



## Sur l'équivalence entre la théorie de risque et la théorie de files d'attente

Atik Touazi, Zina Benouaret, Djamil Aissani, Smail Adjabi

► To cite this version:

Atik Touazi, Zina Benouaret, Djamil Aissani, Smail Adjabi. Sur l'équivalence entre la théorie de risque et la théorie de files d'attente. QUALITA' 2015, Mar 2015, Nancy, France. <hal-01149779>

HAL Id: hal-01149779

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01149779>

Submitted on 7 May 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Sur l'équivalence entre la théorie de risque et la théorie de files d'attente.

Atik TOUAZI, Zina BENOURET, Djamil AISSANI et Smail ADJABI

Unité de recherche LAMOS, Université de Bejaia, Algérie

Email: [touazi\\_atik@hotmail.fr](mailto:touazi_atik@hotmail.fr)

Tel/Fax: 213 34 21 51 88

<http://www.lamos.org>

*Abstract*—Dans ce travail, nous nous intéressons à l'étude de l'interaction qui existe entre la théorie des files d'attente et la théorie de risque. En particulier, nous détaillons la dualité qui existe entre le système de files d'attente M/M/1 et le modèle de risque classique. Par la suite, nous développons une approche de simulation pour calculer la probabilité de ruine dans un modèle de risque et le temps d'attente dans un système de files d'attente afin d'illustrer numériquement cette dualité.





# Sur l'équivalence entre la théorie de risque et la théorie de files d'attente

Atik Touazi, Zina Benouaret, Djamil Aissani, Smail Adjabi

► **To cite this version:**

Atik Touazi, Zina Benouaret, Djamil Aissani, Smail Adjabi. Sur l'équivalence entre la théorie de risque et la théorie de files d'attente. QUALITA' 2015, Mar 2015, Nancy, France. <hal-01149779>

**HAL Id: hal-01149779**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01149779>**

Submitted on 7 May 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Sur l'équivalence entre la théorie de risque et la théorie de files d'attente.

Atik TOUAZI, Zina BENOURET, Djamil AISSANI et Smail ADJABI  
Unité de recherche LaMOS, Université de Bejaia, Algérie  
Email: [touazi\\_atik@hotmail.fr](mailto:touazi_atik@hotmail.fr)  
Tel/Fax: 213 34 21 51 88  
<http://www.lamos.org>

**Abstract**—Dans ce travail, nous nous intéressons à l'étude de l'interaction qui existe entre la théorie des files d'attente et la théorie de risque. En particulier, nous détaillons la dualité qui existe entre le système de files d'attente M/M/1 et le modèle de risque classique. Par la suite, nous développons une approche de simulation pour calculer la probabilité de ruine dans un modèle de risque et le temps d'attente dans un système de files d'attente afin d'illustrer numériquement cette dualité.

## I. INTRODUCTION:

Depuis les travaux classiques de F. Lundberg et H. Cramér, plusieurs chercheurs ont fixé leur attention sur l'évaluation des probabilités de ruine. Un ouvrage très intéressant de J. Grandell (1991) est totalement consacré aux méthodes de calcul et d'approximation des probabilités de ruine. Nous citons aussi le livre de S. Asmussen(2010) qui constitue un tout nécessaire sur la théorie du risque et une synthèse brillante sur les résultats liés aux probabilités de ruine.

Une forte interaction existe entre la théorie de risque et celle des files d'attente mais sa contribution dans chaque théorie n'est pas suffisamment claire. Ce parallélisme entre les deux théories, observé par Prabhu en 1961, n'est pas réellement étudié et utilisé. (cf. [3])

Dans l'article de Jacques Janssen "On the interaction between risk and queueing theories" en 1982, on trouve des relations précises sur les contributions et les restrictions de cette interaction avec des exemples sur des équivalences entre des modèles de risque et des systèmes de files d'attente. En résumé, pour le comportement asymptotique, le passage de la théorie des files d'attente vers la théorie de risque est le chemin le plus intéressant afin d'obtenir quelques formules explicites de la probabilité de ruine. Dans le cas transitoire, on peut déduire des résultats sur la distribution du temps d'attente à partir des résultats connus dans la théorie de risque.

L'objectif de ce travail consistera à réaliser une étude détaillée d'une équivalence à savoir celle entre le système de files d'attente M/M/1 et le modèle de risque classique avec des montants de réclamations distribués exponentiellement. Par la suite, nous illustrons numériquement cette dualité par une approche de simulation.

