

GT4 : Dimensions historique, culturelle et langagière dans l'enseignement des mathématiques.

(Salle3)

Animé par : Djamil Aissani – Algérie ; Aurélie Chenais – France ; Richard Barwell – Canada; Rahim Kouki – Tunisie.

Session 1 (Lundi 12 décembre 2022, 16h00–18h00)

Comment comptons-nous dans nos langues ? Des particularités de La numération en certaines langues, par Ana Mesquita, Manuel Célio Conceicao, Safia Acher-Spitalier, Hawa Coulibaly Togora, PaulinoFumo, TasosPatronis et KalliaPavlopoulou.

Session 2 (Mardi 13 décembre 2022, 08h30–10h30)

L'enseignement des Mathématiques au Maghreb central au XVIème siècle : Transmission et audience des traités de science du calcul « *ad-Dura al-Bayḍā'* » d'al-Aḥḍarī (v. 1512 – v. 1574) et '*Tuhfat al-'Adad* » d'Ibn Ḥamza (m. en 1614) jusqu'au début du XX ème siècle, par Djamil Aissani.

Session 3 (Mercredi 14 décembre 2022, 08h30–10h30)

1. L'impact de la numération orale en bamanankan (bambara) sur l'addition à l'institut d'éducation populaire (iep) de Kati, par Hawa Coulibaly Épouse Togora et Saddo Ag Almouloud.
2. Terminologie et langage : l'importance de la terminologie dans la conceptualisation. Rôles des langues par Ana Mesquita, Kallia Pavlopoulou et Safia Acher Spitalier

Session 4 (Jeudi 15 décembre 2022, 09h00–11h00)

Enjeux sociaux et politiques de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques : réflexions sur la conception et la mise en action d'une perspective dialogique en recherche, par Richard Barwell, David Guillemette et Yasmine Abtahi.

Session 5 (Vendredi 16 décembre 2022, 08h30–10h30)

Discussion synthèse

Étudier le rôle du langage dans l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques : notion de secondarisation des genres de discours, par Aurélie Chesnais et Céline Constantin.



Colloque de l'Espace Mathématique Francophone (EMF) 2022

COTONOU, DU 12 AU 16 DÉCEMBRE 2022

Thème : L'activité mathématique dans une société en mutation: circulations entre recherche, formation, enseignement et apprentissage

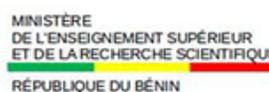
CONFÉRENCIERS

- ☒ Saliou Touré (Université Internationale de Grand-Bassam)
- ☒ Terezinha Nunes (Harris Manchester College)

PANÉLISTES POUR LA TABLE RONDE

- ☒ Denis Butlen (Université de Cergy-Pontoise)
- ☒ Jean-François Chesné (Centre national d'étude des systèmes scolaires)
- ☒ Eric Roditi (Université de Paris)
- ☒ Jonas Doumate (Université d'Abomey-Calavi)

Pour s'inscrire : <https://sites.google.com/imsp-uac.org/emf2022>





8ème colloque de l'Espace Mathématique Francophone

Lundi 12 décembre 2022 au Vendredi 16 décembre 2022

Cotonou (Bénin)

Programme détaillé

EMF2022, un colloque soutenu et financé par



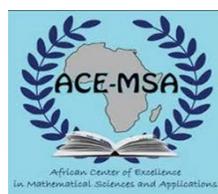
MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
RÉPUBLIQUE DU BÉNIN



MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS
SECONDAIRE, TECHNIQUE ET DE LA
FORMATION PROFESSIONNELLE
RÉPUBLIQUE DU BÉNIN



MINISTÈRE
DES ENSEIGNEMENTS
MATERNEL ET PRIMAIRE
RÉPUBLIQUE DU BÉNIN




AMBASSADE
DE FRANCE
AU BÉNIN
*Liberté
Égalité
Fraternité*



L'Enseignement des Mathématiques au Maghreb central au XVI^{ème} siècle

*Transmission et audience des traités de science du calcul
« ad-Durra al-Bayḍā' » d'al-Aḥḍarī (v. 1512 – v. 1574) et 'Tuhfat al-'Adad »
d'Ibn Ḥamza (m. en 1614) jusqu'au début du XX^{ème} siècle*

Aïssani Djamil, Mechehed Djamel et Bekli Mohamed Réda

HiSET (CNRPAH Alger) et Société Savante GEHIMAB Béjaia

Résumé

Dans cette communication, nous nous intéressons aux méthodes d'enseignement des mathématiques en Algérie (XVI^{ème} – XX^{ème} siècles). Dans un premier temps, nous présentons les deux principaux traités de sciences de calcul du Maghreb central au XVI^{ème} siècle, à savoir, le *ad-Durra al-Bayḍā'* du mathématicien de Biskra 'al-Aḥḍarī (v. 1512 – v. 1574) et le *Tuhfat al-'Adad* du mathématicien algéro – ottoman Ibn Ḥamza (m. en 1614). Après avoir cerné leur niveau scientifique et pédagogique par rapport à la tradition mathématique médiévale du Maghreb, nous analysons la transmission et l'audience (de ces deux traités) jusqu'au début du XX^{ème} siècle.

