

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université A. Mira - BEJAIA

Faculté de la Technologie
Département de Génie Civil

Mémoire de Magister

Filière : Génie Civil
Option : Matériaux et Structure

Présenté par :

M^r. MEZIANI Belkacem

Ingénieur d'état en Génie Civil

Thème:

**Prise en compte des ouvertures de fissures
dans le comportement d'un tirant en
béton armé**

Membres de jury

President	: CHERRARED	Marzouk	M.C.A	U.A.M. Béjaïa
Rapporteur	: BOUAFIA	Youcef	Professeur	U.M.M. Tizi-Ouzou
Examineur	: TAHAKOURT	Abdelkader	Professeur	U.A.M. Béjaïa
Examineur	: CHELOUAH	Nasser	M.C.A	U.A.M. Béjaïa

Soutenu le: 26/01/2012

Remerciement

Je tiens tout d'abord à remercier mon enseignant et directeur de thèse le professeur Youcef BOUAFIA, qui a proposé et diriger ce travail. Je lui exprime ma profonde reconnaissance de m'avoir guidé tout au long de ce travail.

J'adresse aussi mes remerciements les plus vifs à Monsieur M. SAAD qui a consacré une partie de son temps pour mener ce travail à terme, pour sa disponibilité et pour ces précieux conseils tout au long de ce travail.

J'adresse aussi mes remerciements les plus respectueux à monsieur M. CHERRARED Maitre de Conférences qui a accepté de présider le jury.

Je remercie aussi Messieurs A. TAHAKOURT, Professeur, et N. CHELOUAH, Maitre de Conférence, à l'Université de Bejaia de m'avoir honoré en acceptant de juger ce travail.

Un grand merci à ma famille pour leur patience et disponibilité.

Résumé :

Le problème de la contribution du béton tendu entre les fissures dans un tirant en béton armé a fait l'objet de nombreuses études depuis longtemps ; elles font appel à deux types d'approches, l'intégration de l'équation différentielle qui exprime les conditions d'équilibre et de compatibilité des déformations d'un tronçon de tirant, et la solution obtenue à partir d'une hypothèse globale de distribution de l'adhérence le long du tirant.

Ce travail présente un modèle de comportement et de prévision des ouvertures de fissures des tirants en béton armé, en utilisant une loi de comportement fictive de l'acier en tenant compte implicitement du béton tendu sous la forme d'un terme correctif de l'acier seul. Le modèle est basé sur la relation d'adhérence – glissement et une relation de calcul des espacements de fissures. Une confrontation à des résultats expérimentaux et une étude paramétrique sont effectués. Une autre partie est de passer du tirant en traction simple à la poutre en flexion.

Abstract:

The problem of the contribution of the concrete in tension between cracks in a reinforced concrete tie has been widely studied for a long time; two types of approaches are used: the integration of the differential equation that expresses the equilibrium conditions and the deformations compatibility of a portion of the tie, and the solution obtained from a global hypothesis of the distribution of adherence along the tie.

This paper presents a model for predicting the behavior and the crack opening of a reinforced concrete tie, using the fictitious constitutive law of steel that takes into account implicitly the tensioned concrete as a corrective term for the bare steel. The model is based on a bond – slip and crack spacing relationships. A confrontation with experimental results and a parametric study are performed. Another part is to move from the tie in tension to the beam in flexion.

Liste des Figures

Figure		Page
Fig. 2.1	Comportement réel d'un tirant en béton armée d'après Farra [FAR95]	6
Fig. 2.2	Loi de comportement fictive selon Rabich [RAB69]	8
Fig. 2.3	Loi de comportement fictive selon Espion [ESP85]	9
Fig. 2.4	Loi de comportement fictive selon Code Modèle 90 [CEB93]	10
Fig. 2.5	Loi de comportement fictive de Van der Veen [VAN90]	11
Fig. 2.6	Loi de comportement fictive selon [RAO76], [ROS76] et [CEB85]	12
Fig. 2.7	Mécanisme de transmission des forces par adhérence d'après Saliger [SAL36]	13
Fig. 2.8	Mécanisme d'adhérence et schéma de la relation complète adhérence – glissement d'après Elighausen et al [ELI83]	15
Fig. 2.9	Essai de traction ("pull-out test") d'après la RILEM	16
Fig. 2.10	Essai de flexion (Beam test) d'après la RILEM	17
Fig. 2.11	Relation d'adhérence en fonction de la résistance du béton d'après Lahoud [LAH91]	20
Fig. 2.12	Influence des barres d'armatures sur l'adhérence d'après [MAR91]	20
Fig. 2.13	Loi ($\tau - g$) proposé par le CEB [CEB88]	22
Fig. 3.1	Comportement type d'un tirant en béton armé	41
Fig. 3.2	Loi τ -g au comité européen du béton [CEB88]	43
Fig. 3.3	Variation des contraintes d'adhérence dans l'acier	44
Fig. 4.1	Influence de la résistance du béton sur les ouvertures des fissures	57
Fig. 4.2	Influence de la résistance du béton sur la réduction des ouvertures des fissures	58
Fig. 4.3	Influence du pourcentage d'acier sur le diagramme ($\sigma_s - \epsilon_{sm}$)	60
Fig. 4.4	Influence du pourcentage d'acier sur les ouvertures des fissures	60
Fig. 4.5	Influence du pourcentage d'acier sur les ouvertures des fissures	61
Fig. 4.6	Influence du pourcentage d'acier sur le diagramme ($\sigma_s - \epsilon_{sm}$)	61
Fig. 4.7	Influence du pourcentage d'acier sur les ouvertures de fissures	62
Fig. 4.8	Influence du pourcentage d'acier sur les ouvertures de fissures	62

Fig. 4.9	Influence de l'adhérence sur le diagramme (σ_s, ϵ_{sm})	63
Fig. 4.10	Influence de l'adhérence sur les ouvertures de fissures	64
Fig. 4.11	Influence de l'espacement de fissures sur le diagramme (σ_s, ϵ_{sm})	65
Fig. 4.12	Influence de l'espacement de fissures sur les ouvertures de fissures	66
Fig. 4.13	Confrontation $W = f(\sigma_s)$ présente étude – essai lorrain, tirant CA [LOR98]	68
Fig. 4.14	Confrontation $W = f(\sigma_s)$ présente étude – essai lorrain, tirant CE [LOR98]	68
Fig. 4.15	Schéma de l'essai sur tirant de Farra [FAR95]	69
Fig. 4.16	Courbe ($\sigma_{s2} - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant S20-14-1 [FAR95]	70
Fig. 4.17	courbe ($w_m - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant S20-14-1 [FAR95]	70
Fig. 4.17	courbe ($w_m - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant S22-10-1 [FAR95]	71
Fig. 4.18	courbe ($w_m - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant S22-10-1 [FAR95]	72
Fig. 4.19	courbe ($w_m - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant S32-10-1 en BHP [FAR95]	72
Fig. 4.20	schéma des essais sur grand tirants de Mivelaz [MIV96]	73
Fig. 4.21	courbe ($\sigma_{s2} - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant R2 [MIV96]	74
Fig. 4.22	courbe ($w_m - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant R2 [MIV96]	75
Fig. 4.23	courbe ($\sigma_{s2} - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant R3 [MIV96]	75
Fig. 4.24	courbe ($w_m - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant R3 [MIV96]	76
Fig. 4.25	courbe ($w_m - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant E3 [MIV96]	76
Fig. 4.26	courbe ($\sigma_{s2} - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant E3 [MIV96]	77

Liste des Tableaux

Tableau		Page
Tableau 4.1	Résultats théoriques de fissuration des trois tirants BO30, BO50 et BO70	57
Tableau 4.2	caractéristiques des tirants BO30 et BO50 étudiés	59
Tableau 4.3	résultats des ouvertures de fissures calculées par les deux formules Eurocode 2 et Brice	65
Tableau A.1	Valeurs de la résistance à la traction du béton	87
Tableau A.2	Exemple théorique 1 (Tirant 100x100x2000 mm)	88
Tableau A.3	Exemple théorique 2 (Tirant 200x200x2000 mm, Béton BHP30)	89
Tableau A.4	Exemple théorique 2 (Tirant 200x200x2000 mm, Béton BO50)	90
Tableau A.5	Exemple théorique 2 (Tirant 200x200x2000 mm, Béton BHP70)	91

Table des matières

1. INTRODUCTION GENERALE	1
1.1. Présentation du problème	2
1.2. But de l'étude	3
1.3. Plan de travail	4
2. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	5
2.1. Comportement réel d'un tirant en béton armé	5
2.2. Diagramme fictif de l'acier	7
2.2.1. Modèles multilinéaires	7
2.2.1.1. Modèle de Rabich.....	7
2.2.1.2. Modèle d'Espion	8
2.2.1.3. Modèle du code modèle 90.....	9
2.2.1.4. Modèle de Van der Veen	10
2.2.2. Modèles hyperboliques.....	11
2.2.2.1. Modèle de Rao et Rostasy	11
2.2.1.4. Modèle hyperbolique du CEB	12
2.2.3. Conclusion.....	11
2.3. Adhérence acier – béton	13
2.3.1. Historique	13
2.3.2. Mécanismes et mesure de l'adhérence.....	14
2.3.2.1. Notion d'adhérence	14
2.3.2.2. Essais d'adhérence	16
a) Essai de traction (Pull-out test).....	16
b) Essai de flexion (Beam test).....	17
2.3.3. Facteurs principaux influençant l'adhérence	18
2.3.3.1. Influence du béton d'enrobage	18
2.3.3.2. Influence des armatures	19
2.3.4. Quelques expressions de la relation d'adhérence.....	21
2.3.5. Conclusion.....	23
2.4. Modèles de calcul d'ouvertures des fissures	24
2.4.1. Ouvertures de fissures	24
2.4.1.1. Modèle de Beeby	24

2.4.1.2. Modèle de Bruggeling	25
2.4.1.3. Modèle de Van der Veen	26
2.4.1.4. Modèle de Balazs	28
2.4.1.5. Modèle de Farra	29
2.4.1.6. Modèle de Creazza	31
2.4.2. Espacement des fissures	32
2.4.2.1. Formule de Brice	32
2.4.2.2. Formule de l'Eurocode 2.....	32
2.4.2.3. Formule du Code Modèle 90.....	33
2.4.3. Méthodes réglementaires pour le contrôle de la fissuration.....	34
2.4.3.1. Règles BAEL.....	34
2.4.3.2. Règles BPEL.....	35
2.4.3.3. Règles Eurocode 2.....	36
2.4.4. Conclusion.....	39
2.5. Conclusion de l'étude bibliographique	39
3. MODELISATION DU COMPORTEMENT DES TIRANT EN TRACTION.....	40
3.1. Comportement type d'un tirant en béton armé sous traction axiale.....	41
3.2. Modélisation de l'adhérence acier – béton.....	43
3.2.1. Relation d'adhérence béton – armature	43
3.2.2. Equation différentielle gouvernant le glissement.....	44
3.3. Détermination des expressions de g , τ et ϵ_s le long du tirant.....	46
3.3.1. Comportement du tirant en phase IIa	46
3.3.1.1. Description du comportement du tirant en phase IIa.....	46
3.3.1.2. Détermination des expressions de g , τ et ϵ_s en phase IIa.....	47
3.3.1. Comportement du tirant en phase IIb	50
3.3.1.1. Description du comportement du tirant en phase IIb.....	50
3.3.1.2. Détermination des expressions de g , τ et ϵ_s en phase IIb.....	50
3.4. Diagramme fictif de l'acier	52
3.4.1. Diagramme fictif de l'acier en phase IIa.....	52
3.4.2. Diagramme fictif de l'acier en phase IIb	52
3.5. Calcul des ouvertures de fissures.....	53
3.5.1. Calcul des ouvertures de fissures en phase IIa	53
3.5.2. Calcul des ouvertures de fissures en phase IIb.....	54
3.6. Cas de la flexion simple	54
3.7. Conclusion.....	55

4. VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE.....	56
4.1. Etude paramétrique.....	56
4.1.1. Influence de la résistance du béton.....	56
4.1.2. Influence du pourcentage d'acier.....	58
4.1.3. Influence de la qualité d'adhérence.....	63
4.1.4. Influence de l'espacement des fissures.....	64
4.2. Validation du modèle de calcul à partir d'autres essais en laboratoire.....	67
4.2.1. Comparaison avec les ouvertures de fissures mesurées par Lorrain.....	67
4.2.2. Comparaison avec les résultats expérimentaux de Farra.....	69
4.2.3. Comparaison avec les résultats mesurés sur grands tirants par Mivelaz.....	73
4.3. Conclusion.....	77
CONCLUSIONS GENERALES.....	78
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	80
ANNEXES.....	85

Notations principales

A_s, B	section d'acier tendu et section du béton
E_s, E_c	module d'élasticité de l'acier et module d'élasticité du béton
n	coefficient d'équivalence entre l'acier et le béton
p	périmètre utile total des armatures
u_s, u_c	allongement de l'acier et allongement du béton
w	ouverture de fissure
g, s	glissement relatif ("slip" en anglais) entre l'acier et le béton
g_1, s_1	valeur du glissement correspondant au pic de l'adhérence acier – béton
g_r	glissement résiduel après redistribution des efforts
f_{ck}	résistance caractéristique à la compression du béton sur cylindre
f_{cm}	résistance moyenne à la compression sur cylindre
f_{ct}	résistance effective à la traction du béton
l_t	longueur d'introduction effective avant la stabilisation des fissures
l_a	longueur d'introduction effective après la stabilisation des fissures
l_1	longueur de la zone perturbée
L	longueur total du tirant
L_1	somme des longueurs des zones perturbées du tirant
L_2	somme des longueurs d'introductions du tirant
L_3	somme des longueurs des zones homogénéisées du tirant
N_t	effort de traction total extérieur
α	exposant de la loi d'adhérence
γ	nombre total de fissures principales dans le tirant
ε_c	allongement relatif du béton
ε_{cr}	allongement relatif du béton à l'apparition de la première fissure
ε_e	allongement relatif au seuil élastique de l'acier
ε_s	allongement relatif de l'acier
ε_{sd}	allongement relatif de l'acier correspondant à $2\sigma_{sy}$
ε_{sr}	allongement relatif de l'acier à l'apparition de la première fissure
ε_{sf}	allongement relatif de l'acier au droit de la fissure avant l'atteinte de la moitié du nombre total des fissures

ε_{sf}	allongement relatif de l'acier au droit de la fissure après dépassement de la moitié du nombre total des fissures
ε_{lt}	allongement relatif moyen de l'acier sur la longueur l_t
ε_{la}	allongement relatif moyen de l'acier sur la longueur l_a
ε_{m}	allongement relatif moyen du tirant (allongement fictif de l'acier)
λ	espacement moyen des fissures à la stabilisation des fissures
λ_1	espacement moyen des fissures avant la stabilisation des fissures
ρ	pourcentage d'acier
σ_c	contrainte dans le béton
σ_{cr}	contrainte effective du béton à l'apparition de la première fissure
$\sigma_{\text{c}\gamma}$	contrainte effective du béton à l'apparition de la dernière fissure
σ_e	contrainte limite d'élasticité de l'acier
σ_{sf}	contrainte de l'acier au droit de la fissure
σ_{sr}	contrainte de l'acier à l'apparition de la première fissure
$\sigma_{\text{s}\gamma}$	contrainte de l'acier à l'apparition de la dernière fissure
τ	contrainte d'adhérence entre l'acier et le béton
τ_1	contrainte maximum d'adhérence
ΔL	allongement total du tirant

1. INTRODUCTION GENERALE :

Le béton armé est devenu parmi les matériaux de constructions les plus utilisées dans le domaine de génie civil. Il est largement employé dans plusieurs types de structures d'importance particulières telles que : les grands ponts, les réacteurs nucléaires et les plates formes pétrolières. Il est composé d'un mélange judicieux de béton, qui est un matériau qui résiste très bien à la compression, mais sa résistance à la traction est très faible. Pour combler ce manque de résistance à la traction on lui associe de l'acier pour obtenir le matériau composé. Cependant étant poreux et fragile, il est souvent sujet à la fissuration.

Lors des calculs, les structures en béton armé étaient vérifiées à partir de contraintes admissibles permettant de garantir à la fois une sécurité structurale suffisante et un comportement en service satisfaisant. Actuellement, le bon fonctionnement des ouvrages est devenu le souci permanent des constructeurs et des chercheurs. De fait, les considérations d'aptitude au service et de durabilité ont passé au premier plan, devenant les critères déterminants pour le dimensionnement des structures.

L'apparition de fissures, souvent inévitables, ne doit pas porter préjudice au fonctionnement et la durabilité des structures, pour cela il faut limiter ou contrôler ces ouvertures de fissures, les principales raisons pour lesquelles ces limitations s'impose sont :

- Eviter la plastification de l'acier de l'armature.
- Améliorer la durabilité des structures en béton armée en limitant les infiltrations des eaux et des éléments nocifs, ce que réduisent les risques de corrosion des barres d'armatures.
- Eviter la dégradation de l'aspect visuel de la structure, sachant que l'esthétique des structures est très importante pour le maitre d'ouvrage et les usagers.

Compte tenue de ces raisons, les ingénieurs ont introduit dans les codes et règlements des directives et des méthodes de vérification et de dimensionnement permettant de limiter la fissuration à des valeurs jugées acceptables selon le type de l'ouvrage et sa destination.

La vérification de la fissuration dans les normes et codes actuels est en générale basée sur la théorie classique de la fissuration qui définit l'ouverture moyenne des fissures comme étant le produit de l'espacement moyen des fissures et de la déformation moyenne de l'acier de l'armature. Pratiquement, le contrôle de la fissuration est réalisé en disposant une quantité d'armature passive suffisante et bien répartie, dans les zones tendues risquant de fissurer.

La cause principale de l'apparition des fissures est le comportement fragile du béton armé en traction, pour cela plusieurs chercheurs se sont penchés à l'étude de ce comportement. Plusieurs lois de béton tendu seul ont été proposées par différents auteurs, cependant le comportement du béton seul ne reflète pas le comportement réel du béton armé.

Pour mettre en évidence la contribution du béton tendu fissuré, plusieurs modèles ont été proposés, deux approches sont utilisées: l'approche locale qui traite le problème à l'échelle de la fissure, et l'approche globale qui considère le comportement moyen sur une longueur suffisante de l'élément.

Étant donné que le béton de structure est utilisé dans la majorité des cas avec des armatures, la résistance de liaison acier – béton est d'une importance considérable du point de vue du comportement structurel, ce qui inclut également la fissuration causée par le retrait et les effets thermiques au jeune âge. La liaison provient essentiellement de la friction et de l'adhérence entre béton et acier et de l'effet mécanique dans le cas de barres d'acier crénelées.

Dans une structure, l'adhérence dépend, non seulement des propriétés du béton, mais également d'autres facteurs. Ces facteurs incluent la géométrie des armatures et celle de la structure telle l'épaisseur de béton recouvrant les armatures.

1.1 Présentation du problème :

Dans les structures en béton armé, la fissuration est souvent inévitable. Les ouvertures de fissures doivent toutefois être dans des limites non préjudiciables à l'ouvrage.

Dans les calculs courants du béton armé, on néglige totalement le béton en traction, ce qui est généralement suffisant pour l'étude des sections (dimensionnement du ferrailage et vérification des contraintes). Cependant il existe des problèmes pratiques où il est nécessaire d'en tenir compte :

- Le calcul de l'ouverture de fissure à l'état limite de service (ELS), qui fait intervenir l'espacement moyen des fissures et l'allongement moyen de l'armature entre deux fissures ;
- Le calcul de la rigidité moyenne (associé à la déformation moyenne) pour l'estimation correcte des déplacements à l'ELS ou à l'ELU (état limite ultime) qui est importante dans la redistribution des efforts dans les structures hyperstatiques, dans les effets du second ordre en stabilité de forme et dans la réponse dynamique des

structures (en particulier la réponse sismique – dans ce cas il faut obligatoirement considérer le domaine plastique de l'acier, contrairement à l'ELS).

En effet, le problème de la contribution du béton tendu entre les fissures dans un tirant en béton armé a fait l'objet de nombreuses études depuis longtemps. Elles font appel à deux types d'approches :

- L'intégration de l'équation différentielle qui exprime les conditions d'équilibre et de compatibilité des déformations d'un tronçon tirant compris entre deux sections voisines, en utilisant une relation connue (en principe d'origine expérimentale) entre la contrainte d'adhérence locale acier/béton et le glissement correspondant.
- La solution à partir d'une hypothèse globale de distribution de l'adhérence le long du tirant (uniforme ou linéaire...), sans faire intervenir explicitement le glissement.

On peut distinguer aussi deux types de formulation de la solution du problème :

- La première : il y a contribution de l'armature et du béton avec une loi de comportement moyenne fictive du béton tendu;
- La seconde : utiliser une loi de comportement fictive de l'acier en tenant compte implicitement du béton tendu sous la forme d'un terme correctif $\Delta\varepsilon_m$ de l'acier seul.

Il s'agit dans le cadre de ce travail de confronter les résultats obtenus avec ces deux approches par rapport à des résultats expérimentaux. Une autre partie est de passer du tirant en traction simple à la poutre en flexion simple ou composée.

1.2 But de l'étude

Cette étude est consacrée principalement à la modélisation du comportement des tirants en béton armé en se basant sur la relation adhérence - glissement. Le but de cette étude est d'approcher avec une précision acceptable des résultats expérimentaux portant sur les ouvertures de fissures et la contribution du béton tendu fissuré sur des éléments en béton armé. Des relations seront établies en tenant compte des caractéristiques des matériaux (acier et béton).

Le modèle proposé se base essentiellement sur la relation adhérence - glissement proposé par le CEB-FIP code modèle [CEB88], en prenant la première partie de la courbe, une équation différentielle est obtenue. La résolution de cette équation nous permet d'écrire les relations du glissement entre l'acier et le béton, la relation de la contrainte d'adhérence et

les ouvertures de fissures. Une étude paramétrique permettra de montrer l'influence de certains paramètres, on montrera en outre l'influence de la résistance du béton, l'influence du pourcentage d'acier et l'influence de la relation d'adhérence sur les ouvertures des fissures.

1.3 Plan de travail

Le présent travail est composé de trois parties essentielles:

Une première partie, qui consiste en une synthèse bibliographique qui se portera sur le comportement du béton en traction. On exposera quelques modèles proposés dans la littérature concernant le digramme fictif de l'acier, en tenant compte de la forme de la courbe (linéaire ou hyperbolique) et de la contribution du béton tendu fissuré. La loi adhérence – glissement entre l'acier et le béton étant à la base de la plupart des modèles, on présentera quelques lois proposées et l'influence de quelques paramètres sur cette relation. Enfin on présentera quelques méthodes de calcul des ouvertures de fissures.

La deuxième partie se portera sur la présentation d'un modèle de comportement des tirants en traction et de calcul des ouvertures des fissures en se basant sur la relation d'adhérence proposé par le comité européen du béton, qui sera suivi d'une confrontation des résultats à des résultats expérimentaux et d'une étude paramétrique qui montrera l'influence de certains paramètre sur le comportement du tirant et des ouvertures des fissures.

Enfin, nous finirons le travail par une conclusion générale et des perspectives futures.

2. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Ce présent chapitre a pour but de présenter d'une manière générale l'état actuelle des connaissances en matière du comportement du béton armé en traction et de présenter les différents modèles de calcul des ouvertures de fissures utilisés actuellement, pour cela nous procéderons comme suit :

- Présentation des différents modèles de comportement d'un tirant et les relations contraintes-déformations.
- Les modèles d'adhérence acier-béton.
- Quelques modèles de calcul des ouvertures de fissures et quelques méthodes réglementaires.

2.1 Comportement réel d'un tirant en béton armé

Le comportement global d'un tirant en béton armé est généralement défini par la relation effort normal – déformation relative du tirant ($N - \epsilon$). Soumis à un chargement N monotonement croissant, la réponse du tirant présente successivement différents aspects, qui s'écrivent souvent sous la forme d'une relation contrainte – déformation ($\sigma_{s2} - \epsilon$), où σ_{s2} représente la contrainte dans l'armature dans une section fissurée.

Ce comportement peut être décrit à partir de diagrammes ($\sigma_{s2} - \epsilon$) de la figure 2.1 enregistré lors d'un essai de fissuration en laboratoire sous contrainte ou déformation imposée de courte durée [FAR95] [MIV96].

Le tirant à un comportement homogène en stade I, où le béton et l'armature contribuent conjointement à équilibrer l'effort de traction, jusqu'à l'apparition de la première fissure.

L'augmentation de la sollicitation, après l'apparition de la première fissure, entraîne l'apparition de fissures successives proportionnellement au niveau de sollicitation, cette phase est appelée "phase de formation des fissures" (stade IIa).

En augmentant la sollicitation, on atteint un niveau de contrainte à partir duquel aucune nouvelle fissure principale ne se forme plus. C'est à partir de ce niveau que commence la "phase de fissuration stabilisée" (stade IIb) durant laquelle la contrainte σ_{s2} augmente plus rapidement qu'en phase de formation des fissures.

Avec la perte graduelle de la liaison entre le béton et l'acier, il est normal que l'on tende vers une réponse du tirant réduit à son armature, alors l'allongement du tirant devient très proche de la réponse de l'acier. Si l'acier présente un palier plastique, il en va de même pour la réponse du tirant.

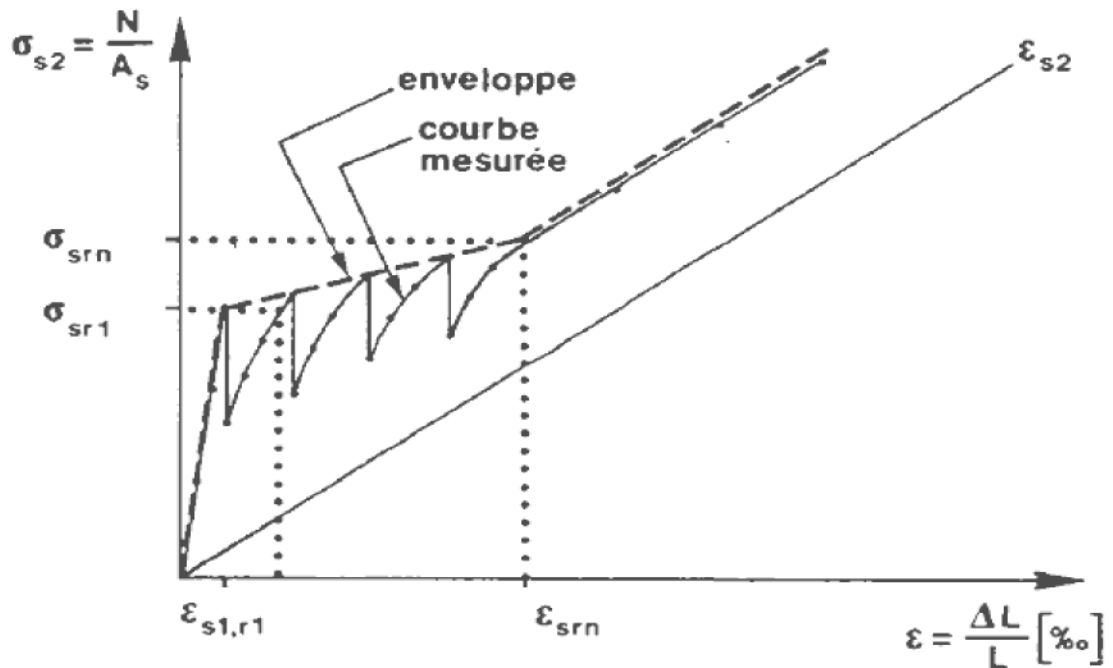


Fig.2.1: Comportement réel d'un tirant en béton armé d'après Farra [FAR95]

Les expériences montrent, que lorsque l'essai est dirigé en déformation, l'apparition de chaque fissure se caractérise par une chute de l'effort normal dans le tirant, illustré par le saut verticale dans le diagramme ($\sigma_{s2} - \varepsilon$) de la figure 2.1. La valeur de cette chute dépend essentiellement de la rigidité du tirant et de celle de la machine d'essai, elle est d'autant plus importante que le tirant est court et/ou la machine d'essai peu rigide. L'augmentation de la force de fissuration en phase de formation des fissures est due à la variation aléatoire de la résistance à la traction du béton au sein d'un même élément, ainsi, les premières fissures apparaissent dans les sections ayant une plus faibles résistance effective à la traction.

L'enveloppe supérieure de la courbe de la figure 2.1, correspondant à l'apparition des fissures successives, caractérise le comportement à la fissuration du tirant en phase de formation des fissures. Cette enveloppe est la même, et ne dépend pas de la nature de la sollicitation, que l'essai soit dirigé en force ou en déformation, car elle dépend de la distribution au sein d'un élément de la résistance effective à la traction du béton correspondant à l'apparition des fissures successives [FAR95].

2.2 Diagramme fictif de l'acier

Le diagramme fictif de l'acier est défini comme étant la relation entre la contrainte de l'acier (rapport entre l'effort normale appliqué et la section de l'acier) et la déformation moyenne du tirant (acier et béton), mesurée sur une assez grande longueur.

Beaucoup de relations de ce type ont été proposées dans la littérature pour représenter le comportement globale d'un tirant en béton armé. Ces relations tiennent généralement en compte des propriétés mécaniques du béton et de l'armature.

Plusieurs auteurs ont représenté le comportement d'un tirant en béton armé par un modèle multilinéaire, d'autre ont utilisé un modèle hyperbolique, En présentera dans ce qui suit certaines lois de comportement décrites dans la littérature.

2.2.1 Modèles multilinéaires

Plusieurs auteurs ont proposé des modèles multilinéaires, ces modèles se composent de plusieurs segments de droites successifs, et qui se ressemble beaucoup dans leurs principes, avec certaines divergences sur la contribution du béton tendu en phase de fissuration stabilisée.

2.2.1.1 Modèle de Rabich

Rabich [RAB69] a proposé un modèle avec une variation linéaire de la contribution du béton tendu $\Delta\varepsilon$. Cette loi est un modèle géométrique représentant l'observation grossière des courbes expérimentales entre les points A et B, avec une diminution linéaire de $\Delta\varepsilon$ jusqu'à atteindre $\Delta\varepsilon = 0$ pour une contrainte dans l'armature égale à la contrainte limite de l'acier.

Ce modèle est composé de deux segments de droite, le premier segment joignant les point O et A représente le tirant en phase I, élastique linéaire, le deuxième représenté par le segment joignant A et B (relation 2.1) représente la phase de comportement fissuré du tirant, comportant les deux phases de formation des fissures et de fissuration stabilisée.

$$\Delta\varepsilon = (\varepsilon_e - \varepsilon) \frac{\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr}}{\varepsilon_e - \varepsilon_{cr}} \quad (2.1)$$

Le point A est le point de l'apparition de la première fissure, et le point B coïncide avec le point de coordonnées de la limite élastique (ε_e , σ_e) de l'acier.

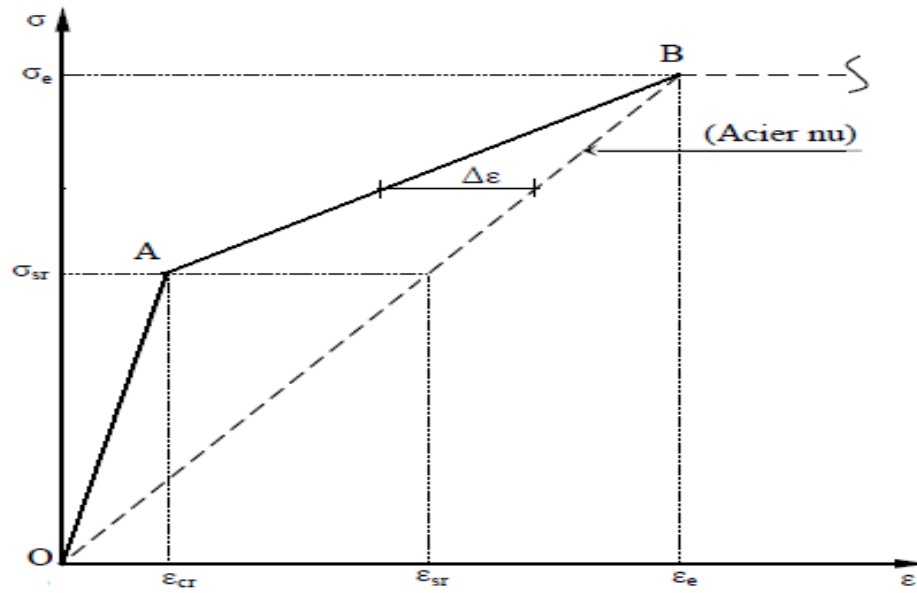


Fig. 2.2: Loi de comportement fictive selon Rabich [RAB69].

2.2.1.2 Modèle d'Espion [ESP85]

Le modèle d'Espion [ESP85] est composé de trois segments de droite, illustrant le comportement du tirant en béton armé.

Espion a effectué 13 essais mais en déduisant les valeurs de σ_{cr} réelles directement sur les corps d'épreuve. Il a remarqué que les fissures se stabilisaient après un chargement de deux fois σ_{sr} ($\sigma_{sy} = 2 \cdot \sigma_{sr}$). D'après l'auteur, pour des pourcentages supérieurs à 1% le point C (figure 2.3) de stabilisation des fissures se situe entre A et B. après fissuration, la variation de la contribution du béton tendu ($\Delta\varepsilon_{IIa}$) a une variation linéaire en phase de formation des fissures, et ($\Delta\varepsilon_{IIb}$) reste constante (relation 2.2). Pour des pourcentages inférieurs à 1%, Espion préconise l'utilisation de la loi de Rabich [RAB69].