## II. DESCRIPTION D'UN SYSTÈME DE FILES D'ATTENTE ET D'UN MODÈLE DE RISQUE:

### A. Description du modèle de risque:

Nous avons les interprétations suivantes pour les modèles de risque.

- $\{A_n, n \geq 1\}$  est le processus des inter-arrivées des réclamations.
- $\{B_n, n \geq 1\}$  est le processus des montants successifs des réclamations.
- Nous supposons que les revenus de la compagnie d'assurance ont un taux constant  $c$  ( $c > 0$ ).

Associés au modèle de risque considéré les processus stochastiques suivants:

$$\begin{aligned} &\{R_n, n \geq 1\}, \text{ avec } R_n = B_n - cA_n, \quad n \geq 1; \\ &\{S_n, n \geq 0\}, \text{ avec } S_n = \sum_{k=1}^n R_k, \quad n \geq 0, \quad S_0 = 0; \\ &\{T_n, n \geq 0\}, \text{ avec } T_n = \sum_{i=1}^n A_i, \quad n \geq 0, \quad T_0 = 0; \\ &\{M_n, n \geq 0\}, \text{ avec } M_n = \sup\{S_0, S_1, \dots, S_n\}. \end{aligned}$$

En utilisant les processus suivant:

- $\{N(t), t \geq 0\}$  où  $N(t)$  est le nombre total de réclamations dans l'intervalle  $[0, t]$ .
- $\{Z(t), t \geq 0\}$  avec  $Z(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} Z_i$  représente le montant cumulé des réclamations.
- $\{Z_i\}_{i \in \mathbb{N}^*}$  est une suite de variable aléatoire indépendante et identiquement distribuées où  $Z_i$  est le montant du  $i^{\text{ème}}$  sinistre.
- $\{X(t), t > 0\}$  où  $X(t)$  représente la fortune de la compagnie d'assurance à l'instant  $t$ ,

le processus de réserve est défini comme suit:

$$X(t) = u + ct - Z(t). \quad (1)$$

On considère les deux types de probabilités de non-ruine; en temps fini et en temps infini:

$$\Phi(u, t) = P(X(t') \geq 0, t' \in [0, t] / X(0) = u); t > 0, u > 0, \quad (2)$$

et

$$\Phi(u) = P(X(t') \geq 0, t' \geq 0 / X(0) = u); u > 0. \quad (3)$$

### B. Description du système de files d'attente GI/G/1:

En utilisant les même notations, Ce modèle peut être entièrement décrit par deux processus de renouvellement définis sur l'espace probabilisé  $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ :

- $\{A_n, n \geq 1\}$  est le processus des inter-arrivées, caractérisé par la fonction de distribution  $A(\cdot)$  avec  $\{A(0) < 1\}$
- $\{B_n, n \geq 1\}$  est le processus des durées de service, caractérisé par la fonction de distribution  $B(\cdot)$  avec  $\{B(0) < 1\}$

Soit  $\{N(t), t \geq 0\}$  le processus de comptage relatif au processus  $\{A_n\}_n$ . Nous associons pour chaque modèle de files d'attente les processus stochastiques suivants:

- 1) Le processus  $\{W_n, n \geq 0\}$  où  $W_n$  est le temps d'attente du  $n^{\text{ème}}$  client, qui est le temps d'attente dans le système avant le début de son service.
- 2) Le processus  $\{W(t), t \geq 0\}$  où  $W(t)$  est le temps d'attente du dernier client entré dans le système avant ou à l'instant  $t$ , alors:  $W(t) = W_{N(t)}$ .
- 3) Le processus  $\{\eta(t), t \geq 0\}$  où  $\eta(t)$  est le temps d'attente virtuel à l'instant  $t$ , i.e. le temps d'attente qu'un client souhaite attendre s'il arrive à l'instant  $t$ . Autrement dit,  $W(t)$  est appelé le temps d'attente actuel à l'instant  $t$  et  $W_n$  le temps d'attente actuel du  $n^{\text{ème}}$  client. Si

$$T_0 = 0, T_n = \sum_{i=1}^n A_i, n \geq 1, \quad (4)$$

nous avons les relations suivantes entre les trois types de temps d'attente,

$$\begin{aligned} W_n &= \eta(T_n - 0), \\ W_t &= \eta(T_{N(t)} - 0), \\ \eta(t) &= \sup\{0, W_{N(t)} + B_{N(t)} - (t - T_{N(t)})\}. \end{aligned}$$

### III. DUALITÉ ENTRE LA THÉORIE DE RISQUE ET LA THÉORIE DE FILES D'ATTENTE:

Le problème fondamental est de montrer l'équivalence entre un modèle de risque et un système d'attente, d'un point de vue probabiliste.

