

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la recherche scientifique

UNIVERSITE Abderrahmane MIRA BEJAIA
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MASTER

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Par :

Nom prénom BABOURI Fatiha

Nom Prénom ARAB Siham

Thème

Modélisation du comportement thermomécanique d'un réservoir sphérique FGM sous pression

Soutenu le 22/09/ 2021 devant le jury composé de:

Mr. A.Sahi

Président

Mr. A.benslimane

Rapporteur

Mr.

Examineur

Année Universitaire 2020-2021

Remerciements

*Je tiens d'abord à remercier **Dieu** le miséricordieux pour nous avoir donné la force, la
Patience et l'espoir pour arriver à réaliser ce modeste travail.*

Nous souhaitons avant tout remercier notre encadrant Mr BENSILIMANE pour

Ses précieux conseils.

*Nous remercions les membres du jury qui nous font l'honneur d'examiner
Ce travail.*

Nous voudrions exprimer notre reconnaissance envers tous les enseignants

De génie mécanique.

Nous remercions toute personne ayant aidée de près ou de loin pour l'achèvement

De ce travail.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail :

A mon père (paix a son âme), ma mère, mes frères, mes sœurs, mon fiancée, mes beaux-parents, mes belles sœurs, mon beau-frère, mes neveux.

*A ma chère binôme **ARAB SIHAM.***

A mes chères amis(e).

BABOURI FATIHA.

Dédicace

Au terme et à l'issue de ce modeste travail, je le dédie :

À mon père pour son soutien durant mes longues années d'étude.

À ma mère qui est à l'origine de ma réussite grâce à ces conseils.

À ma sœur, mes frères, mes amis

*À ma chère binôme **FATIHA BABOURI***

ARAB SIHAM

Sommaire

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction Générale	1
-----------------------------	---

Chapitre I : Généralités sur les matériaux FGM

I.1. Introduction.....	2
I.2. Concept des matériaux fonctionnellement gradués	2
I.3. Histoire des FGM	5
I.4 Propriétés effectives des matériaux à gradient fonctionnel	7
I.5 Types de FGM	8
I.6 Avantages et inconvénients des matériaux à gradient des propriétés	11
I.7. Méthodes d'élaboration des matériaux à gradient de propriétés	12
I.8. Domaines d'applications des FGM	14
I.9. Comparaison des matériaux types FGM et les composites traditionnels	17
I.10. Développements récents et défis des FGM.....	18
I.11. Etat de l'art.....	19
I.11.1. Bayat.Y [23].....	19
I.11.3. S M Shayak Ibna Faruqui et al [24].....	20
I.12.Conclusion	22

Chapitre II : Calculs analytiques

II.1. Introduction	20
II.2. Etude Analytique	20
II.3. Conduction thermique dans un solide à gradient de propriétés	20
II.4. Mécanique des milieux continus.....	22
II.5. Thermoélasticité.....	26

Chapitre III : Résultat et discussions

III. 1. Introduction	29
III.2. Sollicitation thermique.....	31
III.3. Contraintes Mécaniques.....	32
III.3.1. Le déplacement.....	32
III.3.2. Contraintes Radiales	35

III.3.3. Contraintes Circonférentielle	37
III.4. Contraintes Thermomécaniques	39
III.4.1. Le déplacement.....	40
III.4.2. Contraintes Radiales	41
III.4.3. Contraintes Circonférentielle	42
III.6. Conclusion.....	43
Conclusion Générale	43
Références bibliographiques.....	44

Résumé

Liste des figures

Figure I.1 : Schéma de la microstructure à gradation continue avec des constituants en métal-céramique.....	3
Figure I.2 : représentation schématique de la fonction matérielle dans les différentes structures.....	4
Figure I.3 : Illustration des caractéristiques thermiques entre les composites CLC et FGM.....	5
Figure I.4 : Le nombre annuel de publications sur le sujet des FGM fournies par le moteur de recherche de Scopus (Naebe et Shirvanimoghaddam 2016)	6
Figure I.6 : fractions volumiques d'un matériau à gradient fonctionnel	7
Figure I.7 : Classification des matériaux à gradient de propriétés fonctionnelle	9
Figure I.8 : Schéma de principe du concept de gradation des matériaux (Udupa et al. , 2014)	9
Figure I.9 : Les trois types de matériaux à gradient de propriétés et leurs applications	10
Figure I.10 : Différents types des matériaux à gradients de propriétés	11
FIGURE I.11 : Différentes types des matériaux.....	17
FIGURE I.12 : Comparaisons des matériaux FGM avec les matériaux composites	18
FIGURE I.13 : Distribution du déplacement sous le chargement de la pression.....	19
FIGURE I.14 : Distribution du déplacement sous le chargement de la pression et de la température.....	20
FIGURE I.15 : Distribution radiale de la température avec la distribution correspondante de kfgm pour différentes valeurs de n.....	21
FIGURE I.16 : Distribution radiale de la température avec différentes méthodes pour n=1..21	
Figure(III.1) : Variation du module de Young à travers la paroi de la sphère	29
Figure (III.2) : Variation de la conductivité thermique à travers la paroi de la sphère	30
Figure(III.3) : Variation du coefficient de dilatation thermique à travers la paroi de la sphère	31

Figure(III.4) : Variation de Température à travers la paroi du la sphère	32
Figure(III.5.a) : L'évolution du déplacement le long de la paroi de la sphère (Pin=50Mpa. Pext=0Mpa)	33
Figure(III.5.b) : L'évolution du déplacement le long de la paroi de la sphère. (Pin=0Mpa. Pext=500Mpa)	34
Figure(III.5.c) : L'évolution du déplacement le long de la paroi de la sphère. (Pin=500Mpa. Pext=500Mpa)	34
Figure (III.6.a) : Répartition de la contrainte radiale à travers la paroi de la sphère. (Pin=500Mpa. Pext=0Mpa)	35
Figure (III.6.b) : Répartition de la contrainte radiale à travers la paroi de la sphère. (Pin=0Mpa. Pext=500Mpa)	36
Figure (III.6.c) : Répartition de la contrainte radiale à travers la paroi de la sphère. (Pin=500Mpa. Pext=500Mpa)	36
Figure (III.7.a) : Répartition de la contrainte circonférentielle à travers la paroi de la sphère. (Pin=500Mpa. Pext=0Mpa)	37
Figure (III.7.b) : Répartition de la contrainte circonférentielle à travers la paroi de la sphère. (Pin=0Mpa. Pext=500Mpa)	38
Figure (III.7.c) : Répartition de la contrainte circonférentielle à travers la paroi de la sphère. (Pin=500Mpa. Pext=500Mpa)	39
Figure (III.8) : L'évolution du déplacement le long de la paroi de la sphère	40
Figure (III.9) : L'évolution de la contrainte radiale le long de la paroi de la sphère	41
Figure (III.10) : Répartition de la contrainte circonférentielle à travers la paroi de la sphère	42

Liste des tableaux

TABLE I.1 – Les différentes couches des matériaux FGM.....	18
---	----

NOMENCLATURE

E_i	Module de Young homogène	Pa
$E(r)$	Module de Young non-homogène	Pa
k_i	Conductivité thermique homogène	W/mK
$k(r)$	Conductivité thermique non-homogène	W/mK
α_i	Coefficient de dilatation thermique homogène	$1/K$
$\alpha(r)$	Coefficient de dilatation thermique	$1/K$
r	Rayon	m
r_i	Rayon intérieur	m
r_o	Rayon extérieur	m
ϕ, χ, ω	Coefficients de non-homogénéités	$[-]$
	Coefficient de poisson	$[-]$
T	Température	$^{\circ}C$
T_i	Température de la paroi intérieure	$^{\circ}C$
T_o	Température de la paroi extérieure	$^{\circ}C$
P_i	Pression interne	Pa
P_o	Pression externe	Pa
ε_{rr}	Déformation radiale	$[-]$
$\varepsilon_{\theta\theta}$	Déformation circonférentielle	$[-]$
$\varepsilon_{r\phi}, \varepsilon_{r\theta}, \varepsilon_{\theta\phi}$	Déformations de cisaillement	$[-]$
u_r	Déplacement radial	m
$\varepsilon_{\phi\phi}$	Déformation circonférentielle	$[-]$
σ_{rr}	Contrainte axiale	Pa
$\sigma_{\theta\theta}$	Contrainte circonférentielle	Pa
$\sigma_{\phi\phi}$	Contrainte circonférentielle (sphériques)	Pa
$\sigma_{r\phi}, \sigma_{r\theta}, \sigma_{\theta\phi}$	Contraintes de cisaillement	Pa
$a_1, a_2, \lambda_1, \lambda_2$	Solutions de l'équation caractéristique	$[-]$
μ, λ	Paramètres de Lamé	Pa
A, B, A_H, B_H	Constantes de calcul	$[-]$
δ	Symbole de Kronecker	$[-]$

Introduction Générale

Introduction Générale

Le développement des matériaux composites a permis d'associer des propriétés spécifiques à différents matériaux au sein d'une même pièce. L'optimisation locale de ces propriétés, par exemple en associant un matériau dur à une surface de matériau tenace, pose alors des problèmes d'interface. Ce changement soudain de composition produira des concentrations des contraintes locales élevées. La solution des propriétés recherchées par la transition continue du gradient de composition permet de réduire cette singularité en utilisant des matériaux à gradient caractéristique (Anglais : Functionally Graded Material "F.G. M").

D'autre part, les matériaux à grades fonctionnels (FGM), une nouvelle génération de matériaux composites homogènes avancés proposés pour la première fois pour les barrières thermiques, sont de plus en plus appliqués aux gradients de performance (FGM) dans les structures d'ingénierie modernes dans des environnements à haute température. Un matériau composite qui modifie en permanence la fraction volumique dans le sens de l'épaisseur pour obtenir un certain profil. Ce type de matériau a reçu une grande attention ces dernières années en raison de ses avantages dans la réduction des différences de performance des matériaux et de la réduction des contraintes thermiques. Le concept de "matériaux avec des caractéristiques de gradient" a été développé par M. Niino et ses collègues à Sendai en 1984 au Laboratoire aérospatial national du Japon. L'idée est de créer des matériaux utilisés comme barrières thermiques dans les structures spatiales et les réacteurs de fusion [1]. Les FGM peuvent être utilisés pour différentes applications, telles que les enduits des barrières thermiques pour les moteurs en céramique, turbines à gaz, couches minces optiques et même dans des domaines tels que le médical et dans l'armée, etc....

L'objectif est de démontrer que l'inhomogénéité du matériau a une influence significative sur les comportements mécaniques des structures creuses à parois épaisses constituées d'un matériau à gradient fonctionnel exponentiel. Ainsi, en choisissant une bonne valeur, les ingénieurs peuvent concevoir une sphère creuse FGM spécifique qui peut répondre à certaines exigences particulières.

Nous établirons dans un premier temps une étude bibliographique sur les matériaux à gradient de propriétés (I). Nous devons également exposer la méthode utilisées (analytique) (II). Dans (III) on va discuter des résultats obtenus.

Le présent travail se termine par une conclusion générale où on souligne l'efficacité de cette proportionnalité dans les calculs des matériaux FGM.

Chapitre I

Généralités sur les matériaux FGM

Généralités sur les matériaux FGM

I.1. Introduction

Très peu de gens ont imaginé gérer les renforcements de champ électrique en utilisant des matériaux diélectriques anisotropes. Le développement de matériaux à gradient de propriétés (FGM : Functionally Graded Materials) a récemment émergé comme pouvant être la prochaine génération de matériaux diélectriques. Un FGM est un composite caractérisé par une évolution d'une de ces propriétés dans une direction donnée.

Parmi les quelques travaux de recherche référencés, ceux de Haya kawa et al. [2] ont utilisé cette approche pour élaborer un matériau à gradient de permittivité pour des supports isolants dans les postes de coupure. Leur fabrication repose sur l'application d'une force centrifuge à un mélange résine époxy liquide contenant des particules céramiques de taille et permittivité différentes. La centrifugation permet de déplacer les différents types de particules qui, en fonction de leur densité volumique, vont migrer à des profondeurs différentes d'un échantillon cylindrique. La Figure I.23 montre le principe de réalisation d'un FGM à gradient de permittivité avant et après centrifugation. Les courbes de la permittivité en fonction du rayon du disque dépendent de la position des particules et de leur permittivité.

Les matériaux à gradient de permittivité développés par l'équipe du Pr. Ōkubo [3] permettent ainsi une diminution conséquente du renforcement de champ électrique entre les électrodes haute tension et de masse d'un poste blindé par rapport aux matériaux polymères standards.

I.2. Concept des matériaux fonctionnellement gradués

Le matériau à gradient de propriétés (FGM) est un nouveau concept pour la réalisation de propriétés et / ou de fonctions innovantes qui ne peuvent être obtenues avec des matériaux homogènes conventionnels. Dans sa structure la plus simple, il se compose d'un matériau d'un côté et de l'autre d'un second matériau, et une couche intermédiaire dont la structure, la composition et la morphologie varient doucement d'un matériau à l'autre de l'ordre du micron (Niino et al. 1987) voir (fig. I.1).

Le concept de "matériau à gradient de propriétés" se réfère clairement à la réalisation de propriétés innovantes suivies d'une inhomogénéité qui ne peut être réalisée par des matériaux conventionnels homogènes, en mettant l'accent sur les deux caractéristiques essentielles suivantes. La première caractéristique essentielle consiste à adapter artificiellement la composition chimique et la microstructure à partir de la prédiction quantitative du profil de distribution des propriétés pour obtenir la fonction souhaitée. La deuxième caractéristique essentielle inclut la disponibilité de processus de fabrication qui a une bonne reproductibilité, en tant que technologie avancée pour le gradient de propriétés. Les procédés doivent pouvoir produire un profil précis de la composition chimique et doivent pouvoir être directement fabriqués à partir des résultats des calculs effectués par les concepteurs de matériaux.

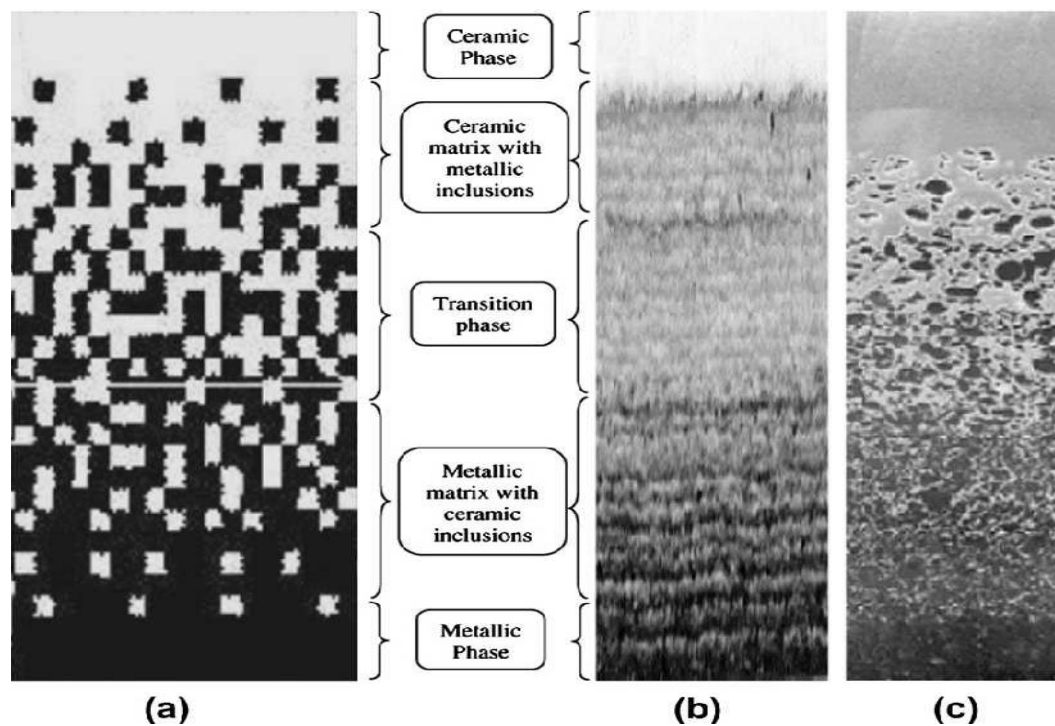


Figure I.1 : Schéma de la microstructure à gradation continue avec des constituants en métal-céramique

(a) Microstructure à gradation progressive (b) Vue agrandie et (c) FGM en céramique-métal (Jha et al.,2013)

Le matériau à gradation de propriétés fonctionnelle (FGM) c'est un matériau révolutionnaire qui appartient à une classe de matériaux avancés avec des propriétés variables sur une dimension changeante (Atai et al.,2012).

La variation des propriétés en douceur d'un matériau à l'autre dans les FGMs élimine les

interfaces pointues existant dans les matériaux composites où les défaillances sont déclenchées (Wang 1983). Il remplace cette interface pointue par une interface dégradée qui produit une transition en douceur d'un matériau à l'autre (Niino et al., 1987). L'une des caractéristiques uniques des FGM est la possibilité de personnaliser un matériau pour une application spécifique (Shanmugavel et al., 2012).

Les propriétés de tels matériaux peuvent être décrites par la fonction $f(x)$. Dans les matériaux homogènes, cette fonction est constante comme dans (Fig I.2.a). Dans le cas d'une jonction de deux fonctions matérielles différentes, $f(x)$ a une forme de déformation (Fig I.2.b). Dans les FGMs cette fonction matérielle doit être continue ou quasi-continue (EL-Wazery et EL-Desouky 2015).

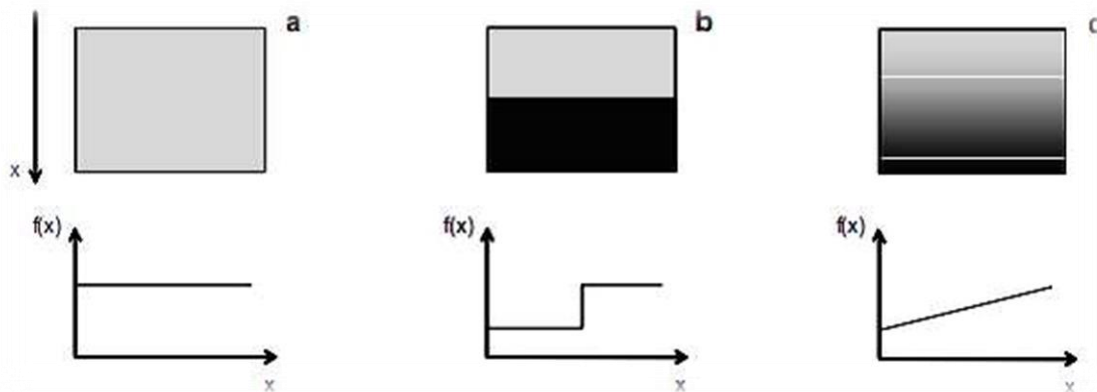


Figure I.2 : représentation schématique de la fonction matérielle dans les différentes structures.

Matériau homogène, (b) composite, (c) FGM (EL-Wazery et EL-Desouky 2015)

Au début du développement des matériaux à gradient de propriétés fonctionnelle, le concept consistait à supprimer l'interface qui existait dans le matériau composite traditionnelle et la remplacer par l'interface qui se modifiait progressivement, ce qui se traduisait par une modification de la composition chimique de ce composite. De l'illustration (Fig. I.3), nous voyons que la FGM présente une distribution des contraintes thermique plus douce que celle des composites stratifiés classiques (CLC) (Cho et Oden 2000).