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varepsilon_{IIa} &= (\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr}) - \frac{(\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr}) - \Delta\varepsilon_{IIb}}{\varepsilon_s(c)} (\varepsilon - \varepsilon_{sr}) && \text{si } \varepsilon_{cr} \leq \varepsilon \leq [\varepsilon_s(c) - \Delta\varepsilon_{IIb}] \\ \Delta\varepsilon_{IIb} &= \left(18 + \frac{3.55}{\rho}\right) \cdot 10^{-6} && \text{si } [\varepsilon_s(c) - \Delta\varepsilon_{IIb}] \leq \varepsilon \leq (\varepsilon_e - \Delta\varepsilon_{IIb}) \end{aligned} \right\} (2.2)$$

avec $\varepsilon_s(c) = \frac{2 \sigma_{sr}}{E_s}$ et $\rho > 1\%$.

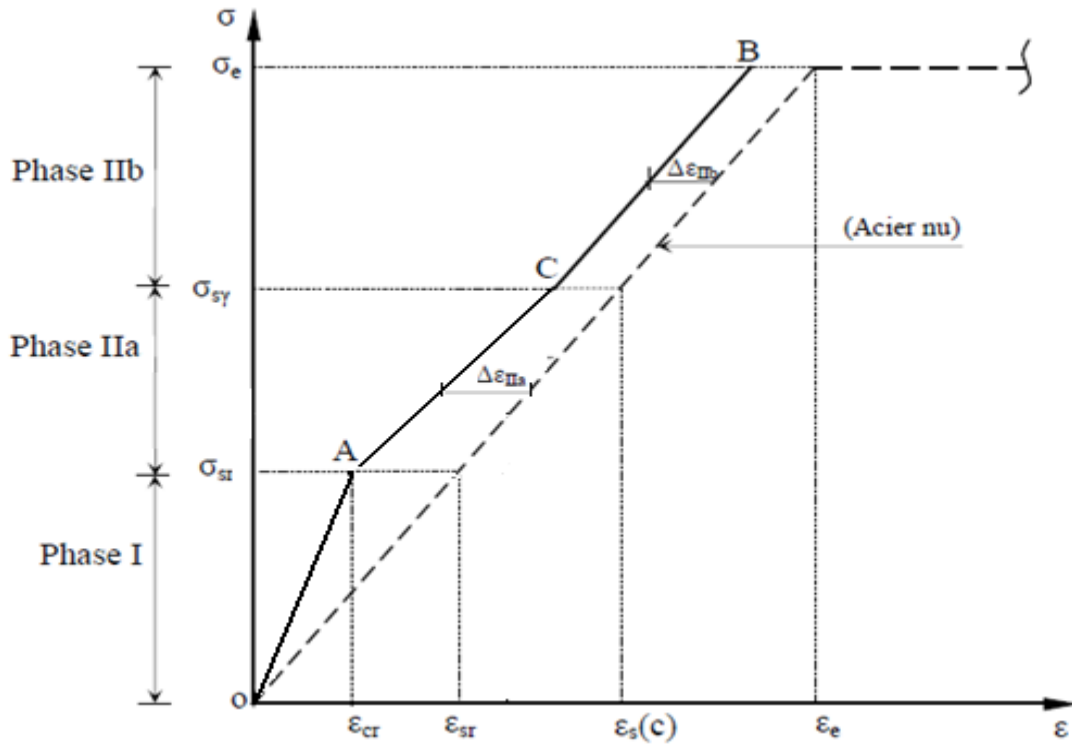


Fig. 2.3: loi de comportement fictive selon Espion [ESP85]

2.2.1.3 Modèle du Code Modèle 90 [CEB90]

Le code modèle 90 [CEB90], dans sa première proposition, considère qu'après l'apparition de la première fissure correspondant au point de coordonnées $(\sigma_{sr}, \varepsilon_{cr})$, le point de stabilisation de la fissuration est défini par la contrainte dans l'acier au moment de l'apparition de la dernière fissure, ce point est d'ordonnée $\sigma_{sy} = 1.3 \sigma_{sr}$ et d'abscisse $(\varepsilon_{sy} - 0.4 \Delta\varepsilon_\gamma)$. La contribution du béton tendu est considérée constante en phase de la fissuration stabilisée, ces variations sont montrées dans la (figure 2.4) et exprimé par la relation (2.3).

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma &= \frac{\sigma_{sr}}{\varepsilon_{cr}} \varepsilon && \text{si } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_A \\
 \sigma &= \sigma_{sr} + \sigma_{sr} \frac{\varepsilon - \varepsilon_A}{\varepsilon_C - \varepsilon_A} && \text{si } \varepsilon_A \leq \varepsilon \leq \varepsilon_C \\
 \sigma &= \sigma_{sy} + E_s (\varepsilon - \varepsilon_C) && \text{si } \varepsilon_C \leq \varepsilon \leq \varepsilon_B
 \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

où $\varepsilon_A = \varepsilon_{cr}$; $\varepsilon_C = \varepsilon_{sy} - \Delta\varepsilon$; et $\Delta\varepsilon = \beta (\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr})$;

Avec $\beta = 0.4$ pour une charge instantanée et des barres à haute adhérences;

$\beta = 0.25$ pour une charge de longue durée ou cyclique et des barres à hautes adhérences.

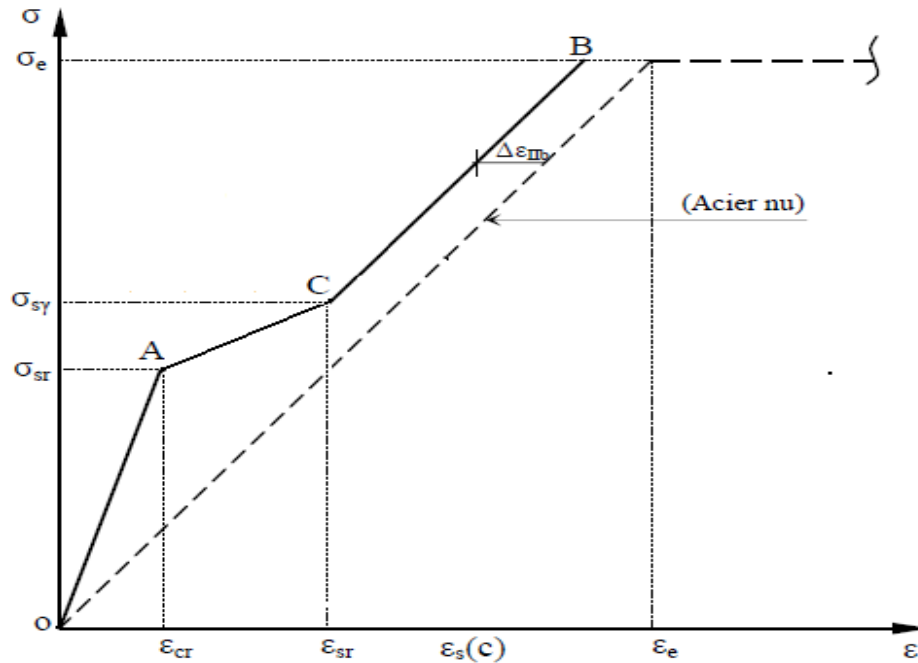


Fig. 2.4: loi de comportement fictive selon Code Modèle 90 [CEB93].

2.2.1.4 Modèle de Van der Veen [VAN90]

Van der Veen [VAN90] a proposé un modèle multilinéaire plus simplifié, avec un palier horizontal au niveau de la phase de formation des fissures, la phase de la fissuration stabilisée varie linéairement avec une contribution constante du béton tendu (figure 2.5).

La contribution du béton tendu est exprimée en fonction de l'exposant b de la relation d'adhérence ($\tau = a s^b$). la stabilisation de la fissuration a lieu au niveau de la contrainte dans l'acier $\sigma_{sy} = 1.2 \sigma_{sr}$ et la contribution du béton est donnée par:

$$\Delta\varepsilon = \frac{(1 + b)(5 + b)}{12} (\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr}) \quad (2.4)$$

Pour $b = 0.18$ et $\sigma_{sy} = 1.2 \sigma_{sr}$, on obtient:

$$\Delta\varepsilon = 0.61 (\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr}) \quad (2.5)$$

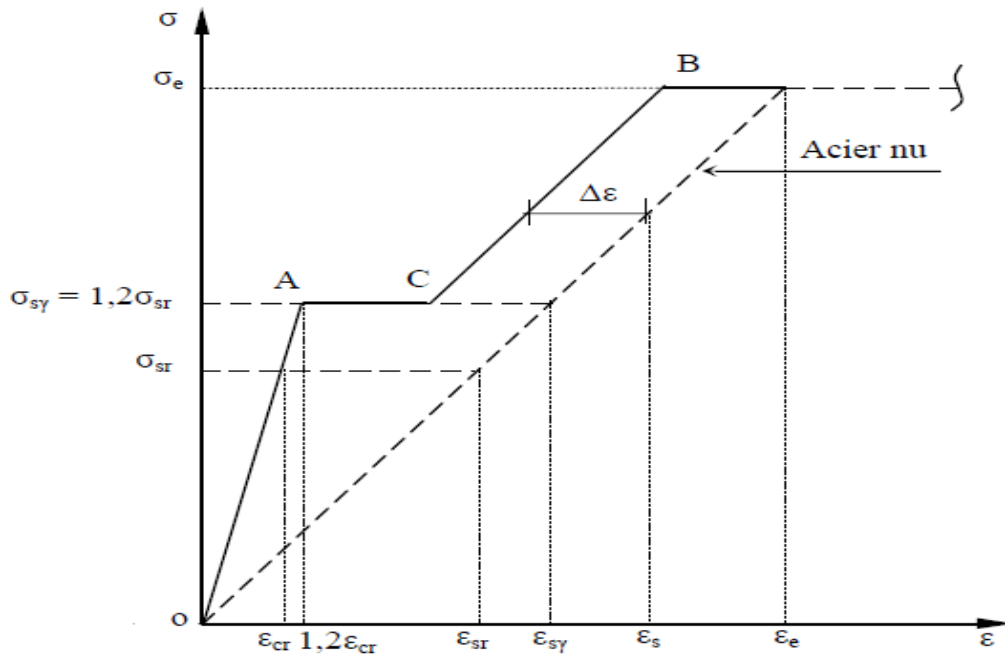


Fig. 2.5: Loi de comportement fictive de Van der Veen [VAN90]

2.2.2 Modèles hyperboliques

Les modèles hyperboliques sont des lois de comportement avec une variation de $\Delta\varepsilon$ en raison inverse de σ_s . Ces modèles sont constitués de deux phases, la première décrit le comportement linéaire du tirant en stade I, la phase de formation des fissures est hyperbolique, cependant ces modèles ne définissent pas les différentes phases pour le comportement fissuré du tirant.

Rao [RAO76], en 1976 fut le premier à proposer une loi de variation de $\Delta\varepsilon$ en raison inverse de σ_s , ce modèle pour des poutres en flexion fut étendu au tirant en béton armé par Rostasy et al [ROS76]. Le CEB-FIP [CEB85], en 1985 a proposé un autre modèle plus simplifié.

2.2.2.1 Modèle de Rao [RAO76] et Rostasy [ROS76]

Le modèle proposé par Rao [RAO76] est le premier de ce type valable pour les poutres en flexion simple, l'évolution de la contribution du béton tendu $\Delta\varepsilon$ est en raison inverse avec la contrainte de l'acier σ_s (figure 2.6).

Ce modèle, valable pour les poutres sollicitées en flexion, fut étendu au tirant en béton armé par Rostasy [ROS76]. Ces derniers proposèrent l'expression (2.6).

$$\Delta\varepsilon = \frac{\sigma_{cr}^2 (1 + n\rho)}{\rho^2 E_s \sigma_s} \quad (2.6)$$

2.2.2.2 Modèle hyperbolique du CEB [CEB85]

Cette loi retenue dans le manuel "Fissuration et Déformation" du CEB [CEB85], propose de considérer la déformation relative du tirant comme suit:

$$\varepsilon = \varepsilon_{sr} - \Delta\varepsilon \quad (2.7)$$

$$\Delta\varepsilon = (\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr}) \cdot \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \quad (2.8)$$

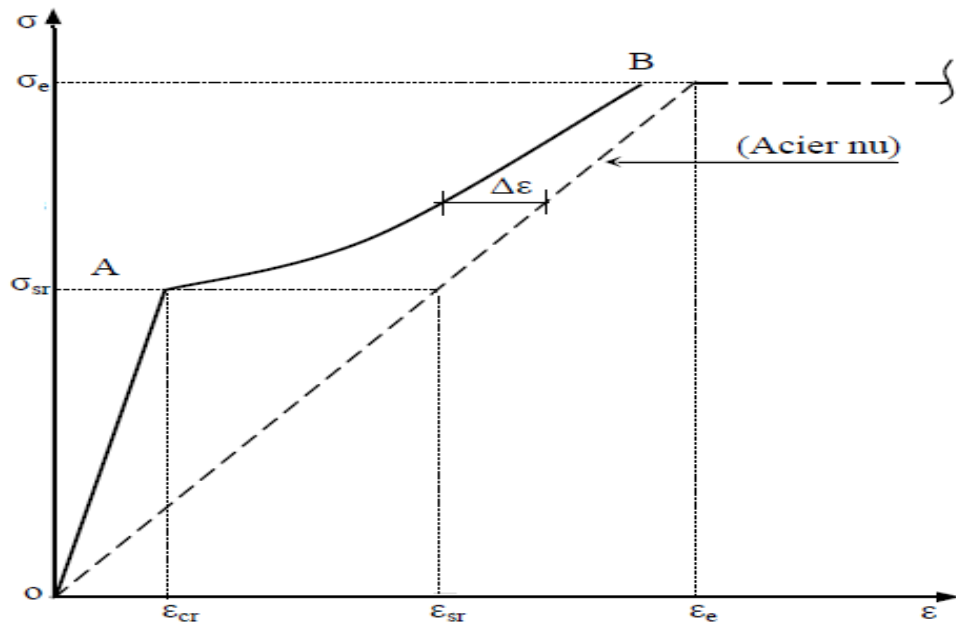


Fig. 2.6: loi de comportement fictive selon [RAO76], [ROS76] et [CEB85]

2.2.3 Conclusion

Le diagramme fictif de l'acier permet de décrire le comportement global d'un tirant, pour cela ont utilisé des modèles multilinéaires ou des modèles hyperboliques.

Les modèles multilinéaires qui sont une succession de plusieurs segments sont les mieux adaptés pour la modélisation des différentes phases du comportement des tirants et permettent d'identifier la phase de formation des fissures.

2.3 Adhérence acier – béton

2.3.1 Historique

L'adhérence entre le béton et l'acier est la propriété qui permet l'existence du matériau "béton armé". L'adhérence se caractérise par la transmission des efforts, de la barre au béton, le long de la surface latérale de l'armature. Ce phénomène ainsi défini, est le rapport de l'effort axial par unité de longueur et le périmètre utile de l'armature.

Historiquement, il est à noter qu'en 1913 déjà, Abrams [ABR13] avait réalisé une série d'essai d'arrachement de barres enrobées de béton de type "Pull-out test" et "Beam test", où il a étudié expérimentalement l'influence de divers paramètres intervenant dans la liaison béton – armature.

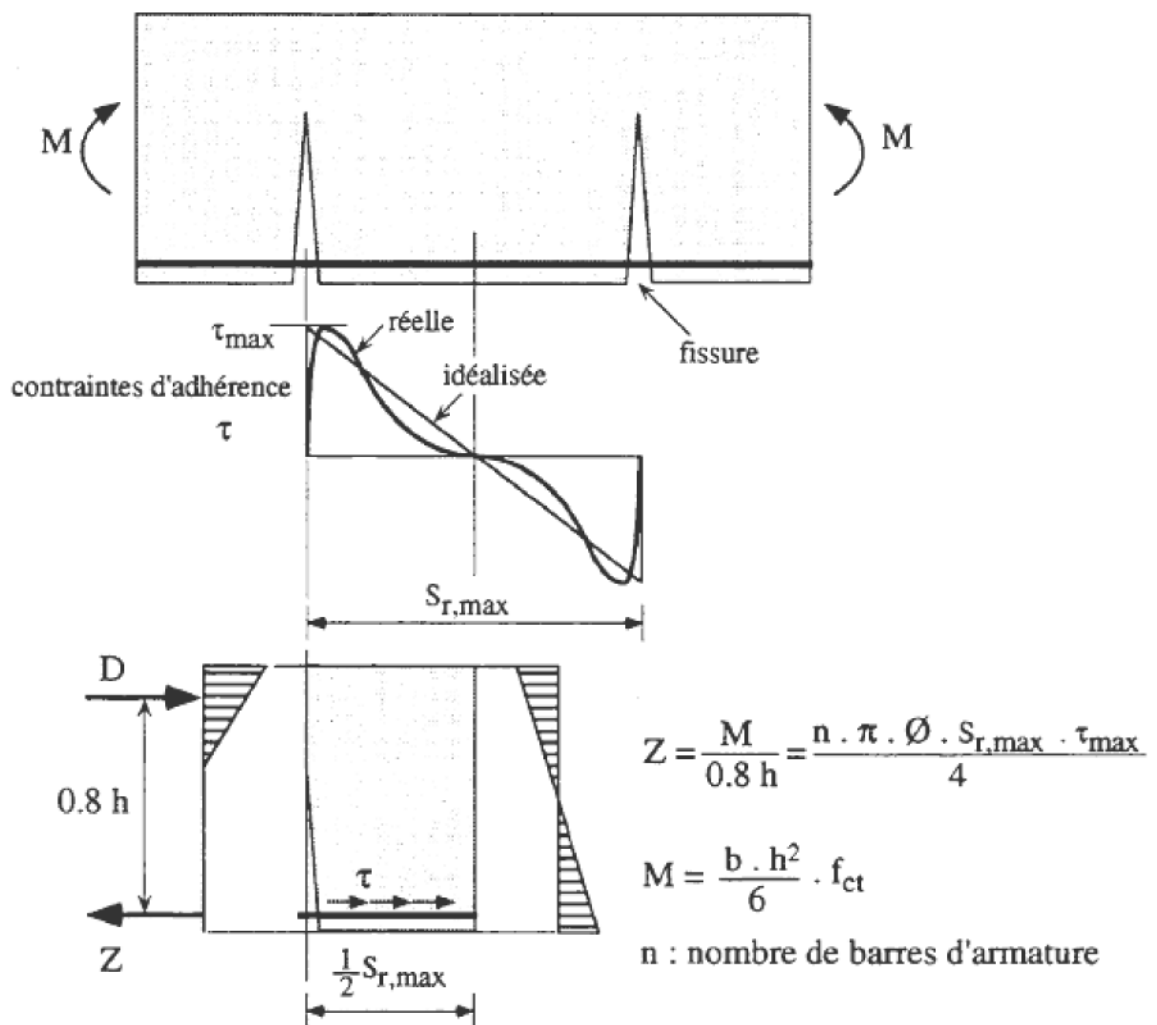


Fig. 2.7: Mécanisme de transmission des forces par adhérence d'après Saliger [SAL36]

En 1936, en étudiant la partie tendue fissurée d'une poutre fléchie, Salinger [SAL36] a mis en évidence le mécanisme de transmission des efforts par adhérence (figure 2.7).

A partir de l'équilibre entre la force dans l'armature au droit de la fissure et celle résultante des contraintes d'adhérence au voisinage de la fissure, Salinger a tiré l'expression de l'espacement maximum des fissures. En admettant que la distribution des contraintes d'adhérence au voisinage d'une fissure est linéaire, il a écrit l'espacement maximal entre les fissures sous la forme:

$$s_{r,\max} = 0.23 \frac{\varnothing}{\rho} \frac{f_{ctm}}{\tau_{\max}} \quad (2.9)$$

τ_{\max} : contrainte d'adhérence maximale au voisinage de la fissure.

Ainsi la première relation entre la fissuration et l'adhérence acier – béton fut établie.

Plus tard, plusieurs auteurs ont étudié la relation d'adhérence acier – béton en tenant compte de l'influence des différents paramètres.

2.3.2 Mécanisme et mesure de l'adhérence

2.3.2.1 Notion d'adhérence

La notion d'adhérence a été initialement définie pour les barres d'armatures lisses comme étant la contrainte tangentielle ou le frottement du béton sur la surface latérale de la barre d'armature.

Cette définition s'applique également aux barres nervurées (haute adhérence) dont les différentes phases sont illustrées (figure 2.8) d'après Elighausen et al [ELI83].

La forme générale de la courbe d'adhérence peut être obtenue à partir des essais d'adhérence comme l'essai d'arrachement "Pull-out test" ou l'essai de flexion "Beam-test" de la RILEM [RIL78-1] [RIL78-2].

La pente de la courbe, à sa naissance (par rapport au reste de la courbe), est relativement élevée. Après mobilisation de la contrainte d'adhérence, les nervures butent sur le béton et commencent à l'écraser, on observe, alors, de faibles valeurs du glissement de la barre. A ce moment les premières fissures internes commencent à apparaître (point A sur la figure 2.8).

Une augmentation de la force provoque le cisaillement partiel des bielles de béton entre les nervures, ce qui se traduit par une nette réduction de la pente de la courbe entre les points A et B.

Si le béton est suffisamment confiné, on atteint la contrainte d'adhérence maximum (point C), puis on obtient la branche descendante où la contrainte résiduelle correspond à la friction le long de la zone de béton cisailée.

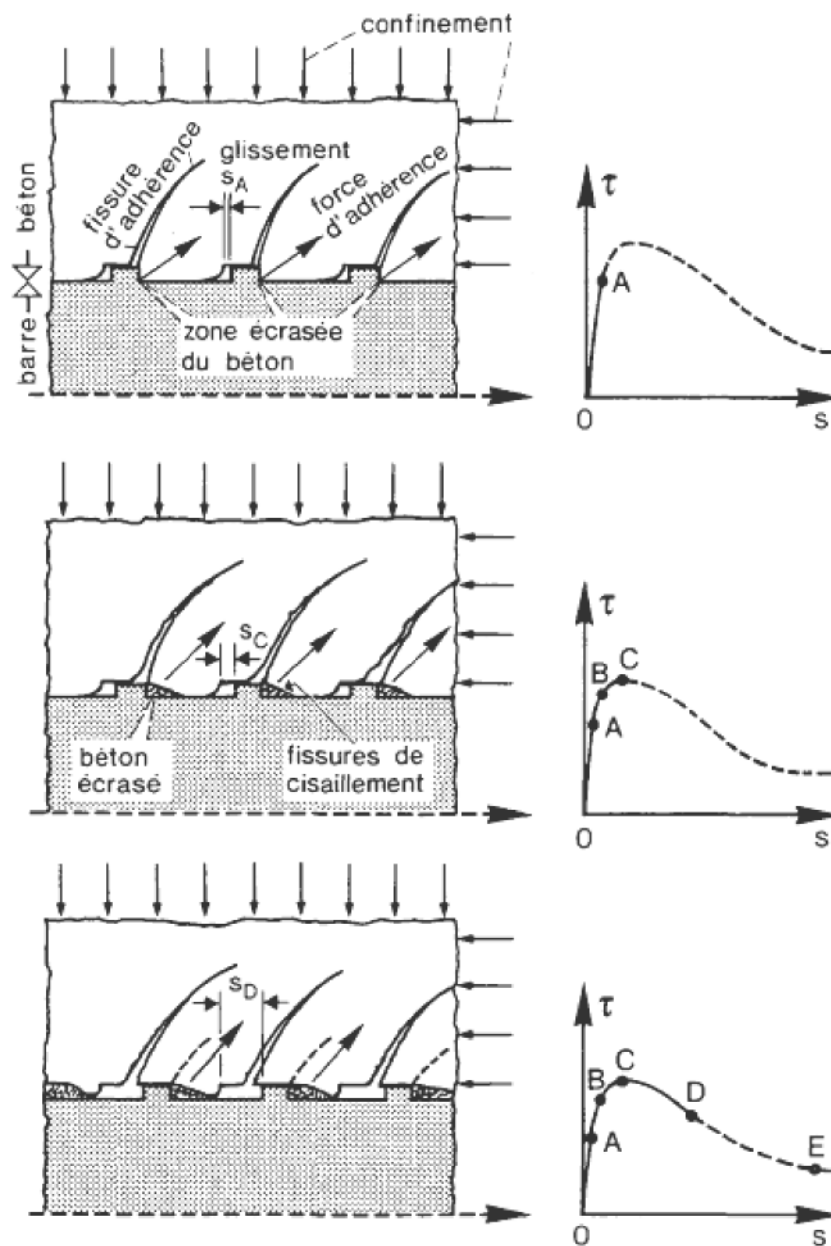


Fig. 2.8: Mécanisme d'adhérence et schéma de la relation complète Adhérence – glissement d'après Elighausen et al [ELI83]

2.3.2.2 Essais d'adhérence

Un grand nombre d'essais de laboratoire a été développé pour établir la relation fondamentale d'adhérence. En plus des deux essais standard de la RILEM (le "Pull-out test" et le "Beam test"), plusieurs auteurs ont réalisé des tests similaires au laboratoire, il y'a aussi l'essai de tirant. On exposera ci après les deux essais de la RILEM.

a) Essai de traction (Pull-out test)

C'est un essai normalisé suivant la RILEM [RIL78-1], utilisé avec un bloc de béton cubique d'arête égale à dix fois le diamètre de la barre soumise à l'arrachement. Cette barre centrée dans le bloc de béton, adhère sur une longueur cinq fois son diamètre. Le bloc a une assise en caoutchouc qui permet d'éliminer l'effet de frottement comme montré sur la (figure 221).

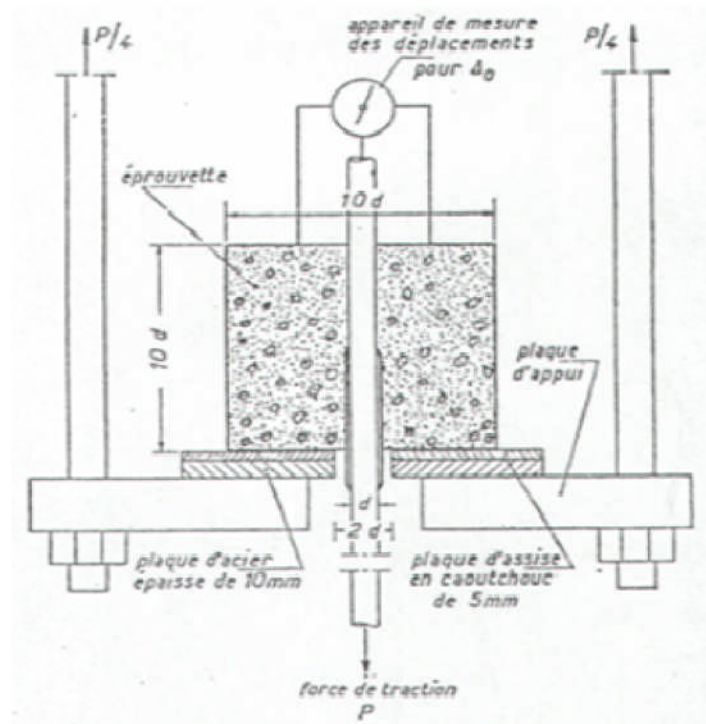


Fig. 2.9: Essai de traction ("pull-out test") d'après la RILEM

On applique une force de traction croissante, et on mesure ainsi le déplacement relatif entre l'armature et le béton grâce au capteur de déplacement placé au dessus de l'éprouvette.

La contrainte ultime d'adhérence donnée par la relation (2.10), en MPa, est déterminée après avoir atteint la force d'arrachement P (en newton).

$$\tau_u = 0.0637 \frac{P}{d^2} \frac{30}{f_c} \quad (2.10)$$

Avec

d: diamètre de la barre en mm.

f_c : contrainte de rupture par compression du béton.

b) Essai de flexion (Beam test)

Comme montré sur la figure 2.9, l'essai se fait sur une poutre formée de deux moitiés symétriques. Dans chaque partie, l'armature principale de traction n'est adhérente que sur une longueur de dix fois son diamètre. Cet essai aux normes de la RILEM [RIL78-2], permet de mesurer le glissement relatif entre le béton et l'armature, et de déterminer la force d'arrachement du béton.

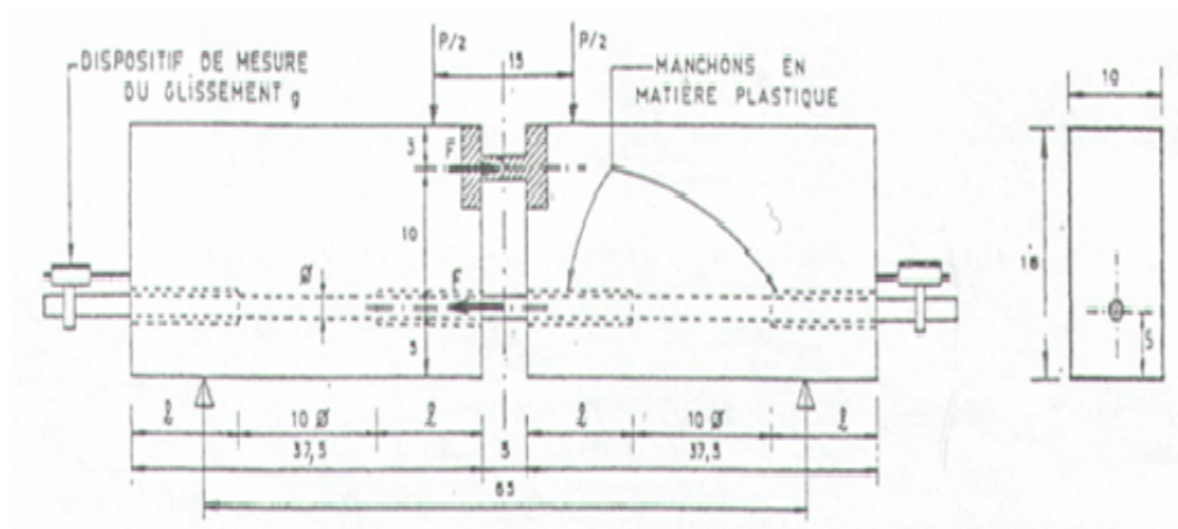


Fig.2.10: Essai de flexion (Beam test) d'après la RILEM

Pour ces deux types d'essai, dans le cas des barres nervurées, la contrainte d'adhérence correspond à la contrainte fictive de cisaillement agissant sur la surface latérale de la barre d'acier. L'interprétation des courbes représentant la force en fonction du glissement (déplacement relatif acier-béton), montre que le phénomène d'adhérence est analogue à un frottement.

2.3.3 Facteurs principaux influençant l'adhérence

Les chercheurs se sont souvent intéressés à l'influence de certains de ces paramètres sur cette relation. On peut citer l'influence du béton par son degré de confinement, sa composition et sa résistance à la compression. L'influence de l'acier peut se caractériser par les diamètres des barres d'armatures, leurs classes de résistance et leurs positions.

2.3.3.1 Influence du béton d'enrobage

La grande partie des travaux de recherches réalisées dans le domaine de l'adhérence se sont intéressés à étudier l'influence de la résistance du béton sur la qualité de la liaison d'adhérence acier – béton [MAR73], [ELI83], [HIR87], [LAH91].

Les études effectuées sur des bétons ordinaires, ont montrées que la contrainte d'adhérence pour des faibles valeurs de glissements est proportionnelle à la résistance de compression moyenne du béton f_{cm} , et la contrainte de rupture de la liaison d'adhérence est plutôt fonction de la résistance à la traction du béton, et peut s'écrire comme une fonction puissance de la résistance à la compression du béton [MAR73].

$$\tau_u = a_3 (f_{cm})^{a_2} \quad (2.11)$$

Certains auteurs ont essayé d'étudier la liaison d'adhérence pour des bétons à hautes résistances, avec des résistances à la compression atteignant 100 MPa. Des essais réalisés par Lahoud [LAH91] sur des bétons à hautes résistances, ont montré que la valeur de l'exposant de la résistance à la compression a_2 peut varier entre 0.5 et 0.9.

Farra [FAR95] a essayé de définir les valeurs des paramètres de la relation d'adhérence pour obtenir une loi qui donne la meilleure correspondance entre les valeurs mesurées et calculées des ouvertures des fissures. Cette loi permet de prédire les valeurs des contraintes d'adhérence pour des bétons en fonction de la résistance du béton à la compression. Il a constaté que la valeur de l'exposant de la résistance à la compression du béton a_2 dans l'équation 2.11 est primordiale pour prédire correctement l'influence de la résistance du béton. Il a montré que c'est la valeur $a_2 = 0.95$ qui semble convenir le mieux pour ces prédictions.

Enfin, on peut noter que toutes les études réalisées par les différents auteurs, ont montré que l'augmentation de la résistance du béton influe positivement sur la qualité de l'adhérence. Cette augmentation est due essentiellement à l'augmentation de l'adhérence de collage physico-chimique et l'augmentation de la rigidité du béton.

La figure 2.11 montre la comparaison entre les relations d'adhérence en fonction de la résistance du béton d'après Lahoud [LAH91].

2.3.3.2 Influence des armatures

Les barres d'armatures jouent un rôle prépondérant dans la relation d'adhérence, en pratique il existe plusieurs types de barres, qui diffèrent par leurs caractéristiques géométriques, en particulier la qualité de leurs surfaces, qui peut être prise en compte au moyen du coefficient d'aire relative f_R [MAR81], [LAH91]. La figure 2.12 montre l'influence du type de barres d'armatures ayant différents coefficients d'aires relatives sur la relation d'adhérence, mesurée lors des essais d'arrachements.

Pour montrer l'influence de la position des barres d'armatures sur l'adhérence, des essais d'adhérence ont été réalisés sur des bétons ordinaires en variant la position de la barre par rapport à la direction du bétonnage, ont fournis les résultats suivants [MAR81]:

- L'adhérence des barres bétonnées en position verticale et chargées dans le sens contraire à la direction du bétonnage est meilleure que celle des barres bétonnées en position horizontale.
- La qualité d'adhérence d'une barre d'armature horizontale augmente avec la distance de la barre à la surface du béton, l'adhérence des barres supérieures est faible.