De la dualité, nous avons donc les résultats suivants: (cf. [3])

$$P(W_n \leq x) = P(M_n \leq x), \quad (5)$$

et

$$P(W_{N(t)} \leq x) = P(M_{N(t)} \leq x). \quad (6)$$

Le second membre de l'équation (5) est la probabilité de non-ruine après la  $n^{\text{ème}}$  réclamation, notée  $\Phi_n(x)$  et le second membre de l'équation (6) est la probabilité de non-ruine sur  $[0, t]$ .

On obtient

$$P(W_n \leq x) = \Phi_n(x), \quad (7)$$

$$P(W_{N(t)} \leq x) = \Phi(x, t). \quad (8)$$

#### Conséquences sur le comportement asymptotique

De la relation (8), nous avons

$$\Phi(x, t) = P(W_{N(t)} \leq x), \quad (9)$$

et

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(x, t) = \lim_{t \rightarrow \infty} P(W_{N(t)} \leq x). \quad (10)$$

De plus, on a

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(W_{N(t)} \leq x) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(W_n \leq x). \quad (11)$$

On obtient la relation suivante:

$$\Phi(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(W_n \leq x). \quad (12)$$

Afin d'exploiter la relation (12) donnée ci-dessus, nous détaillons dans la suite de cette section la probabilité de non ruine du modèle de risque classique avec des montants de réclamations exponentielles et la distribution du temps d'attente du système M/M/1.

#### A. Modèle de risque classique:

##### Formule explicite de la probabilité de ruine

Considérons le processus de réserve  $\{X(t), t \geq 0\}$  défini par la relation (1) ainsi que la probabilité de non-ruine  $\Phi(u)$  définie par la relation (3).

Soit  $\rho$  le chargement de sécurité relatif donné comme suit:

$$\rho = \frac{c - \lambda\mu}{\lambda\mu} > 0. \quad (13)$$

*Théorème 1:* (Equation intégrô-différentielle)(cf. [5])

Pour tout  $u \geq 0$ ,

$$\phi'_d(u) = \frac{\lambda}{c}(\phi(u) - \int_0^u \phi(u-y) dF_z(y)). \quad (14)$$

*Proposition 2:* (Equation intégrale)

Pour tout  $u \geq 0$ ,

$$\phi(u) = \phi(0) + \frac{\lambda}{c}(\phi(u) - \int_0^u \phi(u-y)(1 - F_z(y))dy). \quad (15)$$

*Proposition 3:*

$$\phi(+\infty) = \lim_{u \rightarrow +\infty} \phi(u) = 1. \quad (16)$$

En passant à la limite dans l'équation (15), on obtient

$$\phi(0) = 1 - \frac{\lambda\mu}{c},$$

ce qui constitue un résultat très robuste qui ne dépend de  $F_z$  que par la moyenne  $\mu$  de  $Z$ .

Dans le cas où  $Z \hookrightarrow \text{Exp}(1/\mu)$  d'après l'équation intégrô-différentielle (14), pour tout  $u \geq 0$ ,

$$\phi'(u) = \frac{\lambda}{c}(\phi(u) - \int_0^u \phi(y)e^{-\frac{(u-y)}{\mu}} dy). \quad (17)$$

En dérivant par rapport à  $u$ , on obtient:

$$\phi''(u) = \frac{\lambda}{c}\phi'(u) - \frac{\lambda(-1)}{c\mu} \int_0^u \phi(y)e^{-\frac{(u-y)}{\mu}} dy - \frac{\lambda}{c\mu}\phi(u). \quad (18)$$

D'après l'équation (14), le second terme de droite dans (18) s'écrit comme suit:

$$-\frac{\lambda}{c} \frac{(-1)}{\mu} \int_0^u \phi(y) e^{-\frac{(u-y)}{\mu}} dy = \frac{1}{\mu} (\frac{\lambda}{c} \phi(u) - \phi'(u)).$$