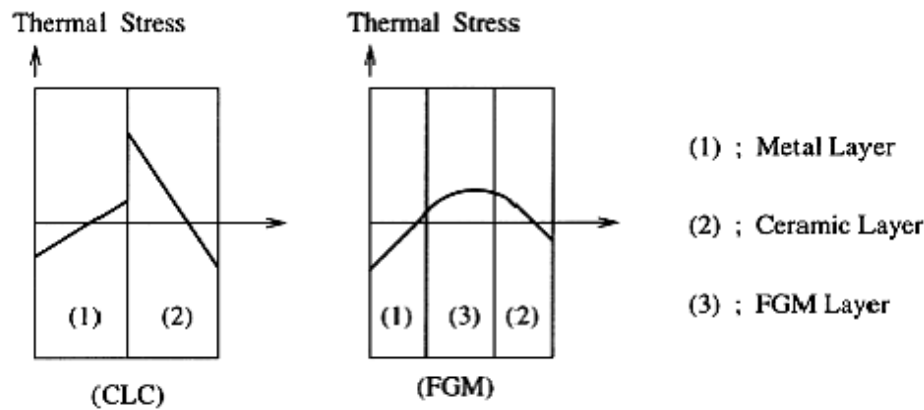


Figure I.3: Illustration des caractéristiques thermiques entre les composites CLC et FGM (Cho et Oden 2000).

I.3. Histoire des FGM

Avec le développement des nouvelles industries et de nouveaux processus modernes, de nombreuses structures servent dans des environnements thermiques, ce qui aboutit à une nouvelle classe de matériaux composites appelés matériaux à gradient de propriétés Fonctionnelle (FGM). Les FGMs ont été initialement conçues comme des matériaux de barrière thermique pour les applications structurelles aérospatiales et les réacteurs de fusion. Ils sont maintenant développés pour une utilisation générale en tant que composants structurels dans des environnements à très haute température.

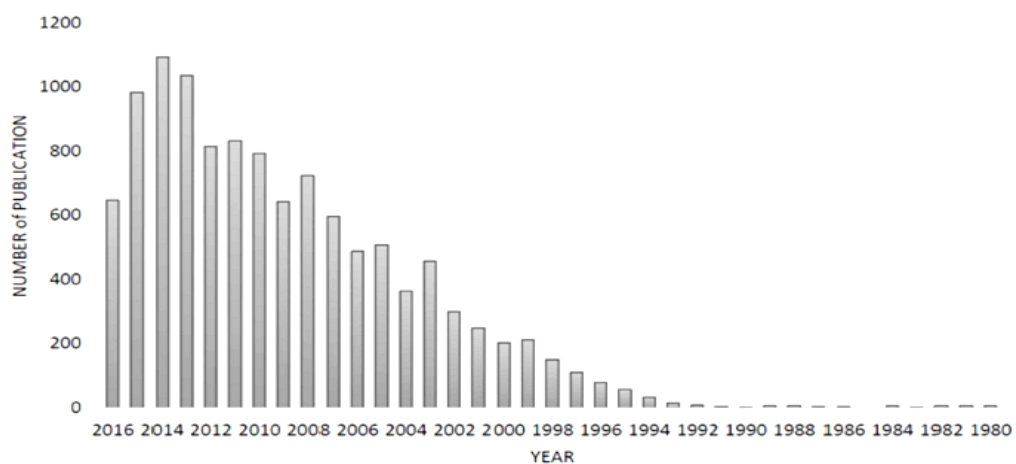
Déjà en 1972, Bever et Duwez et Shen et Bever reconnaissaient l'utilité des composites à gradient de propriétés. Cependant, leur travail n'a eu qu'un impact limité, probablement dû au manque de méthodes de production adaptées aux FGMs à cette époque (Kieback et al., 2003).

Il a fallu 15 ans de plus avant que des recherches systématiques sur les procédés de fabrication des matériaux à gradient de propriétés soient menées dans le cadre d'un programme national de recherche sur les FGM au Japon.

Le concept de matériaux à gradient de propriétés fonctionnelles (FGM) a été développé au Japon par Niino en 1984 (Koizumi 1993). Ils ont été utilisés comme matériaux «super résistants» dans les systèmes de propulsion et les revêtements de fuselage des engins spatiaux afin de réduire les contraintes thermiques générés et d'améliorer la résistivité thermique (Shabana et Noda 2001).

Cependant, le travail n'a été entrepris que plus tard. En 1987, un vaste projet national a été lancé au Japon, intitulé Recherche sur les technologies de base, développement de matériaux à gradient de propriétés fonctionnelle, et relaxation des contraintes thermiques, visant à développer des matériaux résistants à la chaleur (haute température) pour le système de propulsion des navettes spatial. Des efforts de recherche intensifs ont été consacrés au projet. Inconséquence, le concept de FGM a été virtuellement montré et le terme FGM (matériau à gradient de propriétés) a été introduit pour la première fois plus précises en 1986 (Bohidar et al., 2014). Le premier article sur la fabrication des FGMs a été publié en 1987. La publication des documents concernant les FGMs s'est considérablement développée après les deux colloques internationaux sur les FGMs (tenus à Sendai en 1990 et à San Francisco en 1992). Il y a également eu de petits projets de recherche sur les composites avec des fonctions similaires réalisées individuellement par des chercheurs du monde entier (Kawasaki et Watanabe 1997).

L'Atelier sur les matériaux à gradient de propriétés a été organisé en Allemagne en 1993, en mars 1994 un autre atelier sur les FGMs a eu lieu aux États-Unis. À l'heure actuelle, des colloques internationaux sur les FGMs se tiennent régulièrement dans le monde entier.



I.4 : Le nombre annuel de publications sur le sujet des FGM fournies par le moteur de recherche de Scopus (Naebe et Shirvanimoghaddam 2016)

L'intérêt pour les FGM a récemment augmenté en raison de la capacité à produire des matériaux avec des propriétés sur mesure qui sont des candidats appropriés pour de nombreuses applications de haute technologie telles que l'aérospatiale, le génie biologique et les industries nucléaires. À ce titre, le nombre de publications dans ce domaine de recherche a

augmenté de façon exponentielle au cours des 20 dernières années (Naebe et shiivranimoghaddam 2016). FGM.

I.4 Propriétés effectives des matériaux à gradient fonctionnel

Les FGM sont fabriqués par deux phases de matériaux avec différentes propriétés classées par leur microstructure variable dans l'espace ; conçue pour optimiser l'exécution des éléments de Structure par la distribution de propriétés correspondants. Une description détaillée d'une microstructure graduée réelle et généralement non disponible, sauf peut-être pour des informations sur la distribution de la fraction volumique tandis que la fraction volumique de chaque phase varie graduellement dans la direction de gradation, les propriétés effectives dans FGM changent le long de cette direction.

Deux types de fraction volumique gradations sont populaires dans littérature qui couvre la plupart des modèles analytiques existants :

1. une variation par morceaux de la fraction volumique de la céramique ou du métal est assumée, et le FGM est pris pour poser avec la même fraction volumique dans chaque région, c- à-d couche quasi-homogène de céramique-métal (Figure I.6.a).
2. Une variation continue de la fraction volumique de la céramique ou du métal est assumé (Figure I.6, b), est la fraction volumique du métal peut être représentée comme une fraction de coordonnées suivant l'épaisseur (e).

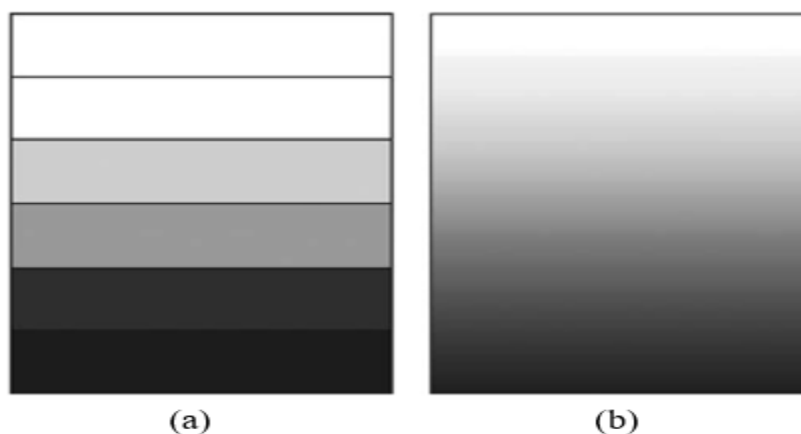


Figure I.6 – fractions volumiques d'un matériau à gradient fonctionnel.

La variation continue des propriétés trouve son application lorsque, par exemple, la face supérieure est exposée à une haute température alors que la face inférieure est exposée à une basse température. Dans ce cas, la face supérieure est à 100% céramique et la face inférieure est à 100% métal, avec une transition graduelle entre les deux. L'utilisation de la céramique

n'est pas fortuite.

Ce matériau est choisi grâce à ses caractéristiques exceptionnelles qui sont :

- Faible réactivité chimique, bonne tenue à la corrosion ;
- Haute température de fusion ou de décomposition ;
- Haut module d'élasticité et haute dureté ;
- Charge à la rupture élevée ;
- Bas coefficient de frottement, bonne résistance à l'usure ;
- Conservation des propriétés à haute température ;
- Faible coefficient de dilatation thermique (donc bonne résistance aux chocs thermiques);
- Faible conductivité thermique (donc bonne résistance à la température).

Cependant, les céramiques sont réputées être fragiles et très vulnérables aux défauts de petites tailles.

Les caractéristiques du métal sont :

- Bonne résistance mécanique ;
- Conductivité thermique élevée,
- Très bonne ténacité.

I.5 Types de FGM

Au début du développement des matériaux à gradient de propriétés, le concept consistait à supprimer l'interface pointue qui existait dans le matériau composite traditionnel et à la remplacer par l'interface qui se modifiait progressivement, ce qui se traduisait par une modification de la composition chimique de ce composite. A cet effet deux critères différents sont utilisés pour classer les matériaux fonctionnels à gradient de propriétés. L'un est basé sur la structure du matériau et l'autre sur la taille des matériaux à gradient de propriétés de manière fonctionnelle. Comme le montre la figure I.7, les FGM peuvent être divisés en deux groupes principaux basés sur la structure des matériaux : FGM structurée en continue et structurée de manière discontinue. Dans les FGM continues, il existe un gradient continu d'un matériau à l'autre. Cependant, en cas de FGM discontinue, le gradient de matière est fourni en couches. En fonction de la taille des matériaux, les FGM sont classées en deux types

principaux : les FGM minces et les FGM massive. Les FGM minces ont des sections relativement minces, comme les revêtements de surface, tandis que les FGM massive constituent un volume complet de matériaux.

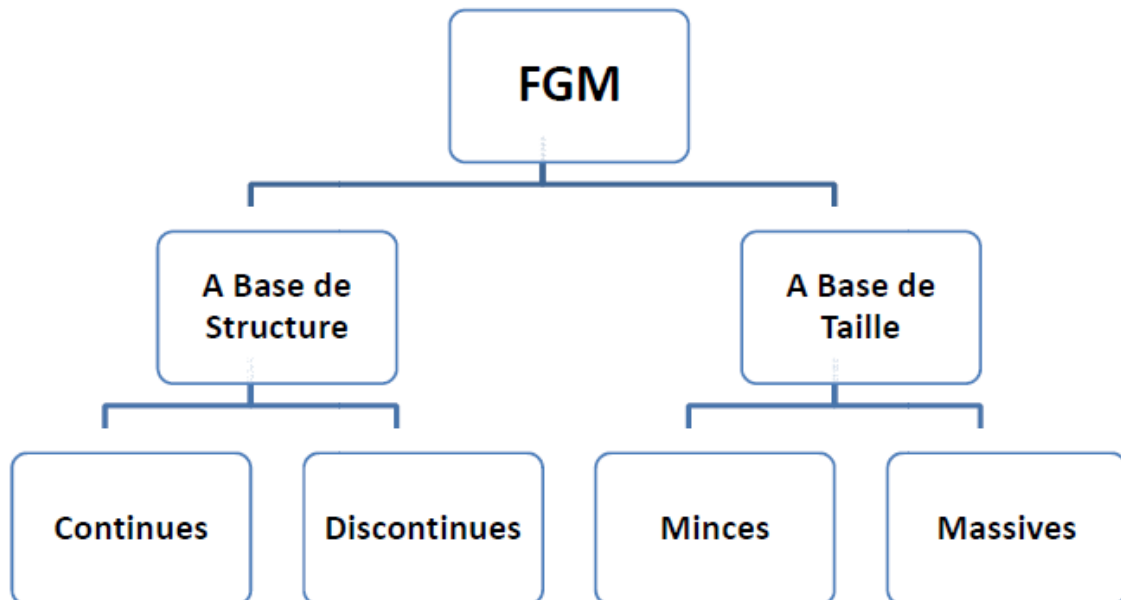


Figure I.7 : Classification des matériaux à gradient de propriétés fonctionnelle.

Il existe deux types de structures graduées qui peuvent être préparées dans le cas des FGM, à savoir la structure continue représentée sur la figure I.6 (a) et la structure par étapes (couches) représentée sur la figure I.6 (b) (Udupa et al., 2014).

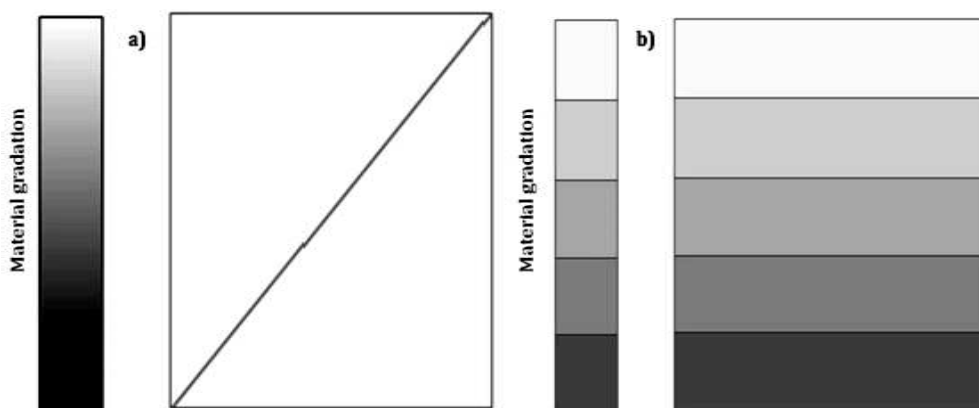


Figure I.8 : Schéma de principe du concept de gradation des matériaux (Udupa et al., 2014).

Dans le cas d'une structure à gradation continue. Le changement de composition et de microstructure se produit continuellement avec la position. En revanche, dans le cas de structure à gradation pas à pas, la caractéristique de la microstructure évolue progressivement

donnant naissance à une structure multicouche avec une interface existant entre des couches discrètes.

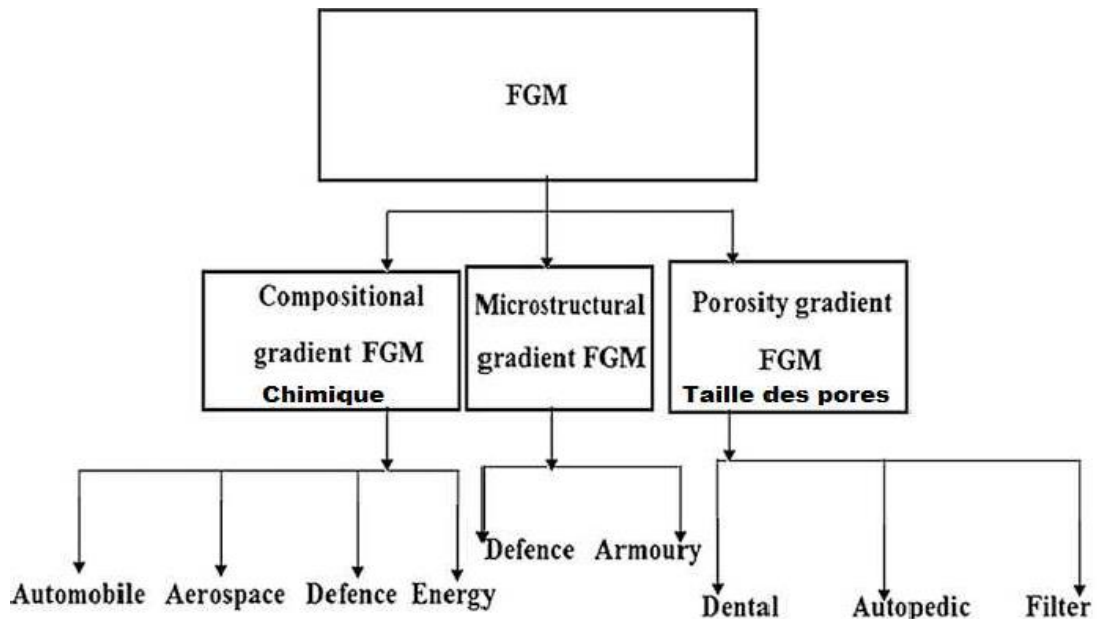


Figure I.9 : Les trois types de matériaux à gradient de propriétés et leurs applications
(Mahamood et Akinlabi 2017)

L'intérêt croissant pour ce type de matériau a entraîné la mise au point de différents types de FGM, le type d'application envisagée détermine généralement le type de FGM à utiliser.

Les matériaux ayant une composition, une microstructure ou une porosité changeantes à travers le volume du matériau sont appelés matériaux à gradient de propriétés fonctionnelle (FGM) (Mahamood et Akinlabi 2017).

Les différents types de FGM comprennent les FGMs à structure de gradient de porosité et de taille des pores, les FGM à structure à gradient chimique (composition) et les FGMs à structure à gradient microstructural (voir figure I.9).

Selon la nature du gradient, les FGM peuvent être regroupées en types suivants (voir Fig. I.10) (Bharti et al, 2013).

- 1) Type de gradient de fractions (Fig.I.10a)
- 2) Type à gradient de forme (Fig.I.10b)
- 3) Type de gradient d'orientation (Fig.I.10c)
- 4) Type de gradient de taille (du matériau) (Fig.I.10d)

Selon le nombre de directions que les propriétés ont changé, nous pouvons distinguer les FGM à une dimension, à deux dimensions ou à trois dimensions

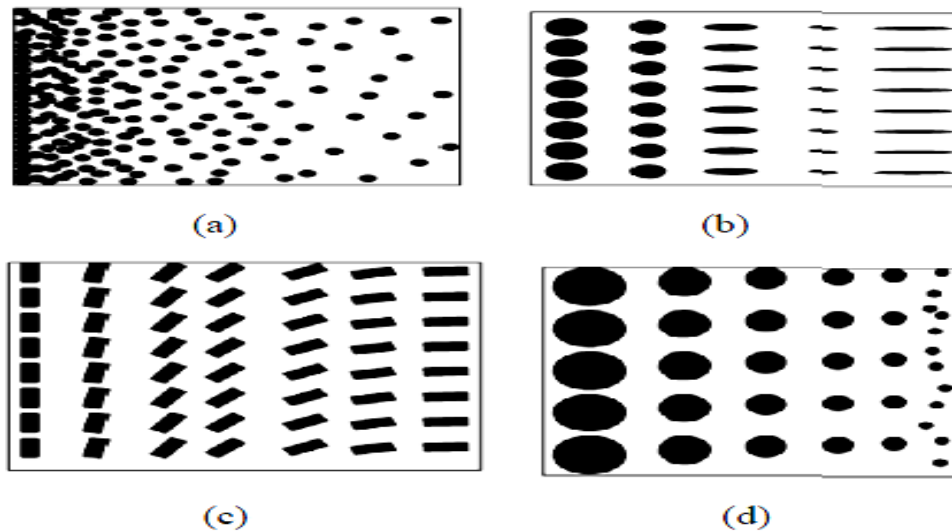


Figure I.10 : Différents types des matériaux à gradients de propriétés : a) type gradient de fraction, b) type à gradient de forme, c) type à gradient d'orientation et d) à gradient de taille (Bharti et al., 2013).

