

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**  
**Université Abderrahmane MIRA Bejaia**  
**Faculté de Technologie**  
**Département de Génie Mécanique**



**MEMOIRE**

Présenté pour l'obtention du diplôme de

**MASTER**

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Par

**KORICHI Abderazak**

**ISSAADI Amine**

*Thème*

---

*Simulation numérique de l'écoulement d'un fluide à seuil dans une conduite  
cylindrique. Application au transport de boue de forage.*

---

Soutenu devant le jury :

Mr. F. NAIT BOUDA

Président

Mr. A. BENSLIMANE

Rapporteur

Mr. M. ALLOUCHE

Examineur

Mr. D. SADAoui

Examineur

Session juin 2014

# Remerciements

*Tout d'abord,*

*On aimerait remercier **Dieu** le tout puissant de nous avoir donné la force et la patience de pouvoir mener ce travail à terme.*

*Nous adressons nos sincères remerciements à Monsieur **BENSLIMANE**, pour son encadrement, sa contribution, sa patience, et son aide tout le long de ce travail.*

*Nous adressons nos vifs remerciements à Monsieur **NAIT BOUDA**, pour l'honneur qu'il nous fait de présider notre jury de soutenance.*

*Nos remerciements vont également à tous les membres du jury **Mr. ALLOUCHE** et **Mr. SAADAoui** de nous faire l'honneur d'examiner notre travail.*

*Enfin nos remerciements s'adressent à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail, et qui ont eu la patience de nous supporter : nos parents, nos frères et sœurs, nos cousins et nos amis...etc*



# Dédicaces

*Nous dédions ce travail :*

*Aux êtres les plus chères, nos parents qui étaient toujours à nos côtés et n'ont toujours soutenu tout le long de ces années d'études.*

*En signe de reconnaissance, qu'ils trouvent ici, l'expression de nos profondes gratitude pour tout ce qu'ils ont consenti d'efforts et de moyens pour nous voir réussir dans nos études.*

*Et aussi à nos frères, sœurs et à tous nos amis sans exception.*



# Sommaire

## Introduction générale

### CHAPITRE I : Généralité et synthèse bibliographique

<b>I.1. Introduction .....</b>	<b>1</b>
<b>I.2. La rhéologie.....</b>	<b>1</b>
I.2.1. Comportement Newtonien .....	1
I.2.2. Comportement Non-newtonien.....	3
I.2.2.1. Les fluides indépendants du temps .....	3
I.2.2.2. Modèle réheologique .....	4
I.2.2.2.1. Modèle Loi de puissance .....	4
I.2.2.2.2. Modèle de Gross .....	5
I.2.2.2.3. Modèle de Bingham.....	6
I.2.2.2.4. Modèle de Herschel-Bulkley .....	6
I.2.2.3. Les fluides dépendants du temps .....	7
I.2.2.4. Thixotropie .....	8
I.2.2.5. Viscoélasticité .....	8
<b>I.3. Le forage .....</b>	<b>9</b>
<b>I.4. La boue de forage.....</b>	<b>9</b>
<b>I.5. Les différents types de fluide de forage .....</b>	<b>11</b>
I.5.1. Boues à base d'eau douce .....	11
I.5.1.1. Boue de forage naturelle .....	12
I.5.1.2. Boues bentoniques .....	12
I.5.1.3. Boues Calciques .....	13
I.5.1.4. Fluide à faible tenseur en solides .....	13
I.5.1.5. Boues à base d'eau salée .....	13
I.5.2. Boues à l'eau émulsionnées .....	14
I.5.3. Boues à base d'huile .....	14
I.5.4. Fluides spéciaux .....	15
I.5.4.1. Forage à l'air .....	15

## Sommaire

---

I.5.4.2. Forage à la mousse.....	15
I.5.4.3. Forage à la boue aérée .....	15
I.5.5. Boues de complétion et de parker .....	15
<b>I.6. Synthèse bibliographique.....</b>	<b>16</b>

## CHAPITRE II : Formulation du problème

<b>II.1 Ecoulement d'un fluide non-newtonien (fluide d'Herschel-Bulkley).....</b>	<b>19</b>
II.1.1. Distribution des vitesses .....	19
II.1.1.1. Régime laminaire .....	19
II.1.2. Nombre de Reynolds d'un fluide non-newtonien .....	22
II.1.3. Coefficient de frottement d'un fluide non-newtonien.....	22
II.1.3.1. Régime laminaire .....	22
<b>II.2 Cas particulier d'un fluide newtonien .....</b>	<b>23</b>
II.2.1. Nombre de Reynolds d'un fluide newtonien .....	23
II.2.2. Coefficient de frottement d'un fluide newtonien.....	23
II.2.2.1. Régime laminaire .....	23
<b>II.3 Conditions aux limites .....</b>	<b>23</b>
<b>II.4. Conclusion.....</b>	<b>24</b>

## CHAPITRE III : Méthode des Volumes finis

<b>III.1. Introduction .....</b>	<b>25</b>
<b>III.2. Principe de la méthode des volumes finis .....</b>	<b>25</b>
<b>III.3. Discrétisation.....</b>	<b>26</b>
III.3.1. Différents schéma de discrétisation spatiale.....	26
III.3.1.1. Schéma aux différences centrées (CDS).....	27
III.3.1.2. Schema Upwind (UPS) .....	28
III.3.1.3. Solution exact.....	28
III.3.1.4. Schéma exponentiel .....	29
III.3.1.5. Schema hybrid (HDS: hybrid differencing scheme).....	30
III.3.2. Schéma de discrétisation temporel (régime instationnaire).....	31

---

## Sommaire

---

III.3.3. Grille décalée .....	31
III.3.3.1. Algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation) .....	33
<b>III.4. Méthodes de résolution des systèmes d'équations .....</b>	<b>35</b>
<b>III.5. Conclusion .....</b>	<b>36</b>

## CHAPITRE IV : Résultats et discussions

<b>IV.1. Géométrie de travail .....</b>	<b>37</b>
<b>IV.2. Validation du code .....</b>	<b>38</b>
IV.2.1. La convergence.....	39
IV.2.2. Choix du maillage .....	40
IV.2.3. Etablissement de l'écoulement .....	42
IV.2.3.1. Longueur d'établissement.....	43
<b>IV.3. Ecoulement dans une conduite cylindrique en 2D.....</b>	<b>43</b>
IV.3.1. Regime laminaire .....	43
IV.3.1.1. Fluide Newtonien.....	44
IV.3.1.1.1. Profils des vitesses .....	44
IV.3.1.1.1.1. Contour et vecteurs de vitesse .....	45
IV.3.1.1.1.2. Chute de pression.....	45
IV.3.1.1.1.2.1. Contours des pressions .....	46
IV.3.1.1.3. Coefficient de frottement .....	46
IV.3.1.1.4. Contrainte pariétale .....	47
IV.3.1.2. Fluide non Newtonien.....	48
IV.3.1.2.1. Influence des différents paramètres de la loi de comportement .....	48
IV.3.1.2.1.1. Influence de l'indice d'écoulement n .....	48
IV.3.1.2.1.1.1. Profils des vitesses .....	48
IV.3.1.2.1.1.1.1. Contours et vecteurs des vitesses .....	49
IV.3.1.2.1.1.2. Contrainte pariétale .....	50
IV.3.1.2.1.2. Influence de l'indice de consistance k .....	51
IV.3.1.2.1.2.1. Profils des vitesses .....	51
IV.3.1.2.1.2.1.1. Contours et vecteurs des vitesses .....	53
IV.3.1.2.1.2.2. Contrainte pariétale .....	54
IV.3.1.2.1.3. Influence de la contrainte seuil $\tau_0$ .....	55

## Sommaire

---

IV.3.1.2.1.3.1. Profils des vitesses .....	55
IV.3.1.2.1.3.1.1. Contours et vecteurs des vitesses .....	56
IV.3.1.2.1.3.2. Contrainte pariétale .....	58
IV.3.1.2.2. Coefficient de frottement .....	59

## Conclusion générale

## Reference bibliographique

## Annexes

## NOMENCLATURE

A : Section .....	[m <sup>2</sup> ]
a,b,c : constants .....	[-]
D: diamètre .....	[m]
F : Force .....	[N]
f: Coefficient de frottement .....	[-]
i,j : coordonnées logiques des points .....	[-]
L : longueur .....	[m]
p : Pression .....	[Pa]
Q <sub>v</sub> : Débit volumique.....	[m <sup>3</sup> /s]
R : Rayon .....	[m]
Re : Nombre de Reynold .....	[-]
R <sub>c</sub> : nombre de Reynolds critique .....	[-]
r,z,Θ :coordonnées cylindrique.....	[m]
S : terme source .....	[-]
T : Température.....	[K]
t : Temps .....	[s]
t (Δt) : temps (pas de temps) : .....	[s]
u : Vitesse selon l'axe r .....	[m/s]
v : Vitesse selon l'axe z .....	[m/s]
V : volume .....	[m <sup>3</sup> ]
x, y : coordonnées cartésiennes dimensionnelles .....	[m]
X, Y : coordonnées cartésiennes adimensionnelles .....	[-]

## Nomenclature

---

### Symboles grecs

$\dot{\gamma}$ : Vitesse de cisaillement .....	[s <sup>-1</sup> ]
$\tau$ : Contrainte de cisaillement .....	[Pa]
$\tau_p$ : Contrainte pariétale du fluide dans la conduite.....	[Pa]
$\nu$ : viscosité cinématique du fluide.....	[m <sup>2</sup> /s]
$\mu$ : Viscosité dynamique .....	[kg/m.s]
$\rho$ : Masse volumique .....	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\lambda$ : Temps caractéristique .....	[-]
$\eta_0$ : Viscosité de cisaillement nul.....	[kg/m.s]
$\eta_\infty$ : Viscosité au cisaillement infini.....	[kg/m.s]
$\eta_{pl}$ : Viscosité plastique.....	[kg/m.s]
$U_d$ : vitesse débitante .....	[m/s]
$\Phi$ : variable dépendante générale .....	[-]
$\Gamma$ : coefficient de diffusion .....	[m <sup>2</sup> /s]

### Indices et exposants

$'$ : Généralisé .....	[-]
max : maximum .....	[-]
* : valeur adimensionnelle ou estimé .....	[-]

## Listes des figures

	pages
<u>Fig I.1.</u> Schéma d'un écoulement à cisaillement simple .....	02
<u>Fig I.2.</u> Lois de comportement réologique .....	04
<u>Fig I.3.</u> Courbe viscosité-taux de cisaillement .....	05
<u>Fig I.4.</u> Boucle d'hystérésis obtenue pour les fluides .....	07
<u>Fig I.5.</u> Essai de fluage suivi recouvrance.....	08
<u>Fig I.6.</u> Photographie d'une équipe de forage .....	10
<u>Fig I.7.</u> Schéma d'un forage .....	11
<u>Fig II.1.</u> Configuration de l'écoulement d'un fluide d'Herschel-Bulkley.....	19
<u>Fig III.1.</u> Maillage et volumes de contrôles .....	25
<u>Fig III.2.</u> Volume de contrôle à travers lequel se fait l'intégration .....	26
<u>Fig III.3.</u> Volume de contrôle dans le cas à une dimension .....	27
<u>Fig III.4.</u> à gauche : $F_w > 0$ et $F_e > 0$ , à droite : $F_w < 0$ et $F_e < 0$ .....	28
<u>Fig III.5.</u> Variation de $\phi$ dans le domaine $[0, L]$ . ....	29
<u>Fig III.6.</u> Illustration d'une grille décalée pour le champ de vitesse .....	32
<u>Fig III.7.</u> Volume de contrôle correspondant à $u$ .....	32
<u>Fig III.8.</u> Volume de contrôle correspondant à $v$ .....	33
<u>Fig IV.1.</u> Domaine physique .....	37
<u>Fig IV.2.</u> Variation de la vitesse.....	38
<u>Fig IV.3.</u> Convergence et courbe des résidus.....	39
<u>Fig IV.4.</u> Variation de la vitesse suivant plusieurs maillages .....	41
<u>Fig IV.5.</u> Maillage de la géométrie .....	41
<u>Fig IV.6.</u> Le maillage uniforme quadrilatère (raffiné à la paroi) est le plus adapté.....	42
<u>Fig IV.7.</u> Profils des vitesses en régime laminaire .....	42
<u>Fig IV.8.</u> Variation de la vitesse axiale le long de la conduite.....	43
<u>Fig IV.9.</u> Profils des différentes vitesses ( $Re = 200$ à $1600$ ).....	44
<u>Fig IV.10.</u> Vitesses adimensionnelles .....	44
<u>Fig IV.11.</u> Contour et distribution des vecteurs .....	45
<u>Fig IV.12.</u> Chute de pression totale le long de la conduite .....	45
<u>Fig IV.13.</u> Pressions dynamique et totale.....	46
<u>Fig IV.14.</u> Coefficient de frottement $f(r)$ .....	46

## Listes des figures et tableaux

---

Fig IV.15. Coefficient de frottement $f$ (Re).....	47
Fig IV.16. Variation de la Contrainte pariétale .....	47
Fig IV.17. La variation des profils des vitesses .....	48
Fig IV.18. La variation des profils des vitesses adimensionnelles.....	48
Fig IV.19. Contour et distribution des vecteurs Cas $n=0.4$ .....	49
Fig IV.20. Contour et distribution des vecteurs Cas $n=0.6$ .....	49
Fig IV.21. Contour et distribution des vecteurs Cas $n=0.8$ .....	50
Fig IV.22. Contour et distribution des vecteurs Cas $n=1$ .....	50
Fig IV.23. Contrainte pariétale le long de la conduite Cas $n=0.4, 0.6$ .....	51
Fig IV.24. Contrainte pariétale le long de la conduite Cas $n=0.8, 1$ .....	51
Fig IV.25. Profils des vitesses .....	52
Fig IV.26. Profils des vitesses adimensionnelles .....	52
Fig IV.27. Contour et distribution des vecteurs $k=0.01$ .....	53
Fig IV.28. Contour et distribution des vecteurs $k=0.1$ .....	53
Fig IV.29. Contour et distribution des vecteurs $k=0.3$ .....	53
Fig IV.30. Contrainte pariétale.....	55
Fig IV.31. Profils des vitesses .....	56
Fig IV.32. Contour et distribution des vecteurs Cas $\tau_0 = 1$ .....	56
Fig IV.33. Contour et distribution des vecteurs Cas $\tau_0 = 5$ .....	57
Fig IV.34. Contour et distribution des vecteurs Cas $\tau_0 = 10$ .....	57
Fig IV.35. Contour et distribution des vecteurs Cas $\tau_0 = 15$ .....	57
Fig IV.36. Contour et distribution des vecteurs Cas $\tau_0 = 20$ .....	58
Fig IV.37. Contraintes pariétale .....	59
Fig IV.38. Coefficient de frottement pour un fluide non-Newtonien .....	59

## Listes des tableaux

Tab I.1. Newtonien, Bingham et loi de puissance .....	06
Tab IV.1. Tableau des valeurs des paramètres du maillage .....	40





## **Introduction générale**

Ce travail est consacré à l'étude des propriétés mécanique des boues en écoulement dans une conduite cylindrique. Le rôle de la boue de forage est primordial dans la conduite d'un forage. L'amélioration continue de la technique des boues ainsi que celle du forage permet de forer plus profond et plus rapidement. Ces boues de forage sont de nature très variée selon les modes de préparations de même de leur utilisation.

Des travaux antérieurs ont déjà montré que les boues de forage épaisses ont un comportement non-Newtonien, à seuil et souvent thixotrope, ce qui a permis une certaines classification de ces produits. Dans cette optique et à partir de ces caractéristiques rhéologiques, il est fondamental d'étudier le comportement d'une boue de forage en écoulement.

Ce travail est une contribution numérique à l'étude en écoulement de fluides complexes (rhéofluidifiant et à seuil) à travers une conduite cylindrique. L'étude porte sur l'évolution des champs de vitesse et de pression. Les résultats sont présentés sous forme de profils de vitesse et d'évolution du coefficient de frottement.

Dans le premier chapitre, divers travaux sur le domaine ont été passés en revue. Le problème physique, les équations régissantes sont présentées dans le second chapitre. La description de la méthode de solution employée par « ANSYS. (Fluent) ® » est présentée dans le troisième chapitre.

Dans le quatrième chapitre, nous avons présenté les principaux résultats de notre étude qui comprend deux parties. La première concerne, les résultats de simulation relatifs à l'écoulement des fluides newtonien ou les différents résultats ont été présentés en régime laminaire. Dans la seconde, différents résultats ont été présentés aussi entre autre : les profils de vitesse et les coefficients de frottement pour un fluide non-Newtonien dans une conduite cylindrique toujours en régime d'écoulement laminaire. Finalement une tentative de simulation a été menée en régime d'écoulement turbulent pour les deux types de fluides.

## I.1. Introduction :

Dans le passé, les gens creusaient des puits pour trouver de l'eau, pour eux, le pétrole trouvé accidentellement était une source de pollution. Les premiers puits ont été creusés pour rechercher de l'eau potable, pouvant être utilisée pour le lavage et l'irrigation, et pour rechercher de la saumure, dont on extrayait le sel. Ce n'est qu'au 19<sup>ème</sup> siècle que les forages d'exploration pétrolière se sont développés pour répondre aux besoins croissants en produits pétroliers, nés de l'industrialisation [01].

Le rôle du technicien ou de l'ingénieur des fluides de forage est par conséquent de connaître les propriétés, les fonctions de la boue, de déterminer par des mesures adéquates et normalisées si elle est apte à remplir chacun de ses rôles, si elle a les caractéristiques souhaitées et de maintenir ou d'obtenir ces caractéristiques au moyen des traitements appropriés [01].

## I.2. Rhéologie

La rhéologie est la science des déformations et écoulements de la matière, des contraintes qui en résultent et des efforts qu'il faut appliquer pour les obtenir. Cette science repose sur la bases de la mécanique des milieux continus, dont l'objet est de déterminer les contraintes et les déformations en chaque point d'un milieu continu [12].

Une force appliquée à un corps lui fait subir une déformation. Pour un solide, il y aura déformation élastique si le corps revient à son état premier dès qu'on cesse d'appliquer cette force (c'est le cas de l'élastique que l'on étire) ou déformation plastique s'il revient à son état premier sous l'action d'autres forces (c'est le cas de la boule de mastic que l'on déforme). Pour un fluide, l'action d'une force donne un écoulement.

### I.2.1. Comportement Newtonien

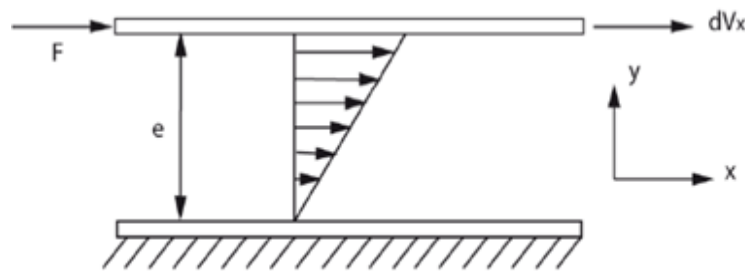
Pour ces fluides, la tension de cisaillement est directement proportionnelle au taux de cisaillement ; si l'un double, l'autre double également, qui est :

$$\frac{F}{A} = \tau_{yx} = \mu \left( -\frac{dV_x}{dy} \right) = \mu \dot{\gamma}_{yx} \quad (\text{II.01})$$

La courbe est une droite passant par l'origine, le fluide se met en mouvement dès qu'une force supérieure à zéro lui est appliquée.

Ce type de fluide est représenté par l'eau, le gas-oil.

Considérons une couche fluide confinée entre deux plaques planes, parallèles et distante d'une épaisseur  $e$ , (Figure II.1) et d'aire  $A$ . Si maintenant, une force constante  $F$  est appliquée à la plaque supérieure, le fluide s'écoule en couches planes parallèles entre elles. On admet que les couches du fluide au contact des deux surfaces planes sont solidaires de ces dernières, ce qu'on appelle l'hypothèse de non glissement à la paroi, la figure nous montre le profil de vitesse résultant en régime stationnaire [12].



**Figure (I.1) :** Schéma d'un écoulement à cisaillement simple.

Deux grandeurs sont apparues qui vont nous permettre de caractériser quantitativement le cisaillement. La vitesse de cisaillement notée :  $\dot{\gamma}$  qui caractérise la variation de la vitesse entre les couches fluides.

La vitesse de cisaillement  $\dot{\gamma}(s^{-1})$  dépend non seulement de la vitesse de déplacement, mais aussi, de l'épaisseur  $e$  cisailée, elle est définie par la relation :

$$\dot{\gamma} = \frac{dV_x}{dy} \quad (\text{II.02})$$

L'autre grandeur est la contrainte de cisaillement  $\tau$  (Pa), qui est définie comme étant la force de frottement tangentielle entre les différentes couches mobiles rapportée à l'unité de surface.

$$\tau = \frac{F}{A} \quad (\text{II.03})$$

La constante de proportionnalité  $\mu$  (Pa.s), appelée viscosité Newtonienne, est par définition pour un fluide Newtonien, indépendante du taux de cisaillement et de la contrainte de cisaillement Chhabra (2008). C'est une propriété intrinsèque du matériau qui ne dépend que de sa pression et de sa température.

### **I.2.2. Comportement non-Newtonien**

On dit d'un fluide qu'il est non-Newtonien, à partir du moment où la courbe d'écoulement (Contrainte versus gradient de cisaillement) est non linéaire, c'est-à-dire que la viscosité n'est plus constante mais dépend des conditions d'écoulement, du taux de cisaillement et parfois même de l'histoire de l'élément fluide. La caractérisation rhéologique d'un fluide consiste à établir la relation qui existe entre sa déformation et la contrainte qui lui est appliquée. En fonction de sa réponse, il sera dit dépendant du temps ou non, on explicitera ces deux nominations plus basses [12] :

- Des fluides indépendants du temps, c'est-à-dire que le comportement rhéologique est indépendant de l'histoire mécanique antérieure de l'échantillon.
- Des fluides dépendants du temps et pour lesquels le comportement rhéologique dépend en outre de la durée de cisaillement et de l'histoire de l'échantillon.