Mots clés : Maghreb central au XVI^{ème} siècle, science du calcul, transmission et audience, 'al-Aḥḍarī (v. 1512 – v. 1574), Ibn Ḥamza (m. en 1614).

Abstract

In this communication, we are interested in methods of teaching mathematics in Algeria (XVIth – XXth centuries). First, we present the two main treaties of computational sciences of the central Maghreb in the XVIth century. Namely, the *ad-Durra al-Bayḍā'* of the Biskra mathematician 'al-Aḥḍarī (v. 1512 – v. 1574) and the *Tuhfat al-'Adad* of the Algerian – Ottoman mathematician Ibn Hamza (d. in 1614). After having identified their scientific and pedagogic level, compared with the medieval mathematical tradition of the Maghreb, we analyze the transmission and the audience (of these two treatises) until the beginning of the XXth century.

Key words : Central Maghreb in the 16th century, Computational science, transmission and hearing, 'al-Aḥḍarī (v. 1512 – v. 1574), Ibn Ḥamza (m. en 1614).

Introduction

L'utilisation de l'histoire dans l'enseignement des mathématiques est devenue un axe de recherche important ces vingt dernières années (cf. [7]). Une réflexion est en cours sur les difficultés d'ordre méthodologique rencontrées par les chercheurs [8]. Dans cette communication, nous nous intéressons aux méthodes d'enseignement des mathématiques au Maghreb central après le XVI^{ème} siècle. Dans un premier temps, nous rappelons les particularités de la tradition mathématique médiévale du Maghreb. Nous nous basons ensuite sur les deux principaux ouvrages de science de calcul produits au Maghreb central (l'Algérie

actuelle), ainsi que l'environnement social et religieux de l'époque pour tenter de décrire l'évolution des méthodes d'enseignement jusqu'au XX^{ème} siècle.

I – Le contexte et l'environnement du XVI^{ème} siècle

Après le XV^{ème} siècle (avec l'occupation de Béjaia par les Espagnols et l'affaiblissement des Zianides à Tlemcen), le Maghreb central n'a plus eu d'institution de référence dans le domaine de l'enseignement et de la recherche, contrairement au Maghreb Occidental (avec l'Université *Quarawiyyine* de Fès) et au Maghreb Oriental (avec l'Université *az-Zaytūna* de Tunis) [1], [13]. Le « relais » sera alors assuré par certaines *Médersas* et *Zawiyyas*, notamment par les *Zawiyyas – Instituts* de la Kabylie [1]. Certaines d'entre-elles avaient été fondées dès le XIV^{ème} siècle. On a une idée précise du niveau de l'enseignement qui y était dispensé [1].

C'est à partir du XVI^{ème} siècle que va commencer ce que l'on appelle « *les siècles obscurs du Maghreb* » [2],[3]. La baisse du niveau est manifeste. A la *Zawiyya – Institut* de Tamokra (Haute vallée de la Soummam), même les Cheikhs gestionnaires (de la *Zawiyya*) semblent avoir « oublié » l'apport scientifique du *Wali* (Saint) – fondateur [3].

La première partie de ce projet de communication concernera la tradition mathématique médiévale du Maghreb. Après avoir analysé l'environnement du XVI^{ème} siècle, avec l'identification des causes de la baisse du niveau, nous présentons les deux principaux traités de science de calcul du Maghreb central au XVI^{ème} siècle, à savoir, le *ad-Durra al-Bayḍā'* du mathématicien de Biskra 'al-Aḥḍarī (v. 1512 – v. 1574) et le *Tuhfat al-'Adad* du mathématicien algéro – ottoman Ibn Ḥamza (m. en 1614). Après avoir cerné leur niveau scientifique et pédagogique par rapport à la tradition mathématique médiévale du Maghreb, nous analysons la transmission et l'audience (de ces deux traités) jusqu'au début du XX^{ème} siècle (en particulier, dans les institutions d'enseignement en Algérie et à l'Université *Zaytuna – Tunis*).