I.6 Avantages et inconvénients des matériaux à gradient des propriétés

➤ Avantages des FGM

Outre l'accomplissement de son objectif principal, c'est à dire de fournir les différents requis des propriétés en divers points et des surfaces du futur produit qui, pourrait être réalisé par un simple revêtement [4] et beaucoup d'autres soulignent divers avantages supplémentaires de la FGM. Ils énumèrent certains avantages qui en résultent principalement de la non-existence d'une interface forte FGM, tels que :

- ✓ Diminuer les contraintes thermiques causées par les différences de coefficients de dilatation thermique des matériaux utilisés.
- ✓ Absence d'une interface nette devrait conduire à un contrôle d'ensemble mieux des contraintes
- ✓ Meilleure cohésion entre différents matériaux, par exemple un métal et une céramique.
- ✓ Extension de la région fonctionnelle avant d'atteindre la valeur limite de la déformation plastique.

- ✓ Suppression de délaminage.
- ✓ Augmentation de la ténacité à la rupture.
- ✓ Élimination des singularités des contraintes à divers endroits, tels que les sur faces libres, des coins, des racines de fissures, etc.

➤ **Inconvénients des FGM :**

Le principal obstacle à une application plus large de la FGM est leur fabrication compliquée en raison de l'inadéquation des propriétés différentes, par exemple, la température de fusion, des affinités différentes pour divers autres éléments, la taille des particules, la morphologie, etc. Un exemple type est un mélange d'un métal avec la température de fusion (T_1) et une céramique avec une température de fusion (T_2). Dans la plupart des cas, un tel couple est habituellement ($T_1 \ll T_2$). Puis, si la température de fabrication est d'environ (T_1), la céramique est encore non fondue et la structure finale contient des particules de céramique non fondue dans une matrice métallique. Dans de nombreux cas, une telle structure présente une grande porosité et une petite adhérence entre les différents composants et son application générale est limitée. Cependant, pour des applications spéciales, la présence de particules très dures (carbures) dans une matrice solide peut être souhaitable. D'autre part, travailler autour de (T_2) va certainement entraîner une oxydation rapide et de l'évaporation de nombreux métaux. La formation de phases indésirables, etc. Les matériaux doivent être fabriqués dans une atmosphère protectrice ou à une basse pression et ces deux technologies sont très coûteuses [4].

I.7. Méthodes d'élaboration des matériaux à gradient de propriétés

Plusieurs techniques sont disponibles pour produire des matériaux fonctionnalisés (FGM). Quelques un d'entre eux sont décrits ci-dessous en détail

➤ **Frittage en infiltration :**

Cette technique est constituée de deux étapes et convient à la fabrication d'un composite à gradient de fonction composé de deux matériaux dont les températures de fusion sont très différentes. La première étape est de fabriquer une matrice frittée du matériau à haute température de fusion avec un gradient de porosité. La seconde étape est de remplir ces porosités avec le deuxième matériau fondu par infiltration. Le résultat est excellent pour la diminution de la contrainte thermique [5]. Cette technique peut être généralement appliquée pour plusieurs combinaisons de matériaux qui sont chimiquement inertes et qui ont des points

de fusion bien différents les uns par rapport aux autres.

➤ **Implantation ionique :**

C'est une technique avancée pour la fabrication des FGM permettant de réaliser seulement des épaisseurs fines (sur différents substrats (plastique, céramique, et métaux). Le traitement d'effectue par les faisceaux énergétiques d'ions eu via de gaz réactifs. Les couches fabriquées présenteront un gradient de composition qui peut être très finement contrôlé.

➤ **Technique de dépôt à la vapeur :**

Les techniques de dépôt à la vapeur décrivent une variété de méthodes de dépôt sous vide qui peuvent être utilisées pour produire des films minces sur les matériaux de base. Toutes ces techniques peuvent être utilisées pour produire des FGM minces uniquement.

Différents types de techniques de dépôt en phase vapeur comprennent le dépôt physique en phase vapeur (PVD) et le dépôt chimique en phase vapeur (CVD). Ils consomment beaucoup d'énergie et produisent des jauges toxiques comme sous-produits [6].

D'autres techniques basées sur le dépôt qui peuvent déposer des revêtements minces fonctionnellement dégradés sont le dépôt par faisceau d'électrons (EBD), le dépôt par faisceau ionique (IBD) et la synthèse à haute température auto-propagatrice (SHS) [7]. Toutes les méthodes mentionnées ci-dessus ne sont pas économiques pour produire des MGF de type en vrac.

➤ **Métallurgie des poudres :**

La technique basée sur la métallurgie des poudres peut être utilisée pour produire des MGF de type en vrac avec une structure discontinue (par étapes). Le procédé est réalisé en utilisant des étapes comprenant le pesage et le mélange de poudre selon la distribution spatiale préconçue selon les exigences fonctionnelles, l'empilage et l'éperon nage des poudres pré mélangées, et enfin le frittage [8].

➤ **Méthode centrifuge :**

La méthode centrifuge est capable de produire des FGM de type en vrac à structure continue. Il utilise la force de gravité par filage de la moisissure pour produire des matériaux fonctionnels [9]. La différence de densité des matériaux et le filage des moules produisent des FGM. Cette méthode a deux inconvénients : cette méthode ne peut produire que des FGM de forme cylindrique et il existe une limite à laquelle le type de gradient peut être produit.

➤ **Techniques de fabrication par impression 3D :**

En anglais : Solid reforme fabrication (SFF)/Additive manufacturing (AM), également appelée impression 3D, est un processus de jonction de matériaux pour fabriquer des objets à partir de données de modèles 3D, généralement couche par couche, par opposition à la technologie de fabrication soustractive [10]. Cet outil sans procédé de fabrication peut produire des pièces métalliques denses en peu de temps, avec une grande précision.

I.8. Domaines d'applications des FGM

Les caractéristiques importantes des FGM les ont favorisées dans presque tous les domaines d'activité humaine. Des matériaux fonctionnellement calibrés sont actuellement utilisés dans un certain nombre d'industries, avec un potentiel énorme à utiliser dans d'autres applications à l'avenir. Les applications actuelles et l'application futuriste de la MGF sont présentées dans cette section. Les domaines d'application actuels sont l'aérospatiale, l'automobile, le biomédical, la défense, l'électricité / électronique, l'énergie, la marine, l'optoélectronique et la thermoélectronique. La figure (I.9) montre les différents types de FGM et leurs domaines d'application. L'utilisation des FGMs est très prometteuse dans les applications où les conditions de fonctionnement sont difficiles, par exemple pour les revêtements résistants à l'usure utilisés dans l'industrie minière, les boucliers thermiques, les composants des moteurs thermiques, les échangeurs de chaleur, les revêtements de plasma pour les réacteurs de fusion dans les réacteurs nucléaires, et pour les générateurs thermoélectriques et dans les applications d'isolation électrique.

➤ **Aérospatiale :**

L'application initiale, dans laquelle des matériaux à gradient fonctionnel ont été développés, était destinée aux carrosseries planes. L'application de ce nouveau matériau est accrue au fil des années dans l'industrie aérospatiale. La plupart des équipements et des structures aérospatiales sont maintenant faits de matériaux fonctionnels. Ceux-ci comprennent les composants du moteur-fusée, la structure du treillis de l'engin spatial, les panneaux d'échange thermique et certaines structures telles que les réflecteurs, les panneaux solaires, le boîtier de la caméra, les roues de turbine, les pales, le bord d'attaque de missiles, et des navettes spatiales. Des matériaux fonctionnellement calibrés sont également utilisés pour les murs structuraux qui combinent les propriétés d'isolation thermique et acoustique. Les automobiles sont une autre industrie dans laquelle des matériaux fonctionnels ont été utilisés. Ceux-ci seront présentés dans la sous-section suivante.

➤ **L'industrie Automobile :**

L'utilisation de matériaux fonctionnels dans l'industrie automobile est encore limitée en raison du coût élevé de production de matériaux fonctionnels. Cependant, le matériau est utilisé dans des parties très importantes de l'automobile, où le coût élevé actuel justifie son utilisation. Les présentes applications comprennent les chemises de cylindre de moteur pour les pistons de moteur diesel, les ressorts à lames, les bougies d'allumage, les chambres de combustion, les arbres d'entraînement, les amortisseurs, les volants, certaines pièces de carrosserie, les vitres et les freins de voiture de course. En outre, des matériaux à gradient fonctionnel sont utilisés dans des revêtements corporels améliorés pour automobiles.

➤ **Biomédical :**

Le corps humain est composé d'un certain nombre de matériaux fonctionnels, qui comprend les os et les dents. Ce sont les parties du corps humain les plus remplacées, à la suite de dommages à ces parties, ou en raison du processus de vieillissement naturel. Les matériaux d'ingénierie qui sont biocompatibles sont utilisés pour leurs remplacements. Les parties naturelles que ces matériaux remplacent sont des matériaux fonctionnels dans la nature. C'est pourquoi la majorité des matériaux fonctionnels utilisés dans l'industrie biomédicale sont utilisés pour les implants. Les matériaux à gradient fonctionnel de porosité sont les plus couramment utilisés dans cette industrie, car leurs propriétés sont très proches de celles des pièces qu'ils ont l'intention de remplacer [11].

➤ **Défense :**

La capacité des FGM à offrir des propriétés de résistance à la pénétration en inhibant la propagation des fissures est une propriété attrayante qui fait que le matériau est favorisé dans l'industrie de la défense. Les matériaux classés fonctionnellement sont utilisés dans l'industrie de la défense dans des applications telles que les gilets pare-balles et les plaques d'armure. Un autre domaine d'application clé des matériaux fonctionnels est celui des véhicules blindés.

➤ **Énergie :**

Les industries de l'énergie ont constamment besoin de différents types de matériaux fonctionnels, afin d'améliorer l'efficacité de certains de leurs équipements. Parmi les applications des matériaux fonctionnels dans l'industrie de l'énergie, citons la paroi interne des réacteurs nucléaires, le convertisseur thermoélectrique pour la conversion d'énergie, le panneau solaire, les cellules solaires, les tubes et récipients sous pression, l'électrode graduée

pour la production de le combustible à oxyde solide, les matériaux piézo-électriques à gradient fonctionnel pour le transducteur à ultrasons, le diélectrique, la pile à combustible, les revêtements de pale de turbine, et pour les revêtements à barrière thermique.

➤ **Optoélectronique :**

Les FGM trouvent aussi leur application dans l'optoélectronique comme les matériaux à indice de réfraction gradués et des disques audio-vidéo ; support de stockage magnétique, semi-conducteur à bande graduée.

➤ **Marine :**

Les matériaux fonctionnellement classés trouvent également leur application dans l'industrie maritime. Les applications des matériaux fonctionnels dans l'industrie marine et sous-marine comprennent l'arbre d'hélice, les cylindres de plongée, les dômes sonar, le système de tuyauterie composite et la coque cylindrique sous pression.

➤ **Sport :**

Des matériaux fonctionnellement calibrés sont utilisés dans un certain nombre d'équipements sportifs, tels que les clubs de golf, les raquettes de tennis et les skis. Ceux-ci sont tous faits de matériaux à gradient fonctionnels.

➤ **Autres applications :**

L'application de matériaux classés de manière fonctionnelle comprend également, mais sans s'y limiter, les outils et matrices de coupe pour améliorer la résistance thermique de l'outil de coupe et de la matrice, lames de rasoir en fer-aluminide / acier inoxydable [12] comme les bouteilles d'air pour la lutte anti-incendie, les portes ignifuges, les montures de lunettes et les casques. D'autres comprennent les tubes cryogéniques de l'IRM, les récipients sous pression, les réservoirs de carburant, les mallettes pour ordinateurs portables, les instruments de musique et les tables de radiographie. Le domaine d'application des matériaux gradués fonctionnellement devrait augmenter si le coût de production de ce matériau est réduit à l'avenir.

I.9. Comparaison des matériaux types FGM et les composites traditionnels

Les matériaux composites sont constitués de deux ou plusieurs matériaux combinés qui ont des propriétés qui ne peuvent être obtenues avec aucun des constituants [13].

Les FGM sont des matériaux contenant des composants différents tels que les céramiques et les métaux. La différence avec les composites c'est que les FGM sont non-homogènes figure (I.11). Dans certains cas, on peut avoir un FGM constitué d'un même matériau mais de microstructure différente [14]

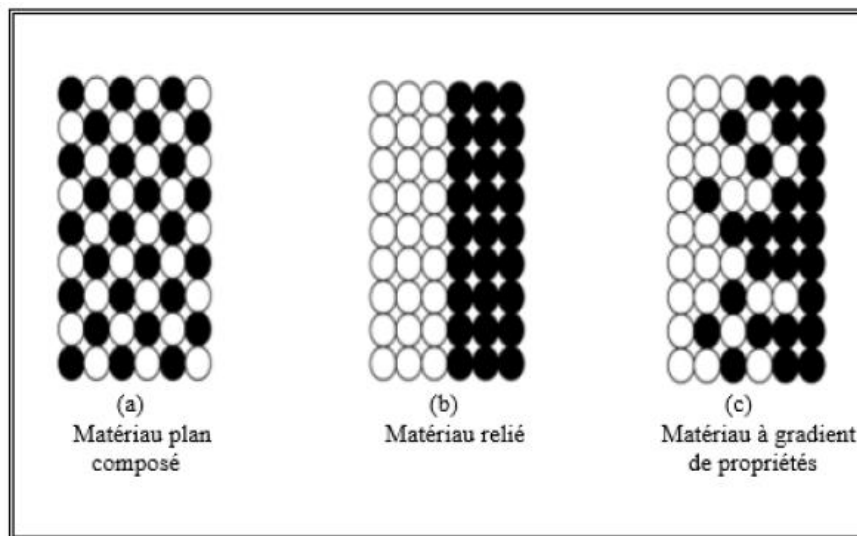


FIGURE I.11 – Différentes types des matériaux [13]

Yashihisa [15] a établi un modèle simple illustrant différences entre les matériaux à gradient de propriétés (FGM) et les matériaux plus conventionnels (figure I.9). Le matériau plan composé a une caractéristique plane, et le matériau relié a une frontière sur l'interface de deux matériaux. Les FGM ont d'excellentes caractéristiques qui diffèrent de ceux des matériaux plans composés et reliés. Par conséquent, les FGM attirent l'attention en termes de leur application dans les domaines industriels puisqu'ils ont une double propriété des deux matières premières qui sont mélangées ensemble, et la distribution composante est graduée sans interruption. Par exemple, l'un des FGM qui se compose du métal et de la céramique a la caractéristique de la conductivité thermique et de la force métallique dans le côté en métal et la résistance aux hautes températures dans le côté en céramique.

Propriétés	<p>1 Résistance mécanique</p> <p>2 Conductivité thermique</p>		
Structure	<p>Eléments constitutifs :</p> <p>Céramique ○</p> <p>Métal ●</p> <p>Microporosité ◊</p> <p>Fibre ✱</p>		
Matériaux	Exemple	FGM	NON-FGM

FIGURE I.12 – Comparaisons des matériaux FGM avec les matériaux composites [16].

Couches	Matériaux	Les propriétés mécaniques
La face à haute température	Céramique	<ul style="list-style-type: none"> _ Bonne résistance thermique _ Faible conductivité thermique
Couches intermédiaire	Céramique-métal	Élimination des problèmes de l'interface
La face à basse température	Métal	<ul style="list-style-type: none"> _ Bonne résistance mécanique _ Conductivité thermique élevée

TABLE I.1 – Les différentes couches des matériaux FGM [18]

I.10. Développements récents et défis des FGM

Dans le cas de la plupart des MGF, une propriété matérielle varie dans le sens de l'épaisseur [17]. Cependant, les applications modernes peuvent exiger des matériaux FG dans lesquels les propriétés matérielles dans l'épaisseur et les directions axiales [19]. Récemment, un matériau de gradient dans lequel les propriétés varient dans les deux directions sont également développés et étudiés en profondeur [20]. Ces matériaux intelligents sont connus sous le nom de matériaux à gradient fonctionnel bidirectionnel (BDFGM). La technique AM basée sur le dépôt de métaux au laser est la plus appropriée pour produire de tels BDFGM [21]. Bien que d'importants progrès technologiques aient été réalisés dans le domaine des FGM, quelques problèmes critiques doivent encore être résolus. Une base de données correcte des FGM en termes de paramètres et de tests n'est toujours pas

disponible. La méthode d'essai et de mesure conventionnelle peut ne pas convenir pour évaluer les performances des MGF modernes, de sorte que des développements de méthodes d'essai avancées sont nécessaires [22]. La plupart des techniques de traitement des FGM sont très coûteuses, de sorte qu'une technique de traitement à faible coût qui peut produire en masse des MGF de grande taille et complexes reste encore un défi. Le choix du matériau approprié pour l'application prévue est le défi immédiat et direct pour le développement futur de la technologie dans le domaine de la recherche sur les FGM.

I.11. Etat de l'art

I.11.1. Bayat.Y [23]

Cet article présente une solution analytique et numérique permettant d'obtenir les valeurs thermique et contraintes mécaniques dans une sphère creuse épaisse constituée d'un matériau à gradient de propriété sous la pression combinée à un chargement thermique. Les propriétés du matériau sont supposées être classées dans la direction radiale selon une fonction de loi de puissance. On l'observe en définissant le paramètre normalisé $r = Ra$, processus de solution, et l'application des conditions aux limites pourrait être plus facile. En outre, cette méthode conduirait à une analyse plus simple.

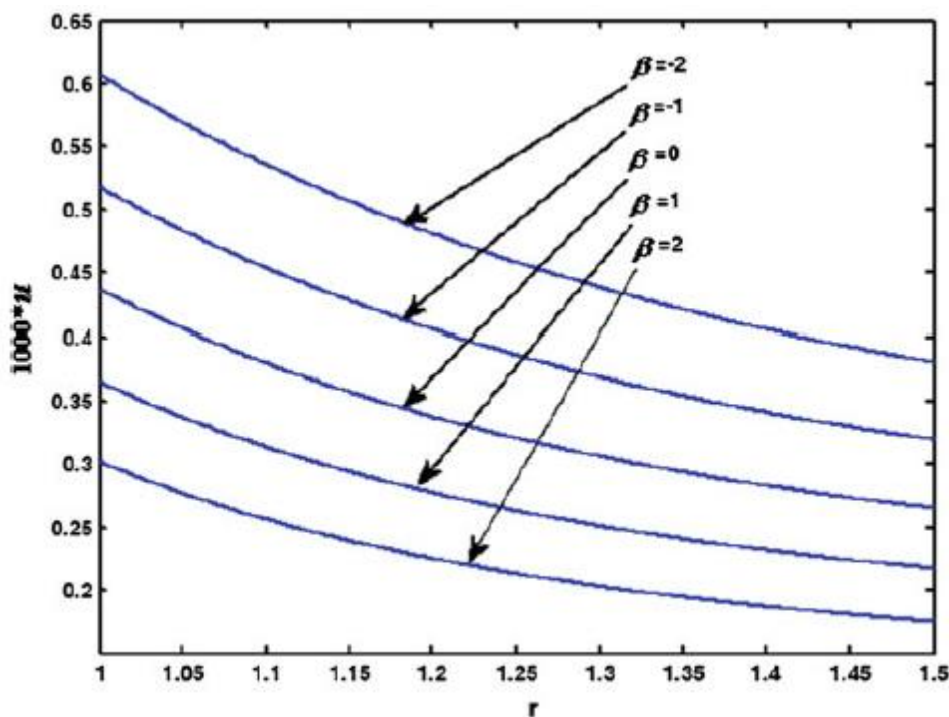


FIGURE I.13 : Distribution du déplacement sous le chargement de la pression [23].