#### **I.2.2.1 Les fluides indépendants du temps**

En cisaillement simple, le comportement de l'écoulement de cette classe de matériaux peut être décrit par des relations de la forme :

$$\tau = f(\dot{\gamma}) \quad (\text{II.04})$$

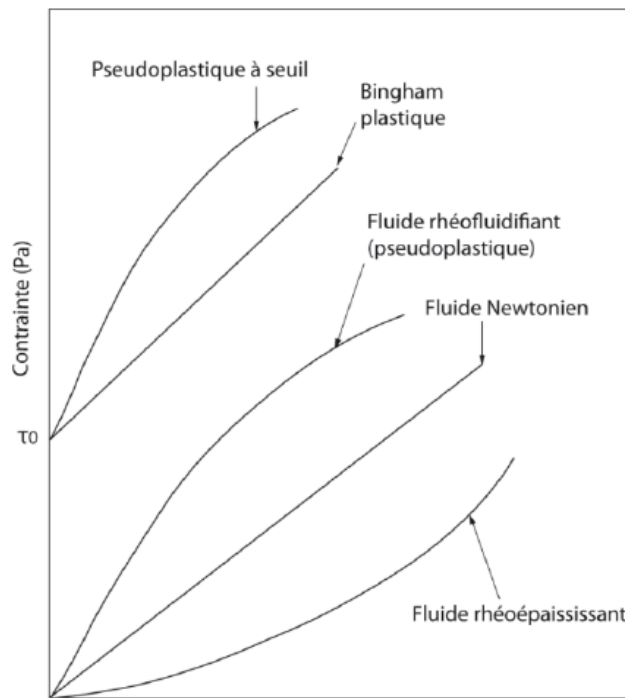
Le comportement rhéologique des fluides peut être décrit par plusieurs modèles mathématiques de complexité variable.

Avant de présenter les différents modèles utilisés pour décrire ces comportements fluides, il nous est apparu nécessaire de définir quelques comportements les plus usuels.

- i. Le type le plus commun et qui est de loin le plus fréquent est le comportement rhéofluidifiant, caractérisé par une diminution de la viscosité avec l'augmentation du taux de cisaillement : le fluide devient moins visqueux. Ce phénomène peut être dû à l'orientation des

particules en suspension, à leur déformation ou leur réorganisation sous l'effet du cisaillement.

ii. Un comportement plus rarement observé est le rhéoépaississant, qui n'est que l'opposé du précédent. La viscosité augmente à mesure que le taux de cisaillement croît : le liquide devient plus visqueux et donc plus épais.



**Figure (I.2) :** Lois de comportement rhéologique.

### I.2.2.2. Modèles rhéologiques

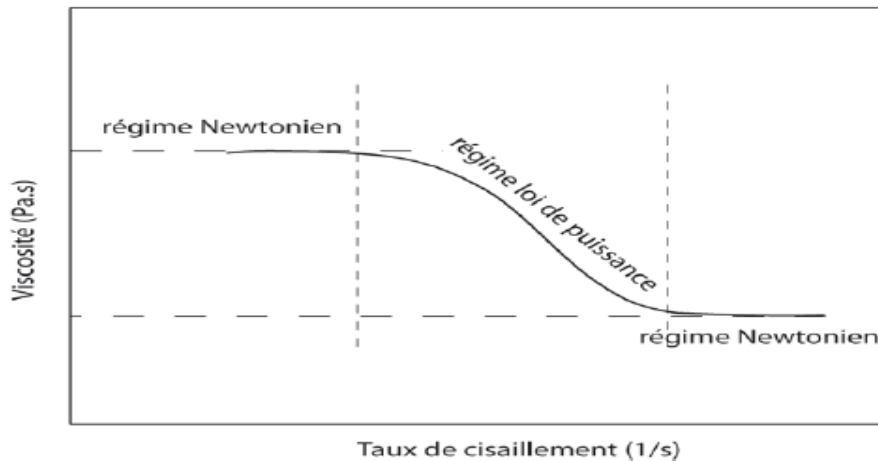
#### I.2.2.2.1 Modèle Loi de puissance

Encore appelés fluides d'Ostwald de Waele, ou leur comportement rhéologique est décrit par une loi de puissance du type :

$$\tau = k\dot{\gamma}^n \quad (\text{II.05})$$

Ou  $k$  et  $n$  sont respectivement l'indice de consistance et l'indice d'écoulement. Selon les valeurs de l'indice d'écoulement, ces fluides peuvent présenter un comportement rhéofluidifiant ( $n < 1$ ), rhéoépaississant ( $n > 1$ ) ou même Newtonien pour ( $n = 1$ ).

Cependant, soulignons l'existence, pour cette classe de fluide, d'un comportement Newtonien i.e. à viscosité constante aux faibles vitesses de cisaillement se traduisant par un plateau dans la courbe viscosité-taux de cisaillement. Un deuxième plateau apparaît aux cisaillements élevés (Figure II.3). Or ce modèle ne tient pas compte de ces deux comportements.



**Figure (I.3) :** Courbe viscosité-taux de cisaillement.

#### I.2.2.2.2 Modèle de Cross

Le modèle de Cross tient compte de la viscosité à cisaillement nul et infini. Il s'écrit :

$$\frac{\eta - \eta_{\infty}}{\eta_0 - \eta_{\infty}} = \frac{1}{1 + \lambda \cdot \dot{\gamma}^n} \quad (\text{II.06})$$

Où  $\lambda$  est un temps caractéristique de relaxation.  $\eta_0$  et  $\eta_{\infty}$  sont les viscosités respectives à cisaillement nul et infini.

Nous rappelons que certains fluides possèdent une structure suffisamment rigide qui leur permet de résister à certaines valeurs de contraintes : ils se comportent comme des solides. Au-delà d'une valeur limite appelée contrainte seuil, la structure rigide est détruite et le fluide s'écoule. Or, les deux modèles cités ci-dessus représentent des comportements sans contrainte seuil. Deux modèles sont régulièrement rencontrés pour expliciter ces phénomènes, ce sont : le modèle de Bingham et le modèle de Herschel-Bulkley.

### I.2.2.2.3 Modèle de Bingham

Le modèle de Bingham reste la représentation la plus simple d'un fluide à seuil, écrit sous la forme :

$$\tau = \tau_0 + \eta_{pl}\dot{\gamma} \quad (\text{II.07})$$

Où  $\eta_{pl}$  est la viscosité plastique.

### I.2.2.2.4 Modèle de Herschel-Bulkley

Ce modèle découle d'une simple généralisation du modèle de Bingham. Il est décrit par la loi :

$$\tau = \tau_0 + k\dot{\gamma}^n$$

(II.08)

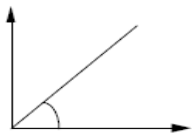
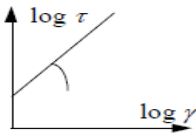
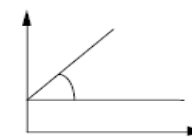
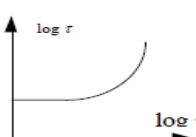
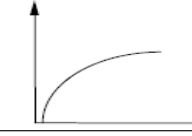
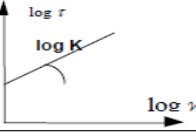
Où  $k$  est la consistance du fluide,  $n$  son indice d'écoulement et  $\tau_0$  la contrainte seuil. On notera que le modèle de Herschel-Bulkley peut facilement être modifié pour décrire les modèles précédemment cités.

	$k$	$n$	$\tau_0$
Herschel-Bulkley	$> 0$	$0 < n < \infty$	$> 0$
Rhéofluidifiant	$> 0$	$0 < n < 1$	$> 0$
Rhéopaississant	$> 0$	$1 < n < \infty$	$0$
Bingham	$> 0$	$1$	$> 0$
Newtonien	$> 0$	$1$	$0$

Table I.1. Newtonien, Bingham et loi de puissance comme cas particulier de fluide du modèle Herschel-Bulkley.



Tableau Résumé

Système rhéologique	Equation rhéologique	Courbe d'écoulement coordonnées cartésiennes	Courbe d'écoulement coordonnées
Newtonien	$\tau = \alpha \dot{\gamma}$		
Plastique binghamien	$\tau = \tau_0 + \alpha_p \dot{\gamma}$		
Pseudo-plastique "en puissance"	$\tau = K \dot{\gamma}^n$		

### I.2.2.3 Les fluides dépendant du temps

Jusqu'à présent, les modèles présentés, supposaient que les comportements rhéologiques étaient indépendants du temps de cisaillement ainsi que de l'histoire antérieure du fluide. Or, certains fluides font intervenir le temps comme paramètre supplémentaire dans leur loi d'écoulement. La viscosité apparente de tels fluides varie lorsqu'ils sont soumis à un cisaillement constant : si elle baisse le fluide est dit thixotrope, au contraire si elle croît, le fluide est dit rhéopexe. Pour mettre en évidence la dépendance au temps d'un fluide, il suffit d'appliquer une montée-descente en contrainte. Le rhéogramme qui décrit ce cycle présente une hystérésis (Figure II.4) en d'autres termes, la courbe obtenue en rampe de montée ne se superpose pas avec la courbe obtenue en rampe de descente.

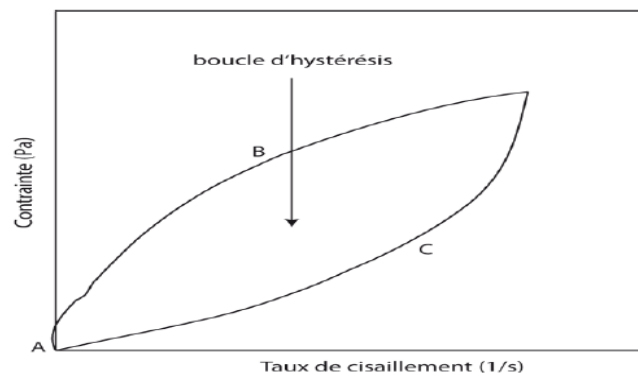
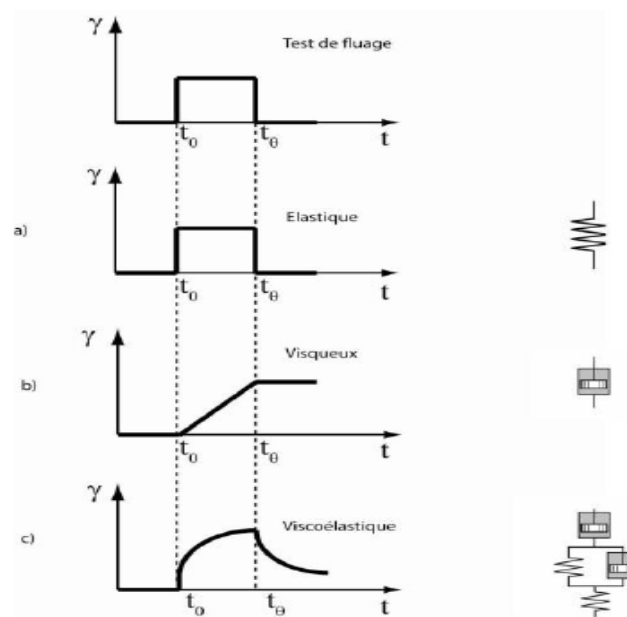


Figure (I.4) : Boucle d'hystérésis obtenue pour les fluides.

#### I.2.2.4 Thixotropie

La thixotropie a été définie comme étant la variation de la contrainte de cisaillement (taux de cisaillement) avec le temps lorsque le fluide est soumis à un taux de cisaillement (contrainte de cisaillement) constant [Mewis (1979) Barnes (1997)] [13]. Ce phénomène est expliqué par une rupture progressive de la structure des particules sous cisaillement. Un comportement réversible dans le sens ou lors du retrait de cisaillement et après une période de repos, le fluide retrouve sa structure initiale (restructuration). Les liaisons qui forment ces réseaux physiques sont progressivement rompues aux taux de cisaillement croissants, cette rupture provoque inévitablement une diminution progressive de la viscosité jusqu'à atteindre un niveau d'équilibre fonction de la contrainte et/ou du taux de cisaillement imposé. Toutefois, en l'absence de cisaillement et progressivement au cours du temps, la reconstitution de ce réseau se fait sous l'action du mouvement brownien [12].



**Figure (I.5) :** Essai de fluage suivi recouvrance. a) solide élastique, b) fluide visqueux, c) matériaux viscoplastique. (Benchabane 2006).

#### I.2.2.5 Viscoélasticité

Le caractère viscoélastique est un comportement fréquemment rencontré dans les fluides non-Newtoniens. Nombreuses sont les substances qui manifestent un comportement intermédiaire entre celui d'un solide parfaitement élastique et celui d'un liquide visqueux, elles sont dénommées fluides viscoélastiques. Dans ce cas, le type de test qui permettra la

détermination des propriétés viscoélastiques de ces fluides, consiste à lui imposer un cisaillement oscillatoire de pulsation donnée. Ce qui fera apparaître une évolution sinusoïdale de la contrainte et de la vitesse de cisaillement au cours du temps.

### **I.3. Le forage**

Un forage est une cavité, approximativement tubulaire, ayant un diamètre nominal défini par l'outil de forage. Le diamètre peut varier énormément, on parle de forage petit diamètre pour des diamètres allant jusqu'à 250 mm puis de forages à gros diamètres.

Le forage est généralement rempli d'un fluide qui peut être de nature variable : boue à la bentonite, eau, mousse, boue à l'huile, air etc... Les moyens techniques mis en œuvre diffèrent largement : de la foreuse manuelle, à la foreuse légère et mobile pour les forages de moins de 10 mètres, à une plate-forme pétrolière pour l'exploitation pétrolière.

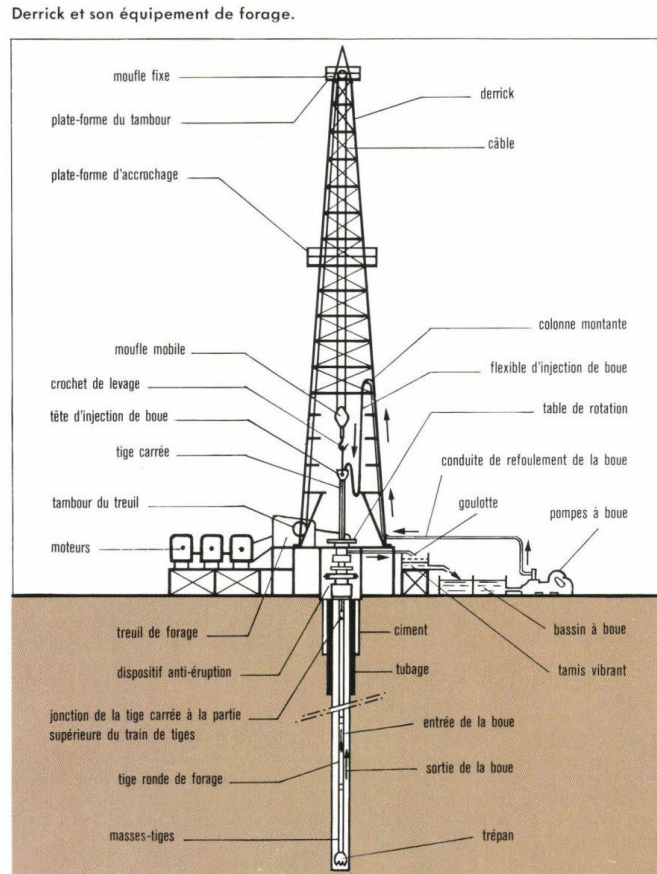
### **I.4. La boue de forage**

La boue de forage est injectée dans un puits de pétrole ou de gaz pour nettoyer le trou et en conditionner la paroi, lubrifier le trépan et équilibrer la pression de la formation traversée. Elle est habituellement préparée à base d'eau ou d'huile. On dispose, depuis quelques années, de boues à base de produits synthétiques (esters, éthers ou polyalphaolé fines). Dans l'état de nos connaissances actuelles, il semblerait que cette sorte de boue soit peu toxique pour le milieu marin et de biodégradabilité élevée. L'environnement difficile des opérations de forage souterrain a encouragé les initiatives de recherche et développement en vue de concevoir des fluides de forage pouvant jouer plusieurs rôles importants : suspension des déblais, contrôle de la pression, stabilisation des formations, flottabilité de la garniture, lubrification et refroidissement.



Jouarre, hier. Des ouvriers installent des piézomètres pour contrôler la qualité de l'eau dans le sous-sol et effectuent des travaux afin d'évaluer la densité du sous-sol. (LP/F. LÉ.)

**Figure(I.6) :** Photographie d'une équipe de forage.



**Figure(I.7) :** Schéma d'un forage.

## I.5. Les différents types de fluide de forage

Plusieurs classifications des fluides de forage peuvent être adoptées, il est cependant habituel de présenter les fluides en fonction de la nature de leurs phases continues. Nous allons donc rencontrer [02] :

- Les fluides dont la phase continue est de l'eau.
- Les fluides dont la phase continue est de l'huile.
- Les fluides, à base d'eau ou d'huile, dont les caractéristiques sont optimisées pour ne pas endommager le réservoir (pays zone).

### I.5.1. Boues à base d'eau douce

L'eau douce dans les fluides de forage est une eau contenant moins de 10 g/l d'électrolytes. Cette définition n'a donc aucun rapport avec la potabilité de cette eau.

#### **I.5.1.1. Boue de forage naturelle**

○ **Définition:**

Ce fluide naturel est un fluide contenant essentiellement de l'eau et des argiles.

○ **Propriétés :**

C'est un fluide économique mais de qualité médiocre. La seule caractéristique contrôlée sera la densité pour limiter les problèmes de pertes.

○ **Utilisation :**

Ce fluide ne convient que dans des cas particuliers à savoir :

- Conditions de travail faciles et exigences peu sévères.
- Forages peu profonds dans des secteurs connus (généralement phase 36 et 26 pouces).
- Forage de la première phase en mer avant descente du riser.

#### **I.5.1.2-Boues bentoniques**

Afin de clarifier ce paragraphe nous le scindons en :

- a. Boue Bentonique sans amincissant :** C'est une suspension de bentonite ou d'argile activée dans de l'eau. Cette boue peut être utilisée comme fluide de début de sondage et transformée progressivement en boue naturelle.
- b. Boue Bentonique avec Amincissants Minéraux :** Ce titre de boue est en fait l'évolution d'une boue bentonitique devant être utilisée dans des formations nécessitant le contrôle des caractéristiques d'écoulement mais dont l'utilisation sera limitée à une profondeur maximum de 2 000 mètres environ.
- c. Boue Bentonique avec extraits tannants :** De nombreux tanins peuvent être utilisés mais le plus efficace et le plus employé est le Quebracho. Cette boue bentonitique améliorée demeure un fluide simple permettant une utilisation jusqu'à 3000 m (120°C).
- d. Boue Bentonique avec dérivés de la lignine et du lignite :** Les dérivés ligneux les plus utilisés actuellement sont les ligno-sulfonates de ferrochrome, les lignosulfonates de fer (sans chrome) et les lignites chromés, appelés couramment F.C.L., F.L. et L.C.

Les boues douces bentonitiques au FCL ou FL peuvent se définir comme des suspensions bentonitiques dont l'état colloïdal sont améliorées et protégé par un lignosulfonate. Eventuellement, la protection de cet état colloïdal peut être renforcée par un colloïde organique (en général la C.M.C.) et/ou un lignite chromé (si la présence de chrome n'est pas interdite). Le pH de ces boues est en général contrôlé à la soude entre 9 et 10,5 (Pf = 0,1 à 0,8).

- e. **Boue douces au F.C.L. et L.C :** Ce sont des boues au F.C.L. auxquelles on ajoute un lignite chromé afin de renforcer l'action du F.C.L. La présence du L.C. confère à la boue une meilleure stabilité des caractéristiques de filtration, particulièrement aux températures élevées (200°C). La technologie des boues douces au F.C.L. et L.C. est identique à celle des boues douces au F.C.L. la seule différence réside dans l'adjonction de 10 à 20 kg de L.C. par m<sup>3</sup> de boue.

#### **I.5.1.3 Boues Calciques**

Les deux types de boues calciques les plus utilisées sont :

- Les boues à la chaux.
- Les boues au gypse.

#### **I.5.1.4 Fluides à faible teneur en solides**

Comme nous le verrons la vitesse d'avancement des outils de forage est fortement affectée par la teneur en solides. Aussi depuis quelques années, lorsque la tenue des formations le permet, les boues à faible teneur en solides ou l'eau sont utilisées.

- a. Forage à l'eau claire.
- b. Boue douce à faible teneur en solides.
- c. Boue au bio polymère.
- d. Boue au polymère naturel.

#### **I.5.1.5 Boues à base d'eau salée**

Dans ce paragraphe nous trouvons les fluides contenant :

- Un fluide de base.
- Des colloïdes minéraux.
- Des colloïdes organiques.

### **I.5.2 Boues à l'eau émulsionnées**

On appelle émulsion une dispersion fine d'un liquide dans un autre liquide, ces deux liquides n'étant évidemment pas miscibles. L'eau et les hydrocarbures liquides sont les exemples types dans le domaine des boues de forage mais il existe également d'autres couples de liquides non miscibles.

En boues de forage, on connaît deux types d'émulsions suivant la nature du liquide dispersé, ces deux types sont :

- Emulsion eau dans l'huile. Lorsque l'eau forme la phase dispersée, l'huile formant la phase continue.
- Emulsion huile dans eau, lorsque l'huile est la phase dispersée, l'eau étant la phase continue.

### **I.5.3 Boues à base d'huile**

Nous distinguons deux catégories :

a. Les boues à l'huile : Nous classons dans cette catégorie les fluides de forage ou de complétion constitués d'une phase continue huileuse et d'une phase dispersée aqueuse, représentant quelques pour cent en volume seulement. Cela par opposition aux boues à émulsion inverse qui elles, peuvent avoir une phase aqueuse dispersée dépassant 50 % en volume.

b. Les boues émulsionnées inverses (eau dans huile) : Ce type de boues du fait que le filtrat est composé exclusivement d'huile, présente tous les avantages des boues à l'huile et permet de pallier certains inconvénients de ces dernières :

- Sensibilité à l'eau.
- Risque d'incendie.
- Manipulation salissante.
- Prix de revient au m<sup>3</sup> élevé.



## **I.5.4 Fluides spéciaux**

### **I.5.4.1 Forage à l'air**

Depuis quelques années cette technique s'est développée et a notamment été mise en œuvre sur certains puits en Algérie, France, Espagne et Iran.