II - La tradition mathématique du Maghreb (XIV^{ème}- XV^{ème} siècles)

C'est au cours des XIII^{ème} – XIV^{ème} siècles que la tradition mathématique médiévale du Maghreb a été bien appréhendée à partir d'un savoir stabilisé, sous l'influence de l'école de Marrakech avec, à sa tête, le célèbre mathématicien Ibn al-Bannā' (1256 – 1321), qui sera relayé par ses élèves, puis par ses commentateurs. Plusieurs d'entre-eux sont originaires d'Algérie et de Tunisie [1], [10].

a) La tradition mathématique médiévale du Maghreb (XIII^{ème} – XIV^{ème} siècles)

L'un des manuels scientifiques les plus célèbres du Maghreb est le *Talḥīs A'māl al-Hisāb* d'Ibn al-Bannā' [10]. Ce cours d'une quarantaine de pages dicté à ses élèves est un précis relatif aux opérations de calcul. Il a joué un rôle fondamental dans l'enseignement, comme le prouve le nombre de ses commentaires. En effet, il va initier la tradition scientifique du Maghreb du XIV^e siècle qui sera basée sur les *Šarḥ* (commentaires) et les *Iḥtišār* (abrégés).

Il y a eu quinze *Šarḥ* consacrés à l'explication ou au développement et parfois même à la critique du *Talḥīṣ*. Ces commentaires se distinguent les uns des autres « *par l'utilisation ou non du symbolisme algébrique et par le recours ou non à la critique de certaines définitions et à la démonstration des propositions et des algorithmes* » (cf. M. Aballagh dans [10]). Le principal commentaire du *Talḥīṣ*, le *Raf' al-Ḥiḡāb*, a été rédigé par Ibn al-Bannā' lui-même vers 1302. Selon M. Aballagh, ce commentaire ne doit pas être rangé parmi les commentaires classiques. En effet, Ibn al-Bannā' n'a pas voulu le composer pour expliquer le contenu mathématique du *Talḥīṣ*, mais plutôt pour « *défendre son projet mathématique... et expliquer certaines des formulations contenues dans le Talḥīṣ ayant fait l'objet de critiques* ». Il faut donc le considérer comme un complément théorique du *Talḥīṣ*.

b) Isnād et Iḡāza

Les *Isnād* (liens entre les savants) représentent une chaîne d'autorités, partie essentielle de la transmission d'une tradition (ou du savoir). Abū al-'Abbās Aḥmad, descendant direct des princes hammadites (cf. [1]) a été un disciple direct d'Ibn al-Bannā'. L'*Iḡāza* (diplôme) que lui a délivré son maître, a été retrouvé dans la copie du *Talḥīṣ*, côté 788, du fonds de manuscrits de la Bibliothèque de l'Escorial (Espagne). Ce manuscrit se termine par la précieuse mention : « *A la fin de l'original, avec lequel cette copie a été collationnée, figure littéralement ce qui suit* :

« *Écrit par Aḥmad b. al-Ḥasan b. 'Abd al-Raḥmān b. al-Mo'iz b. al-'Aziz Billah b. al-Mansur b. an-Nāšir b. 'Alannās b. Ḥammād al-Ḥimyārī, le premier jour de Ġumāda II de l'année 702 de l'Hégire (=1302)* ». Puis de la main de l'auteur : « *J'autorise le jurisconsulte ... Abūl 'Abbās Aḥmad b. al-Ḥasan, ci-dessus nommé, à rapporter, d'après moi mon livre du « Talḥīṣ A'mal al-Ḥisāb », mon livre « de la connaissances des temps par le calcul » ainsi que mon ouvrage « de l'algèbre », qu'il a réunis de sa main dans ce recueil ... Il a étudié ces livres, sous ma direction, d'une façon précise, et avec maîtrise* ». « *Fait et écrit de la main d'Aḥmad b. Muḥamad b. 'Uṭmān al-Azdī, le dernier jour de Gumada 1er de l'année 708 H (=1308)* » [1].

c) Numération et symbolisme

On sait que depuis le XII^{ème} siècle au moins, il existe deux familles de chiffres « indiens » adoptées par les auteurs musulmans. La forme adoptée par les mathématiciens de l'Andalousie et du Maghreb, a donné naissance à ce que l'on appelle aujourd'hui « *les chiffres arabes* ». C'est à partir de Béjaia (Bougie, Bgayet, Bugia, Buzzea) que le célèbre mathématicien italien Léonardo Fibonacci popularisera ces chiffres arabes en Europe dès la fin du XII^{ème} siècle. Le mathématicien Ibn al-Yāsamīn (mort en 1204) a utilisé une planche à calcul couverte de poussière, « *al-Lawḥa* ». C'est pourquoi cette arithmétique porte le nom de *Ḥisāb al-Ġubār*. Il dessine les opérations sur cette planche, efface des chiffres, en recopie d'autres et poursuit les calculs jusqu'à obtenir les résultats.

