République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université A. Mira de Béjaia

Faculté des Sciences Exactes

Département de Recherche Opérationnelle

Mémoire de fin de cycle

en vue de l'obtention du diplôme de Master en Recherche Opérationnelle

Option : Modélisation Mathématique et Techniques de Décision

Thème

Union douanière, coopération et concurrence : approche par la théorie des jeux séquentiels

Présenté par : Mlle ABDELKRIM Sarah et Mlle AOUADENE Habiba

Devant le jury composé de :

Président :	Mr N. Khimoum	MAA	U. A. Mira Béjaia.
Promoteurs :	Mr M.S Radjef	Professeur	U. A. Mira Béjaia.
	Mlle R. Sait	MAA	U. A. Mira Béjaia.
Examinateurs :	Mlle K. Bouibed	MAA	U. A. Mira Béjaia.
	Mr N. Nait-Mohand	Doctorant	U. A. Mira Béjaia.

∗ ∗ ∗Béjaïa 2016∗ ∗ ∗

Remerciements

Nous remercions Dieu tout puissant de nous avoir accordé santé, courage et la volonté pour accomplir ce modeste travail.

Nous tenons également à remercier notre encadreur `Pr RADJEF` et M^{elle} `SAIT` pour leurs précieux conseils, leurs disponibilités et encouragements qui nous ont poussés à donner le meilleur de nous-même tout au long de la préparation de ce mémoire.

Nous exprimons notre grand respect aux honorables membres de jury qui ont accepté d'évaluer notre travail et qui trouvent ici le témoignage de notre reconnaissance.

À ceux qui nous ont soutenu de près ou de loin pour la réalition de ce travail, un grand MERCI.

S.Abdelkrim et H. Aouadene

Dédicace

***J**e tiens à dédier ce travail :*

***À** la lumière de ma vie, ma très chère mère, que dieu la garde à mes cotés ;*

***À** mon pére, mon équilibre, mon tout sans qui chaque pas de ma vie n'aurait pas été possible ;*

***À** mon frére, que dieu nous garde l'un pour l'autre à jamais ;*

***À** tous mes amis (es), famille ;*

***À** mon binôme habiba.*

Sarah

Dédicace

***J**e tiens à dédier ce travail à :*

***M**a très chère mère qui n'a jamais cessé de m'encourager, que dieu la protége ;*

***L**a mémoire de mon père, à qui je dédie personnellement ce modeste mémoire ;*

***M**es proches et surtout mes sœurs et mon frére qui m'ont soutenu ;*

***T**oute ma famille, mes amis(es) ;*

***M**a binôme Sarah.*

Habiba

TABLE DES MATIÈRES

Table des Matières i

Table des Figures ii

Introduction Générale 1

1 Concepts de base de la théorie des jeux et de la formation de coalitions 4

Introduction . . . 4

1.1 Concept du jeu . . . 5

1.2 Définitions . . . 5

1.3 Classement des jeux . . . 6

1.3.1 Déroulement du jeux dans le temps . . . 6

1.3.2 Nature de l'information . . . 7

1.3.3 Selon le modèle utilisé pour les décrire . . . 8

1.3.4 Selon le nombre de stratégies . . . 10

1.3.5 Selon les gains des joueurs . . . 11

1.3.6 Selon le type de relations entre les joueurs . . . 12

1.4 Concepts de solution d'un jeu stratégique non coopératif . . . 12

1.4.1 Équilibre de Nash . . . 12

1.4.2 Fonctions de meilleures réponses et équilibre de Nash . . . 13

1.5 Approche non cooperative de formation de coalition et concept de solution 13

1.6 Formation de coalition . . . 14
1.6.1 Jeux de formation de coalitions . . . 14
1.6.2 Conditions de stabilité des coalitions . . . 18
Conclusion . . . 23

2 Union douanière : description du modèle de Hammoudi et ses co-hauteurs 24
Introduction . . . 24
2.1 Description du modèle . . . 25
2.2 Équilibre en quantités entre le cartel et la frange . . . 28
2.3 Stabilité de l'union économique . . . 31
Conclusion . . . 32

3 Application des jeux séquentiels : concurrence internationale 33
Introduction . . . 33
3.1 Description du modèle . . . 33
3.1.1 Mise en oeuvre de la démarche . . . 34
3.2 Application . . . 36
3.3 Illustration des résultats . . . 48
Conclusion . . . 50

Conclusion Générale 51

Bibliographie 53

TABLE DES FIGURES

1.1 Forme extensive du jeu. 10

2.1 Le coût de douane d'un pays de la frange. 26

2.2 Le coût de douane d'un pays du cartel. 27

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La théorie des jeux est le domaine des mathématiques qui permet la modélisation de ce qu'on appelle les *interactions stratégiques*. Le principe est le suivant : plusieurs agents, des "joueurs", ont des intérêts liés, et ont un certain panel d'actions à leurs dispositions, des "stratégies". Chaque agent voulant naturellement maximiser son intérêt, la modélisation mathématique proposée tentera d'envisager les différentes issues possibles, de déterminer les éventuels équilibres et les stratégies optimales de chaque joueur, tout en se demandant si les stratégies optimales et les équilibres sont liés. C'est souvent autour du concept d'information que se jouent les subtilités de la théorie des jeux : chaque joueur utilise naturellement la connaissance qu'il a des autres joueurs, de leurs stratégies, et de leur propre information.

Ce domaine des mathématiques, certes jeune, se confronte rapidement à des problèmes d'une grande complexité, et ce sont des questions élémentaires qui sont aujourd'hui irrésolues. Il est conseillé fortement l'exploration de ce domaine, très passionnant, pour tout mathématicien curieux. Les outils utilisés sont très variés, de l'algèbre à l'analyse en passant par les systèmes dynamiques, les raisonnements sont beaux et abstraits, alors que les résultats ont une signification concrète. Les applications sont très diverses, la théorie des jeux étant utilisée en biologie, en sciences politiques, ou encore en philosophie. Mais les jeux ont surtout pris une place très importante en économie. En effet, le marché économique se modélise immédiatement comme un jeu : chaque entreprise est un joueur, qui cherche à maximiser son profit, tout en essayant d'anticiper les stratégies de ses adversaires.

La représentation que nous adoptons dans ce projet est la forme stratégique. Chaque jeu est représenté par un triplet : les joueurs qui y participent, les stratégies qu'ils ont à leur disposition et le gain ou la perte de chacun attribué à une combinaison particulière de stratégies.

Il y'a plusieurs classifications des jeux suivants différents critères, on distingue deux grandes familles si on prend en compte la relation entre les agents : les jeux coopératifs et les jeux non-coopératifs. Au cas où des agents d'une manière collective peuvent passer entre eux des accords qui les lient de manière contraignante (par exemple, sous la forme d'un contrat qui prévoit une sanction légale dans le cas du non respect de l'accord). On dit alors qu'ils forment une coalition dont les membres agissent de concert. Dans le cas contraire, c'est-à-dire : lorsque les joueurs n'ont pas la possibilité de former des coalitions, le jeu est dit non-coopératif.

Notre mémoire est partagé en trois chapitres présentés comme suit :

Dans le premier chapitre, nous consacrons notre travail sur la théorie des jeux et son application qui est extrêmement riche pour l'analyse des comportements oligopolistiques des firmes. La rationalité des joueurs (firmes) nous ramène à s'intéresser sur la formation endogène de coalition, et de donner ainsi quatres modèles sur lesquels une coalition peut être formée à partir des décisions "voeux" des joueurs. Après, cette étape nous nous intéressons à la stabilité (intérieure et extérieure) de ces coalitions.

Dans le deuxième chapitre, nous allons exposer le modèle de Hammoudi, Alessandra Schiavina et Eric Giraud-Heraud qui a été réalisé en 1998, sur la modélisation de la concurrence internationale, où un nombre restreint de pays coopèrent sur les échanges d'un bien homogène en incluant des tarifs douaniers.

Dans le dernier chapitre, nous proposons une autre modélisation sous forme d'un jeu séquentiel à trois étapes. Dans le cas des firmes identiques, le jeu est décrit comme suit : n ($n \leq N$) firmes décident de former une coalition dans un premier lieu, ensuite elles décident de leurs droits de douane, puis vient l'étape où les firmes rentrent en concurrence à la Cournot (en quantités). Ce modèle est résolu par la méthode d'induction à rebours, où à chaque étape, on détermine l'équilibre parfait en sous jeu. Après avoir résolu le problème, et à partir des équilibres trouvés, nous introduisons les conditions de stabilité sur la coalition formée en se basant sur les résultats la stabilité intérieure et extérieure. Une application numérique est alors venue illustrer nous résultats. Nous concluons notre travail par des interprétations des résultats sur la stabilité d'une union, ainsi que des perspectives de recherches très intéressantes en vue d'établir de nouveaux résultats sur le contexte considéré, et d'élargir également ce domaine dont le monde économique, industriel et scientifique compte pourrait trouver intérêt.

Ce mémoire s'achève par une conclusion, où nous mettrons l'accent sur les perspectives de recherches induites par notre travail.

CHAPITRE 1

CONCEPTS DE BASE DE LA THÉORIE DES JEUX ET DE LA FORMATION DE COALITIONS

Introduction

Construite dans la seconde partie du XXème siècle sur les contributions séminales de Von Neumann et Morgenstern (1944) et Nash (1951), la théorie des jeux étudie les situations d'interaction stratégique où le sort de chacun dépend, non seulement, de ses propres décisions, mais aussi des décisions prises par les autres [19].

La théorie des jeux a pour objet d'établir et d'étudier les principes et les règles mathématiques pouvant intervenir dans l'analyse des différents types de comportement et des issues possibles lors d'une interaction stratégique entre plusieurs preneurs de décisions (appelés agents en économie et joueurs en théorie des jeux) [31].

L'application de cette théorie en organisation industrielle s'est avérée extrêmement riche pour l'analyse des comportements oligopolistiques des firmes. Ces dernières peuvent former des coalitions, mais seulement si elles ont intérêt à appartenir à une coalition. C'est cette théorie qui nous intéresse dans la suite de ce travail, parce qu'elle permet une description détaillée qui guide le comportement des joueurs sur la base de leurs objectifs personnels.

Ce chapitre a pour but de présenter des généralités sur la théorie des jeux et leurs classements ainsi quelques définitions de base utilisées dans les jeux ainsi que les formations de coalitions et leurs stabilité.

1.1 Concept du jeu

Un jeu est une interaction entre les joueurs dont le résultat dépend des actions de chacun.

Les participants à un jeu sont appelés joueurs (players). Chaque joueur (une entreprise, un consommateur ou un gouvernement) agit pour son propre compte selon le principe de rationalité individuelle. Ce principe stipule que chacun cherche à prendre les meilleures décisions pour lui-même ; il ne fait pas référence à une rationalité qui transcenderait les participants et le jeu dans lequel ils opèrent. La rationalité dont il est question ici est celle d'un joueur d'échecs qui désire gagner la partie et qui, pour cela, emploie les moyens qui lui paraissent les meilleurs. Pour le producteur, il s'agira de maximiser son profit face à des concurrents en choisissant, par exemple, le meilleur prix de vente. Le consommateur cherchera quant à lui à acquérir le bien qui l'intéresse au prix le plus bas après un marchandage avec le vendeur [27].

1.2 Définitions

Définition 1.2.1. La stratégie d'un joueur est une règle qui lui indique, étant donné son ensemble d'information, quelle action choisir à chaque instant du jeu où il a la possibilité de jouer [22] [29]. Il existe trois types de stratégies [11].

Définition 1.2.2. Une **stratégie pure** est un plan d'actions qui est choisi par chaque joueur avec certitude. On note par Y_i l'ensemble des stratégies pures du i^{me} joueur et par y_i l'une de ces stratégies.

Définition 1.2.3. Une **stratégie mixte** α est une distribution de probabilité des stratégies pures. Si un joueurs $i \in I$ admet m_i stratégies pures, alors $\Delta_{m_i} = \{\alpha = (\alpha_1, ..., \alpha_{m_i}) \in R^{m_i}, \ \ \sum_{j=1}^{m_i} \alpha_j = 1, \ \ \alpha_j \geq 0, \ \ j = \overline{1, m_i}\}$ sera l'ensemble des stratégies mixtes du joueur $i \in I$.

Définition 1.2.4. Une **stratégie de comportement** est une application qui définit l'action à prendre pour chaque ensemble d'information.

Le résultat qu'obtient chaque joueur à la fin du jeu est dit gain (ou paiement) de celui-ci.

1.3 Classement des jeux

Un jeu peut être classé selon plusieurs critères :

1. Déroulement du jeu dans le temps.
2. Nature de l'information
3. Selon le modèle utilisé pour les décrire.
4. Nombre de stratégies.
5. Les gains des joueurs.
6. Type de relation entre les joueurs.

1.3.1 Déroulement du jeux dans le temps

Cette distinction met en évidence deux types de jeu que l'on peut définir comme suit :

Jeu statique

On dit qu'un jeu est statique (one-shot game) lorsque les joueurs choisissent simultanément leurs actions et reçoivent ensuite leurs gains respectifs [27].