A l'origine le fluide en circulation est uniquement un gaz, généralement de l'air, parfois un gaz naturel produit sur le champ à développer.

### **I.5.4.2 Forage à la mousse**

Lorsqu'un débit d'eau supérieur à 500 litres/heure se manifeste dans le puits, le forage à l'air sec devient impossible. Il faut faire appel au forage à la mousse. Cette mousse est obtenue en combinant une injection d'air, de boue et d'un agent moussant.

### **I.5.4.3 Forage à la boue aérée**

Lorsque le forage à l'air s'avère impossible et que des niveaux à pertes importantes ou des réservoirs à faible pression doivent être forés, il est possible d'utiliser une boue à base d'eau aérée.

Cette pratique permet de conserver une partie des avantages du forage à l'air tels que vitesse d'avancement et faible usure des outils tout en permettant de contrôler les venues. La boue et l'air sont refoulés dans le circuit classique de surface et mélangés dans le rapport d'environ 3 à 5 volumes d'air pour un volume de boue.

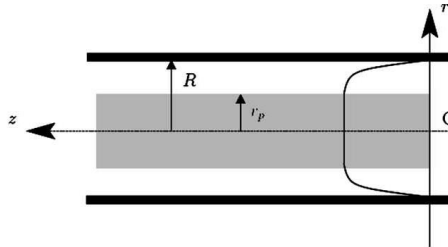
## **I.5.5 Boues de complétion et de packer**

Ces boues sont étudiées en fonction de la nature des réservoirs et des techniques de production adoptées.

Le domaine de la complétion fait appel à des boues n'affectant pas la géométrie du sondage au droit et à proximité des horizons producteurs et n'altérant pas les possibilités du réservoir. Les boues de packer sont des boues dont les qualités sont sensiblement différentes de celles exigées pour le forage. Ce sont des fluides destinés à séjourner jusqu'à plusieurs années dans un espace annulaire.

Son premier rôle est de maintenir au-dessus du bouchon de ciment ou de paker une pression hydrostatique suffisante pour empêcher toute venue de fluide en cas de fluide au paker ou à la cimentation.

## I.6. Synthèse Bibliographique

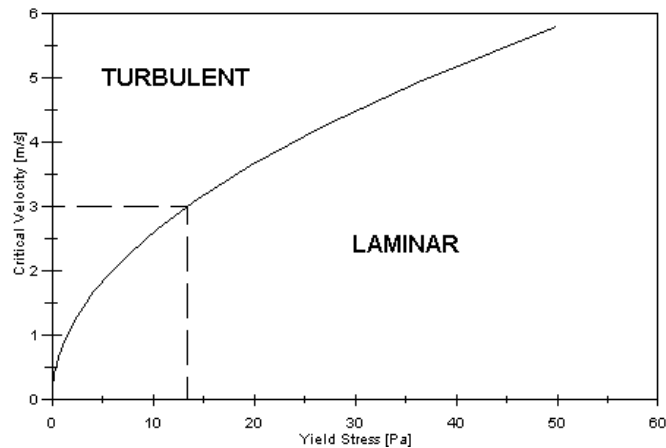


\*J. Peixinhoa et al. [03], ont étudié expérimentalement des fluides non-newtonien qui sont des solutions de : Carbopol (fluide réofluidifiant à seuil), CMC (fluide réofluidifiant sans seuil) et une solution de fluide newtonien, en écoulement dans une conduite cylindrique. Les auteurs ont présenté leur résultats sous forme d'évolution de coefficient de frottement et d'évolution de profils de vitesse dans la conduite dans les différents régimes d'écoulements (laminaire, transitoire et turbulent), les résultats expérimentaux ont été confrontés aux solutions analytiques.

\*M.P. Escudier et al. [04] ont rapporté dans leurs travaux des mesures expérimentales d'un écoulement de fluide non-newtonien à seuil dans une conduite cylindrique. Les auteurs se sont intéressés à la transition de l'écoulement du régime laminaire au régime turbulent. Les résultats sont présentés sous forme d'évolution des profils de vitesse.

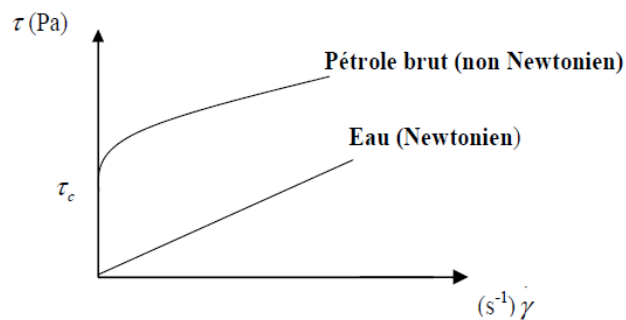
\*M.P. Escudier et al. [05] ont étudié expérimentalement l'écoulement d'un fluide thixotrope dans une conduite cylindrique, ils ont étudié une solution aqueuse de la pointe. Les auteurs ont présenté leurs résultats sous forme d'évolution de profil de vitesse dans la conduite en régime laminaire et turbulent.

\*P.T. Slatter [06] a étudié expérimentalement l'effet de l'augmentation de la contrainte visqueuse non-newtonien (particulièrement la limite d'élasticité) d'un fluide de forage. L'auteur a étudié la relation entre la rhéologie des boues et le régime d'écoulement, il a présenté la relation entre la vitesse critique et la limite d'élasticité.

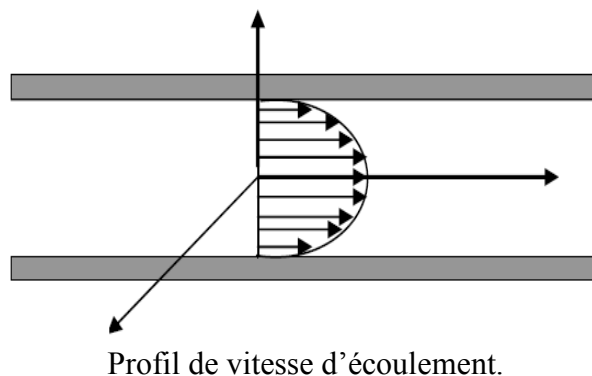


Relation entre la vitesse critique et la limite d'élasticité.

\*Meriem Benziane Madjid et al. [07] ont étudié les effets de la concentration des particules solides sur la suspension du pétrole brut pour différentes valeurs de taux de cisaillement puis identifié par des modèles rhéologiques et enfin, modéliser le comportement rhéologique du pétrole brut. L'auteur a validé ses résultats afin de confirmer les propriétés non- newtoniennes du pétrole brut.



Comportement rhéologique du pétrole brut et d'eau.

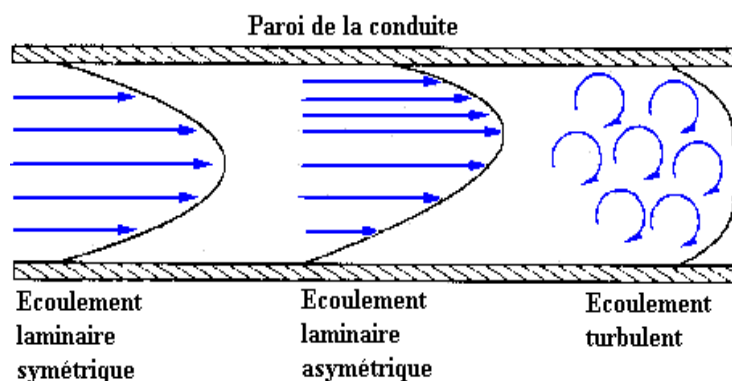


\*BESQ Antony et al. [08] ont présenté les résultats d'études menées sur différents fluides de forage, regroupés sous la même appellation « bentonite », leur projet s'intéresse d'une part aux effets de la régénération par apport de boue neuve dans la boue contaminée par les débris d'excavation et d'autre part à l'évaluation des conditions d'écoulement en canalisations à partir de mesures rhéométriques.

\*Reinhardt Kotzé et al. [09] a étudié le comportement rhéologique des fluides non-newtoniens, à forte concentration et non transparents par plusieurs méthodes, il a utilisé comme modèles de liquides non-newtoniens des solutions de Kaolin, bentonite, CMC et d'eau, cette recherche consistait à évaluer les capacités de la technique PVU-DP (Profilage à vitesse ultrasonique-différence de pression) pour la caractérisation rhéologique de différentes concentrations de liquides non-transparents et non-newtoniens.

\*P. Corvisier et al. [10] ont étudié expérimentalement l'interaction entre les modifications de la structure interne d'un fluide thixotrope et le développement de l'écoulement le long d'une conduite cylindrique. Les résultats ont été présentés sous forme d'évolution des profils de vitesse et du débit dans la conduite.

\*M. Rudman et al. [11] ont rapporté dans leurs travaux des résultats expérimentaux et numériques d'un écoulement de fluide non-newtonien dans le régime turbulent et transitoire. Ils ont déduit des écarts entre les résultats expérimentaux et numériques dus à la variation de loi de comportement.



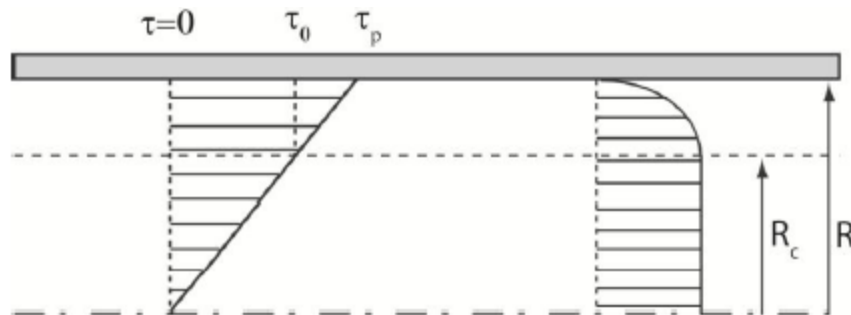
Notre problème consiste d'étudier le comportement d'un fluide Non-newtonien (a seuil) en écoulement dans une conduite cylindrique en régime laminaire pour cela on a choisi le modèle d'Herschel- Bulkley, ainsi on va voir le comportement d'un fluide newtonien comme référence.

## II.1 Ecoulement d'un fluide non newtonien (fluide d'Herschel-Bulkley)

### II.1.1 Distribution des vitesses

#### II.1.1.1 Régime laminaire

Il existe de nombreux modèles rhéologiques pour décrire le comportement non-Newtoniens des fluides en écoulement. Le modèle Herschel-Bulkley est largement utilisé pour reproduire le comportement et les pertes de charge en régime laminaire d'une large gamme de fluides différents. Les fluides de Herschel-Bulkley ont la particularité comme pour tous les fluides à contrainte seuil de pouvoir décomposer leur profils de vitesse en deux zones distinctes : une zone proche de la paroi où le fluide est cisailé et une zone centrale où le fluide non cisailé s'écoule en bloc sous la forme d'un piston isovitesse (Figure II.6). Le rayon critique  $R_c$  délimite les deux zones.



**Figure (II.1) :** Configuration de l'écoulement d'un fluide d'Herschel-Bulkley en conduite cylindrique en régime laminaire.

Le fluide est incompressible.

Les composantes du vecteur vitesse en coordonnées cylindrique sont désignées par  $v_r$   $v_\theta$   $v_z$  :

L'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0 \quad \text{II.1}$$

Les équations de Navier Stokes s'écrivent:

$$\rho \left( \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rr}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \tau_{\theta r} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zr} - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} \right] - \frac{\partial P}{\partial r} + \rho g_r \quad \text{II.2}$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) = \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \tau_{\theta\theta} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{z\theta} + \frac{\tau_{\theta r} - \tau_{r\theta}}{r} \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \rho g_\theta \quad \text{II.3}$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \tau_{\theta z} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{zz} \right] - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z \quad \text{II.4}$$

Dans le cas du mouvement permanent  $\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial t} = 0$  avec  $\rho = cte$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{II.1} \rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (v_z) = 0 \quad \text{II.1a}$$

En régime établi :

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{\partial}{\partial \theta} (v_\theta) = 0 \quad \text{II.1b}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{\partial}{\partial \theta} (v_\theta) = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) = -\frac{\partial}{\partial \theta} (v_\theta) = 0 \quad \text{II.1c}$$

$$\Rightarrow v_r = 0 \quad r = R \Rightarrow v_r = v_R = 0$$

Le mouvement étant supposé permanent et à symétrie de révolution  $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$

Les équations de Navier Stocke du fluide deviennent:

$$\left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) \right] - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z = 0 \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) = \frac{\partial P^*}{\partial z}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r \tau}{\partial r} = \frac{\partial P^*}{\partial x} = cte \quad \text{II.5}$$

La loi rhéologique d'Herschel Bulkley est:

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = 0 & \text{si } \tau < \tau_0 \\ \tau = \tau_0 + K \dot{\gamma}^n & \text{si } \tau > \tau_0 \end{cases} \quad \text{II.5}$$

Avec  $\dot{\gamma} = -\frac{\partial v_z}{\partial r}$  la vitesse de cisaillement.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r \tau_{rz}}{\partial r} = \frac{\partial P^*}{\partial z} = cte \quad \Leftrightarrow \quad \tau_{rz} = \frac{r}{2} \frac{\partial p^*}{\partial z} + \frac{A}{r} \quad \text{II.6}$$

Pour  $r = 0$ ,  $\tau$  doit avoir une valeur finie ce qui implique  $A = 0$  et  $\tau = 0$

Donc:

$$\tau_{rz} = \frac{r}{2} \frac{\partial p^*}{\partial z} \quad \text{II.7}$$

$$\tau = \frac{r}{2} \frac{\partial p^*}{\partial z} = \tau_0 + k \dot{\gamma}^n \quad \Leftrightarrow \quad \dot{\gamma} = -\frac{\partial v_z}{\partial r} = \frac{1}{k^{\frac{1}{n}}} \left( \frac{r}{2} \frac{\partial p^*}{\partial z} - \tau_0 \right)^{\frac{1}{n}} \quad \text{II.8}$$

Après intégration:

$$v_z(r) = \frac{nR}{n+1} \left( \frac{\tau_p}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \left( 1 - \frac{\tau_0}{\tau_p} \right)^{\frac{n+1}{n}} - \left( \frac{r}{R} - \frac{\tau_0}{\tau_p} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right) \quad \text{II.9}$$

Le débit  $Q_v$  est donné par :

$$Q_v = \pi R^2 U_d = \int_0^R v_z(r) 2\pi r dr \quad \text{II.10}$$

avec  $U_d$  vitesse débitante.

Le profil de vitesse d'un fluide Herschel Bulkley est donnée par :

$$\begin{cases} v_z = \frac{nR}{n+1} \left( \frac{\tau_p}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \left( 1 - \frac{\tau_0}{\tau_p} \right)^{\frac{n+1}{n}} - \left( \frac{r}{R} - \frac{\tau_0}{\tau_p} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right) & \text{si } \tau > \tau_0 \\ v_c = \frac{nr}{n+1} \left( \frac{\tau_p}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \left( 1 - \frac{\tau_c}{\tau_p} \right)^{\frac{n+1}{n}} & \text{si } \tau < \tau_0 \end{cases} \quad \text{II.11}$$

### II.1.2 Nombre de Reynolds d'un fluide non-newtonien

Pour les fluides rhéofluidifiants, le nombre de Reynolds est donné par la relation suivante :

$$R_{e'} = \frac{D^{n'} \cdot U^{2-n'} \cdot \rho}{K' \cdot 8^{n'-1}} \quad (\text{I.13})$$

Dans le cas d'un fluide ayant un comportement en loi de puissance, la consistance  $k'$  et l'indice d'écoulement  $n'$  sont liés aux paramètres de la loi de comportement  $k$  et  $n$  :

$$n' = n$$

$$K' = K \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^n$$

### II.1.3 Coefficient de frottement d'un fluide non newtonien

#### II.1.3.1 Régime laminaire

Le coefficient de frottement de Fanning est donné par:

$$f = \frac{2 \cdot \tau_p}{\rho \cdot U_d^2} \quad (\text{I.14})$$

Ou  $\tau_p$  présente la contrainte pariétale du fluide dans la conduite.

A faibles nombres de Reynolds pour lesquels le régime est laminaire le coefficient de frottement tant pour les fluides non-Newtonien est donné par :

$$f = \frac{16}{Re'} \quad (\text{I.15})$$



## II.2 cas particulier d'un fluide newtonien :

Nous pouvons retrouver le cas newtonien comme cas particulier du modèle de Herschel-Bulkley en prenant comme paramètres du modèle :

- L'indice d'écoulement  $n = 1$  ;
- L'indice de consistance  $k = \mu$  (viscosité du fluide newtonien)
- La contrainte seuil  $\tau_0 = 0$

### II.2.1 Nombre de Reynolds d'un fluide newtonien

La turbulence, propriété de l'écoulement et non du fluide, est caractérisée par un nombre adimensionnel, le nombre de Reynolds, qui rend compte du rapport entre forces d'inertie et forces de viscosité.

$$Re = \frac{u_d D}{\nu} \quad (I.16)$$

Avec :  $u_d$  la vitesse débitante du fluide (m/s).

$D$  diamètre de la conduite (m).

$\nu$  la viscosité cinématique du fluide ( $m^2/s$ ).

On définit généralement, pour un fluide Newtonien, un nombre de Reynolds critique ( $=2000$ ) au-delà duquel l'écoulement est turbulent.

### II.2.2 Coefficient de frottements d'un fluide newtonien

#### II.2.2.1 Régime laminaire

La formule de Poiseuille est utilisée pour évaluer le coefficient de frottement en écoulement laminaire :

$$f = \frac{16}{Re} \quad (I.17)$$

$f$  est le coefficient de frottement,  $Re$  est le nombre de Reynolds.

## II.3 Conditions aux limites

Notre écoulement est délimité par des parois imperméables et le fluide d'essai est visqueux, ce qui nous conduit à une condition aux limites de non glissement ( $u=0$ ) sur les parois.

A partir des régimes d'écoulement et des paramètres que nous voulons approcher, nous avons déduit les vitesses de l'écoulement qui seront imposées à l'entrée puisque le fluide est incompressible.

La condition aux limites imposée à la sortie est la pression atmosphérique, avec une condition de vitesse imposée à l'entrée de la conduite.

Pour notre étude on a utilisé un fluide qui a une viscosité dynamique  $\mu=0.01 \text{ (kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1})$ .

### II.4 Conclusion

De ce chapitre nous avons maintenant su cerner les outils mathématiques et physiques nécessaire et susceptible de nous conduire vers la compréhension et l'étude des suspensions de fluides non-Newtoniens dans une conduite cylindrique.

## III.1 Introduction

Les écoulements de fluide, que ce soit différents régime laminaire ou turbulent, sont décrits par le système d'équation aux dérivées partielles (E.D.P). Ainsi, tous les phénomènes physiques sont régis par ce système formé par les équations de continuité, de quantité de mouvement qu'il convient de résoudre pour connaître les caractéristiques du champ d'écoulement. Malheureusement, il est pratiquement impossible de trouvé une solution analytique exacte.

La méthode des volumes finis, est celle que nous allons décrire simplement ici le principe général, vu que le code de calcul utilisé pour la résolution de ces équations utilise cette méthode.

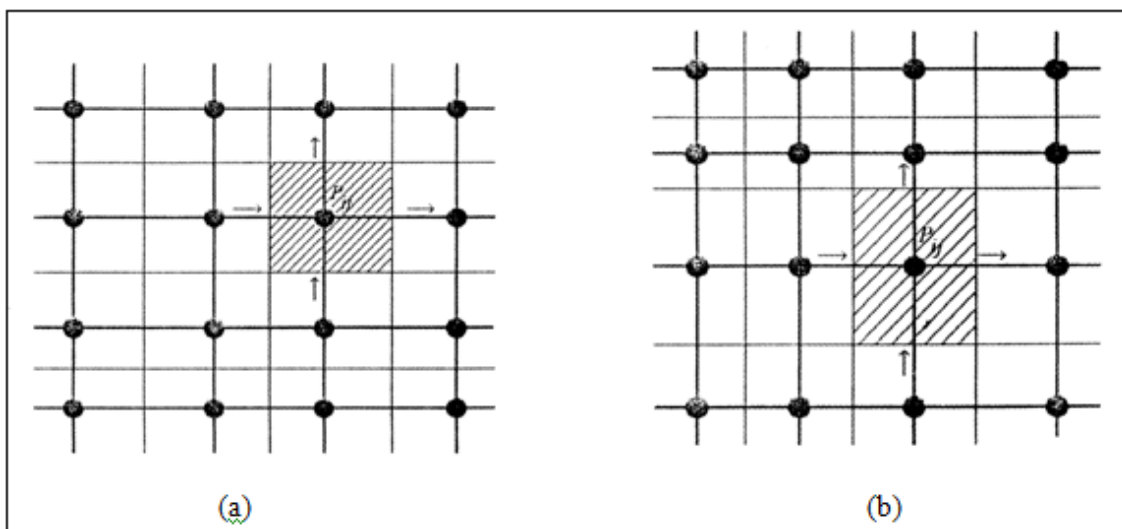
## III.2 Principe de la méthode des volumes finis

Dans son ensemble, la méthode des volumes finis consiste à définir à l'intérieur du domaine de calcul une grille de points appelés nœuds. Chaque nœud se trouve entouré par un volume élémentaire sur lequel les équations aux dérivés partielles sont intégrées.

Il existe deux méthodes pratiques pour placer le réseau de points ou maillage et leurs volumes de contrôle associés:

- la première consiste à définir d'abord la grille de points, puis placer les faces des volumes à mi-distance de deux nœuds consécutifs (figure III.1a).
- dans la deuxième, on commence par la définition des volumes de contrôle, puis on place les nœuds associés aux centres des volumes (figure III.1b).