L'utilisation d'un symbolisme spécifique pour exprimer les concepts essentiels est l'une des principales caractéristiques de l'enseignement mathématique dans le nord de l'Afrique au Moyen Âge, plus d'un siècle avant le début de la symbolique européenne. C'est

le mathématicien andalou al-Qalaṣādī (1412–1486) qui popularisa le symbolisme dans la manière d'écrire les équations : la lettre *Ṣīn* – abréviation de *Ṣay'* (chose) – désigne l'inconnue (x), la lettre *Mīm* (*Mal*) correspondant à x^2 , la lettre *Kāf* (*Kaab*) à x^3 , la lettre *Lām* (*Ta'dīl*) représente le signe =, alors que la lettre *Ġīm* (*Ġidr*) concerne le signe racine carré [1].

Rappelons que l'utilisation des chiffres Ġubār et du trait de fraction existait déjà au XII^{ème} siècle dans les écrits des mathématiciens 'al-Ḥaṣār et Ibn al-Yāsamīn. Ce symbolisme plus élaboré apparaîtra au XIV^{ème} siècle dans les *Ṣurūḥ* (commentaires) de plusieurs auteurs : Ibn Ġāzī en Occident musulman, Ibn Qunfuḍ et al-'Uqbānī au Maghreb central et al-Qalaṣādī en *Ifrikyā* (ancienne Tunisie) [1].

III - Les Ulémas du XV^{ème} siècle qui ont eu une influence sur le XVI^{ème} siècle

Parmi les *Ulémas* du XV^{ème} siècle qui ont eu une influence sur ceux du XVI^{ème} siècle (et même au-delà), citons le «*dernier des mathématiciens*», al-Qalaṣādī (1426 – 1486) et le marocain Ibn Ghazi (mort en 1513).

L'andalou al-Qalaṣādī avait poursuivi ses études de mathématiques à Tlemcen (1437 - 1444) et à Tunis (1444 - 1447). Son œuvre va marquer la fin d'une longue tradition scientifique en Occident musulman (al-Andalus et Maghreb). Il a écrit plusieurs livres sur la science du calcul, l'algèbre et la science des héritages. Quelques-uns sont des commentaires. Le plus connu est son *Ṣarḥ* du traité *Talḥīṣ amal al-Ḥisāb* d'Ibn al-Bannā'. Mais son traité qui a marqué le XV^{ème} siècle par son niveau s'intitule *al-Tabsira fi'Ilm al-Ḥisāb* (éclaircissement de la science du calcul). Afin qu'il soit accessible, al-Qalaṣādī en a écrit une version simplifiée, *Kashf al-Jilbab 'an 'Ilm al-Ḥisāb* (le dévoilement de la science du calcul), puis une troisième version, *Kashf al-Asrar 'an 'Ilm Ḥurūf al-Ġubār* (traduction : le dévoilement des secrets de l'usage des lettres de poussière). C'est cette dernière version qui va devenir la référence pour les cinq prochains siècles. Elle est très importante pour l'histoire des mathématiques car elle permet de cerner l'état des mathématiques au Maghreb à la fin du XV^{ème} siècle et d'identifier les connaissances qui seront à la disposition des lettrés locaux pour les siècles suivants. Une des particularités de son œuvre est l'utilisation des *Ḥurūf al-Ġubār* et la présence d'un symbolisme spécifique à l'Occident musulman (cf. [1]).

IV - Les siècles obscurs du Maghreb (XVI^{ème}– XVIII^{ème} siècles)

A partir du XV^{ème} siècle, tous les indices montrent une baisse de niveau scientifique et pédagogique très significative par rapport à celui de l'époque médiévale. Cette baisse de niveau avait déjà été enregistrée dès le XIV^{ème} siècle. Ibn Ḥaldūn l'attribuait notamment à l'excès d'utilisation des *Ṣarḥ* (commentaires) et des *Iḥtiṣār* (abrégés) [1]. En tout cas, les deux principaux mathématiciens qui émergent au XVI^{ème} siècle sont Ibn Ḥamza al-Ġazā'irī en centre urbain (Alger) [2] et 'Abd al-Raḥmān al-Aḥḍarī pour la province [3].