Remarque. Parmi les jeux statiques, les jeux finis à deux joueurs occupent une place privilégiée parce qu'ils permettent une présentation simple. Ils sont décrits sous forme de matrice dans lesquelles le premier joueur joue verticalement, c'est-à-dire choisir une ligne de la matrice, et le second horizontalement en choisissant une colonne. On parle dans ce cas de jeux matriciels.

Jeu dynamique

Les jeux dynamiques sont des jeux dans lesquels l'ordre des coups a une importance : les joueurs peuvent par exemple jouer les uns après les autres. De tels jeux peuvent être à un horizon fini (où le nombre de coups est fini) ou non. Le jeu d'échec par exemple, est un jeu dynamique à horizon fini [27].

1.3.2 Nature de l'information

L'information dont dispose chaque joueur au moment où il joue est capitale pour décrire un jeu et les stratégies dont dispose chaque joueur.

Information complète et incomplète

Un jeu est dit à information complète si chaque joueur connaît tous les éléments constituant le jeu, à savoir, nombre de joueurs, leurs ensembles de stratégies et leurs gains.
Si un élément constituant le jeu échappe à l'information d'un joueurs, on dit que le jeu est à information incomplète.

Information parfaite et imparfaite

Un jeu est dit à information parfaite si chaque joueur connaît l'ensemble des actions choisies par tous les joueurs qui sont intervenus avant qu'ils prenne sa décision propre.
Dans le cas contraire, le jeu est dit à information imparfaite.

1.3.3 Selon le modèle utilisé pour les décrire

Forme stratégique

Un jeu sous forme normale est une collection de stratégie décrivant les actions de chaque joueur de toutes les situations concevables du jeu, ainsi que les gains que chacun obtient lorsque les stratégies de tous les joueurs sont connues. Formellement, un jeu sous forme normale est donnée par [21] :

$$\mathcal{J} = < \mathcal{N}, \{Y_i\}_{i\in\mathcal{N}}, \{\pi_i\}_{i\in\mathcal{N}} > . \tag{1.1}$$

où ;

- $\mathcal{N} = \{1, 2, ..., N\}, N \in \mathbb{N}, N \geq 2$ est l'ensemble des protagonistes appelés joueurs. Un joueur quelconque est désigné par l'indice $i : i \in \mathcal{N}$
- $Y_i \subset \mathbb{R}^{n_i}, i \in \mathcal{N}$: désigne l'ensemble de stratégies possibles du i^{me} joueur.
- On note par $y = (y_i, y_{-i}) \in Y = \prod_{i\in\mathcal{N}} Y_i$ une combinaison de stratégies, une issue, une situation, état ou profil du jeu, où : y_i : est la stratégie du joueur i et $y_{-i} = y_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} = (y_1, y_2, ..., y_{i-1}, y_{i+1}, ..., y_N)$: une situation du jeu qui contient les stratégies de tous les joueurs sauf celle du i^{me}.
- $\pi_i : Y = Y_1 \times ... \times Y_N \to \mathbb{R}, \ \ \forall i \in \mathcal{N}$, est la fonction gain du i^{me} joueur. Autrement dit, la fonction objectif du joueur i dépend non seulement de sa propre stratégie y_i, mais aussi de celles des autres joueurs résumées dans y_{-i}.
- Chaque joueur connaît les autres joueurs, leurs ensembles de stratégies et leurs fonctions de gains.

Exemple 1.3.1. ***Dilemme du prisonnier*** *[21]*
Deux voleurs Raoul et Gaston sont mis en examen dans une affaire de hold up. Cependant il n'existe pas de preuves pour les emprisonner. Séparément, on leur propose le marché suivant :

- *Si Gaston (joueur1) dénonce (D) Raoul (joueur2) et Raoul se tait (T), Gaston sera libéré et Raoul écopera de 5ans.*
- *Si Raoul dénonce Gaston et Gaston se tait, Raoul sera libéré et Gaston écopera de 5ans.*

- *Si les deux se taisent, ils n'auront chacun qu'un an de prison.*
- *Si les deux se dénoncent mutuellement, ils auront chacun 3ans.*

La forme stratégique de ce jeu est :

stratégie	T	D
T	(-1,-1)	(-5,0)
D	(0,-5)	(-3,-3)

TABLE 1.1 – Matrice des gain associée.

Forme extensive

Un jeu sous forme extensive (on dit aussi développée) est défini par un arbre qui décrit comment le jeu est joué, qui est composé des éléments suivants [27] :

1. *Un ensemble* $\mathcal{N} = \{1, ..., N\}$ *de joueurs.*
2. *Un arbre fini (arbre de Kuhn) composé de :*
   - *Un ensemble de noeuds représentant les coups.*
   - *Un ensemble de branches représentant les alternatives à chaque coup.*
3. *Une fonction de nommage qui indique à chaque noeud quel est le joueur qui doit jouer.*
4. *Une fonction d'évaluation qui associe à chaque noeud terminal un vecteur représentant les gains de chacun des joueurs.*
5. *Une partition des noeuds et un ensemble d'informations représentant les croyances (imparfaites) des joueurs.*

La forme extensive de l'exemple (1.2.1) est comme suit [5] :

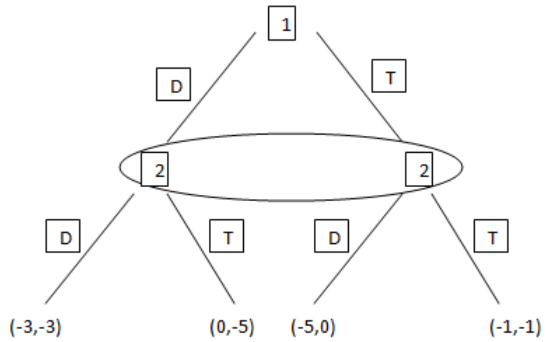

FIGURE 1.1 – Forme extensive du jeu.

Remarque 1

✓ Cette description d'un jeu sous forme extensive suppose que les ensembles d'actions sont finis.

✓ La forme extensive permet une description "dynamique" du jeu parce qu'elle spécifie les séquences de décisions prises par les joueurs. En revanche, un jeu sous forme stratégique est plus facile à manipuler et donc plus souvent utilisée dans les applications.

Remarque 2

Pour résoudre ce type de jeux, on applique la méthode d'induction à rebours (**backward induction**) qui consiste à trouver le comportement optimal des acteurs du jeu lors du dernier niveau (k), puis de raisonner en remontant niveau par niveau. On trouve alors la solution pour $(k-1)$, $(k-2)$, jusqú'au premier niveau.

1.3.4 Selon le nombre de stratégies

Jeu fini à N joueurs

Le jeu (1.1) est dit fini, lorsque les ensembles de stratégies Y_i, $i \in \mathcal{N}$ sont des ensembles finis ($|Y_i| < \infty, \forall i \in \mathcal{N}$).

cas particulier : jeu fini à deux joueurs

Un jeu fini à deux joueurs est un cas particulier des jeux finis à N joueurs, lorsque l'ensemble des joueurs est réduit à deux ($\mathcal{N} = \{1, 2\}$). Il est représenté par :

$$\mathcal{J}_2 =< Y_1, Y_2, \pi_1, \pi_2 >$$

où :

a) $Y_1 \subset \mathbb{R}^m$ désigne l'ensemble constitué d'un nombre fini m de stratégies du joueur 1 :

$$Y_1 = \{x_1, x_2, ..., x_m\};$$

b) $Y_2 \subset \mathbb{R}^n$ désigne l'ensemble constitué d'un nombre fini n de stratégies du joueur 2 :

$$Y_2 = \{y_1, y_2, ..., y_n\};$$

c) $Y = Y_1 \times Y_2$ est l'ensemble des issues du jeu.

d) $\pi_1 : Y_1 \times Y_2 \to \mathbb{R}$ est la fonction de gain du joueur 1 ; $\pi_2 : Y_1 \times Y_2 \to \mathbb{R}$ est la fonction de gain du joueur 2.

Jeu infini à N joueurs

Le jeu (1.1) est dit infini, lorsque l'un des ensembles de stratégies $Y_i, \quad i \in \mathcal{N}$ est un ensemble infini.

1.3.5 Selon les gains des joueurs

Jeu fini à somme constante

Le jeu (1.1) est dit à somme constante, si :

$$\sum_{i=1}^{N} \pi_i(y) = cste, \forall y \in Y = \prod_{i=1}^{N} Y_i.$$

Un cas particulier des jeux à somme constante sont les jeux **à somme nulle**.

Un jeu à deux joueurs est dit à somme nulle, si dans toute situation du jeu, les valeurs des fonctions de gain des deux joueurs sont des signes opposées, mais égales en modules, c'est à dire :

$$\pi_1(y_1, y_2) + \pi_2(y_1, y_2) = 0, \quad \forall \ \ y_1 \in Y_1, \forall \ \ y_2 \in Y_2 \ \ (\pi_1 = -\pi_2).$$

1.3.6 Selon le type de relations entre les joueurs

Une caractéristique fondamentale des jeux est que le gain obtenu par un joueur dépend de ses choix, mais aussi des choix effectués par les autres joueurs. Il convient alors de distinguer deux grandes familles de jeux : les jeux coopératifs et les jeux non coopératifs.

Un jeu est **coopératif** lorsque les joueurs peuvent passer entre eux des accords qui les lient de manière contraignante (par exemple, sous la forme d'un contrat qui prévoit une sanction légale dans le cas du non respect de l'accord). Autrement dit, un jeu est dit coopératif si les joueurs peuvent effectuer des accords forcés avant le déroulement du jeu (par exemple signature d'un contrat engageant de façon irrévocable tous les joueurs), dans le cas contraire, on parlera alors des **jeux non coopératifs** [27] [31] [5].

1.4 Concepts de solution d'un jeu stratégique non coopératif

1.4.1 Équilibre de Nash

Le processus de dominance successive ne conduit pas nécessairement à un résultat clair. Il apparaît donc nécessaire de disposer d'une solution dont les conditions d'existence soient plus faibles.

Définition 1.4.1. Une issue $y^* = (y_1^*, ..., y_N^*); (y_i^* \in Y_i^*, i = \overline{1, N})$ est dite **équilibre de Nash** du jeu (1.1), si aucun joueur $i \in \mathcal{N}$ n'a intérêt à dévier unilatéralement de sa stratégie y_i^* quand les autres joueurs continuent à jouer y_{-i}^*. Par conséquent nous devons avoir :

$$\pi_i(y_i^*, y_{-i}^*) \geq \pi_i(y_i, y_{-i}^*), \quad \forall y_i \in Y_i, \quad \forall \ \ i \in \mathcal{N}. \tag{1.2}$$

y^* est un **équilibre de Nash strict** si $\pi_i(y_i^*, y_{-i}^*) > \pi_i(y_i, y_{-i}^*), \ \ \forall\ y_i \in Y_i, \ \ et\ \ \forall\ \ i \in \mathcal{N}$.

1.4.2 Fonctions de meilleures réponses et équilibre de Nash

Étant donnée la structure du jeu (1.1), nous pouvons déterminer les stratégies du joueur i qui correspondent à la plus grande satisfaction pour lui face à tous les autres profil. Alors ces stratégies correspondent à la meilleure situation que i peut obtenir face à y_{-i}. Le concept de meilleure réponse généralise cette idée [27].

Définition 1.4.2. On définit la fonction de la meilleure réponse du joueur i par la correspondance $MR_i \ \ : Y_{-i} \to \ \ Y_i$ comme suit :

$$MR_i(y_{-i}) = \arg\max_{y_i \in Y_i} \ \ \pi_i(y_i, y_{-i}) \tag{1.3}$$

Définition 1.4.3. (stratégie prudente) [17]
On appelle *stratgie prudente ou stratgie maxmin* du i^{ieme} joueur une stratégie $\overline{y}_i$ vérifiant :

$$\inf_{y_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} \in Y_{\mathcal{N}\setminus\{i\}}} \pi_i(\overline{y}_i, y_{\mathcal{N}\setminus\{i\}}) = \sup_{y_i \in Y_i} \quad \inf_{y_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} \in Y_{\mathcal{N}\setminus\{i\}}} \pi_i(y_i, y_{\mathcal{N}\setminus\{i\}})$$

Le paiement ;

$$\alpha_i = \sup_{y_i \in Y_i} \quad \inf_{y_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} \in Y_{\mathcal{N}\setminus\{i\}}} \pi_i(y_i, y_{\mathcal{N}\setminus\{i\}})$$

est le paiement maximum garanti du joueur i, il est aussi appelé niveau de sécurité. Toute issue $\overline{y} \in Y$ vérifiant :

$$\forall i \in \mathcal{N}, \pi_i(\overline{y}) \geq \alpha_i = \sup_{y_i \in Y_i} \quad \inf_{y_{\mathcal{N}\setminus\{i\}} \in Y_{\mathcal{N}\setminus\{i\}}} \pi_i(y_i, y_{\mathcal{N}\setminus\{i\}})$$

est appelée issue individuellement rationnelle.