**Remarque :** ces deux pratiques sont identiques dans le cas d'un maillage uniforme.



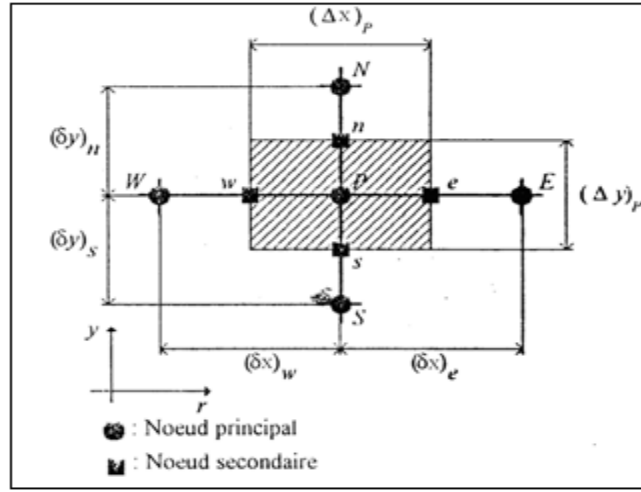
**Figure (III.1) :** maillage et volumes de contrôles.

### III.3 Discrétisation

Pour illustrer la méthode des volumes finis, nous allons l'appliquer pour le cas d'une équation de conservation sous sa forme la plus générale suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + S_\phi \quad (\text{III.1})$$

Pour obtenir les équations discrètes aux nœuds l'équation (III.1) est intégrée sur le volume de contrôle figure (III.2) et sur le temps.



**Figure (III.2) :** Volume de contrôle à travers lequel se fait l'intégration.

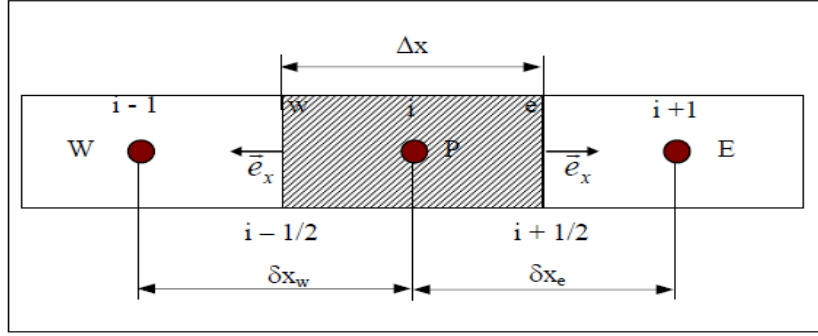
$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) dV + \int_V \left[ \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) \right] dV = \int_V \left[ \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) \right] dV + \int_V S_\phi dV \quad (\text{III.2})$$

Pour chaque nœud la variable  $\phi$  est écrite en fonction des nœuds adjacents, d'où on obtient un système algébrique linéaire à résoudre. Pour former le système d'équations linéaires liant entre elle les valeurs de  $\phi$  aux nœuds P, E, W, S, N, il faut faire le choix d'un schéma d'approximation de la quantité  $\phi$  entres ces nœuds.

#### III.3.1 Différents schéma de discrétisation spatiale

Pour la clarté de l'exposé, nous nous ramenons à l'équation de convection-diffusion monodimensionnelle stationnaire:

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx}\left(\Gamma \frac{d\phi}{dx}\right) \quad (\text{III.3})$$



**Figure (III.3) :** Volume de contrôle dans le cas à une dimension

L'intégration de l'équation de convection diffusion sur le volume de contrôle centré en P donne, avec les notations de la figure III.3 :

$$(\rho u \phi)_e - (\rho u \phi)_w = \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right)_w \quad (\text{III.4})$$

On voit intervenir les valeurs de la variable  $\phi$  sur les faces du volume de contrôle. Il est nécessaire d'avoir recours à une méthode d'interpolation pour se ramener à une équation où seule la valeur de la variable  $\phi$  au centre du volume de contrôle intervient. Il existe différents schémas d'interpolation, de précision variable.

### III.3.1.1 Schéma aux différences centrées (CDS)

Ce schéma fait l'hypothèse d'une variation linéaire de  $\phi$  d'un nœud à son voisin immédiat. En supposant que les interfaces des volumes de contrôle sont à mi-distance entre les nœuds, on peut alors écrire :

$$\begin{cases} \phi_e = \frac{(\phi_P + \phi_E)}{2} \\ \phi_w = \frac{(\phi_P + \phi_W)}{2} \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

$$\begin{cases} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_e = \Gamma_e \frac{\phi_P - \phi_E}{\Delta x_e} \\ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_w = \Gamma_w \frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta x_w} \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

Ce qui donne finalement :

$$\left[ \frac{(\rho u)_e - (\rho u)_w}{2} + \frac{\Gamma_e}{\Delta x_e} + \frac{\Gamma_w}{\Delta x_w} \right] \phi_P = \left( \frac{\Gamma_e}{\Delta x_e} - \frac{(\rho u)_e}{2} \right) \phi_E + \left( \frac{\Gamma_w}{\Delta x_w} + \frac{(\rho u)_w}{2} \right) \phi_W \quad (\text{III.7})$$

On montre (PATANKAR) [21], que la validité de ce schéma est limitée aux bas nombres de Reynolds, sinon il peut conduire à une représentation de  $\phi$  très irréaliste (pouvant par exemple se traduire par une valeur de  $\phi_P$  non bornée par  $\phi_E$  et  $\phi_W$ ).

### III.3.1.2 Schéma Upwind (UPS)

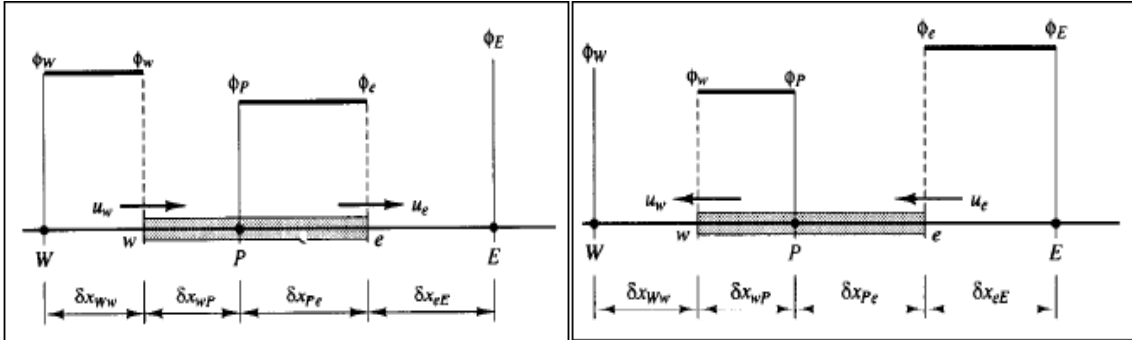
Ce schéma tient compte du sens de l'écoulement,  $\phi_P$  prenant la valeur de  $\phi$  au nœud situé en amont. Si on note  $F_e$  le produit  $(\rho u)_e$  et  $F_w$  le produit  $(\rho u)_w$ , alors on aura :

Dans le cas où le flux est dans la direction positive:

$$\begin{aligned} F_w > 0 \quad (u_w > 0) \\ F_e > 0 \quad (u_e > 0) \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \phi_w = \phi_W \\ \phi_e = \phi_P \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

Dans le cas où le flux est dans la direction négative:

$$\begin{aligned} F_w < 0 \quad (u_w < 0) \\ F_e < 0 \quad (u_e < 0) \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \phi_w = \phi_P \\ \phi_e = \phi_E \end{cases} \quad (\text{III.9})$$



**Figure (III.4) :** à gauche :  $F_w > 0$  et  $F_e > 0$ , à droite :  $F_w < 0$  et  $F_e < 0$ .

### III.3.1.3 Solution exact

Soit les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \phi(x=0) = \phi_0 \\ \phi(x=L) = \phi_L \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

Si  $\Gamma$  est constant, l'équation de convection diffusion a une solution exacte, donnée sur le domaine  $[0, L]$  par :

$$\frac{\phi(x) - \phi(0)}{\phi(L) - \phi(0)} = \frac{\exp\left(\text{Pe} \frac{x}{L}\right) - 1}{\exp(\text{Pe}) - 1} \quad (\text{III.11})$$

Où  $\text{Pe}$ , est un nombre de Peclet, donné par :  $\text{Pe} = \frac{\rho u L}{\Gamma}$

Le résultat de cette interpolation dépend donc de la nature de l'écoulement caractérisée par le nombre de Peclet qui caractérise le rapport de la convection à la conduction, on peut donc représenter les variations de  $\phi(x)$  pour différentes valeurs de  $\text{Pe}$ .

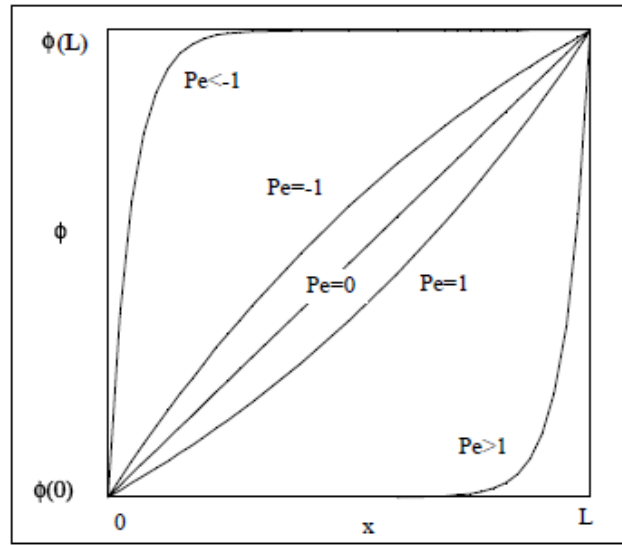


Figure (III.5) : variation de  $\phi$  dans le domaine  $[0, L]$ .

- Pour les valeurs  $|\text{Pe}|$  élevé (convection fortement dominante), l'interpolation se fait en adoptant la valeur de la cellule amont  $\phi_0$ , ou aval  $\phi_L$  (selon que  $\text{Pe} > 1$  ou  $\text{Pe} < -1$ ).
- Pour  $\text{Pe} = 0$ , pas de terme convectif c'est-à-dire pure diffusion.
- Si la diffusion est fortement dominante ( $\text{Pe}$  faible), on utilise l'équation III.9.

#### III.3.1.4 Schéma exponentiel

Si on note  $J$  le flux total de convection et de diffusion :  $J = \rho u \phi - \Gamma \frac{d\phi}{dx}$  (III.12)

On a alors :  $dJ/dx = 0$  (III.13)

Ce qui intégré sur le volume de contrôle centré en  $P$  donne :

$$J_e - J_w = 0 \quad (\text{III.14})$$

Si on applique la solution exacte de l'équation de convection diffusion entre E et P d'une part, et entre W et P d'autre part, on aboutit à :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W \quad (\text{III.15})$$

Avec :

$$\left| \begin{array}{l} a_E = \frac{F_e}{\exp\left(\frac{F_e}{D_e}\right) - 1} \\ a_W = \frac{F_w \exp\left(\frac{F_w}{D_w}\right)}{\exp\left(\frac{F_w}{D_w}\right) - 1} \\ a_P = a_E + a_P + (F_e - F_w) \end{array} \right. \quad (\text{III.16})$$

Où  $D_e = \frac{\Gamma_e}{\Delta x_e}, \quad D_w = \frac{\Gamma_w}{\Delta x_w}$

Ce schéma paraît approprié mais n'est pas assez utilisé car les exponentielle sont coûteuses à calculer.

### III.3.1.5 Schema hybrid (HDS: hybrid differencing scheme)

Il s'agit d'une version approchée du schéma exponentiel, faisant l'objet d'une approximation linéaire, ainsi pour le coefficient  $a_E$  on a:

$$\frac{a_e}{D_e} = \frac{\frac{F_e}{D_e}}{\exp\left(\frac{F_e}{D_e}\right) - 1} = \frac{P_e}{\exp(P_e) - 1} \quad (\text{III.17})$$

$$\left| \begin{array}{ll} Pe_e < -2, & \frac{a_E}{D_E} = -Pe_e \\ -2 < Pe_e < 2, & \frac{a_E}{D_E} = 1 - \frac{Pe_e}{2} \\ Pe_e > 2, & \frac{a_E}{D_E} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{III.18})$$

Ceci revient en fait à une combinaison des deux schémas aux différences centrées et Upwind.



### III.3.2 Schéma de discrétisation temporel (régime instationnaire)

Pour décrire les phénomènes transitoires, une discrétisation temporelle est réalisée, en plus de la discrétisation spatiale. Elle est caractérisée par le pas de temps  $\Delta t$ . La discrétisation temporelle implique l'intégration des équations différentielles sur le pas de temps  $\Delta t$ .

$$\int_t^{t+\Delta t} \left( \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x} \right) = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} + S_\phi \right) \quad (\text{III.19})$$

L'intégration du terme d'accumulation de  $\phi$  ne pose pas de problème :

$$\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} = (\rho\phi)_{t+\Delta t} - (\rho\phi)_t \quad (\text{III.20})$$

Pour les autres, l'intégration est moins directe. Une formulation générale étant pour une fonction  $b$  quelconque :

$$\int_t^{t+\Delta t} b_t dt = f b_{t+\Delta t} + (1-f)b_t \quad (\text{III.21})$$

Où  $f$  est un coefficient compris entre 0 et 1. Une valeur de  $f$  nulle, donne un schéma explicite, une valeur de 1 donne un schéma implicite.

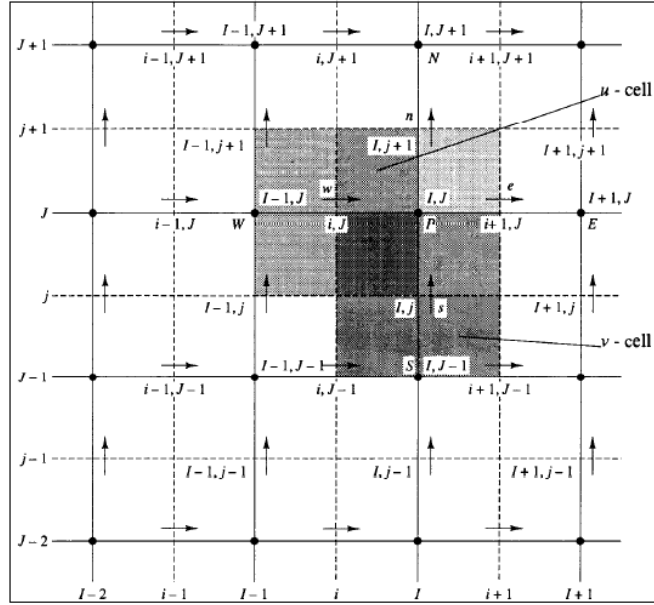
Après discrétisation de l'équation (III.2), nous obtenons l'équation suivante :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (\text{III.22})$$

### III.3.3 Grille décalée

La méthode des volumes finis commence avec la discrétisation du domaine étudié et des équations de transport, ceci dit il semble logique de définir les variables  $u$  et  $v$  aux mêmes nœuds que les variables scalaires telles que  $P$  et  $T$ , cependant si les pressions et les vitesses sont définies sur une même grille de calcul, on aboutira à une solution non réaliste.

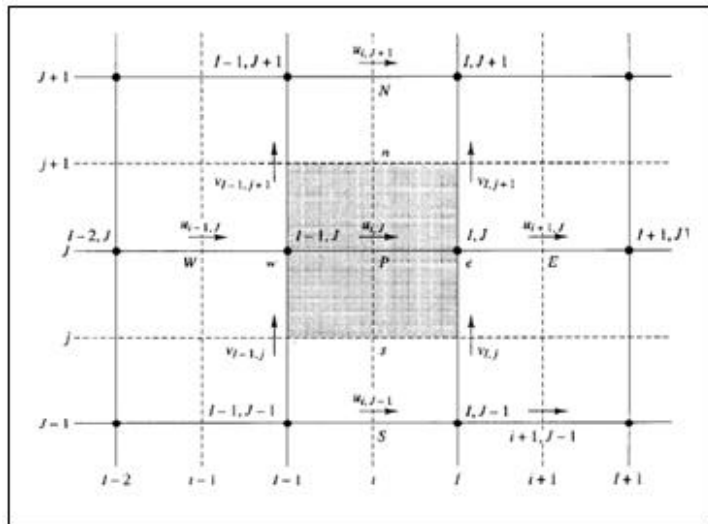
Pour remédier à ce problème, on doit employer une grille de maillage décalée pour les composantes de vitesse (Harlow and Welch 1965) [22]. L'idée est de calculer les variables scalaires sur des volumes de contrôles de la grille principale, puis évaluer le champ de vitesse dont les nœuds sont localisés sur les faces des volumes de contrôles principaux.



**Figure (III.6):** Illustration d'une grille décalée pour le champ de vitesse.

L'intégration des deux équations de quantité de mouvement dans le nouveau système d'axes pour u et v entraîne le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} a_{i,j} u_{i,j} = \sum a_{nb} u_{nb} + (p_{I-1,j} - p_{I,j}) A_{i,j} + b_{i,j} \\ a_{I,j} v_{I,j} = \sum a_{nb} v_{nb} + (p_{I,j-1} - p_{I,j}) A_{I,j} + b_{I,j} \end{cases} \quad (\text{III.23})$$



**Figure (III.7) :** Volume de contrôle correspondant à u.

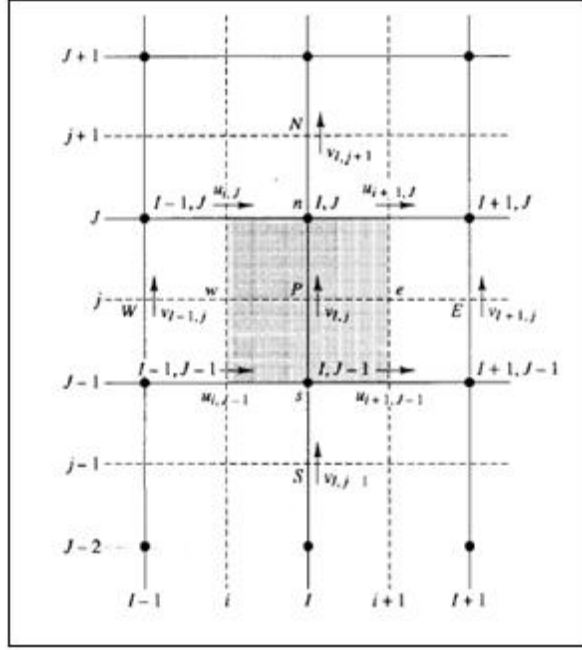


Figure (III.8) : Volume de contrôle correspondant à  $v$ .

Si le champ de pression est connu, les équations de quantités de mouvement peuvent être écrites pour chaque volume de contrôle de  $u$  et  $v$ , puis résolues pour obtenir le champ de vitesse. Si le champ de pression est correct le champ de vitesse résultant satisfera l'équation de continuité. Dans le cas où ce champ est inconnu, l'établissement d'une équation de pression est nécessaire.

### III.3.3.1 Algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation)

Le principe est de partir d'un champ de pression  $p^*$ , qui, par le biais des équations de conservation de la quantité de mouvement, conduit à un champ de vitesse  $u^*$ . Des corrections successives sont ensuite apportées à l'un et à l'autre de façon à se rapprocher petit à petit d'une solution qui satisfasse de mieux en mieux l'équation de continuité.

Les étapes de cet algorithme sont présentées dans ce qui suit :

1. Estimer un champ de pression  $p^*$ , et résoudre les équations de quantité de mouvement pour obtenir  $u^*$ ,  $v^*$  :

$$\begin{cases} a_{i,j} u_{i,j}^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + (p_{I-1,J}^* - p_{I,J}^*) A_{i,j} + b_{i,j} \\ a_{I,j} v_{I,j}^* = \sum a_{nb} v_{nb}^* + (p_{I,J-1}^* - p_{I,J}^*) A_{I,j} + b_{I,j} \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

2. Introduire le champ de correction des pressions :

$$p = p^* + p' \quad (\text{III.25})$$

3. Définir le champ de vitesse correct :

$$\begin{cases} \mathbf{u} = \mathbf{u}^* + \mathbf{u}' \\ \mathbf{v} = \mathbf{v}^* + \mathbf{v}' \end{cases} \quad (\text{III.26})$$

4. Soustraire le système d'équation de :

$$\begin{cases} a_{i,j} u'_{i,j} = \sum a_{nb} u'_{nb} + (p'_{I-1,j} - p'_{I,j}) A_{i,j} \\ a_{i,j} v'_{i,j} = \sum a_{nb} v'_{nb} + (p'_{I,j-1} - p'_{I,j}) A_{i,j} \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

L'algorithme SIMPLE simplifié, en négligeant les termes  $\sum a_{nb} u'_{nb}$  et  $\sum a_{nb} v'_{nb}$  :

$$\begin{cases} u'_{i,j} = (p'_{I-1,j} - p'_{I,j}) \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}} \\ v'_{i,j} = (p'_{I,j-1} - p'_{I,j}) \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}} \end{cases} \quad (\text{III.28})$$

Le champ des vitesses exact s'écrira :

$$\begin{cases} u_{i,j} = u^*_{i,j} + (p'_{I-1,j} - p'_{I,j}) \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}} \\ v_{i,j} = v^*_{i,j} + (p'_{I,j-1} - p'_{I,j}) \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}} \end{cases} \quad (\text{III.39})$$

De la même manière on aura :

$$\begin{cases} u_{i+1,j} = u^*_{i+1,j} + (p'_{I-1,j} - p'_{I,j}) \frac{A_{i+1,j}}{a_{i+1,j}} \\ v_{i,j+1} = v^*_{i,j+1} + (p'_{I,j-1} - p'_{I,j}) \frac{A_{i,j+1}}{a_{i,j+1}} \end{cases} \quad (\text{III.30})$$

L'équation de continuité discrétisée sur le volume de contrôle ayant pour nœud P situé au point I, J donne :

$$[(\rho u A)_{i+1,j} - (\rho u A)_{i,j}] + [(\rho v A)_{i,j+1} - (\rho v A)_{i,j}] = 0 \quad (\text{III.31})$$

On remplaçant le champ des vitesses exactes dans l'équation discrétisée de continuité, on aura :

$$\begin{aligned} & [(\rho dA)_{i+1,J} + (\rho dA)_{I,j+1} + (\rho dA)_{I,j+1} + (\rho dA)_{I,J}] p'_{I,J} \\ & = (\rho dA)_{i+1,J} p'_{I+1,J} + (\rho dA)_{I,J} p'_{I-1,J} + (\rho dA)_{I,j+1} p'_{I,J+1} + (\rho dA)_{I,j} p'_{I,J-1} \\ & + [(\rho u^* A)_{i,J} - (\rho u^* A)_{i+1,J} + (\rho v^* A)_{I,j} - (\rho v^* A)_{I,j+1}] \end{aligned} \quad (III.32)$$

Après identification des différents paramètres :

$$a_{I,J} p'_{I,J} = a_{I+1,J} p'_{I+1,J} + a_{I-1,J} p'_{I-1,J} + a_{I,J+1} p'_{I,J+1} + a_{I,J-1} p'_{I,J-1} + b_{I,J} \quad (III.33)$$

### III.4 Méthodes de résolution des systèmes d'équations

L'équation (III.32) représente l'équation de continuité discrétisée et réarrangée, avec une correction du champ de pression, en résolvant l'équation, on obtient la correction de pression  $p'$  dans tous les points, qui à son tour est réinjecté dans l'équation III.26 pour l'obtention de la nouvelle pression qui doit donner des vitesses correctes qui vérifieront l'équation de continuité. On recommence jusqu'à satisfaction du critère de la convergence.

