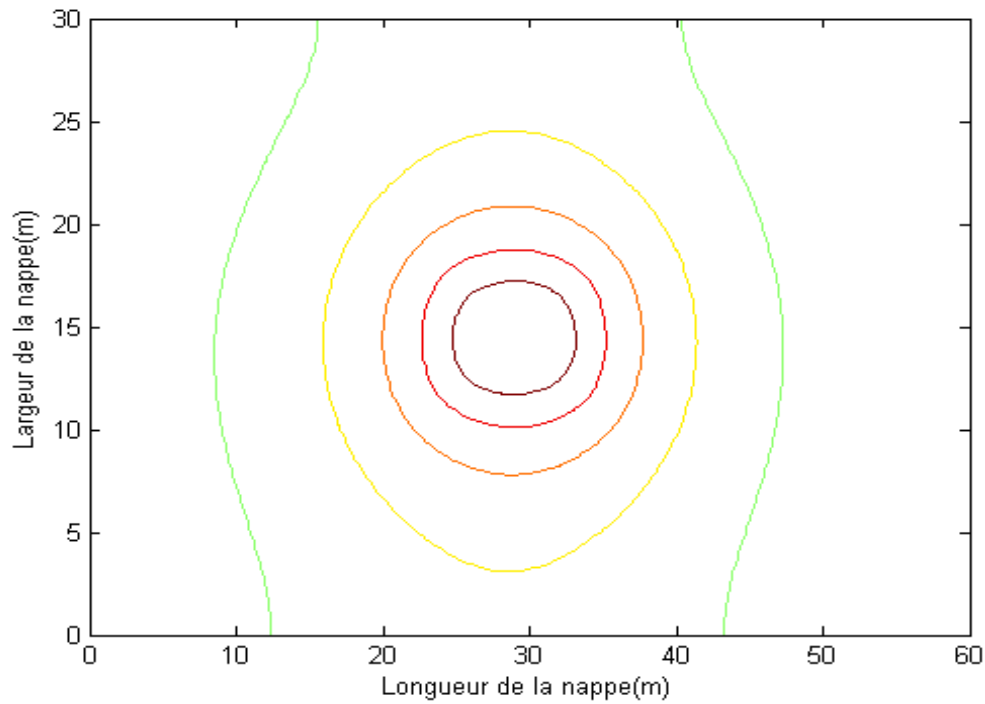


Figure (VI.16) : Vue en plan des iso-hauteurs.

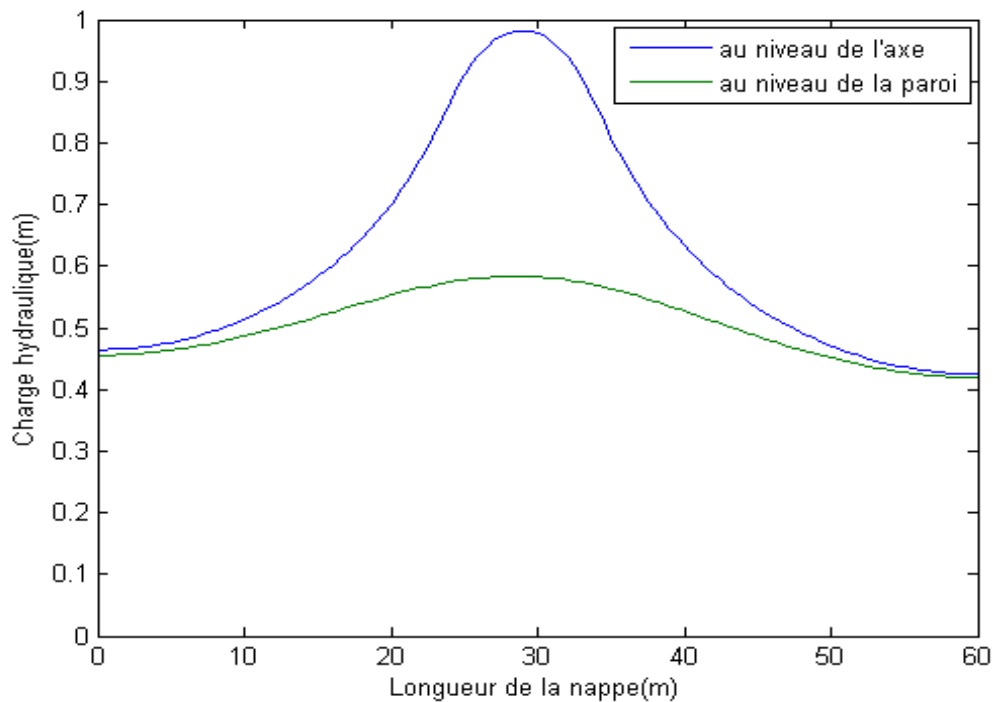


Figure (VI.17) : Hauteur d'eau au niveau de la paroi et de l'axe de l'aquifère (12 heures).

### VI.4.3 Recharge par barrage

Le substratum de la nappe est supposé imperméable. Les dimensions de cette nappe et la position du barrage sont montrées sur la figure (VI.18). La hauteur de la nappe est de 10 m.

La perméabilité du sol est  $0,01\text{m/s}$ ,  $S=0,8$  et  $\theta = 0,05$ . Le pas de temps est  $dt = 0,1\text{s}$ , pour les pas d'espace  $dx=1\text{m}$  et  $dy =0,5\text{m}$ .

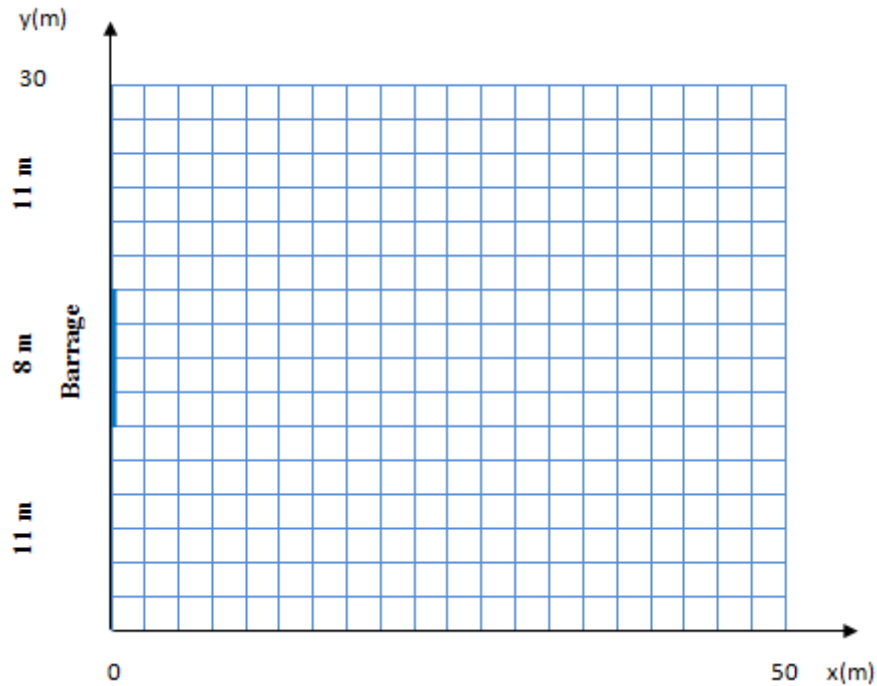


Figure (VI.18) : géométrie du domaine (barrage).

Les figures (VI.19) et (VI.20) montrent la surface libre de la nappe et les courbes isohauteurs. On remarque une augmentation du niveau de l'eau au voisinage du barrage, cette augmentation est moins importante dans les zones les plus éloignées de ce barrage.