L'équation (18) se simplifie donc en

$$\phi''(u) = \frac{\lambda}{c} \phi'(u) + \frac{(1)}{\mu} (\frac{\lambda}{c} \phi(u) - \phi'(u)) - \frac{\lambda}{c\mu} \phi(u).$$

et donc

$$\phi''(u) = (\frac{\lambda}{c} - \frac{1}{\mu}) \phi'(u)$$

Soit

$$R = \frac{\lambda}{c} - \frac{1}{\mu} = \frac{\rho}{\mu(1+\rho)}.$$

En intégrant deux fois, on obtient

$$\phi(u) = C_1 + C_2 e^{-Ru}.$$

Or  $C_1 = \phi(+\infty) = 1$  et  $\phi(0) = C_1 + C_2 = 1 + \frac{1}{1+\rho}$ .

D'où pour  $u \geq 0$ , la formule de la fonction de non-ruine s'écrit:

$$\phi(u) = 1 - \frac{1}{1+\rho} e^{-Ru} = 1 - \frac{1}{1+\rho} e^{-(\frac{\lambda}{c} - \frac{1}{\mu})u}. \quad (19)$$

En remplaçant  $\rho$  par  $\frac{c-\lambda\mu}{\lambda\mu}$  et En posant  $c = 1$ , nous avons:

$$\phi(u) = 1 - \frac{\lambda}{\mu} e^{-\mu(1-\frac{\lambda}{\mu})t}, \quad (20)$$

#### B. Le système M/M/1:

##### La distribution du temps d'attente $W_n$

Le temps d'attente d'un client qui entre dans le système et trouve  $K$  clients devant lui est égale à la durée de service de ces  $K$  clients. Dans le système M/M/1, la distribution conditionnelle de temps d'attente  $W_n$  est la loi gamma  $\gamma(K, \mu)$ . (cf. [8])

Soit  $D_k$ : " l'événement: le client trouve à son arrivée  $k$  personnes dans le système".

On a alors :

$$P(0 < W_n < t/D_K) = \int_0^t \frac{\mu(\mu u)^{K-1}}{(K-1)!} e^{-\mu u} du.$$

Comme le régime stationnaire du système d'attente M/M/1 est gouverné par la loi géométrique de paramètre  $(1 - \frac{\lambda}{\mu})$ , on aura alors:

$$P(D_K) = \rho^K (1 - \rho).$$

$$P(W_n \leq t) = \sum_{K=1}^{\infty} P(0 < W_n < t/D_K) P(D_K)$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^t \frac{\mu(\mu u)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\mu u} (\frac{\lambda}{\mu})^k (1 - \frac{\lambda}{\mu}) du$$

$$\begin{aligned} &= \mu(1 - \frac{\lambda}{\mu}) \frac{\lambda}{\mu} \int_0^t \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\mu u \frac{\lambda}{\mu})^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\mu u} du \\ &= \mu(1 - \frac{\lambda}{\mu}) \frac{\lambda}{\mu} \int_0^t e^{-\mu u (1 - \frac{\lambda}{\mu})} du. \end{aligned}$$

D'où,

$$P(W_n \leq t) = \frac{\lambda}{\mu} [1 - e^{-\mu t (1 - \frac{\lambda}{\mu})}] \quad t > 0 \quad \frac{\lambda}{\mu} > 1.$$

avec

$$P(W_n = 0) = P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}.$$

Alors, la distribution du temps d'attente ( $W_n$ ) s'écrit:

$$P(W_n \leq t) = 1 - \frac{\lambda}{\mu} e^{-\mu(1-\frac{\lambda}{\mu})t}. \quad (21)$$

qui représente exactement la probabilité de non ruine donnée par la relation (20).

#### IV. SIMULATION DE LA PROBABILITÉ DE RUINE ET DE LA DISTRIBUTION DU TEMPS D'ATTENTE:

Afin de réaliser une illustration numérique de l'interaction entre la théorie de la ruine et la théorie de file d'attente, nous avons choisi la dualité qui existe entre le système d'attente M/M/1 et le modèle de risque classique avec des montants de réclamation distribués exponentiellement.