Dans ce qui a précédé, nous avons discuté des méthodes de discrétisation des équations régissant les phénomènes de transport. Ce processus engendre un système d'équations algébriques linéaires. La résolution de ce dernier implique l'utilisation de méthodes numériques, cependant il existe deux familles de méthodes de résolution, les méthodes directes et les méthodes itératives. Ces dernières sont basées sur l'application d'un algorithme relativement simple menant à la convergence certaine après un grand nombre d'itérations. Les exemples bien connus sont les méthodes itératives de Jacobi et de Gauss Seidel.

### **III.5 Conclusion**

A travers ce chapitre, nous avons présentée brièvement la méthode des volumes finis, les étapes de discrétisation de modèle mathématique et de résolution des équations algébriques, et quelques schémas de discrétisation.

Une résolution numérique bidimensionnelle des équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et des deux modèles a été mise en œuvre pour simuler l'écoulement d'un fluide à seuil dans une conduite cylindrique. La résolution est effectuée par le logiciel (ANSYS-fluent®) basé sur la méthode des volumes finis.

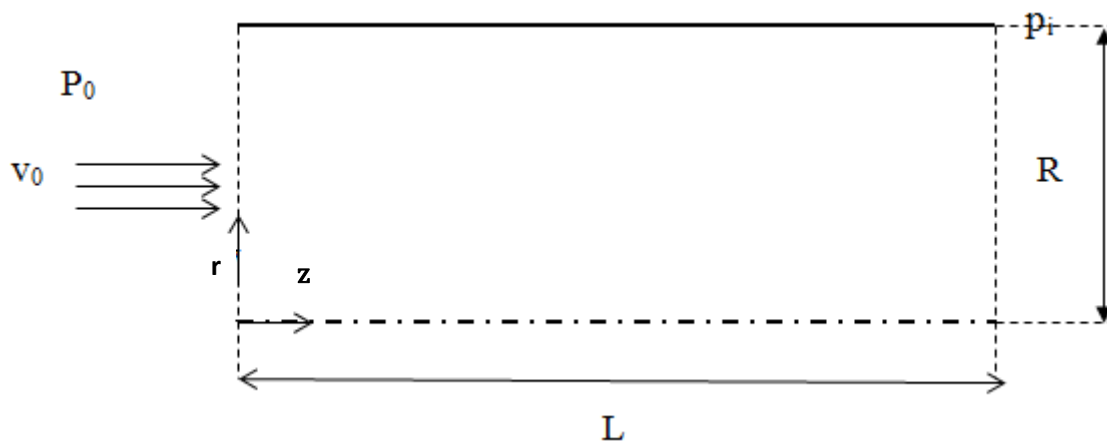
#### IV Résultats et discussion :

Le calcul numérique dans la présente étude a été mené à l'aide du code de calcul commercial « ANSYS-Fluent® », qui utilise la méthode des volumes finis pour la résolution des équations de transport. Le problème a été traité en deux dimensions pour une configuration géométrique du canal. Le poste de travail utilisé pour ces simulations est un PC doté d'un microprocesseur Intel Core i7 avec une fréquence d'horloge de 5.9 et 4 Go de mémoire vive.

##### IV.1 Géométrie de travail :

La conduite cylindrique étudiée est définie par 10m de longueur et 20 mm de diamètre, l'écoulement du fluide considéré est délimité par des parois imperméables, ce qui nous conduit à une condition aux limites de non glissement sur les parois ( $u=0$ ). Avec une condition de vitesse imposée à l'entrée de la conduite. La condition aux limites imposées à la sortie est une pression atmosphérique, figure (IV.1).

On a choisi l'axisymétrie de la conduite pour faciliter les calculs et gagner du temps.



**Figure(IV.1):** Domaine physique.

On donne :

$$R=0.01\text{m}$$

$$L=10\text{m}$$

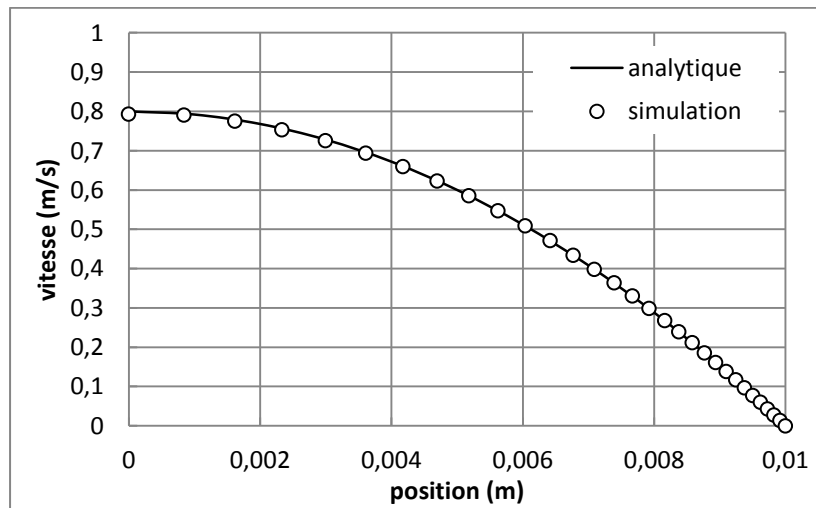
$$P_0=P_i=P_{\text{atm}}$$

### IV.2 Validation du code :

La validation préalable du modèle adopté est nécessaire afin qu'on puisse élaborer des comparaisons justes et objectives des résultats obtenus par nos simulations numériques, avec les autres résultats expérimentaux ou analytiques.

La conduite testée se divise en deux parties, l'entrée et la sortie. La longueur et la largeur sont de 10 m et 0.02 m respectivement. On a choisi l'axisymétrique de la conduite pour faciliter les calculs et gagner du temps.

Les deux courbes (analytique et numérique) de variation de la vitesse sont représentées par la figure (IV.2).



**Figure (IV.2) :** Profil de vitesse d'un fluide newtonien dans une conduite simulé – en cercle vide : profil simulé – en ligne continue : profil analytique.

Sur la figure ci-dessus nous présentons le profil de vitesse simulé d'un fluide newtonien en écoulement dans une conduite cylindrique à vitesse débitante constante (régime laminaire). Nous retrouvons clairement l'allure parabolique du profil de vitesse newtonien. Sur la même figure nous traçons le profil de vitesse obtenu analytiquement.

En conclusion, les résultats de simulation dans le cas d'une conduite cylindrique montrent une bonne concordance avec les résultats analytiques. Ainsi, les résultats de notre étude sont vérifiés.

A travers cette partie, on perçoit mieux les difficultés que l'on peut rencontrer lors de la modélisation numérique d'un problème en mécanique des fluides même très simple, que ce



soit lors de la création géométrie, la génération de maillage, l'implémentation du problème physique sous « ANSYS-Fluent® », le contrôle de la convergence et même la traitement des donnée de la simulation. Par ailleurs, l'analyse des différents paramètres à régler qu'offre le logiciel nous a permis d'adopter la bonne méthode de résolution en passant par des choix judicieux qui ont été systématiquement justifiés.

### IV.2.1 La convergence :

Pour bien simuler notre écoulement à travers la conduite, le maillage doit être conforme à certaines exigences. Ensuite, la modélisation passe par un choix judicieux des différents paramètres du code de calcul. Les bons réglages étant trouvés, on lancera les simulations en imposant une à une les conditions aux limites. A chaque fois, on attendra la convergence de la solution pour pouvoir traiter les résultats. La convergence sous "ANSYS-Fluent® " est principalement surveillée suivant la valeur des résidus des différents paramètres de l'écoulement.

Le logiciel cessera les itérations dès lors que tous les résidus calculés soient sous la valeur du critère de convergence entré par l'utilisateur figure (IV.3). Cette valeur est à fixer selon le degré de précision de la solution approchée par le code de calcul. Avec un temps de calcul trois fois supérieur en utilisant un critère de convergence  $R = 10^{-6}$  au lieu d'un  $R = 10^{-3}$ , on remarque une différence entre les résultats de l'ordre  $10^{-4}$  dans la majorité des cas, ce qui n'est pas indispensable pour notre étude. Donc, on choisira  $R = 10^{-3}$  comme critère de convergence pour toutes nos simulations à venir.

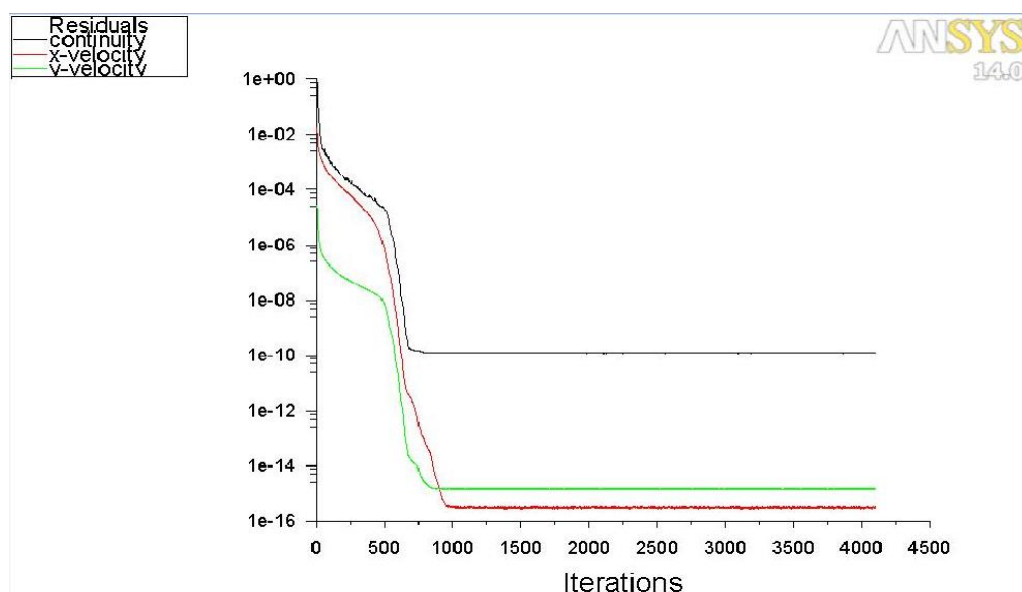


Figure (IV.3) : Convergence et courbe des résidus.

**IV.2.2 Choix de maillage :**

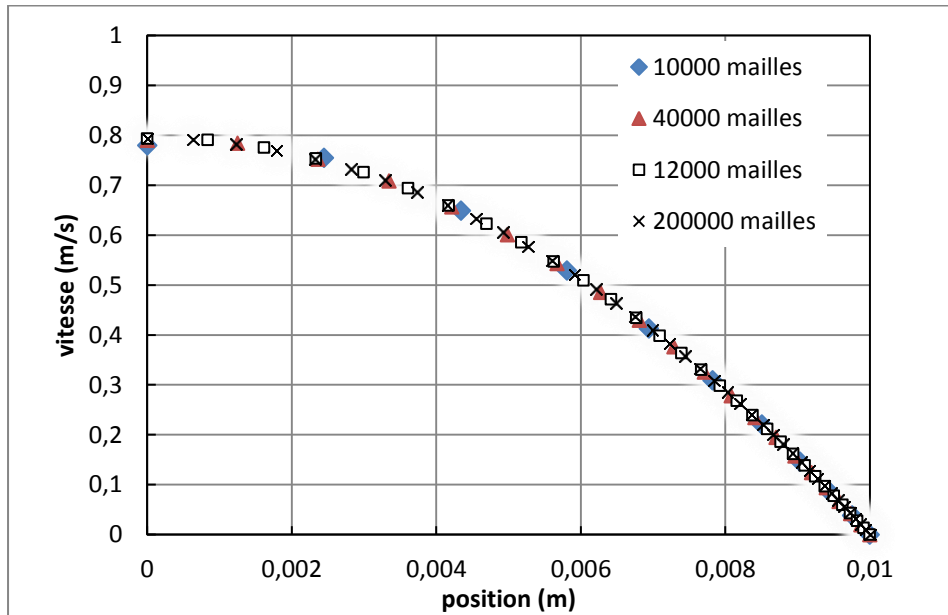
Le choix du maillage est un point essentiel dans la précision et l'exactitude des résultats numériques. Dans le but d'investir, la performance d'un modèle mathématique pour certaines études d'écoulements de fluide, l'indépendance du maillage doit nous rassurer si les résultats obtenus ne sont pas affectés par l'augmentation progressive de ce dernier (maillage). Si les résultats calculés diffèrent de l'expérience nous ne pouvons pas savoir si cette différence est due au modèle physique non adéquat ou bien à une résolution insuffisante du maillage.

Ainsi on a testé pour la configuration choisie plusieurs maillages, différenciés par le nombre de nœuds mis en jeu (10000, 40000, 120000, 200000 mailles) disposés comme montré sur le tableau (IV.1).

<div>Paramètres Maillage</div>	Nombre de Divisions(Largeur- Longueur)	Vitesse sortie (m/s)	Nombre de mailles
M1	10-1000	0,779806	10000
M2	20-2000	0,790403	40000
M3	30-4000	0,793285	120000
M4	40-5000	0,793199	200000

**Tableau (IV.1) : Valeurs des paramètres du maillage.**

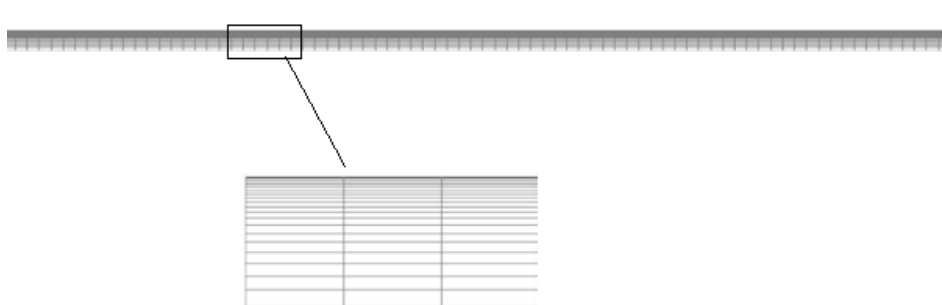
Après chaque simulation, on surveille l'un des paramètres de l'écoulement qui nous intéresse le plus (pour notre cas, ce sera les profils de vitesse, la pression et le coefficient de frottement). Donc, pour chaque maillage, on trace les courbes d'évolutions ou des variations du paramètre choisis et on vérifie s'il continue à évoluer. Si c'est le cas, on raffine encore notre maillage, sinon, on conclue que la solution est devenue indépendante de la finesse de la grille.



**Figure (IV.4) :** Différents profils de vitesse pour plusieurs maillages.

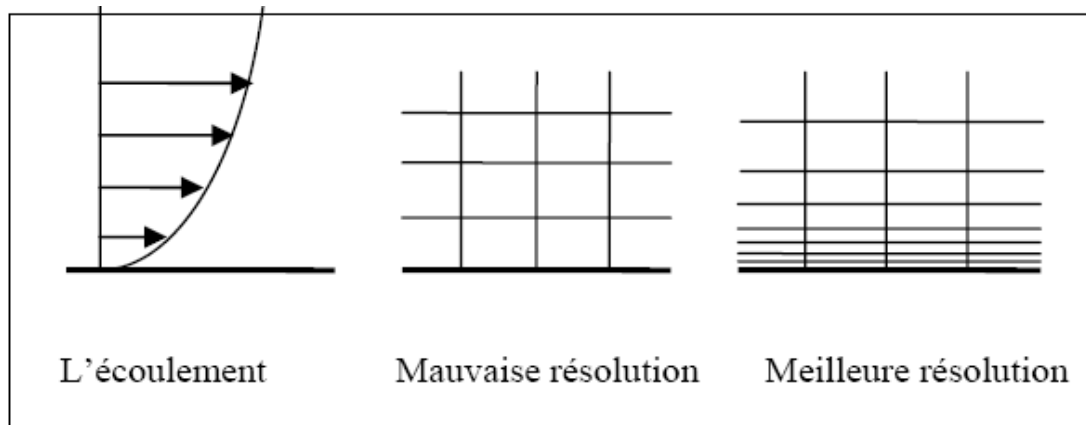
Sur la figure (IV.4), nous avons tracé les profils de vitesse pour différents maillage. Les profils de vitesse sont ceux d'un fluide newtonien, de viscosité dynamique ( $\mu=0.01$ ), en écoulement dans une conduite cylindrique à débit constant ou nous avons fait varié la finesse du maillage de la géométrie. Nous pouvons voir l'influence du maillage de la géométrie sur les résultats numériques. On constate qu'après un certain nombre de nœuds les profils de vitesse ne varient plus en raffinant le maillage, d'où nous pouvons conclure que les résultats numériques obtenus ne dépendent plus du maillage de la géométrie. La finesse du maillage est optimale.

Le maillage uniforme raffiné à la paroi est toujours recommandé, car il est plus précis en présentant les champs vitesse et pression sollicités par la simulation numérique, mais aussi il est concentré aux parois du canal qui délimitent l'écoulement du fluide et génèrent son comportement ce qui nous intéresse dans cette étude.



**Figure (IV.5) :** Maillage de la géométrie.

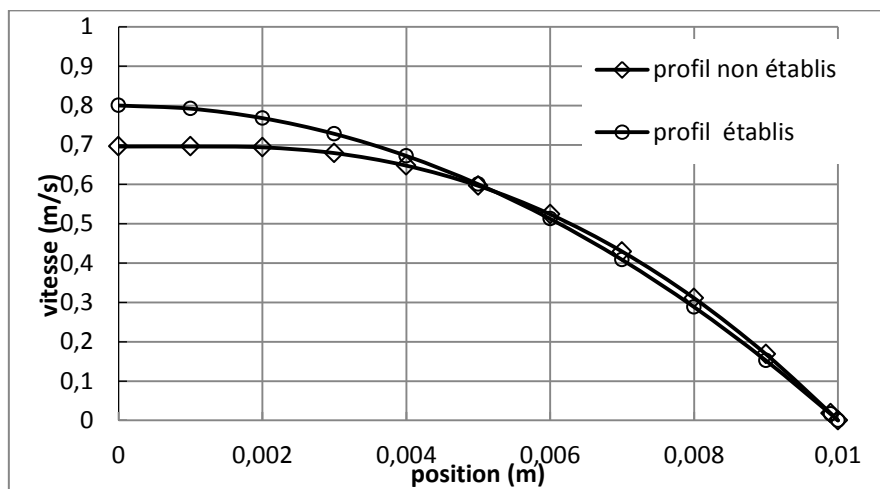
Après plusieurs essais, nous avons pu obtenir les seuils de finesse des grilles au-dessus desquels la solution calculée devient indépendante. Le maillage adopté est un maillage non structuré, à éléments quadrilatères. Le traitement près de la paroi, (couches limites), très fin, et on a choisi un maillage de 120000 mailles.



**Figure (IV.6):** Le maillage uniforme quadrilatère (raffiné à la paroi) est le plus adapté.

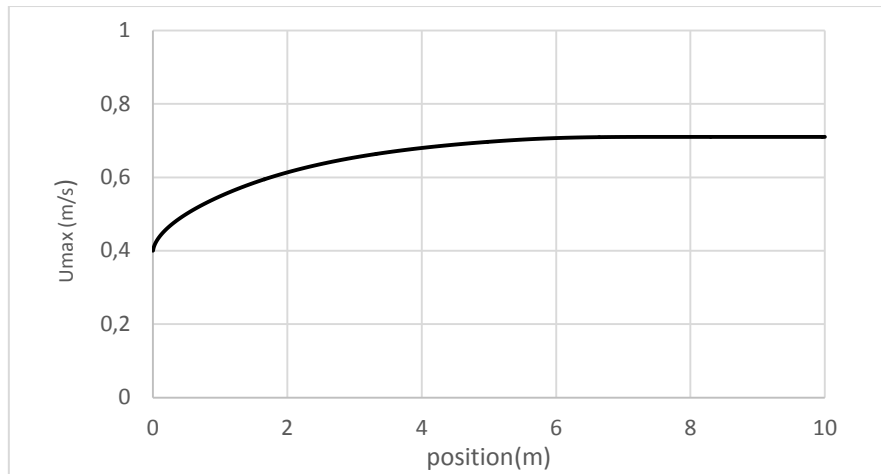
### IV.2.3 Etablissement de l'écoulement :

La figure (IV.7), montre une comparaison entre les profils de vitesses pour le régime d'écoulement laminaire établi et non-établi, obtenus par simulation, pour une conduite de 0.02m de diamètre et 10m de longueur. Ce qui met en évidence une différence entre un profil de vitesse à l'entrée où l'écoulement est en régime laminaire non établis et un autre profil en écoulement laminaire établi loin de l'entrée de la conduite. Par conséquent, il est toujours important de prendre en considération la longueur de l'établissement de l'écoulement.



**Figure(IV.7):** Profils des vitesses en régime laminaire.

#### IV.2.3.1 Longueur d'établissement



**Figure (IV.8) :** Variation de la vitesse axiale le long de la conduite.

En se rappelant que la longueur d'établissement de l'écoulement généralement admise dans la littérature, est de cinquante fois le diamètre hydraulique. Pour notre cas, il est à vérifier toujours que la conduite simulée admet un établissement de l'écoulement fluide et pour la cas newtonien et pour le cas non- newtonien.