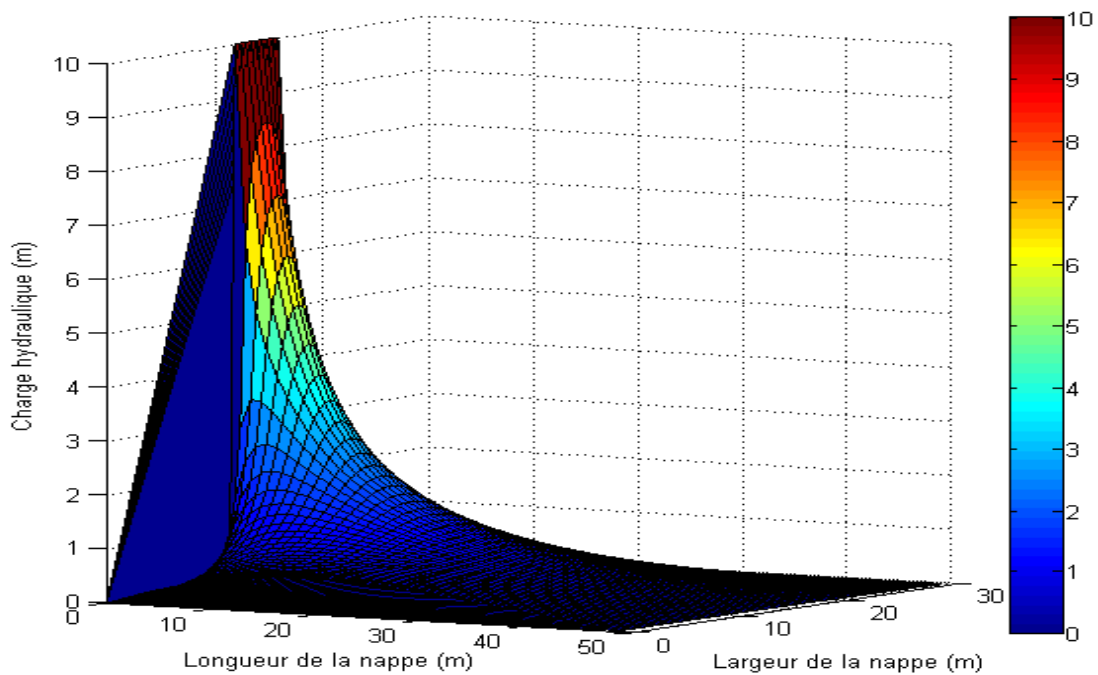


Figure (VI.19) : Vue à trois dimensions de la hauteur d'eau (240 heures=10 jours).

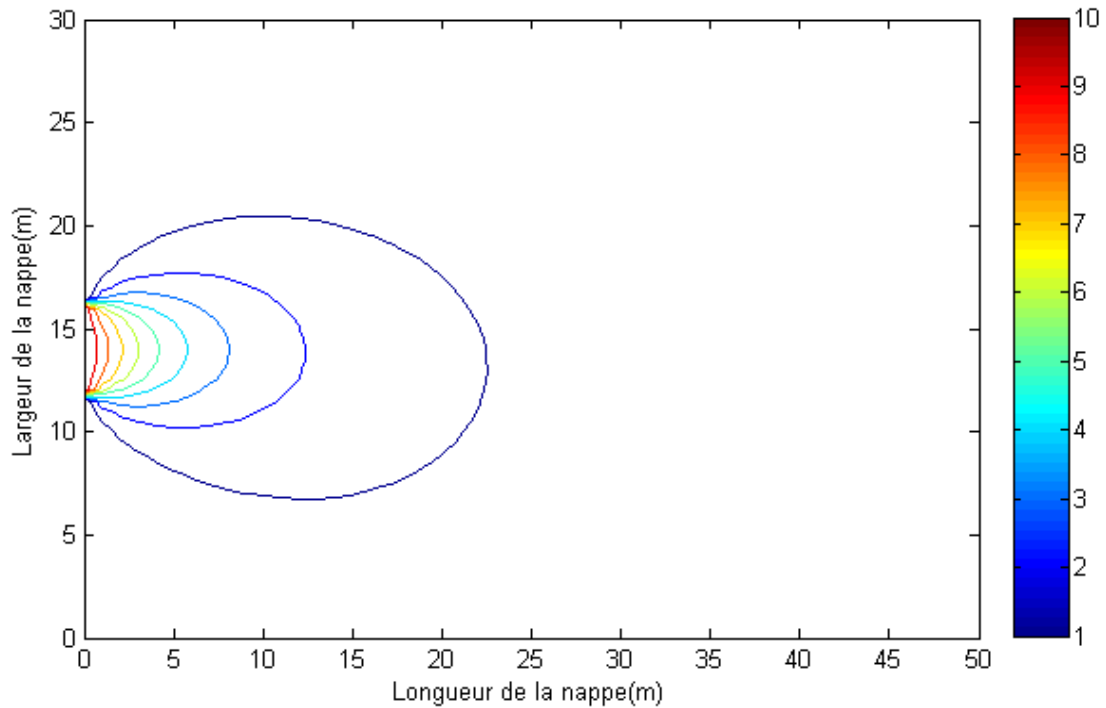


Figure (VI.20) : Vue en plan des iso-hauteurs.

## VI.5 Couplage d'écoulement à surface libre et d'écoulement souterrain

### VI.5.1 Simulation d'un écoulement à surface libre dans un canal

L'expérience de validation comporte plusieurs séries de mesure. Elle a été réalisée dans un canal de 0,80 m de longueur et de 0,41 m de largeur et une inclinaison de  $I=0,471$  avec un pas  $dx=0,01m$ , le nombre de courant  $Cn=0,3$  et le paramètre  $\theta = 0,05$ .

Trois séries de mesures ont été utilisées pour trois valeurs de  $h$  et  $v$  comme suit (Ipen et Harleman, 1956):

Tableau (VI.1) : les valeurs des hauteurs et vitesses initiales de l'expérience.

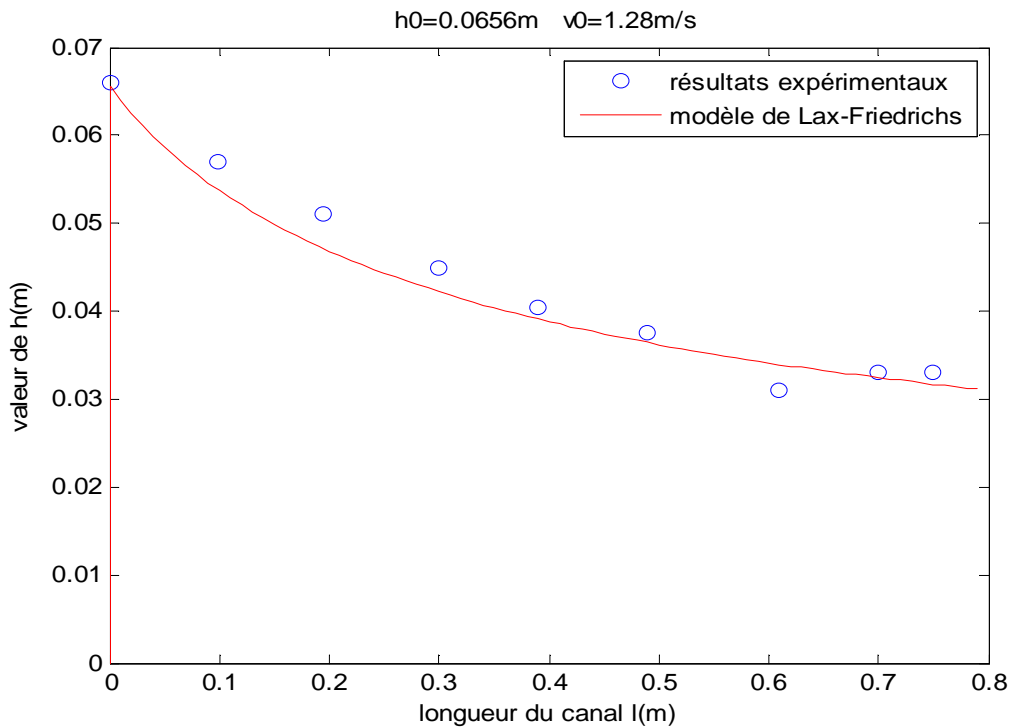
	1 <sup>er</sup> cas	2 <sup>ème</sup> cas	3 <sup>ème</sup> cas
Hauteur initiale $h_0$ (m)	0.0656	0.1	0.13
Vitesse initiale $v_0$ (m/s)	1.28	1.6805	1.745

La comparaison des résultats de simulation à ceux de l'expérience au laboratoire permet de conclure si le modèle est capable de décrire le cas réel.