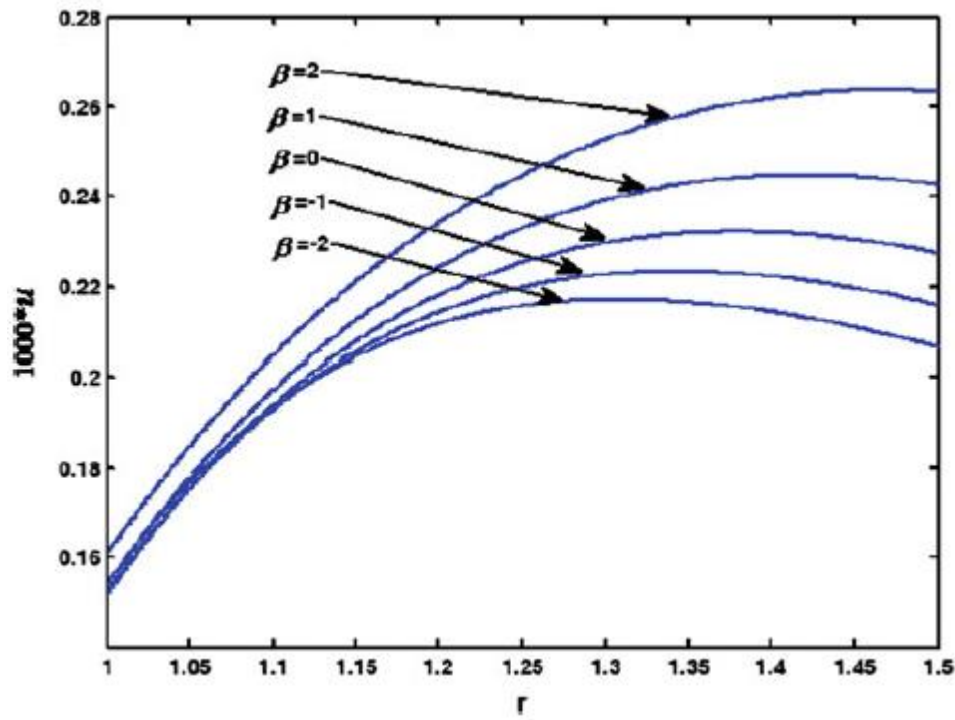


FIGURE I.14 : Distribution du déplacement sous le chargement de la pression et de la température [23].

I.11.3. S M Shayak Ibna Faruqui et al [24]

Dans cet article, les équations de conduction thermique et de Navier ont été résolues séparément pour $\beta = -1$ et les autres valeurs de β . La comparaison entre les résultats des résultats analytiques et les simulations numériques indique que les erreurs sont inférieures à 0,1% pour matériaux FGM. Les résultats permettent de conclure que l'indice de la loi de puissance a un effet important sur les contraintes et la résistance radiale. Distributions de déplacement dans une sphère FGM. Ainsi, l'indice de la loi de puissance est un paramètre utile de conception et peut être adapté à des applications spécifiques pour contrôler les distributions de contraintes.

Cette étude présente des solutions au problème de répartition de la température des cylindres creux à gradient de propriétés par approche de résistance thermique. Le gradient de matériau est supposé suivre une fonction de loi de puissance et des solutions sont présentées pour différentes valeurs de l'indice de loi de puissance. Une solution analytique a également été obtenue pour $n = 1$.

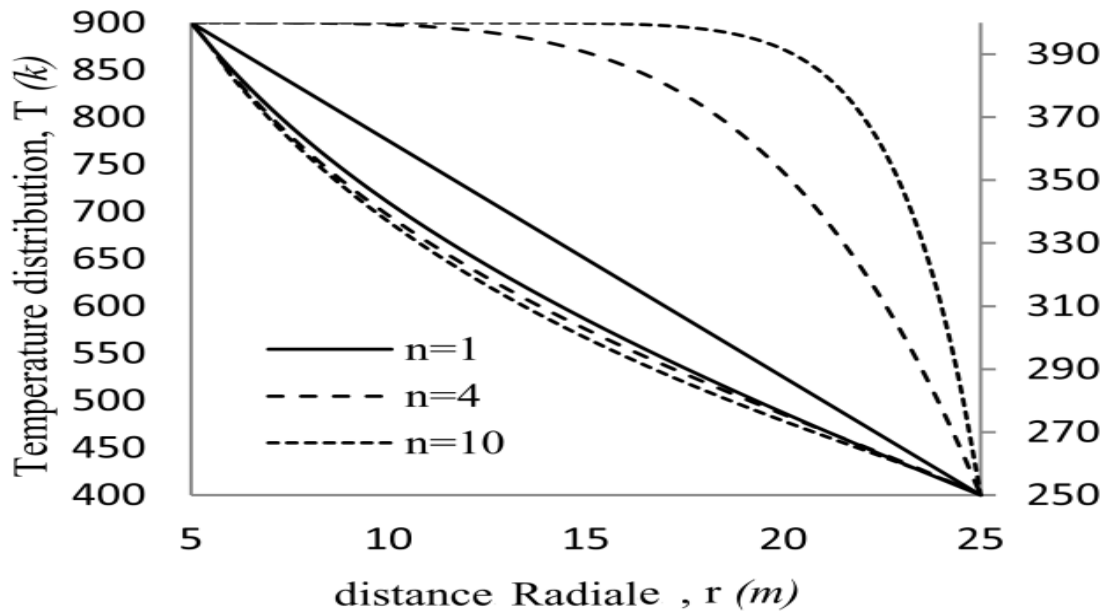


FIGURE I.15 : Distribution radiale de la température avec la distribution correspondante de k_{fgm} pour différentes valeurs de n , [24].

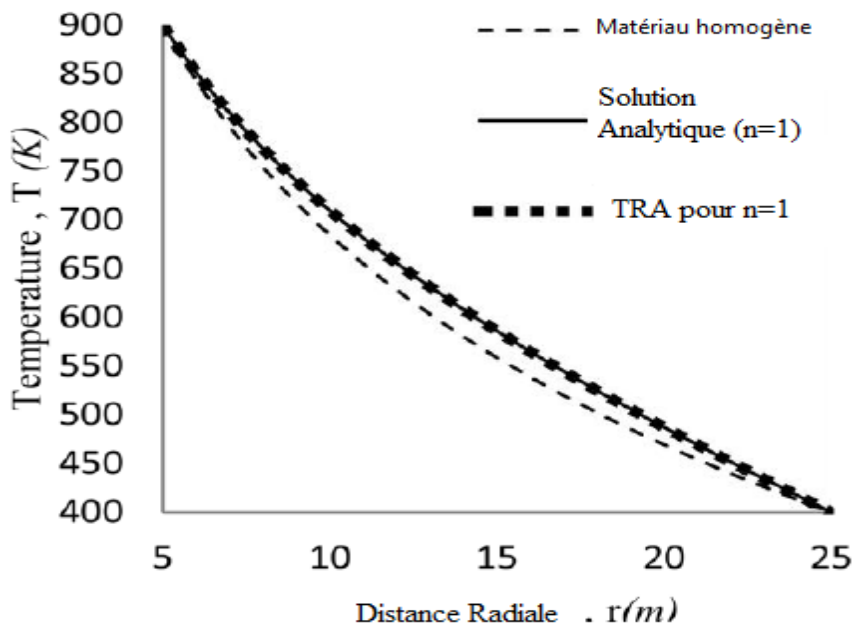


FIGURE I.16 : Distribution radiale de la température avec différentes méthodes pour $n=1$ [24].

En conclusion, bien que l'approche de la résistance thermique donne une solution discontinue, cette approche est sans aucun doute plus souple que d'autres méthodes présentées dans la littérature. La division de la géométrie en plusieurs couches constitutives constitue une solution plus proche de la continuité. L'avantage de cette approche par rapport aux autres méthodes est qu'elle nous permet d'obtenir une solution pour toute valeur d'indice de loi de

puissance (n) lorsque la solution exacte ou analytique est très complexe en raison de la non-linéarité.

I.12. Conclusion

Le développement des matériaux utilisés dans les différents domaines d'ingénierie a suscité un intérêt depuis la découverte des premières matières de base pour les rendre plus résistant, d'où l'apparition des matériaux avancés. Les FGM sont des matériaux constitués des composants différents le plus connu étant les céramiques et les métaux. Ce sont donc des composites améliorés. Le changement continu dans la composition résulte un gradient qui déterminera les propriétés matérielles des FGM. Dans ce chapitre, nous avons défini les matériaux à gradient de propriétés, l'histoire de leur développement, leurs propriétés, leurs principales méthodes de fabrication, leurs domaines d'applications et les recherches effectués sur ce sujet.

Chapitre II

Calculs analytiques

Calculs analytiques

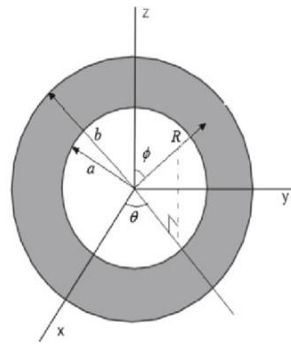
II.1. Introduction

Dans ce travail, on a utilisé une méthode analytique pour analyser le déplacement et les déformations de la sphère sous pression soumis à un gradient de température. La sphère est composée d'un matériau élastique, linéaire à gradient de propriété fonctionnelle.

Le rapport de Poisson est supposé être une constante, tandis que le module de Young, le coefficient de dilatation thermique et la conductivité thermique du matériau FGM ont été définis pour obéir à une loi de puissance (II.1).

II.2. Etude Analytique

Considérons une sphère constituée d'un matériau à gradient de propriété, avec le rayon interne R_i et le rayon externe R_o .



Le module de Young, le coefficient de dilatation thermique et la conductivité thermique du matériau FGM ont été définis pour obéir à une loi de puissance comme suit :

$$E(r) = E_i \left(\frac{r}{R_i} \right)^\phi ; \quad \alpha(r) = \alpha_i \left(\frac{r}{R_i} \right)^\chi ; \quad k(r) = k_i \left(\frac{r}{R_i} \right)^\omega \quad (II.1)$$

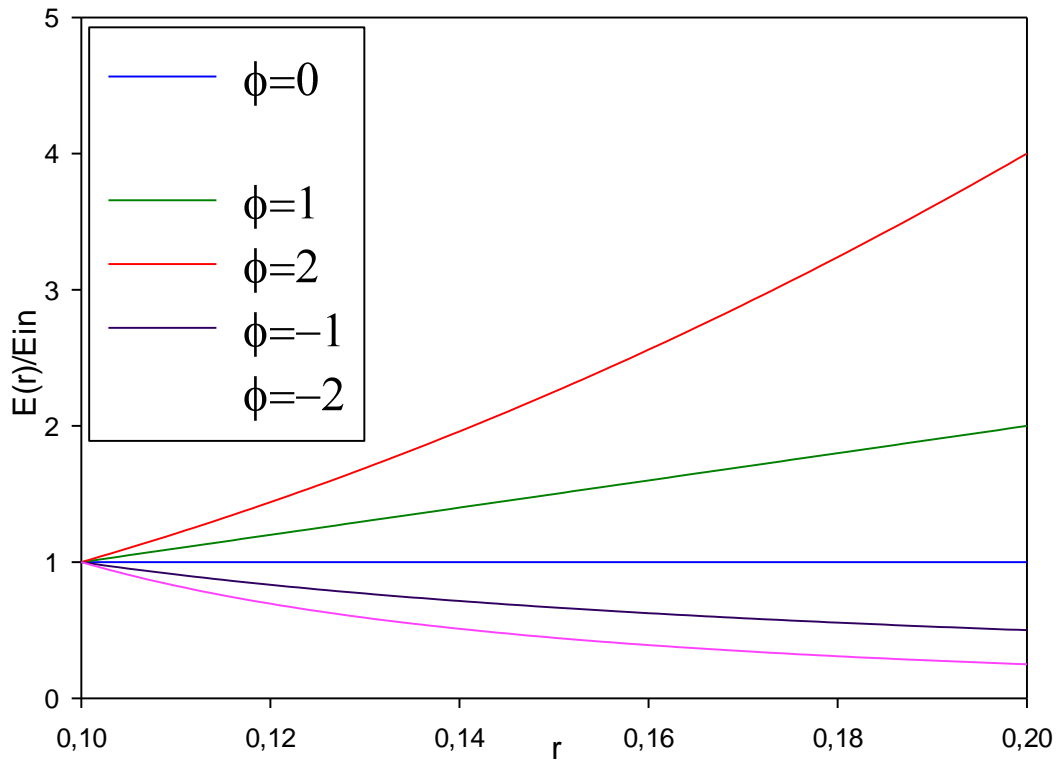
Avec : r, E, α , et k sont respectivement, la distance radiale, le module de Young, le coefficient de dilatation thermique et la conductivité thermique. R_i, E_i, α_i, k_i et sont respectivement, la distance radiale, le module de Young, le coefficient de dilatation thermique à la paroi intérieure ϕ ; ω et χ sont les indices de la loi de puissance du matériau.

II.2.1. Propriétés mécaniques du Matériau

Trois principales propriétés varient de manière fonctionnelle, Le module de Young, le coefficient de dilatation thermique et la conductivité thermique, qui obéissent à une loi de puissance (II.1).

Module d'élasticité

$$E(r) = E_i \left(\frac{r}{R_i} \right)^\phi$$



Figure(III.1) : Variation du module de Young à travers la paroi de la sphère.

La figure (II.1) illustre la distribution du module d'Young pour différentes valeurs du coefficient de non homogénéité $\phi = [-2, -1, 0, 1, 2]$ à travers l'épaisseur de la sphère.

Pour les valeurs de ϕ positive, le module d'élasticité est croissant fonction de rayon de la sphère, tandis que pour les valeurs négatives de ϕ le module d'élasticité est décroissant.

Une augmentation positive de ϕ signifie une rigidité croissante alors qu'une valeur négative de ϕ entraîne une diminution de la rigidité du matériau.

Conductivité thermique

$$k(r) = k_i \left(\frac{r}{R_i} \right)^\omega$$

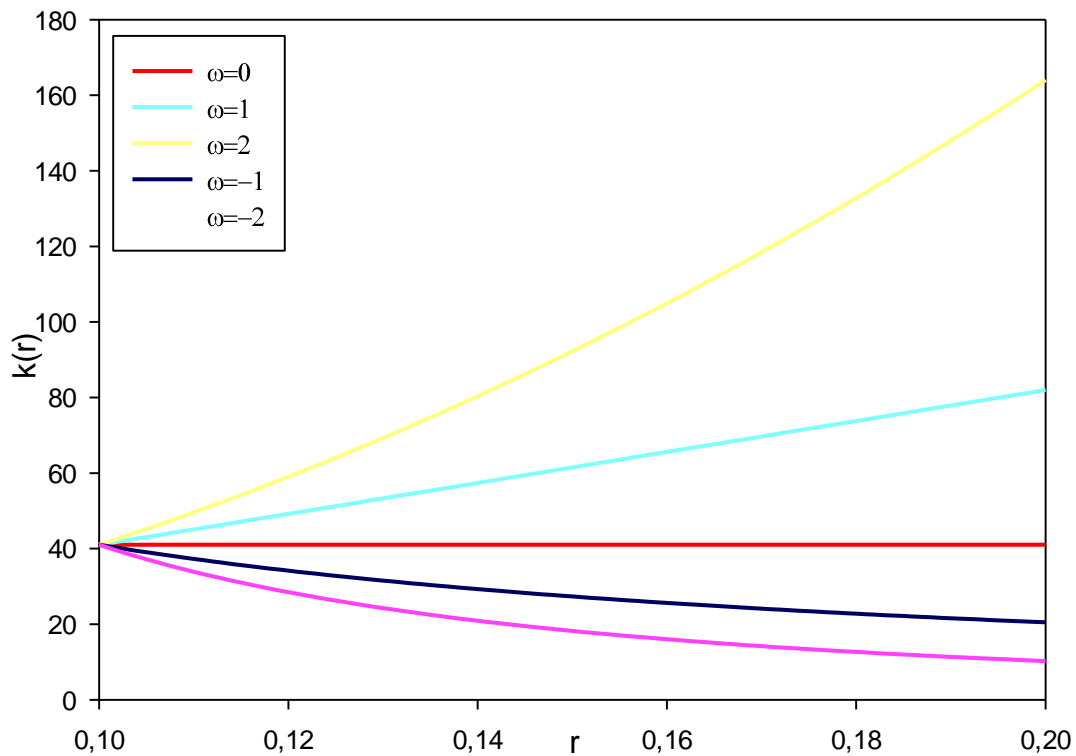


Figure (III.2) : Variation de la conductivité thermique à travers la paroi de la sphère.

La figure II.2 représente la Variation de la conductivité thermique à travers la paroi de la sphère pour différentes valeurs de $\omega = [-2, -1, 0, 1, 2]$. Pour des valeurs de ω positives, la conductivité thermique du matériau est croissante en fonction du rayon de la sphère, tandis que pour des valeurs négatives, elle est décroissante.

Une augmentation positive de ω signifie une diminution de la résistance thermique du matériau. Alors que les valeurs négatives augmentent la résistance thermique à travers la paroi de la sphère.

Coefficient de dilatation thermique

$$\alpha(r) = \alpha_i \left(\frac{r}{R_i} \right)^\chi$$

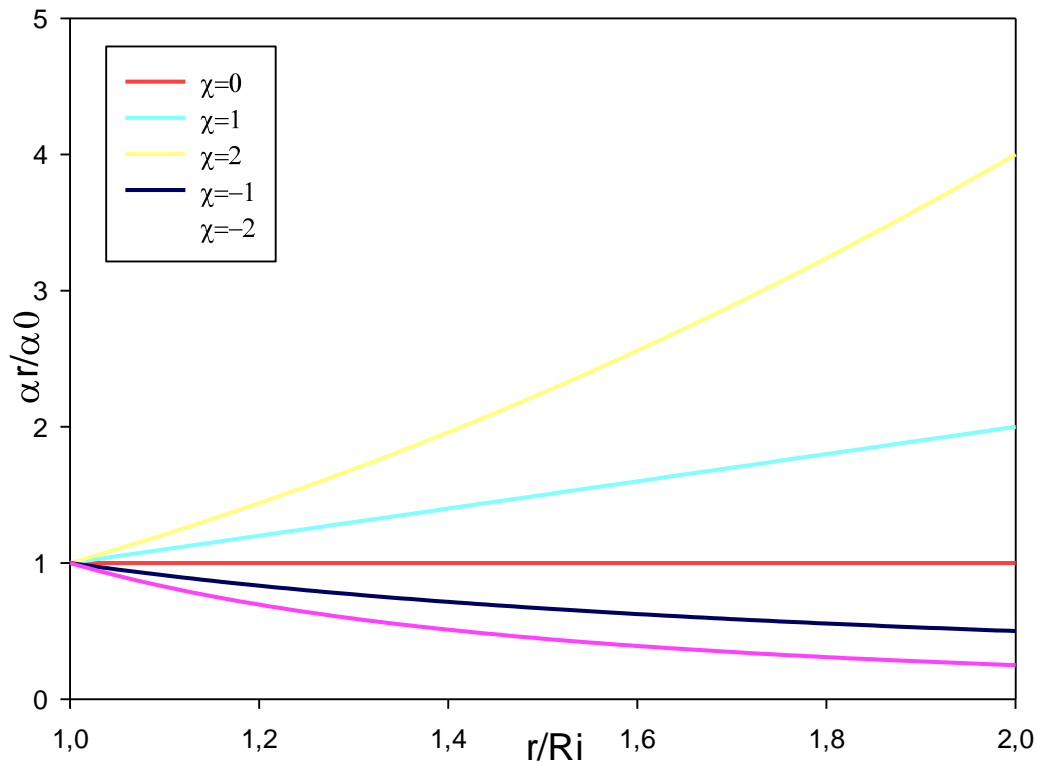


Figure (III.3) : Variation du coefficient de dilatation thermique à travers la paroi de la sphère

La figure II.3 représente la Variation du coefficient de dilatation thermique à travers la paroi de la sphère pour différentes valeurs de $\chi = [-2, -1, 0, 1, 2]$.