1.5 Approche non cooperative de formation de coalition et concept de solution

Définition 1.5.1. Une coalition est un sous-ensemble de joueurs : $S \subseteq \mathcal{N} = \{1, ..., N\}$.

- Si C est une coalition d'un seul joueur ($C = \{i\}$), alors C est appelée **singleton**.

- Si C est la coalition formée de tous les joueurs ($C = \mathcal{N}$), alors C est appelée **grande coalition**, on note le cardinal de C par $c =\mid C \mid$.

L'ensemble $\mathcal{N} \setminus c$ joueurs, n'appartenant pas à la coalition C forment ce qu'on appelle `frange`.

Définition 1.5.2. (Structure de coalition)
Une structure de coalitions $C = \{C_1, C_2, ..., C_m\}$ est une partition de l'ensemble des joueurs $\mathcal{N} = \{1, 2, ..., N\}$ telle que :

$$\begin{cases} C_i \cap C_j = \emptyset, \quad \forall i \neq j, \\ et \\ \bigcup_{i \in \mathcal{N}} C_i = \mathcal{N}. \end{cases}$$

1.6 Formation de coalition

Formation de coalition Il existe une littérature variée qui modélise des situations où les joueurs peuvent coopérer [10], cependant deux questions essentielles se posent aux joueurs :

✓ Quelles sont les coalitions qui vont se former et comment vont-elles se former ?

✓ Comment les gains seront répartis entre les coalitions ? Et à l'intérieur de la coalition,c'est-à-dire entre les joueurs de la même coalition ?

Les premiers travaux ont tenté de répondre à plusieurs questions, en supposant une structure coalitionnelle déjà en place, comme une donnée exogène du modèle. Par la suite, D'Aspermont [9](1983), Hart et Kurz [12] [13] (1983 et 1984), Bloch [4] (1996), Yi et Shin [24](1996, 1998), Ray et Vohra [30] (2001), Thoron [28] (2003) expliquent la formation de coalitions par des données endogènes du modèle et définissent une classe particulière de jeux appelée jeu de formation de coalitions.

1.6.1 Jeux de formation de coalitions

Nous pouvons classer les jeux de formation de coalitions selon la manière dont les joueurs prennent leurs décisions en deux catégories [25] :

Jeux simultanés

◇ **Jeu simple de formation de coalitions**

D'Aspermont et al [9] proposent un jeu de formation de coalitions, où l'ensemble des stratégies de chaque joueur est d'annoncer soit "d'adhérer" ou bien "non adhérer". Les joueurs qui annoncent "adhérer" forment une coalition et ceux qui annoncent "non adhérer" restent en tant que joueurs indépendants.

Exemple 1.6.1. *Soit* $\mathcal{N} = \{A, B, C, D, E\}$ *l'ensemble des joueurs.*

Les stratégies du chaque joueur :

– *A ,B, C annoncent "adhérer".*

– *D,E annoncent "non adhérer". La structure de coalitions résultante est :* $\{\{A, B, C\}, \{D\}, \{E\}\}$.

◇ **Jeu ouvert d'adhésion**

Dans ce jeu, nous disposons d'un ensemble d'adresses noté $A = \{a_1, a_2, ..., a_m\}$, on suppose que le nombre d'adresses distinctes doit être supérieur ou égal au nombre de joueurs. Chaque joueur annonce simultanément une adresse. Les joueurs qui annoncent la même adresse appartiendront à une même coalition.

Exemple 1.6.2. *Considérons un jeu à quatre joueurs* $\mathcal{N} = \{1, 2, 3, 4\}$, *soit* $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ *un ensemble d'adresses.*

La stratégie Y_i *du joueur* i, $i \in \mathcal{N}$ *est de choisir une adresse* $a_j \in A, \forall j = \{1, ..., 5\}$.

– $Y_1 \to a_1$.

– $Y_2 \to a_1$.

– $Y_3 \to a_3$.

– $Y_4 \to a_5$.

La structure de coalitions résultante est : $\{\{1, 2\}, \{3\}, \{4\}\}$.

◇ **Jeu** Γ

Les joueurs annoncent simultanément une liste de joueurs (lui-même y compris) notée C, avec qui il veut former une coalition. Ainsi l'ensemble des stratégies d'un joueur $i, i \in \mathcal{N}$ est :

$Y_i = C \subseteq \mathcal{N} : i \in C$.

Les coalitions qui ont été choisies par chacun de leurs membres seront formées, et les joueurs qui ont fait de mauvais choix se retrouveront seuls.

Formellement

Considérons une issue $\sigma = (C_1, C_2, ..., C_N) \in \prod_{i \in \mathcal{N}} Y_i$ du jeu Γ. Associons à chaque joueur $i \in \mathcal{N}$, l'ensemble T_i^σ défini par :

$$T_i^\sigma = \begin{cases} C_i \quad si \quad C_i = C_l, \quad \forall\ l \in C_i; \\ \{i\}, \qquad\qquad\qquad sinon. \end{cases}$$

Exemple 1.6.3. *Soit* $\mathcal{N} = \{A, B, C, D, E, F\}$ *l'ensemble des joueurs et* 2^6 *l'ensemble des coalitions de* $\mathcal{N}$*.*

$A \to C_1 = \{A, B, C\}$

$B \to C_2 = \{A, B, C\}$

$C \to C_3 = \{A, B, C\}$

$D \to C_4 = \{D, C, E\}$

$E \to C_5 = \{E, D, F\}$

$F \to C_6 = \{E, D, F\}$

Alors, on obtiendrait l'issue :

$$\sigma = (C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6)$$

,

Qui sommere la structure de coalitions suivante :

$T_1^\sigma = T_2^\sigma = T_3^\sigma = C_1 = \{A, B, C\}$

$T_4^\sigma = \{D\}$

$T_5^\sigma = \{E\}$

$T_6^\sigma = \{F\}$

$P = \{\{A, B, C\}, \{D\}, \{E\}, \{F\}\}$ *est la structure de coalitions résultante.*

◇ **Jeu Δ**

La différence avec le jeu Γ réside dans le fait que si un joueur fait un mauvais choix des membres de sa coalition, en incluant dans sa liste des joueurs qui ne l'ont pas choisi, il ne se retrouvera pas seul, mais va plutôt former une coalition avec les membres de sa liste qui ont fait le même choix que lui. La structure coalitionnelle qui va résulter d'un profil de stratégies $\sigma = (C_1, C_2, ..., C_N)$ sera alors :

$P^\sigma = \{T \subseteq N \ : \ i, j \in T \Leftrightarrow C_i = C_j\}$

Exemple 1.6.4. *Reprenons l'exemple* 1.5.3 *on aura :*

$T_1^\sigma = T_2^\sigma = T_3^\sigma = C_1 = \{A, B, C\}$

$T_4^\sigma = \{D\}$

$T_5^\sigma = T_6^\sigma = \{E, F\}$

Jeux séquentiels

◇ **Jeu à horizon infini**

Bloch [4] propose un jeu séquentiel de formation de coalitions, où il définit d'abord une règle d'ordre notée par ρ, qui est utilisée pour déterminer l'ordre des joueurs dans le jeu. Le premier joueur, selon la règle ρ, commence le jeu en proposant la formation d'une coalition C_0 à laquelle il appartient. Chaque membre éventuel répond à la proposition dans l'ordre déterminé par ρ. Si un des joueurs rejette la proposition, il doit faire une contre-offre et proposer une coalition C_1 à laquelle il appartient. Si tous les membres acceptent, la coalition sera formée. Tous les membres de C_0 se retirent alors du jeu, et le premier joueur dans $N \setminus C_0$ recommence le jeu.

1.6.2 Conditions de stabilité des coalitions

Il y a deux propriétés fondamentales que doit vérifier une structure de coalitions pour jouir de la stabilité [21], [20] .

- **Stabilité intérieure** : une coalition C est intérieurement stable, si aucun joueur $i \in C$ n'a intérêt à la quitter pour rejoindre la frange $\mathcal{N} \setminus C$ des joueurs restants.
  Formellement :
  $$\forall i \in C,\ \pi_i(C) \geq \pi_i(C \setminus \{i\}),$$
  où :
  $\pi_i(C)$ est le gain du joueur i en étant dans C,
  $\pi_i(C \setminus \{i\})$ est le gain du joueur i en quittant la coalition C.
- **Stabilité extérieure** : une coalition C est extérieurement stable, si aucun joueur $i \in \mathcal{N} \setminus C$ n'a intérêt à rejoindre la coalition C.
  Formellement
  $$\forall i \in \mathcal{N} \setminus C,\ \pi_i(C \cup \{i\}) < \pi_i(C),$$
  où :
  $\pi_i(C)$ est le gain du joueur i en étant à l'extérieur de C ;
  $\pi_i(C \cap \{i\})$ est le gain du joueur i en rejoignant la coalition C.

Pour illustrer l'utilisation de ces conditions et pour prévoir les coalitions qui vont se former dans un jeu, nous allons étudier l'exemple de l'oligopole de Cournot :

Exemple : oligopole de Cournot

Considérons un marché oligopolistique composé de trois firmes $\{1, 2, 3\}$ produisant un même bien. Chaque firme doit décider de la quantité à mettre sur le marché caractérisé par la fonction inverse de demande, donnée par :

$$P(Q) = \max\{a - Q, 0\}, \qquad Q = y_1 + y_2 + y_3,$$

où : y_j est la quantité produite par la firme $j = \{1, 2, 3\}$.

Version non coopérative du jeu

Supposons en premier lieu qu'aucune entente n'est possible entre les firmes, donc nous obtenons un jeu non coopératif :

$$< \mathcal{N}, \{Y_j\}_{j\in\mathcal{N}}, \{\pi_i\}_{i\in\mathcal{N}} >,$$

où

1. $\mathcal{N}$ est l'ensemble des joueurs qui sont les trois firmes $\mathcal{N} = \{1, 2, 3\}$;
2. Y_j est l'ensemble des stratégies de la firme j, $y_j = [0; +\infty[, \quad j \in \mathcal{N}$;
3. π_i la fonction de gain de la firme j, qui représente le bénéfice qu'elle réalisera de la vente de sa production.

   Si le coût de production unitaire pour toutes les firmes est c, alors la fonction de gain de la firme j sera :

   $$\pi_j(y_i, y_{-i}) = y_j[P(Q) - c], \quad Q = y_1 + y_2 + y_3;$$

   On supposera que $c < a$. Pour trouver un équilibre de Nash pour ce jeu, on va construire les fonctions de réaction des trois firmes. La fonction de réaction MR_j de la firme j définit, pour des niveaux de production donnés des deux firmes, la meilleure décision de production pour la firme j. Construisons la fonction MR_1 : soient y_2, y_3 les niveaux de production fixés par les firmes 2 et 3 respectivement.

   Le prix du marché est alors :

   $$P(Q) = max\{a - Q, 0\} = max(a - (y_1 + y_2 + y_3), 0).$$

   Le profit de la firme 1 sera alors :

   $$\pi_1(y_1) = y_1(a - (y_1 + y_2 + y_3) - c). \tag{1.4}$$

   La maximisation de (1,4), par rapport à y_1, donne une meilleure réponse à la firme 1 qui est :

$$y_1 = \begin{cases} \frac{a-(y_2+y_3)-c}{2}, & si \quad a-(y_2+y_3)-c \geqq 0; \\ 0, & sinon \end{cases}$$

La fonction de réaction de la firme 1 est donnée par :

$$MR_1(y_2, y_3) = \begin{cases} \frac{a-(y_2+y_3)-c}{2}, & si \quad a-(y_2+y_3)-c \geqq 0; \\ 0, & sinon \end{cases}$$

Les fonction de réactions des deux autres firmes seront données par :

$$MR_2(y_2, y_3) = \begin{cases} \frac{a-(y_1+y_3)-c}{2}, & si \quad a-(y_1+y_3)-c \geqq 0; \\ 0, & sinon \end{cases}$$

$$MR_3(y_1, y_2) = \begin{cases} \frac{a-(y_1+y_3)-c}{2}, & si \quad a-(y_1+y_3)-c \geqq 0; \\ 0, & sinon \end{cases}$$

Nous pouvons à présent chercher les équilibres de Nash du jeu. En effet, un équilibre de Nash de ce jeu est une situation (y_1, y_2, y_3) vérifiant :

$$\begin{cases} y_1 = MR_1(y_2, y_3), \\ y_2 = MR_2(y_2, y_3), \\ y_3 = MR_3(y_1, y_2), \end{cases}$$

La résolution de ce système conduit à une solution unique :

$$y_1^* = y_2^* = y_3^* = \frac{a-c}{4}.$$

Les profits à l'équilibre des trois firmes seront alors :

$$\pi_1^* = \pi_2^* = \pi_3^* = \frac{(a-c)^2}{16}.$$

Version coopérative du jeu

Supposons à présent que les firmes peuvent coordonner leurs stratégies pour améliorer leurs profits. On s'intéresse à déterminer les coalitions (cartels) qui vont se former et l'issue du jeu en terme de quantités produites par les firmes et les profits réalisés. Supposons que deux firmes : 1 et 2 se regroupent pour constituer un cartel. Elles se comporteront alors comme une seule firme qui a pour objectif de maximiser $(\pi_1 + \pi_2)$.