##### A. Simulation du système de file d'attente M/M/1:

Dans ce système, nous nous intéressons à la simulation de la trajectoire du temps d'attente virtuel et de la valeur de la distribution du temps d'attente en un point.

##### Les étapes de la simulation du système M/M/1

- 1) Vérifier la condition de stabilité du système.
- 2) Vérifier si le temps de simulation est atteint. Sinon générer l'instant d'arrivée d'un client ainsi que sa durée de service.
- 3) Calculer le temps d'attente du client actuel dans la file et puis le temps d'attente virtuel.
- 4) Tracer la trajectoire du temps d'attente virtuel du client actuel.

##### Simulation de la valeur de la distribution du temps d'attente en un point $u$

Afin de calculer la valeur de la distribution du temps d'attente en un point  $u$  ( $u \geq 0$ ), nous utilisons le principe de la fonction de répartition empirique selon les deux étapes suivantes: (Cf. [10])

- 1) Générer un échantillon de taille 100 du temps d'attente du dernier client dans la file.
- 2) Déterminer la proportion des observations qui sont inférieure à  $u$ .

*Example 1:* Dans cet exemple, nous allons donner les valeurs suivantes aux paramètres de la procédure qui simule le système M/M/1:

$\lambda = 10$ : le taux d'arrivée des clients dans le système;  
 $\mu = 12$ : le taux de service;  
 $fin = 8$ : la durée de simulation.

En utilisant le logiciel MATLAB 7.4 (R2007a), nous avons obtenu la trajectoire du temps d'attente virtuel présentée dans la figure 1:

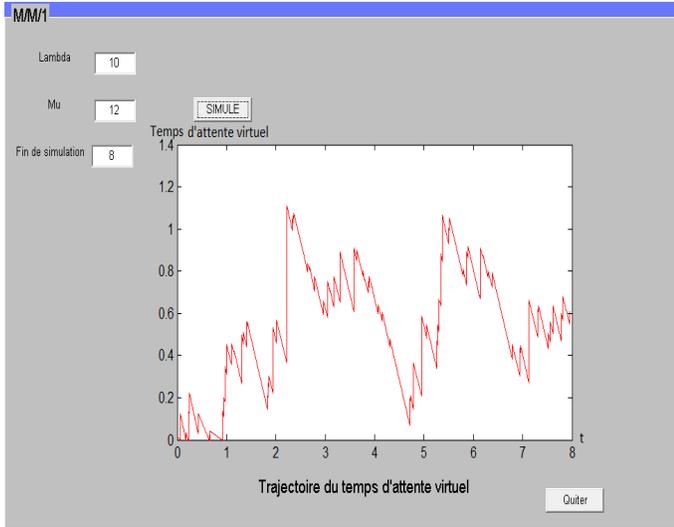


Fig. 1. Interface sous MATLAB de la simulation du système M/M/1

**B. Simulation du modèle de risque classique:**

Le modèle de risque considéré est le modèle de risque Poisson composé (classique) avec des montants de réclamations de distribution exponentielle.

**Simulation du processus de la réserve**

Les étapes de simulation de ce modèle sont :

- Générer les inter-arrivées des sinistres et leurs montants.
- Calculer la valeur de la réserve à chaque instant d'arrivée d'un sinistre.
- Tracer la trajectoire du processus de la réserve.

**Simulation de la probabilité de ruine**

Pour calculer la probabilité de ruine, nous allons utiliser la méthode de Monté Carlo (50 \* 100 simulation) qui est décrite comme suit:

- Évaluer la réserve à chaque réclamation.
- Déterminer la proportion des réserves qui deviennent négatives dans l'intervalle [0, t].

*Exemple 2:* Nous allons donner les valeurs suivantes aux paramètres de la procédure qui simule le modèle de risque considéré:

$\lambda = 10$ : le taux d'arrivée des sinistres;  
 $\frac{1}{\mu} = 170$ : le montant moyen de réclamation;  
 $u = 10000$ : la réserve initiale;  $c = 1500$ : le taux de prime;  
 $fin = 36$ : la durée de simulation.