L'analyse des figures (VI.20), (VI.21), (VI.22), (VI.23), (VI.24) et (VI.25) montre :

- une diminution graduelle de la hauteur d'eau le long du canal ;

- que les courbes obtenues par les deux modèles présentent les mêmes allures, cependant il existe des décalages plus au moins importants surtout remarquables à la sortie du canal ;
- la vitesse d'écoulement augmente le long du canal ;
- le nombre de Froude est supérieur à 1 ;
- les courbes gardent la même allure durant tout le temps de calcul et chaque courbe présente une particularité.



**Figure (VI.21) :** Comparaison des résultats numériques et expérimentaux pour  $h_0=0.0656\text{m}$ .

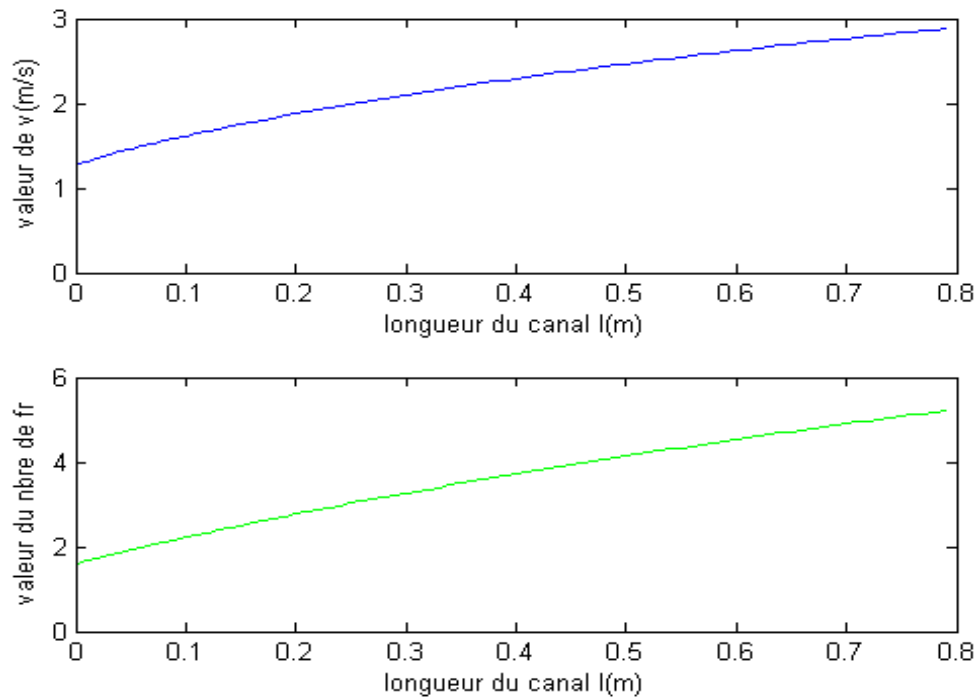


Figure (VI.22) : Profil de la vitesse et du nombre de Froude en fonction de la longueur du canal pour  $h_0=0.0656\text{m}$  et  $v_0=1.28\text{m/s}$ .

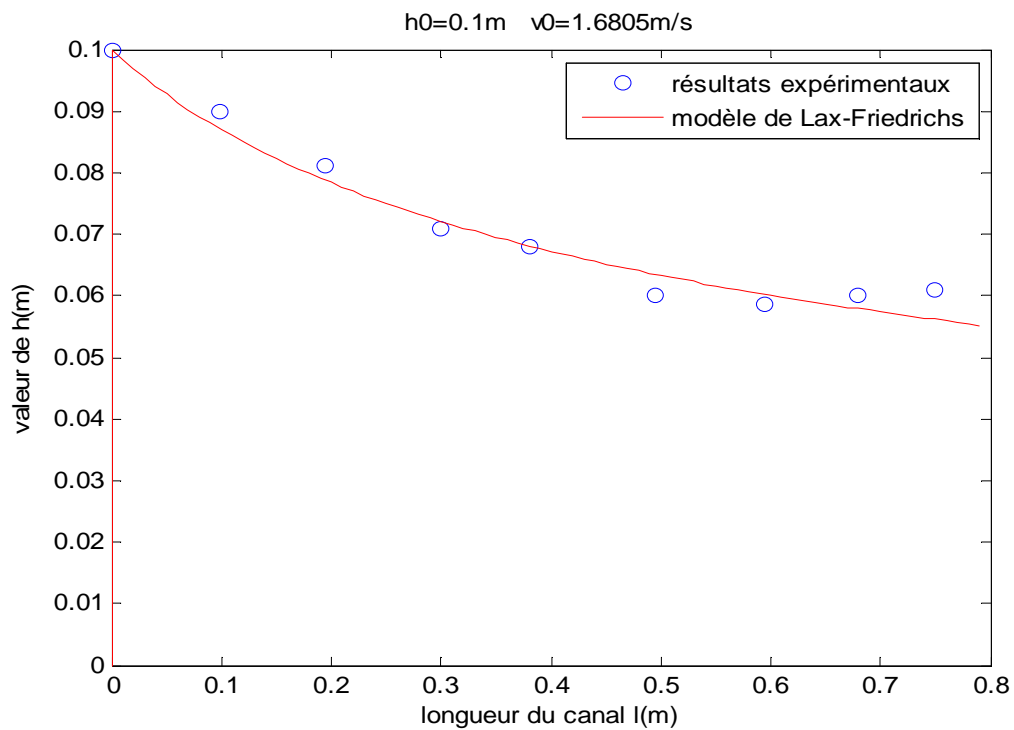
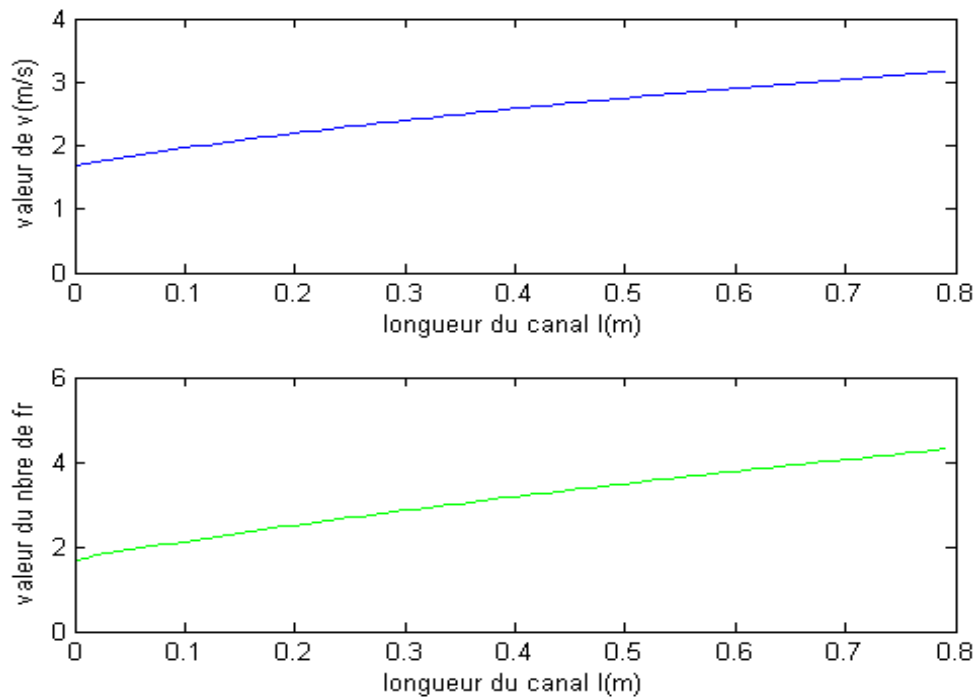
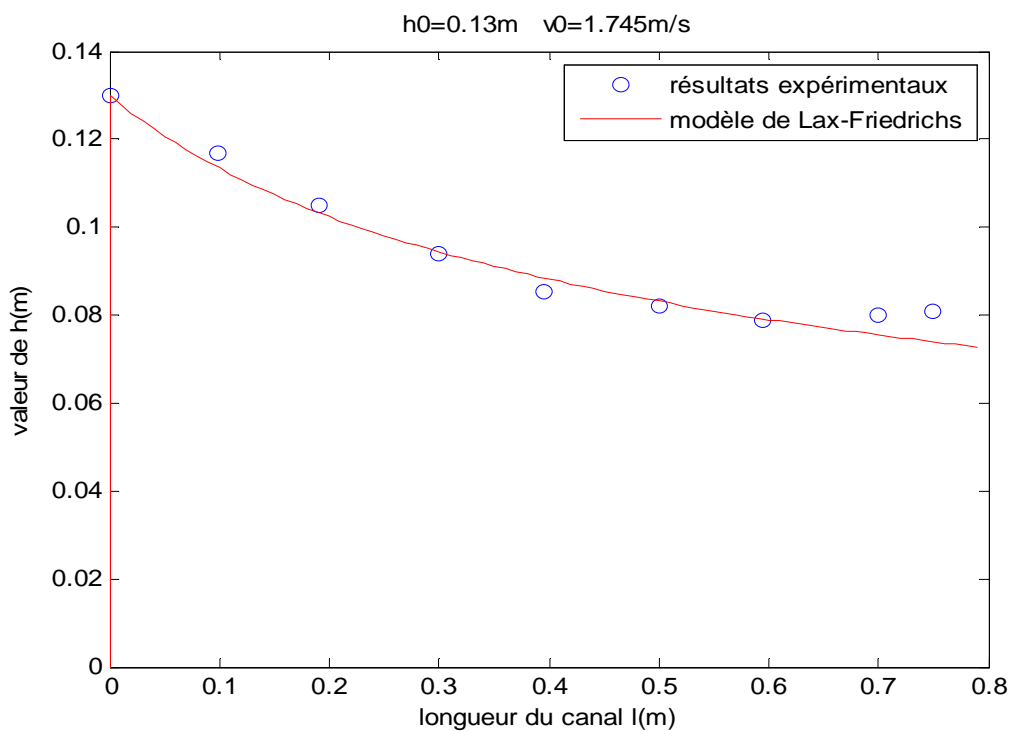