La résistance de la liaison acier – béton autoplaçant a été évaluée, par un essai d'arrachement direct, pour différentes positions des barres par rapport au sens du bétonnage pour cinq position différentes: horizontale (supérieure, inférieure et médiane) et verticale (arrachement dans le sens de coulage ou contre le sens de coulage) ont montré que [DAO03]:

- La résistance de la liaison d'adhérence est meilleure pour les barres en position verticale et arrachées dans le sens contraire du coulage.
- La résistance de la liaison d'adhérence des barres horizontales près de la face supérieure du béton est faible.

Plusieurs autres études ont été réalisées par d'autres chercheurs pour mettre en évidence l'influence de la résistance des aciers [CAI76], [HIR87].

Des études expérimentales sur l'influence de la corrosion des barres d'armatures, ont montré que pour des faibles niveaux de corrosion, l'adhésion augmente avec le degré de corrosion, et que des niveaux de corrosion élevés induisent une réduction significative de l'adhésion [MAN98],[AML00],[HAS03].

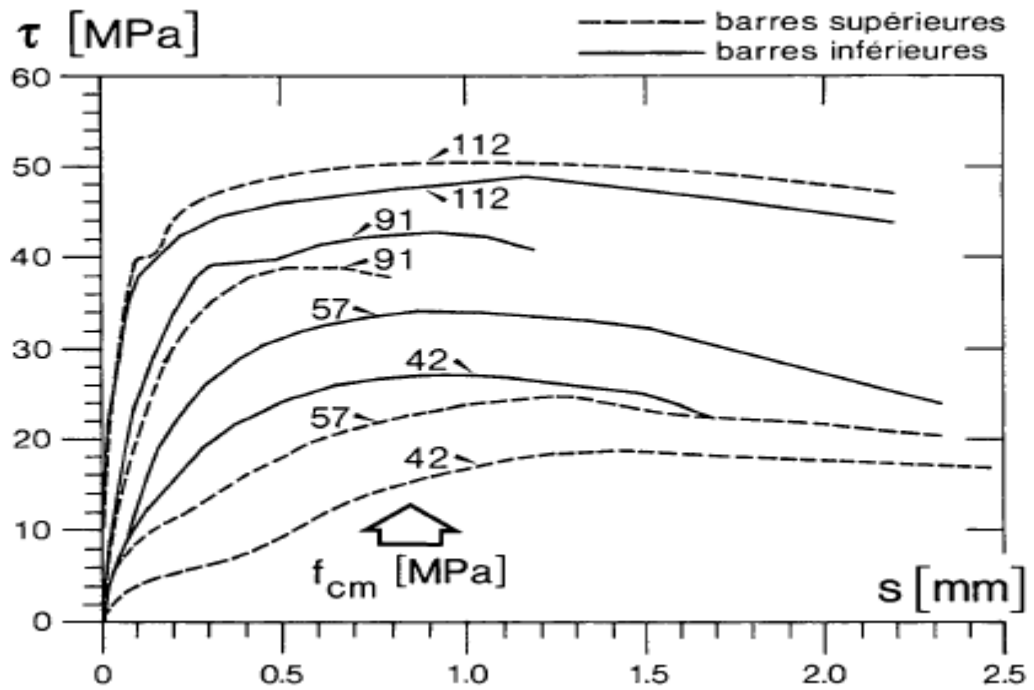


Fig.2.11: Relation d'adhérence en fonction de la résistance du béton
D'après Lahoud [LAH91].

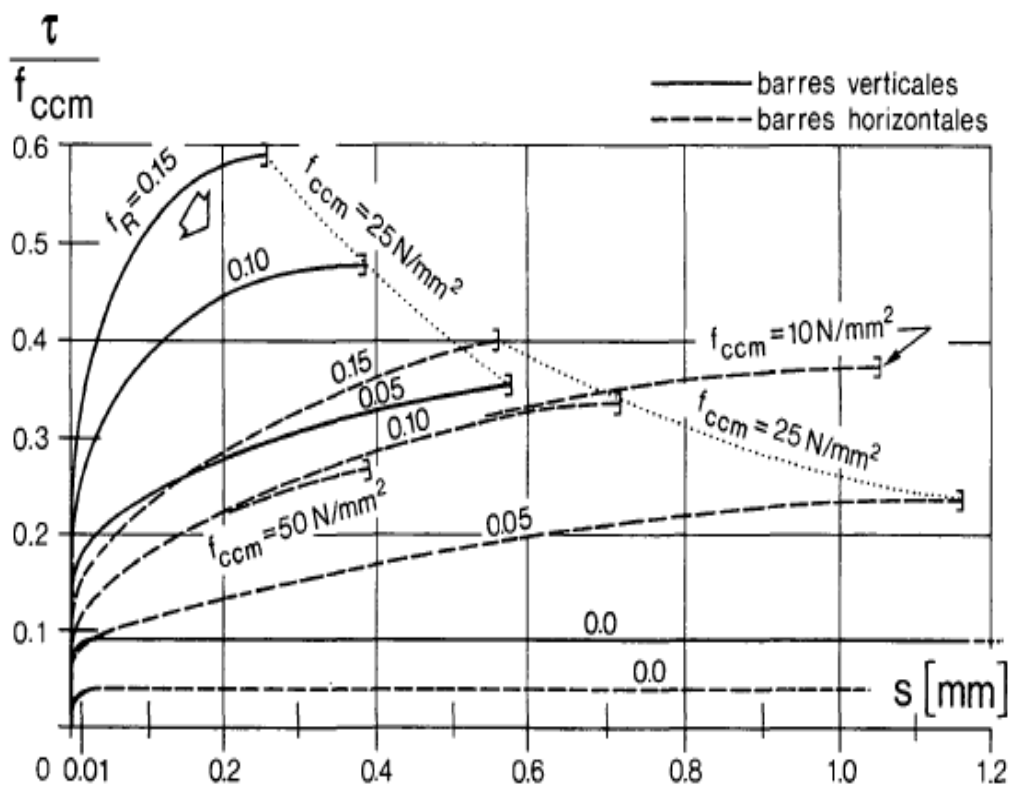


Fig.2.12: Influence des barres d'armatures sur l'adhérence d'après [MAR91]

2.3.4 Quelques expressions de la relation d'adhérence

Plusieurs expressions de la relation d'adhérence, d'origines expérimentales ou théoriques, ont été proposées par plusieurs chercheurs, nous allons exposer dans ce qui suit quelques exemples de ces relations:

Martin a proposé une expression du type [MAR73]:

$$\frac{\tau}{f_{ccm}} = a s^b + a_0 \quad (2.12)$$

Où a et b sont des paramètres, dépendant du type des barres en tenant compte du coefficient d'aire qui varie entre 0.05 et 0.4.

Pour généraliser cette expression, Martin et Noakowski [MAR81] ont proposé:

$$\frac{\tau}{f_{ccm}} = [f(s) \cdot f_R + a_0] \cdot a_3 \quad (2.13)$$

f(s) : fonction de glissement

a₀ : coefficient tenant compte du frottement avec le béton de la partie de la barre entre deux nervures.

a₃ : coefficient tenant compte de la position de la barre lors du bétonnage

a₃ = 1 pour une barre horizontale

a₃ = 2.2 pour une barre verticale chargée dans le sens contraire à celui du bétonnage.

Bruggeling [BRU91] a proposé une expression d'adhérence qui tient compte de la qualité d'adhérence par le coefficient d'aire relative f_R:

$$\tau = a \cdot (f_{ccm}^{0.66} + 4 \text{ MPa}) \cdot s^b \quad (2.14)$$

avec a = 0.38 et b = 0.18 pour le cas général;

a = 0.32 et b = 0.28 pour les barres supérieures.

Le CEB – FIP code modèle 90 [CEB88], par une idéalisation des relations adhérence – glissement basées sur plusieurs essais d'arrachements directes, a proposé une relation partagée en quatre fonctions selon l'intervalle du glissement considéré (figure 2.13).

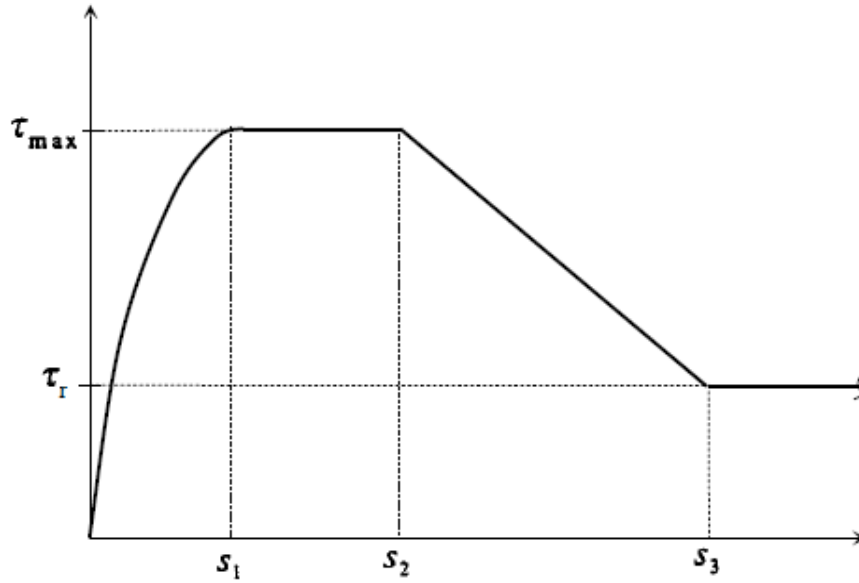


Fig.2.13: loi ($\tau - g$) proposé par le CEB [CEB88]

- Stage I: la relation entre la contrainte d'adhérence et le glissement est décrite par une relation non linéaire (2.15a):

$$\tau = \tau_{\max} \left(\frac{s}{s_1} \right)^b ; 0 \leq s \leq s_1 \quad (2.15a)$$

τ_{\max} et s_1 sont les contraintes d'adhérence maximal et le glissement correspondant.

Les valeurs de τ_{\max} et s_1 sont indiqués en fonction du confinement du béton, le glissement maximal est considéré constant quelque soit la résistance du béton est donné par la relation:

$$\tau_{\max} = a_3 \sqrt{f_{ck}} \quad (2.15b)$$

Le coefficient a_3 tient compte des conditions d'adhérence et du confinement, et f_{ck} est la résistance caractéristique du béton à la compression.

- Stage II: la contrainte d'adhérence est constante pour un glissement croissant, elle est prise égale à la valeur du glissement maximale:

$$\tau = \tau_{\max} ; s_1 \leq s \leq s_2 \quad (2.16)$$

- Stage III: la courbe commence à décroître, ce qui explique une réduction de la contrainte d'adhérence quand le glissement augmente. Cette partie commence de la valeur du glissement s_2 et continue jusqu'à atteindre la valeur de s_3 .

$$\tau = \tau_{\max} - (\tau_{\max} - \tau_r) \cdot \frac{s - s_2}{s_3 - s_2} \quad (2.17)$$

- Stage IV: la contrainte d'adhérence reste constante avec l'augmentation du glissement, et prise égale à la contrainte résiduelle qui représente la contrainte de friction entre le béton et l'acier.

$$\tau = \tau_r ; s > s_3 \quad (2.18)$$

Finalement, Farra [FAR95] dans sa thèse, a effectué un calibrage numérique du modèle de calcul des ouvertures des fissures pour déterminer les paramètres d'adhérences qui permettent de définir une relation d'adhérence unique pour des résistance du béton de 30 à 90 MPa, il propose la relation:

$$\tau = 0.4 (f_{cm})^{0.95} s^{0.3} \quad (2.19)$$

Il a constaté que la relation (2.19) donne la meilleure correspondance entre les ouvertures des fissures mesurées et calculées. Les conditions d'adhérence données par cette même relation sont qualifiées de moyennes, et montre bien que la contrainte d'adhérence augmente quasi proportionnellement à la résistance à la compression du béton.

2.3.5 Conclusion

La relation d'adhérence parait très compliqué à modéliser, cette relation dépend en effet de plusieurs paramètres qui peuvent l'influencer. Les différentes recherches donnent pratiquement la même allure de cette relation, et la proposition donnée par le CEB [CEB88] parait la plus réaliste.

La forme la plus pratique de la phase ascendante de la courbe d'adhérence étant la partie la plus importante pour estimer les ouvertures des fissures, est celle du type puissance.

2.4 Modèle de calcul des ouvertures des fissures

2.4.1 Ouvertures des fissures

2.4.1.1 Modèles de calcul de Beeby

Beeby [BEE79] a proposé un modèle de calcul semi empirique, valable pour la phase de fissuration stabilisé. Le principe de calcul est simple, et consiste à calculer l'ouverture moyenne des fissures comme étant le produit de l'espacement moyen des fissures multiplié par la différence des déformations relatives de l'acier et du béton entre les fissures:

$$w_m = S_m (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (2.20)$$

La déformation relative de l'acier ε_{sm} est calculée par la relation (2.21), en faisant varier la contribution du béton tendu entre les fissures.

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{sf} - \Delta\varepsilon_{sm} \quad (2.21)$$

La valeur ε_{sf} représente l'allongement relatif de l'acier au droit de la fissure.

$\Delta\varepsilon_{sm}$ est la contribution du béton entre les fissures qui est fonction de la différence entre les déformations relatives de l'acier en stade II-nu et en stade I au moment de l'apparition de la première fissure.

Le même auteur dans une publication récente [BEE08], présente un travail qui permet d'estimer les déformations et les ouvertures de fissures pour des tirants soumis à une traction pure. Cette étude montre qu'il existe une variation linéaire de la contrainte dans le béton et l'acier dans la région affecté par les fissures.

L'ouverture moyenne des fissures est donnée par:

Dans le cas où l'espacement des fissures supérieur à deux fois la longueur d'introduction:

$$w_m = l_t \varepsilon_{s2} \quad (2.22)$$

Dans le cas où l'espacement des fissures est inférieur ou égale à la longueur d'introduction:

$$w_m = S_m \cdot \varepsilon_{s2} \left(1 - \frac{S_m}{4 l_t} \right) \quad (2.23)$$

L'expression de la longueur d'introduction peut être obtenue à partir de la distribution des contraintes dans l'acier et le béton, et peut être calculée par la relation:

$$l_t = \left[\frac{\varepsilon_{sm}}{\varepsilon_{s2} (1 + n \rho)} - n \rho \right] \frac{L}{n} \quad (2.24)$$

2.4.1.2 Modèle de Bruggeling

Le modèle de calcul des ouvertures des fissures présenté par Bruggeling [BRU91] est basé sur la loi d'adhérence – glissement. La résolution de l'équation différentielle d'adhérence a été obtenue par une méthode qui consiste à introduire des facteurs qui définissent la déformation relative de l'acier, et la contrainte d'adhérence moyenne entre l'acier et le béton.

Ainsi, l'ouverture d'une fissure isolée lors de la phase de formation des fissures est donnée par l'expression suivante:

$$w_m = 2 \cdot \left(\frac{(1+b) \cdot \phi \cdot \sigma_{sr}^2}{8 \cdot a \cdot E_s \cdot (1+n\rho)} \right)^{\frac{1}{1+b}} \quad (2.25)$$

Avec:

w_m : ouverture de la fissure isolée

σ_{sr} : contrainte dans l'acier d'armature au droit de la fissure

a et b : facteurs définissant la loi d'adhérence

Il a proposé les valeurs suivantes pour les paramètres a et b:

Cas général : $a = 0.38 (f_{cck} + 4 \text{ MPa})$; $b = 0.18$

Barres supérieures : $a = 0.32 (f_{cck} + 4 \text{ MPa})$; $b = 0.28$

La contrainte dans l'acier σ_{sr} en stade II-nu est calculée par la résistance à la traction du béton par les formules suivantes:

Charges instantanées ou à court terme $f_{ct} = 1.09 f_{ctk}$

charges de longues durées ou à long terme $f_{ct} = 0.87 f_{ctk}$

Où f_{ctk} est la résistance caractéristique du béton définie par la relation:

$$f_{ctk} = 0.4 \sqrt{f_{cck}}$$

La longueur d'introduction a été obtenue à partir de l'expression du glissement $s(x)$ en y pour la valeur de x égale à la longueur d'introduction, $s(x = l_t) = 0.5 w_m$.

$$l_t = \frac{w_m \cdot E_s}{(1-b) \cdot \sigma_{sr}} \quad (2.26)$$

2.4.1.3 Modèle de Van der Veen

Le modèle proposé par Van der Veen [VAN90] permet de prédire les ouvertures des fissures dans les tirant en béton armé, il est basé sur l'approximation d'une relation contrainte – adhérence du type puissance sous différente température.

La méthode permet de calculer les ouvertures des fissures dans la phase de fissuration stabilisée, en fonction de l'espacement moyen des fissures S_m , et la différence entre les déformations moyenne de l'acier et du béton au moment de la stabilisation de la fissuration.

$$w_{m,n} = S_m \cdot (\varepsilon_{sm,n} - \varepsilon_{cm,n}) \quad (2.27)$$

L'espacement moyen des fissures S_m peut être calculé en fonction de la longueur d'introduction l_t , dans la phase de formation des fissures, l'espacement des fissures vaut l_t , et tantôt $2l_t$, donc il est possible de l'exprimer en fonction de l_t et $2l_t$. Ainsi le calcul de la déformation moyenne de l'acier au moment de la stabilisation de la fissuration est ramené au calcul de la déformation moyenne de l'acier dans ces deux cas particulier.

L'espacement moyen des fissures est pris $S_m = 1.5 l_t$.

La longueur d'introduction est obtenue après la résolution de l'équation différentielle gouvernant le glissement, et se déduit de l'expression de la distribution des contraintes dans l'acier, en y introduisant pour $x = l_t$ la contrainte $\sigma_s(x) = \sigma_{s2}$. Cette longueur s'écrit:

$$l_t = \frac{2}{1-b} \left(\frac{(1+b) \cdot \phi \cdot (E_s)^b \cdot (\sigma_{s2})^{(1-b)}}{8 \cdot a \cdot (1+n\rho)} \right)^{\frac{1}{1+b}} \quad (2.28)$$

Donc, il reste à calculer les déformations moyennes du béton et des aciers dans les deux cas où les fissures sont espacées de l_t et de $2l_t$.

Dans le cas de fissures isolées, les fissures sont espacées de $2l_t$, la déformation relative moyenne de l'acier est $\varepsilon_{sm,1}$ et la déformation relative moyenne du béton peuvent s'écrire sous la forme suivante:

$$\varepsilon_{sm,1} = \frac{1-b}{2} \cdot \varepsilon_{s2,r} + \frac{1+b}{2} \cdot \varepsilon_{s1,r} \quad (2.29a)$$

$$\varepsilon_{cm,1} = \frac{1-b}{2} \cdot \varepsilon_{s1,r} \quad (2.29b)$$

Avec $\varepsilon_{s2,r}$ et $\varepsilon_{s1,r}$ sont les déformations relative de l'acier en stade II-nu et en stade I correspondant à la résistance à la traction f_{ct} .

Et $\varepsilon_{sr,1} = f_{ct} / E_c$.

Dans le cas où les fissures sont espacées d'une seule longueur d'introduction l_t , la déformation moyenne de l'acier $\varepsilon_{sm,2}$ et la déformation relative du béton $\varepsilon_{cm,2}$ se calculent comme suit:

$$\varepsilon_{sm,2} = \frac{(3 + b)(1 - b)}{4} \cdot \varepsilon_{s2,r} + \frac{(1 + b)^2}{4} \cdot \varepsilon_{s1,r} \quad (2.30a)$$

$$\varepsilon_{cm,2} = \frac{(1 + b)^2}{4} \cdot \varepsilon_{s1,r} \quad (2.30b)$$

En admettant que l'espacement moyen des fissures vaut $S_m = 1.5 l_t$, la moyenne entre les deux cas, la déformation moyenne de l'acier $\varepsilon_{sm,n}$ au moment de la stabilisation de la fissuration se calcul à partir de l'expression suivante:

$$\varepsilon_{sm,n} = \frac{2 \varepsilon_{sm,1} + \varepsilon_{sm,2}}{3}$$

En introduisant les expressions (2.30a) et (2.31b) dans l'expression précédente, la déformation moyenne de l'acier au moment de la stabilisation de la fissuration devient:

$$\varepsilon_{sm,n} = \frac{(1 - b)(7 + b)}{12} \cdot \varepsilon_{s2,r} + \frac{(1 + b)(5 + b)}{12} \cdot \varepsilon_{s1,r} \quad (2.31a)$$

De la même manière, en raisonnant sur les expressions (2.30b) et (2.31b), on calcul la déformation moyenne du béton $\varepsilon_{cm,n}$ au moment de la stabilisation de la fissuration, le résultat trouvé est égal au second terme de l'expression précédente (2.32a).

$$\varepsilon_{cm,n} = \frac{(1 + b)(5 + b)}{12} \cdot \varepsilon_{s1,r} \quad (2.31b)$$

L'ouverture moyenne des fissures au moment de l'apparition de la dernière fissure, s'obtient en introduisant les relations (2.32a) et (2.32b) dans la relation (2.28), et vaut:

$$w_{m,n} = \frac{(1 - b)(7 + b)}{8} \cdot l_t \cdot \varepsilon_{s2,r} \quad (2.32)$$

2.4.1.4 Modèle de Balazs

Balazs [BAL93] présente dans son étude un modèle de calcul des fissures basé sur une relation d'adhérence acier – béton d'origine expérimentale de type puissance, le problème est traité comme un problème à valeurs initiales pour les deux phases, celle de la formation des fissures ainsi que celle de fissuration stabilisée.

La formulation de l'expression de l'ouverture des fissures, s'obtient par le calcul du glissement relatif entre l'acier et le béton entre les fissures (sur la longueur d'introduction l_t).

L'ouverture des fissures s'obtient à partir de l'expression:

$$w = 2 \cdot \left(\frac{(1 + \alpha)(1 - \rho) s_1^\alpha \phi (\sigma_{sf})^2}{8 (1 + n \rho)^2 \tau_{\max} E_s} \right)^{\frac{1}{1 + \alpha}} \quad (2.33)$$

τ_{\max} et s_1 : les valeurs de l'adhérence maximale et du glissement maximum dans la relation d'adhérence qui est du type:

$$\tau = \tau_{\max} (s / s_1)^\alpha$$

L'expression du glissement relatif entre le béton et l'acier, s'obtient après la résolution de l'équation différentielle gouvernant le glissement, cette solution permet aussi de calculer la distribution des contraintes d'adhérence et la distribution des contraintes dans l'acier.

La longueur d'introduction est obtenue de l'expression de la distribution des contraintes dans l'acier, en y introduisant pour $x = l_t$. La relation permettant de calculer la longueur d'introduction s'écrit sous la forme:

$$l_t = \left(\frac{(s_1^\alpha \phi)^{1/(1-\alpha)}}{1 + n \rho} \frac{\sigma_{sf}}{K} \right)^{\frac{1-\alpha}{1+\alpha}} \quad (2.34)$$

K est un coefficient qui définit la valeur de la distribution des contraintes de l'acier dans la longueur d'introduction, par rapport à la valeur de la contrainte de l'acier à la section où le béton et l'acier sont adhérents.

$$K = \tau_{\max} \frac{4(1-\alpha)}{1+\alpha} \left[\frac{2(1-\alpha)^2(1-n\rho)\tau_{\max}}{(1+\alpha)E_s} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Le coefficient K a une dimension d'une contrainte.

2.4.1.5 Modèle de Farra [FAR95]

La méthode développée par Farra [FAR95], pour le calcul des ouvertures moyennes des fissures dans toutes les phases de fissuration, repose sur le principe de correspondance entre la loi contrainte – déformation et la courbe ouverture des fissures – déformation.

La loi contrainte – déformation adoptée, décrit le comportement du tirant se situant entre deux extrêmes, le stade I représentant le comportement homogène du béton non fissuré et le stade II-nu représentant le comportement de l'acier d'armature seul. Le comportement décrit trois phase, la première une phase homogène non fissuré avec une loi linéaire, la deuxième est la phase de formation des fissures et enfin la phase de fissuration stabilisée. La contribution du béton tendu est supposée constante en phase de fissuration stabilisée.

Une relation empirique définissant la résistance moyenne à la traction directe du béton en fonction de celle à la compression, à été obtenue à partir d'essais réalisés sur éprouvettes cylindrique d'une résistance de 30 à 90 MPa, est de la forme:

$$f_t = 0.3 (f_{cm})^{0.6} \quad (2.35)$$

Le modèle est basé sur la relation d'adhérence entre le béton et l'armature de type puissance, un calibrage numérique du modèle de calcul des ouvertures des fissures a été effectué afin de déterminer les valeurs des paramètres d'adhérence, pour avoir une loi unique, permettant la prédiction de l'ouverture moyenne des fissures quelque soit la résistance du béton. Enfin il a obtenu une loi sous la forme:

$$\tau = a_1 \cdot (f_{cm})^{a_2} \cdot \left(\frac{s}{s_1}\right)^b \quad (2.36)$$

avec : $a_1 = 0.4$, $a_2 = 0.95$, $b = 0.3$.

Le modèle analytique a permis de déterminer les distributions des contraintes dans l'acier et le béton, celles des contraintes d'adhérence et du glissement entre le béton et l'armature ainsi que la longueur d'introduction au voisinage d'une fissure.

En tenant compte de la résistance effective à la traction du béton et de la relation d'adhérence définie par l'équation précédente, l'expression de l'ouverture de la première fissure s'écrit:

$$w_{m,1} = 2 \cdot \left(\frac{(1+b) \cdot \phi \cdot s_1^b \cdot \sigma_{sr1}^2}{8 \cdot a_1 \cdot f_{cm}^{a_2} \cdot E_s \cdot (1+n\rho)} \right)^{1/(1+b)} \quad (2.37)$$

La longueur d'introduction s'écrit sous la forme:

$$l_t = \frac{w_{m,1} \cdot E_s}{(1 - b) \cdot \sigma_{sr1}} \quad (2.38)$$

Le calcul des ouvertures des fissures en phase de fissuration stabilisée est défini par la formule classique:

$$w_m = S_m \cdot \varepsilon_{sm}$$

S_m : l'espacement moyen des fissures en phase de fissuration stabilisé. admis égale à $4/3 l_t$

ε_{sm} : déformation relative moyenne de l'acier d'armature au voisinage de la fissure. Cette valeur est égale à la déformation totale du tirant $\varepsilon = \Delta L/L$ en phase de fissuration stabilisée.

La déformation relative moyenne de l'acier d'armature au début de la phase de fissuration stabilisée, a été calculée en prenant en compte la contribution du béton tendu, en fonction de la relation d'adhérence et de la résistance à la traction du béton à l'apparition de la dernière fissure. La contribution du béton à l'apparition de la dernière fissure s'écrit sous la forme:

$$\Delta\varepsilon_{s,\gamma} = \varepsilon_{s2,\gamma} - \varepsilon_{sm,\gamma}$$

La déformation relative moyenne de l'acier à l'apparition de la dernière fissure est:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon = \varepsilon_{s2} - \Delta\varepsilon_{s,\gamma} \quad (2.39)$$

L'ouverture moyenne de la dernière fissure, au début de la fissuration stabilisé est obtenu en remplaçant l'équation de la déformation relative moyenne de l'acier et la formule de l'espacement des fissures par leurs valeurs, par l'équation (2.40):

$$w_{m,\gamma} = S_m \cdot \varepsilon_{sm,\gamma} = \frac{4}{3} l_t \cdot (\varepsilon_{s2,\gamma} - \Delta\varepsilon_{s,\gamma}) \quad (2.40)$$

$\varepsilon_{sm,\gamma}$ déformation relative moyenne de l'acier d'armature à l'apparition de la dernière fissure.

$\varepsilon_{s,\gamma}$ déformation relative de l'acier d'armature en stade II-nu à l'apparition de la dernière fissure.

2.4.1.6 Modèle de Creazza

Creazza [CRE99] a proposé un modèle plus simplifier pour le calcul de l'amplitude des ouvertures de fissures pour des bétons de classe de résistance allant de 30 MPa à 80MPa. Le modèle de calcul est également basé sur une caractérisation mécanique précise de la résistance à la traction du béton, en présence d'armature, et donne une méthode facile pour déterminer les ouvertures des fissures sans prendre en compte les déformations du béton et de l'acier.

En prenant la portion entre deux fissures distantes de S_m (on pose $a = S_m / 2$), et en écrivant l'équilibre des forces dans l'acier et le béton et la fonction du glissement, Creazza a obtenu une équation différentielle de type:

$$\frac{d^2s(x)}{dx^2} = Z^2 s(x) ; \quad \text{avec } Z^2 = \frac{E_b p (1 + n \rho)}{A_c E_c n \rho}$$

Dont la solution peut s'écrire après l'application des conditions aux limites:

$$s(x) = \frac{\sigma_{sf}}{n E_c Z \cosh (Z a)}$$

on peut calculer la résistance du béton à la traction déduite de la résistance à la compression, par la formule qui suit, avec σ_{se} représente la valeur de la contrainte dans l'acier juste avant l'apparition de la première fissure:

$$f_{ct} = \left(\frac{\rho}{1 + n \rho} \right) \cdot \sigma_{se}$$

On posant $r = \sigma_s(a) / \sigma_{se}(a)$, avec $r > 1$, et

$$\gamma = Za = \ln \left(\frac{r}{r-1} + \sqrt{\frac{r^2}{(r-1)^2} - 1} \right)$$

L'ouverture des fissures peut s'écrire en fonction de 'r' sous la formule suivante:

$$w_m = a \frac{\sigma_{se}}{E_s} \cdot \frac{r}{\gamma^2} \left(1 - \frac{1}{\cosh \gamma} \right) \quad (2.41)$$

On remarque bien que la formule présenté ci-dessus défini l'ouverture des fissures en fonction du seul paramètre 'r', qui est fonction de la contrainte dans l'acier et la valeur de la contrainte du béton à la traction (qui peut aussi être écrite en fonction de la contrainte à la compression).

2.4.2 Espacement des fissures

Différents auteurs et règlements ont adopté des formules théoriques et expérimentales des espacements de fissures, comme on a vu au paragraphe 2.3.1, Saliger [SAL36] a tiré la première relation de l'espacement des fissures en écrivant l'équilibre des forces au voisinage d'une fissure. Plus tard Brice [BRI64] propose une formule similaire qui tient compte du type de barre d'armatures. L'Eurocode [EUR92] a proposé une autre formule plus simple à utiliser, qui ne tient compte ni de l'enrobage ni de l'espacement de barres.

2.4.2.1 Formule de Brice [BRI64]

$$S_m = \frac{3 \phi}{\eta} \left(1 + \frac{1}{10 \rho} \right) \quad (2.42a)$$

Cette formule peut s'écrire aussi sous une deuxième forme:

$$S_m = \frac{12}{\eta} \frac{A_s}{p} \left(1 + \frac{1}{10 \rho} \right) \quad (2.42b)$$

Avec:

- ρ : pourcentage géométrique de l'acier
- η =1 pour les barres lisses
 =1.5 pour les barres hautes adhérences
- A_s : section de l'acier
- p : périmètres utile des barres
- ϕ : diamètres des barres

2.4.2.2 Formule de l'Eurocode 2 [EUR92]

$$S_m = 50 + 0.25 k_1 k_2 \frac{\phi}{\rho_{ef}} \quad (2.43a)$$

$$\text{ou: } S_m = 50 + k_1 k_2 \frac{A_s}{p \rho_{ef}} \quad (2.43b)$$

$k_1 = 0.8$ pour les barres à haute adhérence

$k_1 = 1.6$ pour les barres lisses

$k_2 = 0.5$ pour la flexion simple

$k_2 = 1$ pour la traction simple.

$$\rho_{ef} = \frac{A_s}{Ac_{ef}}$$

A_s : section d'acier tendue

Ac_{ef} : section de béton effectivement tendue

$$Ac_{ef} = b.h \text{ en traction simple}$$

$$Ac_{ef} = 2.5 (h-d) \text{ en flexion simple}$$

2.4.2.3 Formule CEB – FIP code modèle 90 [CEB90]

$$S_m = 2 \left(c + \frac{s}{10} \right) + 4 k_1 k_2 \frac{A_s}{p \rho_{ef}} \quad (2.44a)$$

ou:
$$S_m = 2 \left(c + \frac{s}{10} \right) + 4 k_1 k_2 \frac{\phi}{\rho_{ef}} \quad (2.44b)$$

c : enrobage des aciers

s : espacement des barres dans la section droite

$k_1 = 0.4$ pour les barres à haute adhérence

$k_1 = 0.8$ pour les barres lisses

$k_2 = 0.25$ pour la traction simple

$k_2 = 0.125$ Pour la flexion simple

$$\rho_{ef} = \frac{A_s}{Ac_{ef}}$$

A_s : section d'acier tendue

Ac_{ef} : section de béton effectivement tendue

$$Ac_{ef} = b.(h-x)/2, \text{ x hauteur de la partie comprimé.}$$

2.4.3 Méthode réglementaires pour le contrôle de la fissuration

Les règlements et normes du béton armé, proposent des mesures à prendre pour éviter la formation des fissures et des méthodes simplifiées qui permettent de contrôler les ouvertures de fissure.

Les mesures proposées permettent un contrôle indirect de la fissuration, elles représentent généralement des dispositions constructives, la mise en place d'une quantité d'armature minimale et la limitation des contraintes dans le béton et l'acier. On va exposer dans ce paragraphe quelques méthodes utilisées dans ces règlements.

2.4.3.1 Règles BAEL 91 – modifié 1999 [RBA99]

Le BAEL 91 – modifié 99 préconise la justification de toutes les pièces soumises à des sollicitations normales, dont les sollicitations provoquant la fissuration du béton, entraînent dans les aciers une contrainte inférieure ou égale à leurs limites d'élasticité.