La production mathématique du XVI^{ème} siècle n'a pas encore fait l'objet d'études. Cependant, l'analyse des manuscrits disponibles indiquent que les disciplines enseignées sont : la science du calcul et la science des héritages pour ce qui est des mathématiques, et la mesure du temps, la détermination de la direction de la Mecque et la description d'instruments astronomiques, pour ce qui est de l'astronomie [1].

En plus de la baisse du niveau, le contenu de cette production diffère des mathématiques précédentes par la forme. On trouve des poèmes, des gloses ou des *Šurūh* et des *Ih̄tišārat*. C'est tout à fait conforme à ce qui s'est passé dans d'autres domaines. Les facteurs de ce déclin sont principalement l'arrêt des investigations et les changements dans le contenu des traités pédagogiques qui se sont progressivement limités à l'exposé des résultats sans démonstration. Cela va réduire progressivement le domaine d'activité (enseignement, rédaction de livres,...) et tentative d'application (science des héritages aux ayant-droit, mesure du temps pour les moments de la prière, utilisation des instruments,...). Ces facteurs découlent du contexte social et politique du Maghreb central.

V - Les mathématiciens en milieu rural : Al-Aḥḍarī (Biskra)

Parmi les rares mathématiciens importants du XVI^{ème} siècle, signalons 'Abd al-Raḥmān al-Aḥḍarī (1512 - 1574) [3], [5], [6], [9]. Il a écrit dans plusieurs domaines des mathématiques, sous forme de poèmes abrégés. Ces écrits vont devenir très rapidement des ouvrages de référence pour les étudiants jusqu'à une époque récente. Deux de ses ouvrages ont été abondamment commentés par les professeurs de l'Université *Zaytouna* (Tunis) : le traité de science du calcul, *ad-Dura al-Bayḍā' fī Aḥsan al-Funūn wa al-Ašyā'* et son traité en vers sur l'astronomie, *Naẓm al-Sirāğ fī 'Ilm al-Falak*. Ce « poème didactique » rédigé en 1533, est l'un des plus répandus des traités de calendriers.

L'œuvre mathématique d'al-Aḥḍarī illustre parfaitement cette situation : développement de la rédaction de manuels sur un même sujet mathématique et qui ne diffèrent entre eux que par le style (poésie ou prose), le volume (livre de base ou bien abrégé) ou la forme (commentaire détaillé ou gloses) [1]. De manière globale, on peut dire que l'œuvre d'al-Aḥḍarī est conforme à ce que disait Ibn Ḥaldūn à propos de la production des auteurs de la fin du XIV^{ème} siècle, à savoir, qu'ils privilégiaient les *Šurūh* (commentaires) et les *Ih̄tišārat* (abrégés). Luciani utilise l'expression : « *les auteurs musulmans démarquent plus qu'ils ne créent* » (c'est-à-dire qu'ils reproduisent plus qu'ils ne produisent). Et effectivement, il est nécessaire de comparer sa production avec celles de ses devanciers (prédécesseurs)[11].

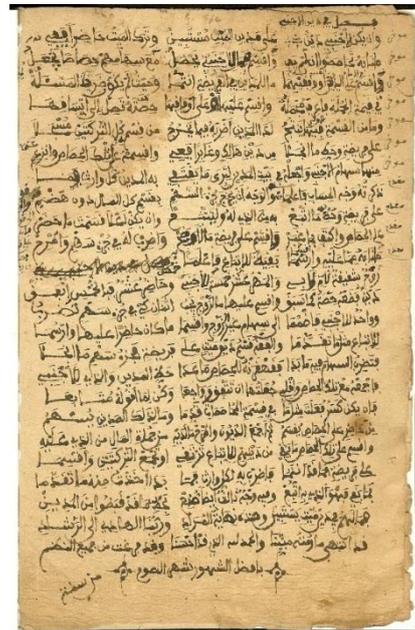
a) *La méthode d'enseignement*

J.D. Luciani a analysé la méthode d'enseignement et trouve qu'elle a une certaine efficacité. En effet, l'enseignement chez les musulmans faisait surtout appel à la mémoire. C'est pourquoi l'usage des manuels en vers y avait été si répandu. J.D. Luciani considère que cette méthode offre d'ailleurs des avantages pratiques incontestables : « *l'auteur condense d'abord, dans un texte abrégé et facile à retenir, les règles fondamentales du sujet. Il en compose ensuite un commentaire plus ou moins développé. S'il ne le fait pas lui-même, d'autres ne tardent pas à s'en charger. On a ainsi, d'une part l'instrument mnémonique, le livre de l'étudiant, et d'autre part le livre du maître, où viennent s'accumuler avec les explications utiles, les notes de grammaire, de lexicologie, les citations et trop souvent les digressions les plus inattendues* » (cf. J.D. Luciani dans [3]).