En utilisant le logiciel MATLAB 7.4 (R2007a), nous avons obtenu la trajectoire du processus de réserve ainsi la probabilité de ruine représentée dans la figure 2:

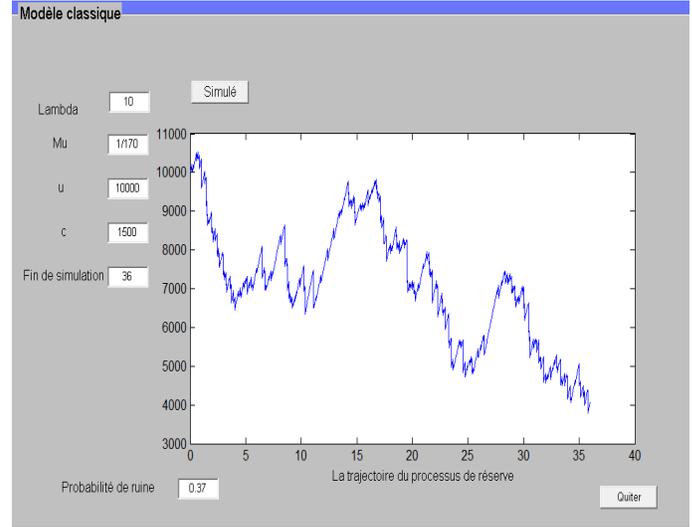


Fig. 2. Interface sous MATLAB de la simulation du modèle de risque classique.

**C. La dualité entre les deux modèles considérés:**

Pour voir la dualité entre le système M/M/1 et le modèle de risque classique avec des montants de réclamations exponentiels, nous avons tracé la trajectoire du temps d'attente virtuel  $\{\eta(t), t \geq 0\}$  et celle du processus de la réserve  $\{X(t), t \geq 0\}$  sur une même interface sous MATLAB.

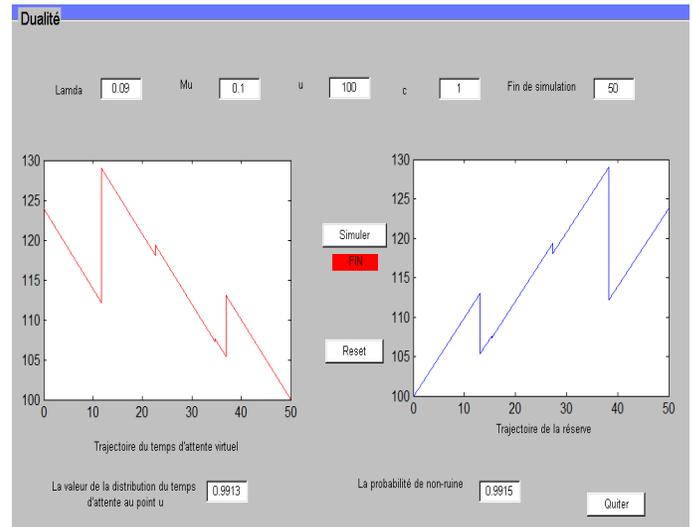


Fig. 3. Interface sous MATLAB qui illustre la dualité.

A partir des deux trajectoires tracées, la dualité entre les deux modèles apparaît clairement. En renversant le graphe de la réserve, on obtient une trajectoire du temps d'attente virtuel.

Dans le tableau suivant, nous présentons quelques résultats de simulation de la probabilité de non-ruine et la valeur de la

distribution du temps d'attente avec leur valeur exacte. pour différentes valeurs de taux d'arrivée des clients (sinistres ou réclamations), de taux de service (montant de réclamation) et de la réserve initiale. On considère que le taux de prime  $c = 1$ .

$\lambda$	$u$	$\mu$	$\Phi(u)$	$P(W_n < t)$	valeur exacte
0.01	1	0.0101	0.089	0.084	0.01
		0.02	0.509	0.508	0.505
		0.03	0.678	0.672	0.673
		0.07	0.865	0.865	0.865
		0.1	0.906	0.901	0.908
		$[1, +\infty[$	1	1	1
	10	0.0101	0.097	0.090	0.01
		0.02	0.547	0.540	0.547
		0.03	0.728	0.729	0.727
		0.07	0.922	0.924	0.921
0.1		0.960	0.959	0.959	
	$[0.5, +\infty[$	1	1	1	
0.5	1	0.501	0.052	0.053	0.003
		0.6	0.248	0.243	0.246
		0.7	0.420	0.421	0.415
		0.9	0.625	0.624	0.627
		4	0.993	0.995	0.996
		$[8, +\infty[$	1	1	1
	10	0.501	0.207	0.215	0.011
		0.6	0.695	0.694	0.693
		0.7	0.905	0.905	0.903
		0.8	0.97	0.969	0.69
0.9		0.991	0.988	0.989	
	$[1, +\infty[$	1	1	1	

Table 1 – Valeurs de la probabilité de non-ruine et de la distribution du temps d'attente au points  $u$  avec leur valeur exacte.