Les règles BAEL 91 [RBA99] définissent trois degrés de nocivité des ouvertures de fissures en fonction des caractéristiques d'une construction par rapport à son environnement et de la situation de l'élément considéré par rapport à l'enveloppe de celle-ci. Les classes de "fissuration peu préjudiciables", "fissuration préjudiciable" ou "fissuration très préjudiciable" sont définies. La contrainte des aciers en traction est limitée selon le cas:

- **Cas où la fissuration est peu préjudiciable:**

Pas de limitation.

Les règles minimales à appliquer sont les suivantes:

Pour éviter des fissurations abusives dans les pièces relativement sollicitées, il convient à défaut de règles consacrées par l'expérience de concevoir des éléments non fragiles pour les parties ne comportant pas de joints de dilatations, et de prévoir s'il y'a lieu des armatures de peau.

Certains éléments comme les dalles sur appuis continues, les poutres et certaines parties de bâtiments courants font l'objet de règles forfaitaires consacrées par l'expérience.

Pour limiter la fissuration, il convient dans la limite du possible :

- de n'utiliser les gros diamètres que dans les pièces suffisamment épaisses.
- d'éviter les très petits diamètres dans les pièces exposés aux intempéries.

- De prévoir le plus grand nombres de barres compatibles avec une mise en place correcte du béton.

- **Cas où la fissuration est préjudiciable:**

S'ajoute aux précédentes les règles suivantes :

La contrainte de traction des armatures est limitée à la valeur ξ (MPa) donnée par :

$$\xi = \text{Min} \left[\frac{2}{3} f_e ; \text{Max} \left(0.5 f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{tj}} \right) \right] \quad (2.45)$$

Dans laquelle :

f_e Désigne la limite d'élasticité des aciers utilisés exprimée en MPa.

f_{tj} La résistance caractéristique à la traction exprimée en MPa.

η Coefficient numérique, dit coefficient de fissuration, qui vaut 1.0 pour les ronds lisses y compris les treillis soudés formés de fils tréfilés lisses et 1.6 pour les armatures hautes adhérences, sauf le cas des fils de diamètres inférieurs à 6 mm pour lesquels on prend 1.3.

Le diamètre des armatures les plus proches des parois est au moins égale à 6 mm.

- dans le cas des dalles et des voiles faisant au plus 40 cm d'épaisseur, les écartements des armatures d'une même nappe est au plus égale à la plus petite des deux valeurs 25 cm et 1.5 h (h épaisseur totale de l'élément).

- **Cas où la fissuration est peu préjudiciable:**

On observe les règles suivantes qui s'ajoutent aux précédentes :

La contrainte de traction des armatures est limité à la valeur 0.8ξ (MPa), l'expression de ξ étant donnée dans la relation (2.45).

Le diamètre des armatures les plus proches des parois est au moins égale à 8 mm.

Lorsque la membrure tendue d'une poutre est constituée de barres de diamètre supérieur à 20 mm, l'écartement de celles-ci dans le sens horizontal est au plus égale à trois fois leurs diamètres.

2.4.3.2 Règles BPEL 91 [RBP91]

Les calculs justificatifs sont établis suivant la méthode des états limites, les «états-limites de service» sont définis en tenant compte des conditions d'exploitation et/ou de

durabilité, Il s'agit essentiellement d'états-limites de déformation et d'états limites liés à la fissuration :

- état-limite de formation de fissures, caractérisé par l'atteinte dans le béton d'une contrainte de traction égale à f_{tj} .
- état-limite d'ouverture des fissures caractérisées par l'atteinte dans les aciers passifs d'une certaine contrainte de traction, fonction de l'ouverture maximale admise pour les fissures éventuelles.

En classe III (précontrainte partielle), les contraintes normales sont calculées uniquement sur la section fissurée. Il y a lieu de vérifier que:

- En situation d'exploitation, sous l'effet des combinaisons rares, aussi bien qu'en situation d'exécution, les aciers passifs quelle que soit leur position respectent les règles définies par l'article A.4.5.3.3 du BAEL 91 pour le cas où la fissuration est considérée comme préjudiciable. Le marché peut, par ailleurs, remplacer le cas où la fissuration est considérée comme préjudiciable par celui où elle est considérée comme très préjudiciable (article A.4.5.3.4 du B.A.E.L.), avec :

$$\sigma_s \leq 110^{2/3} f_{te} \sqrt{\eta} \quad (2.46)$$

- En situation d'exploitation, sous l'effet des combinaisons fréquentes, les surtensions dans les aciers de précontrainte sont limitées à 100 MPa et les tensions dans les aciers passifs à $0,35 f_{te}$.
- En situation d'exploitation, sous l'effet de la combinaison quasi-permanente, la section d'enrobage demeure entièrement comprimée.

2.4.3.3 Eurocode 2 [EUR92]

Ces règles de l'Eurocode 2 [EUR92] permettent de limiter la valeur de l'ouverture des fissures de telle sorte quelle ne porte pas préjudice au bon fonctionnement ou à la durabilité de la structure.

L'ouverture des fissures est donnée par:

$$w_k = \beta \cdot l_m \cdot \varepsilon_{sm} \quad (2.47a)$$

β : paramètre faisant passer de l'ouverture moyenne à l'ouverture caractéristique.

$$\beta = 1.7 \quad \text{sous charge imposée}$$

sous déformations imposées pour les éléments de dimension minimale supérieure à 800 mm

$\beta = 1.3$ sous déformations imposées pour les éléments de dimension minimale inférieure à 800 mm

L'espacement moyen des fissures est donné par:

$$S_m = 50 + 2 K_1 K_2 \frac{\phi}{\rho_f} \quad (2.47b)$$

K_1 : coefficient d'adhérence des armatures.

$K_1 = 0.4$: pour les barres à hautes adhérence

$K_1 = 0.6$: pour les fils de précontrainte nervurés

$K_1 = 0.8$: pour les barres lisses

K_2 : coefficient qui tient compte du gradient des déformations longitudinales dans la section, en fonction de la déformation calculé en section fissurée.

$K_2 = 0.125$: en flexion

$K_2 = 0.25$: en traction pure

$K_2 = 0.125(1 + \varepsilon_2/\varepsilon_1)$: en traction excentrée.

Pour l'Eurocode 2 – modifié 2004 [EUR04], L'ouverture des fissures, w_k , peut être calculée au moyen de l'expression :

$$w_K = S_{r,max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (2.48a)$$

Où :

$S_{r,max}$: est l'espacement maximal des fissures

ε_{sm} : est la déformation moyenne de l'armature de béton armé sous la combinaison de charges considérée, incluant l'effet des déformations imposées et en tenant compte de la participation du béton tendu. Seul est pris en compte l'allongement relatif au-delà de l'état correspondant à l'absence de déformation du béton au même niveau

ε_{cm} : est la déformation moyenne du béton entre les fissures.

$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ peut être calculé au moyen de l'expression :

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

Où :

σ_s : est la contrainte dans les armatures de béton armé tendues, en supposant la section fissurée

α_e : est le rapport E_s/E_c .

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s + \xi_1^2 A_p}{A_{c,eff}}$$

$A_{c,eff}$: est l'aire de la section effective de béton autour des armatures tendues, c'est-à-dire l'aire de la section de béton autour des armatures de traction, de hauteur $h_{c,ef}$, où $h_{c,ef}$ est la plus petite des trois valeurs ci-après : $2,5(h-d)$, $(h-x)/3$ ou $h/2$

k_t : est un facteur dépendant de la durée de la charge

$$k_t = 0,6 \text{ dans le cas d'un chargement de courte durée}$$

$$k_t = 0,4 \text{ dans le cas d'un chargement de longue durée}$$

ξ_1 : est le rapport de la capacité d'adhérence des armatures de précontrainte à la capacité d'adhérence des armatures de béton armé, corrigé du rapport de leurs diamètres.

Lorsque les armatures adhérentes sont disposées dans la zone tendue avec un entraxe suffisamment faible (espacement $\leq 5(c + \phi/2)$), l'espacement final maximal des fissures peut être calculé au moyen de l'Expressions :

$$S_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{p,eff}} \quad (2.48b)$$

ϕ : est le diamètre des barres

c : est l'enrobage des armatures longitudinales

k_1 : est un coefficient qui tient compte des propriétés d'adhérence des armatures adhérentes :

$$= 0,8 \text{ pour les barres à haute adhérence}$$

$$= 1,6 \text{ pour les armatures ayant une surface effectivement lisse}$$

k_2 : est un coefficient qui tient compte de la distribution des déformations :

= 0,5 en flexion

= 1,0 en traction pure

$k_4 = 1$ valeur recommandée.

2.4.4 Conclusion

Les formules des ouvertures et d'espacements de fissures proposées dans les règlements sont généralement des formulations semi empiriques, et ne sont valables que dans une seule phase de comportement.

Les modèles d'ouvertures de fissures basés sur l'adhérence acier – béton paraissent plus efficaces. La formule d'espacement des fissures proposée par l'Eurocode [EUR92] paraît plus simple et plus pratique à utiliser.

2.5 Conclusion de l'étude bibliographique

Les modèles proposés dans cette revue bibliographique concernent généralement le diagramme fictif de l'acier, l'adhérence acier – béton et les ouvertures de fissures.

Concernant le diagramme fictif de l'acier, plusieurs modèles sont présentés dans la littérature, certains auteurs ont proposé des modèles multilinéaires, d'autres ont proposé des modèles hyperboliques, il en ressort que les modèles multilinéaires sont les plus adaptés pour mieux représenter le comportement du tirant dans toutes ces différentes phases.

La relation d'adhérence est très compliqué à modéliser, elle dépend en effet de plusieurs paramètres. L'allure des courbes adhérence – glissement obtenues lors des différents essais de traction ont sensiblement la même allure. La loi d'adhérence de type puissance paraît la plus pratique à utiliser et fournis de meilleurs résultats.

Les modèles de calcul des ouvertures de fissures utilisés dans les codes et normes sont basés sur des formulations empiriques, et ne sont valables que dans une seule phase de fissuration, les modèles basés sur la relation d'adhérence se sont avérés plus efficaces. Les relations des espacements des fissures donnent approximativement les mêmes résultats, la formule donnée par l'Eurocode [EUR92] est la plus simple à utiliser.

3. MODELISATION DU COMPORTEMENT DES TIRANTS EN TRACTION

Plusieurs relations concernant le diagramme fictif de l'acier ont été proposées dans la littérature pour représenter le comportement globale d'un tirant en béton armé. Certains auteurs ont présenté des modèles multilinéaires d'autres ont proposé des modèles hyperboliques, ces relations tiennent généralement en compte des propriétés mécaniques du béton et de l'armature, mais ne tiennent pas compte de l'adhérence entre le béton et l'armature.

L'allure des courbes adhérence – glissement obtenues lors des différents essais sont presque les même, et la relation la mieux adapter pour la représenté est la loi de type puissance, à condition de tenir compte des différent paramètres qui peuvent l'influencer.

Les modèles de calcul des ouvertures de fissures utilisés dans les codes et règlements, utilisent des formulations semi empirique; basées sur l'espacement moyen des fissures et la déformation moyenne de l'acier, ils ne tiennent pas compte de la relation d'adhérence qui a une grande influence sur le comportement du béton armé en traction, donc sur les ouvertures des fissures. Les modèles semi - empiriques proposés par certains auteurs ne sont valables que dans une phase ou l'autre, et ne peuvent être utilisé pour la prédiction exacte des ouvertures de fissures. Par exemple le modèle de Beeby [BEE79], n'est valable que dans la phase de fissuration stabilisée, ils ne peuvent donc pas prédire l'ouverture de la première fissure. D'autres modèles sont proposés par d'autres chercheurs sont basés sur la relation d'adhérence, montre l'efficacité de ce type de modèles parait très efficace, parce qu'ils prennent en compte l'adhérence, c'est le cas du modèle de Van der Veen [VAN90], mais valable aussi que dans la phase de fissuration stabilisée.

Nous présentons dans ce qui suit un modèle de calcul basé sur la relation adhérence glissement proposé par le comité européen du béton [CEB88], et sur l'espacement des fissures de l'Eurocode 2, le modèle permet de modéliser le comportement du béton armé en traction, et de calculer les ouvertures des fissures dans toutes les phases de fissuration. En premier lieu, on décrira le comportement global du tirant, ensuite en partant de l'équilibre des forces dans un tronçon du tirant, une équation différentielle est obtenue. La résolution de l'équation permettra d'écrire les expressions du glissement, des contraintes et des déformations relatives de l'acier, enfin on peut calculer les ouvertures des fissures en intégrant sur la longueur totale du tirant.

3.1 Comportement type d'un tirant en béton armé sous traction axiale

Sous l'action d'un effort normal de traction N_t croissant, dont la droite d'action passe par le centre de gravité de la section du béton et des aciers, les différentes phases du comportement d'un tirant sont illustrées dans la figure 2.2 [TRI86]

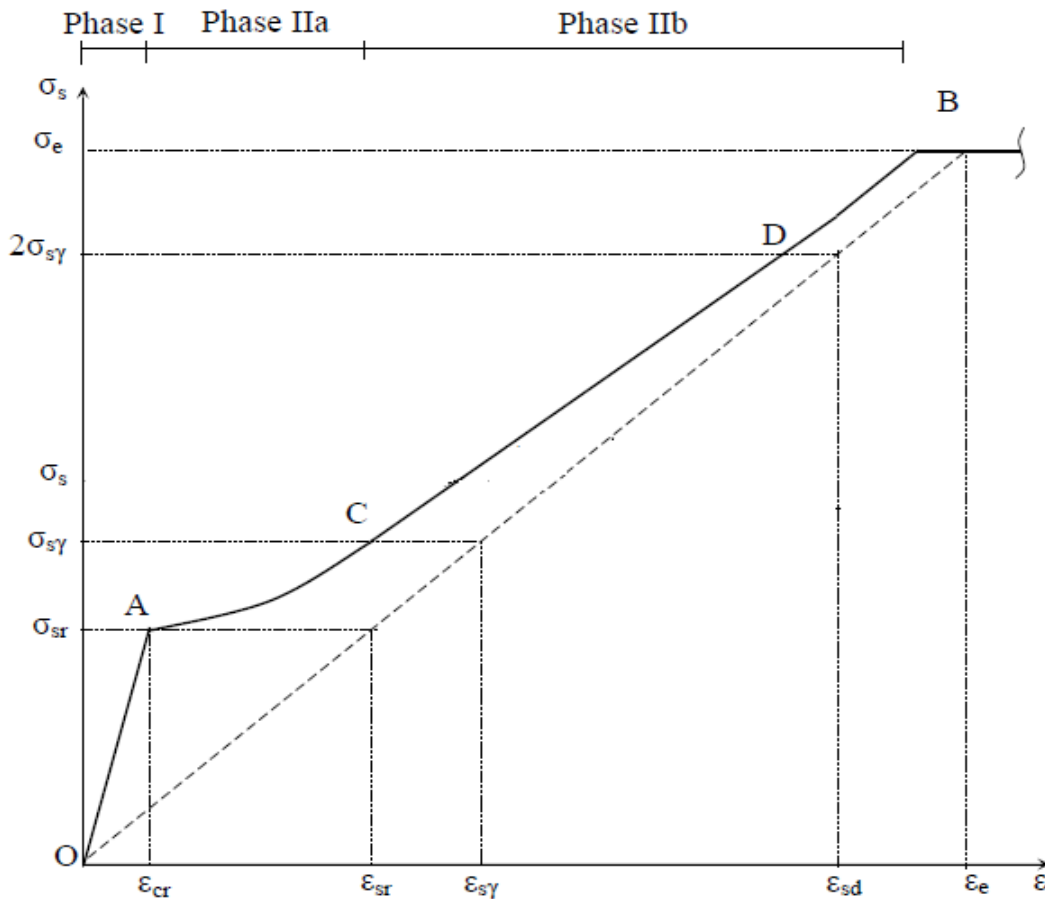


Figure 3.1: Comportement type d'un tirant en béton armé

- Phase I (figure 3.1, segment OA): le tirant à un comportement homogène en stade I, où le béton et l'armature contribuent conjointement à équilibrer l'effort de traction, jusqu'à l'apparition de la première fissure. On peut écrire dans une section droite quelconque du tirant:

$$N_t = \sigma_c (B - A_s) + n \sigma_c A_s$$

Où $n = E_s / E_c$ et B est l'aire de la section droite du béton.

On désigne par L la longueur du tirant et ΔL son allongement. Le rapport entre l'effort normal appliqué au tirant et la section de l'acier est:

$$\frac{N_t}{A_s} = \sigma_s = \sigma_c \left(n + \frac{1 - \rho}{\rho} \right) \text{ où } \rho = \frac{A_s}{B}$$

Sachant que:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\sigma_c}{E_c} = \varepsilon_c \text{ on a:}$$

$$\Delta L = \frac{N_t}{E_s A_s} (1 - \rho_1), \quad \text{avec } \rho_1 = \frac{1}{1 + \frac{n \rho}{1 - \rho}}$$

- Phase IIa (figure 3.1, courbe AC): l'augmentation de la sollicitation, après l'apparition de la première fissure, entraîne l'apparition de fissures successives proportionnellement au niveau de sollicitation, cette phase est appelée "phase de formation des fissures" (stade IIa). A cause de la dispersion le long du tirant de la résistance du béton à la traction, les fissures ne se forment pas toutes simultanément, la première fissure s'ouvre lorsque la contrainte de traction dans une section x_0 du béton dépasse la résistance locale à la traction $f_t\{x_0\}$. Dans la section fissurée la force dans le béton s'annule, et toute l'action extérieure sera équilibrer par l'armature, mais à mesure que l'on s'en éloigne, par le jeu de l'adhérence l'acier – béton, une fraction de plus en plus croissante de la sollicitation est transmise au béton demeurant intact.

- Phase IIb (figure 3.1, courbe CB): en augmentant la sollicitation, on atteint un niveau de contrainte à partir duquel aucune nouvelle fissure principale ne se forme plus. C'est à partir de ce niveau que commence la "phase de fissuration stabilisée" (stade IIb) durant laquelle la contrainte σ_{s2} augmente plus rapidement qu'en phase de formation des fissures. En principe dans ce stade, l'écartement entre fissure devient trop petit pour permettre à l'adhérence de causer la fissuration du béton resté encore intacte, alors, l'accroissement de la sollicitation entraîne l'augmentation de la largeur des fissures déjà existantes. Le tirant dans cette phase a un comportement sensiblement linéaire que l'on nomme "comportement élastique fissurée".

Avec la perte graduelle de la liaison entre le béton et l'acier, il est normal que l'on tende vers une réponse du tirant réduit à son armature, alors l'allongement du tirant devient très proche de la réponse de l'acier. Si l'acier présente un palier plastique, il en va de même pour la réponse du tirant.

3.2 Modélisation de l'adhérence acier-béton :

Le modèle de calcul des ouvertures des fissures présenté dans ce chapitre s'appuie sur la relation adhérence béton – armatures, qui nous permet à partir d'une seule hypothèse de déterminer analytiquement la longueur d'introduction, les contraintes dans l'acier d'armature et le béton et le glissement relatif entre l'acier d'armature et le béton.

3.2.1 Relation adhérence béton – armature :

La loi adoptée par le comité européen de béton CEB-FIP code modèle 1990 [CEB88], défini dans la relation 3.1, est utilisé pour définir la partie curviligne de la relation contrainte – adhérence dans les calculs qui suivent (figure 3.2).

$$\tau = \tau_1 \left(\frac{g}{g_1} \right)^\alpha \tag{3.1}$$

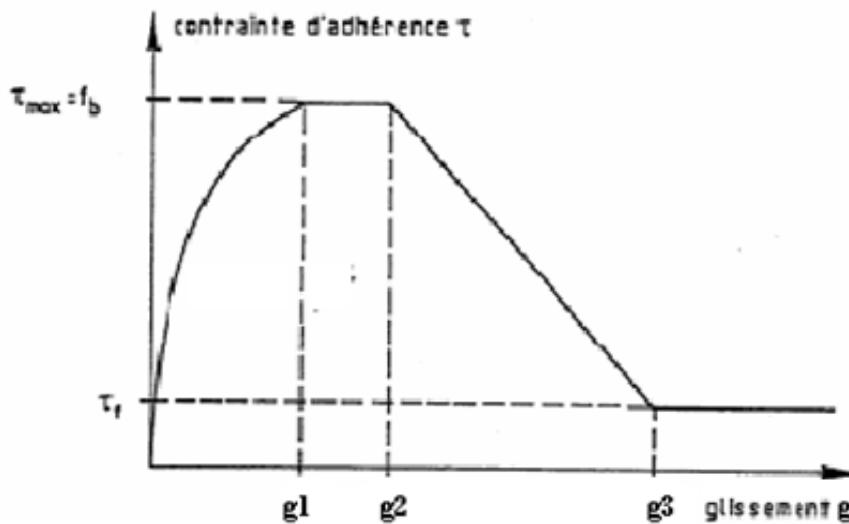


Fig. 3.2 : loi τ - g au comité européen du béton [CEB88]

Son utilisation nécessite en particulier la connaissance de τ_1 , représentant le pic de l'adhérence acier – béton et du glissement g_1 correspondant au pic de l'adhérence, pour cela on utilise les formules suivantes:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= 2.5 \sqrt{f_{ck}} && \text{Pour le béton confiné} \\ \tau_1 &= 2 \sqrt{f_{ck}} && \text{Pour le béton non confiné} \end{aligned} \tag{3.2}$$

$$g_1 = \left[\frac{1}{2^\alpha (1-\alpha)^\alpha (1+\alpha)} \frac{l_{t1}^{(1+\alpha)}}{\varepsilon_{sr}^{(1-\alpha)}} \frac{\tau_1 p}{A_s E_s \rho_1} \right]^{1/\alpha}$$

τ_1 : contrainte maximum d'adhérence.

f_{ck} : représente la contrainte limite de compression du béton en MPa.

α : paramètre variant de 0.25 à 0.40 selon le confinement du béton.

La valeur de τ_1 et g_1 , correspondant au pic de l'adhérence, sera démontrée plus tard dans l'annexe.

3.2.2 Équation différentielle gouvernant le glissement $g(x)$:

L'établissement de l'équation différentielle d'adhérence se fait en prenant compte des relations d'équilibre des forces et de compatibilité des déplacements sur la longueur d'introduction près de la fissure [BOU98].

L'origine de l'axe des x se situe au droit de la fissure où l'effort normale est totalement repris par l'armature, et il est transmis progressivement vers le béton sur la longueur d'introduction l_t par le bais des contraintes d'adhérences $\tau(x)$.

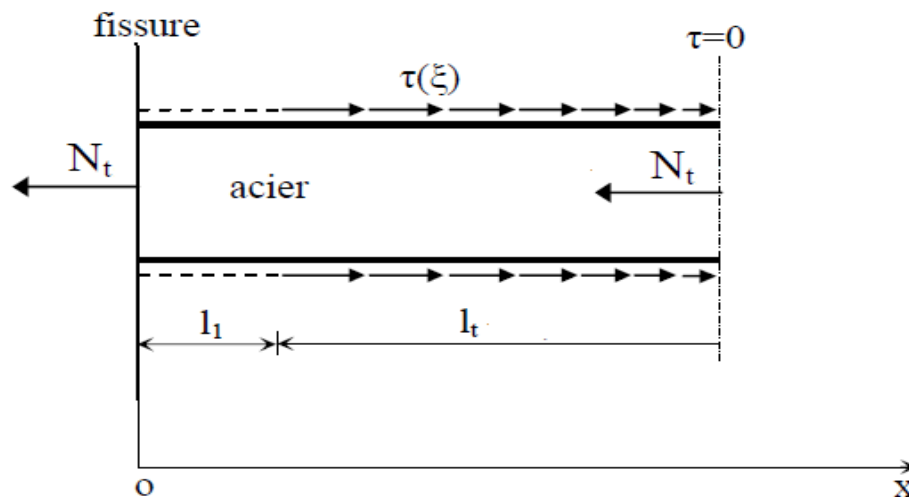


Fig. 3.3 : variation des contraintes d'adhérence dans l'acier.

En s'éloignant de la fissure, la contrainte normale dans l'acier diminue du fait de l'adhérence acier – béton (figure 3.3). La longueur d'introduction est prise égale à $(l_1 + l_t)$; la longueur l_t désigne la longueur d'introduction effective. la longueur l_1 représente la zone perturbée définie par yang [YAN88] et elle est prise égale à 0.10 à 0.20 l_t .

L'équilibre de la portion $[0, x]$ donne :

$$\sigma_s(x) = \sigma_{sf} - \int_0^x \frac{p}{A_s} \tau(\xi) d\xi \quad (3.3)$$

Avec σ_{sf} la contrainte de traction dans l'acier au droit de la fissure.

En élasticité linéaire, $\sigma_s = E_s \varepsilon_s$ et $\varepsilon_s < \varepsilon_e$ (ε_e désigne l'allongement relatif au seuil élastique de l'acier).

on a alors :

$$\varepsilon_s(x) = \varepsilon_{sf} - \frac{p}{A_s E_s} \int_0^x \tau(\xi) d\xi \quad (3.4)$$

d'où :

$$\frac{d\varepsilon_s}{dx} = -\frac{p}{A_s E_s} \tau(x) \quad (3.5)$$

Le glissement compté positif à une distance x est : $g(x) = u_c(x) - u_s(x)$.

On peut écrire :

$$\frac{dg}{dx} = \frac{du_c}{dx} - \frac{du_s}{dx} = \varepsilon_c - \varepsilon_s$$

d'où :

$$\frac{d^2g}{dx^2} = \frac{d\varepsilon_c}{dx} - \frac{d\varepsilon_s}{dx} \quad (3.6)$$

A une distance x de la fissure par le jeu de l'adhérence, les contraintes diminuées de l'acier se transmettent au béton.

On a alors:

$$\sigma_c(x)(B - A_s) = p \int_0^x \tau(\xi) d\xi.$$

Entre deux fissures le béton étant toujours intact sur la longueur l_t , on aura:

$$\varepsilon_c(x)(B - A_s) = \frac{p}{E_c} \int_0^x \tau(\xi) d\xi.$$

$$\frac{d\varepsilon_c(x)}{dx} = \frac{p}{A_s E_s} \frac{n \rho}{1 - \rho} \tau(x) \quad (3.7)$$

En remplaçant les deux équations (3.5) et (3.7) dans l'équation (3.6), on obtient l'équation différentielle gouvernant le glissement de la forme:

$$\frac{d^2g}{dx^2} - \frac{p}{A_s E_s \rho_1} \tau(x) = 0 \quad (3.8)$$

Avec

$$\rho_1 = \frac{1}{1 + \frac{n\rho}{1-\rho}}$$

L'équation (3.8) représente l'équation différentielle gouvernant le glissement le long du tirant, elle va être utilisée pour déterminer l'expression du glissement $g(x)$, de l'adhérence $\tau(x)$ et des allongements relatifs de l'acier et du béton le long du tirant.

3.3 Détermination expressions de g , τ et ε_s le long du tirant

3.3.1 Comportement du tirant en phase IIa

3.3.1.1 Description du comportement du tirant en phase IIa

La phase IIa commence directement après l'apparition de la première fissure, qui se forme après l'atteinte de la contrainte de traction $\sigma_c\{x\}$, dans une section ($x=x_0$), la résistance caractéristique du béton dans cette section. Pour cette phase on considère que les fissures ne se forment pas simultanément, leurs apparition s'effectue l'une après l'autre à mesure que l'effort de traction augmente à cause de la dispersion de la résistance du béton le long du tirant. Dans la section fissurée, la force dans le béton s'annule, et toute la force extérieure est localement reprise par les aciers d'armature; mais à mesure que l'on s'éloigne, par le jeu de l'adhérence, une fraction de plus en plus croissante de l'effort est retransmise au béton.

En fait, en accroissant l'effort de traction N , la contrainte σ_c dans les parties intactes du béton augmente proportionnellement à cet effort, quand $\sigma_c\{x\}$ atteint de nouveau, en un endroit ($x=x_1$), la résistance caractéristique du béton, il se produit une nouvelle fissure.

La variation effective de la résistance du béton en traction, peut être exprimée par un certain pourcentage (on prendra pour ce modèle 20% à 30%) de la contrainte effective du béton en traction (Tassios et al., 1981) [TAS81]. Si on note γ le nombre total de fissures, on aura donc γ valeurs différentes de la contrainte de traction du béton σ_c pendant la phase IIa variant de σ_{cr} à $1.20\sigma_{cr}$. Pour l'apparition de la première fissure on prendra $\sigma_{c1} = \sigma_{cr}$ et, pour la dernière fissure, on prendra $\sigma_{c\gamma} = 1.20\sigma_{cr}$.

On désigne par λ_1 la distance entre deux fissures consécutives avant la stabilisation des fissures telle que $\lambda_1 > 2(l_1 + l_t)$. Cet état est représenté dans la figure 4 et modélisé figure 5.

En phase IIa, on suppose que, avant d'atteindre la moitié du nombre total des fissures, la distance entre elles reste supérieure à deux fois la longueur d'introduction ($l_1 + l_t$). Dans cette étude on a pris $l_t = 0.10 l_1$ pour la phase IIa, tout en considérant que l'adhérence entre le béton et l'acier dans cette zone perturbée est nulle.

3.3.1.2 Détermination des expressions de g , τ et ε_s le long du tirant

a) *Domaine* $0 \leq x \leq l_1$

On a dans cette zone $\tau(x) = 0$.

L'adhérence entre l'acier et le béton dans cette zone perturbée est nulle, la tangente à la courbe $g(x)$ pour $x = l_1$ représente la valeur de l'allongement relatif de l'acier au droit de la fissure ε_{sf} .

L'équation différentielle sera:

$$\frac{d^2g(x)}{dx^2} - \frac{p}{A_s E_s \rho_1} \tau(x) = 0 \quad (3.9)$$

Avec: $\tau(x) = 0$. On aura:

$$\frac{d^2g(x)}{dx^2} = 0.$$

Cette équation admet pour solution :

$$g(x) = -\varepsilon_{sf} x + g(l_1) + \varepsilon_{sf} l_1 \quad (3.10)$$

b) *Domaine* $l_1 \leq x \leq (l_1 + l_t)$

Pour $g(x)$ compris entre 0 et g_1 , on a:

$$\tau = \frac{\tau_1}{g_1^\alpha} g^\alpha$$

On reporte dans l'équation différentielle:

$$\frac{d^2g}{dx^2} - \frac{p}{E_s A_s} \left[1 + \frac{n \rho}{1 - \rho} \right] \frac{\tau_1}{g_1^\alpha} g^\alpha = 0$$

$$\frac{d^2g}{dx^2} - \frac{p}{E_s A_s \rho_1} \frac{\tau_1}{g_1^\alpha} g^\alpha = 0$$

L'équation précédente s'écrit alors de la forme:

$$\frac{d^2 g(x)}{dx^2} - \beta^2 g^\alpha = 0 \quad (3.11)$$

Avec:

$$\beta = \sqrt{\frac{k p}{A_s E_s \rho_1}} \text{ et } k = \frac{\tau_1}{g_1^\alpha}$$

L'équation précédente admet pour solution [BAL93], [SAA10]:

$$g(x) = \beta_1^{1/(1-\alpha)} [l_t + l_1 - x]^{2/(1-\alpha)} \quad (3.12)$$

Avec:

$$\beta_1 = \frac{\beta^2 (1 - \alpha)^2}{2 (1 + \alpha)}$$

En effectuant un changement de variable $X = (1 - x)$, on peut écrire:

$$g(X) = \beta_1^{1/(1-\alpha)} [l_t + X]^{2/(1-\alpha)} \quad (3.13)$$

Le glissement pour $x = l_1$ (ou $X = 0$) a pour expression:

$$g(l_1) = g_{l_1} = \beta_1^{1/(1-\alpha)} l_t^{2/(1-\alpha)} \quad (3.14)$$

Dans ce cas, puisque $\tau = 0$ ($0 \leq x \leq l_1$), pas de frottement dans cette zone,

On a pour $x = l_1$ ($X = 0$):

$$\frac{dg}{dx_{x=l_1}} = -\varepsilon_{sf}$$

On peut ainsi exprimer l'allongement relatif de l'acier au droit de la fissure ε_{sf} en fonction de la longueur d'introduction l_t .

$$\varepsilon_{sf} = \frac{2}{1 - \alpha} \beta_1^{1/(1-\alpha)} l_t^{(1+\alpha) (1-\alpha)} \quad (3.15)$$

L'expression de la longueur d'introduction s'écrit alors:

$$l_t = \left[\frac{1 - \alpha}{2} \frac{1}{\beta_1^{1/(1-\alpha)}} \varepsilon_{sf} \right]^{(1-\alpha)/(1+\alpha)} \quad (3.16)$$

En portant l'équation du glissement $g(x)$ dans l'équation de l'adhérence, on peut écrire la variation de la contrainte d'adhérence le long du tirant entre l_1 et $(l_1 + l_t)$ comme suit:

$$\begin{aligned} \tau(x) &= \frac{\tau_1}{g_1^\alpha} \text{ et } g(X) = \beta_1^{1/(1-\alpha)} [l_t + X]^{2/(1-\alpha)} \\ \Rightarrow \tau(x) &= k \left\{ \beta_1^{1/(1-\alpha)} [l_t - X]^{2/(1-\alpha)} \right\}^\alpha \\ \Rightarrow \tau(x) &= k \beta_1^{\alpha/(1-\alpha)} [l_t - X]^{2\alpha/(1-\alpha)} \end{aligned} \quad (3.17)$$

La variation de l'allongement relatif de l'acier le long du tirant entre l_1 et $(l_1 + l_t)$ est:

$$\begin{aligned} \varepsilon_s(x) &= \varepsilon_{sf} - \frac{p}{A_s E_s} \int_0^x \tau(\xi) d\xi \\ \Rightarrow \varepsilon_s(x) &= \varepsilon_{sf} - \frac{k p}{A_s E_s} \beta_1^{\alpha/(1-\alpha)} \int_0^x [l_t - \xi]^{2\alpha/(1-\alpha)} d\xi \\ \Rightarrow \varepsilon_s(x) &= \varepsilon_{sf} - \frac{k p}{A_s E_s} \beta_1^{\alpha/(1-\alpha)} \frac{1}{\frac{2\alpha}{(1-\alpha)} + 1} \left[- (l_t - \xi)^{\frac{2\alpha}{(1-\alpha)} + 1} \right]_0^x \\ \Rightarrow \varepsilon_s(x) &= \varepsilon_{sf} - \frac{k p}{A_s E_s} \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \beta_1^{\alpha/(1-\alpha)} \left\{ - [l_t - X]^{\frac{(1-\alpha)}{(1+\alpha)}} + l_t^{\frac{(1-\alpha)}{(1+\alpha)}} \right\} \end{aligned}$$

On aura:

$$\varepsilon_s(X) = \varepsilon_{sf} - \frac{k p}{A_s E_s} \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \beta_1^{\alpha/(1-\alpha)} \left\{ l_t^{\frac{(1-\alpha)}{(1+\alpha)}} - [l_t - X]^{\frac{(1-\alpha)}{(1+\alpha)}} \right\} \quad (3.18)$$

L'allongement relatif moyen de l'acier entre l_1 et $(l_1 + l_t)$ noté ε_{lt} est déterminé par:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{lt} &= \frac{1}{l_t} \int_0^{l_t} \varepsilon_s(X) dX \\ \varepsilon_{lt} &= \varepsilon_{sf} - \frac{k p}{A_s E_s} \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \beta_1^{\alpha/(1-\alpha)} \frac{1}{l_t} \int_0^{l_t} \left\{ l_t^{\frac{(1-\alpha)}{(1+\alpha)}} - [l_t - X]^{\frac{(1-\alpha)}{(1+\alpha)}} \right\} dX \end{aligned}$$

Après intégration on obtient l'expression:

$$\varepsilon_{lt} = \varepsilon_{sf} - \frac{k p}{A_s E_s} \frac{1 - \alpha}{2} \beta_1^{\alpha/(1-\alpha)} l_t^{\frac{(1-\alpha)}{(1+\alpha)}} \quad (3.19)$$

3.3.2 Comportement du tirant en phase IIb

3.3.2.1 Description du comportement du tirant en phase IIb

La phase IIb commence directement après l'apparition de la dernière fissure, donc le nombre de fissure est stable. En principe il arrive un moment, où l'écartement entre les fissures devient trop petit pour périmètre à l'adhérence d'induire des contraintes suffisantes pour causer la fissuration du béton resté intact. Alors, la configuration des fissures se stabilise.