Le Professeur Souissi, qui était lycéen au moment où cette démarche était encore en vogue, n'est pas du tout d'accord avec cette analyse de Luciani. Dans un article intitulé « science européenne et enjeux éducatifs en Tunisie (1850 – 1956) », publié par la revue REMMM (n° 72, 1994), il affirme que cette méthode d'enseignement (ce « mal ») s'est perpétuée jusque vers les années 1930. Ayant été jeune élève au collège Sadiki (Tunis), il a été témoin d'un oral au *Tatwīḡ* (examen de fin d'études) à la *Zaytuna*. Il affirme que « rares sont les maîtres (et à fortiori les étudiants) à même de résoudre le moindre problème pratique en la matière » [12].

b) Le traité de science du calcul *Ad-Dura al-Bayḏā'*

Le traité « *ad-Dura al-Bayḏā'* » est un poème composé en mètre raḡz. Le texte comprend près de 500 vers. Il est divisé en trois parties : la première est consacrée à l'arithmétique, la seconde aux règles de dévolution des successions musulmanes et la troisième à la répartition pratique des successions. Signalons que la première partie (consacrée à la numération et à la science du calcul) a souvent été éditée de manière autonome, parfois dans des ouvrages collectifs. Il est assez surprenant de constater que malgré le fait qu'al-Aḥḏarī ait consacré un paragraphe aux chiffres de poussières (*Hurūf al-Ġubār*), il n'utilise pas les chiffres arabes (mais les lettres naturelles), alors qu'un mathématicien du Constantinois (Ibn Qunfuḏ al-Qaṣanṭīnī), et un mathématicien du XVI^{ème} siècle (Ibn Ġāzī) les ont utilisés.



Traité « *ad-Dura al-Bayḏā'* » de 'Abd al-Raḥmān al-Aḥḏarī, Manuscrit SC n° 2, Afniq n' Ccix Lmuhub [1]

J.D. Luciani rapporte également deux informations très importantes. Il affirme qu'il existait autrefois à Alger, à la vieille mosquée de Sidi Ramdane, dans la haute ville, une chaire spéciale affectée à l'enseignement de le *ad-Dura al-Bayḏā'*. Ensuite, dans son commentaire (d'*ad-Dura al-Bayḏā'*), au chapitre des testaments, 'Abd al-Raḥmān dit en effet avoir rédigé ce

traité d'après les cours oraux de son père, sans consulter aucun livre. Il aurait achevé la rédaction d'*ad-Dura al-Bayḍā'* pendant le mois du Ramadhan 946h./1539.

VI - Les mathématiciens en milieu citadin : Ibn Ḥamza al-Ġazā'irī (Alger)

Toujours pour le XVI^{ème} siècle, l'historien Qadri Tuḡan cite 'Alī Ibn Ḥamza al-Ġazā'irī al-Maghribi (mort en 1614 en Tunisie). Né à Alger, il commença ses études dans sa ville natale, puis quitta Alger pour Istanbul. Il a rédigé un ouvrage (en langue ottomane) sur la théorie des nombres, le *Tuḡfat al-'Adad* (Parure du nombre) [2]. En particulier, il pose et analyse *Mas'alat al-Ġazā'ir* (le problème d'Alger), *al-Mas'ala al-Makīyya* (le problème de la Mecque). De même, il utilise le symbolisme spécifique à l'Occident musulman.

a) Enseignement et Ulémas à Constantinople au XVI^{ème} siècle

En ce début du XVI^{ème} siècle, le niveau d'enseignement à Istanbul était conforme à ce qui se passait partout dans le monde musulman. Les enseignants des grandes *Médersas* (*Médressés*) estimaient inutile d'approfondir les connaissances en mathématiques, en sciences physiques, en médecine : dans ces disciplines, on se contentait de reproduire les ouvrages anciens ou de faire des compilations, des adaptations, des abrégés de traités arabes. L'enseignement se concentre essentiellement autour des disciplines théologiques (*Fiqh* – jurisprudence musulmane,...) considérées comme les bases fondamentales de cet état musulman qu'était l'empire. S'y ajoute pour les futurs administrateurs, l'acquisition de la connaissance des règlements organiques des différentes provinces ou *Qânûnnâme*.