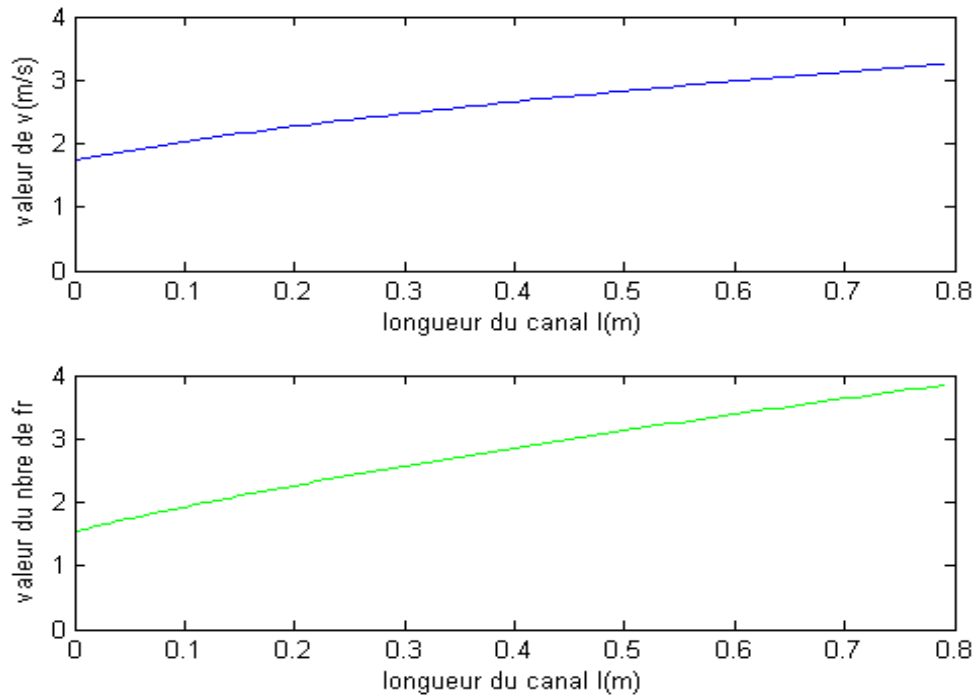
Figure (VI.23) : Comparaison des résultats numériques et expérimentaux pour  $h_0=0.1\text{m}$ .



**Figure (VI.24) :** Profil de la hauteur, de la vitesse et du nombre de Froude en fonction de la longueur du canal pour  $h_0=0.1\text{m}$  et  $v_0=1.6805\text{m/s}$ .



**Figure (VI.25) :** Comparaison des résultats numériques et expérimentaux pour  $h_0=0.13\text{m}$ .



**Figure (VI.26) :** Profil de la vitesse et du nombre de Froude en fonction de la longueur du canal pour  $h_0=0.13\text{m}$  et  $v_0=1.745\text{m/s}$ .

- On constate, un bon ajustement entre les résultats simulés et les résultats expérimentaux ;
- La diminution de la hauteur d'eau le long du canal ainsi que l'augmentation de la vitesse d'écoulement peuvent être expliquées par l'inclinaison du canal et la conservation du débit d'écoulement ;
- Dans ces applications, l'écoulement est supercritique (torrentiel).

### VI.5.2 Echange cours d'eau-nappe

Le model couplé permet de quantifier les échanges rivière-nappe. Nous avons réalisé, dans ce but, une simulation qui reproduit exactement les conditions d'alimentation de la nappe par la rivière pendant une journée.

Pour valider ce modèle, les dimensions de la nappe utilisées sont : 100 m de longueur et 50 m de largeur, les pas d'espaces  $dx = 1\text{m}$  et  $dy = 0,5\text{m}$ , le niveau initial de l'eau dans la nappe égal à 0 et le coefficient de perméabilité est de 0,01 m/s. La longueur du canal est 100 m avec  $dx = 0,4\text{m}$ ,  $C_n=0,5$  et une inclinaison  $I=0,15$ . La hauteur et la vitesse initiale de l'eau dans le canal sont respectivement 1 m et 1,67 m/s.

La simulation a été réalisée avec  $C_d = 0,001\text{ m}^2/\text{s}$ ,  $S=0,8$  et  $\theta = 0,05$ . La position de la rivière par rapport à la nappe est représentée en plan sur la figure ci-dessous:



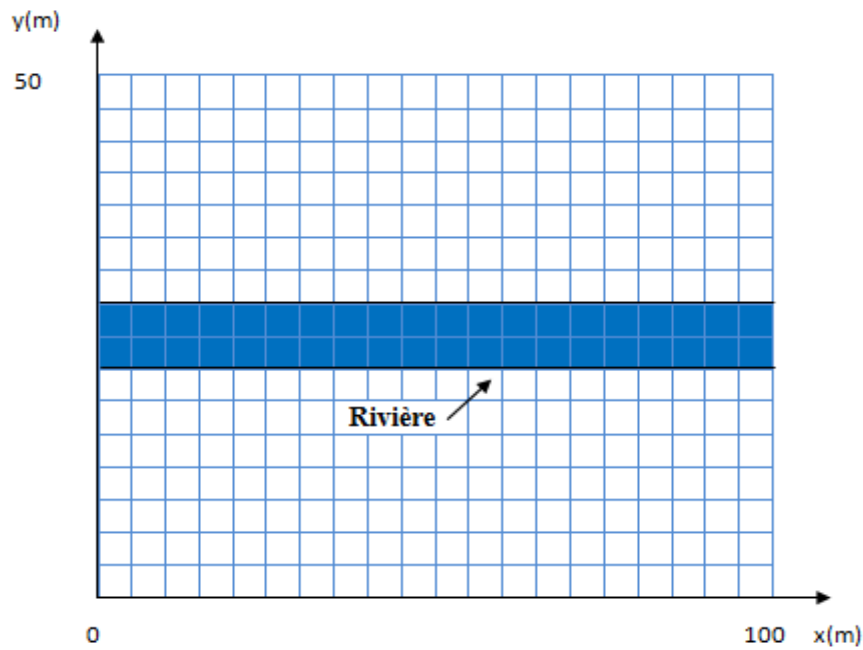


Figure (VI.27) : Géométrie du domaine rivière-nappe.