Les ensembles des stratégies des deux joueurs sont : $Y_{1,2} = Y_3 = [0; +\infty[$. Leurs fonctions de gain sont respectivement $(\pi_1 + \pi_2)$ et π_3.

La fonction de réaction des deux joueurs (cartel) sont données par :

$$MR_{1,2}(y_3) = \begin{cases} \frac{a-y_3-c}{2}, & si \qquad a - y_3 - c \geqq 0; \\ 0, & sinon \end{cases}$$

La fonction de réaction de la 3eme firme sera :

$$MR_3(y_1, y_2) = \begin{cases} \frac{a-(y_1+y_2)-c}{2}, & si \qquad a - (y_1 + y_2) - c \geqq 0; \\ 0, & sinon \end{cases}$$

La résolution de ce système donne :

$$y_1^* + y_2^* = \frac{a-c}{3}, \qquad y_3^* = \frac{a-c}{3}.$$

Donc ;

$$y_1^* = y_2^* = \frac{a-c}{6}, \qquad y_3^* = \frac{a-c}{3}.$$

Et les profits réalisés :

$$\pi_1^* = \pi_2^* = \frac{(a-c)^2}{18}, \qquad \pi_3^* = \frac{(a-c)^2}{9}.$$

On s'intéresse à présent au cartel formé par les trois firmes. Leur fonction de gain sera :

$$\pi_Q = (\pi_1 + \pi_2 + \pi_3)$$

Donc

$$\pi_Q = Q[a - Q - c]$$

Après maximisation de la fonction de gain, la quantité produite par chacune des firmes sera :

$$y_1^* = y_2^* = y_3^* = \frac{(a-c)}{6}$$

Le profit des trois firmes alors :

$$\pi_1^* = \pi_2^* = \pi_3^* = \frac{(a-c)^2}{12}$$

Stabilité

- **Stabilité interne** Soit : $i, j, k \in \{1, 2, 3\}$ et $i \neq i \neq k$
  1. La grande coalition $\{i, j, k\}$ n'est pas stable intérieurement car,
  $$\pi_i^*\{\{j,k\},\{i\}\} > \pi_i^*\{i,j,k\}$$
  2. Toutes les coalitions de taille 2 ne sont pas intérieurement stables puisque,
  $$\pi_i^*\{\{j\},\{k\},\{i\}\} > \pi_i^*\{\{i,j\},\{k\}\}$$
- **Stabilité externe**
  1. La grande coalition {i,j,k} est stable extérieurement car, il n'existe aucun joueur qui puisse la rejoindre.
  2. Toutes les coalitions de taille 2 sont extérieurement stables puisque,
  $$\pi_k^*\{\{i,j\},\{k\}\} > \pi_k^*\{i,j,k\}$$
  3. Toutes les coalitions de taille 1 sont stables extérieurement puisque,
  $$\pi_k^*\{\{i\},\{j\},\{k\}\} > \pi_k^*\{\{i,k\},\{j\}\}$$

Conclusion

L'aspect théorique de l'approche non coopérative de la théorie des jeux a été détaillée dans ce chapitre car il est considéré comme un support nécessaire pour l'analyse des comportements oligopolistiques des firmes, en particulier la formation et la stabilité des coalitions. Nous allons voir dans les chapitres suivants comment modéliser les situations de coopération dans la concurrence internationale en tarif douanier.

CHAPITRE 2

UNION DOUANIÈRE : DESCRIPTION DU MODÈLE DE HAMMOUDI ET SES CO-HAUTEURS

Introduction

L'économie classique est une branche de l'économie qui étudie la coordination des comportements individuels sous la loi de la concurrence pure et parfaite (CPP). L'application de la théorie des jeux, en particulier avec l'apparition de l'ouvrage de "John Von Neumann et Oskar Morgenstern 1944" intitulé "Théorie des jeux et comportements économiques", dans la microéconomie a donné naissance à une nouvelle discipline appelée économie industrielle où organisation industrielle .
L'analyse de la formation des organisations régionales est aujourd'hui largement abordée dans la litérature économique traitant la concurrence internationale [23].

La théorie des unions douanières traite non seulement l'union douanière, mais aussi des zones de libre-échange, du marché commun et de l'union économique. L'analyse économique des unions douanières a aussi une histoire qui est assez bien relatée par Rebson (1990). Quoique l'on se réfère souvent aux travaux pionniers de Jacob Viner publiés en 1950, on retrouve également des études antérieures sur le sujet dont notamment l'analyse de Gregory (1921), Haberler (1936), de Beers (1941) et Byé (1950). Selon

Robson (1990), on dénombre environ 16 unions douanières entre 1818 et 1824 qui ont fait l'objet d'analyse par des économistes classiques et néoclassiques [6].

Le travail sous l'intitulé "Union douanière et coordination des échanges" de "Eric Giraud-Héraud, Hakim Hammoudi et Alessandra Schiavina" est l'un des articles qui ont traité le sujet des unions économiques. Les auteurs ont proposé une modélisation de la concurrence internationale où un nombre restreint de pays coopèrent sur les échanges d'un bien homogène. Ils ont montré pourquoi cet accord ne peut être soutenable que dans la mesure où l'union économique adopte une protection douanière. Cependant, la coopération régionale, accompagnée du contrôle des importations, améliore également le surplus des pays tiers [10].

Dans la section suivante, une description générale du modèle ainsi que ses principaux résultats seront donnés.

2.1 Description du modèle

Ils ont considéré une concurrence internationale où les pays ont les mêmes caractéristiques d'offre et de demande et produisent un bien homogène, tel que :

1. $\mathcal{N} = \{1, ..., N\}$: désigne l'ensemble des N pays (preneurs de décisions).
2. q_{ij} : représente la quantité de bien que le pays i offre au pays j (variable de décision), $i, j \in \mathcal{N}$.
3. $Q = (q_{ij})_{i,j \in \mathcal{N}}$:représente la matrice des exportations.
4. $C_n = \{1, ..., n\}$: représente l'union économique (coalition) de taille n telle que $1 \leq n \leq N$.
5. $F_x = \{n + 1, ..., N\}$: représente l'ensemble des pays de la frange tel que $x = N - n$.
6. Le coût de production du pays i est donné par :

$$C(X_i) = cX_i, \quad i \in \mathcal{N}$$

où ; $X_i = \sum_{j=1}^{N} q_{ij}$: représente la production totale du pays $i (i \in \mathcal{N})$ et $c > 0$ son coût marginal de production.

7. $p_i(Y_i)$: représente le prix du marché du bien dans le pays $i (i \in \mathcal{N})$; qui est défini par la fonction inverse de demande sous : la forme linéaire suivante :

$$p_i(Y_i) = a - bY_i \qquad (a > c > 0 \ , \ b \in [0,1] \ \ et \ \ a > \ b\, Y_i)$$

où ; $Y_i = \sum_{j=1}^{N} q_{ji}$: représente la quantité offerte sur le marché [1] du pays $i \in \mathcal{N}$.

8. t_{ij} : représente le droit de douane à l'exportation de la part du pays i $(i \in \mathcal{N})$ vis-à-vis du pays j $(j \in \mathcal{N})$ pour lequel nous effectuons les restrictions suivantes :

$$\begin{cases} t_{ij} = t_C, \quad si \ \ i \in \ F_x \ et \ j \in \ C_n \\ et \\ t_{ij} = t_F, \quad si \ \ i \ \in \ F_x \ et \ j \in \ F_x. \end{cases}$$

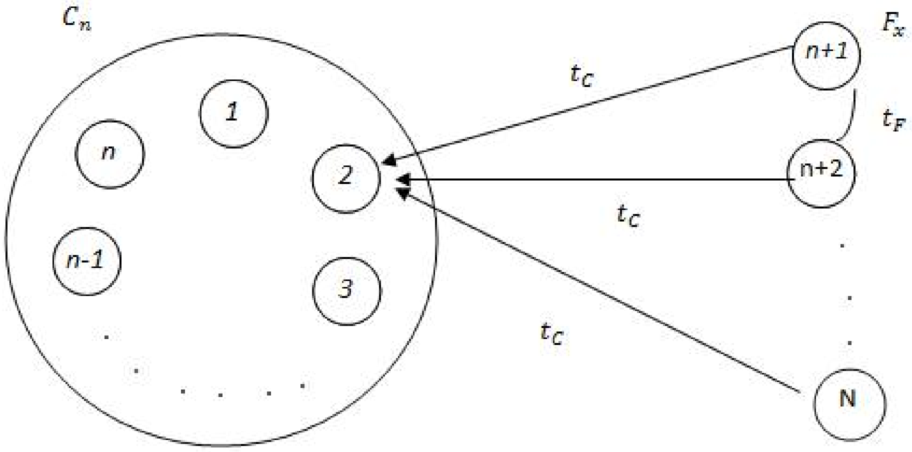

FIGURE 2.1 – Le coût de douane d'un pays de la frange.

- $t_{ij} = t_F$ si $i \in C_n$ et $j \in F_x$; cette hypothèse spécifie un droit de douane commun du cartel vis-à-vis des pays tiers.

1. Correspond à la somme de la quantité totale importée et sa quantité offerte sur son marché domestique.

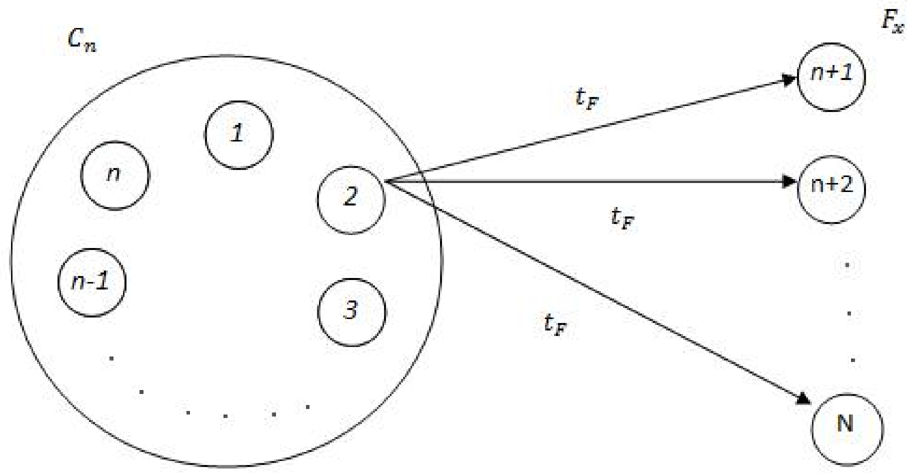

FIGURE 2.2 – Le coût de douane d'un pays du cartel.

- $t_{ij} = 0$, si $i \in C_n$ et $j \in C_n$; cette hypothèse spécifie un droit de douane nul entre les pays du cartel.

Ce droit t_{ij} est payé par le producteur du pays $i,\ i \in \mathcal{N}$ au contribuable du pays $j,\ j \in \mathcal{N}$.

9. La fonction de profit du producteur du pays i est donnée par :

$$\pi_i(n,t,Q) = \sum_{j=1}^{N} p_j(Y_j)q_{ij} - C(X_i) - \sum_{j=1\ j\neq i}^{N} t_{ij}q_{ij}. \tag{2.1}$$

10. Le surplus des consommateurs du pays i est une fonction quadratique par rapport à Y_i, donné par :

$$W_i^c(n,t,Q) = \frac{b}{2}Y_i^2. \tag{2.2}$$

11. Le surplus du contribuable du pays $i,\ i \in I$ est donné par :

$$W_i^s(n,t,Q) = \sum_{j=1 j\neq i}^{N} t_{ji}q_{ji}. \tag{2.3}$$

12. Le surplus total du pays i, $i \in I$ est écrit comme une pondération du surplus des producteurs, des consommateurs et des contribuables :

$$W_i(n,t,Q) = \lambda_1 \pi_i(n,t,Q) + \lambda_2 W_i^c(n,t,Q) + \lambda_3 W_i^s(n,t,Q). \tag{2.4}$$

avec $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \geq 0, \quad \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1.$

Les pondérations de la fonction objectif peuvent différer entre les secteurs économiques, mais également entre les pays où l'importance accordée aux producteurs par rapport au surplus des consommateurs peut connaître des variations importantes. Ils ont analysé dans [10] l'influence sur les résultats d'une prédominance accordée le plus souvent par les Etats au secteur productif (avec $\lambda_1 \geq \lambda_2$ et $\lambda_1 \geq \lambda_3$). Tout au long de cet article, l'ensemble des résultats ont été discuté en fonction du poids relatif des producteurs par rapport aux consommateurs. Pour cela, ils ont utilisé le changement de variable suivant :

$$\lambda = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1} \in]0,1]$$

2.2 Équilibre en quantités entre le cartel et la frange

Ils ont analysé dans cette section la concurrence internationale définie comme un jeu à $(x+1)$ joueurs (représentés par x les pays de la frange et par le cartel compris comme une seule entité).