b) Niveau en mathématique et utilisation du symbolisme algébrique à Istanbul

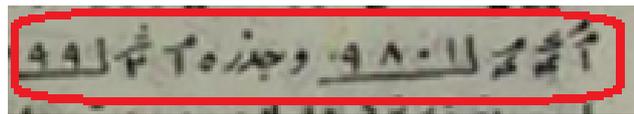
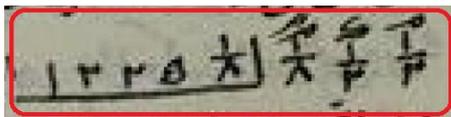
Certains ouvrages de référence au Maghreb étaient connus à Istanbul. On peut s'en rendre compte en considérant l'usage surprenant des symboles algébriques maghrébins pour résoudre des problèmes. En effet, ces symboles n'apparaissent que rarement dans les manuscrits retrouvés en Orient. Cependant, nous avons retrouvé à la Bibliothèque Sulaymaniyya d'Istanbul plusieurs ouvrages maghrébins de référence très importants : le « *Kitāb al-Ḥaṣār fī 'Ilm al-Ġubār* » (Carullah n° 01 509 – 00400) du mathématicien marocain *al-Ḥaṣār* (XII^{ème} siècle), le « *Kaṣf al-'Asrār* » (Essad Efendi n° 03173) du mathématicien andalou *al-Qalasādī* (1412 – 1486),....

c) Le traité « *Tuḡfat al-'A'dād* »

Le « *Tuḡfat al-'A'dād* » est un traité d'arithmétique, composé à la Mecque en l'an 999h./1591. Bien qu'il fût rédigé en turc ottoman, son titre a été donné en langue arabe : *Tuḡfat al-'A'dād li ḡawī al-ruṣḡ w'al-Sadād* (le trésor des nombres, pour qui est doté de raison et de bon sens). Précisons ici que les savants ottomans donnaient fréquemment des titres en arabe à leurs ouvrages, probablement pour élargir leur audience.

Le traité d'Ibn Ḥamza contient toutes les opérations arithmétiques des nombres entiers et des fractions et donne des notions élémentaires sur l'algèbre. Il comprend également à la fin de l'ouvrage un recueil de problèmes originaux. Il est organisé comme suit : une introduction, 04 parties et une conclusion. Les 04 parties comprennent respectivement 03, 08, 03 et 04 chapitres. Quant à la conclusion, elle concerne le fameux recueil de problèmes originaux.

Dans l'analyse du contenu du manuscrit d'Ibn Ḥamza, l'une des particularités est la présence de l'original système de notations algébriques utilisé par les mathématiciens de l'Occident musulman du Moyen Âge.



Le symbolisme utilisé par Ibn Ḥamza dans le « *Tahfat al-'A'dād* » [2]. A gauche, dans la page 156 et à droite, dans la page 157.

d) *Les problèmes originaux posés dans la dernière partie*

Dans ses travaux, l'ingénieur Salih Zeki (1864 – 1921) a souligné que ce sont les problèmes originaux qui distinguent le plus le traité « *Tuḥfat al-'A'dād* » des autres traités d'arithmétique (à l'exception de celui d'al-Karḥi). Ce recueil occupe 134 pages sur 494 dans le manuscrit retrouvé par Salih Zeki. Remarquons ici que jusqu'à une date récente, le traité « *Tuḥfat al-'A'dād* » n'avait pas fait l'objet d'étude. C'est probablement à cause du fait qu'il avait été rédigé en turc ottoman. Cependant, Ibn Ḥamza était connu en tant que `Alem (c'est-à-dire, savant, voir [2]).

VII – Sur la trace du mathématicien Algéro – ottoman Ibn Ḥamza al-Ġazā'irī

Les auteurs ottomans considèrent Ibn Ḥamza comme étant l'un des plus importants mathématiciens du XVI^{ème} - XVII^{ème} siècles. Il a été cité par deux auteurs turc ottomans du XVII^{ème} siècle (Ata'i Nev'izade et Ḥaġī Ḥalifa) [9]. Au Maghreb, il a atteint ses objectifs (que ce soit à Alger ou bien à Tunis), Il a accédé à des fonctions supérieures, aussi bien dans l'administration que dans la magistrature. Il a obtenu l'autorisation de délivrer des *Fatwas* (avis juridiques) et a dirigé l'école supérieure de jurisprudence de Tunis.

a) *Salih Zeki (1864-1921), l'auteur à l'origine de la redécouverte d'Ibn Ḥamza*

Au vu du nombre de copies connues, à savoir uniquement quatre, et en l'absence de commentaires et d'abrégés, il est évident que le traité d'Ibn Ḥamza n'a pas connu une diffusion importante. On peut même dire qu'il a été oublié, comme tous les autres traités de haut niveau dans les pays de l'Islam. Ce sont les écrits de Salih Zeki, notamment son ouvrage *Athar i Bakiya* (les vestiges qui restent), qui va permettre aux historiens des sciences de redécouvrir ce mathématicien et son traité après trois siècles d'éclipse (voir dans [2]).