Par contre, si l'effort de traction augmente, alors la longueur de la zone perturbée l_1 augmente tandis que $\Delta\varepsilon_m$ diminue. Effectivement dans les essais au dessus d'un certain niveau de chargement, on n'observe en pratique plus de nouvelles fissures principales en surface du béton. L'accroissement de l'effort de traction N n'entraîne que l'augmentation de la largeur W des fissures déjà ouvertes.

On considère, au vu des résultats expérimentaux réalisés par (Espion et al., 1985), que $\Delta\varepsilon_m$ varie linéairement à partir de la dernière fissure, mais au-delà d'un certain niveau de contrainte (on a pris ici $2\sigma_{sy}$ avec ε_{sd} correspondant), on considère que $\Delta\varepsilon_m$ est constant.

On désigne par λ la distance entre deux fissures consécutives à la stabilisation des fissures telle que $\lambda = 1.7 (l_1 + l_{q1})$. Dans notre étude, cet état existe aussi dans la deuxième partie de la phase IIa, juste après que le nombre de fissures principales a dépassé la moitié du nombre total des fissures.

3.3.2.2 Détermination des expressions de g , τ et ε_s le long du tirant

a) Domaine $0 \leq x \leq l_1$

On a dans cette zone $\tau(x) = 0$.

L'adhérence entre l'acier et le béton dans cette zone perturbée est nulle.

L'équation différentielle s'écrit:

$$\frac{d^2g(x)}{dx^2} = 0.$$

Cette équation admet pour solution la même expression que (3.10):

$$g(x) = -\varepsilon_{sf} x + g(l_1) + \varepsilon_{sf} l_1.$$

b) Domaine $0 \leq x \leq (l_1 + l_a)$ avec $l_a = (\lambda/2 - l_1)$

Avant la redistribution des efforts nous avons entre l_1 et $(l_1 + l_a)$ la même relation () que la deuxième partie de la phase IIa.

Après redistribution des efforts, on peut expliciter le glissement résiduel g_r :

$$g_r = \beta_1^{1/(1-\alpha)} \left[l_t^{2/(1-\alpha)} - l_a^{2/(1-\alpha)} \right] \quad (3.20)$$

La valeur du glissement g_r étant négligeable devant l_1 et l_a , la variation du glissement entre l_1 et $(l_1 + l_a)$, peut s'écrire:

$$g(X) = g_r + \beta_1^{1/(1-\alpha)} [l_t + l_a - x]^{2/(1-\alpha)} \quad (3.21)$$

Le glissement pour $x = l_1$ a pour expression:

$$g(l_1) = g_{l_1} = \beta_1^{1/(1-\alpha)} l_t^{2/(1-\alpha)} \quad (3.22)$$

Dans ce cas l'espacement entre les fissures ne permet pas le développement total de la longueur d'introduction l_t .

L'allongement relatif de l'acier au droit de la fissure correspondant à la longueur d'introduction l_a (noté ε_{sf}) est donné par la relation:

$$\varepsilon_{sf} = \frac{2}{1-\alpha} \beta_1^{1/(1-\alpha)} l_a^{(1+\alpha)/(1-\alpha)} \quad (3.23)$$

Les variations de la contrainte d'adhérence et de l'allongement relatif de l'acier le long du tirant entre l_1 et $(l_1 + l_a)$ pour la phase IIb s'écrivent:

$$\tau(X) = k \beta_1^{\alpha/(1-\alpha)} [l_a - X]^{2\alpha/(1-\alpha)} \quad (3.24)$$

$$\varepsilon_s(X) = \varepsilon_{sf} - \frac{k p}{A_s E_s} \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \beta_1^{\alpha/(1-\alpha)} \left\{ l_a^{(1-\alpha)/(1+\alpha)} - [l_a - X]^{(1-\alpha)/(1+\alpha)} \right\} \quad (3.25)$$

On peut exprimer l'allongement relatif moyen de l'acier entre deux fissures consécutives par l'expression suivante:

$$\varepsilon_{la} = \varepsilon_{sf} - \frac{k p}{A_s E_s} \frac{1-\alpha}{2} \beta_1^{\alpha/(1-\alpha)} l_a^{(1-\alpha)/(1+\alpha)} \quad (3.26)$$

3.4 Diagramme fictif de l'acier

3.4.1. Diagramme fictif de l'acier en phase IIa

Pendant cette phase, on distingue deux parties:

- Première partie de la phase IIa: la moitié du nombre total de fissures n'est pas atteint, ce qui permet le développement de la longueur d'introduction l_t , on utilise alors les équations développées dans le paragraphe 3.2.1.

Relativement à la fissure i , on désigne par:

L_{1i} = la somme des longueurs (l_{1i}) des zones perturbées du tirant.

L_{2i} = la somme des longueurs (l_{2i}) d'introduction du tirant.

L_{3i} = la somme des longueurs des zones homogénéisé ($\epsilon_s(x) = \epsilon_c(x)$).

Avec $L = L_{1i} + L_{2i} + L_{3i}$.

À la fissure i , l'allongement du tirant s'écrit:

$$\Delta L_i = \Delta L_{1i} + \Delta L_{2i} + \Delta L_{3i}.$$

$$\text{Avec: } \Delta L_{1i} = \epsilon_{sfi} L_{1i}, \Delta L_{2i} = \epsilon_{lti} L_{2i}, \Delta L_{3i} = \epsilon_{ci} L_{3i}.$$

Où ϵ_{sfi} représente l'allongement relatif de l'acier au droit de la fissure, ϵ_{lti} est l'allongement relatif moyen du tirant entre l_1 et $(l_1 + l_t)$, calculée dans le paragraphe 3.2.1 selon le cas et ϵ_{ci} ($=\sigma_{ci} E_c$) représente l'allongement relatif du béton homogénéisé à la fissure i . la contrainte effective du béton croit à mesure que les fissures apparaissent, les longueurs L_{1i} et L_{2i} augmentent et la longueur homogénéisé L_{3i} diminue.

Pour chaque étape on détermine la contrainte dans l'acier $\sigma_s = N_t / A_s$ et l'allongement relatif moyen du tirant $\epsilon_{sm} = \Delta L / L$.

- Deuxième partie de la phase IIa: la moitié du nombre total de fissures est dépassée, donc dans certaines parties du tirant, la longueur d'introduction ne peut pas se développer, on se trouve devant les deux cas simultanément.

3.4.2. Diagramme fictif de l'acier en phase IIb

En phase IIb, le nombre de fissure est stable, dans cette phase la somme des longueurs des zones homogénéisé L_3 est nulle. On aura donc ($L = L_1 + L_2$), lorsqu'on augmente la sollicitation, la longueur de la zone perturbé croit et L_1 augmente tandis que la longueur L_2 diminue.

L_1 = la somme des longueurs (l_{1i}) des zones perturbées du tirant.

L_2 = la somme des longueurs (l_{2i}) d'introduction du tirant.

$L_3 = 0$.

Avec $L = L_1 + L_2$.

À la fissure i , l'allongement du tirant s'écrit:

$$\Delta L_i = \Delta L_{1i} + \Delta L_{2i} + \Delta L_{3i}.$$

$$\text{Avec: } \Delta L_1 = \varepsilon_{1a} L_{1i}, \Delta L_2 = \varepsilon_{2t} L_{2i}.$$

On peut donc déterminer la contrainte dans l'acier $\sigma_s = N_t / A_s$ et l'allongement relatif moyen du tirant $\varepsilon_{sm} = \Delta L / L$.

3.5 Calcul des ouvertures de fissures

3.5.1. Ouvertures des fissure en phase IIa

Pour la première partie de la phase IIa, la moitié du nombre total des fissures n'est pas encore atteint. L'ouverture des fissures est déterminée par le double du glissement en $x = 0$ de la relation (3.10).

Le glissement à la fissure i pour $x = 0$ s'écrit:

$$g^i(0) = g^i(l_i) + \varepsilon_{sfi} l_{li} = \beta_1^{1/(1-\alpha)} l_{ti}^{2/(1-\alpha)} + \varepsilon_{sfi} l_{li} \quad (3.27)$$

L'ouverture des fissures à la fissure i est donnée par le double du glissement:

$$W^i = 2 g^i(0)$$

$$W^i = 2 (g_{l_{ti}} + \varepsilon_{sfi} l_{li}) = 2 \beta_1^{1/(1-\alpha)} l_{ti}^{2/(1-\alpha)} + 2 \varepsilon_{sfi} l_{li} \quad (3.28)$$

Pour la deuxième partie de la phase IIa, la longueur d'introduction ne peut pas se développer. En faisant $x = l_1$ dans la formule (9), on obtient, dans cette phase IIa, entre le moment où la moitié du nombre total des fissures est atteint et le moment où apparaît la dernière fissure, la même expression précédente:

$$W^i = 2 (g_{l_{ti}} + \varepsilon_{sfi} l_{li}) = 2 \beta_1^{1/(1-\alpha)} l_{ti}^{2/(1-\alpha)} + 2 \varepsilon_{sfi} l_{li}$$

3.5.2. Ouvertures des fissure en phase IIb

Durant cette phase le nombre de fissures est stable, l'augmentation de la sollicitation n'entraîne que l'augmentation des fissures déjà existantes.

A l'apparition de la dernière fissure, l'ouverture moyenne vaut:

$$W_{\gamma} = 2 \beta_1^{1/(1-\alpha)} l_{t\gamma}^{2/(1-\alpha)} + 2 \varepsilon_{sf\gamma} l_{l\gamma} \quad (3.29)$$

Au delà ($\varepsilon_{sf} > \varepsilon_{sf\gamma}$), on peut écrire:

$$W = 2 \beta_1^{1/(1-\alpha)} l_{t\gamma}^{2/(1-\alpha)} + 2 \varepsilon_{sf} l_l \quad (3.30)$$

Où l_l peut varier selon le niveau de la contrainte dans le tirant.

On peut aussi exprimer, au-delà de la dernière fissure, l'ouverture moyenne des fissures en fonction de W_{γ} et de l'espacement des fissures λ ,

$$W = W_{\gamma} + 2 (\varepsilon_{sf} - \varepsilon_{sf\gamma}) l_l + 2 (\varepsilon_{sf} - \varepsilon_{sf\gamma}) l_a \quad (3.31)$$

Sachant que $\lambda = 2(l_l + l_a)$, on peut écrire:

$$W = W_{\gamma} + \lambda (\varepsilon_{sf} - \varepsilon_{sf\gamma}) \quad (3.32)$$

3.6 Cas de la flexion simple

Le moment fléchissant a tendance à faire fléchir la poutre vers le bas, de telle sorte que les fibres inférieures de la poutre sont sollicitées en tension tandis que les fibres supérieures sont sollicitées en compression. On peut donc assimiler le moment de flexion à deux efforts de traction et de compression.

En flexion simple, la section effective A_{cef} est calculée en considérant la section du béton entourant les armatures tendues. Les espacements de fissures, sont calculés par la formule donnée par l'Eurocode 2 pour les poutres en flexion.

L'effort de traction dans les armatures au droit de la fissure est calculé à partir du moment de flexion dans la poutre à partir de la relation suivante:

$$N_t = \frac{M}{0.9 d} \quad (3.33)$$

Avec M: le moment de flexion dans la poutre.

On peut ainsi calculer l'allongement relatif de l'acier, le glissement, la contrainte d'adhérence entre l'acier et le béton et les ouvertures de fissures à chaque étape de chargement.

3.7 Conclusion

Le modèle de comportement des tirants en béton armé proposé, permet de représenter le diagramme contrainte – déformation et de calculer les espacements des fissures.

Le modèle est basé essentiellement sur la loi d'adhérence acier – béton, la relation proposé par le CEB – FIP code modèle [CEB88] nous permet d'estimer les valeurs de τ_1 et g_1 représentant le pic de la courbe adhérence – glissement.

En considérant l'équilibre d'un tronçon du tirant et la compatibilité des déformations entre l'acier et le béton, nous avons obtenu une équation différentielle du second ordre. Sa résolution se fait avec la considération de la première zone du diagramme $\tau - g$, nous permet de déterminer l'expression du glissement g , de la contrainte d'adhérence τ et des déformations relatives de l'acier le long du tirant.

L'estimation de l'espacement des fissures se fait à partir de la relation de l'Eurocode 2, par là on peut estimer le nombre des fissures et la longueur d'introduction. On peut alors définir les deux phases de fissuration, la phase de formation des fissures et la phase de fissuration stabilisé.

En utilisant les résultats des déformations relatives de l'acier et du béton calculés dans toutes les phases, on peut calculer la déformation relative moyenne du tirant qui nous permettra de tracer le diagramme contrainte – déformation. Les valeurs du glissement relatif entre l'acier et le béton nous permettront d'estimer la valeur des ouvertures de fissures dans toutes les phases.

4. VALIDATION ET ETUDE PARAMETRIQUE

4.1 Etude paramétrique

Dans cette partie nous étudierons l'influence de certains paramètres sur le comportement du béton armé en traction, et surtout sur l'ouverture des fissures.

- D'abord nous étudierons l'influence de la résistance du béton sur l'évolution des ouvertures de fissures, pour cela on va utiliser un béton ordinaire avec une variation de la contrainte de compression de 30 et 50 MPa, et un BHP de 70 MPa. Nous calculerons ensuite les taux de réduction des ouvertures des fissures possible pour les différents bétons.
- Ensuite nous étudierons l'influence du pourcentage d'armature, et nous montrerons l'influence de la qualité de l'adhérence et de l'espacement de fissure en utilisant un tirant de résistance à la compression de 30 et 50 MPa.

Les études paramétriques seront faites en utilisant le modèle développé dans cette étude, et étant donnée que la courbe contrainte – déformation représentatif du comportement du béton en traction et la même sous contrainte imposée ou déformation imposée, la courbe des ouvertures des fissures sera identique pour les deux cas.

4.1.1 Influence de la résistance du béton

Nous montrons ici l'influence de la résistance du béton sur le comportement à la fissuration d'un tirant en béton armé ainsi que sur les ouvertures des fissures. La comparaison se fait sur trois bétons, deux bétons ordinaires de résistance moyenne à la compression de 30 et 50 MPa et un béton à haute performance de résistance 70 MPa. On utilise pour cela un tirant en béton armé de section $0.10 \times 0.10 \text{ m}^2$ et de longueur de 2m, ferrillé avec une seule barre d'armature HA14 centrée, représentant un pourcentage d'armature $\rho = 1.54\%$, l'acier est de type S500 dont la contrainte limite est $f_c = 500 \text{ MPa}$ et de module d'élasticité $E_s = 200 \text{ GPa}$.

On a vu que la résistance à la compression a une influence directe sur l'adhérence acier – béton, or le calcul est effectué en admettant un facteur d'adhérence $\alpha = 0.3$, ce qui ne reflète pas la réalité des choses, pour cela nous avons utilisé la relation calibrée par Farra [FAR95].

Les résultats calculés concernant la fissuration des trois tirants calculés par le modèle analytique sont montrés dans le tableau 4.1, et schématisés dans la figure 4.1.

Béton	f_c (MPa)	f_t (MPa)	$\sigma_{sr,1}$ (MPa)	l_t (mm)	λ (mm)	$w_{m,1}$ (mm)
BO30	30	2.9	204	246	327	0.092
BO50	50	3.3	230	167	268	0.094
BHP70	70	4	275	167	222	0.092

Tableau 4.1: résultats théoriques de fissuration des trois tirants.

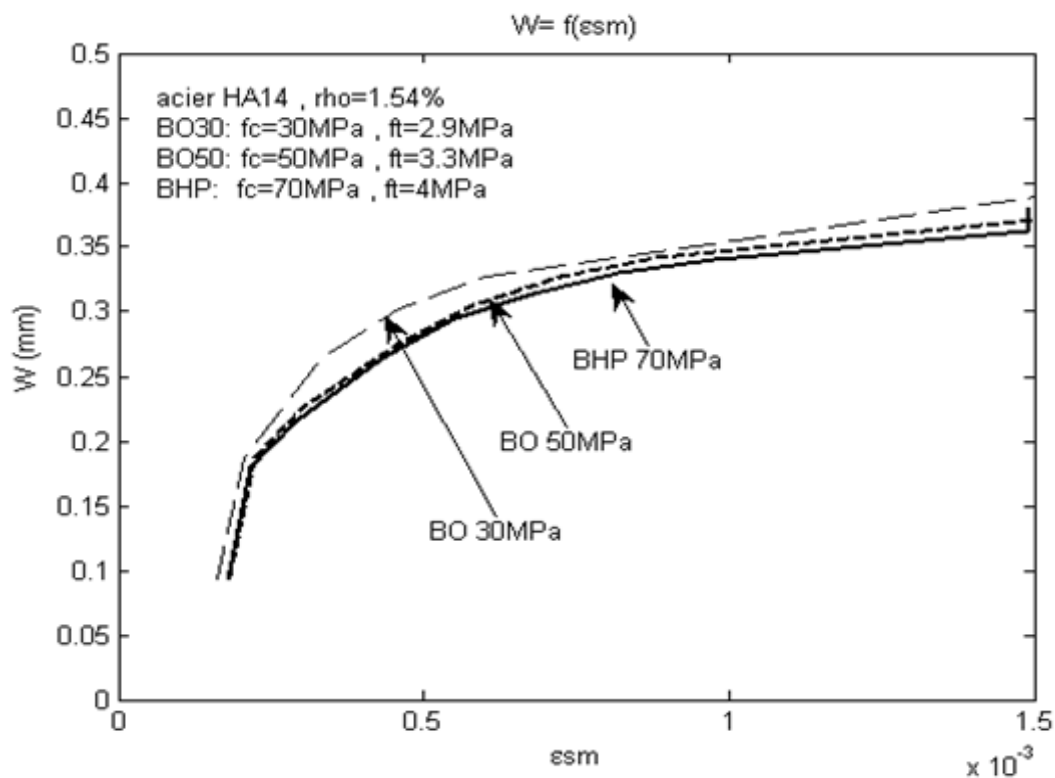


Fig. 4.1: Influence de la résistance du béton sur les ouvertures des fissures.

Des résultats précédents on remarque que la contrainte dans l'acier correspondant à l'apparition de la 1^{ère} fissure augmente avec l'augmentation de la résistance à la compression du béton. Les ouvertures de fissures dans la phase de formation des fissures augmentent avec

la résistance du béton, par contre dans la phase de fissuration stabilisée on observe une réduction des ouvertures de fissures à mesure que la résistance du béton augmente.

La valeur élevée des ouvertures des fissures dans la phase de formation des fissures est le résultat de l'augmentation de la valeur de la résistance à la traction du béton. Dans la phase de fissuration stabilisée, l'amélioration de la qualité de la liaison acier – béton entraîne la réduction de la longueur d'introduction, et par conséquent les ouvertures de fissures diminuent.

On peut calculer la réduction des ouvertures des fissures des deux bétons BO50 et BO70 par rapport au béton BO30 (figure 4.2), dans toutes les phases de fissuration, par un taux δw calculé par la formule suivante:

$$\delta w(i) = \frac{w(BO30) - w(i)}{w(BO30)}$$

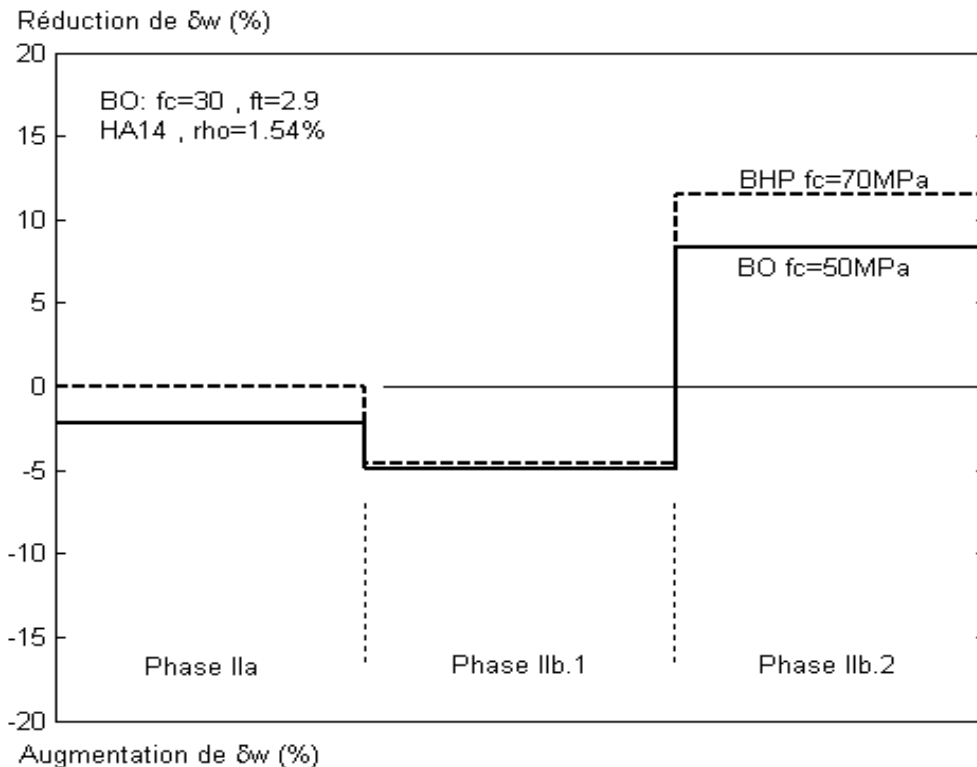


Fig. 4.2: Influence de la résistance du béton sur la réduction des ouvertures des fissures.

4.1.2 Influence du pourcentage d'acier

Afin de mettre en évidence l'influence du pourcentage d'acier ρ sur le comportement à la fissuration, on considère un tirant en béton armé de section $0.2 \times 0.2 \text{ m}^2$, et de 2 m de longueur. On utilise les deux bétons BO30 et BO50 dont les caractéristiques sont respectivement ($f_c = 30$ et 50 MPa , $f_t = 2.9$ et 3.3 MPa).

Pour garder une certaine symétrie les tirants son ferrailés avec 4 barres de haute adhérence de diamètres 10, 12, 14 et 16 mm, l'acier est de type S500, de limite d'élasticité $f_e = 500 \text{ MPa}$ et de module élastique $E_s = 200 \text{ GPa}$.

Les caractéristiques des tirants étudiés sont regroupées dans le tableau 4.3.

N°	Béton	Acier			
	Béton	Barres	As (mm ²)	ρ (%)	p (mm)
1	BO30	4 HA10	314	0.785	126
2	$f_c = 30 \text{ MPa}$ $f_t = 2.9 \text{ MPa}$ $E_c = 30.6 \text{ GPa}$	4 HA12	452	1.13	151
3		4 HA14	616	1.54	176
4		4HA16	804	2.01	201
5		BO50	4 HA10	314	0.785
6	$f_c = 30 \text{ MPa}$ $f_t = 2.9 \text{ MPa}$ $E_c = 30.6 \text{ GPa}$	4 HA12	452	1.13	151
7		4 HA14	616	1.54	176
8		4HA16	804	2.01	201

Tableau 4.2: caractéristiques des tirants étudiés.

Les résultats obtenus pour la courbe contrainte – déformation et les courbes des ouvertures des fissures dans le cas de déformations imposées et contraintes imposées, sont données par les figures 4.12 à 4.17.

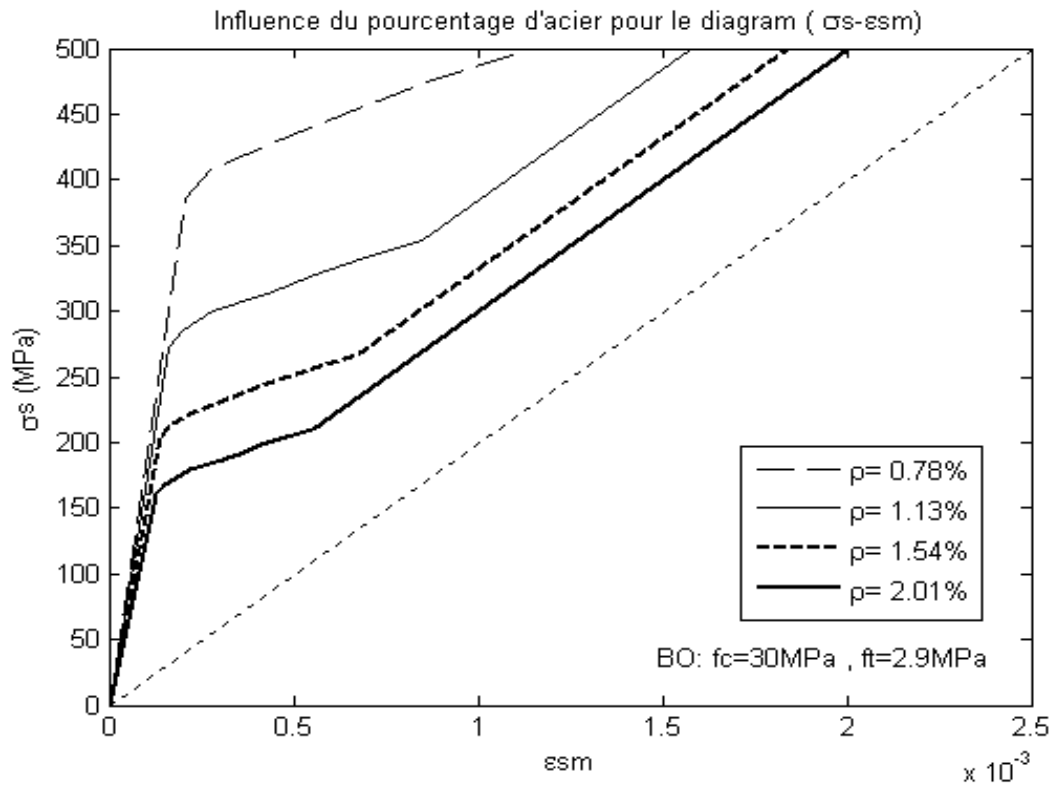
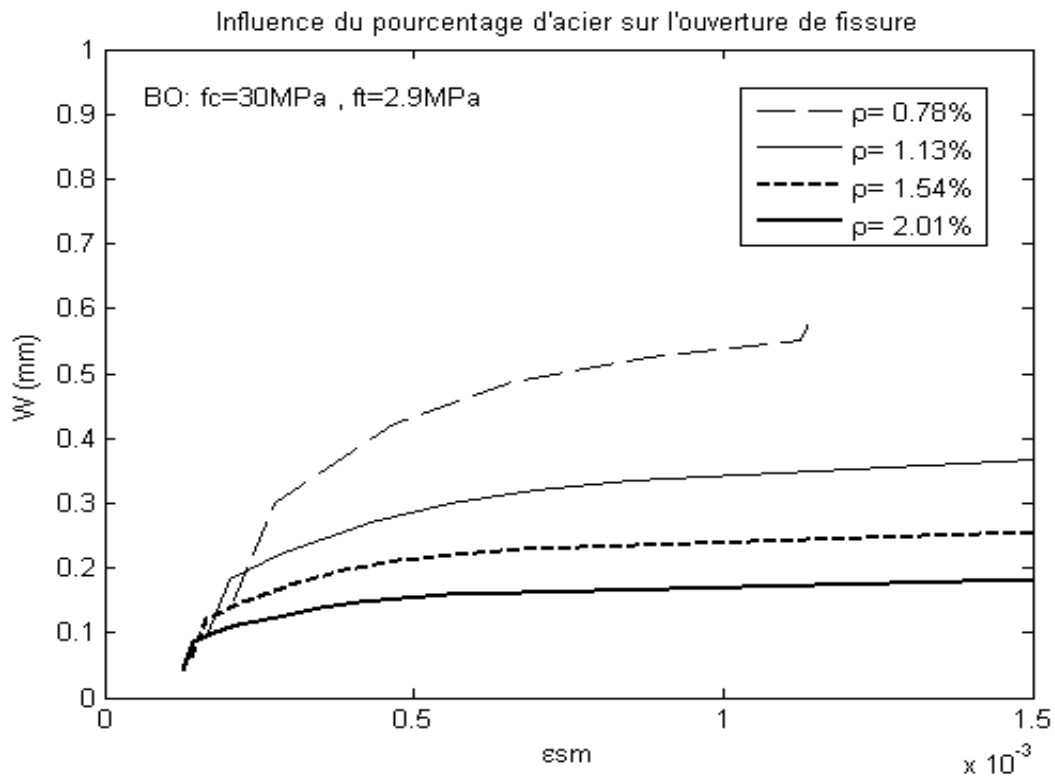
Fig. 4.3: Influence du pourcentage d'acier sur le diagramme ($\sigma_s - \epsilon_{sm}$).

Fig. 4.4: Influence du pourcentage d'acier sur les ouvertures des fissures.