Ils ont supposé pour cela que les espaces de stratégies et les fonctions d'utilité de ces joueurs sont représentés de la façon suivante : chaque pays i de la frange F_x décide d'une part, de la quantité q_{ii} du bien qu'il met en vente sur son territoire national, et d'autre part, de l'exportation q_{ij} qu'il effectue en direction de chaque pays $j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}$, que ce pays j appartienne à la frange ou soit membre du cartel.

De la même façon les pays du cartel décident de se coordonner à la fois pour chaque production nationale $q_{ii}(i \in C_n)$ et pour l'ensemble des exportations $q_{ij}(i \in C_n, j \in \mathcal{N} \setminus \{i\})$. La décision de coopération est prise en optimisant sur la somme des surplus des membres du cartel. Le critére retenu s'écrit :

$$\max_{(q_{ij})i \in C_n, j \in I} W_C(n,t,Q) = \sum_{i=1}^{n} W_i(n,t,Q)$$

Ils ont considéré ainsi que chaque offre effectuée sur le marché intérieur d'un pays i, et chaque exportation de ce pays$i \in I$ vers un pays $j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}$ doit correspondre à une meilleure réaction par rapport aux autres quantités produites et exportées sur l'ensemble des pays du cartel et de la frange.

De plus, il est facile de vérifier qu'un tel équilibre peut prendre différentes formes suivant les niveaux des droits de douane t_C et t_F prévalant entre la frange et le cartel. Si l'un de ces deux paramétres excéde une valeur critique $t(\lambda)$, alors il n'y a pas d'échange à l'équilibre, ni d'un pays du cartel en direction d'un pays de la frange (si $t_F \geq t(\lambda)$)ni d'un pays de la frange vers un pays du cartel (si $t_C \geq t(\lambda)$). Le droit de douane pivot $t(\lambda)$ prend la forme :

$$t(\lambda) = \frac{\lambda}{1+\lambda} d.$$

En tenant compte de la symétrie du modèle, Ils ont montreéqu'il n'existe dans ce cas que six quantités caractérisant les échanges internationaux à l'équilibre :

- q_1 : la quantité offerte sur le territoire national de chaque pays du cartel pour $i \in C_n$;
- q_2 : la quantité offerte sur le territoire national de chaque pays de la frange pour $i \in F_x$;
- q_3 : la quantité exportée d'un pays du cartel vers un pays de la frange pour $i \in C_n,\ j \in F_x$;
- q_4 : la quantité exportée d'un pays de la frange vers un pays du cartel pour $i \in F_x,\ j \in C_n$;
- q_5 : la quantité exportée d'un pays du cartel vers un pays un autre pays du cartel $i \in C_n,\ j \in C_n$;
- q_6 : la quantité exportée d'un pays de la frange vers un autre pays de la frange $i \in F_x,\ j \in F_x$.

Le paramètre reprèsente ici la marge maximale que peuvent effectuer les producteurs sur un marché :

$$d = a - c$$

Dans ces conditions, les offres à l'équilibre s'écrivent de la façon suivante :

$$q_1(n) = \begin{cases} \frac{[(1-\lambda)(N-n)+1]d+(N-n)t_C}{b(N-n+1+\lambda}, & si \;\; t_C \leq t(\lambda); \\ \frac{d}{b(1+\lambda}, \quad si \;\; t_C \geq t(\lambda). \end{cases}$$

$$q_2(n) = \begin{cases} \frac{[(1-\lambda)(N-n)+1]d+(N-n)t_F}{b(N-n+1+\lambda}, & si \;\; t_F \leq t(\lambda); \\ \frac{d}{b(1+\lambda}, \quad si \;\; t_F \geq t(\lambda). \end{cases}$$

$$q_3(n) = \begin{cases} \frac{\lambda d-(1+\lambda)t_F}{bn(N-n+1+\lambda}, \quad si \;\; t_F \leq t(\lambda); \\ 0, \quad si \;\; t_F \geq t(\lambda). \end{cases}$$

$$q_4(n) = \begin{cases} \frac{\lambda d-(1+\lambda)t_C}{b(N-n+1+\lambda}, \quad si \;\; t_C \leq t(\lambda); \\ 0 \quad si, t_C \geq t(\lambda). \end{cases}$$

$$q_5(n) = \begin{cases} \frac{\lambda d-(1+\lambda)t_F}{b(N-n+1+\lambda}, \quad si \;\; t_F \leq t(\lambda); \\ 0 \quad si, t_F \geq t(\lambda). \end{cases}$$

$$q_6(n) = 0.$$

Alors

$$Y_C^* = q_1(n) + (n-1)q_6(n) + xq_4(n),$$

$$Y_F^* = q_2(n) + nq_3(n) + (x-1)q_5(n).$$

Les prix à l'équilibre sont :

$$P_C^*(n) = \begin{cases} c + \frac{\lambda d+(N-n)t_C}{(N-n+1+\lambda)}, \quad si \;\; t_C \leq t(\lambda); \\ c + \frac{\lambda d}{(1+\lambda)}, \quad si \;\; t_C \geq t(\lambda). \end{cases}$$

$$P_C^*(n) = \begin{cases} c + \frac{\lambda d+(N-n)t_F}{(N-n+1+\lambda)}, \quad si \;\; t_F \leq t(\lambda); \\ c + \frac{\lambda d}{(1+\lambda)}, \quad si \;\; t_F \geq t(\lambda). \end{cases}$$

2.3 Stabilité de l'union économique

Les profits sont donnés par :

$$\pi_C^*(n,t_C)=\begin{cases}\frac{n(\lambda d+xt_C)[d+(1-\lambda)xd+x\lambda t_C]+x(\lambda d)^2}{bn(x+1+\lambda)^2}, & si\ \ t_C\leq t(\lambda);\\ \frac{\lambda d^2}{b(1+\lambda)^2}+\frac{x(\lambda d^2}{bn(x+1+\lambda)^2}, & si\ \ t_C\geq t(\lambda).\end{cases}$$

$$\pi_F^*(n,t_C)=\begin{cases}\frac{n[\lambda d-(1+\lambda)t_C]^2+(x+1-\lambda)\lambda d^2}{b(x+1+\lambda)^2}, & si\ \ t_C\leq t(\lambda);\\ \frac{\lambda d^2(x+1-\lambda)}{b(x+1+\lambda)^2}, & si\ \ t_C\geq t(\lambda).\end{cases}$$

Pour ce qui est du surplus des consommateurs de chaque pays du cartel et de la frange :

$$W_C^c(n,t_C)=\begin{cases}\frac{[(x+1)d-xt_C]^2}{2b(x+1+\lambda)^2}, & si\ \ t_C\leq t(\lambda);\\ \frac{d^2}{2b(1+\lambda)^2}, & si\ \ t_C\geq t(\lambda).\end{cases}$$

$$W_F^c(n,t_C)=\begin{cases}\frac{n[\lambda d-(1+\lambda)t_C]^2+(x+1-\lambda)\lambda d^2}{b(x+1+\lambda)^2}, & si\ \ t_C\leq t(\lambda);\\ \frac{[(x+1)d]^2}{2b(x+1+\lambda)^2}, & si\ \ t_C\geq t(\lambda).\end{cases}$$

Pour le surplus des contribuables de chaque pays chaque pays :

$$W_C^s(n,t_C)=\begin{cases}\frac{[\lambda d-(1+\lambda)t_C]xt_C}{2b(x+1+\lambda)^2}, & si\ \ t_C\leq t(\lambda);\\ 0, & si\ \ t_C\geq t(\lambda).\end{cases}$$

$W_F^s(n,t_C)=0$

Définition 2.3.1. Le cartel C_n est stable si les deux propriètés suivantes sont vérifiées :

✓ $W_C(n,t_C)\geq W_F(n-1,t_C)$;

✓ $W_C(n+1, t_C) \geq W_F(n, t_C)$.

L'un des résultats principaux du modèle est donné dans la proposition suivante :

Proposition 2.1. *Pour tout cartel C_n de taille n et pour tout $\lambda \in [0,1]$, il existe un droit de douane $\hat{t}(\lambda, n)$ tel que pour tout $t_C \geq \hat{t}(\lambda, n)$, C_n est stable intérieurement. C_n est stable si $t_C \in [(\hat{\lambda}, n), (\hat{\lambda}, n+1)[$.*

La proposition 2.1 stipule que la protection tarifaire de l'union économique produit deux effets simultanés. D'une part, elle augmente le niveau des effets internes de la cartellisation (en améliorant le surplus des membres de l'union) et d'autre part, diminue le niveau des effets externes (en réduisant le surplus des pays tiers). De ce fait, une augmentation du niveau de protection réduit l'incitation des membres du cartel à la défection. La proposition confirme donc ce rôle joué par la tarification douanière dans l'émergence d'une union économique stable.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'un des travaux de la littérature traitant le phénomène de la coordination douanière régionale. Une description du modèle de A. Hammoudi met en evidence l'importance de la théorie des jeux et de la théorie de la formation de coalition pour expliquer sous quelles conditions ces coordinations seront stables.
Dans le chapitre suivant, nous proposerons un autre modèle sous forme d'un jeu séquentiel à trois étapes sur l'union douanière sur le marché international.

CHAPITRE 3

APPLICATION DES JEUX SÉQUENTIELS : CONCURRENCE INTERNATIONALE

Introduction

En théorie de l'organisation industrielle, une branche importante de l'analyse de la stabilité des cartels s'est développée. L'objectif est de caractériser au mieux l'intérêt que peut avoir un pays à participer, ou à ne pas participer, à une coopération explicite dans l'industrie.

Dans ce présent chapitre, nous allons voir quelle est la coalition stable dans un marché où les pays sont identiques (en terme du coût marginal de production) en analysant l'effet de la coopération sur les droits de douane lors de l'exportation d'un bien sur la stabilité du cartel formé.

3.1 Description du modèle

Nous considérons une concurrence en quantité (concurrence à la Cournot) entre N pays qui produisent un bien homogène. Vu l'interaction stratégique entre les N pays, on peut modéliser ce problème sous forme d'un jeu séquentiel à trois étapes :

- À la première étape : les n pays parmi N décident simultanément d'adhérer ou non à l'union douanière et les $N-n$ autres pays restent indépendantes dans la frange.
- À la seconde étape : une union douanière de taille n $(n \leq N)$ est formée. Cette union se comporte comme une seule entité. Les pays de l'union déterminent leur tarif commun, noté $t_c \geq 0$, en maximisant leur profit joint. Les $N-n$ autres pays de la frange choisissent indépendamment leurs tarifs douaniers, noté $t_j \geq$. Dans cette étape, les (N-n+1) pays s'engagent dans un jeu non coopératif où elle décident simultanément de leurs tarifs de douanes.
- À la troisième étape : sachant les décisions de la première et la deuxième étape, les firmes décident simultanément de leurs niveaux de production $q_{ij} \geq 0, \quad i,j = \overline{1,N}$, d'une façon non coopérative.

3.1.1 Mise en oeuvre de la démarche

Nous résolvons le jeu par la technique d'induction à rebours. En partant de la troisième étape dans laquelle nous calculons l'équilibre de Cournot-Nash, Par la suite, on passe à la deuxième étape, où les N pays décident de leurs tarifs de douane (t_j). Ensuite, on détermine la taille n de la coalition. stable.

Équilibre de Cournot-Nash de la troisième étape : concurrence en quantité

Étant données les décisions de la première et de la deuxième étape, dans la troisième étape,

le problème consiste à résoudre le jeu de Cournot sous forme stratégique :

$$\langle \mathcal{N}, \{D_i\}_{i=\overline{1,N}}, \{\pi_i\}_{i=\overline{1,N}} \rangle.$$

Où,

- $\mathcal{N}$ est l'ensemble des pays en concurrence.

- D_i : représente l'ensemble de stratégies du pays $i = \overline{1, N}$.
- π_i : représente la fonction de profit du pays i, $\quad i \in \mathcal{N}$ qui s'écrit :

  .

$$\pi_i(n,t,Q) = \sum_{j\in F_x} P_j q_{ij} + \sum_{j\in C_n} P_j q_{ij} - c \sum_{j\in C_n \cup F_x} q_{ij} - \sum_{j\in F_x} t_j q_{ij}, \quad i \in C_n, \tag{3.1}$$

$$\pi_i(n,t,Q) = \sum_{j\in C_n} P_j q_{ij} + \sum_{j\in F_x} P_j q_{ij} - c \sum_{j\in C_n \cup F_x} q_{ij} - \sum_{j\in C_n} t_C q_{ij} - \sum_{j\in F_x, j\neq i} t_j q_{ij}, \quad i \in F_x, \tag{3.2}$$

où $t = (t_C, t_{n+1}, t_{n+2}, \ldots, t_N)$ et $Q = (q_{ij})_{j\in\mathcal{N}}$.