Pour des valeurs de χ positives, le coefficient de dilatation thermique du matériau est croissant en fonction du rayon de la sphère, tandis que pour des valeurs négatives, il est décroissant.

Une augmentation positive de χ signifie une dilatation importante du matériau alors qu'une diminution de χ réduit la dilatation en fonction du rayon.

II.. Conduction thermique dans un solide à gradient de propriétés

Considérons une sphère creuse avec un rayon interne R_i et un rayon externe R_o , soumis respectivement à la température interne et externe T_1 et T_2 . On suppose que le coefficient de transfert de chaleur par conduction $k(r)$ varie suivant la direction radiale.

L'équation de la chaleur sous sa forme sphérique est donnée par :

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 k(r) \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (\text{II .2})$$

Avec :

$$k(r) = k_1 \left(\frac{r}{R_1} \right)^\omega \quad (\text{II .3})$$

En remplaçant (II .3) dans l'équation (II .2) on obtient :

$$\frac{d}{dr} \left(k_1 \left(\frac{r}{R_1} \right)^\omega r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (\text{II .4})$$

Ce qui donne :

$$\frac{d}{dr} \left(\left(\frac{k_1}{R_1^\omega} \right) r^{\omega+2} \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (\text{II .5})$$

$$\frac{d}{dr} \left(r^{\omega+2} \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (\text{II .6})$$

En intégrant l'équation (II .6) on obtient :

$$r^{\omega+2} \frac{dT}{dr} = C_1 \quad \text{Et} \quad \frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r^{\omega+2}} \quad (\text{II .6a, b})$$

Grâce à la deuxième intégration, nous obtenons la répartition de la température le long de la paroi.

$$T(r) = -C_1 \frac{r^{-(\omega+1)}}{\omega+1} + C_2 \quad (\text{II .7})$$

Pour une sphère affectée par un gradient de température, les constantes C_1 et C_2 peuvent être obtenues à partir des conditions aux limites suivantes :

$$\begin{aligned} T(r = R_1) &= T_1 \\ T(r = R_2) &= T_2 \end{aligned} \quad (\text{II. 8})$$

D'où :

$$\begin{aligned} T(r = R_1) &= -C_1 \frac{R_1^{-(\omega+1)}}{\omega+1} + C_2 = T_1 \\ T(r = R_2) &= -C_1 \frac{R_2^{-(\omega+1)}}{\omega+1} + C_2 = T_2 \end{aligned} \quad (\text{II. 9a. b})$$

On obtient :

$$C_1 = \frac{(T_1 - T_2)(\omega+1)}{(R_2^{-(\omega+1)} - R_1^{-(\omega+1)})} \quad (\text{II. 10 a})$$

$$C_2 = T_1 + \frac{(T_1 - T_2)}{(R_2^{-(\omega+1)} - R_1^{-(\omega+1)})} R_1^{-(\omega-1)} \quad (\text{II. 10 b})$$

La distribution de température est donnée par :

$$T(r) = \frac{(T_1 - T_2)}{(R_2^{-(\omega+1)} - R_1^{-(\omega+1)})} R_1^{-(\omega+1)} \left(1 - \frac{r^{-(\omega+1)}}{R_1^{-(\omega+1)}} \right) + T_1 \quad (\text{II. 11})$$

II.4. Mécanique des milieux continus

Considérons une sphère creuse avec un rayon interne de R_i et un rayon externe de R_o , qui supporte les pressions interne et externe P_i et P_o , respectivement. Nous supposons que le coefficient de Poisson ν prend une valeur constante et que le module d'élasticité E devrait changer radicalement selon la forme exponentielle, comme indiqué ci-dessous :

$$E(r) = E_i \left(\frac{r}{R_i} \right)^\phi$$

Le déplacement dans la direction r est noté U . Les deux composantes de la déformation peuvent être exprimées :

$$\begin{cases} \varepsilon_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r} \\ \varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{\phi\phi} = \frac{u}{r} \\ \varepsilon_{r\phi} = \varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{\phi\theta} = 0 \end{cases} \quad (\text{II .12})$$

Où ε_r et ε_θ sont des déformations radiales et circonférentielles L'équation d'équilibre de la sphère à paroi épaisse FGM sans force physique est exprimée par

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + 2 \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \quad (\text{II .13})$$

Les composantes du tenseur de contraintes de Cauchy sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= 2\mu(r)\varepsilon_{rr} + \lambda(r)(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{\phi\phi}) \\ \sigma_{\theta\theta} &= 2\mu(r)\varepsilon_{\theta\theta} + \lambda(r)(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{\phi\phi}) \\ \sigma_{\phi\phi} &= 2\mu(r)\varepsilon_{\phi\phi} + \lambda(r)(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{\phi\phi}) \end{aligned} \quad (\text{II .14})$$

On pose

$$\lambda(r) = \xi(\nu)E(r), \quad 2\mu(r) + \lambda(r) = \psi(\nu)E(r)$$

On a :

$$\mu(r) = \frac{E(r)}{2(1+\nu)} \quad \text{Et} \quad \lambda(r) = \frac{\nu E(r)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

Sont des constantes de Lamé et le coefficient de poisson

Avec :

$$\xi(\nu) = \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} ; \quad \psi(\nu) = \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} ; \quad \gamma(\nu) = \frac{\xi(\nu)}{\psi(\nu)} \quad (\text{II .15})$$

En substituant les équations dans nous obtenons les résultats suivants :

$$\sigma_{rr} = (2\mu(r) + \lambda(r))\varepsilon_{rr} + \lambda(r)\varepsilon_{\theta\theta} \quad (\text{II .16})$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\phi\phi} = (2\mu(r) + \lambda(r))\varepsilon_{\theta\theta} + \lambda(r)\varepsilon_{rr}$$

On remplace dans on obtiendra les calculs suivants :

$$\begin{aligned} & (2\mu(r) + \lambda(r))\frac{d^2u_r}{dr^2} + \left(\frac{d}{dr}(2\mu(r) + \lambda(r)) + \frac{2\lambda(r)}{r} + \frac{4\mu(r)}{r} \right) \frac{du_r}{dr} + \\ & 2\left(\frac{1}{r} \frac{d\lambda(r)}{dr} - \frac{\lambda(r)}{r^2} - \frac{2\mu(r)}{r^2} \right) u_r = 0 \end{aligned} \quad (\text{II .17})$$

On multiplie l'équation (II .17) fois $\frac{r^2}{(2\mu(r) + \lambda(r))}$ pour avoir :

$$\begin{aligned} & \left(r^2 \frac{\partial u_r^2}{\partial r^2} + r \frac{\partial u_r}{\partial r} - u_r \right) + \frac{r^2}{(2\mu(r) + \lambda(r))} \frac{\partial(2\mu(r) + \lambda(r))}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \\ & \frac{r}{(2\mu(r) + \lambda(r))} \frac{\partial \lambda(r)}{\partial r} u_r = 0 \end{aligned} \quad (\text{II .18})$$

En remplaçant (II .15) et les constantes de Lamé dans l'équation (II .18) on obtient :

$$\begin{aligned} & r^2 \frac{d^2u_r}{dr^2} + \left(\frac{r}{E(r)} \frac{dE(r)}{dr} + 2 \frac{\eta(\nu)}{\psi(\nu)} + 2 \frac{\gamma(\nu)}{\psi(\nu)} \right) r \frac{du_r}{dr} + \\ & 2 \left(\frac{\eta(\nu)}{\psi(\nu)} \frac{r}{E(r)} \frac{dE(r)}{dr} - \frac{\eta(\nu)}{\psi(\nu)} - \frac{\gamma(\nu)}{\psi(\nu)} \right) u_r = 0 \end{aligned} \quad (\text{II .19})$$

Avec :

$$\gamma = \frac{\nu}{1-\nu} \quad (\text{II .20})$$

On dérive (II .1) on obtient :

$$\frac{dE(r)}{dr} = \phi E_i \left(\frac{r}{R_i} \right)^{\phi-1} \quad (\text{II .21})$$

Ce qui nous permet d'obtenir les calculs suivant :

$$\frac{1}{E(r)} \frac{dE(r)}{dr} = \frac{\phi}{r} \quad (\text{II .22})$$

En remplace (II .22) dans l'équation (II .18) on obtient l'EDO suivante :

$$r^2 \frac{d^2 u_r}{dr^2} + r(\phi + 2) \frac{du_r}{dr} - \frac{2(\nu\phi + \nu - 1)u_r}{-1 + \nu} = 0 \quad (\text{II .23})$$

Afin de réécrire l'équation (II .23) nous procédons au changement de variable suivant

$$t = \ln r \quad (\text{II .24})$$

$$\frac{d^2 u_t}{dt^2} + (\phi + 1) \frac{du_t}{dt} - \frac{2(\nu\phi + \nu - 1)u_t}{-1 + \nu} = 0 \quad (\text{II .25})$$

La solution de l'EDO peut s'écrire sous la forme suivante :

$$u_t = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \quad (\text{II .26})$$

Avec :

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{-(\phi + 1) + \sqrt{\Delta}}{2} \\ \lambda_2 = \frac{-(\phi + 1) - \sqrt{\Delta}}{2} \end{cases} \quad (\text{II .27})$$

Et :

$$\Delta = (\phi + 1)^2 - 4 \left(-\frac{2(\nu\phi - \nu - 1)}{-1 + \nu} \right) \quad (\text{II .28})$$

On remplace (II.24) et (II.27) dans(II.26), on obtient :

$$u_r = Ar^{\lambda_1} + Br^{\lambda_2} \quad (\text{II .29})$$

A et B sont des constantes à déterminer à l'aide des conditions aux limites : λ_1 et λ_2 sont les paramètres de l'équation caractéristiques :

$$\begin{cases} \lambda_1 = -\frac{(\phi + 1)}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\phi + 1)^2 - 4 \left(-\frac{2(\nu + \phi\nu - 1)}{-1 + \nu} \right)} \\ \lambda_2 = -\frac{(\phi + 1)}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\phi + 1)^2 - 4 \left(-\frac{2(\nu + \phi\nu - 1)}{-1 + \nu} \right)} \end{cases} \quad (\text{II .30})$$

En remplace les solutions obtenues dans (II .14), on obtient :

$$\sigma_{rr} = (\lambda_1 \psi(\nu) + 2\xi(\nu)) \frac{E_i}{R_i^\phi} A r^{\phi+\lambda_1-1} + (\lambda_2 \psi(\nu) + 2\xi(\nu)) \frac{E_i}{R_i^\phi} A r^{\phi+\lambda_2-1} \quad (\text{II .31})$$

La même procédure nous conduit aux contraintes tangentielles :

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\phi\phi} = (\psi(\nu) + 2\xi(\nu)(\lambda_1 + 1)) \frac{E_i}{R_i^\phi} A r^{\phi+\lambda_1-1} + (\psi(\nu) + 2\xi(\nu)(\lambda_2 + 1)) \frac{E_i}{R_i^\phi} A r^{\phi+\lambda_2-1} \quad (\text{II .32})$$

Dans le cas d'une sphère soumis à des pressions interne et externe, les constantes A et B peuvent être obtenues à partir des conditions aux limites suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} \Big|_{r=R_i} &= -P_i \\ \sigma_{rr} \Big|_{r=R_o} &= -P_o \end{aligned} \quad (\text{II .33})$$

L'équation conduit à un système linéaire de deux équations à deux inconnues A et B suivant :

$$(\lambda_1 \psi(\nu) + 2\xi(\nu)) \frac{E_i}{R_i^\phi} A r^{\phi+\lambda_1-1} + (\lambda_2 \psi(\nu) + 2\xi(\nu)) \frac{E_i}{R_i^\phi} B r^{\phi+\lambda_2-1} = -P_i \quad (\text{II .34})$$

a)

$$(\lambda_1 \psi(\nu) + 2\xi(\nu)) \frac{E_i}{R_i^\beta} A r^{\beta+\lambda_1-1} + (\lambda_2 \psi(\nu) + 2\xi(\nu)) \frac{E_i}{R_i^\beta} B r^{\beta+\lambda_2-1} = -P_o \quad (\text{II .34 b})$$

La résolution de l'équation conduit aux solutions suivantes :

$$A = \left[(\lambda_1 \psi(\nu) + 2\xi(\nu)) \frac{E_i}{R_i^\phi} (R_i^{\phi+\lambda_2-1} - R_o^{\phi+\lambda_2-1}) \right]^{-1} \times \quad (\text{II .35})$$

$$\left[P_o - P_i - (\lambda_2 \psi(\nu) + 2\xi(\nu)) \frac{E_i}{R_i^\phi} B (R_i^{\phi+\lambda_2-1} - R_o^{\phi+\lambda_2-1}) \right]$$

$$B = \left(\frac{(P_i - P_o) R_i^{\phi+\lambda_1-1}}{(R_i^{\phi+\lambda_1-1} - R_o^{\phi+\lambda_1-1})} - P_i \right) \times \quad (\text{II.36})$$

$$\left[\frac{(\lambda_2 \psi(\nu) + 2\xi(\nu)) \frac{E_i}{R_i^\phi} R_i^{\phi+\lambda_2-1} (\lambda_2 \psi(\nu) + 2\xi(\nu)) \frac{E_i}{R_i^\phi} B (R_i^{\phi+\lambda_2-1} - R_o^{\phi+\lambda_2-1}) R_i^{\phi+\lambda_1-1}}{(R_i^{\phi+\lambda_1-1} - R_o^{\phi+\lambda_1-1})} \right]^{-1}$$

II.5. Thermoélasticité

Loi de Hook en thermo élasticité :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = (2\mu(r) + \lambda(r)) \frac{\partial u}{\partial r} + 2\lambda(r) \frac{u}{r} - \frac{\alpha(r)E(r)T(r)}{(1-2\nu)} \\ \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\phi\phi} = (2\mu(r) + 2\lambda(r)) \frac{u}{r} + \lambda(r) \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\alpha(r)E(r)T(r)}{(1-2\nu)} \end{cases} \quad (\text{II .37})$$

En remplaçant (II .15) et les paramètres de Lamé dans les équations (II .37) on obtient :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \psi(\nu)E(r) \frac{\partial u_r}{\partial r} + 2\beta(\nu)E(r) \frac{u_r}{r} - \frac{\alpha(r)E(r)T(r)}{(1-2\nu)} \\ \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\phi\phi} = \xi(\nu)(\nu)E(r) \frac{\partial u_r}{\partial r} + (\psi(\nu) + \beta(\nu))E(r) \frac{u_r}{r} - \frac{\alpha(r)E(r)T(r)}{(1-2\nu)} \end{cases} \quad (\text{II .38})$$

En remplaçant les équations (II .38) dans, (II .13) on obtient :

$$\begin{aligned} \psi(\nu) \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{\psi(\nu)}{E(r)} r \frac{\partial E(r)}{\partial r} + 2\psi(\nu) \right) \frac{\partial u_r}{\partial r} + \left(\frac{2\xi(\nu)}{E(r)} + \frac{\partial E(r)}{\partial r} - 2\psi(\nu) \right) \frac{u_r}{r^2} = \\ \frac{\alpha(r)}{(1-2\nu)} \left(\frac{1}{\alpha(r)} \frac{\partial \alpha(r)}{\partial r} T(r) + \frac{1}{E(r)} \frac{\partial E(r)}{\partial r} T(r) + \frac{\partial T(r)}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (\text{II .39})$$

En multipliant l'équation (II .39) par $\frac{r^2}{\psi(r)}$ on obtient :

$$\begin{aligned} r^2 \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + r(\phi + 2) \frac{\partial u_r}{\partial r} + 2 \left(\frac{\xi(\nu)}{\psi(\nu)} \phi - 1 \right) u_r = \\ \frac{\alpha(r)}{\psi(\nu)(1-2\nu)} r \left((\chi + \phi) T(r) + r \frac{\partial T(r)}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (\text{II .40})$$

En remplaçant (II.7) dans (II.40) on obtient :

$$r^2 \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + r(\phi + 2) \frac{\partial u_r}{\partial r} + 2 \left(\frac{\xi(\nu)}{\psi(\nu)} \phi - 1 \right) u_r = C_p r^{\chi+1} + D_p r^{\chi-\omega} \quad (\text{II.41})$$

En procédant au changement de variable(II.24) l'équation devient :

$$\frac{d^2 u_t}{dt^2} + (\phi + 2) \frac{du_t}{dt} + \left(2 \frac{\xi(\nu)}{\psi(\nu)} - 2 \right) u_t = C_p r^{\chi+1} + D_p r^{\chi-\omega} \quad (\text{II.42})$$

Avec :

$$\begin{cases} C_p = \frac{\alpha_i}{R_i^\chi} \frac{\chi + \phi}{\psi(v)(1-2v)} C_2 \\ D_p = \left(1 - \frac{\chi + \phi}{\omega + 1}\right) \frac{\alpha_i}{R_i^\chi} \frac{C_1}{\psi(v)(1-2v)} \end{cases} \quad (\text{II.43})$$

La solution de l'équation différentielle ordinaire (II.43) peut s'écrire comme suit :

$$u_t = A_H e^{a_1 t} + B_H e^{a_2 t} + C_3 e^{(\chi+1)t} + C_4 e^{(\chi-\omega)t} \quad (\text{II.44})$$

Avec comme solution de l'équation caractéristique

$$\begin{cases} a_1 = \frac{-(\phi+1) + \sqrt{(\phi+2)^2 - 8 \left(\frac{\xi(v)}{\psi(v)} \phi - 1 \right)}}{2} \\ a_2 = \frac{-(\phi+1) - \sqrt{(\phi+2)^2 - 8 \left(\frac{\xi(v)}{\psi(v)} \phi - 1 \right)}}{2} \end{cases} \quad (\text{II.45})$$

En remplaçant (II.24) et (II.45), on obtient :

$$u_r = A_H r^{a_1} + B_H r^{a_2} + C_3 r^{\chi+1} + C_4 r^{\chi-\omega} \quad (\text{II.46})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} C_3 = \frac{(\chi^2 + (2\omega - 1 + \phi)\chi + \omega^2 + (\phi - 1)\omega + C)C_p}{(\chi^2 + (1 + \phi)\chi + C + \phi)(\chi^2 + (2\omega - 1 + \phi)\chi + \omega^2 + (\phi - 1)\omega + C)} \\ C_4 = \frac{(\chi^2 + (1 + \phi)\chi + \phi + C)D_p}{(\chi^2 + (1 + \phi)\chi + C + \phi)(\chi^2 + (2\omega - 1)\chi + \omega^2 + (\phi - 1)\omega + C)} \end{cases} \quad (\text{II.47})$$