Il est intéressant d'examiner la variation de la vitesse axiale de l'écoulement suivant la distance par rapport à l'entrée. Ainsi sur la figure (IV.8), on observe un établissement de l'écoulement au bout d'environ 6m, ce qui est largement dans la zone prédite en littérature.

### IV.3 Écoulement dans une conduite cylindrique en 2D :

#### IV.3.1 Régime laminaire :

Un écoulement est laminaire :

1. lorsqu'il est régulier (la vitesse de chaque particule de fluide reste quasiment constante au cours du temps).
2. lorsqu'il peut se poursuivre sans agitation, comme par couches parallèles glissant les unes sur les autres.

Lors de l'écoulement laminaire d'un fluide réel, il existe une force de frottement interne entre ses différentes couches.

### IV.3.1.1 Fluide Newtonien

#### IV.3.1.1.1 Profils de vitesse :

Dans la figure (IV.9) nous avons tracé différents profils de vitesse pour un fluide Newtonien s'écoulant dans une conduite cylindrique pour différents nombre de Reynolds en régime laminaire. L'allure parabolique des profils de vitesse Newtoniens est retrouvée. La figure montre bien que les profils de vitesse obtenus par simulation (tracés en point remplis) sont parfaitement confondus à ceux de l'analytique (ligne continue).

Les profils de vitesse adimensionnels sont tracés sur la figure (IV.10), On peut observer que ces derniers sont confondus, en effet, les profils de vitesse adimensionnels se superposent dans le même régime d'écoulement.

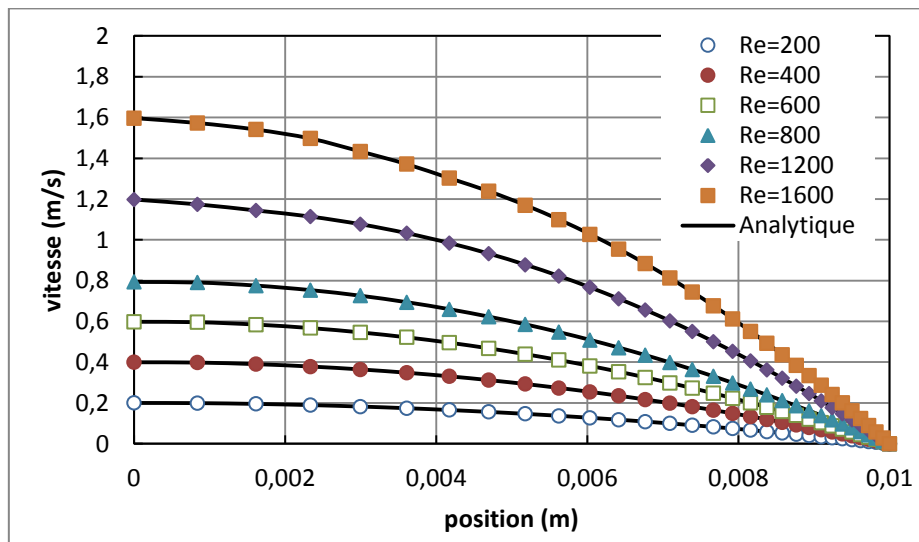


Figure (IV.9) : Profils des différentes vitesses (Re = 200 à 1600).

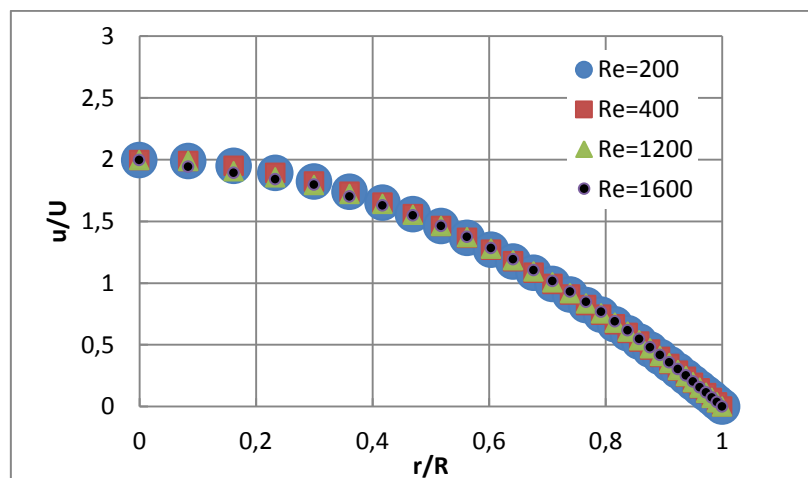
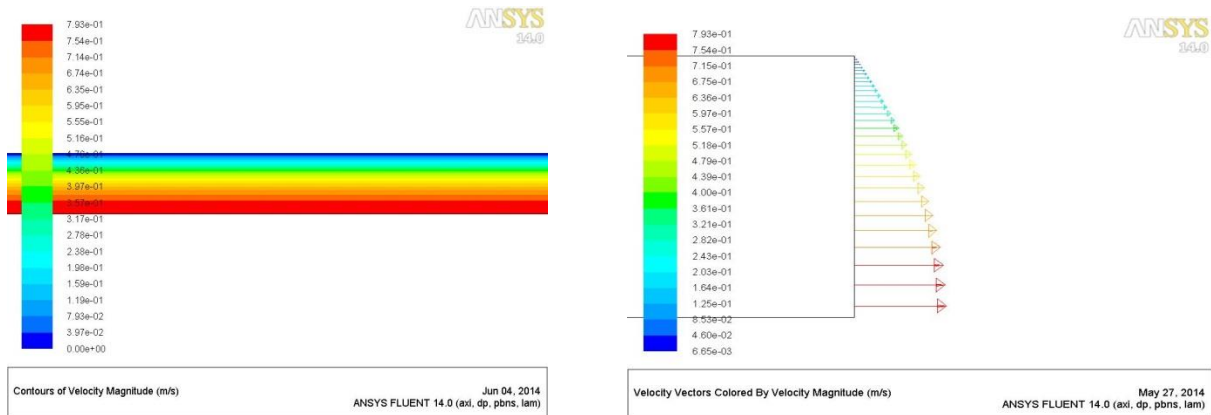


Figure (IV.10) : Vitesses adimensionnelles.

Le tracé des différents profils en adimensionnel donne une superposition des profils de vitesse. En régime laminaire, un fluide newtonien à le même profil de vitesse dans tout le régime d'écoulement.

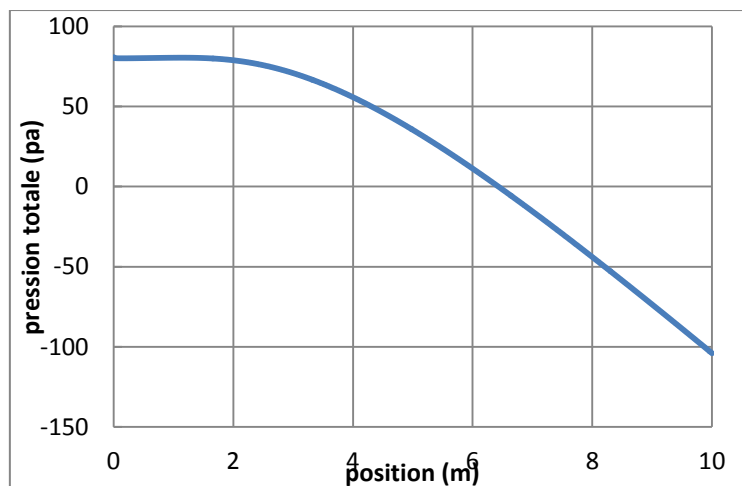
### IV.3.1.1.1 Contour et vecteurs de la vitesse pour $Re = 800$ :



La figure (IV.11.a et b) présente, respectivement, le contour des vitesses et la distribution des vecteurs vitesse le long de la conduite. Nous pouvons retrouver les résultats déjà présentés précédemment.

### IV.3.1.1.2 Chute de pression :

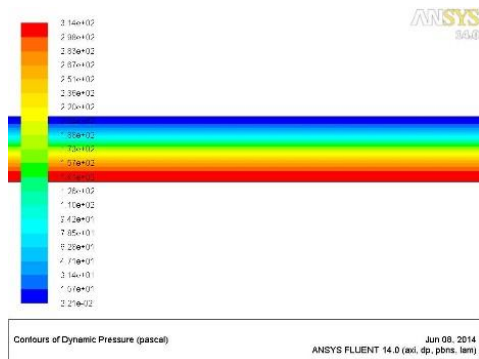
Mis à part les perturbations dues à l'entrée et à la sortie, on retrouve bien une chute de pression le long de la conduite, que ce soit pour l'écoulement laminaire ou pour l'écoulement turbulent. La chute de pression totale est représentée sur la figure (IV.12).



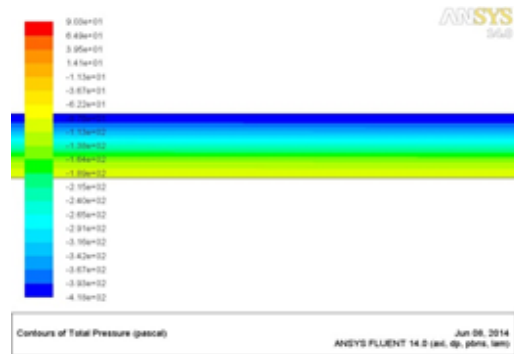
**Figure (IV.12) :** Chute de pression totale le long de la conduite.

#### IV.3.1.1.2.1 Contours des pressions :

Les contours des pressions dynamique et total sont représentés respectivement sur les figures (IV.13.a), (IV.13.b) :



Figures (IV.13.a) Pressions dynamique.



Figures (IV.13.b) Pressions totale.

#### IV.3.1.1.3 Le coefficient de frottement :

On observe une augmentation de coefficient de frottement (n'est pas importante) à cause des effets des parois, la figure (IV.14) montre la variation de coefficient de frottement le long de la conduite.

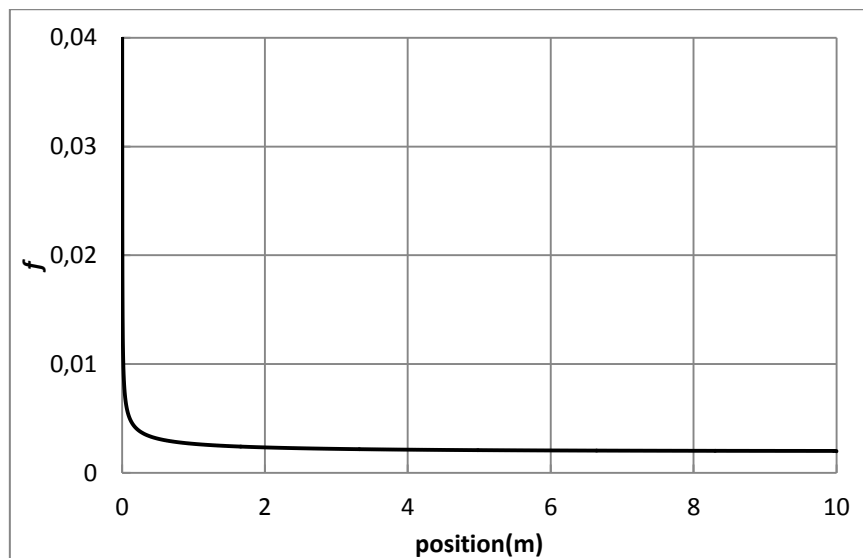
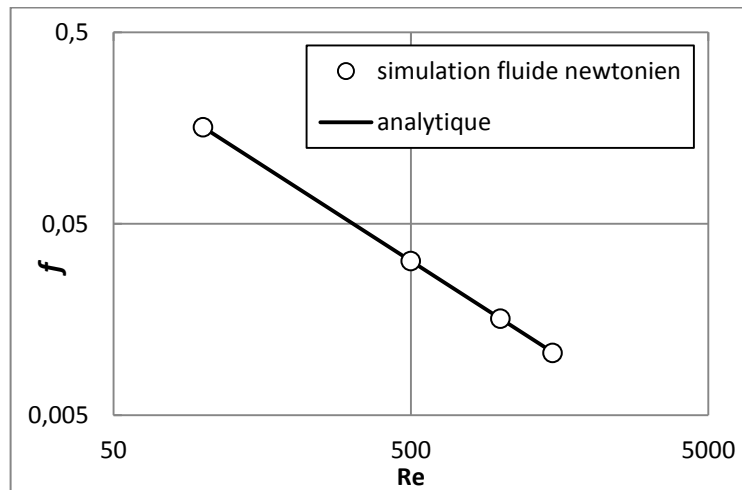


Figure (IV.14) : Coefficient de frottement  $f(x)$ .



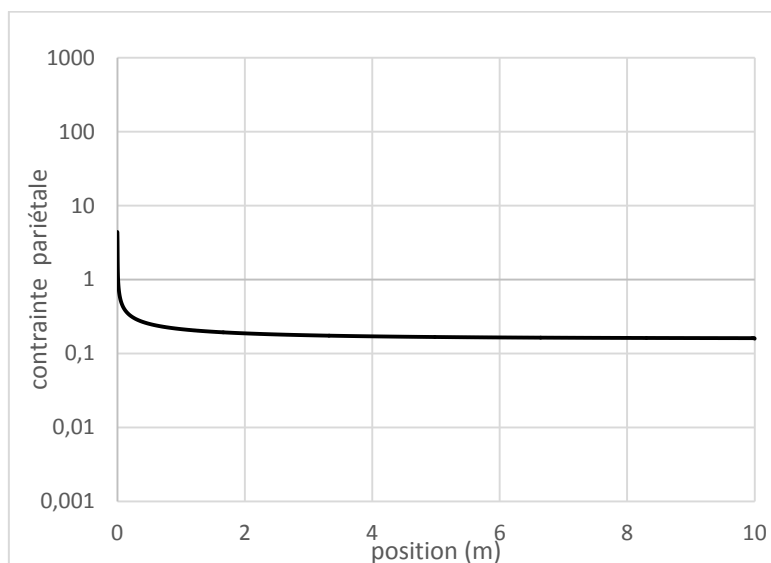


**Figure (IV.15) :** Coefficient de frottement  $f(Re)$ .

Sur la figure Figure (IV.15) nous présentons l'évolution du coefficient de frottement pour un fluide Newtonien en écoulement laminaire dans une conduite cylindrique fonction du nombre de Reynolds. On peut facilement observer que les résultats numériques du coefficient de frottement sont en accord avec l'équation de Hagen-Poiseuille ( $f = 16/Re$ ) tracée en trait continu. En remarque de la figure que l'augmentation de nombre de Reynolds est suivi d'une diminution de coefficient de frottement à cause des effets visqueux pré de la paroi.

#### IV.3.1.1.4 Contrainte pariétale $\tau_p$

La figure (IV.16) montre la variation de la contrainte pariétale le long de la conduite.



**Figure (IV.16) :** Variation de la Contrainte pariétale.

### IV.3.1.2 Fluide non-newtonien

#### IV.3.1.2.1 Influence des différents paramètres de la loi de comportement

##### IV.3.1.2.1.1 Influence de l'indice d'écoulement $n$ :

Dans ce cas on varie le  $n$  et on fixe  $k=0.01$  et  $\tau_0=0$ .

##### IV.3.1.2.1.1.1 Profils des vitesses :

La figure (IV.17) montre les différents profils des vitesses obtenus avec différents valeurs de l'indice d'écoulement  $n$ .

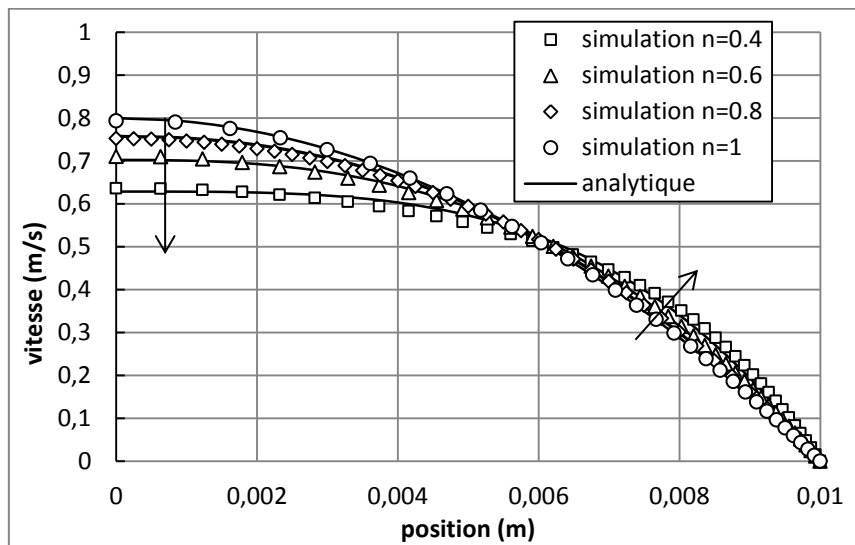


Figure (IV.17) : La variation des profils des vitesses.

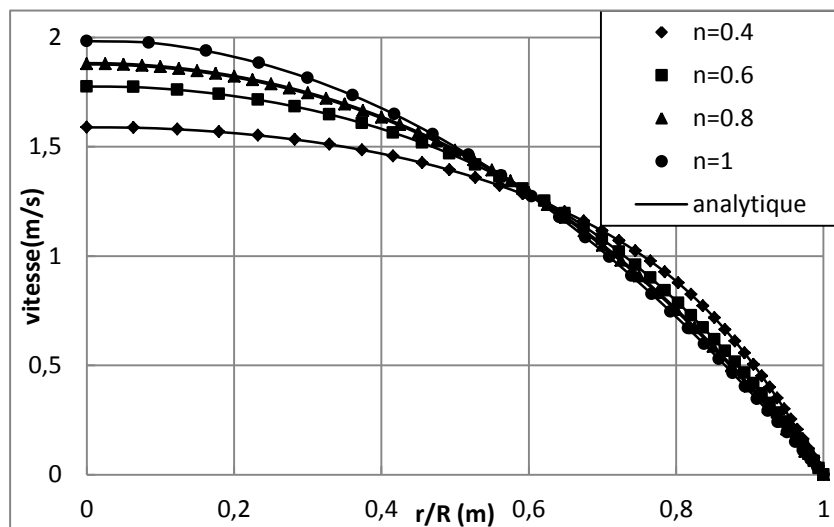


Figure (IV.18) : La variation des profils des vitesses adimensionnelles.

Dans la figure ci-dessus (IV.17), nous avons tracé différents profils de vitesse dans la conduite, pour une vitesse débitante constante. Nous avons varié l'indice d'écoulement  $n$  pour un indice de consistance  $k$  et une contrainte seuil  $\tau_0$  fixe. Nous pouvons remarquer qu'en variant le paramètre  $n$  le profil de vitesse dans la conduite évolue considérablement. Or, en diminuant l'indice d'écoulement le profil de vitesse s'aplatit au centre de la conduite et s'élargit par conséquent près de la paroi. Il est à noter aussi que les différents profils de vitesse obtenus par simulation numérique concordent parfaitement avec les ceux de l'analytique.

### IV.3.1.2.1.1.1 Contours et vecteurs des vitesses

#### a. Cas $n=0.4$ :

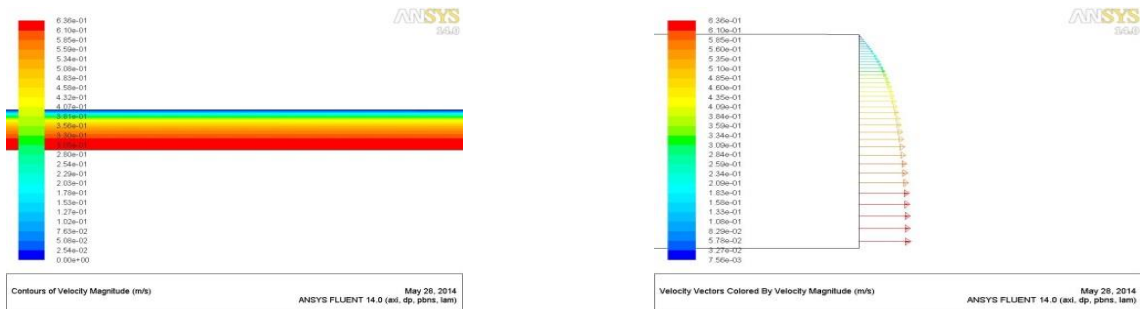


Figure (IV.19) : a. Contours des vitesses.

b. Distributions des vecteurs des vitesses.

#### b. Cas $n=0.6$ :

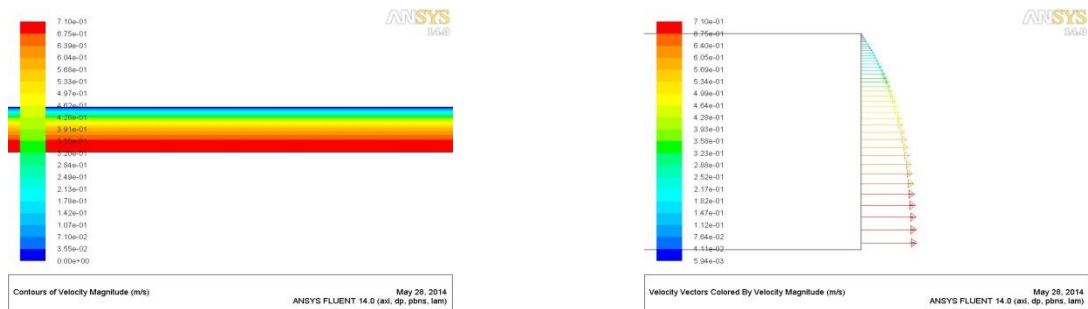


Figure (IV.20) : a : Contours des vitesses.

b : Distribution des vecteurs des vitesses.

c. Cas  $n=0.8$

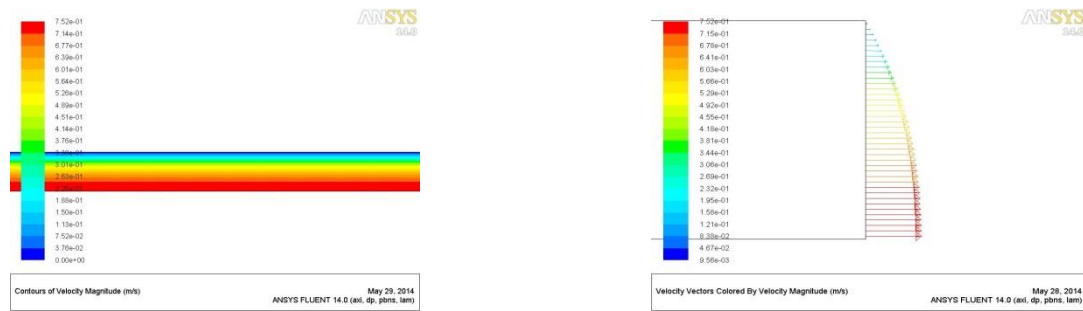


Figure (IV.21) : a. Contours des vitesses.

b. Distribution des vecteurs des vitesses.

d. Cas  $n=1$  (Newtonien):

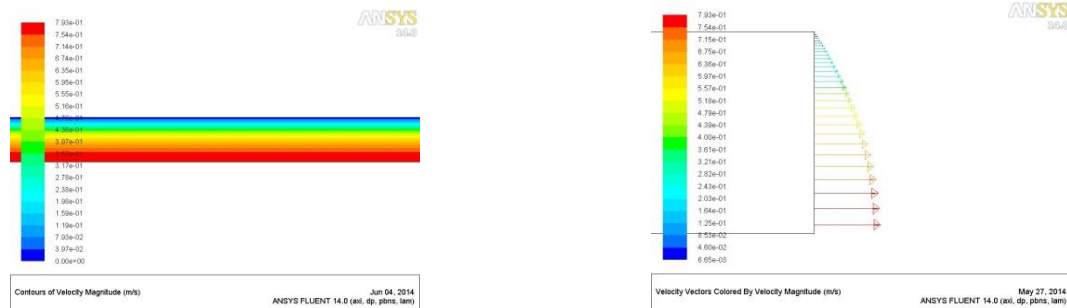


Figure (IV.22) :a. Contours des vitesses.

b. Distribution des vecteurs des vitesses.