La hauteur d'eau, la vitesse d'écoulement à surface libre et le nombre de Froude sont représentés sur la figure (VI.27). Sur les figures (VI.28) et (VI.29) sont montrés le niveau de la nappe et la répartition des vitesses après une journée de simulation. L'analyse de ces résultats montre une diminution de la hauteur d'eau, une augmentation de la vitesse et un écoulement supercritique dans le canal. Lorsque la rivière alimente la nappe, le niveau de l'eau dans cette dernière augmente. On constate que la hauteur d'eau ainsi que la vitesse d'écoulement diminuent en s'éloignant de la rivière, ce qui est compatible avec la réalité.

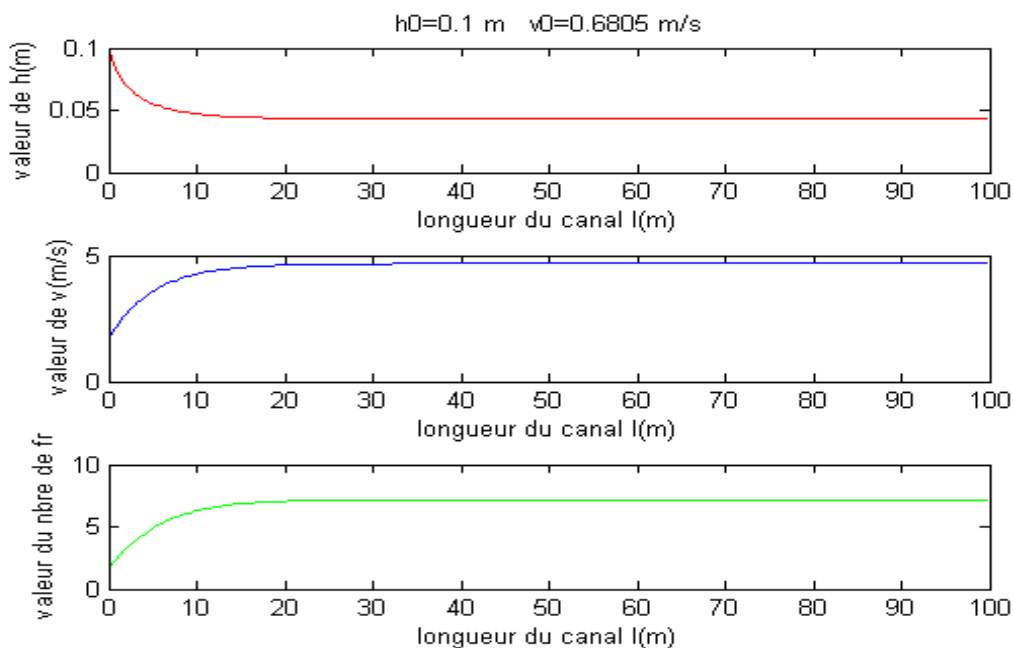


Figure (VI.28) : Profil de la hauteur d'eau, de la vitesse et du nombre de Froude en fonction de la longueur du canal pour  $h_0=1\text{m}$  et  $v_0=1.67\text{m/s}$ .

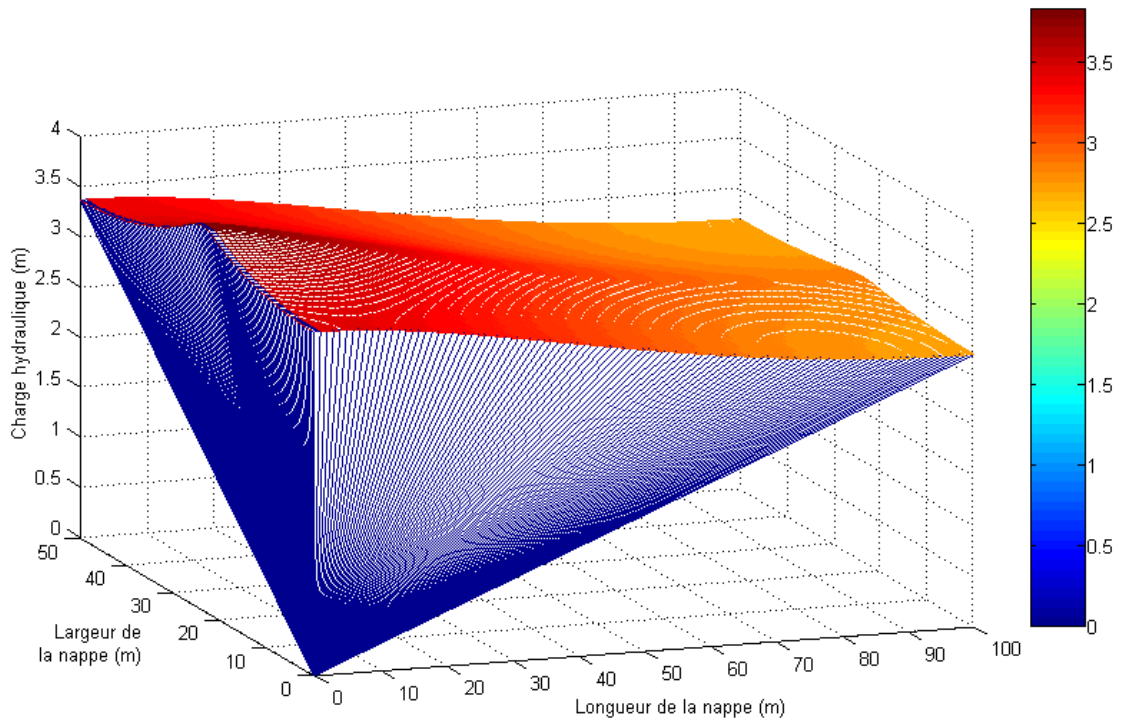


Figure (VI.29) : Vue à trois dimensions de la hauteur d'eau dans la nappe.