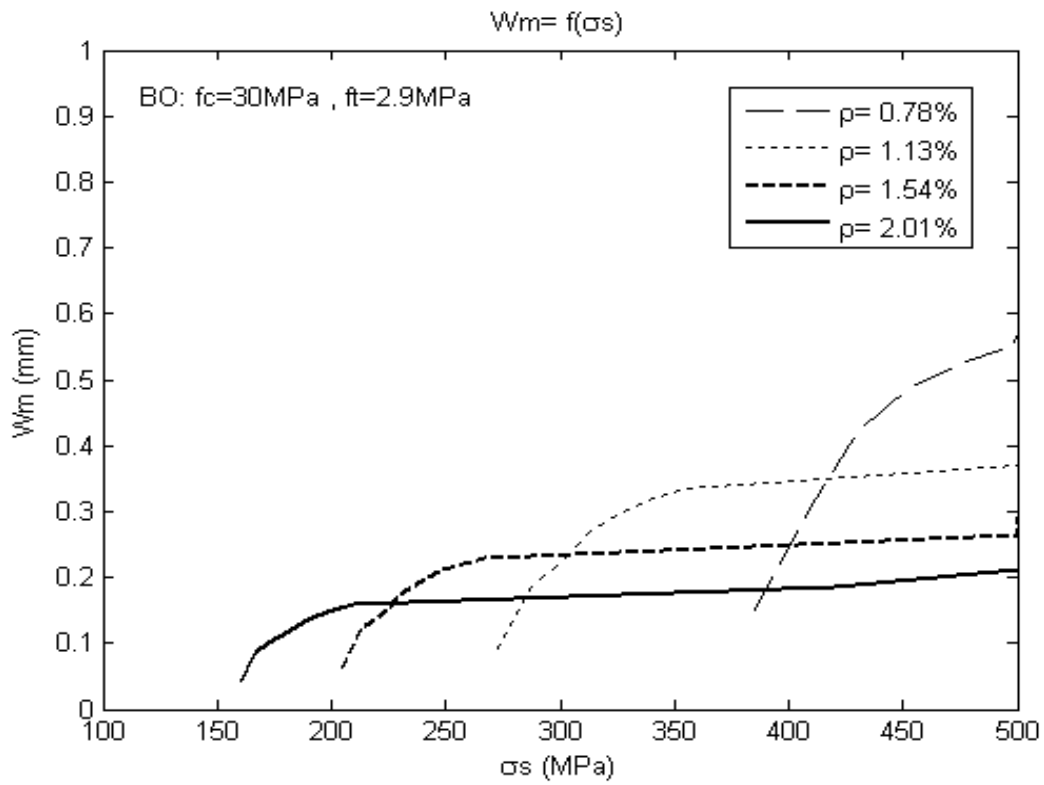
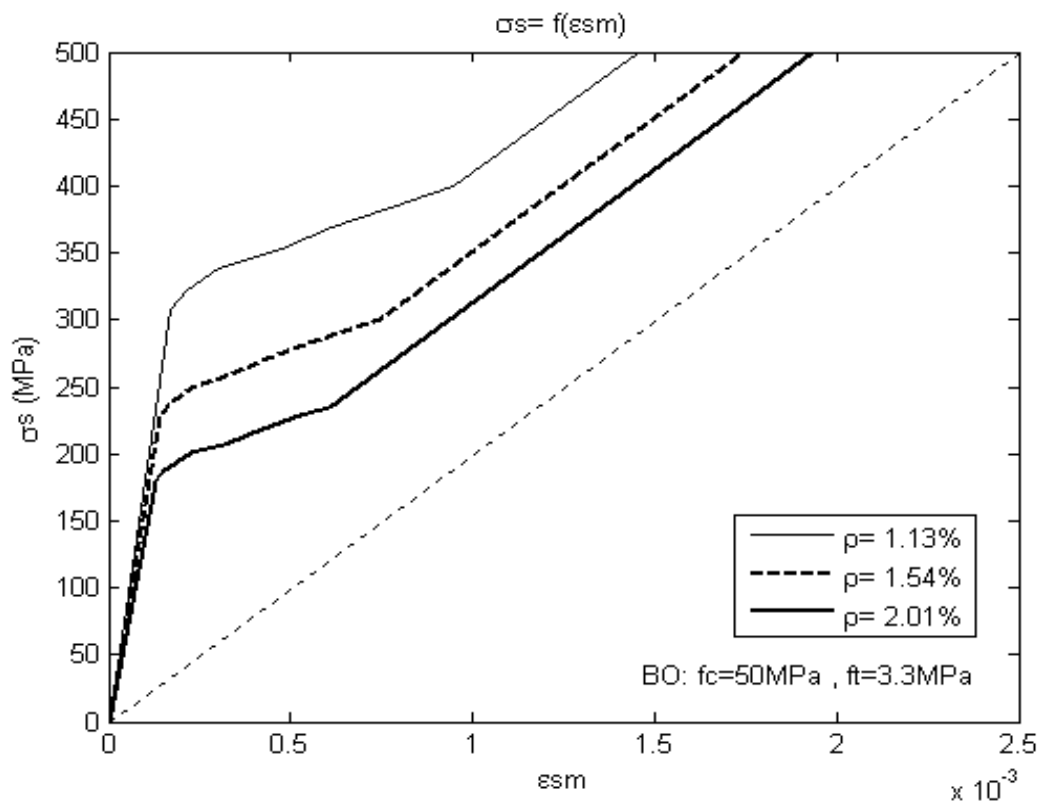


Fig. 4.5: Influence du pourcentage d'acier sur les ouvertures des fissures.

Fig. 4.6: Influence du pourcentage d'acier sur le diagramme $(\sigma_s - \epsilon_{sm})$.

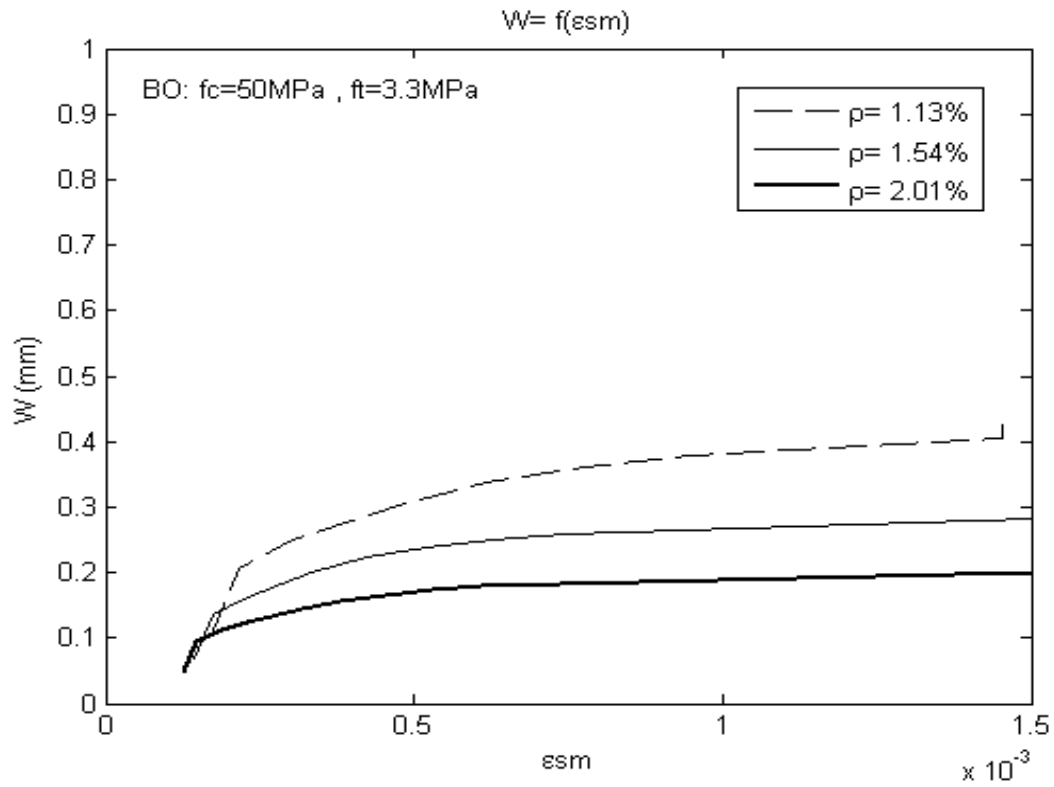


Fig. 4.7: Influence du pourcentage d'acier sur les ouvertures de fissures.

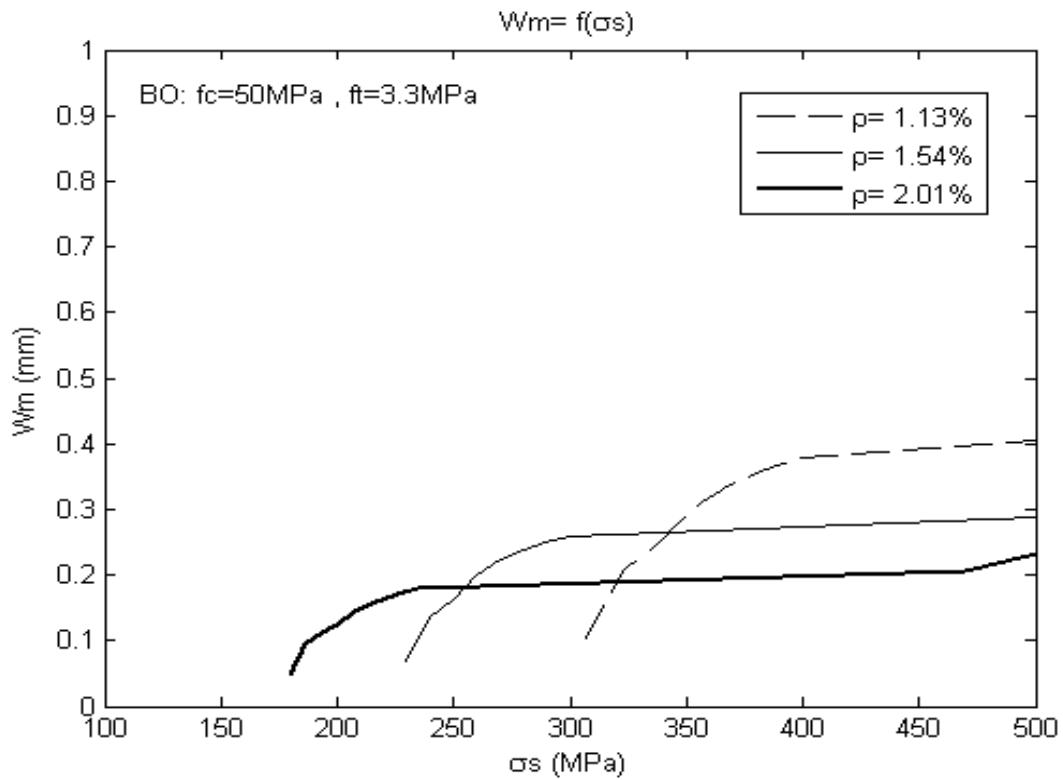


Fig. 4.8: Influence du pourcentage d'acier sur les ouvertures de fissures.

4.1.3 Influence de la qualité d'adhérence

L'adhérence acier – béton joue un rôle prépondérant dans le comportement d'un tirant en béton armé, comme on a vu au paragraphe 3.1, la formule (3.1) est utilisée pour la définir.

L'utilisation de cette formule nécessite la connaissance du point du pic maximum qui est défini par τ_1 et g_1 . τ_1 étant fonction de la résistance du béton, donc sa variation dépend de la variation de la résistance caractéristique du béton, donc l'étude sera menée en variant le coefficient α entre les valeurs $\alpha = 0.25$ pour une mauvaise adhérence, $\alpha = 0.3$ pour une adhérence moyenne (valeur utilisé pour notre modèle) et $\alpha = 0.4$ pour une bonne adhérence.

La comparaison sera faite pour le tirant S-20-14-1 et ferrillé avec 1HA14. Les caractéristiques du tirant sont $f_c = 38.8 \text{ MPa}$ et $f_t = 2 \text{ MPa}$.

Les résultats obtenus pour le diagramme fictif de l'acier et les ouvertures de fissures sont schématisé dans les figures 4.9 et 4.10.

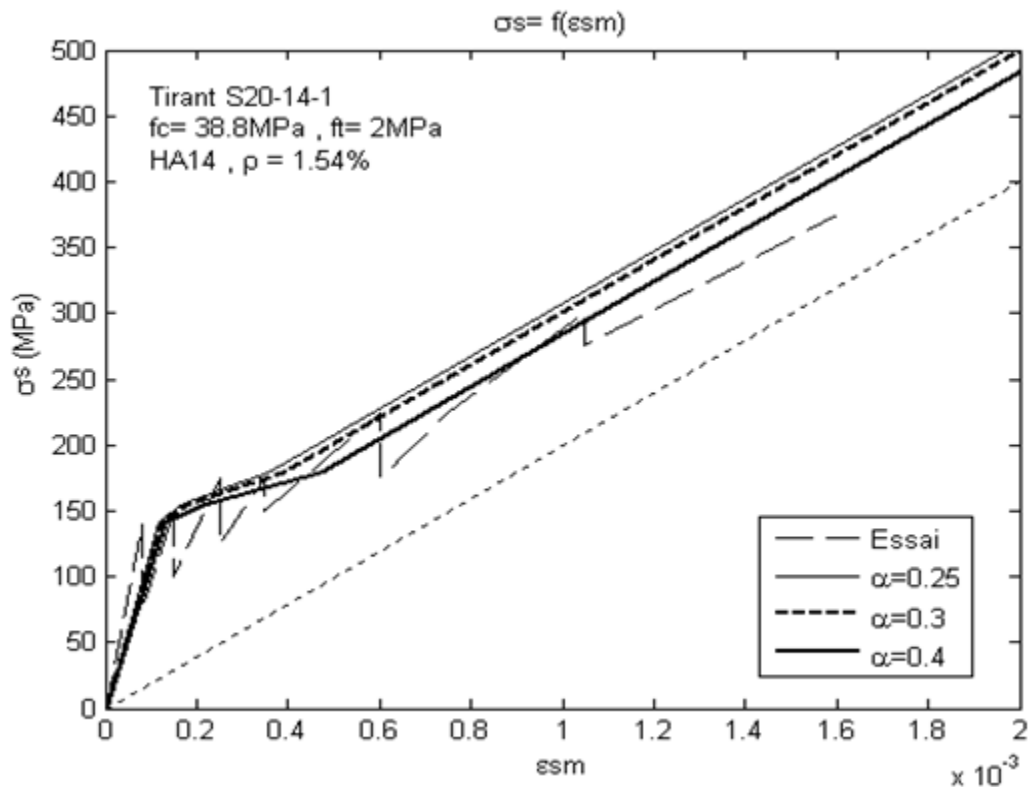


Fig. 4.9: Influence de l'adhérence sur le diagramme $(\sigma_s, \epsilon_{sm})$.

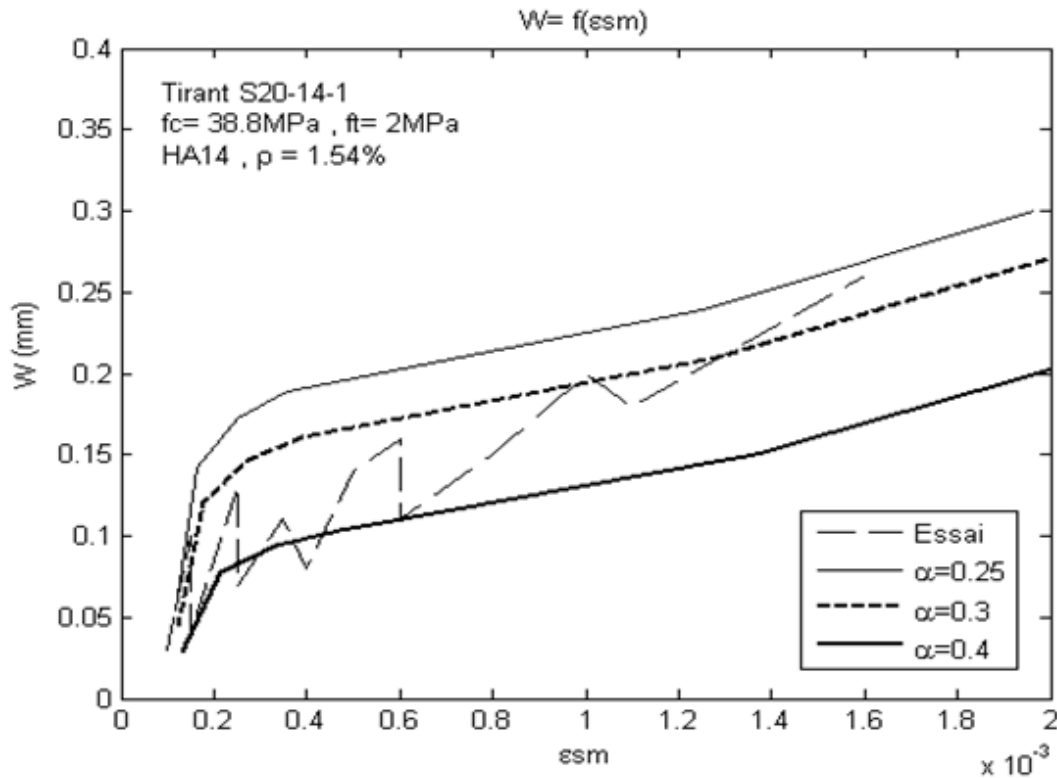


Fig. 4.10: Influence de l'adhérence sur les ouvertures de fissures.

Les résultats montrent que la valeur de $\alpha = 0.3$ fournit de bons résultats en les comparant aux résultats expérimentaux, ce que justifié bien notre choix pour cette valeur. On remarque aussi de la courbe que l'augmentation de la valeur du facteur d'adhérence influe positivement en réduisant la valeur des ouvertures de fissures.

4.2.4 Influence de l'espacement des fissures

Pour montrer l'influence de l'espacement des fissures sur le comportement du tirant en traction, et sur la valeur des ouvertures de fissures on fait une étude comparative en utilisant deux formules existantes dans la littérature. La première est celle de l'Eurocode 2 et la deuxième est celle donnée par Brice.

L'étude se fera on utilisant le tirant 3, formulé par le béton BO30 et ferrailé avec 4 HA14, dont les caractéristiques sont exposées dans le tableau 4.2.

Les résultats concernant la fissuration sont calculés dans le tableau 4.3, et les courbes représentant le diagramme fictif de l'acier et les ouvertures de fissures pour les deux cas étudiés, sont schématisées sur les figures 4.11 et 4.12.

	λ (mm)	l_t (mm)	w_1 (mm)
formule Eurocode 2	231	123	0.064
formule de Brice	209	112	0.058

Tableau 4.3: résultats des ouvertures de fissures calculés par les deux Formules Eurocode 2 et Brice.

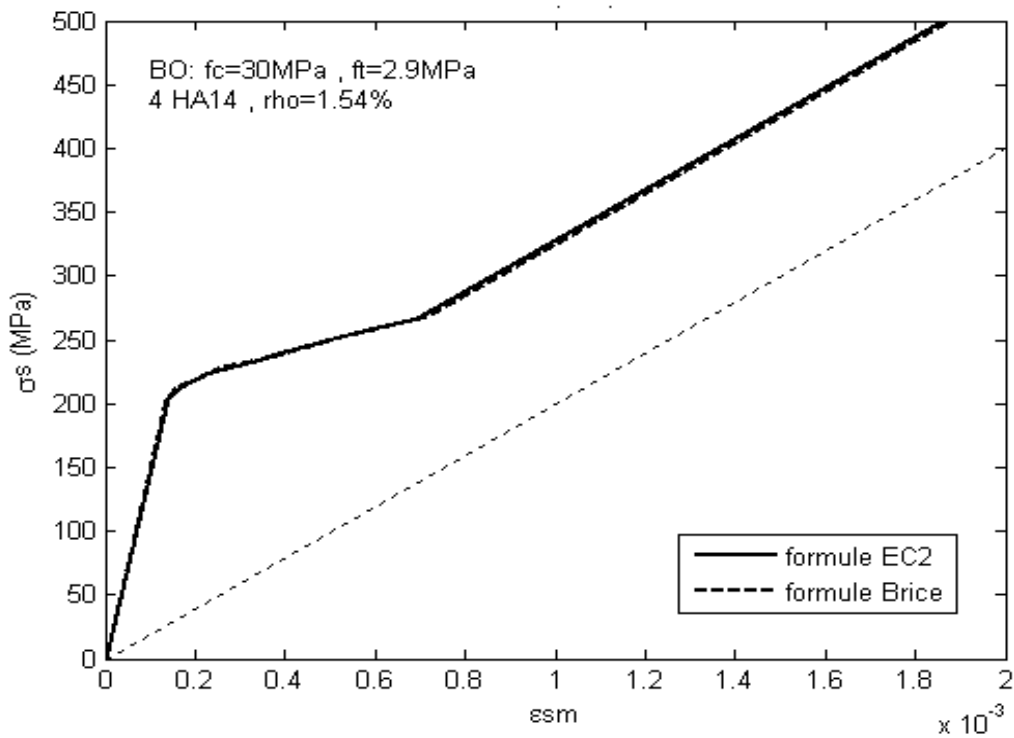


Fig. 4.11: Influence de l'espacement de fissures sur le diagramme $(\sigma_s, \epsilon_{sm})$.

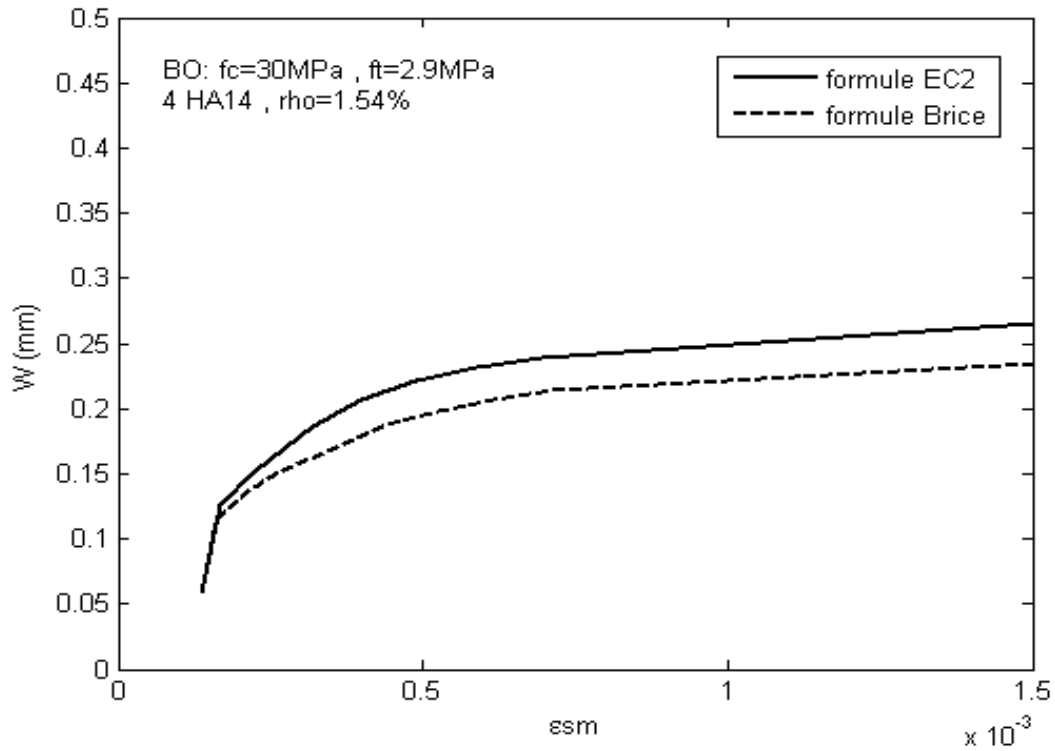


Fig. 4.12: Influence de l'espacement de fissures sur les ouvertures de fissures.

On remarque que les ouvertures de fissures sont nettement moins élevées, dans le cas où l'espacement calculé par la formule de Brice, par rapport aux valeurs données par la formule de l'Eurocode 2 cette réduction est due essentiellement la réduction de la longueur d'introduction qui résulte de la réduction de l'espacement des fissures.

4.2 Validation du modèle de calcul à partir d'autres essais en laboratoire

Le but de cette confrontation avec des essais en laboratoire, est de tester la validité des prédictions des ouvertures de fissures du modèle proposé, avec des résultats obtenus par d'autres auteurs.

Nous allons en premier lieux vérifier le modèle sur des essais réalisés sur des tirants en béton ordinaires avec des aciers ordinaires, réalisés par Lorrain [LOR98].

Etant donné que la résistance caractéristique du béton et de l'acier sont des facteurs pouvant influencer le comportement à la fissuration d'un tirant, nous comparerons le modèle à des essais réalisés par Farra [FAR95] au laboratoire de l'EPFL-IBAP, qui a réaliser des essais sur deux séries de tirant, la première en béton ordinaire, et la deuxième en BHP. Ensuite nous allons vérifier que le modèle reste valable pour les tirants de grandes dimensions en les comparants aux résultats d'essais réalisées par Mivelaz [MIV96].

4.2.1 Comparaison avec les ouvertures de fissures mesurées par Lorrain

Lorrain [LOR98] a réalisé dans le cadre de ses études en 1998, des essais sur des tirants en béton armé composé de béton et d'acier de caractéristiques différentes.

Les tirants d'essais sont des prismes en béton armé de section $0.10 \times 0.10 \text{ m}^2$ et de 2 m de longueur, ferrailés avec une seule barre d'armature centré. Les barres d'armatures sont à hautes adhérence avec une limite d'élasticité $\sigma_e = 544 \text{ MPa}$. Les essais sont réalisés sous charge imposé.

La comparaison des résultats est effectuée avec deux tirants armés avec une barre de 12 mm de diamètre (avec $f_c = 610 \text{ MPa}$ et $E_s = 200 \text{ GPa}$) représentant un pourcentage de 1.13%. Les caractéristiques des deux bétons utilisés sont:

- Béton ordinaire: $f_c = 42 \text{ MPa}$, $f_t = 3.1 \text{ MPa}$, $E_c = 38.2 \text{ GPa}$ pour l'essai CA.
- Béton à haute performance: $f_c = 101 \text{ MPa}$, $f_t = 4.6 \text{ MPa}$, $E_c = 51.2 \text{ GPa}$ pour l'essai CE.

Les courbes représentant le diagramme fictif de l'acier ($\sigma_s, \varepsilon_{sm}$), et les courbes représentant les ouvertures moyennes des fissures en fonction de la contrainte dans l'acier (σ_s, W_m), obtenues à l'aide des méthodes proposées au chapitre précédent ont été comparés à ces essais, les résultats sont présentés dans les figures 4.13 et 4.14.

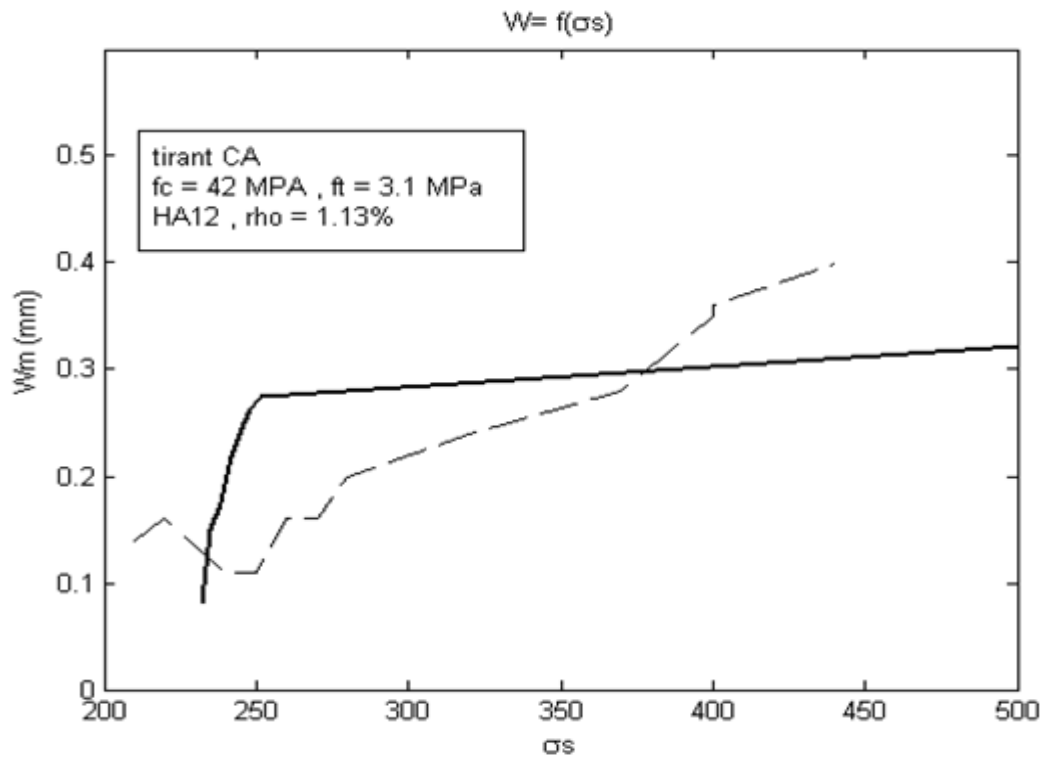


Fig. 4.13: Confrontation $W = f(\sigma_s)$ présente étude – essai lorrain, tirant CA [LOR98].

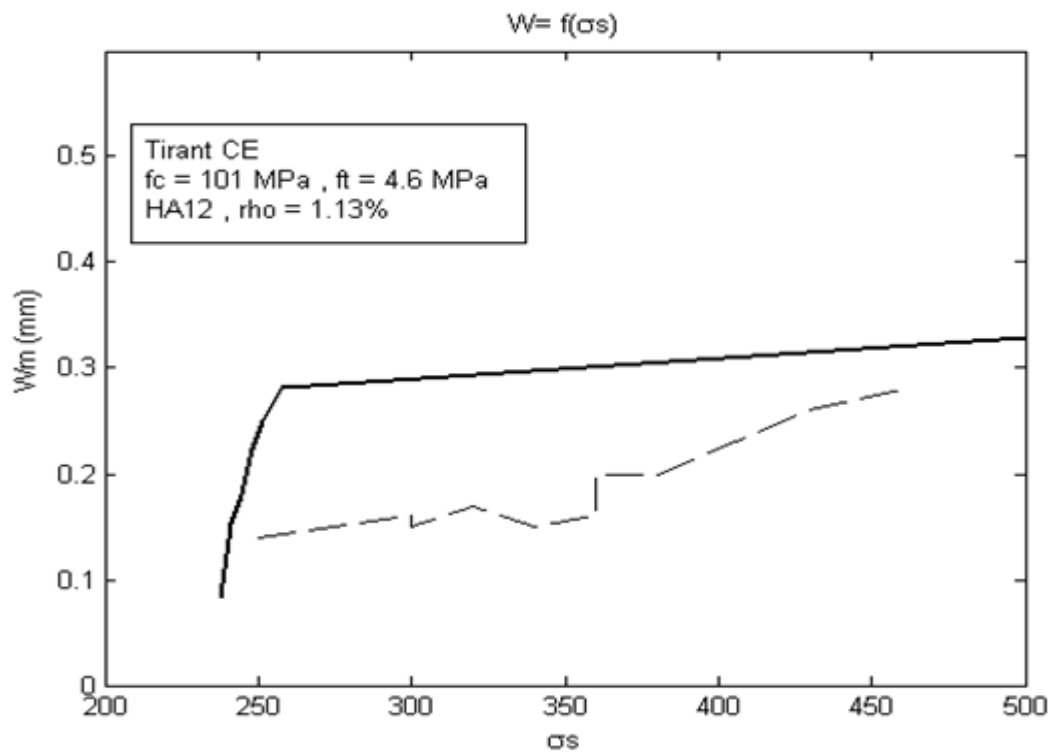


Fig. 4.14: Confrontation $W = f(\sigma_s)$ présente étude – essai lorrain, tirant CE [LOR98].

4.2.2 Comparaison avec les résultats expérimentaux de Farra

Une série d'essais a été réalisée par Farra dans le cadre d'un projet de recherche intitulé "Structures étanches en béton armé" qui a été menée à l'IBAP, cette recherche concerne l'étude du comportement à la fissuration des structures en BHP. Certains des résultats de cette recherche se trouvent dans sa thèse de doctorat publiée en 1995 [FAR95], et dans une publication à l'EPFL de Lausanne [FAR95-1].

Des essais de fissuration sous déformation imposée de courte durée provoquant une traction pure, ont été réalisés à l'âge de 28 jours sur 135 petits tirants en béton armé de section $0.10 \times 0.10 \text{ m}^2$, et de longueur de 1.15 m. l'armature de chaque tirant était constituée d'une seule barre en acier à haute adhérence S500, placée au centre de la section carrée.

La résistance à la compression des bétons utilisés varie de 30 à 90 MPa. Les pourcentages d'acier utilisés ont été $\rho = 0.79\%$, 1.54% et 3.14% , correspondant respectivement aux diamètres des barres 10, 14 et 20 mm.

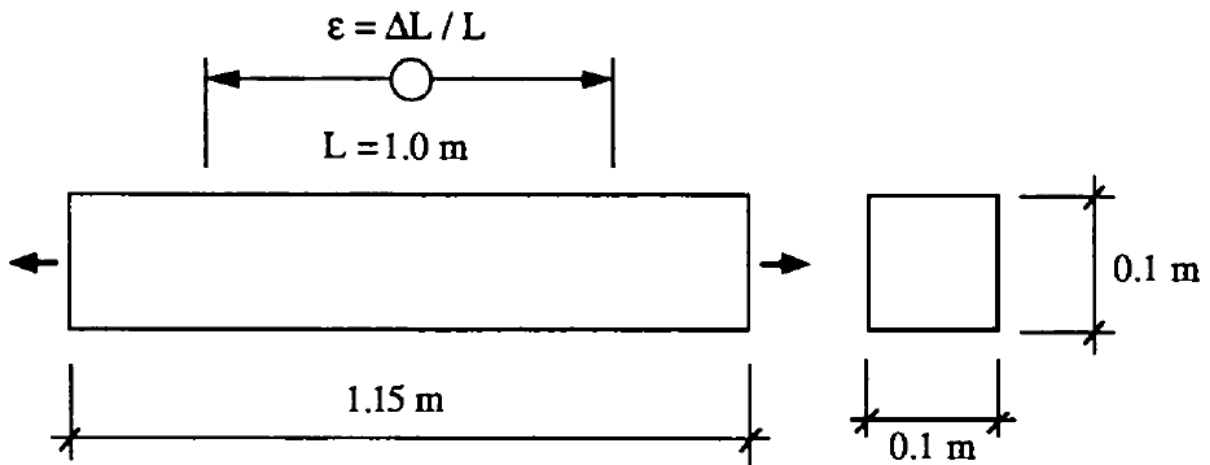


Fig. 4.15: Schéma de l'essai sur tirant de Farra [FAR95].

La comparaison entre les résultats obtenus par le modèle analytique avec les résultats mesurés du tirant S20-14-1, sont montrés sur les figures 4.16 et 4.17.

Le tirant est en béton ordinaire avec une résistance à la compression $f_c = 38.8 \text{ MPa}$, la résistance à la traction est $f_t = 2 \text{ MPa}$ et le module d'élasticité du béton est $E_c = 29.3 \text{ GPa}$, le tirant est armé avec une seule barre haute adhérence de 14 mm de diamètre, représentant un pourcentage d'armature $\rho = 1.54\%$ (acier S500, $f_c = 500 \text{ MPa}$ et $E_s = 200 \text{ GPa}$).