Dans les différentes figures sont présentés, respectivement, les contours des vitesses et la distribution des vecteurs vitesse dans la conduite d'écoulement pour des fluides à différents indices d'écoulement.

#### IV.3.1.2.1.2 La contrainte pariétale

Les figures ci-dessous présentent l'évolution de la contrainte pariétale pour l'écoulement des fluides à différents indice d'écoulement.

Nous pouvons constater à travers la figure que l'indice d'écoulement  $n$  n'influe pas considérablement sur la contrainte pariétale. En effet, même si le paramètre influe sur la distribution des vitesses dans une section de la conduite, le fait de le faire varier la variation de la contrainte à la paroi reste infinitésimale.

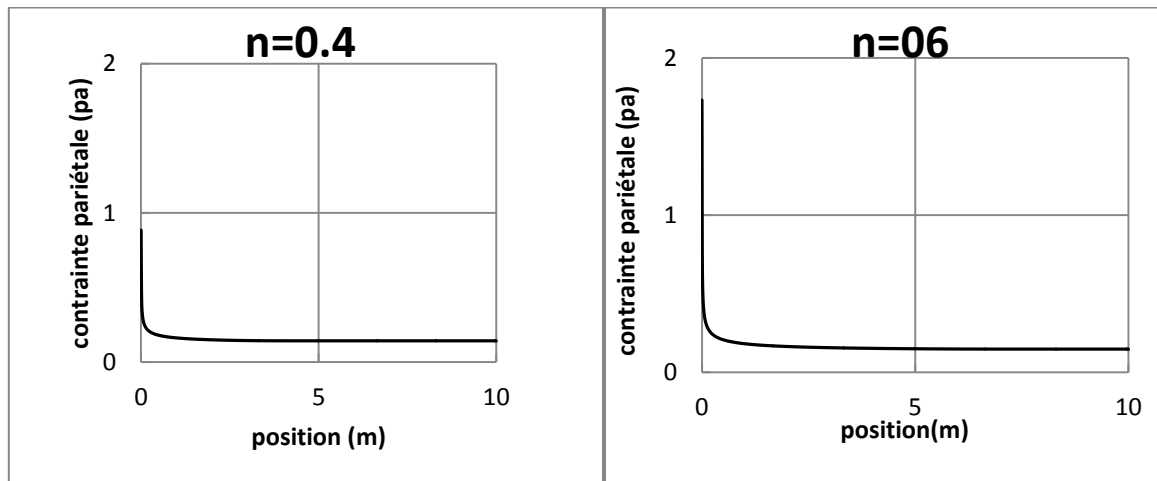


Figure (IV.23) : Contrainte pariétale le long de la conduite.

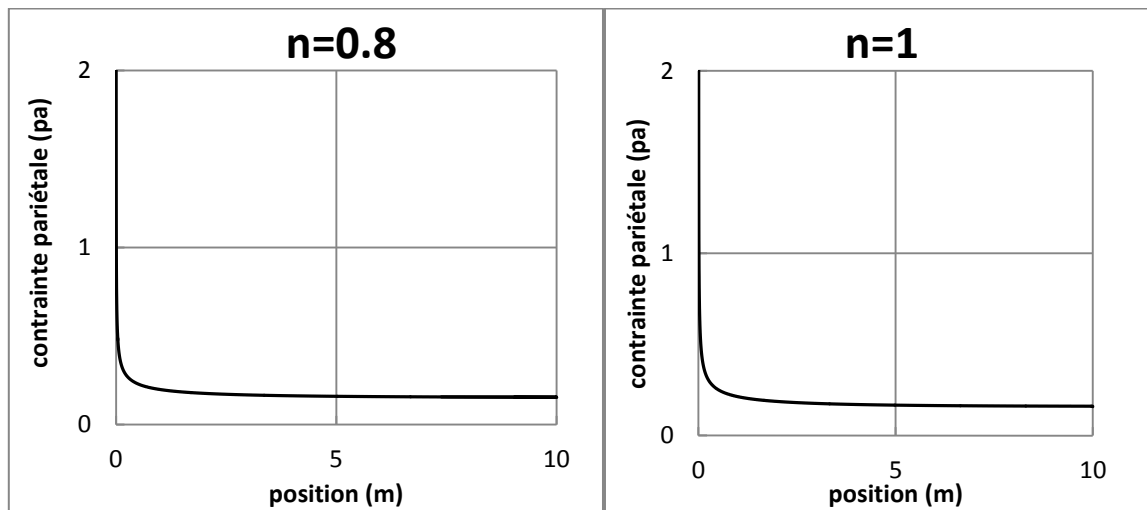


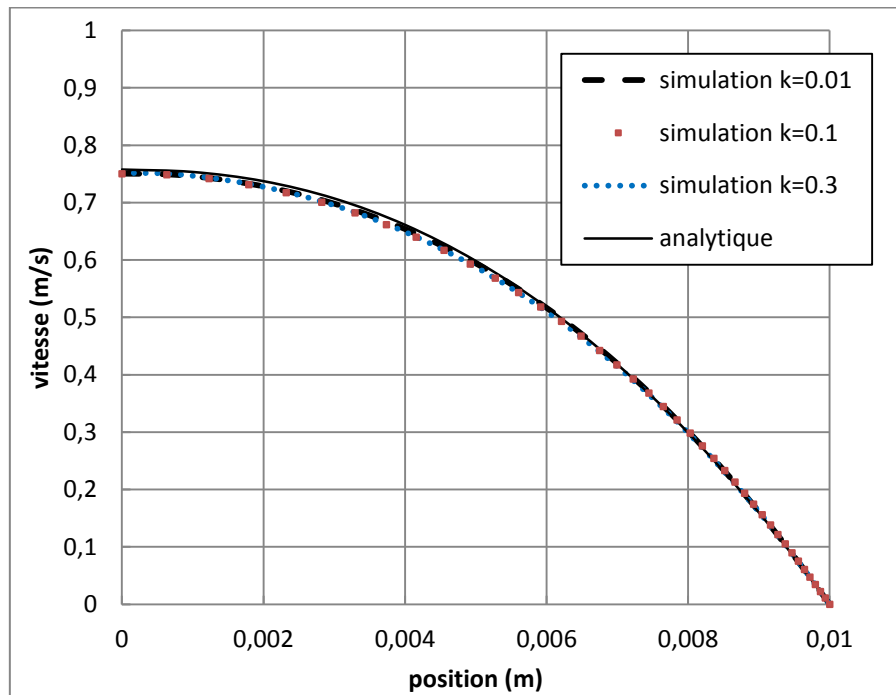
Figure (IV.24) : Contrainte pariétale le long de la conduite.

#### IV.3.1.2.1.2 Influence de l'indice de consistance $k$

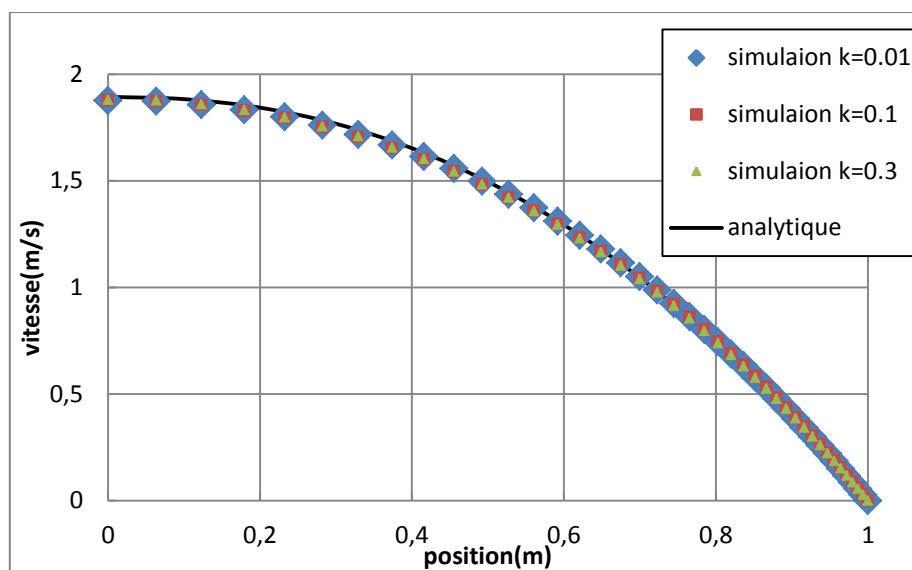
Dans cette simulation on a varié l'indice  $k$  et on a fixé le  $n=0.8$  et  $\tau_0=0$ .

##### IV.3.1.2.1.2.1 Profils des vitesses

Les profils des vitesses obtenus sont tracés dans la figure (IV.25).



**Figure (IV.25) :** Profils des vitesses.



**Figure (IV.26) :** Profils des vitesses adimensionnelles.

Dans la figure ci-dessus (IV.25), différents profils de vitesse ont été tracé dans la conduite pour une même vitesse débitante en régime laminaire. Dans ce cas, l'indice d'écoulement  $n$  et la contrainte seuil  $\tau_0$  sont fixés et l'indice de consistance  $k$  a été varié. Nous pouvons constater qu'en variant le paramètre  $k$  le profil de vitesse dans la conduite n'évolue pratiquement pas. Or, en augmentant l'indice de consistance le profil de vitesse reste

le même. Il est à conclure que l'indice de consistance n'influe pas sur les profils de vitesse dans une conduite cylindrique.

Il est à noter aussi que les différents profils de vitesse obtenus par simulation numérique concordent parfaitement avec ceux de l'analytique.

### IV.3.1.2.1.2.1.1 Contours et vecteurs des vitesses

Cas  $k=0.01$  :

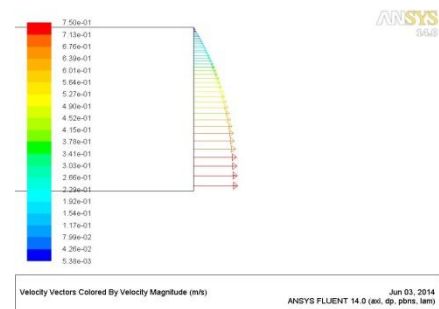
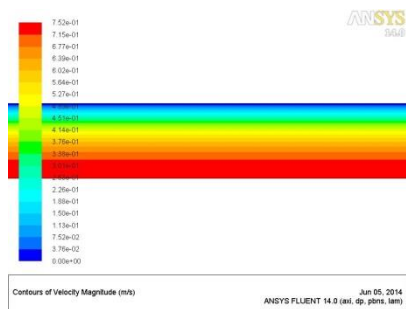


Figure (IV.27) : a. Contours des vitesses.

b. Vecteurs des vitesses.

Cas  $k=0.1$

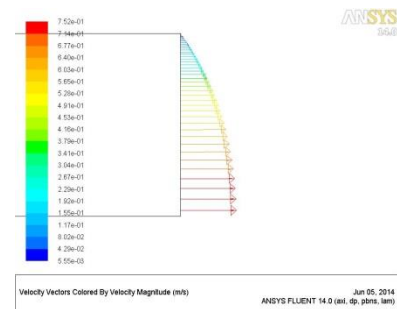
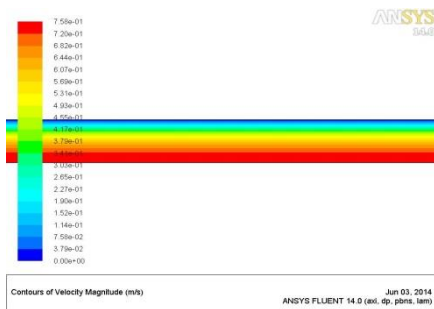


Figure (IV.28) : a. Contours des vitesses.

b. Vecteurs des vitesses.

Cas  $k=0.3$

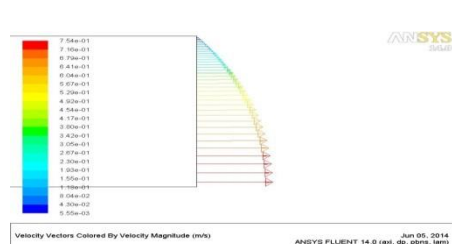
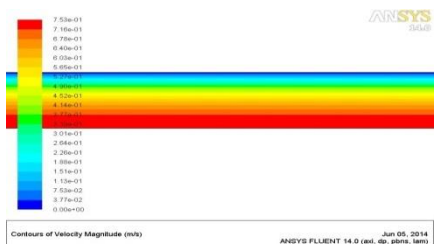


Figure (IV.29) : a. Contours des vitesses.

b. Vecteurs des vitesses.

Dans les différentes figures sont présentés, respectivement, les contours des vitesses et la distribution des vecteurs vitesse dans la conduite d'écoulement pour des fluides à différents indices de consistance.

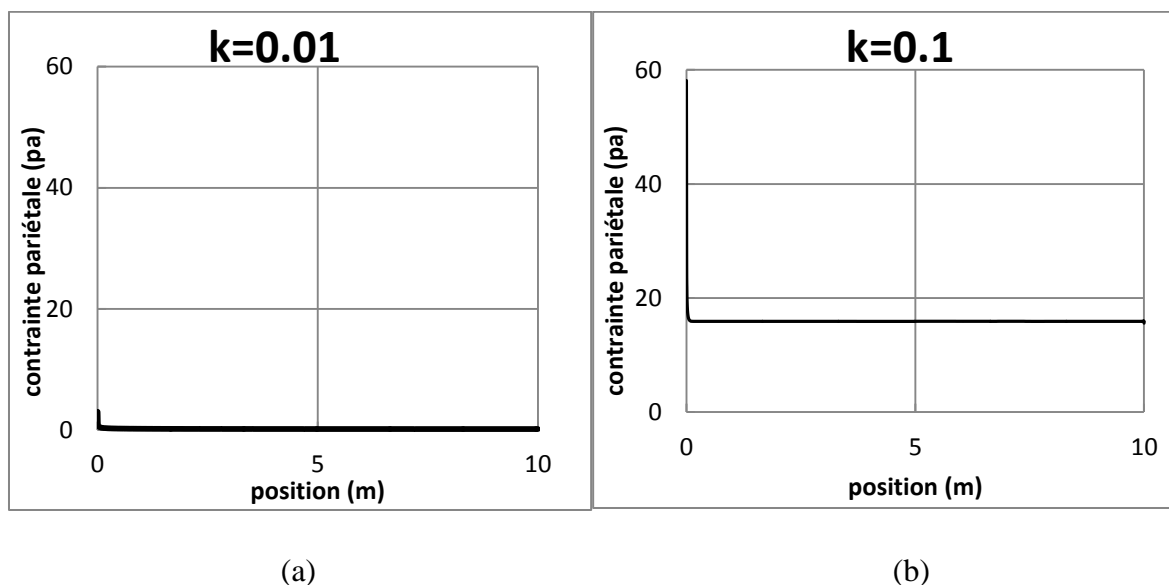
Comme il a été déjà observé dans les résultats précédents, nous retrouvons les mêmes distributions des vitesses dans la conduite avec une vitesse maximale au centre de l'écoulement et une adhérence à la paroi.

### IV.3.1.2.1.2.2 Contrainte pariétale

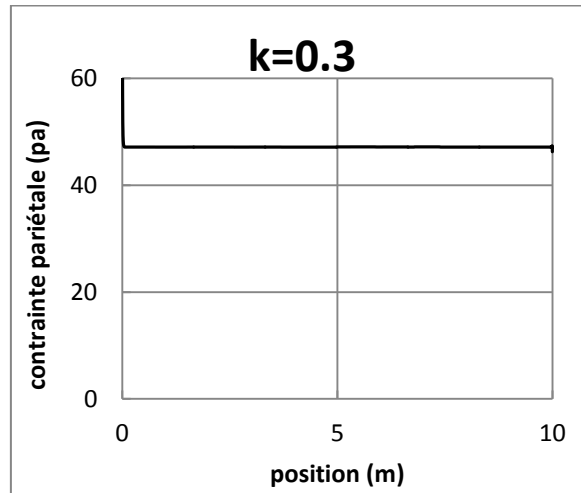
Les figures ci-dessous montrant l'influence de l'indice de consistance  $k$  sur la contrainte pariétale.

Nous pouvons constater à travers la figure que l'indice de consistance  $k$  influe considérablement sur l'évolution de la contrainte pariétale le long de la conduite. Contrairement à l'indice d'écoulement, ce paramètre même si il n'as pas une influence sur la distribution de vitesse sur une section de la conduite il joue un rôle important sur l'évolution des contraintes à la paroi.

Ce qui est en quelque sorte logique, du moment que c'est le paramètre qui quantifie la consistance du fluide, alors plus le fluide est consistant ou visqueux plus les contraintes visqueuse à la paroi augmentent.







(c)

Figure (IV.30. a.b.c) : Contrainte pariétale.

#### IV.3.1.2.1.3 Influence de la contrainte seuil $\tau_0$

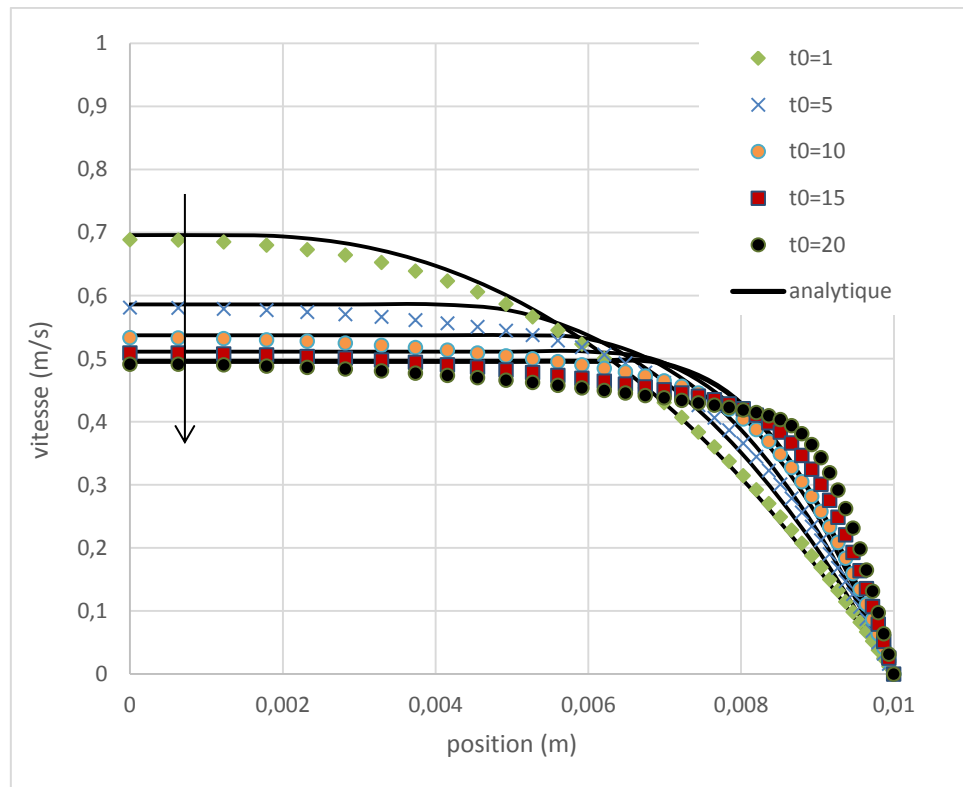
##### IV.3.1.2.1.3.1 Profils des vitesses

La figure (IV.31) montre l'influence de la contrainte seuil  $\tau_0$  sur le profil de vitesse. Dans ce qui suit nous avons présenté les profils de vitesse dans la conduite pour un fluide Herschel Bulkley en fixant l'indice d'écoulement  $n$  et l'indice de consistance  $k$  et en faisant varier la contrainte seuil  $\tau_0$  de la loi de comportement.

Tous les profils présentent un aplatissement localisé au centre de la section d'écoulement et une évolution parabolique de la vitesse près de la paroi solide. La partie aplatie de ces profils délimite une zone dans la section d'écoulement occupée par une quantité du fluide se déplaçant à une même vitesse. Cette zone s'élargit et la vitesse maximale diminue avec l'accroissement de la contrainte seuil. La vitesse de ce bouchon fluide diminue avec l'accroissement de la valeur de la contrainte seuil.