Équilibre de Nash de la deuxième étape : concurrence sur les tarifs douaniers

Étant donnée la taille n du cartel C_n qui s'est formée dans la première étape, la concurrence sur le marché dans la deuxième étape consiste en une confrontation de $(N-n+1)$ pays : le cartel C_n, qui joue comme un seul joueur et les $(N-n)$ pays de la frange. L'équilibre de cette confrontation est un équilibre de Nash du jeu opposant ces $(N-n+1)$ pays.

- Les pays du cartel C_n jouent comme un seul joueur et déterminent leur tarif commun de douane, t_C, en maximisant leur profit joints donné par :

$$\pi_{C_n} = \sum_{i\in C_n} \pi_i(t_C, t_{-i}); \tag{3.3}$$

  où $t_{-i} = (t_{n+1}, t_{n+2}, \ldots, t_N)$

  Le problème de maximisation de l'union est donné par :

$$\max_{t_C \geq 0} \quad \pi_{C_n} \tag{3.4}$$

– Les $(N-n)$ pays de la frange, sont supposés totalement indépendants, jouent d'une manière non coopérative. Le problème de maximisation de chaque pays de la frange est donné par :

$$\max_{t_j \geq 0} \ \pi_j(t_j, t_{-j}), \quad j \in F_x, \tag{3.5}$$

où $t_{-j} = (t_C, t_{n+1}, ..., t_{i-1}, t_{i+1}, ..., t_N)$.

Première étape : formation de coalition

Soit C_n la coalition qui se forme dans la première étape du jeu décrit dans la section (3.1). Notons $\pi_i^c(C_n)$(respectivement $\pi_i^f(C_n)$), le profit du pays i membre de l'union douanière (respectivement d'un pays i de la frange) lorsque l'union est de n.

Définition 3.1.1. L'union douanière $C_n, \ \ n \geq 2)$ est stable si :

$$\begin{cases} \pi_i^c(C_n) - \pi_i^f(C_{n-1}) \geq 0, & \forall \ \ i \in C_n, \\ \pi_i^f(C_n) - \pi_i^c(C_{n+1}) \geq 0, & \forall \ \ i \in f_n, \end{cases}$$

Remarque La complexité des fonctions de profits (3.1) et (3.2) ne nous permet pas d'établir les conditions (analytiques) et de stabilité de la coalition $\{1, ..., n\}$.
Pour cela nous allons prendre le cas de trois pays $(N = 3)$.

3.2 Application

Pour bien illustrer notre modèle, nous allons étudier le cas de la concurrence entre trois pays $(N = 3)$.

- Les différentes structures de coalitions possibles qui peuvent se former dans la deuxième étape du modèle sont :

1. $\{\{1\}; \{2\}; \{3\}\}$; chaque pays choisi son tarif douanier d'une manière individuelle (statu-quo).
2. $\{\{1, 2\}; \{3\}\}$; le cartel est composé de 1 et 2 et le pays 3 forme la frange.

3. $\{1,2,3\}$; la grande coalition composée des trois pays 1, 2 et 3.

– **Cas1** : la situation du statu-quo $\{\{1\},\{2\};\{3\}\}$

(a) Résolution du jeu à l'étape 3 (concurrence en quantités) :

La fonction de profit pour le pays 1 :

$$\begin{aligned}\pi_1(1,t_1,t_2,t_3,Q) = (a-b(q_{11}+q_{21}+q_{31}))q_{11} + (a-b(q_{12}+q_{22}+q_{32}))q_{12} + \\ (a-b(q_{13}+q_{23}+q_{33}))q_{13} - c(q_{11}+q_{12}+q_{13}) - t_2q_{12} - t_3q_{13}.\end{aligned} \tag{3.6}$$

où, $Q=(q_{11},q_{12},q_{13},q_{21},q_{22},q_{23},q_{31},q_{32},q_{33})$ La condition du premier ordre pour le pays 1 décrivant ses quantités optimales est :

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_1(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{11}} = a-c-b(2q_{11}+q_{21}+q_{31}) = 0. \\ \frac{\partial \pi_1(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{12}} = a-c-b(2q_{12}+q_{22}+q_{32}) - t_2 = 0. \\ \frac{\partial \pi_1(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{13}} = a-c-b(2q_{13}+q_{23}+q_{33}) - t_3 = 0. \end{cases}$$

La condition de second ordre décrivant les quantités optimales du pays 1 est :

$$\nabla^2\pi_1 = \begin{pmatrix} -2b & 0 & 0 \\ 0 & -2b & 0 \\ 0 & 0 & -2b \end{pmatrix}.$$

- $D_1 = d_{11} = -2b < \ 0 \quad \Rightarrow \ (-1)^1 D_1 > \ 0.$
- $D_2 = 4b^2 > \ 0 \quad \Rightarrow \ (-1)^2 D_2 > \ 0.$
- $D_2 = -8b^3 < \ 0 \quad \Rightarrow \ (-1)^3 D_3 > \ 0.$

Alors, la matrice est définie négative d'après le critère de `Sylvester`.

Donc, les quantités trouvées à l'équilibre sont des quantités maximales.

La fonction de profit pour le pays 2 est donnée par :

$$\pi_2(1,t_1,t_2,t_3,Q) = (a-b(q_{11}+q_{21}+q_{31}))q_{21} + (a-b(q_{12}+q_{22}+q_{32}))q_{22} + (a-b(q_{13}+q_{23}+q_{33}))q_{23} - c(q_{21}+q_{22}+q_{23}) - t_1q_{21} - t_3q_{23} \tag{3.7}$$

La condition du premier ordre pour le pays 2 décrivant ses quantités optimales est :

$$\begin{cases} \frac{\partial\pi_2(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{11}} = a-c-b(q_{11}+2q_{21}+q_{31}) - t_1 = 0. \\ \frac{\partial\pi_2(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{12}} = a-c-b(q_{12}+2q_{22}+q_{32}) = 0. \\ \frac{\partial\pi_2(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{13}} = a-c-b(q_{13}+2q_{23}+q_{33}) - t_3 = 0. \end{cases}$$

La condition de second ordre décrivant les quantités optimales du pays 2 est :

$$\nabla^2\pi_2 = \begin{pmatrix} -2b & 0 & 0 \\ 0 & -2b & 0 \\ 0 & 0 & -2b \end{pmatrix}.$$

- $D_1 = d_{11} = -2b < 0 \Rightarrow (-1)^1 D_1 > 0.$
- $D_2 = 4b^2 > 0 \Rightarrow (-1)^2 D_2 > 0.$
- $D_2 = -8b^3 < 0 \Rightarrow (-1)^3 D_3 > 0.$

Alors, la matrice est définie négative d'après le critère de `Sylvester`.

Donc, les quantités trouvées à l'équilibre sont des quantités maximales.

La fonction de profit pour le pays 3 est donnée par :

$$\pi_3(1,t_1,t_2,t_3,Q)(a-b(q_{11}+q_{21}+q_{31}))q_{31} + (a-b(q_{12}+q_{22}+q_{32}))q_{32} + (a-b(q_{13}+q_{23}+q_{33}))q_{33} - c(q_{31}+q_{32}+q_{33}) - t_1q_{31} - t_2q_{32}. \tag{3.8}$$

La condition du premier ordre pour le pays 3 décrivant ses quantités optimales est :

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_3(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{11}} = a - c - b(q_{11} + q_{21} + 2q_{31}) - t_1 = 0. \\ \frac{\partial \pi_3(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{12}} = a - c - b(q_{12} + q_{22} + 2q_{32}) - t_2 = 0. \\ \frac{\partial \pi_3(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{13}} = a - c - b(q_{13} + q_{23} + 2q_{33}) = 0. \end{cases}$$

La condition de second ordre décrivant les quantités optimales du pays 3 est :

$$\nabla^2 \pi_2 = \begin{pmatrix} -2b & 0 & 0 \\ 0 & -2b & 0 \\ 0 & 0 & -2b \end{pmatrix}.$$

- $D_1 = d_{11} = -2b < \ 0 \ \ \Rightarrow \ (-1)^1 D_1 > \ 0.$
- $D_2 = 4b^2 > \ 0 \ \ \Rightarrow \ (-1)^2 D_2 > \ 0.$
- $D_2 = -8b^3 < \ 0 \ \ \Rightarrow \ (-1)^3 D_3 > \ 0.$

Par conséquent, la matrice est définie négative d'après le critère de `Sylvester`. Donc, les quantités trouvées à l'équilibre sont des quantités maximales.

Donc, les fonctions de meilleure réponse de chaque pays sont données par le système des équations suivant :

$$\begin{cases} q_{11}^* = MR_1(q_{21}^*, q_{31}^*) \\ q_{12}^* = MR_1(q_{22}^*, q_{32}^*) \\ q_{13}^* = MR_1(q_{23}^*, q_{33}^*) \\ q_{21}^* = MR_2(q_{11}^*, q_{31}^*) \\ q_{22}^* = MR_2(q_{12}^*, q_{32}^*) \\ q_{23}^* = MR_2(q_{13}^*, q_{33}^*) \\ q_{31}^* = MR_3(q_{11}^*, q_{21}^*) \\ q_{32}^* = MR_3(q_{12}^*, q_{22}^*) \\ q_{33}^* = MR_3(q_{13}^*, q_{23}^*) \end{cases} \tag{3.9}$$

La résolution du système ci-dessous nous donne les quantités d'équilibre :

$$\begin{cases} q_{11}^* = \frac{(a-c+2t_1)}{(4b)}, \\ q_{12}^* = \frac{(a-c-2t_2)}{(4b)}, \\ q_{13}^* = \frac{(a-c-2t_3)}{(4b)}, \\ q_{21}^* = \frac{(a-c-2t_1)}{(4b)}, \\ q_{22}^* = \frac{(a-c+2t_2)}{(4b)}, \\ q_{23}^* = \frac{(a-c-2t_3)}{(4b)}, \\ q_{31}^* = \frac{(a-c-2t_1)}{(4b)}, \\ q_{32}^* = \frac{(a-c-2t_2)}{(4b)}, \\ q_{33}^* = \frac{(a-c+2t_3)}{(4b)}. \end{cases} \tag{3.10}$$

Donc, le profit de chaque pays i, $i = \overline{1,3}$ est donné par :

$$\pi_i(1, t_1, t_2, t_3, Q^*) = \frac{(3a^2+3c^2+4c(-t_1+t_2+t_3)-4(t_1^2+t_2^2+t_3^2)-2a(3c-2(t_1+t_2+t_3)))}{(16b)}.$$

(b)Résolution du jeu de l'étape 2 : concurrence sur les tarifs douaniers

La condition du premier ordre décrivant le tarif douanier optimal du pays i est :

$$\frac{\partial \pi_i(1, t_1, t_2, t_3, Q^*)}{\partial t_i} = \frac{1}{16b}(-8t_i + 4(a-c)) = 0, \ i = \overline{1,3}. \tag{3.11}$$

L'équilibre de la deuxième étape :

$$\begin{cases} t_1^* = \frac{a-c}{2}, \\ t_2^* = \frac{a-c}{2}, \\ t_3^* = \frac{a-c}{2}. \end{cases} \tag{3.12}$$

La condition du second ordre décrivant les tarifs douaniers du pays i, $i = \overline{1,3}$

$\frac{\partial^2 \pi_i(t_1,t_2,t_3)}{\partial t_i^2} = -8 \ < \ 0.$

le gain obtenu par chaque pays i, $i = \overline{1,3}$ est :

$\pi_i(t_1^*, t_2^*, t_3^*) = \frac{3(a-c)^2}{(8b)}, \qquad i = \overline{1,3}$

– **Cas2** :on suppose qu'a l'étape 1, un cartel de taille 2 est formé $\{\{1,2\};\{3\}\}$.

(a)Résolution du jeu de l'étape 3 (concurrence en quantité)

La fonction de profit pour le pays 1 :

$$\begin{aligned}\pi_1(2,t_C,t_F,Q) = (a-b(q_{11}+q_{21}+q_{31}))q_{11}+(a-b(q_{12}+q_{22}+q_{32}))q_{12}+\\ (a-b(q_{13}+q_{23}+q_{33}))q_{13}-c(q_{11}+q_{12}+q_{13})-t_Fq_{13}.\end{aligned} \tag{3.13}$$

La condition du premier ordre pour le pays 1 décrivant ses quantités optimales est :

$$\begin{cases}\frac{\partial\pi_1(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{11}} = a-c-b(2q_{11}+q_{21}+q_{31}) = 0.\\ \frac{\partial\pi_1(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{12}} = a-c-b(2q_{12}+q_{22}+q_{32}) = 0.\\ \frac{\partial\pi_1(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{13}} = a-c-b(2q_{13}+q_{23}+q_{33})-t_F = 0.\end{cases}$$

La condition de second ordre décrivant les quantités optimales du pays 1 est :

$$\nabla^2\pi_1 = \begin{pmatrix} -2b & 0 & 0\\ 0 & -2b & 0\\ 0 & 0 & -2b\end{pmatrix}.$$

– $D_1 = d_{11} = -2b < \ 0 \ \ \Rightarrow \ (-1)^1D_1 > \ 0.$

– $D_2 = 4b^2 > \ 0 \ \ \Rightarrow \ (-1)^2D_2 > \ 0.$

– $D_2 = -8b^3 < \ 0 \ \ \Rightarrow \ (-1)^3D_3 > \ 0.$

Par conséquent, la matrice est définie négative d'après le critère de `Sylvester`.