En remplaçant (II.35) dans (II.46), on obtient :

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} = & \psi(v) E_i r_i^{-\phi} r^{\phi-1} \left[A_H (a_1 + \gamma(v)) r^{a_1} + B_H (a_2 + \gamma(v)) r^{a_2} \right] + \\ & \psi(v) E_i r_i^{-\phi} r^{\phi-1} \left[\left((\chi + 1 - \omega + \gamma(v)) C_3 - \frac{C_p}{\chi + \phi - \omega} \right) r^{\chi+1-\omega} + \left((\chi + 1 + \gamma(v)) C_4 - \frac{D_p}{\chi + \phi} \right) r^{\chi+1} \right] \end{aligned} \quad (\text{II.48})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\phi\phi} = & \psi(v) E_i r_i^{-\phi} r^{\phi-1} \left[A_H (1 + a_1 \gamma(v)) r^{a_1} + B_H (1 + a_2 \gamma(v)) r^{a_2} \right] + \\ & \psi(v) E_i r_i^{-\phi} r^{\phi-1} \left[\left(\gamma(v)(\chi + 1 - \omega) C_3 - \frac{C_p}{\chi + \phi - \omega} \right) r^{\chi+1-\omega} + \left((\gamma(v)(\chi + 1) + 1) C_4 - \frac{D_p}{\chi + \phi} \right) r^{\chi+1} \right] \end{aligned} \quad (\text{II.49})$$

Chapitre III

Résultats et discussions

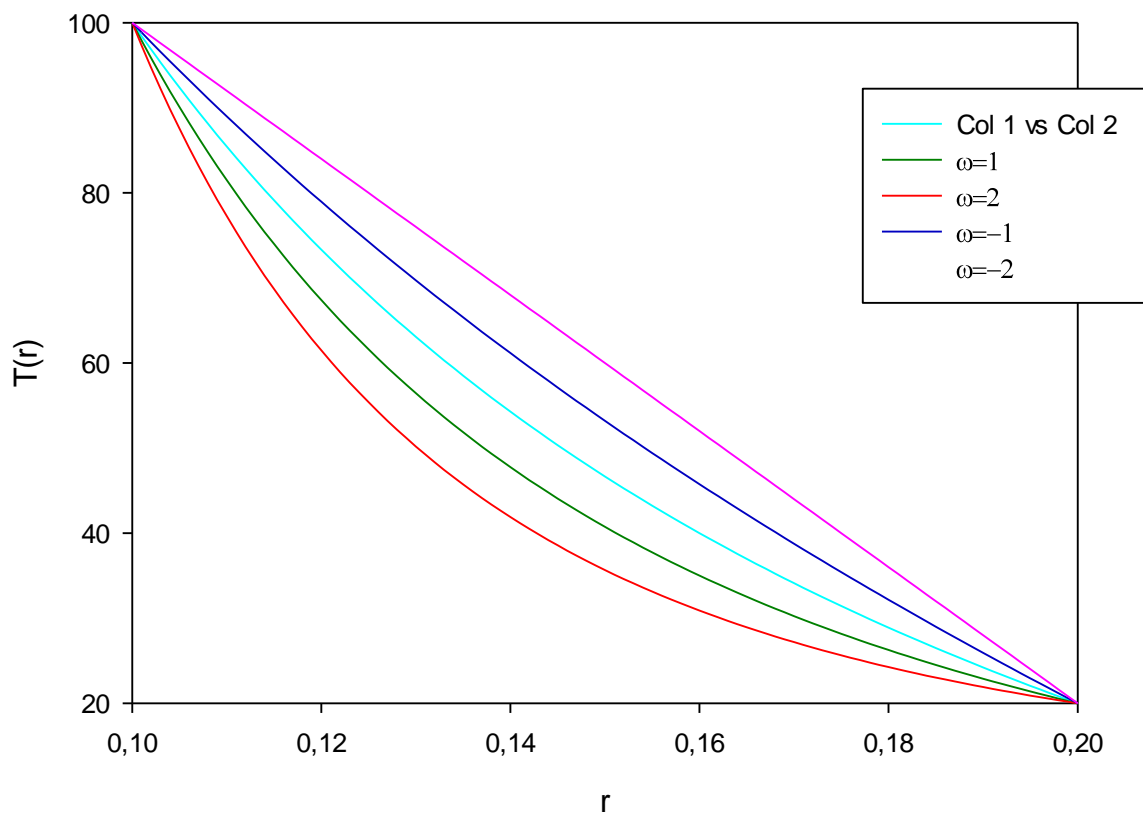
Résultat et discussions

III. 1. Introduction

Considérons une sphère à gradient fonctionnel creux de rayon intérieur $R_i = 0.1m$ et le rayon extérieur $R_o = 0.2m$. Le module d'élasticité à la paroi interne et $E_i = 200GPa$. On suppose que le coefficient de poisson a une valeur constante $\nu = 0.3$.

III.2. Sollicitation thermique

Les températures internes et externes appliquées sont de $100^\circ C$ et $20^\circ C$ respectivement.



Figure(III.4) : Variation de Température à travers la paroi de la sphère.

La figure (III.4) illustre l'évolution de la température $T(r)$ en fonction du rayon à travers l'épaisseur de la paroi de la sphère et cela pour différentes valeurs du paramètre de non homogénéités $\omega \in [-2, 2]$.

On observe sur la figure que la température de la paroi interne $r = R_i$ est la plus élevée, et la température de la paroi externe de la sphère $r = R_o$ est la plus basse. L'intensité de la

température diminue de la paroi interne à la paroi externe de la sphère. Cette observation est faite pour toutes les valeurs des paramètres d'inhomogénéité. Lorsque ω est une valeur négative, la température est plus élevée, et lorsque ω est une valeur positive, la température est plus basse. C'est-à-dire qu'en augmentant la valeur du paramètre de non-uniformité, cela n'est rien d'autre qu'une augmentation de la conductivité électrique du matériau, et le résultat est une diminution de la température sur la paroi de la sphère à une position radiale donnée.

III.3. Contraintes Mécaniques

III.3.1. Le déplacement

Les figures (III.5.a) (III.5.b) (III.5.c) illustrent l'évolution du déplacement $u(r)$ en fonction du rayon à travers l'épaisseur de la paroi de la sphère et cela pour différentes valeurs du paramètre de non homogénéités $\phi \in [-2, 2]$.

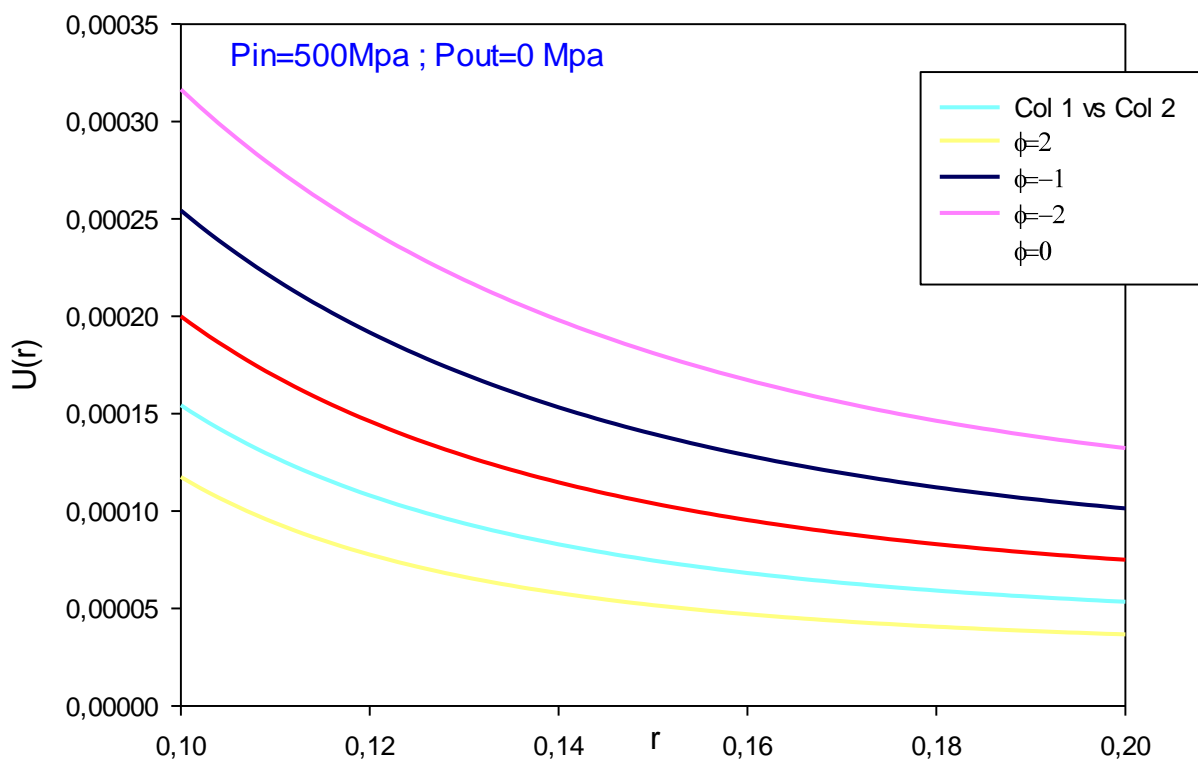
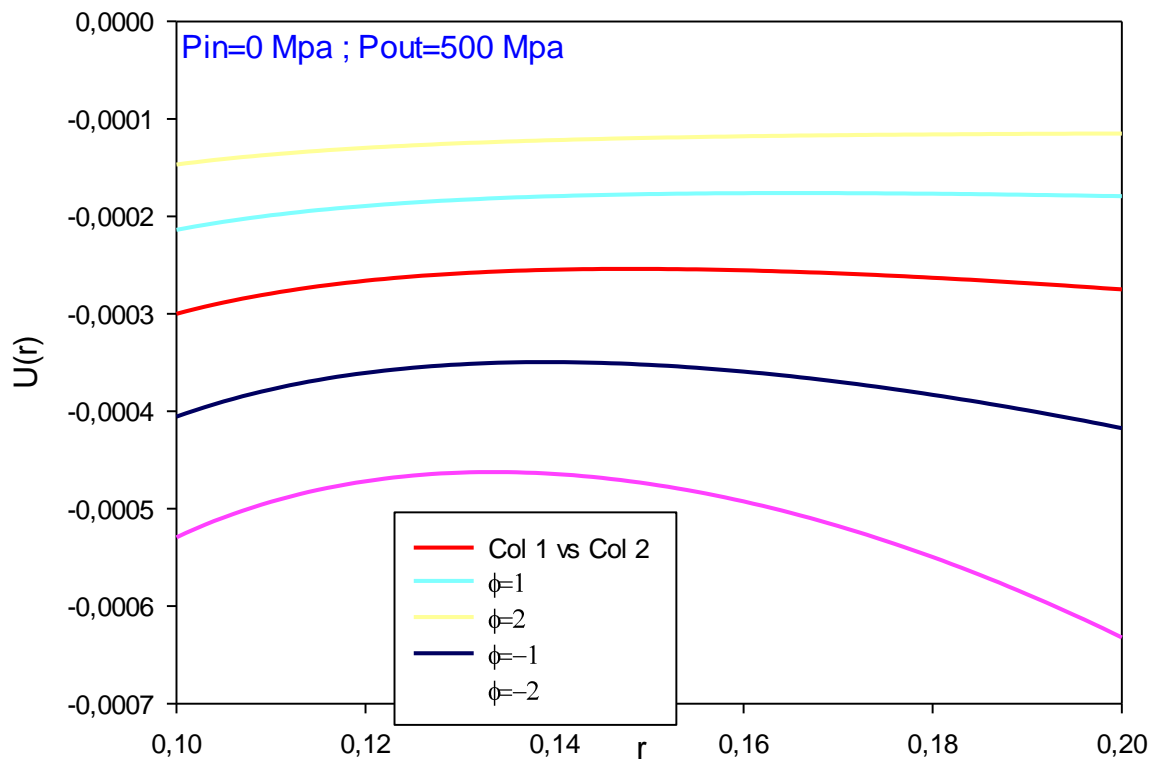


Figure (III.5.a) : L'évolution du déplacement le long de la paroi de la sphère.

($P_{in}=500\text{Mpa}$. $P_{ext}=0\text{Mpa}$).

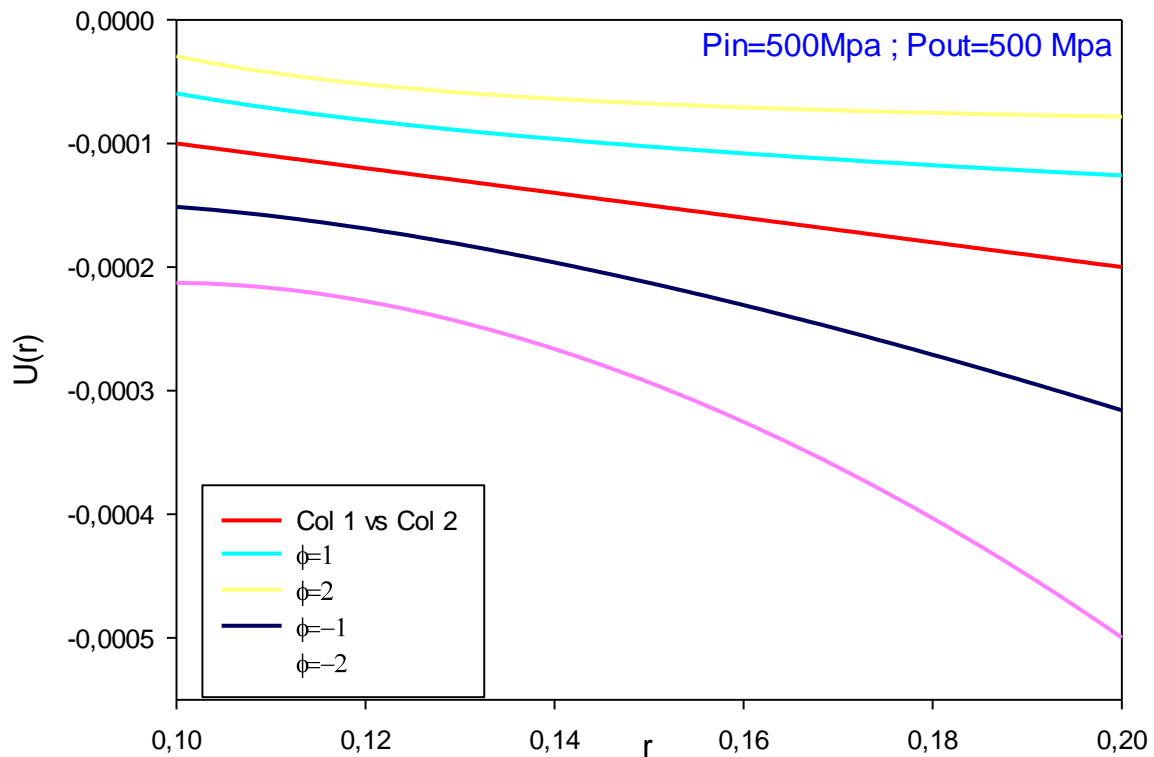
➤ La figure (III.5.a) illustre l'évolution du déplacement $U(r)$ en fonction du rayon à travers l'épaisseur de la paroi de la sphère et cela pour une pression interne et externe 500Mpa et 0Mpa respectivement. Il est à observer dans la figure (III.5.a) que le déplacement

est maximum sur la paroi interne $r = R_i$ et minimum sur la paroi externe de la sphère $r = R_o$. L'intensité du déplacement diminue de la paroi interne à la paroi externe de la sphère. Cette observation est faite pour toutes les valeurs du paramètre de non homogénéité. Pour des valeurs négatives de ϕ , le déplacement radial est plus important, tandis que pour des valeurs positives, le déplacement est plus faible. C'est-à-dire qu'en augmentant la valeur du paramètre de non-homogénéité, qui n'est autre qu'une augmentation dans la rigidité du matériau.



Figure(III.5.b) : L'évolution du déplacement le long de la paroi de la sphère.
($P_{in}=0\text{Mpa}$. $P_{ext}=500\text{Mpa}$).

(III.5.b) : illustre l'évolution du déplacement $u(r)$ en fonction du rayon à travers l'épaisseur de la paroi de la sphère et cela pour une pression interne et externe 0Mpa et 500Mpa respectivement. Les déplacements augmentent progressivement dans une certaine mesure [0,14 ,0,16] Et commence à diminuer, formant une distribution parabolique.



Figure(III.5.c) : L'évolution du déplacement le long de la paroi de la sphère.
(Pin=500Mpa. Pext=500Mpa).

➤ La figure (III.5.c) illustre l'évolution du déplacement $u(r)$ en fonction du rayon à travers l'épaisseur de la paroi de la sphère et cela pour une pression interne et externe 500Mpa et 500Mpa respectivement. Il est à observer que le déplacement est maximum sur la paroi interne $r = R_i$ et minimum sur la paroi externe de la sphère $r = R_o$. L'intensité du déplacement diminue de la paroi interne à la paroi externe de la sphère. Cette observation est faite pour toutes les valeurs du paramètre de non homogénéité. Pour des valeurs positives de ϕ , le déplacement radial est plus important, tandis que pour des valeurs négatives, le déplacement est plus faible. C'est-à-dire qu'en la sphère soumise à la même pression interne et externe la diminution de la valeur du paramètre de non-homogénéité, qui n'est autre qu'une diminution dans la rigidité du matériau.

Dans les trois figures, le déplacement dans le cas de la sphère homogène ($\phi=0$) est présenté pour comparaison.

III.3.2. Contraintes Radiales

Les figures (III.6.a) (III.6.b) (III.6.c) représentant la répartition des contraintes radiales suivant le rayon et à travers toute la paroi de la sphère, et cela pour différentes valeurs du paramètre de non homogénéités $\phi \in [-2, 2]$.

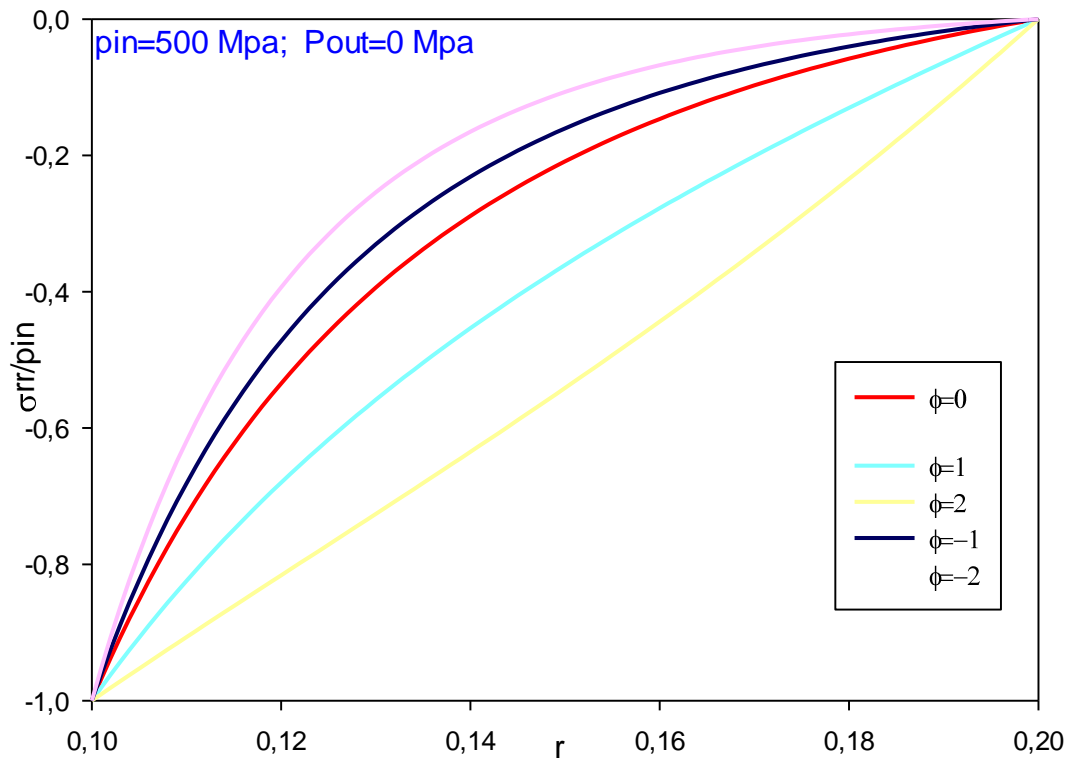


Figure (III.6.a) : Répartition de la contrainte radiale à travers la paroi de la sphère.
($P_{in}=500\text{MPa}$. $P_{ext}=0\text{Mpa}$).