Les profils de vitesse obtenus varient la aussi considérablement ou nous pouvons voir l'influence de la contrainte seuil sur le profil de vitesse. En effet, en augmentant la contrainte seuil, le profil de vitesse s'aplatit au centre de la conduite et par conséquent s'élargit dans la zone proche paroi. Nous pouvons aussi constater l'apparition de la zone iso vitesse au centre de la conduite ou cette dernière augmente aussi avec l'augmentation de la contrainte seuil. Nous rappelons que la zone iso vitesse est une caractéristique des fluides à seuil, dans cette zone la contrainte de cisaillement est inférieure à la contrainte seuil du fluide. Les profils de

vitesse simulés ont été comparés avec ceux tracés analytiquement. Les résultats sont en bon accord.

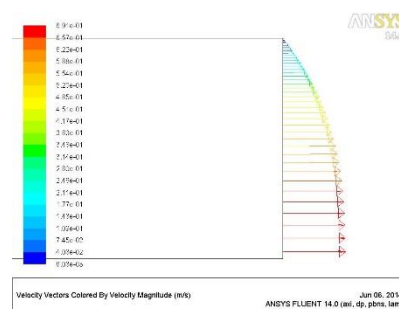
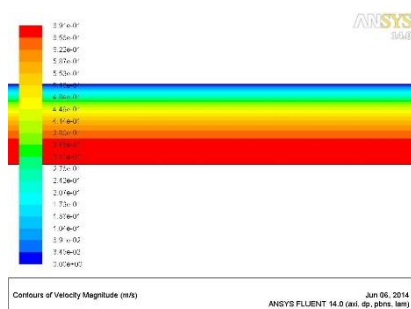


**Figure (IV.31) : Profils des vitesses.**

### IV.3.1.2.1.3.1.1 Contours et vecteurs des vitesses

Dans ce qui suit nous présentons les contours des vitesses et la distribution des vecteurs vitesse dans la conduite pour les différents cas étudiés.

#### a. Cas $\tau_0 = 1$ :



**Figure (IV.32) : a. Contours des vitesses.**

**b. Vecteurs des vitesses.**

## b. Cas $\tau_0 = 5$ :

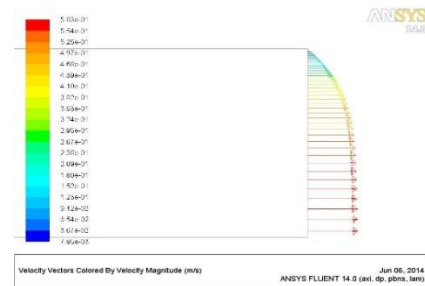
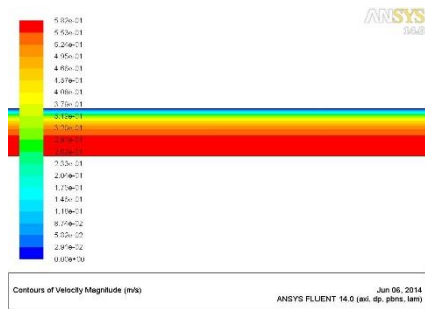


Figure (IV.33) : a. Contours des vitesses.

b. Vecteurs des vitesses.

## c. Cas $\tau_0 = 10$ :

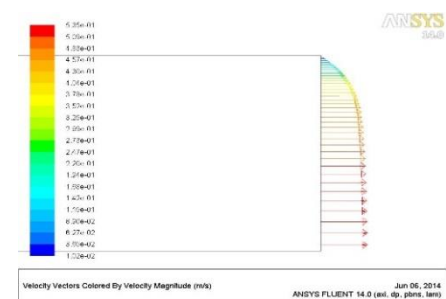
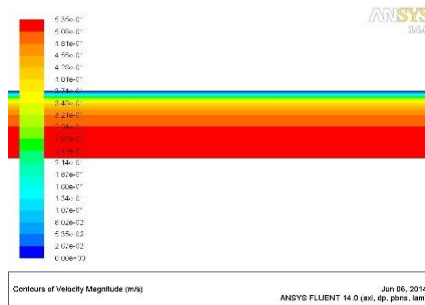


Figure (IV.34) : a. Contour des vitesses.

b. Vecteurs des vitesses.

## d. Cas $\tau_0 = 15$ :

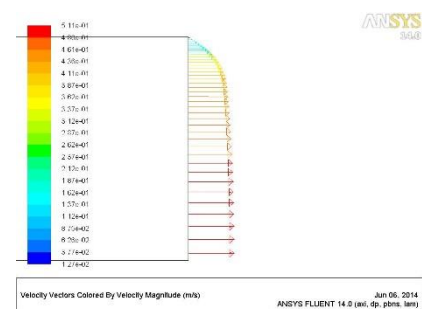
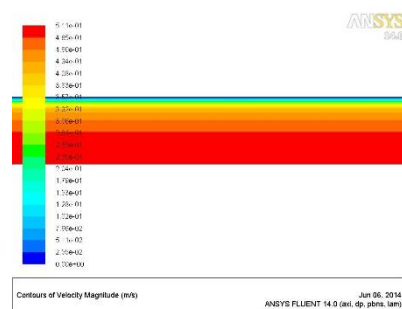


Figure (IV.35) : a. Contour des vitesses.

b. Vecteurs des vitesses.

e. Cas  $t_0 = 20$  :

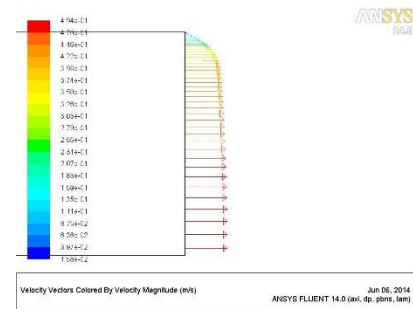
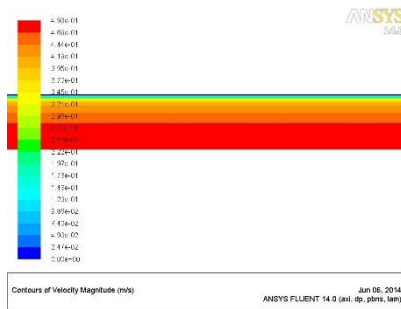
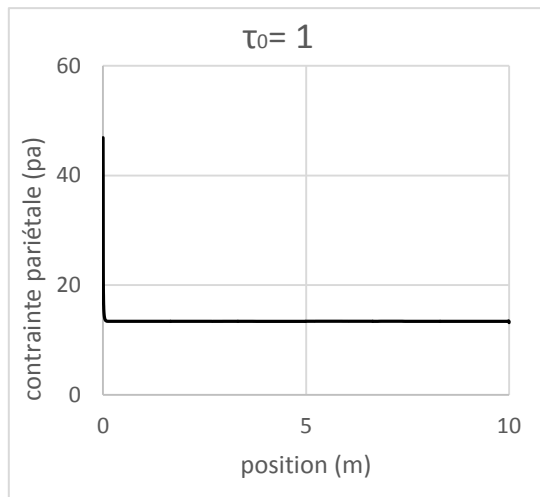


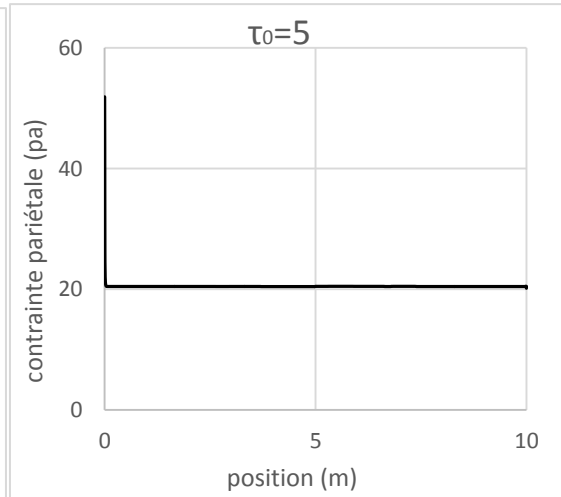
Figure (IV.36) : a. Contour des vitesses.

b. Vecteurs des vitesses.

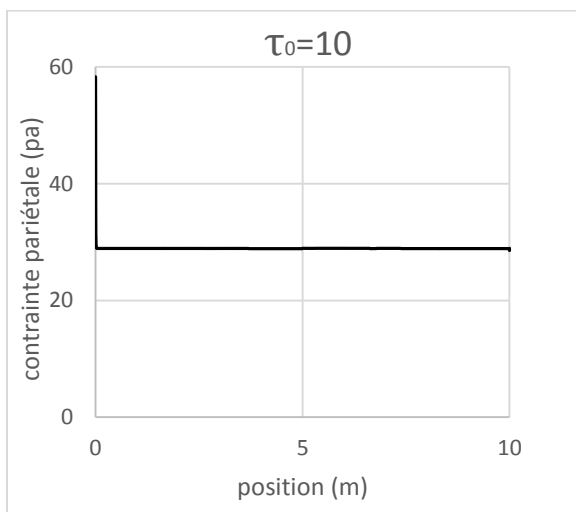
#### IV.3.1.2.1.3.2 Contraintes pariétale



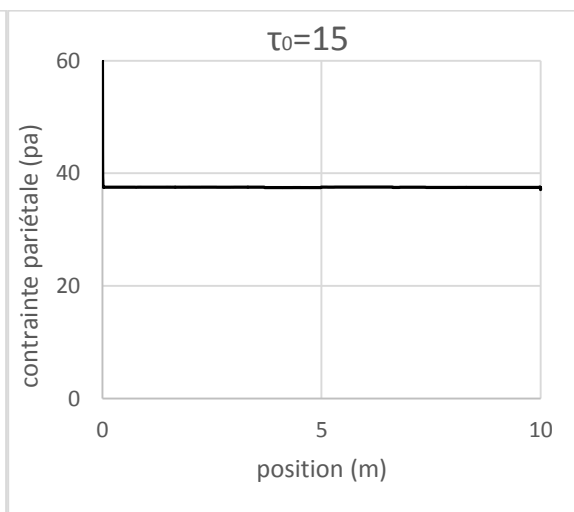
(a)



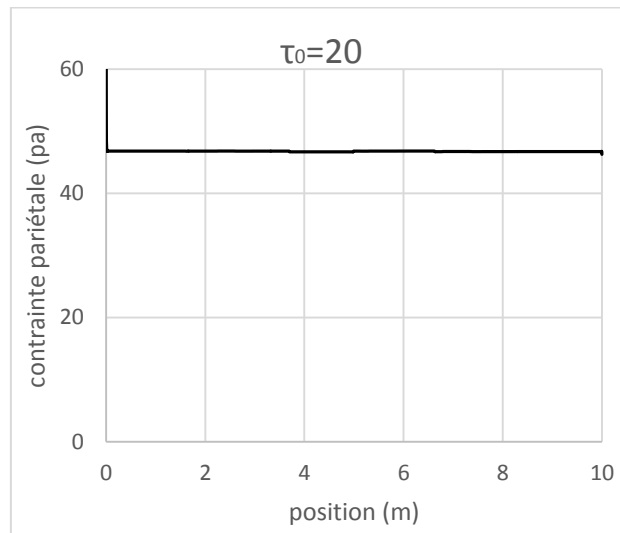
(b)



(c)



(d)



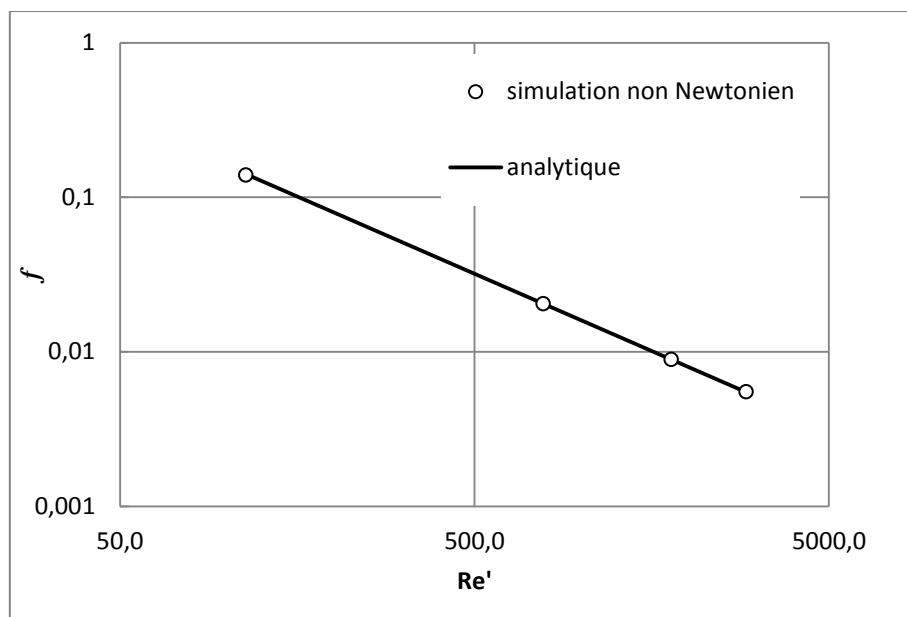
(e)

**Figure (IV.37 a.b.c.d.e).** Contraintes pariétale.

Les figures ci-dessus montrant l'influence de la contrainte seuil  $t_0$  sur la contrainte pariétale.

Nous pouvons constater à travers la figure que la contrainte seuil  $t_0$  influe considérablement sur l'évolution de la contrainte pariétale le long de la conduite. ce paramètre joue un rôle important sur l'évolution des contrainte à la paroi.

#### IV.3.1.2.2 Coefficient de frottement :



**Figure (IV.38) :** Coefficient de frottement pour un fluide non-Newtonien.

Sur la figure (IV.38) nous présentons l'évolution du coefficient de frottement pour un fluide non-Newtonien en écoulement laminaire dans une conduite cylindrique fonction du nombre de Reynolds. A faibles nombres de Reynolds pour lesquels le régime est laminaire, le coefficient de frottement, aussi bien pour les fluides Newtoniens que pour les fluides non-Newtoniens, est donné par la relation de Hagen-Poiseuille ( $f = 16/Re'$ ). Cependant, pour un fluide non-Newtonien le nombre de Reynolds utilisé et celui de Metzner et Reed [20]:

$$Re' = \frac{D^{n'} \cdot U^{2-n'} \cdot \rho}{K' \cdot 8^{n'-1}}$$

Ou :

$$n' = n$$

$$K' = K \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^n$$

En remarque de la figure que l'augmentation de nombre de Reynolds est suivi d'une diminution de coefficient de frottement à cause des effets visqueux pré de la paroi.

## **Conclusion générale**

Notre objectif était d'étudier le comportement mécanique des boues de forage en écoulement dans un circuit hydraulique. Cette étude des écoulements de fluide complexes dans une conduite cylindrique a été dictée par le besoin principal de transport des boues de forage et la compréhension des mécanismes qui régissent ces écoulements. Ces fluides ont des propriétés rhéologiques complexes, ce qui confère d'autant plus à leur étude une complexité particulière.

Dans ce mémoire, on a mené une étude numérique d'un écoulement laminaire dans une conduite cylindrique pour différents fluides à savoir : un fluide Newtonien de référence et un fluide non-Newtonien représentant la boue de forage, pour lequel on a choisi le modèle de Herscehl-Bulkley pour modéliser son comportement.

La modélisation a été menée pour les deux régimes d'écoulement, en laminaire puis en turbulent, en utilisant un code de calcul commercial «ANSYS-Fluent®». Pour ce logiciel la résolution numérique des équations de transport se fait sur la base de la méthode des volumes finis.

En premier lieu, nous nous sommes attelés à démontrer l'indépendance de la solution calculée par rapport à la résolution du maillage, la convergence des modèles ainsi que la sensibilité de la solution à plusieurs paramètres tel que le critère de convergence. Un travail de validation a été réalisé en comparant nos résultats avec les résultats analytiques pour un fluide Newtonien.

Par la suite une étude détaillée sur le champ dynamique de l'écoulement a été menée avec les deux types de fluides : Newtonien et non-Newtonien. Puis des résultats sont présentés sur l'influence des paramètres de la loi de comportement (indice d'écoulement, indice de consistance et contrainte seuil) sur le comportement en écoulement du fluide.

Enfin, nous dirons que ce travail nous a permis de maîtriser en première temps « ANSYS-Fluent-» ainsi les outils mathématique et technique pour résoudre ce type de problème, il serait intéressant pour un travail future de traiter ce problème en régime turbulent.

## Références

- [01] SONATRACH « INTRODUCTION AUX FLUIDES DE FORAGE ». M.DADDOU. juillet 2009, DIVISION FORAGE. Département RHU.
- [02] SONATRACH « LES DEFFERENTS TYPES DE FLUIDE DE FORAGE ». M.DADDOU. juillet 2009, DIVISION FORAGE. Département RHU.
- [03] J. Peixinho et al. « Laminar transitional and turbulent flow of yield stress fluid in a pipe » J. Non-Newtonian Fluid Mech. 128 (2005) 172–184.
- [04] M.P. Escudier et al. « Observations of asymmetrical flow behaviour in transitional pipe flow of yield-stress and other shear-thinning liquids » J. Non-Newtonian Fluid Mech. 127 (2005) 143–155.
- [05] M.P. Escudier et al. « Pipe flow of a thixotropic liquid » J. Non-Newtonian Fluid Mech., 62 (1996) 291-306.
- [06] P.T. Slatter « THE HYDRAULIC TRANSPORTATION OF THICKENED SLUDGE » Non-Newtonian Laminar Pipe Flow . A Place In The Sun At Last -11th Invited Keynote Address - 11th International Conference on Transport and Sedimentation of Solid Particles - Ghent, September, 2002. ISBN 83-87866-34-2, pp33-40.
- [07] Meriem Benziane madjid et al. « Modélisation de l'écoulement des fluides complexes Cas du pétrole brut », VI èmes Journées d'Etudes Techniques 2010- The International congress for applied mechanics- La mécanique et les matériaux, moteurs du développement durable du 05 au 07 mai 2010, Marrakech – Maroc.
- [08] BESQ Antony et al. « CARACTERISATION DES FLUIDES DE FORAGE: BOUES PROPRES ET CHARGEES » JNGG 2002, 8 et 9 Octobre 2002, Nancy.
- [09] Reinhardt Kotzé et al. « Rheological Characterization of Highly Concentrated Mineral Suspensions Using Ultrasound Velocity Profiling with Combined Pressure Difference Method » Applied Rheology Volume 18. Issue 6. 62114-6.
- [10] P. Corvisier at al. « Development of a thixotropic fluid flow in a pipe». Experiments in Fluids (2001) 579-587.



## Références bibliographiques

---

- [11] M. Rudman et al. « Non-Newtonian Turbulent and Transitional Pipe Flow ». Presented at Hy15, Banff, Canada, 2002.
- [12] Thèse de Mr. BENSLIMAN.H. « Rhéologie et Ecoulement d'un fluide chargé. Application au réseau d'assainissement urbain, Etude Expérimentale et Modélisation. »
- [13] Mewis, J. (1979). "Thixotropy - a general review." *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* **6**(1): 1-20.
- [14] Kemblowski, Z., kolodziejcki, J., (1973). "Flow resistances of non-Newtonians fluids in transitional and turbulent flow." *Int. Chem. Eng.* **13**(2): 265-279.
- [15] Wilson, K. C., Thomas, A. D., (1985). "A New Analysis of the Turbulent Flow of Non-Newtonian Fluids." *The Canadian Journal of Chemical Engineering* **63**: 539-546.
- [16] Dodge, D. and A. Metzner (1959). "Turbulent flow of non-Newtonian systems." *AIChE Journal* **5**: 189–204.
- [17] Hanks, R. W. (1978). Low Reynolds number turbulent pipeline flow of pseudohomogeneous slurries. *Proc. Hydrotransport 5 Conf.*, BHRA, Cranfield, UK.
- [18] Torrance, B. M. (1963). "Friction factors for turbulent non-Newtonian fluid flow in circular pipes." *S. Afr. Mech. Eng* **13**.
- [19] Thorvaldsen, G. S. (1996). The effect of the particle size distribution on non-Newtonian turbulent slurry flow in pipes, Cape Peninsula University of Technology. **M Tech**
- [20] Metzner AB and Reed JC (1955). "Flow of non-newtonian fluids—correlation of the laminar, transition, and turbulent-flow regions." *AIChE Journal*(1): 434–440.
- [21] S. V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences, ed. By Sparrow E.M., and and Minkowycz, W.J., McGraw Hill 1980.
- [22] H. K. Versteeg, W. Malalasekera, "An introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method". Longman Scientific & Technical, 1995.

## **Résumé**

Dans ce travail, on a mené une étude numérique d'un écoulement laminaire dans une conduite cylindrique pour différents fluides à savoir : un fluide newtonien de référence et un fluide non-newtonien représentant la boue de forage, pour lequel on a choisi le modèle de Herscehl-Bulkley pour modéliser son comportement. Notre objectif est d'étudier le comportement mécanique des boues de forage en écoulement dans un circuit hydraulique. Cette étude des écoulements de fluide complexes dans une conduite cylindrique a été dictée par le besoin principal du transport des boues de forage et la compréhension des mécanismes qui régissent ces écoulements. La modélisation a été menée pour les deux régimes d'écoulement laminaire et turbulent, en utilisant un code de calcul commercial «ANSYS-Fluent®». On a étudié l'influence des paramètres de loi de comportement et le nombre de Reynolds sur la distribution de la vitesse ainsi sur la contrainte pariétale. Le coefficient de frottement est calculé dans les différents régimes d'écoulement pour les deux fluides.

**Mots clés : Conduite cylindrique, Laminaire, Turbulent, Nombre de Reynolds, Comportements newtonien et non-newtonien, ANSYS-Fluent ®.**

## **Abstract**

In this work, we conducted a numerical study of a laminar flow in a cylindrical pipe for different fluids namely a newtonian fluid of reference, and non-newtonian fluid representing the drilling mud, which was chosen for the model Herscehl-Bulkley model for its behavior. Our objective is to study the mechanical behavior of drilling mud flowing in a hydraulic circuit. This study of complex fluid flows in a cylindrical pipe was dictated by the primary need of transporting drilling muds and understanding the mechanisms that govern these flows. The modeling was realised for both laminar and turbulent flow regimes, using a business computer code "ANSYS-Fluent ®." We studied the influence of the parameters of the constitutive law and the Reynolds number on the velocity distribution and the wall shear stress. The coefficient of friction is calculated in the different flow regimes for the two fluids.

**Keywords: Driving cylindrical, Laminar, Turbulent, Reynolds number, behavior Newtonian and non-Newtonian, ANSYS-Fluent ®.**