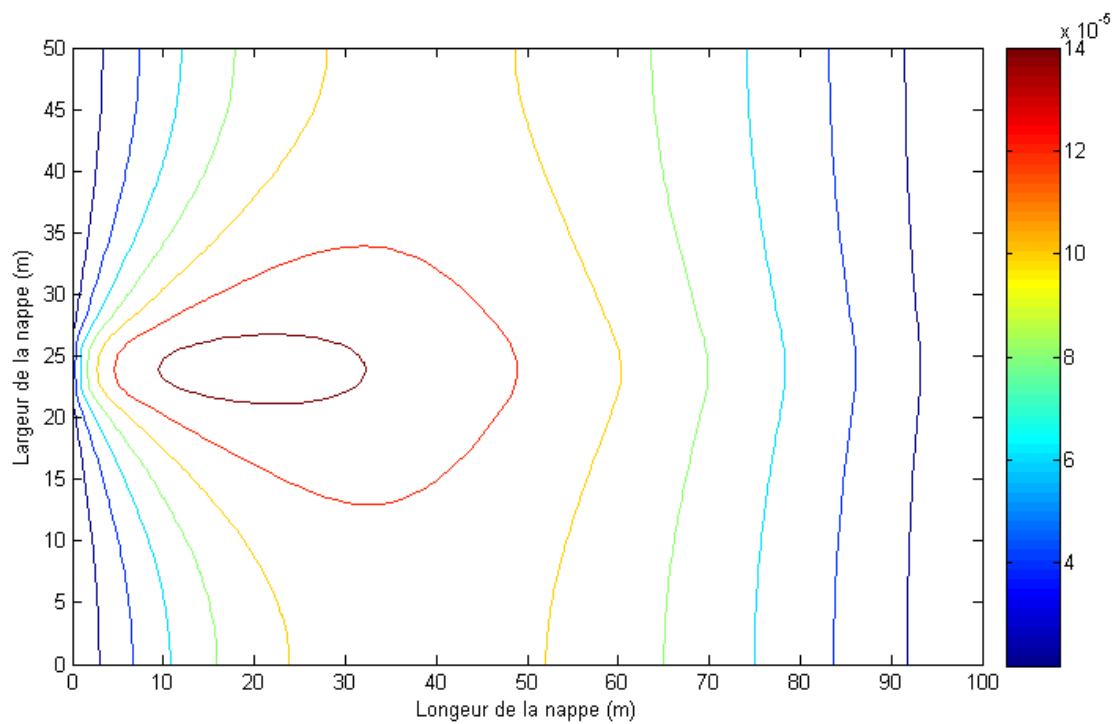


Figure (VI.30) : Vue en plan des iso-vitesse dans la nappe .

## VI.6 Conclusion

A travers ce dernier chapitre, les résultats de la simulation numérique d'écoulement souterrain et de la recharge artificielle sont présentés. Le couplage d'écoulement à surface libre et souterrain a été réalisé après simulation d'un écoulement à surface libre. Les résultats obtenus par le traitement des exemples d'application laissent tirer les conclusions suivantes:

- La charge hydraulique dans la nappe libre augmente avec le temps de recharge ;
- Pour toutes méthodes de recharge, la charge hydraulique est plus importante au niveau du site de recharge, en s'éloignant du site elle diminue.
- Lors de l'interaction rivière-nappe, le taux de recharge de la nappe dépend de la hauteur d'eau dans le canal.

## **Conclusion générale et perspectives**

Les écoulements souterrains, leurs couplages avec l'écoulement surfacique, ainsi que la recharge artificielle sont des phénomènes complexes dont la compréhension est cruciale pour aboutir à une meilleure gestion des ressources hydriques.

Dans ce travail, la modélisation avait pour objectif, de comprendre les écoulements, observer l'évolution de la surface libre lors de la recharge artificielle des nappes souterraines, et aussi réaliser le couplage des écoulements surfaciques avec les écoulements souterrains.

Les écoulements souterrains et les écoulements à surface libre sont représentés par des modèles mathématiques (l'équation de diffusivité 2D et les équations de Saint Venant 1D). Le terme source a été utilisé pour coupler les deux écoulements afin de modéliser l'échange cours d'eau-nappe souterraine.

Les équations élaborées comportent des termes aux dérivées partielles temporelles et spatiales. Pour les résoudre, la méthode des différences finies (schéma de Lax-Friedrichs) a été appliquée. La discrétisation des équations doit être traitée avec précision, car chaque erreur sur un nœud se répercute immédiatement sur les autres nœuds.

Trois types de condition aux limites ont été utilisées pour la simulation de ces phénomènes, à savoir les conditions limites de type Dirichlet, les conditions de l'image et l'extrapolation linéaire. L'évaluation du pas de temps a été faite avec la condition du Courant-Friedrich-Lewy "C.F.L".

L'application du schéma de Lax-friedrichs aux équations d'écoulement souterrain et à surface libre a donné des résultats très proches de ceux obtenus par des méthodes analytiques et expérimentales. On peut affirmer que le schéma de Lax-Friedrichs est très adapté pour la simulation de ces écoulements.

Le modèle numérique d'écoulement souterrain a fourni une simulation du comportement de l'écoulement souterrain en régime transitoire ainsi que la réponse de la nappe au pompage et aux différentes méthodes de recharge artificielle. Le modèle de l'écoulement de surface a montré l'évolution de l'écoulement dans un canal. Enfin, le couplage de ces deux modèles a fourni une description de l'échange rivière-nappe.

Les simulations effectuées ont permis de tester et de valider le modèle développé et d'autre part d'analyser les résultats obtenus afin de tirer quelques conclusions. Ces conclusions peuvent être résumées comme suit : la charge hydraulique augmente avec le temps de recharge et elle est proportionnelle au taux de rechargement de la nappe. Pour toutes méthodes de recharge, l'effet de la recharge est plus importante au niveau du site d'injection. Lors de l'interaction rivière-nappe, le taux de recharge de la nappe dépend de la hauteur d'eau dans le canal et du coefficient de drainance.

Comme perspectives envisagées suite à ce travail certains aspects peuvent être développés, notamment :

- L'extension de cette modélisation à des modèles (2D souterrain/2D à surface libre, 3D souterrain/2D à surface libre, 3D souterrain/3D à surface libre) ;
- Sur le plan expérimental la réalisation des expériences permettra une meilleure validation du modèle fourni ;
- D'autres méthodes numériques peuvent être utilisés (volumes finis, éléments finis...etc.) ;
- L'application de cette étude pour une nappe réelle servira à une meilleure connaissance du comportement hydrodynamique du milieu étudié.

## Références bibliographiques

**Ababou, R.**, « Eléments d'hydrogéologie souterraine », l'Institut National Polytechnique de Toulouse (INPT), Toulouse, 2007, 304 pages.

**Abaidia, S.**, « Impact des lâchers des barrages Ghrib et Boucourdane sur la recharge artificielle de la nappe alluviale », Mémoire de Magister, Université Hassiba Ben Bouali, Chlef, 26 Juin 2008, 206 pages.

**Abdallah, M.**, « Les méthodes de discrétisation numérique de problèmes hyperboliques non linéaires appliquées aux équations de Barré de Saint-Venant pour la modélisation de l'hydraulique en réseau d'assainissement », Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur-Strasbourg I, Strasbourg, 3 Mai 2005, 196 pages.

**Amraoui, F.**, « Hydrogéologie », Université Hassan II Ain Chock, Casablanca, 2005, 53 pages.

**Ancey, C.**, « Hydraulique à surface libre phénomènes de propagation: ondes et ruptures de barrage: Bases mathématiques, outils de simulations, applications », Note de cours, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, 15 mai 2010, 311 pages.

**Benabderrahmane, A.**, « Simulation numérique de la recharge artificielle d'une nappe souterraine », Mémoire de Master, Université de M'Sila, M'Sila, 2012, 75 pages.

**Benabid, A.**, « Contribution à l'étude des écoulements permanents graduellement variés en canal prismatique », Mémoire de Magister, Université Hadj Lakhdar, Batna, 2009, 152 pages.

**Bendahmane, I.**, « Modélisation et simulation numérique de l'écoulement dans un milieu poreux : Application pour la nappe alluviale du Sebaou Tizi Ouzou en vue de la prévention du niveau d'eau dans chaque période de l'année », Mémoire de Magister, Université Abderrahmane Mira de Bejaia, Bejaia, 2010, 113 pages.

**Benoumessad, K.**, « Simulation des structures de vitesses dans un écoulement non permanent dans un canal non prismatique et non linéaire », Mémoire de Magister, Université Hadj Lakhdar, Batna, 31 Janvier 2012, 75 pages.

**Benmoussa, F.**, « Etude numérique d'un écoulement à surface libre », Mémoire de Magister, Université Hadj Lakhdar, Batna, 03 Mars 2013, 108 pages.

**Bergeron, L. E.**, « L'eau souterraine dans la région de Duplessis, Organisme de bassins versants Duplessis », Côte-Nord, Québec, Février 2011, 83 pages.

**Berreksi, A. et Bouhadji, A.**, « Simulation et analyse des écoulements bidimensionnels à surface libre en zones de transitions », Projet de fin d'études, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Alger, 1993.