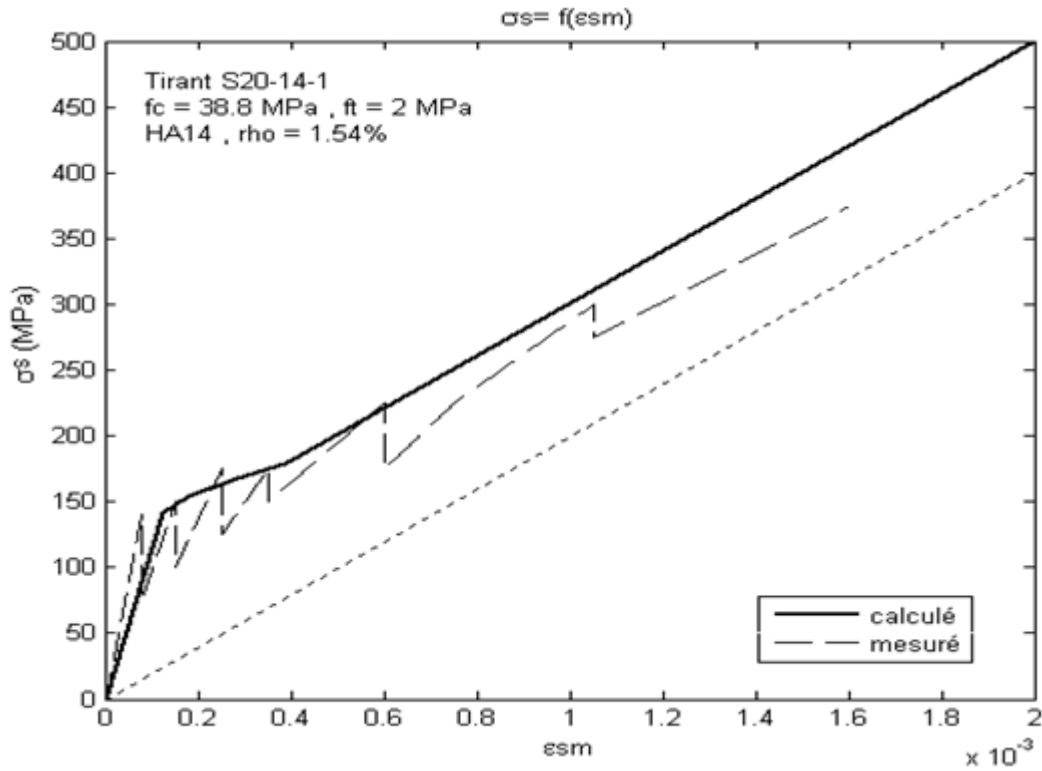


Fig. 4.16: Courbe $(\sigma_s - \epsilon)$ calculée et mesurée pour tirant S20-14-1 [FAR95].

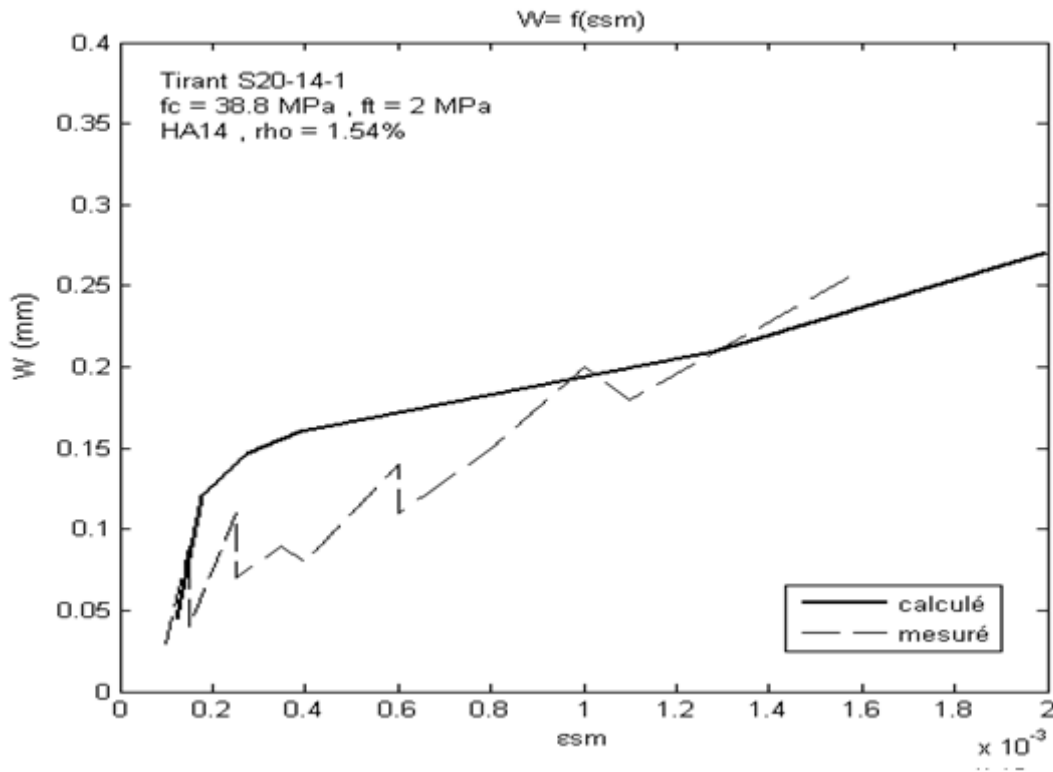


Fig. 4.17: Courbe $(w_m - \epsilon)$ calculée et mesurée pour tirant S20-14-1 [FAR95].

Pour le tirant S22-10-1, la comparaison entre les résultats expérimentales et les résultats calculés par le modèle analytique des ouvertures de fissures et de la courbe contrainte - déformation sont montrés dans les figures 4.18 et 4.19.

La résistance à la compression du béton est $f_c = 56.9$ MPa, la résistance à la traction utilisée pour le calcul est $f_t = 2.9$ MPa et le module d'élasticité $E_c = 30.4$ GPa. L'armature utilisée est une barre haute adhérence de 10 mm ($\rho = 0.79\%$), acier S500, $f_e = 500$ MPa et $E_s = 200$ GPa.

La comparaison des ouvertures de fissures du modèle par rapport aux ouvertures de fissures mesurées sur des BHP du tirant S32-10-1 est montrée sur la figure 4.20.

Le béton utilisé est un béton à haute performance, de résistance à la compression $f_c = 63.3$ MPa, la résistance à la traction est $f_t = 2.9$ MPa et le module d'élasticité est $E_c = 31.6$ GPa. L'armature est une barre de 10 mm de diamètre ($\rho = 0.79\%$).

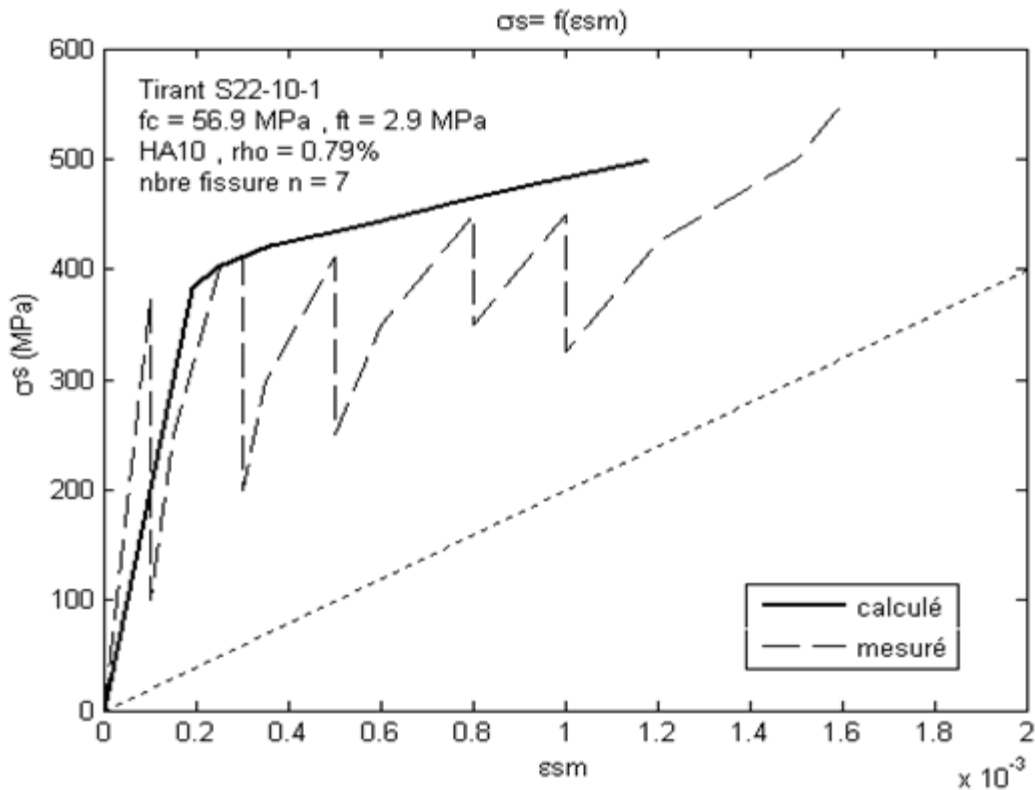
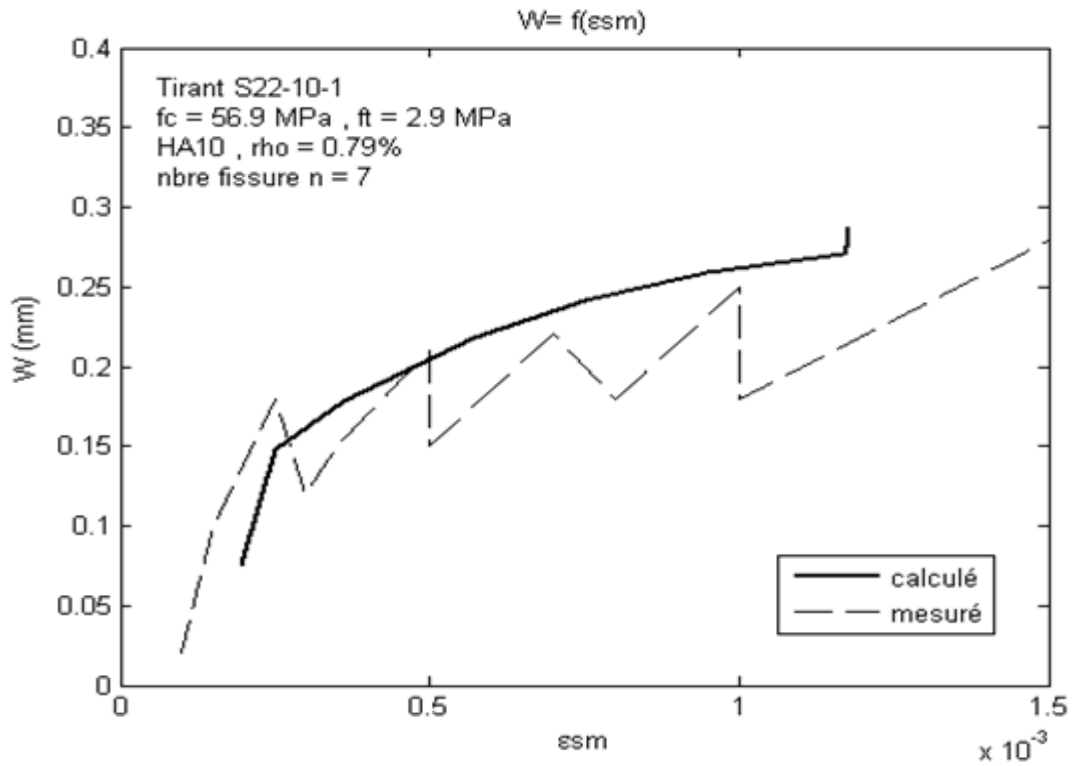
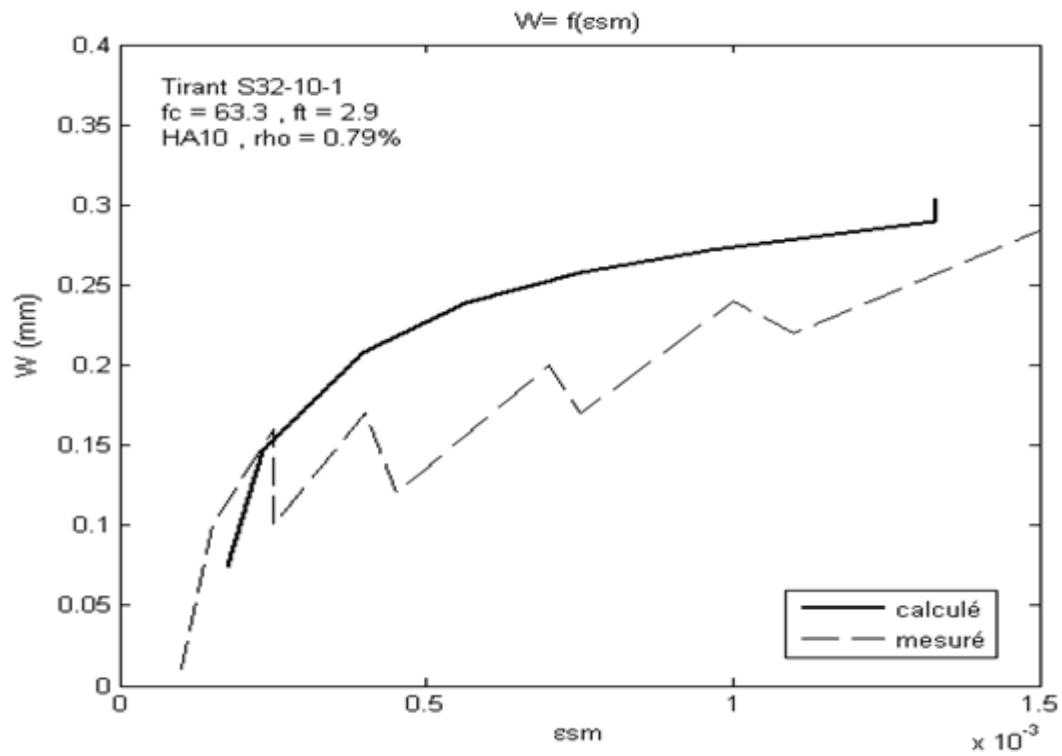


Fig. 4.18: Courbe ($\sigma_{s2} - \varepsilon$) calculée et mesurée pour tirant S22-10-1 [FAR95].

Fig. 4.19: Courbe ($w_m - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant S22-10-1 [FAR95].Fig. 4.20: Courbe ($w_m - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant S32-10-1 en BHP [FAR95].

4.2.3 Comparaison avec les résultats mesurés sur grand tirant par Mivelaz

Une série d'essais a été réalisée par Mivelaz à l'IBAP dans le cadre d'une recherche visant à étudier la fissuration et l'étanchéité des tirants en béton armé, les principaux résultats sont publiés dans sa thèse publiée en 1996 [MIV96] et dans un article publié à l'EPFL de Lausanne sur l'influence du choix du béton et de l'armature sur la fissuration et l'étanchéité [MIV96-1].

Les paramètres d'essais étant la résistance du béton et le pourcentage de l'acier, deux séries d'essais ont été réalisés sur des éléments de grandes dimensions avec deux compositions différentes de béton, la section des tirants était de 1.0 m x 0.42 m, avec une longueur de 5 m.

La première composition du béton, correspondant à un béton ordinaire désigné par les lettres R1 à R5, la deuxième correspond à un BHP désigné par les lettres E3 à E6. Le schéma des tirants d'essai est montré sur la figure 4.21.

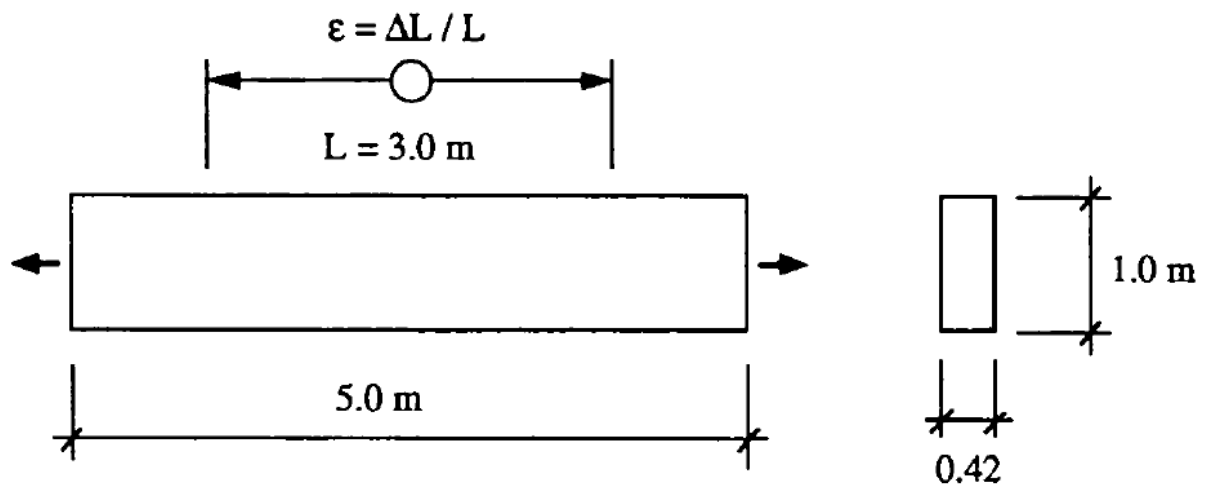


Fig. 4.21: Schéma des essais sur grand tirants de Mivelaz [MIV96]

La comparaison des ouvertures de fissures mesurées calculées par le modèle analytique ainsi que les courbes contraintes déformation dans le cas des deux tirants R2 et R3 sont représentées aux figures 4.22 à 4.25.

Le tirant R2 est en béton ordinaire avec une résistance à la compression $f_c = 41 \text{ MPa}$, la résistance à la traction est $f_{ct} = 1.6 \text{ MPa}$ et le module d'élasticité $E_c = 38.7 \text{ GPa}$. Le tirant est

ferraillé avec 12 barres HA16 réparties en 2 nappes représentant un pourcentage d'armature $\rho = 0.57\%$.

Le tirant R3 a une résistance à la compression $f_c = 44.5$ MPa, la résistance à la traction valait $f_{ct} = 1.9$ MPa et le module d'élasticité $E_c = 38.7$ GPa. Le tirant est ferraillé avec 18 barres HA16 réparties en 3 nappes représentant un pourcentage d'armature $\rho = 0.57\%$.

Le béton du tirant E3 est un BHP de résistance à la compression $f_c = 75.8$ MPa, la résistance à la traction est $f_{ct} = 2.6$ MPa et le module d'élasticité du béton $E_c = 50.5$ GPa. Le ferraillage était avec 18 barres HA16 ($\rho = 0.86\%$), répartie en 3 nappes.

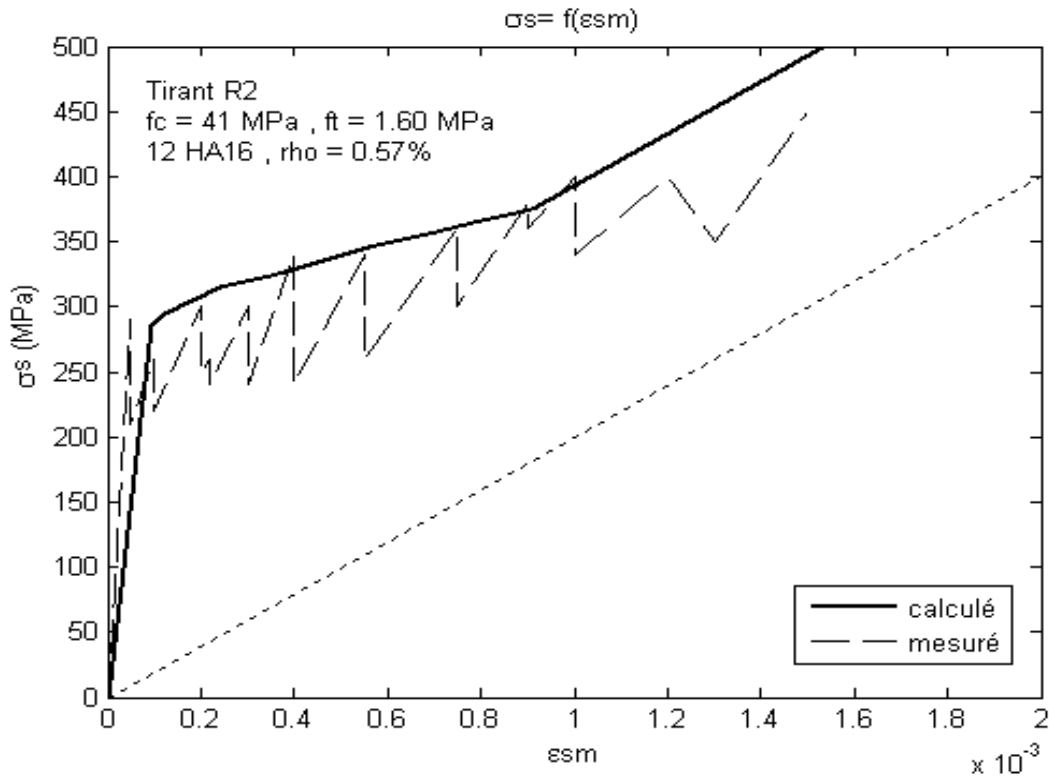
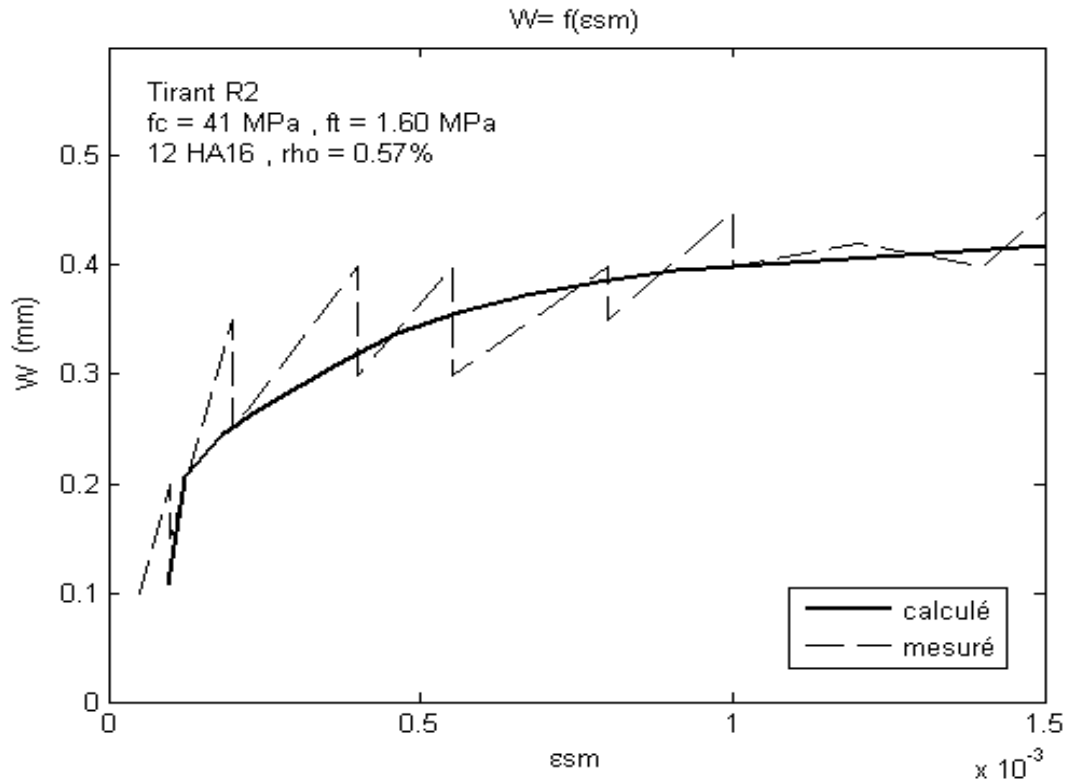
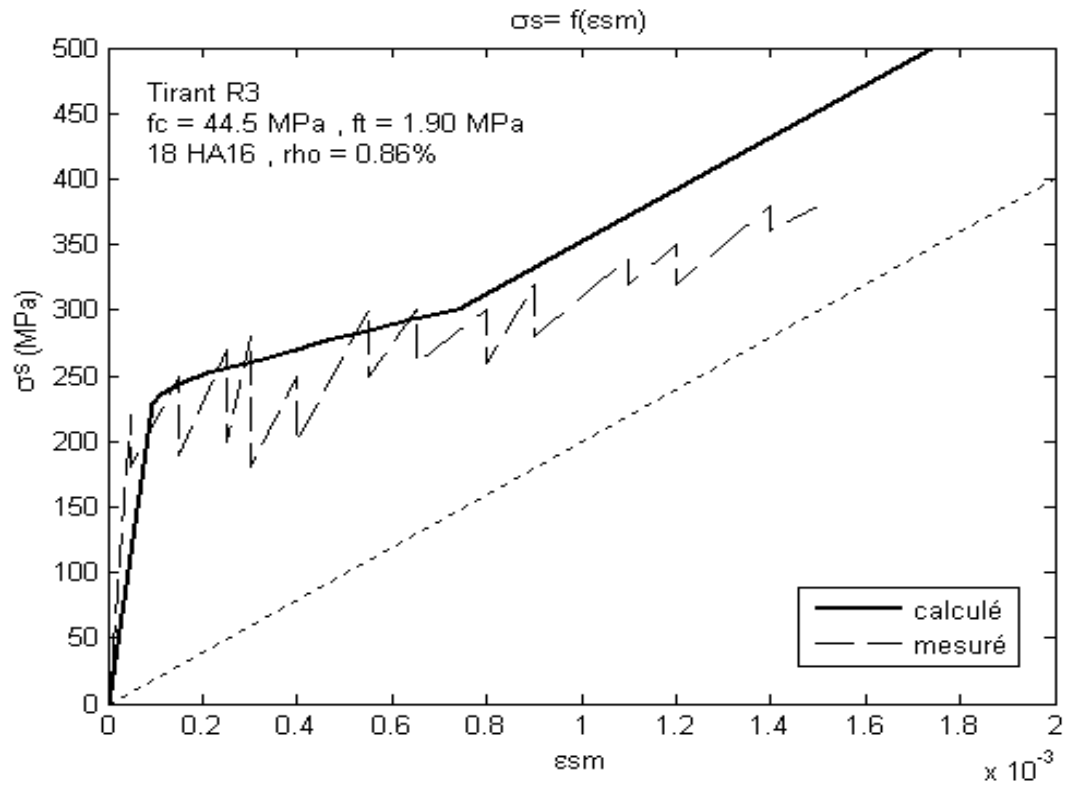
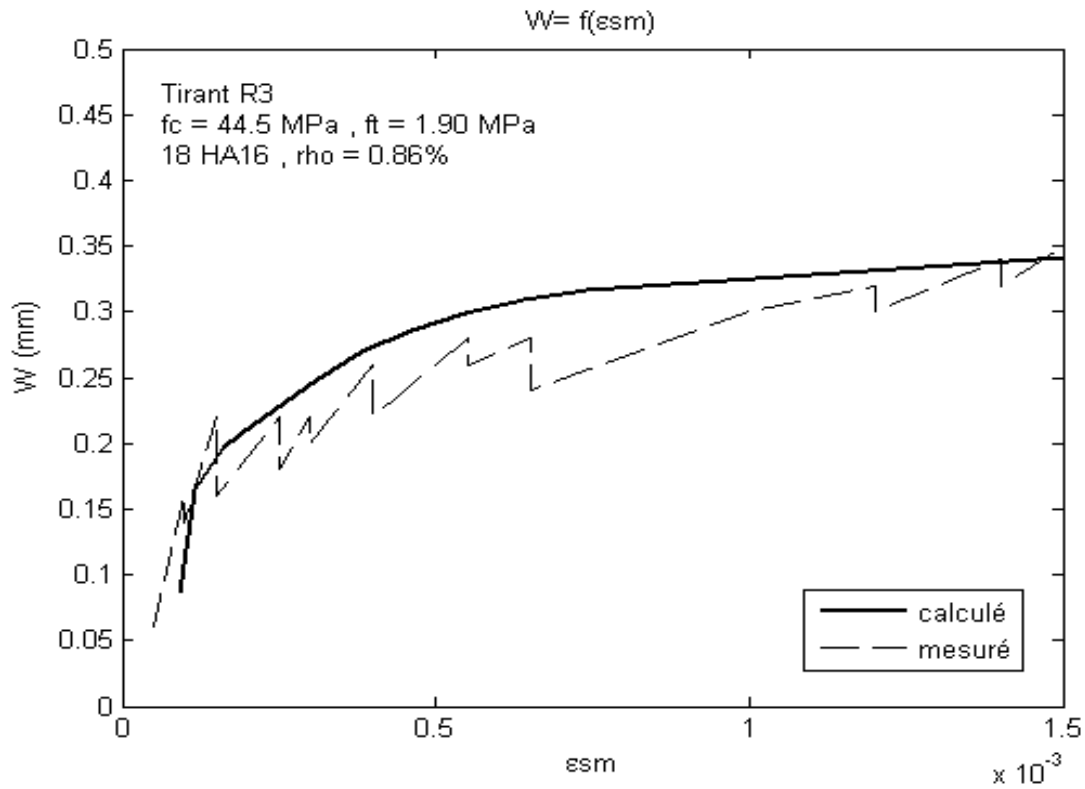
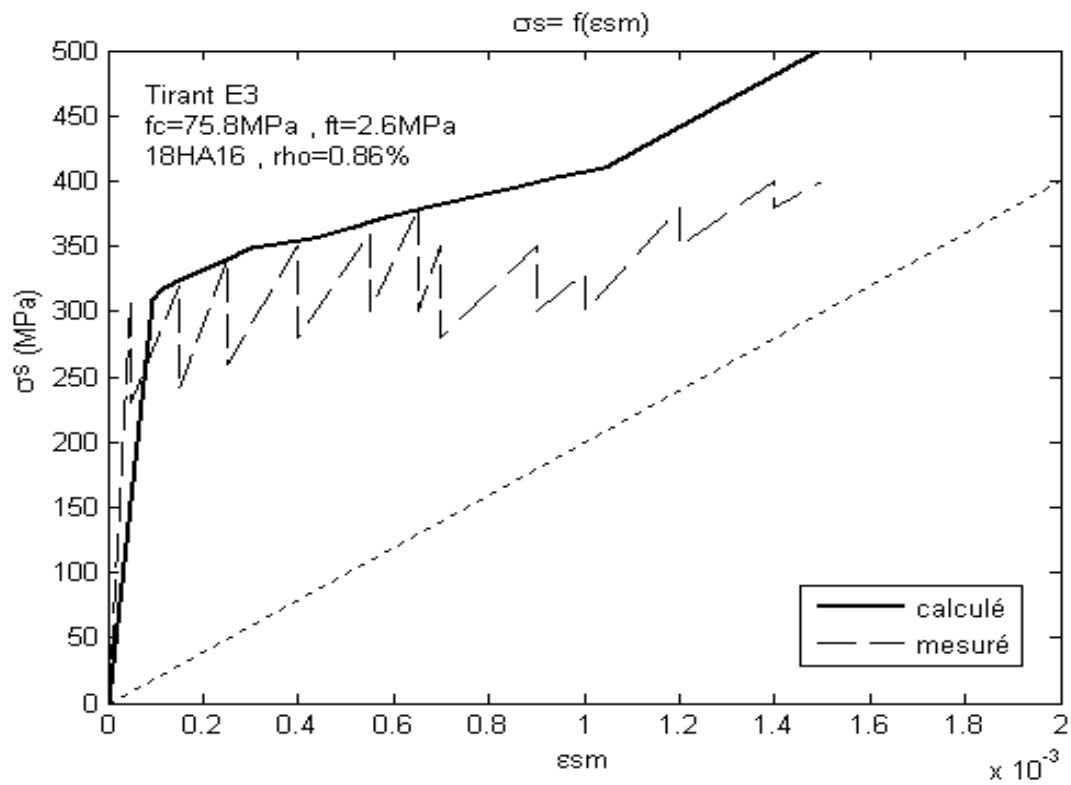


Fig. 4.22: Courbe ($\sigma_{s2} - \varepsilon$) calculée et mesurée pour tirant R2 [MIV96].

Fig. 4.23: Courbe ($w_m - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant R2 [MIV96].Fig. 4.24: Courbe ($\sigma_{s2} - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant R3 [MIV96].

Fig. 4.25: Courbe ($w_m - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant R3 [MIV96].Fig. 4.26: Courbe ($\sigma_{s2} - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant E3 [MIV96].

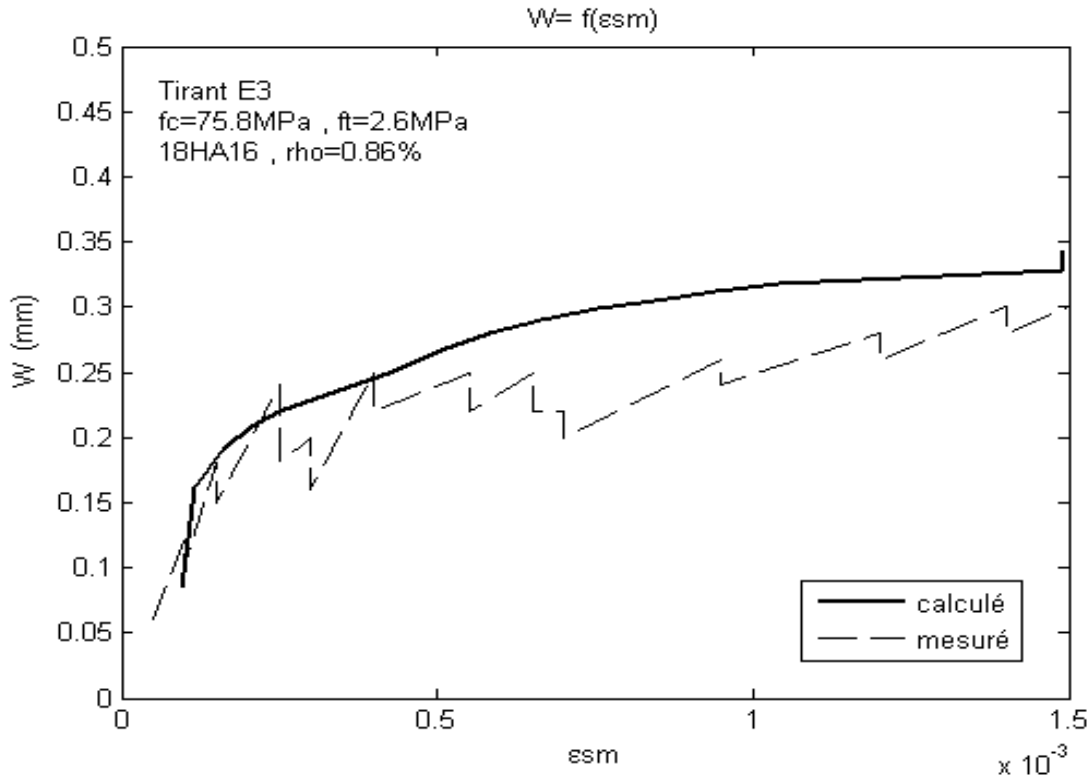


Fig. 4.27: Courbe ($w - \epsilon$) calculée et mesurée pour tirant E3 [MIV96].