Donc, les quantités trouvées à l'équilibre sont des quantités maximales.

La fonction de profit pour le pays 2 :

$$\begin{aligned}\pi_2(2,t_C,t_F,Q) = (a-b(q_{11}+q_{21}+q_{31}))q_{21}+(a-b(q_{12}+q_{22}+q_{32}))q_{22}+\\ (a-b(q_{13}+q_{23}+q_{33}))q_{23}-c(q_{21}+q_{22}+q_{23})-t_Fq_{23}.\end{aligned} \tag{3.14}$$

La condition du premier ordre pour le pays 2 décrivant ses quantités optimales est :

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_2(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{21}} = a - c - b(q_{11} + 2q_{21} + q_{31}) = 0. \\ \frac{\partial \pi_2(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{22}} = a - c - b(q_{12} + 2q_{22} + q_{32}) = 0. \\ \frac{\partial \pi_2(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{23}} = a - c - b(q_{13} + 2q_{23} + q_{33}) - t_F = 0. \end{cases}$$

La condition de second ordre décrivant les quantités optimales du pays 2 est :

$$\nabla^2 \pi_2 = \begin{pmatrix} -2b & 0 & 0 \\ 0 & -2b & 0 \\ 0 & 0 & -2b \end{pmatrix}.$$

- $D_1 = d_{11} = -2b < \ 0 \quad \Rightarrow \ (-1)^1 D_1 > \ 0.$
- $D_2 = 4b^2 > \ 0 \quad \Rightarrow \ (-1)^2 D_2 > \ 0.$
- $D_2 = -8b^3 < \ 0 \quad \Rightarrow \ (-1)^3 D_3 > \ 0.$

Par conséquent, la matrice est définie négative d'après le critère de `Sylvester`. Donc, les quantités trouvées à l'équilibre sont des quantités maximales.

La fonction de profit pour le pays 3 :

$$\pi_3(2, t_C, t_F, Q)(a - b(q_{11} + q_{21} + q_{31}))q_{31} + (a - b(q_{12} + q_{22} + q_{32}))q_{32} + \\ (a - b(q_{13} + q_{23} + q_{33}))q_{33} - c(q_{31} + q_{32} + q_{33}) - t_C(q_{31} + q_{32}). \quad (3.15)$$

La condition du premier ordre pour le pays 3 décrivant ses quantités optimales est :

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_3(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{31}} = a - c - b(q_{11} + q_{21} + 2q_{31}) - t_C = 0. \\ \frac{\partial \pi_3(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{32}} = a - c - b(q_{12} + q_{22} + 2q_{32}) - t_C = 0. \\ \frac{\partial \pi_3(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{33}} = a - c - b(q_{13} + q_{23} + 2q_{33}) = 0. \end{cases}$$

La condition de second orde décrivant les quantités optimales du pays 3 est :

$$\nabla^2 \pi_3 = \begin{pmatrix} -2b & 0 & 0 \\ 0 & -2b & 0 \\ 0 & 0 & -2b \end{pmatrix}.$$

- $D_1 = d_{11} = -2b < \ 0 \quad \Rightarrow \ (-1)^1 D_1 > \ 0.$
- $D_2 = 4b^2 > \ 0 \quad \Rightarrow \ (-1)^2 D_2 > \ 0.$
- $D_2 = -8b^3 < \ 0 \quad \Rightarrow \ (-1)^3 D_3 > \ 0.$

Par conséquent, la matrice est définie négative d'après le critère de `Sylvester`. Donc, les quantités trouvées à l'équilibre sont des quantités maximales.

Donc, Les fonctions de meilleure réponse de chaque pays sont données par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} q_{11}^* = MR_1(q_{21}^*, q_{31}^*) \\ q_{12}^* = MR_1(q_{22}^*, q_{32}^*) \\ q_{13}^* = MR_1(q_{23}^*, q_{33}^*) \\ q_{21}^* = MR_2(q_{11}^*, q_{31}^*) \\ q_{22}^* = MR_2(q_{12}^*, q_{32}^*) \\ q_{23}^* = MR_2(q_{13}^*, q_{33}^*) \\ q_{31}^* = MR_3(q_{11}^*, q_{21}^*) \\ q_{32}^* = MR_3(q_{12}^*, q_{22}^*) \\ q_{33}^* = MR_3(q_{13}^*, q_{23}^*) \end{cases} \tag{3.16}$$

La résolution du système ci-dessus nous donne les quantités d'équilibre :

$$\begin{cases} q_{11}^* = \frac{(a-c+t_C)}{(4b)}, \\ q_{12}^* = \frac{(a-c+t_C)}{(4b)}, \\ q_{13}^* = \frac{(a-c-2t_F)}{(4b)}, \\ q_{21}^* = \frac{(a-c+t_C)}{(4b)}, \\ q_{22}^* = \frac{(a-c+t_C)}{(4b)}, \\ q_{23}^* = \frac{(a-c-2t_F)}{(4b)}, \\ q_{31}^* = \frac{(a-c-3t_C)}{(4b)}, \\ q_{32}^* = \frac{(a-c-3t_C)}{(4b)}, \\ q_{33}^* = \frac{(a-c+2t_F)}{(4b)}. \end{cases} \tag{3.17}$$

Le profit du pays 1 dans le cartel :

$\pi_1(2, t_C, t_F, Q^*) = \frac{(3a^2-6ac+3c^2+4at_C-4ct_C-6t_C^2-4at_F+4ct_F-4t_F^2)}{(16b)}$.

Le profit du pays 2 dans le cartel :

$\pi_2(2, t_C, t_F, Q^*) = \frac{(3(a-c)^2-2t_C^2+4(-a+c)t_F+4t_F^2)}{(16b)}$.

Le profit du pays 3 dans la frange :

$\pi_3(2, t_C, t_F, Q^*) = \frac{(3((a-c)^2+4(-a+c)t_C+6t_C^2)+4(a-c)t_F-6t_F^2)}{(16b)}$.

(b)Résolution du jeu de l'étape 2 : concurrence sur les tarifs douaniers)

La condition du premier ordre décrivant le tarif douanier optimal du pays i, $i \in C_2$ est :

On pose $\pi_c = \pi_1 + \pi_2$

$$\frac{\partial \pi_c(2, t_C, t_F, Q)}{\partial t_C} = \frac{1}{16b}(-12t_C + 4a - 4c) = 0. \tag{3.18}$$

La condition du premier ordre décrivant le tarif douanier optimal du pays 3 :

$$\frac{\partial \pi_3(2, t_C, t_F, Q)}{\partial t_F} = \frac{1}{16b}(-12t_F + 4a - 4c) = 0. \tag{3.19}$$

L'équilibre de la deuxième étape :

$$\begin{cases} t_C^* = (a-c)/3. \\ t_F^* = (a-c)/3. \end{cases} \tag{3.20}$$

Le gain obtenu pour le cartel de taille 2 composée par le pays 1 et 2 :

$\pi_C(2, t_C^*, t_F^*, Q^*) = \frac{(3(a-c)^2)}{(16b)}$.

Le gain obtenu par le pays 3 dans la frange est :
$\pi_3(2, t_C^*, t_F^*, Q^*) = \frac{(5(a-c)^2)}{(32b)}$.

– **Cas3** : on suppose qu'à l'étape 2 un cartel de taille 3 est formé $\{\{1, 2, 3\}$.

(a)Résolution du jeu à la troisième étape (concurrence en quantités)
La fonction de profit pour le pays 1 :

$$\begin{aligned}\pi_1(3, Q) = (a - b(q_{11} + q_{21} + q_{31}))q_{11} + (a - b(q_{12} + q_{22} + q_{32}))q_{12} +\\ (a - b(q_{13} + q_{23} + q_{33}))q_{13} - c(q_{11} + q_{12} + q_{13}).\end{aligned} \tag{3.21}$$

La condition du premier ordre pour le pays 1 décrivant ses quantités optimales est :

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_1(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{11}} = a - c - b(2q_{11} + q_{21} + q_{31}) = 0. \\ \frac{\partial \pi_1(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{12}} = a - c - b(2q_{12} + q_{22} + q_{32}) = 0. \\ \frac{\partial \pi_1(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{13}} = a - c - b(2q_{13} + q_{23} + q_{33}) = 0. \end{cases}$$

La condition de second ordre décrivant les quantités optimales du pays 1 est :

$$\nabla^2 \pi_1 = \begin{pmatrix} -2b & 0 & 0 \\ 0 & -2b & 0 \\ 0 & 0 & -2b \end{pmatrix}.$$

– $D_1 = d_{11} = -2b < 0 \Rightarrow (-1)^1 D_1 > 0$.

– $D_2 = 4b^2 > 0 \Rightarrow (-1)^2 D_2 > 0$.

– $D_2 = -8b^3 < 0 \Rightarrow (-1)^3 D_3 > 0$.

Par conséquent, la matrice est définie négative d'après le critère de `Sylvester`. Donc, les quantités trouvées à l'équilibre sont des quantités maximales.

La fonction de profit pour le pays 2 :

$$\begin{aligned}\pi_2(3, t_C, t_F, Q) = (a - b(q_{11} + q_{21} + q_{31}))q_{21} + (a - b(q_{12} + q_{22} + q_{32}))q_{22} + \\ (a - b(q_{13} + q_{23} + q_{33}))q_{23} - c(q_{21} + q_{22} + q_{23}).\end{aligned} \tag{3.22}$$

La condition du premier ordre pour le pays 2 décrivant ses quantités optimales est :

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_2(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{21}} = a - c - b(q_{11} + 2q_{21} + q_{31}) = 0. \\ \frac{\partial \pi_2(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{22}} = a - c - b(q_{12} + 2q_{22} + q_{32}) = 0. \\ \frac{\partial \pi_2(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{23}} = a - c - b(q_{13} + 2q_{23} + q_{33}) = 0. \end{cases}$$

La condition de second ordre décrivant les quantités optimales du pays 2 est :

$$\nabla^2 \pi_2 = \begin{pmatrix} -2b & 0 & 0 \\ 0 & -2b & 0 \\ 0 & 0 & -2b \end{pmatrix}.$$

- $D_1 = d_{11} = -2b < 0 \Rightarrow (-1)^1 D_1 > 0.$
- $D_2 = 4b^2 > 0 \Rightarrow (-1)^2 D_2 > 0.$
- $D_2 = -8b^3 < 0 \Rightarrow (-1)^3 D_3 > 0.$

Par conséquent, la matrice est définie négative d'après le critère de `Sylvester`. Donc, les quantités trouvées à l'équilibre sont des quantités maximales.

La fonction de profit pour le pays 3 :

$$\begin{aligned}\pi_3(3, t_C, t_F, Q)(a - b(q_{11} + q_{21} + q_{31}))q_{31} + (a - b(q_{12} + q_{22} + q_{32}))q_{32} + \\ (a - b(q_{13} + q_{23} + q_{33}))q_{33} - c(q_{31} + q_{32} + q_{33}).\end{aligned} \tag{3.23}$$

La condition du premier ordre pour le pays 3 décrivant ses quantités optimales est :

$$\begin{cases} \frac{\partial \pi_3(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{31}} = a - c - b(q_{11} + q_{21} + 2q_{31}) = 0. \\ \frac{\partial \pi_3(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{32}} = a - c - b(q_{12} + q_{22} + 2q_{32}) = 0. \\ \frac{\partial \pi_3(1,t_1,t_2,t_3,Q)}{\partial q_{33}} = a - c - b(q_{13} + q_{23} + 2q_{33}) = 0. \end{cases}$$

La condition de second ordre décrivant les quantités optimales du pays 3 est :

$$\nabla^3 \pi_3 = \begin{pmatrix} -2b & 0 & 0 \\ 0 & -2b & 0 \\ 0 & 0 & -2b \end{pmatrix}.$$

- $D_1 = d_{11} = -2b < \ 0 \quad \Rightarrow \ (-1)^1 D_1 > \ 0.$
- $D_2 = 4b^2 > \ 0 \quad \Rightarrow \ (-1)^2 D_2 > \ 0.$
- $D_2 = -8b^3 < \ 0 \quad \Rightarrow \ (-1)^3 D_3 > \ 0.$

Par conséquent, la matrice est définie négative d'après le critère de `Sylvester`.
Donc, les quantités trouvées à l'équilibre sont des quantités maximales.