**Bertrand-Krajewski, J.L.**, « Cours d'hydrologie urbaine: Modélisation des écoulements en réseau d'assainissement », Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (INSA), Lyon, 8 Novembre 2006, 46 pages.

**Bir , M. S.**, « Ecoulement au travers les milieux poreux ,approche stochastique », Mémoire de Magister, Université Mouloud Mammeri, Tizi Ouzou, 2012, 197 pages.

**Bize, J., Bourguet, L., Lemoine J.**, « L'alimentation artificielle des nappes souterraines », Editeurs Masson et Cie, Paris, 1972, 199 pages.

**Boudol, B.**, « Circulation souterraine de l'eau dans un bassin-versant », courcircul 10, Lyon, juin 2004, 27 pages.

**Bouwer, H.**, « Groundwater hydrogeology », Edition McGraw-Hill , New York, 1978.

**Bureau de Recherches Géologiques et Minières (BRGM)**, « Surveillance de la qualité des eaux souterraines: Mise en place de piézomètres de contrôle », Bretagne, Novembre 1994, 27 pages.

**Buyer, M.**, « Transport de flux en réseau d'assainissement: modèle 1D pour l'hydraulique des collecteurs et déversoirs avec prise en compte des discontinuités », Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur-Strasbourg I, Strasbourg, 5 décembre 2002, 225 pages.

**Carlier, M.**, « Hydraulique générale et appliquées», Eyrolles éditeur, Paris, 1972.

**Casanova, J., Cagnimel, M., Devau, N., Pettenati, M., Stollsteiner, P.**, « Recharge artificielle des eaux souterraines: état de l'art et perspectives », Bureau de Recherches Géologiques et Minières (BRGM), Orléans, Septembre 2013, 217 pages.

**Castany, G.**, « Méthodes d'études des nappes aquifères » Association Internationale des Sciences Hydrologiques (AISH), publication n°56, 1961, pp. 55-67.

**Castany, G. et Margat, J.**, « Dictionnaire français d'hydrogéologie », Bureau de Recherches Géologiques et Minières (BRGM) Service géologique national, Orléans, 1977, 249 pages.

**Castany, G.**, « Principes et méthodes de l'hydrogéologie », Edition Dunod, Bordas, 1982, 236 pages.

**Castany, G.**, « Hydrogéologie principes et méthodes », Edition Eyrolles, Paris, 21 juillet 1998, 236 pages.

**Michelle Mossa, Youichi Yasuda, H.C.** « Environmental and Coastal Developpements in Hydraulic Engineering 'Proceeding of

**Chanson, H.**, "Environmental Hydraulics of Open Channel Flows", Editions Butterworth-Heinemann, Oxford, 13 Février 2004, 488 pages.

**Chanson, H.**, "The Hydraulics of Open Channel Flow: Second edition", Editions Butterworth-Heinemann, Oxford, 25 Mai 2004, 650 pages.

**Chapuis, R. P.**, « Solution analytique de l'écoulement en régime permanent dans un aquifère incliné à nappe libre, et comparaison de cette solution avec des solutions numériques plus complètes », Rapport technique, Ecole polytechnique Montréal, Montréal, Août 2002.

**Chaudhry, M. H.**, « Open Channels Flow », Editions Springer, 2008.

**Chow, V.T.**, « Open-channel hydraulic », Edition Eyrolles, Paris, 1972.

**Das, S.K. et Bagheri, J.**, « Modelling of shallow-water equations by using compact MacCormack-Time schemes with application to dam-break problem », International Journal Advances in Applied Mathematics and Mechanics, Vol. 2, Issue 3, 2015, pp. 60-71.

**De Marsily, G.**, « Hydrogéologie : comprendre et estimer les écoulements souterrains et le transport des polluants », Ecole Nationale Supérieure des Mines, Paris, 1994, 243 pages.

**De Marsily, G.**, « Cours d'hydrogéologie », Université Paris VI, Paris, 2004, 226 pages.

**Detay, M. D.**, « La gestion active des aquifères » Editions Masson, Paris, 1997, 416 pages.

**Ferlatte, M., Tremblay, Y., Rouleau, A., Larouche, U. F.**, « Notion d'hydrogéologie (les eaux souterraines pour tous) », Réseau québécois sur les eaux souterraines, Canada, 2014, 64 pages.

**Ferziger, J. H. et Paric, M.**, « Computational methods for fluid dynamics », Editions Springer, Berlin, 1999, 389 pages.

**Gallois, N., Viennot, P., Verjus, P.**, « Modélisation hydrodynamique de surstockage en nappe semi-profonde dans le cadre des mesures d'adaptation au changement climatique », Ecole Nationale Supérieure des Mines - Centre de géosciences, Paris, 2011, 96 pages.

**Gaume, E., Miquel, J., Roche, P.A.**, « Hydrologie quantitative: Processus, modèles et aide à la décision », Edition Springer, 21 Juin 2012.

**Gilli, E., Mangan, C., Mudry, J.**, « Hydrogéologie : Objets, méthodes, applications, Cours et exercices corrigés, Deuxième édition », Editions Dunod, 2008, 340 pages.

**Godlewski, E., et Seguin, N.**, « Modèles hyperboliques d'écoulements complexes dans le domaine de l'énergie, Cours de la mécanique des fluides », Université Pierre et Marie Curie - Paris 6, Paris, 15 avril 2011, 52 pages.

**Goncalvès da Silva, E.**, « Methodes, analyses et calculs numériques », Institut polytechnique de Grenoble, Grenoble, Septembre 2005, 93 pages.

**Graf, W. H. et Altinakar, M. S.**, « Hydraulique fluviale: Ecoulement et phénomène de transport dans les canaux à géométrie simple, Deuxième édition », Editions Presses Polytechnique et universitaires Romandes, Lausanne, 1 Janvier 2000, 640 pages.



**Gretillat, P. A., et al.**, « Eléments pour la gestion et la protection des eaux », Université de Neuchâtel, 1992, 193 pages.

**Hoffmann, K. A. et Chiang, S. T.**, « Computational Fluid Dynamics », Vol. 2, Engineering Education System, Kansas, Août 2000.

**Ikni, T.**, « Etude des transferts surface-nappe dans le lit de l'oued Sebaou », Thèse de Doctorat, Université Abderahmane Mira, Bejaia, 7 juin 2014, 141 pages.

**Ipen, A.T et Harleman, D. R. F.**, « Verification of theory for oblique standing waves », Trans. ASCE, volume 121, 1956, pp. 678-694.

**Khemgani, M. A.**, « Caractérisation des sols alluviaux et de la nappe alluviale de l'oasis de Guerrara », Mémoire de Magister, Université Kasdi Merbah, Ouargla, 15 Juillet 2010, 76 pages.

**Kruseman, G. P. et de Ridder, N. A.**, « Analysis and evaluation of pumping test data », International Livestock Research Institute (ILRY), Wageningen, 1973, 25 pages.

**Kruseman, G. et Bade, J.**, Agraranan pohcles for sustainable land use: bio economic modelling to assess the effectiveness of pohcy mstruments, Agricultural Systems 58: 465-481. 1998.

**Lachgueur, K.**, « Chapitre II: Etude de la perméabilité », Université de Havre, le Have, 2007, 50 pages.

**Léreau, J.**, « Géotechnique 1 Cours Chapitres 2 », Institut National Des Sciences Appliquées de Toulouse, Toulouse, Avril 2006, 33 pages.

**Margat, G.**, « Terminologie hydrogéologique, Bureau de recherche hydrogéologique et minière », Orléans, juin 1972, 136 pages.

**Margat, G., et Castany, J.**, « Dictionnaire français d'hydrogéologie », Bureau de Recherches Géologiques et Minières (BRGM) ServiceGéologique National, 1977, 249 pages.

**Marle, C. M.**, « Henry Darcy et les écoulements de fluides en milieu poreux », Université Pierre et Marie Curie, Paris, 2006.