4.3 Conclusion

Le modèle est basé sur la loi d'adhérence acier – béton proposé par le CEB – FIP code modèle qui tient compte de la résistance du béton à la compression, les espacements des fissures sont calculés par la relation donnée par l'Eurocode 2 qui tient compte du pourcentage d'acier.

L'étude paramétrique a montré que la résistance du béton et le pourcentage d'acier, ne sont pas les seuls facteurs influençant les ouvertures de fissures, mais aussi le facteur d'adhérence et l'espacement des fissures peuvent influencer les ouvertures de fissures.

La confrontation des résultats du modèle de calcul avec des courbes expérimentales obtenues par des essais au laboratoire par différents auteurs (Farra, Lorrain), est très satisfaisante et montre que le modèle permet de décrire le comportement des tirants en traction, et de prévoir les valeurs des ouvertures de fissures dans toutes les phases. La validité du modèle de calcul proposé a été contrôlée pour des bétons à haute résistance, et des éléments de grandes dimensions par des essais réalisés par Mivelaz.

CONCLUSIONS GENERALES

Les modèles de calcul des ouvertures de fissures utilisés dans les codes et normes, ont pour base des formulations semi empiriques, ne tiennent pas compte des différents paramètres et ne sont valables que dans une seule phase de la fissuration. Les modèles de calculs basés sur la relation d'adhérence – glissement se sont avérés très efficaces pour le calcul des ouvertures de fissures dans toutes les phases de fissuration.

La modélisation de la courbe adhérence – glissement est d'une importance majeure, différents essais ont montré que son allure est sensiblement la même. L'utilisation de la loi d'adhérence de type puissance a permis de modéliser correctement le comportement du béton en traction et de prévoir les ouvertures de fissures. La loi proposée par le comité européen du béton est la loi utilisée pour la modélisation. Pour déterminer l'espacement des fissures nous avons utilisé la loi proposée par l'Eurocode 2, qui parait la plus simple à utiliser.

En effet avec la considération de la première zone de la courbe d'adhérence, en écrivant l'équilibre des forces dans une section en béton armé entre les fissures, nous obtenant une équation différentielle du second ordre gouvernant le glissement. La résolution de cette équation nous a permis d'écrire les expressions du glissement, de la contrainte d'adhérence et des déformations relatives de l'acier. Cette manière de procéder, nous a permis de déterminer la courbe de comportement du tirant en traction et le calcul des ouvertures des fissures dans toutes les phases de fissuration.

Le comportement du tirant en traction, est décrit par trois phases. Pour la première phase le comportement du tirant est considéré comme homogène et non fissuré, et décrit par une loi linéaire. La deuxième phase est la phase de formation des fissures, qui se compose de deux parties, la première où le nombre totale des fissures n'est pas atteinte et la deuxième où la moitié du nombre total est dépassée. La troisième phase se caractérise par la stabilisation des fissures, où aucune nouvelle fissure n'apparaît et l'augmentation de la sollicitation entraîne une augmentation des ouvertures des fissures déjà existantes.

Les confrontations des résultats obtenus par le modèle avec les résultats expérimentaux des différents tirants testés par Farra [FAR95], fournissent des résultats satisfaisants pour la courbe contrainte-déformation et la courbe des ouvertures des fissures.

La comparaison avec les tirants de grandes dimensions réalisées par Mivelaz [MIV96], a montré que le modèle peut être utilisé pour la modélisation du comportement, et la prédiction des ouvertures des fissures des grands tirants.

L'étude paramétrique a montré que la résistance du béton et le pourcentage d'acier, ne sont pas les seuls facteurs influençant les ouvertures de fissures, mais aussi le facteur d'adhérence et l'espacement des fissures peuvent influencer les ouvertures de fissures. Les résultats ont montré que la résistance à la compression du béton influence favorablement en réduisant les ouvertures des fissures mais avec une augmentation du nombre des fissures, et cela à cause de l'augmentation de l'adhérence entre l'acier et le béton qui mène à la réduction de la longueur d'introduction. La relation d'adhérence est d'une importance majeure, une bonne modélisation en prenant en compte l'influence de la résistance du béton, améliorera les résultats des prévisions des ouvertures des fissures.

En résumé, le modèle proposé permet de modéliser le comportement et la prévision des ouvertures de fissures des tirants à différentes échelles, et pour des résistances de béton élevée, à condition de tenir correctement compte de l'influence de la résistance du béton sur la modélisation de la relation d'adhérence.

En perspectives, pour élargir les limites du modèle, et pour une meilleure prévision des ouvertures des fissures, il faut d'abord bien estimer la résistance effective du béton en traction en fonction de la résistance à la compression en prenant en compte le cas des bétons à haute performance. Afin de mieux apprécier les caractéristiques de la relation d'adhérence, il est nécessaire de tenir compte des différents facteurs l'influencent, et tenant compte de la résistance du béton à la compression.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [**ABR13**] Abrams D.A., "Tests of Bond Between concrete and Steel". University of Illinois Bulletin, Vol. XI, N° 15, December 1913.
- [**AML00**] Amleh L., "Bond deterioration of reinforcing steel in concrete due to corrosion". Ph. D. thesis, McGill university, Montreal, Canada, 2000.
- [**BAL93**] Balazs G.L., "Cracking analysis based on slip and bond stresses". ACI Materials journal, vol. 90, N° 4, p. 340-348, July-August 1993.
- [**BEE79**] Beeby A.W., "The prediction of crack width in hardened concrete". The Structural Engineer, vol. 57A, No. 1, January 1979.
- [**BEE08**] Beeby A.W. and Scott R.H., "Cracking and deformation of axially reinforced members subjected to pure tension". Magazine of concrete research. 57 (10). pp.611-621.
- [**BOU98**] Bouafia Y., Fouré B., Kachi M.S., "Relation effort – ouverture des fissures dans le cas du béton armé de fibres d'acier". Edition ESKA, Annales du BTP, N° 2, Avril 1998.
- [**BOU02**] Bouafia Y., Kachi M.S., Fouré B., "Relation contrainte – déformation dans le cas du béton armé de fibres d'acier". Edition ESKA, Annales du BTP, N° 3, Juin 2002.
- [**BRI64**] Brice M.L.P., "Idées générales sur la fissuration du béton armé et du béton précontraint". I.T.B.T.P. N°198, Juin 1964.
- [**BRU91**] Bruggeling A.S.G., "An engineering model for structural concrete". IABSE colloquium, pp 27-36, Stuttgart, 1991.
- [**CAI76**] Cairns J., "The strength of lapped joints in reinforced concrete columns". PhD thesis, University of Glasgow, October 1976.
- [**CEB83**] CEB-Manuel, "fissuration et déformation". Bulletin d'information N° 158 (Français et English, EPF Lausanne, 1983.
- [**CEB84**] Comité Euro-international du béton, "Cracking and deformations". Bulletin d'information N° 158E, 1984.
- [**CEB85**] Comité Euro-international du béton, "Cracking and deformations". Bulletin d'information N° 158, 1985.

- [CEB88]** Comité Euro-international du béton, "CEB–FIP Model Code 1990". Bulletin d'information N° 190A, Juillet 1988.
- [CEB93]** Comité Euro-international du béton, "CEB–FIP Model Code 1990". Final version published by Thomas Telford Ltd., London, 1993.
- [CRE99]** Creazza G. and Russo S., "A new model for predicting crack width with different percentages of reinforcement and concrete strength classes". *Materials and Structures*, vol. 32, pp 520-524, august–September 1999.
- [CRE01]** Creazza G. and Russo S., "Crack width evaluation in FRP reinforced concrete members". *Materials and Structures*, vol. 34, pp 119-125, March 2001.
- [CHA98]** Chaussin R., "Bases de la théorie de la fissuration, fissuration et durabilité du béton". *Revue Française de Génie Civil*, vol. 2, N° 2, 1998.
- [DAO03]** Daoud A. et Lorrain M., "Influence de la position des armatures sur l'adhérence des bétons autoplaçants: interprétation par analyse d'image". *Matériaux et Constructions*, vol. 36, pp 231-237, Mai 2003.
- [ELI83]** Eligehausen R., Popov E.P. and Bertero V.V., "Local bond stress – slip Relationships of deformed bar under generalized excitations". Earthquake Engineering Research Center, Report No. UCB/EERC – 83/23, University of Berkley, October 1983.
- [ESP85]** Espion B., Provost M. et Halleux P., "Rigidité d'une zone tendue de béton armé". *Matériaux de construction*, vol. 18, N° 105, pp 185-191, Mai – Juin 1985.
- [EUR92]** ENV 1992-1-1 (norme NF P 18-711), Eurocode 2, "Calcul des structures en béton", Document d'application nationale, partie 1-1: Règles générales et règles pour les bâtiments, AFNOR, Décembre 1992.
- [EUR99]** ENV 1992-2 (norme NF P 18-720), Eurocode 2, partie 2: "Ponts en béton", DAN, AFNOR, Aout 1999.
- [FAR95]** Farra B., "Influence de la résistance du béton et de son adhérence avec l'armature sur la fissuration". Thèse de Doctorat EPF Lausanne N° 1359, 1995.
- [FAR95-1]** Farra B., "Résultats d'une recherche sur le comportement à la fissuration des structures en BHP". Publication EPF Lausanne, Lausanne, 1995.
- [HIR87]** Hirochi SHIMA, "Micro and Macro Model for Bond in Reinforced Concrete". *Journal of the faculty of engineering*, vol. XXXIX, N° 2, 1987.

- [HAS03]** Aal Hassan A.A., "Bond of reinforcement in concrete with different type of corroded bars". Theses and dissertations. Paper 133, 2003.
- [LAH91]** Lahoud A.E. et Allaire G.J., "Etude expérimentale de l'adhérence béton – armature dans les bétons à hautes performances". Département de génie civil, Université de Sherbrooke, Rapport N° 06-91, 1991.
- [LIM86]** Lim T.Y., Pramasvam P. et Lee S., "Analytical model for tensile behavior of steel fibber concrete". ACI Journal, July – August 1986.
- [LOR98]** Lorrain M., Maurel O., Seffo M., "Cracking behavior of reinforced high-strength concrete tension ties". ACI Structural Journal, vol. 95, N° 5, pp 626-635, September – October 1998.
- [MAR73]** Martin H., "zusammenhang zwischen oberflächenbeschaffenheit, verbund und sprengwirkung von bewehrungsstählen unter kurzzeitbelastung". Deutscher ausschuss für stahlbeton, Heft 228, Berlin, 1973.
- [MAR81]** Martin H. et Noakovsky, "Verbundverhalten von Betonstählen – Untersuchung auf der Grundlage von Ausziehversuchen". Deutscher ausschuss für Stahlbeton, Heft 319, 1981.
- [MIV96]** Mivelaz P., "Étanchéité des structures en béton armé, fuite à travers d'un élément fissuré". Thèse de Doctorat EPF Lausanne N° 1539, 1996.
- [MIV96-1]** Mivelaz P., "Recherche expérimentale sur l'influence des choix du béton et de l'armature sur la fissuration et l'étanchéité". Publication EPF Lausanne, Lausanne, 1996.
- [MAN98]** Mangat P.S., Elgarf M.S., "Bond characteristics of corroding reinforcement in concrete beam". Materials and Structures, vol. 32, pp 89-97, March 1998.
- [RAB69]** Rabich R., "Beitrage zur Berechnung der Formänderun –Gen von Stahl beton bauteilen unter Berücksichtigung der Risbildung". Helft 4, pp 184-187, 1969.
- [RAO76]** Rao P.S., "die denglagen zur brechung der bei statisch unbestimten stahl beton konstruktionen im plastischen breich auftretenden umlagerungen der schnittkraft" , D.A.F.St., Berlin, Heft 177, 1976.
- [ROS76]** Rostasy S.F., Kosh R., Leonard F., "Regarding minimum reinforcement against pressure on exterior walls of reinforced light concrete". Bulletin N° 267, D.A.F.St, Berlin, 1976.
- [RBA83]** Règles BAEL 83, "Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et construction en béton armé suivant la méthode des états- limites", 1983.

- [RBA91]** Règles BAEL 91, "Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états- limites", Cahier du CSTB, Mars 1992.
- [RBA99]** Règles BAEL 91 modifiées 99, "Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et construction en béton armé suivant la méthode des états-limites", Edition Eyrolles 1999.
- [RBP91]** Règles BPEL 91, "Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton précontraint suivant la méthode des états- limites", 1992.
- [RIL78-1]** RILEM, "Essais portant sur l'adhérence des armatures du béton. 1. Essai par traction (Pull-out Test)". Recommandation RILEM/CEB/FIP – RC6, Matériaux et constructions, vol. 6, N° 32, 1978.
- [RIL78-2]** RILEM, "Essais portant sur l'adhérence des armatures du béton. 1. Essai par flexion (Beam Test)". Recommandation RILEM/CEB/FIP – RC5, Matériaux et constructions, vol. 6, N° 32, 1978.
- [SAA04]** Saad M., "Contribution à la modélisation du comportement post-fissuration du béton armé en traction". Thèse de Magister, Université de Tizi-Ouzou, Algérie, 2004.
- [SAA10]** Saad M., Kachi M.S., Bouafia Y., Muller P., Fouré B., "Influence du pourcentage d'acier sur le comportement du béton tendu fissuré – calcul de l'ouverture des fissures par le biais de l'acier fictif". Revue Européenne de Génie Civil, vol. 14, N° 3, pp 303-327, 2010.
- [SAA11]** Saad M., "Influence du pourcentage d'acier sur le comportement post-fissuration du béton armé en traction". Thèse de Doctorat, Université de Tizi-Ouzou, Algérie, 2011.
- [SAL36]** Saliger R., "Acier à haute résistance dans le béton armé". Association Internationale des Ponts et Charpentes, deuxième congrès, Berlin – Munich, 1-11, Octobre 1936.
- [TAS81]** Tassios T.P., "Etudes analytiques sur l'adhérence acier – béton et la fissuration du béton armé sous charges cycliques". Annales de l'I.T.B.T.P., N° 393, série béton 242, 1981.
- [TRI86]** Trinh J., "Comportement de panneaux de béton armé sollicité en traction simple dans son plan". Etude bibliographique pour l'EDF – SEPEN, Rapport du S.E.S du C.E.B.T.P., France, 1986.

- [VAN90] Van der Veen C., "cryogenic bond stress – slip Relationship". Ph. D. thesis, Delft University of Technology, 1990.
- [YAN88] Yankelevsky D.Z., Jabareen M., Abutbul A.D., "One dimensional analysis of tension stiffening in reinforced concrete with discrete cracks". Engineering structures 30, pp 206-207, 1988.

ANNEXE

Détermination des paramètres de calcul

La valeur de τ_1 qui représente la contrainte maximale d'adhérence est déterminée par la formule donnée par le comité européen de béton (CEB-FIP 1988) [CEB88], soit:

$$\tau_1 = 2.5 \sqrt{f_{ck}} \quad \text{béton confiné}$$

$$\tau_1 = 2 \sqrt{f_{ck}} \quad \text{béton non confiné}$$

Où f_{ck} représente la contrainte limite de compression du béton en MPa.

Le calcul de l'espacement moyen des fissures se fait en utilisant la formule simplifiée donnée par l'Eurocode 2 [EUR92].

$$\lambda = 50 + 0.25 k_1 k_2 \frac{\phi}{\rho_{ef}}$$

$$\text{ou: } \lambda = 50 + k_1 k_2 \frac{A_s}{p \rho_{ef}}$$

$k_1 = 0.8$ pour les barres à haute adhérence

$k_1 = 0.8$ pour les barres lisses

$k_2 = 0.5$ pour la flexion simple

$k_2 = 1$ pour la traction simple.

$$\rho_{ef} = \frac{A_s}{A_{c_{ef}}}$$

A_s : section d'acier tendue

$A_{c_{ef}}$: section de béton effectivement tendue

Le calcul de g_1 représentant la valeur du glissement correspondant au pic de l'adhérence, se fait en considérant la formule de l'espacement des fissures donnée par la formule (2.43), et la formule exprimant l'allongement relatif de l'acier au droit de la fissure ε_{sf} en fonction de la longueur d'introduction l_t , formule (3.15).

L'espacement λ des fissures peut être exprimé en fonction de la longueur d'introduction à l'apparition de la première fissure correspondant à σ_{cr} .

L'espacement des fissures s'écrit $\lambda = 1.7 (l_{t1} + l_1)$.

La longueur l_1 étant fonction de l_t ($l_1 = \delta l_{t1}$).

À la première fissure:

$$\varepsilon_{sf} = \varepsilon_{sr} ; l_t = l_{t1} ; l_{t1} = \frac{\lambda}{1.7 (1 + \delta)}$$

On a:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sr} &= \frac{2}{1 - \alpha} \beta_1^{1/(1-\alpha)} l_{t1}^{(1+\alpha)(1-\alpha)} \\ \Rightarrow \varepsilon_{sr} &= \frac{2}{1 - \alpha} \left[\frac{\beta^2 (1 - \alpha)^2}{2 (1 + \alpha)} \right]^{1/(1-\alpha)} l_{t1}^{1+\alpha/1-\alpha} \\ \Rightarrow \varepsilon_{sr} &= \frac{2}{1 - \alpha} \left[\frac{\tau_1 p (1 - \alpha)^2}{2 g_1^\alpha A_s E_s \rho_1 (1 + \alpha)} \right]^{1/(1-\alpha)} l_{t1}^{1+\alpha/1-\alpha} \end{aligned}$$

On fait sortir le g_1 , on aura:

$$g_1^\alpha = \frac{1}{2^\alpha} \frac{1}{(1 - \alpha)^\alpha} \frac{1}{(1 + \alpha)} \frac{l_{t1}^{(1+\alpha)} \tau_1 p}{\varepsilon_{sr}^{(1-\alpha)} A_s E_s \rho_1}$$

On aura finalement g_1 :

$$g_1 = \left[\frac{1}{2^\alpha (1 - \alpha)^\alpha (1 + \alpha)} \frac{l_{t1}^{(1+\alpha)} \tau_1 p}{\varepsilon_{sr}^{(1-\alpha)} A_s E_s \rho_1} \right]^{1/\alpha}$$

Estimation de la résistance du béton en traction

Pour l'estimation de la résistance du béton en traction, nous avons utilisé la formule proposée par le CEB – FIP code modèle [CEB88] qui s'écrit sous la forme:

$$f_t = 1.8 \left(\frac{f_c}{18}\right)^{0.6}$$

Les résultats sont exposés dans le tableau suivant:

Résistance à la compression f_c (MPa)	20	30	40	50	70	90
Résistance à la traction f_t (MPa)	2.2	2.9	3.1	3.3	4	4.7

Tableau A.1: Valeurs de la résistance à la traction du béton

Exemples théorique

Exemple 1

On utilise les bétons BO30, BO50 et BHP70 sur des poutres a petites dimensions de 100 x 100 x 2000 mm, ferrillé avec une seule barre d'armature HA10, HA12, HA14, HA16 et HA20.

Exemple 2

On utilise les bétons BO30, BO50 et BHP70 sur des poutres a petites dimensions de 200 x 200 x 2000 ferrillé avec plusieurs barres HA.

Pour garder certaine symétrie les éléments seront ferrillés avec 4 ou 8 barres de haute adhérence.

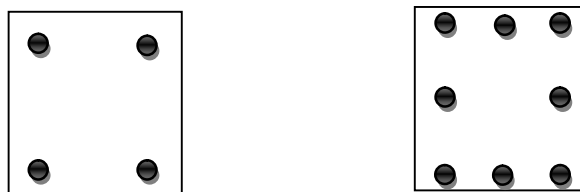


Fig. A.1: Section du tirant de l'exemple 2 (200x200 mm)

Exemple 1:

Tirant 100 x 100 x 2000 mm															
relation d'adhérence CEB ($\tau_1 = (f_c)^{1/2}$, $\alpha = 0.3$)															
béton BO30 ($f_c = 30\text{MPa}$, $f_t = 2.9$, $E_c = 30600$)															
N	barres	As	ρ	p	λ	lt1	γ	τ_1	g1	σ_{cr}	σ_{sr}	w1	$\sigma_{cr\gamma}$	$\sigma_{sr\gamma}$	w γ
	HA10	78.5	0.78	31.5	303	152	6	10.9	0.66	2.9	385	0.15	3.74	497	0.55
	HA12	113	1.13	37.8	261	133	7	10.9	0.48	2.9	272	0.09	3.77	354	0.33
	HA14	154	1.54	44	231	118	8	10.9	0.37	2.9	204	0.06	3.78	266	0.23
	HA16	201	2.01	50.2	209	106	9	10.9	0.28	2.9	160	0.04	3.80	210	0.15
	HA20	314	3.14	62.8	177	98	10	10.9	0.28	2.9	108	0.03	3.81	142	0.10
béton BO50 ($f_c = 50\text{MPa}$, $f_t = 3.3$, $E_c = 35600$)															
N	barres	As	ρ	p	λ	lt	γ	τ_1	g1	σ_{cr}	σ_{sr}	w1	$\sigma_{cr\gamma}$	$\sigma_{sr\gamma}$	w γ
	HA10	78.5	0.78	31.5	303	152	6	14.1	1.13	3.3	435	0.17	4.26	500	1.23
	HA12	113	1.13	37.8	261	133	7	14.1	0.83	3.3	307	0.10	4.29	399	0.37
	HA14	154	1.54	44	231	118	8	14.1	0.63	3.3	230	0.06	4.31	299	0.25
	HA16	201	2.01	50.2	209	106	9	14.1	0.49	3.3	179	0.04	4.33	235	0.17
	HA20	314	3.14	62.8	177	98	10	14.1	0.47	3.3	120	0.03	4.34	158	0.11
béton BHP70 ($f_c = 70\text{MPa}$, $f_t = 4$, $E_c = 39400$)															
N	barres	As	ρ	p	λ	lt	γ	τ_1	g1	σ_{cr}	σ_{sr}	w1	$\sigma_{cr\gamma}$	$\sigma_{sr\gamma}$	w γ
	HA10	78.5	0.78	31.5	303	152	6	16.7	1.26	4	500	0.20	5.16	500	1.54
	HA12	113	1.13	37.8	261	133	7	16.7	0.93	4	370	0.12	5.20	481	0.45
	HA14	154	1.54	44	231	118	8	16.7	0.69	4	275	0.08	5.22	360	0.31
	HA16	201	2.01	50.2	209	106	9	16.7	0.54	4	215	0.05	5.24	282	0.21
	HA20	314	3.14	62.8	177	98	10	16.7	0.52	4	143	0.03	5.26	188	0.13

Tableau A.2: Exemple théorique 1 (Tirant 100x100x2000 mm)

Exemple 2:

Tirant 200 x 200 x 2000 mm

relation d'adhérence CEB ($\tau_1 = (f_c)^{1/2}$, $\alpha=0.3$)

béton BO30 ($f_c=30\text{MPa}$, $f_t=2.9$, $E_c=30600$)

N	barres	As	ρ	p	λ	lt	γ	τ_1	g1	σ_{sr}	w1	σ_{srg}	w γ
	4HA6	113	0.28	75.4	474	267	3	10.9	3.58	-	-	-	-
	4HA8	201	0.50	101	366	213	4	10.9	2.07	-	-	-	-
	8HA6	226	0.56	151	261	133	7	10.9	0.92	-	-	-	-
	4HA10	314	0.79	126	303	152	6	10.9	0.66	385	0.15	498	0.55
	4HA8+ 4HA6	314	0.79	176	231	118	8	10.9	0.68	385	0.11	-	-
	8HA8	402	1.01	201	209	106	9	10.9	0.53	304	0.08	399	0.30
	4HA10+ 4HA6	427	1.07	201	209	106	9	10.9	0.50	287	0.07	377	0.28
	4HA12	452	1.13	151	261	133	7	10.9	0.48	262	0.09	354	0.33
	4HA8+ 4HA10	516	1.29	226	191	106	9	10.9	0.62	240	0.06	315	0.24
	4HA14	616	1.54	176	231	116	8	10.9	0.36	204	0.06	266	0.22
	8HA10	628	1.57	251	177	97	10	10.9	0.49	200	0.05	264	0.18
	4HA16	408	2.01	201	209	106	9	10.9	0.52	300	0.08	393	0.29
	4HA14+ 4HA8	817	2.04	276	165	89	11	10.9	0.37	158	0.03	208	0.13
	4HA14+ 4HA12	1068	2.67	327	147	76	13	10.9	0.27	124	0.02	164	0.09
	8HA14	1232	3.08	352	140	76	13	10.9	0.31	110	0.02	142	0.08
	4HA16+ 4HA12	1256	3.14	352	140	76	13	10.9	0.30	108	0.02	143	0.08
	8HA16	1608	4.02	402	129	71	14	10.9	0.29	88	0.01	116	0.06
	4HA20+ 4HA14	1872	4.68	427	124	66	15	10.9	0.24	78	0.01	103	0.05
	4HA20+ 4HA16	2060	5.15	452	120	63	16	10.9	0.21	72	0.01	94	0.04

Tableau A.3: Exemple théorique 2 (Tirant 200x200x2000 mm, Béton BHP30)

Tirant 200 x 200 x 2000 mm relation d'adhérence CEB ($\tau_1 = (f_c)^{1/2}$, $\alpha=0.3$) béton BO50 ($f_c=50\text{MPa}$, $f_t=3.3$, $E_c=35600$)													
N	barres	As	ρ	p	λ	lt	γ	τ_1	gl	σ_{sr}	wl	σ_{sry}	w γ
	4HA6	113	0.283	75.4	474	267	3	14.1	6.19	-	-	-	-
	4HA8	201	0.503	101	366	213	4	14.1	3.57	-	-	-	-
	8HA6	226	0.565	151	261	133	7	14.1	1.59	-	-	-	-
	4HA10	314	0.785	126	303	152	6	14.1	1.13	435	0.16	-	-
	4HA8+ 4HA6	314	0.785	176	231	118	8	14.1	1.16	435	0.13	-	-
	8HA8	402	1.01	201	209	106	9	14.1	0.91	343	0.09	450	0.34
	4HA10+ 4HA6	427	1.07	201	209	106	9	14.1	0.86	324	0.08	425	0.32
	4HA12	452	1.13	151	261	133	7	14.1	0.83	307	0.10	399	0.37
	4HA8+ 4HA10	516	1.29	226	191	106	9	14.1	1.07	271	0.07	355	0.27
	4HA14	616	1.54	176	231	116	8	14.1	0.62	229	0.06	299	0.29
	8HA10	628	1.57	251	177	97	10	14.1	0.84	255	0.05	296	0.20
	4HA16	408	2.01	201	209	106	9	14.1	0.90	338	0.09	444	0.33
	4HA14+ 4HA8	817	2.04	276	165	89	11	14.1	0.63	176	0.04	233	0.14
	4HA14+ 4HA12	1068	2.67	327	147	76	13	14.1	0.46	138	0.03	183	0.10
	8HA14	1232	3.08	352	140	76	13	14.1	0.52	122	0.02	162	0.09
	4HA16+ 4HA12	1256	3.14	352	140	76	13	14.1	0.51	120	0.02	159	0.08
	8HA16	1608	4.02	402	129	71	14	14.1	0.49	97	0.01	128	0.07
	4HA20+ 4HA14	1872	4.68	427	124	66	15	14.1	0.41	85	0.01	113	0.05
	4HA20+ 4HA16	2060	5.15	452	120	63	16	14.1	0.36	79	0.01	105	0.04

Tableau A.4: Exemple théorique 2 (Tirant 200x200x2000 mm, Béton BO50)

Tirant 200 x 200 x 2000 mm relation d'adhérence CEB ($\tau_1 = (f_c)^{1/2}$, $\alpha=0.3$) béton BHP70 ($f_c=70\text{MPa}$, $f_t=4$, $E_c=39600$)													
N	barres	As	ρ	p	λ	lt	γ	τ_1	gl	σ_{sr}	wl	$\sigma_{sr}\gamma$	w γ
	4HA6	113	0.28	75.4	474	267	3	16.7	6.91	-	-	-	-
	4HA8	201	0.50	101	366	213	4	16.7	3.98	-	-	-	-
	8HA6	226	0.56	151	261	133	7	16.7	1.77	-	-	-	-
	4HA10	314	0.79	126	303	152	6	16.7	1.26	-	-	-	-
	4HA8+ 4HA6	314	0.79	176	231	118	8	16.7	1.29	-	-	-	-
	8HA8	402	1.01	201	209	106	9	16.7	1.01	414	0.11	-	-
	4HA10+ 4HA6	427	1.07	201	209	106	9	16.7	0.96	390	0.10	-	-
	4HA12	452	1.13	151	261	133	7	16.7	0.92	370	0.12	481	0.45
	4HA8+ 4HA10	516	1.29	226	191	106	9	16.7	1.19	326	0.08	427	0.32
	4HA14	616	1.54	176	231	116	8	16.7	0.69	275	0.08	360	0.31
	8HA10	628	1.57	251	177	97	10	16.7	0.93	270	0.06	356	0.25
	4HA16	408	2.01	201	209	106	9	16.7	1.00	408	0.11	-	-
	4HA14+ 4HA8	817	2.04	276	165	89	11	16.7	0.70	212	0.04	279	0.17
	4HA14+ 4HA12	1068	2.67	327	147	76	13	16.7	0.50	166	0.03	219	0.12
	8HA14	1232	3.08	352	140	76	13	16.7	0.57	146	0.02	193	0.10
	4HA16+ 4HA12	1256	3.14	352	140	76	13	16.7	0.57	143	0.02	159	0.10
	8HA16	1608	4.02	402	129	71	14	16.7	0.54	115	0.02	153	0.08
	4HA20+ 4HA14	1872	4.68	427	124	66	15	16.7	0.45	101	0.01	134	0.06
	4HA20+ 4HA16	2060	5.15	452	120	63	16	16.7	0.39	93	0.01	124	0.05

Tableau A.5: Exemple théorique 2 (Tirant 200x200x2000 mm, Béton BHP70)

Résumé :

Le problème de la contribution du béton tendu entre les fissures dans un tirant en béton armé a fait l'objet de nombreuses études depuis longtemps ; elles font appel à deux types d'approches, l'intégration de l'équation différentielle qui exprime les conditions d'équilibre et de compatibilité des déformations d'un tronçon de tirant, et la solution obtenue à partir d'une hypothèse globale de distribution de l'adhérence le long du tirant.

Ce travail présente un modèle de comportement et de prévision des ouvertures de fissures des tirants en béton armé, en utilisant une loi de comportement fictive de l'acier en tenant compte implicitement du béton tendu sous la forme d'un terme correctif de l'acier seul. Le modèle est basé sur la relation d'adhérence – glissement et une relation de calcul des espacements de fissures. Une confrontation à des résultats expérimentaux et une étude paramétrique sont effectués. Une autre partie est de passer du tirant en traction simple à la poutre en flexion.

Mots clés : Béton armé, Adhérence, Acier fictif, « Tension Stiffening », Fissuration.

Abstract:

The problem of the contribution of the concrete in tension between cracks in a reinforced concrete tie has been widely studied for a long time; two types of approaches are used: the integration of the differential equation that expresses the equilibrium conditions and the deformations compatibility of a portion of the tie, and the solution obtained from a global hypothesis of the distribution of adherence along the tie.

This paper presents a model for predicting the behavior and the crack opening of a reinforced concrete tie, using the fictitious constitutive law of steel that takes into account implicitly the tensioned concrete as a corrective term for the bare steel. The model is based on a bond – slip and crack spacing relationships. A confrontation with experimental results and a parametric study are performed. Another part is to move from the tie in tension to the beam in flexion.

Key words: Reinforced concrete, adherence, fictive steel, « tension stiffening », cracking.

المخلص

إن دراسة مشكلة مساهمة الخرسانة المتوترة بين الشقوق قد درست على نطاق واسع و لفترة طويلة. و يتم فيها استخدام نوعين من المناهج. تكامل المعادلة التفاضلية التي تعبر عن ظروف التوازن و التوافق بين التشوهات في جزء من عنصر الخرسانة المسلحة. و حل ثاني يتم الحصول عليه من فرضية عامة لتوزيع الالتصاق على طول العنصر.

تعرض هذه الورقة نمودجا لتوقع سلوك و فتحات التشقق لعناصر من الخرسانة المسلحة. و ذلك باستخدام قانون تأسيسي وهي لقضبان التسليح الذي يأخذ بعين الاعتبار ضمنا مساهمة الخرسانة المتوترة.

النمودج يقوم على أساس علاقة قانون التماسك و علاقة لتباعد التشققات. و يتم أيضا إجراء مقارنة مع النتائج التجريبية و دراسة بارامترية. جزء آخر يتم فيه الانتقال من عناصر في حالة جذب إلى عارضة في حالة انثناء.