Donc, les fonctions de meilleure réponse de chaque pays i, $i\overline{1,3}$ par le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} q_{11}^* = MR_1(q_{21}^*, q_{31}^*) \\ q_{12}^* = MR_1(q_{22}^*, q_{32}^*) \\ q_{13}^* = MR_1(q_{23}^*, q_{33}^*) \\ q_{21}^* = MR_2(q_{11}^*, q_{31}^*) \\ q_{22}^* = MR_2(q_{12}^*, q_{32}^*) \\ q_{23}^* = MR_2(q_{13}^*, q_{33}^*) \\ q_{31}^* = MR_3(q_{11}^*, q_{21}^*) \\ q_{32}^* = MR_3(q_{12}^*, q_{22}^*) \\ q_{33}^* = MR_3(q_{13}^*, q_{23}^*) \end{cases} \tag{3.24}$$

La résolution du système ci-dessus nous donne les quantités d'équilibre :

$$\begin{cases} q_{11}^* = \frac{(a-c)}{4b}, \\ q_{12}^* = \frac{(a-c)}{4b}, \\ q_{13}^* = \frac{(a-c)}{4b}, \\ q_{21}^* = \frac{(a-c)}{4b}, \\ q_{22}^* = \frac{(a-c)}{4b}, \\ q_{23}^* = \frac{(a-c)}{4b}, \\ q_{31}^* = \frac{(a-c)}{4b}, \\ q_{32}^* = \frac{(a-c)}{4b}, \\ q_{33}^* = \frac{(a-c)}{4b}. \end{cases} \tag{3.25}$$

Le profit de chaque pays $i, \ i = \overline{1,3}$ est donné par :

$\pi_i(3, t_C) = \frac{3(a-c)^2}{(16b)}$.

3.3 Illustration des résultats

$a)$ Pour $a = 100, \ c = 50, \ b = 1$. Pour pouvoir étudier la stabilité des coalitions, on doit d'abord valider les paramètres $(a, b \ et \ c)$

La positivité des quantités est vérifiée, c'est-à-dire, $q_{ij} \geqq 0, \quad i, j = \overline{1,3}$.

La positivité des tarifs de douanes est vérifiée, c'est-à-dire, $t_{ij} \geqq 0, \quad i, j = \overline{1,3}$.

La positivité des prix est vérifiée ,c'est-à-dire, $a - b * Q \geqq 0$.

le gain	{{1},{2},{3}}	{{1,2},{3}}	{{1,2,3}}
$\pi_1(n,t,Q)$	$\frac{1875}{2}$	$\frac{1875}{8}$	$\frac{1875}{4}$
$\pi_2(n,t,Q)$	$\frac{1875}{2}$	$\frac{1875}{8}$	$\frac{1875}{4}$
$\pi_3(n,t,Q)$	$\frac{1875}{2}$	$\frac{3125}{8}$	$\frac{1875}{4}$

TABLE 3.1 – Structures de coalition et les gains associés à chaque pays.

Analyse du tableau

✓ Pour le cas de la structure de coalition $\{\{1\},\{2\};\{3\}\}$, les coalitions singletons formées sont stables, car elles vérifient la stabilité extérieure. Autrement dit $\pi_i^f(1) \ > \ \pi_i^c(2), \quad \forall i \in \mathcal{N}$

✓ Pour le cas de la structure de coalition $\{\{1,2\};\{3\}\}$, la coalition de taille 2 formée est n'est pas stable, car elle ne vérifie pas la stabilité extérieure. Autrement dit $\pi_3\{1,2\},\{3\} \ > \ \pi_3\{1,2,3\}$.

✓ Pour le cas de la grande coalition, la coalition formée est stable, car elle vérifie la stabilité intérieur. Autrement dit $\pi_3\{1,2,3\} \ > \ \pi_3\{1,2\},\{3\}$.

b) Pour $a = 100, \ c = 10, \ b = 1$.

Les trois conditions pour la validation des paramètres cités précédemment sont vérifiées.

le gain	{{1},{2},{3}}	{{1,2},{3}}	{{1,2,3}}
$\pi_1(n,t,Q)$	$\frac{6075}{2}$	$\frac{6075}{8}$	$\frac{29403}{4}$
$\pi_2(n,t,Q)$	$\frac{6075}{2}$	$\frac{6075}{8}$	$\frac{29403}{4}$
$\pi_3(n,t,Q)$	$\frac{6075}{2}$	$\frac{10125}{8}$	$\frac{29403}{4}$

TABLE 3.2 – Structures de coalition et les gains associés à chaque pays.

Analyse du tableau

✓ Pour le cas de la structure de coalition $\{\{1\},\{2\};\{3\}\}$, les coalitions singletons formées sont stables, car elles vérifient la stabilité extérieure. Autrement dit $\pi_i^f(1) \ > \ \pi_i^c(C_2), \quad \forall i \in \mathcal{N}$.

- ✓ Pour le cas de la structure de coalition $\{\{1,2\};\{3\}\}$, la coalition de taille 2 formée est n'est pas stable, car elle ne vérifie pas la stabilité extérieure. Autrement dit $\pi_3^f(\{1,2\},\{3\}) \ > \ \pi_3^c(\{1,2,3\})$.
- ✓ Pour le cas de la grande coalition, la coalition formée est stable, car elle vérifie la stabilité intérieur. Autrement dit $\pi_3^c(\{1,2,3\}) \ > \ \pi_3^f(\{1,2\},\{3\})$.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposer, en premier lieu, une autre modélisation du travail de A.Hammoudi comme un jeu séquentiel à trois phases, en deuxième lieu, nous avons résolu ce problème avec un nombre restreint de pays et cela nous a permis d'étudier la stabilité des coalitions formées.

CONCLUSION GÉNÉRALE

La théorie des jeux permet de comprendre la relation a priori conflictuelle entre les intérêts individuels et la réussite de l'action collective, notamment dans le cadre arbitraire des jeux coalitionnels. Les jeux de coordination exposent les limites de l'idividualisme pur qui contraignent la théorie des jeux.

Dans ce travail, nous avons analysé à l'aide des outils de la théorie des jeux, le phénomène de coopération entre les pays où la formation d'un cartel (Union Douanière) est permise pour la coordination des échanges internationaux.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté dans un premier temps les différentes notions et définitions de base de la théorie des jeux et leurs classements selon divers critères et quelques concepts de solutions. Ensuite, nous avons introduit les concepts de formation et de stabilité des coalitions.

Le troisième chapitre est une synthèse des principaux travaux traitant la coopération entre un nombre restreint de pays pour former une union économique (douanière) pour déterminer un coût de douane commun vers les pays tiers.

Le dernier chapitre a été consacré à l'application au cas d'une coopération dans un oligopole de N de pays. Nous avons résolu le jeu considéré par la méthode à rebours tout en déterminant l'équilibre de Nash dans chaque étape (équilibre parfait en sous jeu). À la dernière étape de résolution nous avons utilisé les notions de stabilité (intérieure et extérieure), faute de la complexité de calcul pour un nombre important de pays, nous avons étudié le cas d'une concurrence internationale entre trois pays afin de déterminer les coalitions stables. Les résultats numériques trouvés montrent que seulement la grande coalition qui est stable.

Comme nous l'avons vu, le problème de formation des coalitions est un domaine qui reste difficile à modéliser. En guise de perspectives, des recherches ouvertes dans le même contexte sont envisageables afin :

✓ D'établir les coalitions stables comprenant des pays hétérogènes en terme de leurs coûts de production.

✓ D'établir les coalitions stables dans le cas où il y aura de la coopération au niveau de la production.

✓ D'établir les coalitions stables dans le cas d'une concurrence en prix (à la Bertrand).

BIBLIOGRAPHIE

[1] L. ABDELLI et N. NAIT MOHAND. Recherche et développement, coopération et concurrence : une approche par la théorie de formation endogéne de coalition. Mémoire de fin de cycle, Université de A.MIRA. 2011.

[2] S. AIT AISSA et M. BIREM . Effet de diffusion du savoir sur la coopération des firmes en recherche et développement : Approche par la théorie des jeux. Mémoire de fin de cycle, Université A.MIRA. 2011-2012.

[3] A. ANDJOUH et B. HAMRAOUI. Sur les jeux coalitionnels. Mémoire de fin de cycle, Université de bejaia. 2010-2011.

[4] F. BLOCH. Sequential formation of coalitions with fixed payoff division and externalities. Games and Economic Behavior, Vol. 14, No. 0043, pp :90-123, 1996.

[5] E. BONZON. Modélisation des interactions entre agents rationnels : les jeux booléens. Université Paul Sabatier-Toulouse 3, 2007.

[6] J. BRUNO. Economie industrielle. 2016

[7] P. CAILLOU. Coordination d'agents coopératifs : formation de coalitions. 2013-2014.

[8] S. CURRARINI et M.A. MARINI. Coalitional approaches to collusive agreements in oligopoly games. Université de Vernezia et univesité de Urbino. 2013.

[9] C. D'ASPERMONT and all. On the stability of collusive price leadership. Canadian Journal of Economics, Vol. 16, pp :17-25, 1983.

[10] H. HAMMOUDI. E.G. HERAUD. A. SCHIAVINA. Union douanière et coordination des échanges. 1998.

[11] S. KONIECZNY. Introduction à la théorie des jeux. Université de Lens CRIL-CNRS, 2002.

[12] M. KURZ and S. Hart. Endogenous formation of coalitions. Econometrica,Vol. 53, pp :1047- 1064, 1983.

[13] M. KURZ and S. Hart. Stable coalition structures. Econometrica,Vol. 53, pp :1047-1064, 1984.

[14] A. LARDON. Five essays on cooperative oligopoly games. Université de Jean Monnet de Saint-Étienne. 2011.

[15] H. LENOUAR et R. KASRI . Programmation DC pour la résolution d'un Jeu Bi-matriciel. Mémoire de fin de cycle, Université de bejaia. 2015.

[16] K. MAAFA. Sur les jeux stratégiques multicritères avec coalitions et gains non transférables. Mémoire de Magister, Département de recherche operationnelle, Université de bejaia, 2011.

[17] H. MOULIN. Théorie des jeux pour l'économie et la politique. Herman, Paris, 1981.

[18] J.V. NEUMWNN and O. MORGENSTERN. Theory of games and economic behavior. Princeton University Press, 1944.

[19] M. PAUL , D.LEPELLEY and H.SMAOUI. introduction à la théorie des jeux : les jeux non coopératifs. Université de la Reunion. pp : 2-45.

[20] M.S. RADJEF. La théorie des jeux coopératifs. Technical report, département de Recherche Opérationnelle, Université A.MIRA de Béjaia, 2016.

[21] M.S. RADJEF. Cours de master 1 sur l'approche non coopérative de la théorie des jeux. Technical report, département recherche opérationnelle Université de A.Mira de Bejaia.

[22] D. RAY. A game-theoretic perspective on coalition formation. Oxford University Press, New York, 2007.

[23] R. SAIT. Organisation de la qualité et concurrence industrielle. Technical report, département recherche opérationnelle, Université de A.Mira de Bejaia, 2016.

[24] Y. SANG-SEUNG. Endogenous formation of customs unions under imperfect competition : open regionalism is good. Journal of International Economics, Vol. 41, pp :153-177, 1996.

[25] Y. SANG-SEUNG. Endogenous formation of economic coalitions : A survey on the partition function approach. Sogang University, Seoul 121-742, Korea. 1999.

[26] S. SYI. Stable coalition structures with externalities. Games and Economic Behavior. 20 : 201-237, 1997.

[27] J.F. THISSE. Théorie des jeux : une introduction. université de Liège. pp : 1-61. 2007.

[28] S. THORON. Négociations multilatérales entre entreprises hétérogènes : la loi du plus fort ou l'union fait la force. Technical Report 18-2005. GREQAM, Avril 2003.

[29] T. VALLÉE. Théorie des jeux. Université de Nantes. 2011.

[30] R. VOHRA. and D. RAY. Coalitionnal power and public goods. Journal of Political Economy. Vol. 109, pp :1355-1384, 2001.

[31] S. ZAMIR and R. LARAKI. Cours de théorie des jeux. pp : 1-129. 2010.

Résumé

Ce mémoire traite la problématique de la coopération en terme de coût de douane, qui est un sujet d'actualité économique.

Nous nous somme intéressés dans ce travail, qui est considéré comme une extension du travail de Abdelhakim Hammoudi, à l'application des concepts de la théorie des jeux pour étudier la stabilité des coalitions formées dans un oligopole de pays (identiques).

Une application numérique est réalisée afin d'illustrer les conditions de stabilité de ces coalitions.

Mots-clés : Union Économique ; Coalition ; Théorie des jeux ; Équilibre ; Coopération ; Stabilité intérieure et extérieure des coalitions.

Abstract

This report treats the problems of the cooperation in terms of customs cost, which is an economic hot topic.

We were intrested in this work, which is considered as an extension of the work of Abdelhakim Hammoudi, in this application of the concepts of the game theory to study the stability of the coalitions formed in oligopoly of countries (identical).

A numerical application is carried out in order to illustrate the conditions of stability of these coalitions.

keywords : Customs Union ; Coalition ; Game theory ; Equilibrium ; Cooperation ; Stability interior and external of coalitions.