**Mercier, J. F.**, « Simulation des interactions entre les écoulements à surface libre et souterrain », Ecole plythechnique de Montréal, Montréal, Mars 1999, 99 pages.

**Mermoud, A.**, « Cours de physique du sol : Ecoulement vers les ouvrages de captages », Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Lausanne, Janvier 2006, 35 pages.

**Ministère du Développement Durable, de l'Environnement et des Parcs du Québec (MDDEPQ)**, Guide d'échantillonnage à des fins d'analyses environnementales : cahier 3 –

Échantillonnage des eaux souterraines », Centre d'expertise en analyse environnementale du Québec, 2011, 60 pages.

**Mohamed, K.**, « Simulation numérique en volume finis, de problèmes d'écoulements multidimensionnels raides, par un schéma de flux à deux pas », Université Paris XIII, Paris, 2005, 198 pages.

**Mohapatra, P.K. et Bhallamudi, S.M.**, Computation of a dam-break flood wave in channel transitions *Advances in Water Resources*, Vol. 19, Issue 3, 1996, pp. 181-187.

**Musy, A.**, « Hydrologie appliquée », Editions HGA, Bucarest, 1998, 368 pages.

**Ould babasy, M.**, « Recharge et Paléo recharge du système aquifère du Sahara septentrional », Thèse de Doctorat, Université de Tunis El-Manar, Tunis, janvier 2005.

**Paquier, A.**, « Modélisation et simulation de la propagation de l'onde de rupture de barrage », Thèse de doctorat, Université Jean Monnet, Saint-Etienne, 1995, 192 pages.

**Perkins, S.P., Koussis, A.D.**, « Stream-aquifer interaction model with diffusive wave routing », *Journal of hydraulic engineering*, Vol. 122(4), 1996, pp. 210-218.

**Pettenati, M., Croiset, N., Picot-Colbeaux, G., Casanova, J., Azaroual, M., Besnad, K., Rampnoux, N.**, « Optimisation of wastewater treatments through combined geomaterials and natural soil filter modeling tools », *Journal of water reuse and desalination*:02.4, Seville, 2012.

**Rouane, A.**, « Modalité de transfert de l'eau en milieu non sature et modélisation mathématique », Mémoire de Magistère, Université Abou bekr Belkaïd, Tlemcen, Juin 2012, 120 pages.

**Saikia, M.D. et Sarma, A.K.**, « Analysis for adopting logical channel section for 1D break analysis in natural channels », *ARPN Journal of Engineering and applied sciences*, Vol. 1, Issue 2, 2006.

**Seghir, K.**, « Vulnérabilité à la pollution, protection des ressources en eaux et gestion active du sous système aquifère de Tébessa Hammamet (Est Algérien) », Thèse de Doctorat, Université Badji Mokhtar, Annaba, 2008, 151 pages.

**Soleymani, S., Golkar, H., Yazd, H., Tavousi, M.**, « Numerical modeling of dam failure phenomenon using software and finite difference method », *Journal of Materials and Environmental Science (JMES)*, Oujda, 19 Juillet 2015.

**Soro, D. D.**, « Caractérisation et modélisation hydrogéologique d'un aquifère en milieu de socle fracturé: cas du site expérimental de Sanon (région du plateau central au Burkina Faso) », Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (UPMC), Paris, 23 Mai 2017, 287 pages.

**Suski, B.**, « Caractérisation et suivi des écoulements hydriques dans les milieux poreux par la méthode du Potentiel Spontané », Thèse de Doctorat, Université Paul Cézanne, Marseille, 24 novembre 2005, 191 pages.

**Tajjar, M.H., Philippe, B., Guy, O.**, « Modélisation de l'hydrodynamique des échanges nappe-rivière, simulation d'une lâchure expérimentale en Seine en période d'étiage », Ecole supérieure des mines de Paris, Paris, 1993.

**Therrien, R.**, « Hydrogéologie (eaux souterraines) », Université de Laval, Québec, 2009, 24 pages.

**Valdés-Lao, D.**, « Hydrogéologie : Notions fondamentales et applications », Université Pierre et Marie Curie (UPMC), Paris, 2015, 47 pages.

**Vazquez, J.**, « Hydraulique à surface libre », Ecole Nationale du Génie de l'Eau et de l'Environnement de Strasbourg (ENGEES), Strasbourg, 2006, 104 pages.

**Vazquez, J., Dufrecne, M., Isenmann, G.**, « Hydraulique à Surface Libre pour l'ingénieur, Editions universitaires européennes », 2016, 128 pages.

**Vernoux, J. F.**, « Délimitation des bassins d'alimentation des captages et leur vulnérabilité vis-à-vis des pollutions diffuses », Guide méthodologique, Septembre 2007, 70 pages.

**Woessner, W.W.**, « Stream and fluvial plain groundwater interactions: Rescaling hydrogeologic thought », Journal Ground Water, Vol. 38, Issue 3, 1 Mai 2000, pp. 423-429.

**Yu, J. et Duan, J.G.**, « High resolution numerical schemes with applications in incompressible flows », Journal of computational physics, Vol. 252, 2013, pp. 310-331.

## ملخص

من أجل معرفة تأثير التغذية الاصطناعية و مراقبة تطور السطح الحر للشبكات خلال هذا الملء, نموذج رقمي مبني على الفروقات المنتهية وضع لحل المعادلة الانتشارية ثنائية الأبعاد. لاختبار فعالية هذا النموذج أجريت عمليات المحاكاة المختلفة للشحن في المياه الجوفية. يخصص هذا العمل أيضا للنمذجة الرياضية و المحاكاة العددية للتبادل نهر- خزان. لهذا ركزت دراسة من جهة , على نموذج تدفقي سطحي أحادي الأبعاد. ثانيا, على مزج معادلة لسان فنان والمعادلة الانتشارية مؤديا إلى اقتران (أحادي/ثنائية الأبعاد) للظاهرة المدروسة. أظهرت النتائج ارتفاع المياه كذلك سرعة التدفق في النهر و في الخزان الجوفي

الكلمات المفاتيح : التغذية الاصطناعية, المعادلة الانتشارية ثنائية الأبعاد (Equation de diffusivité 2D), لسان فنان أحادي الأبعاد, النمذجة الرياضية, المحاكاة العددية, تبادل نهر- خزان

## Résumé

Dans le but de connaitre l'effet de la recharge artificielle et d'observer l'évolution de la surface libre des nappes lors de cette alimentation, un modèle numérique basé sur la méthode des différences finies est développé, permettant de résoudre l'équation de diffusivité 2D. Pour tester l'efficacité de ce modèle, différentes simulations de la recharge d'une nappe libre ont été effectuées. Ce travail est aussi consacré à la modélisation mathématique et à la simulation numérique de l'interaction cours d'eau-nappe. Pour cela, une étude est axée d'une part, sur un modèle d'écoulement à surface libre 1D et d'autre part, sur le couplage d'équation de Saint Venant et de diffusivité conduisant à une modélisation (1D/2D) du phénomène étudié. Les résultats montrent l'évolution de la charge hydraulique et de la vitesse d'écoulement dans la rivière et dans la nappe.

**Mots clés :** *Recharge artificielle, équation de diffusivité, Saint Venant 1D, modélisation mathématique, simulation numérique, interaction rivière-nappe.*

## Adstract

In order to know the effect of the artificial recharge and to observe the evolution of the free surface of the webs during this recharge, a numerical model based on the finite difference method is developed to solve the 2D diffusivity equation. To test the effectiveness of this model, different simulations of recharging were performed. This work is devoted to mathematical modeling and numerical simulation of the interaction stream-aquifer. For this, a study focused on the one hand, on a flow model free surface 1D and secondly, on the Saint Venant equation coupling diffusivity and leading to modeling (1D / 2D) of studied phenomenon. The results show the evolution of the hydraulic load and the speed of flow in the river and in the web.

**Keywords :** *Artificial recharge, diffusivity equation, Saint Venant 1D, mathematical modeling, digital simulation, river-layer interaction.*