La figure (III.6.a) représente la répartition de la contrainte radiale pour une pression interne et externe 500Mpa et 0mpa respectivement. Il est à observer que pour les valeurs négative de ϕ , la contrainte radiale adimensionnelle est plus importante, tandis que pour des valeur positives de ϕ , la contrainte et plus faible. La contrainte radiale augmente de la paroi interne à la paroi externe de la sphère.

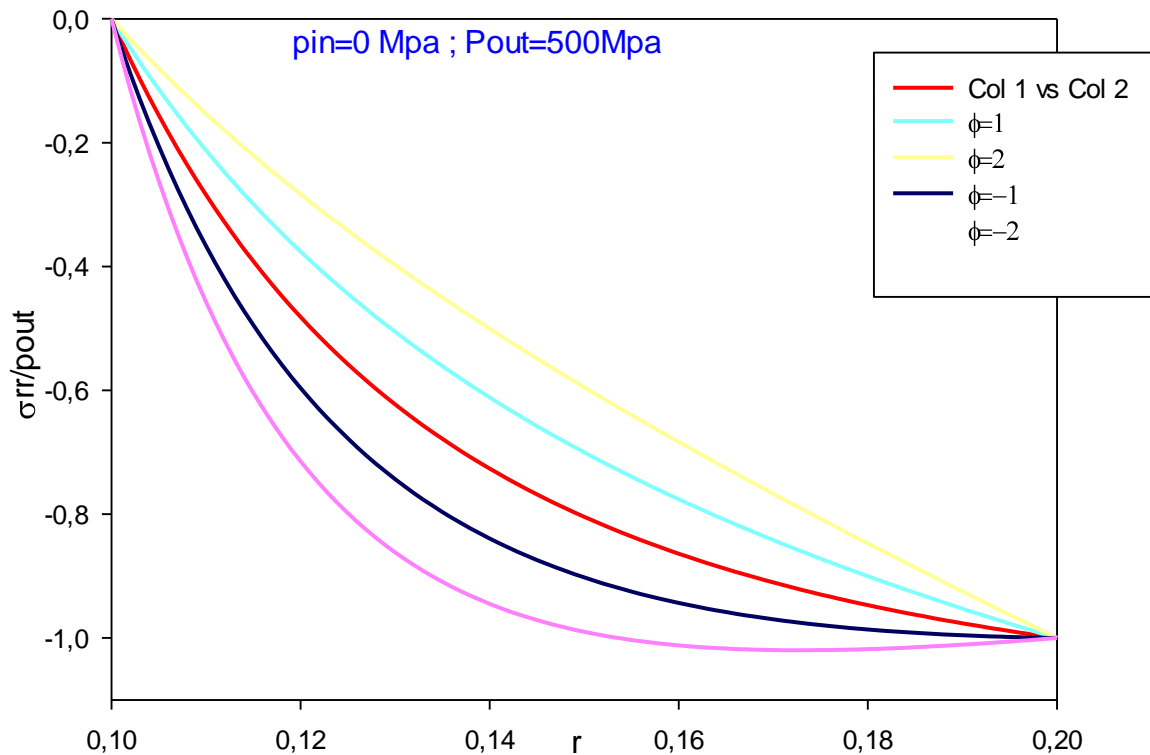


Figure (III.6.b) : Répartition de la contrainte radiale à travers la paroi de la sphère.
($P_{in}=0\text{MPa}$. $P_{ext}=500\text{Mpa}$).

➤ La figure (III.6.b) représente la répartition de la contrainte radiale pour une pression interne et externe 0mpa et 500Mpa respectivement. Il est à observer que pour les valeurs positive de ϕ , la contrainte radiale adimensionnelle est plus importante, tandis que pour des valeur négative de ϕ , la contrainte est plus faible. La contrainte radiale diminue de la paroi interne à la paroi externe de la sphère.

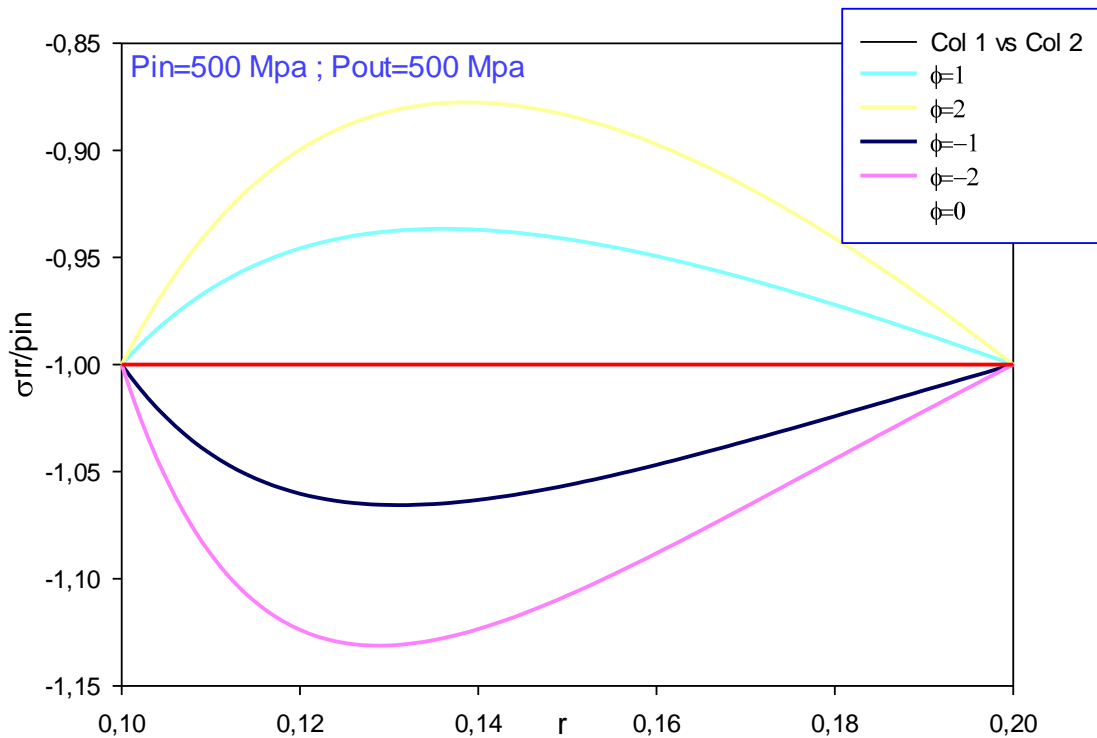


Figure (III.6.c) : Répartition de la contrainte radiale à travers la paroi de la sphère.
($P_{in}=500\text{MPa}$. $P_{ext}=500\text{MPa}$).

➤ La figure (III.6.c) représente la répartition de la contrainte radiale pour une pression interne et externe 500Mpa et 500Mpa respectivement. Il est à observer que pour les valeurs négative de ϕ la contrainte radiale à des valeurs moins importantes sur la paroi intérieure. La contrainte diminue de la paroi intérieur jusqu'à $r= [0.12,0.14]$ après augmentant jusqu'à la paroi extérieur de la sphère.

Pour les valeurs positive de ϕ la contrainte radiale à des valeurs plus importantes sur la paroi intérieure. La contrainte augmentant de la paroi intérieure jusqu'à $r= [0.12,0.14]$ après diminue jusqu'à la paroi extérieur de la sphère.

Dans les trios figures, le déplacement dans le cas de la sphère homogène ($\phi=0$) est présenté pour comparaison.

III.3.3. Contraintes Circonférentielle

Les figures (III.7.a) (III.7.b) (III.7.c) représentant la répartition des contraintes adimensionnelle circonférentielle suivant le rayon et à travers toute la paroi de la sphère, et cela pour différentes valeurs du paramètre de non homogénéités $\phi \in [-2, 2]$.

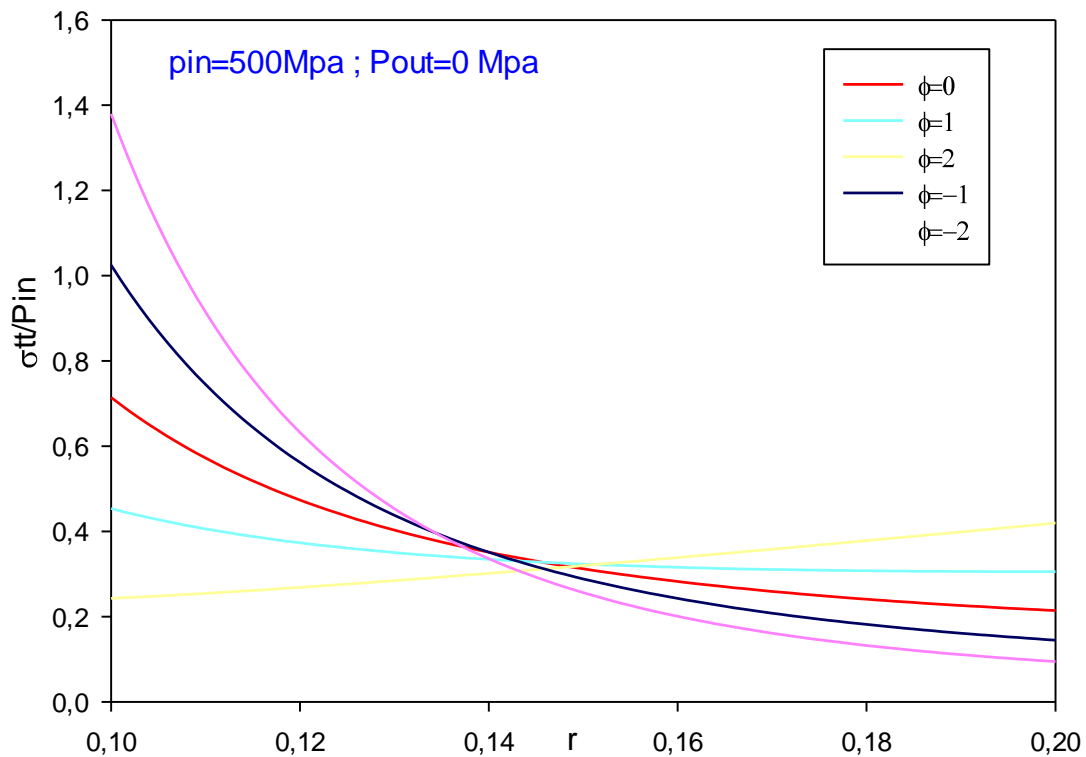


Figure (III.7.a) : Répartition de la contrainte circonférentielle à travers la paroi de la sphère. ($P_{in}=500\text{MPa}$. $P_{ext}=0\text{Mpa}$).

➤ La figure (III.7.a) représente la répartition de la contrainte adimensionnelle circonférentielle pour une pression interne et externe 500mpa et 0Mpa respectivement.

Pour les valeurs positive de ϕ la contrainte circonférentielle a des valeurs moins importantes sur la paroi intérieur de la sphère puis évolue d'une manière croissant suivant le rayon jusqu'à la paroi externe.

Pour les valeurs négatives de ϕ la contrainte circonférentielle a des valeurs plus importante sur la paroi intérieur de la sphère puis évolue d'une manière décroissante suivant le rayon jusqu'à la paroi externe.

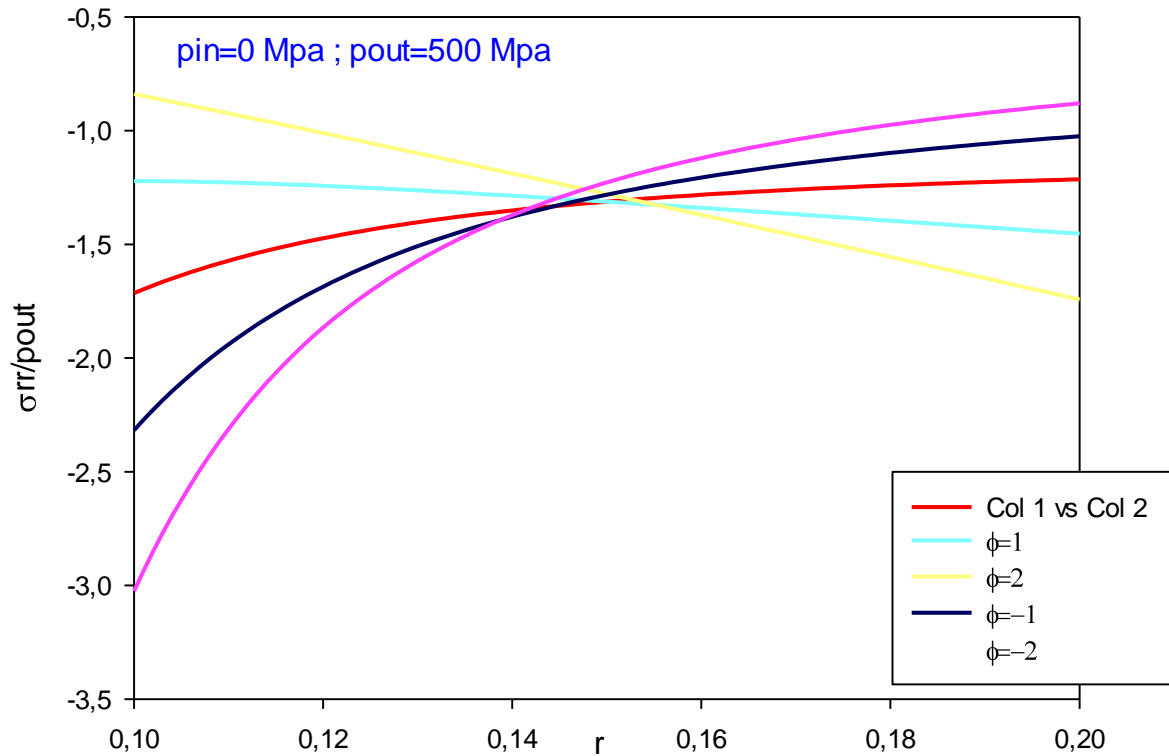


Figure (III.7.b) : Répartition de la contrainte circonférentielle à travers la paroi de la sphère. ($P_{in}=0\text{MPa}$, $P_{ext}=500\text{Mpa}$).

- La figure (III.7.b) représente la répartition de la contrainte adimensionnelle circonférentielle pour une pression interne et externe 0Mpa et 500Mpa respectivement.

Pour les valeurs négatives de ϕ la contrainte circonférentielle a des valeurs moins importantes sur la paroi intérieur de la sphère puis évolue d'une manière décroissant suivant le rayon jusqu'à la paroi externe.

Pour les valeurs positive de ϕ la contrainte circonférentielle a des valeurs plus importante sur la paroi intérieur de la sphère puis évolue d'une manière croissante suivant le rayon jusqu'à la paroi externe.

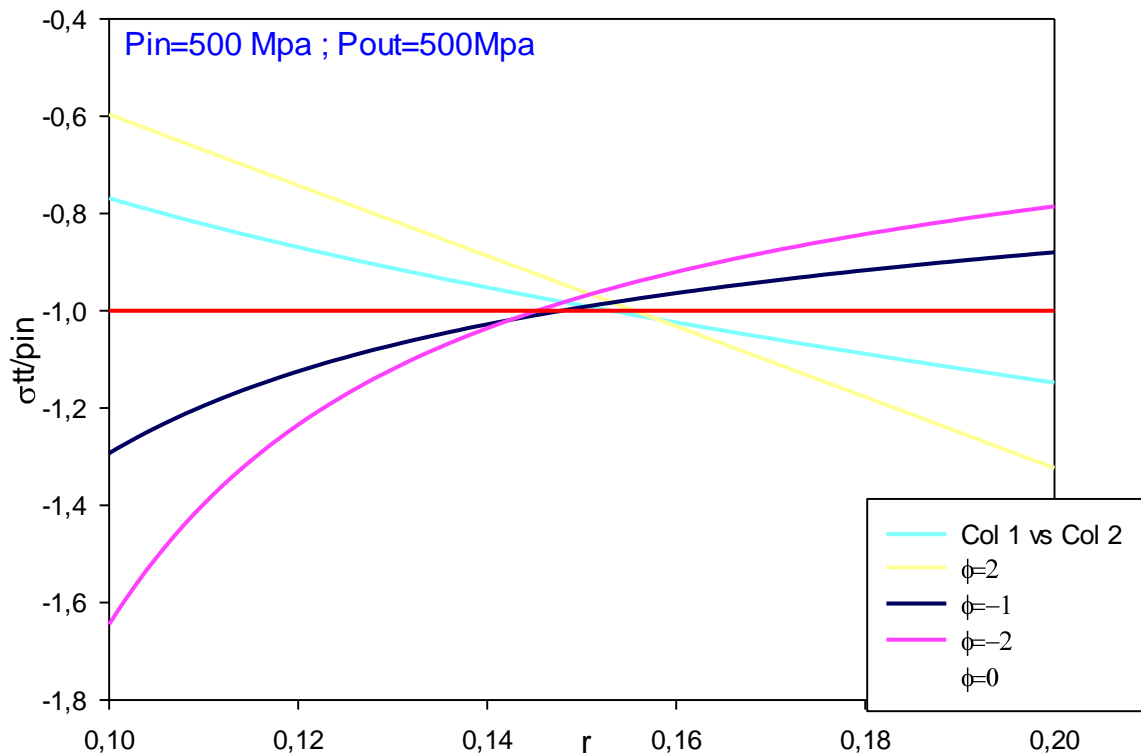


Figure (III.7.c) : Répartition de la contrainte circonférentielle à travers la paroi de la sphère. ($P_{in}=500$ MPa. $P_{ext}=500$ Mpa).

- La figure (III.7.c) représente la répartition de la contrainte adimensionnelle circonférentielle pour une pression interne et externe 500Mpa et 500Mpa respectivement.

Pour les valeurs négatives de ϕ la contrainte circonférentielle a des valeurs moins importantes sur la paroi intérieur de la sphère puis évolue d'une manière décroissant suivant le rayon jusqu'à la paroi externe.

Pour les valeurs positive de ϕ la contrainte circonférentielle a des valeurs plus importante sur la paroi intérieur de la sphère puis évolue d'une manière croissante suivant le rayon jusqu'à la paroi externe.

A noter que les figures (III.7.a) (III.7.b) (III.7.c) dans l'intervalle $r= [0.14, 0.15]$, les courbes des contraintes pour chaque valeur de ϕ se croisent.