Dans le tableau précédent, on remarque que:

- La valeur de la distribution du temps d'attente au point  $u$  est presque égale à la probabilité de non-ruine en temps infini. De plus, elle sont aussi proches de la valeur exacte obtenue à partir la formule (21).
- La valeur exacte diffère légèrement de la probabilité de non-ruine et de la valeur de la distribution du temps d'attente lorsque  $\lambda$  est très proche de  $\mu$ , c'est à dire, lorsque le système s'approche du cas d'instabilité.

## V. CONCLUSION:

L'équivalence entre la théorie de files d'attente et la théorie de risque est expliquée par l'égalité entre la probabilité de non-ruine et la distribution du temps d'attente. Le bute de toute interaction est la translation de résultat. C'est à dire, qu'en connaissant la probabilité de ruine dans le modèle de risque, on peut déduire la valeur de la distribution du temps d'attente au point  $u$  et vice versa.

Dans ce travail, nous nous somme intéressé à l'interaction entre la théorie de risque et celle des files d'attente. En particulier, nous avons détaillé l'étude théorique de la dualité entre le système de file d'attente M/M/1 et le modèle de risque classique avec des montants de réclamations exponentiels, ou

nous avons démontré l'égalité entre la distribution du temps d'attente et la probabilité de non ruine en un point. Par la suite, nous avons conçu des algorithmes de simulation des modèles considérés et les résultats numérique obtenus sont significatifs par rapport à l'étude théorique réalisée.

## REFERENCES

- [1] S. Asmussen and H. Albrecher. Ruin Probabilities. *World Scientific*, 2010.
- [2] N. U. Prabhu. On the ruin problem of collective risk theory. *Ann. Math. Stat.*, 32: 757–764, 1961.
- [3] J. Janssen. On the interaction between risk and queueing theories. *Paper presented at the first "Tagung fiber Risikotheorie" at the Mathematics Research Center, Oberwolfach*, Octobre 1982.
- [4] J. Janssen. Some transient results on the M/SM/1 special semi-Markov model in risk and queueing theories. *ASTIN Bulletin*, 11: 41–51, 1980.
- [5] S. Loisel. Cours de gestion des risques d'assurances et de théorie de la ruine *Cours en ISFA 3<sup>ème</sup> année, Université de Lyon 1*, 2005/2006.
- [6] F. Lundberg. Approximerad framställning av sannolikehetsfunktionen, aterförsäkering av kollektivrisker *Almqvist & Wiksell, Uppsala*, 1903.
- [7] H. Cramér. Collective Risk Theory. *SKandia Jubilee Volume, Stockholm*, 1955.
- [8] J. Grandell. Aspects of Risk Theory *Springer-Verlag*, 1991.
- [9] J.-F. Hêche, T.-M. Liebling et D. Werra. Recherche Opérationnelle pour ingénieurs II *Lausanne: Presses polytechniques et universitaire romandes, CH-1015*, 2003.
- [10] R. Servien. Estimation de la fonction de répartition: revue bibliographique *Journal de la Société Française de Statistique, Volume 150, numéro 2*, 2009.

# Sur l'équivalence entre la théorie de risque et la théorie de files d'attente.

Atik TOUAZI, Zina BENOURET, Djamil AISSANI et Smail ADJABI

Unité de recherche LaMOS, Université de Bejaia, Algérie

Email: [touazi\\_atik@hotmail.fr](mailto:touazi_atik@hotmail.fr)

Tel/Fax: 213 34 21 51 88

<http://www.lamos.org>

*Abstract*—Dans ce travail, nous nous intéressons à l'étude de l'interaction qui existe entre la théorie des files d'attente et la théorie de risque. En particulier, nous détaillons la dualité qui existe entre le système de files d'attente M/M/1 et le modèle de risque classique. Par la suite, nous développons une approche de simulation pour calculer la probabilité de ruine dans un modèle de risque et le temps d'attente dans un système de files d'attente afin d'illustrer numériquement cette dualité.