III.4. Contraintes Thermomécaniques

Un flux de chaleur est imposé à la paroi interne de la sphère, avec comme conditions aux limites : T_i et T_o respectivement les températures internes et externes de la sphère. Et la pression interne et externe son respectivement 500Mpa et 0Mpa.

III.4.1. Le déplacement

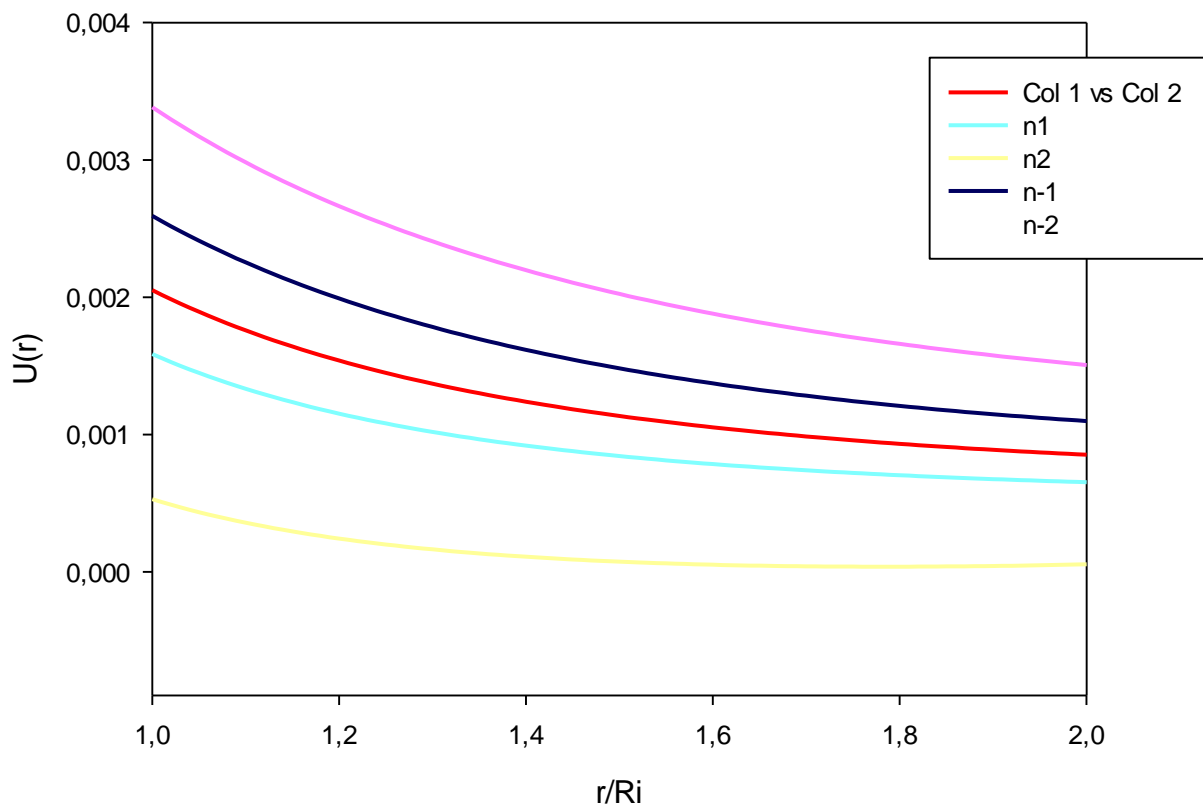


Figure (III.8) : L'évolution du déplacement le long de la paroi de la sphère.

La figure (III.8) montre l'évolution du déplacement $U(r)$ en fonction du rayon à travers l'épaisseur de la paroi de la sphère et cela pour différentes valeurs des coefficients de non homogénéités $n = \phi = \omega = \chi = [-2, -1, 1, 2]$.

Il est à observer que les déplacements sont maximums sur la paroi interne $r/R_i = 1$ et sont minimums sur la paroi externe de la sphère $r/R_0 = 2$. L'intensité de déplacement diminue de la paroi interne à la paroi externe de la sphère. Cette observation est faite pour toutes les valeurs du paramètre de non homogénéité.

Pour des valeurs négatives des coefficients de non homogénéités, le déplacement radial est plus important, tandis que pour des valeurs positives, le déplacement est plus faible. C'est-à-dire qu'en augmentant la valeur des paramètres de non-homogénéités, qui n'est autre qu'une augmentation dans la rigidité du matériau.

III.4.2. Contraintes Radiales

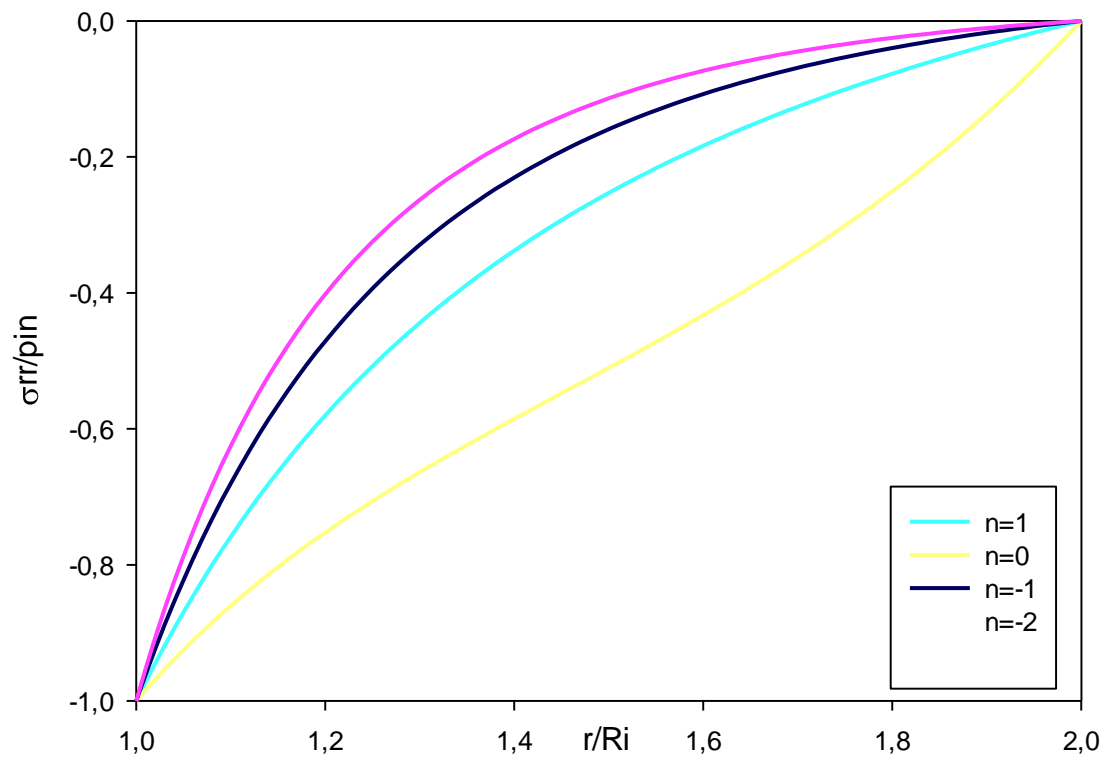


Figure (III.9) : L'évolution de la contrainte radiale le long de la paroi de la sphère.

La figure (III.9) représente la répartition de la contrainte radiale, suivant le rayon à travers la paroi de la sphère pour différentes valeurs du paramètre des non-homogénéités $n = \phi = \omega = \chi = [-2, -1, 1, 2]$

Pour des valeurs négatives des coefficients de non-homogénéité, la contrainte radiale est plus importante, tandis que pour des valeurs positives, la contrainte est plus faible.

III.4.3. Contraintes Circonférentielle

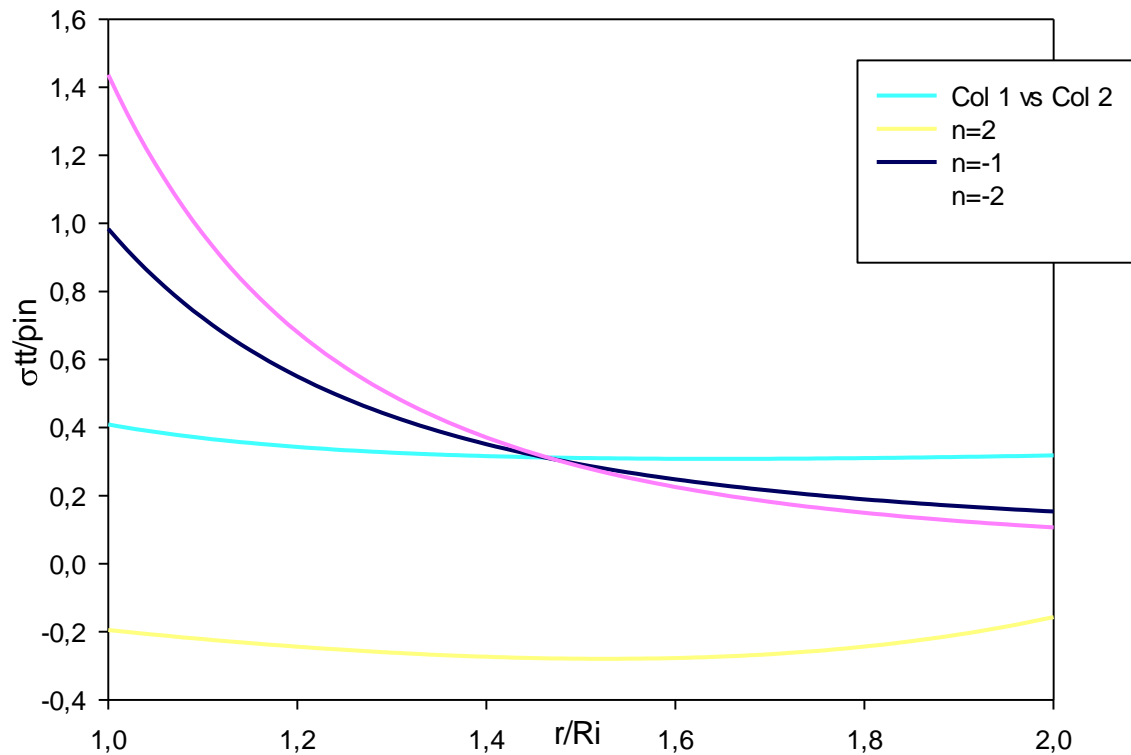


Figure (III.10) : Répartition de la contrainte circonférentielle à travers la paroi de la sphère.

La figure (III.8) représente la répartition de la contrainte circonférentielle suivant le rayon et à travers toute la paroi de la sphère pour différentes valeurs des coefficients de non-homogénéités $n = \phi = \omega = \chi = [-2, -1, 1, 2]$.

Pour des valeurs positives des coefficients de non-homogénéités, la contraintes circonférentielle a des valeurs moins importantes sur la paroi intérieur de la sphère puis évolue d'une manière croissante suivant le rayon jusqu'à la paroi externe.

Pour des valeurs négatives elle a des valeurs plus importantes sur la paroi intérieur de la sphère puis évolue d'une manière décroissante suivant le rayon jusqu'à la paroi externe.

A noter que dans l'intervalle $r/R_i = [1,4 ; 1,5]$, la courbes de contraintes pour chaque valeurs des coefficients de non-homogénéités se croisent.

Remarque

Qu'on en imposant un gradient de température, le déplacement devient plus important pour tout le coefficients de non-homogénéités, la variation de ces derniers est proportionnel à la différence des déplacements, c'est à dire en augmentant ou en diminuant la valeur des

coefficients de non-homogénéités, la différence du déplacement dû aux contraintes thermomécaniques et celui dû seulement aux contraintes mécaniques augmente ou diminue respectivement pour n'importe quelle position radiale.

III.6. Conclusion

Les résultats présentés montrent l'effet de non-homogénéité du matériau a une influence significative sur les comportements mécanique et thermomécanique de la sphère constitué de matériau a gradient de fonction.

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Dans ce mémoire, le matériau FGM a été utilisé comme matériau composite amélioré pour répondre aux exigences structurelles dans des conditions extrêmes. Au fil des décennies, leur importance et leurs domaines d'application n'ont cessé de croître, mais leur fabrication reste un défi. Afin de pouvoir concevoir et généraliser de tels matériaux, il faut d'abord effectuer des analyses et des recherches numériques, c'est ce que propose ce document.

Une solution analytique a été développée pour obtenir le déplacement et la contrainte mécanique dans des sphères creuses constitués de matériaux gradués fonctionnellement sous des charges de pression. On suppose que les propriétés du matériau changent progressivement dans la direction radiale selon la fonction de loi de puissance.

Les résultats obtenus montrent que la variation des propriétés du matériau a une influence significative sur le comportement mécanique est thermomécanique des matériaux à gradient de propriétés ; tel que pour différentes valeurs des coefficients de non homogénéités, on peut jouer sur la variation du déplacement et des contraintes. Et ainsi concevoir un matériau plus performant.

Références Bibliographiques

Références Bibliographiques

- [1] Koizumi M. the concept of FGM. Ceramic transaction, functionally graded materials (1992) 34, 3-10.
- [2] Haya kawa 2012 HAYAKAWA, N., SHIMOMURA, J., NAKANO, T., et al. Fabrication technique of permittivity graded materials (FGM) for disk-type solid insulator. In Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP), 2012 Annual Report Conference on. IEEE, 2012. p. 32-35.
- [3] Okubo 2003 OKUBO, H., KURIMOTO, M., SHUMIYA, H., et al. Permittivity gradient characteristics of GIS solid spacer. In Properties and Applications of Dielectric Materials, 2003. Proceedings of the 7 th International Conference on. IEEE, 2003. p.23-26.
- [4] Narottam P. Bansal, Jitendra P. Singh, Jacques Lamon, Sung R. Choi , (2011). "Processing and Properties of Advanced Ceramics and Composites III: Ceramic Transactions»; John Wiley & Sons; page 110, 4aouât
- [5] TAKAHASHI. M.ITOH. Y KASHIWAYA fabrication and evaluation ofw/cu gradient material by sintering and infiltration technique, in proceeding of the first International symposium on functionally gradient materials Japan1990.
- [6] J. F. Groves, and H. N. G. Wadley 1997 functionally graded materials synthesis via Low vacuum directed vapor deposition Composites Parts B 28B, (1997), 57-69.
- [7] R. Knoppers, J. W. Gunnink, J. Van den Hout, and W. Van Vliet The reality of functionally graded material products TNO ScienceandIndustry, The Netherlands,pp 38-43.
- [8] Zhu J, Lai Z, Yin Z, Jeon J, and Lee S Fabrication of ZrO₂-NiCr functionally graded material by powder metallurgy Materials Chem. Phys. 68 130.Crossref.
- [9] Watanabe Y, Inaguma Y, Sato H, and Miura-Fujiwara E 2009 Novel fabrication method for functionally graded materials under centrifugal force: the centrifugal mixed-Powder method Materials, Vol. 2, No. 4,pp.2510-2525.
- [10] Bhavar V, Kattire P, Patil V, Khot S, Gujar K, Singh R 2014 A Review on Powder bed fusion technology of metal additive manufacturing AMSI Conference 2014, Banglore, India.

- [11] Thieme, M., Wieters, K.P., Bergner, F., Scharnweber, D., Worch, H., Ndop, J., Kim, T.J., Grill, W.: Titanium-powder sintering for preparation of a porous functionally graded material destined for orthopaedic implants. *J. Mater. Sci.* 12, 225–231(2001).
- [12] Miyamoto, Y., Kaysser, W.A., Rabin, B.H., Kawasaki, A., Ford, R.G.: *Functionally Graded Materials: Design, Processing and Applications*. Kluwer Academic, Boston (1999).
- [13] Jones, R.M., *Mechanics of Composite Materials*, Second Edition, Taylor & Francis, 1999.
- [14] Boch. P Chartier . Huttepain. M Tapa casting of AL₂O₃/ZrO₂ laminated composites, 1986
- [15] Yoshihisa Uchida, Proprieties of functionally graded materials, Manufactured by progressive lamination method for applications, 39-51-B, Vol. 39-B.(2004).
- [16] Chi . Shyang-ho., Chung Yen-Ling, Cracking in coating-substrate composites of multi-layered and sigmoid FGM coatings. *Engineering Fracture Mechanics* ; 70 (10), 1227–1243.(2003).
- [17] Houari MSA, *Analyse des contraintes thermoélastique : lois des puissances*. Thèse de Doctorat, Université de Djilalli Liabès Sidi Bel Abbes, Algérie.(2011).
- [18] Hao D, Wei C 2016 Dynamic characteristics analysis of bi-directional functionally Graded Timoshenko beams *Composite structures (Science direct)*, 141, (2016), 253- 263.
- [19] Simsek M 2015 Bi-directional functionally graded materials (BDFGMs) for free and forced vibration of Timoshenko beams with various boundary conditions *Composite Structures (Science direct)*, 133, (2015),968-978.
- [20] Qian LF, Batra RC 2005 Design of bidirectional functionally graded plate for optimal natural frequencies. *J Sound Vib* 2005;280:415–2

[21] Enab T Performance improvement of total knee replacement joint through bidirectional functionally graded material International Journal of Mechanical& Mechatronics Engineering IJMME-IJENS Vol: 14 No:02.

[22] Udupa G, Rao S, Gangadharan K 2014 functionally graded composite materials:An overview”, International conference on advances in manufacturing and material engineering, AMME2014.

[23] Y. Bayat, M.Ghannad et H.Torabi.Analytical and numerical analysis for the FGM thick sphere under combined pressure and temperature loading.Archive of Applied Mechanics.(2012).

[24] S.M.Shayak Ibna Faruqui, Abul Al Arabi, M. S Parvej.Thermal Resistance Approach to Analyze Temperature Distribution in Hollow Cylinders Made of Functionally Graded Material (FGM) : Under Dirichlet Boundary Condition.International Conference on Mechanical, Industrial and Materials Engineering (ICMIME2017) 28-30 December, RUET, Rajshahi, Bangladesh.(2017).

Résumé

Modélisation par éléments finis du comportement thermomécanique d'un réservoir sphérique FGM sous pression

L'analyse thermomécanique d'une sphère creuse d'un matériau à gradient de propriété soumise à des charges mécaniques et à des contraintes thermiques en régime permanent unidimensionnel est réalisée dans cette étude. Les propriétés du matériau sont supposées varier de manière non linéaire dans la direction radiale et circumférentielle, le module de Young est une fonction de puissance avec un coefficient de non homogénéité Φ , et le coefficient de Poisson est supposé constant. La distribution de la température est supposée être en fonction du rayon, avec des conditions aux limites thermiques et mécaniques supposé sur les surfaces intérieure et extérieure de la sphère. Les résultats actuels concordent bien avec les résultats existants.

Mots clés : Contrainte thermomécanique, Matériau à gradient de propriétés, Coefficients de non homogénéités

Abstract

Modeling and simulation of heat transfer in thin cavities with a complex wall in presence of a conventional fluid

The thermomechanical analysis of a hollow sphere of a property gradient material subjected to mechanical loads and thermal stresses in one-dimensional steady state is carried out in this study. The properties of the material are assumed to vary nonlinearly in the radial and circumferential direction, the Young's modulus is a power function with a coefficient of non-homogeneity Φ , and the Poisson's coefficient is assumed to be constant. The temperature distribution is assumed to be as a function of radius, with thermal and mechanical boundary conditions assumed on the inner and outer surfaces of the sphere. The present results agree well with the existing results.

Keywords: Thermomechanical stress, Material with gradient of properties, Coefficients of inhomogeneities.