C'est dans son livre “ *‘Atar Bāqiya* ” que l'ingénieur Salih Zeki développe la contribution mathématique d'Ibn Ḥamza

b) Le « *Tuḥfat al-ʿAʿdād* » et le Maghreb

Nous avons eu accès au manuscrit d'Ibn Hamza et nous avons constaté que la page 157 a un rapport direct avec le Maghreb. Déjà, à la page 156 on constate que le nom du mathématicien maghrébin du XII^{ème} siècle al-Ḥaṣār est cité à plusieurs reprises, ainsi d'ailleurs que celui d'Ibn al-Hā'im. On observe également l'utilisation du symbolisme spécifique au Maghreb. Il est question de la difficulté à résoudre un problème, avec comme référence « Ṣayḥ al-Ḥaṣār ». Le problème est alors posé aux savants de la ville de Fès. Au début, ces derniers avaient répondu qu'il n'y avait pas de solution. Puis, quand ils crurent avoir compris le problème, ils ont critiqué la manière avec laquelle il avait été posé par « *al-imām al-Ḥaṣār* » [2].

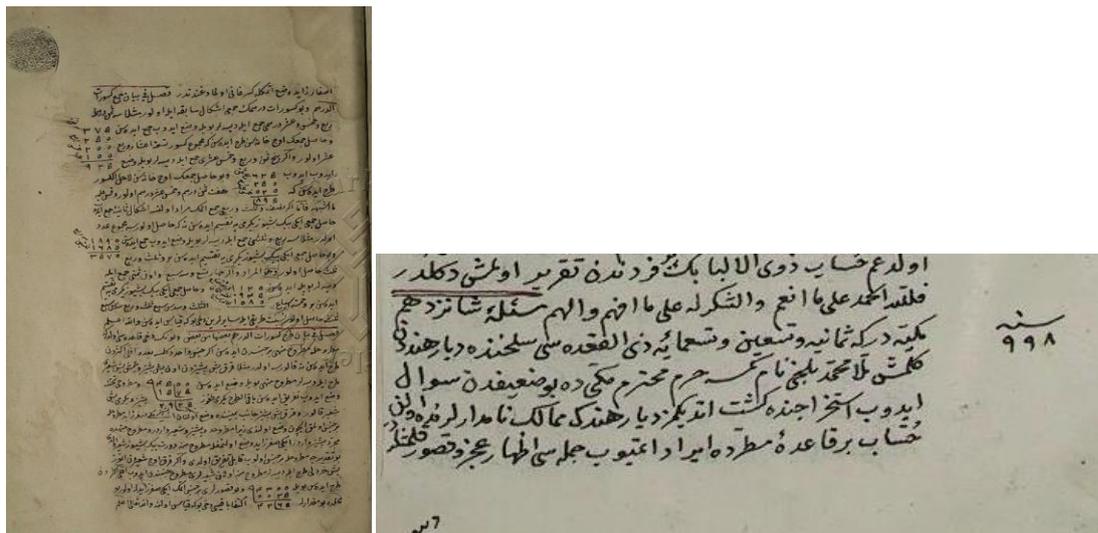
Conclusion

Le traité d'Ibn Hamza, de niveau supérieur et avec une partie tout à fait originale, rédigé à La Mecque et diffusé auprès des savants de tout le monde musulman (et notamment à Istanbul, au Caire et au Maghreb), avait été signalé dès le XVI^{ème} siècle par les principaux bibliographes de l'époque. Cela n'a pas empêché son oubli pendant près de trois siècles. Par contre, le traité de niveau élémentaire d'al-Ahdari, rédigé en milieu rural (à la *Zawiyya* du Zab), va devenir l'ouvrage de référence dans la plupart des institutions d'enseignement (*Zawiyyas*) du Maghreb central, ainsi qu'à l'Université *Zaytuna* (Tunis) jusqu'au début du XX^{ème} siècle. Mieux, une chaire lui sera consacrée à la Mosquée Sidi Ramdane (Alger) [11]. L'analyse de cette dimension historique permettra une mise en perspective avec des questions d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques en Algérie.

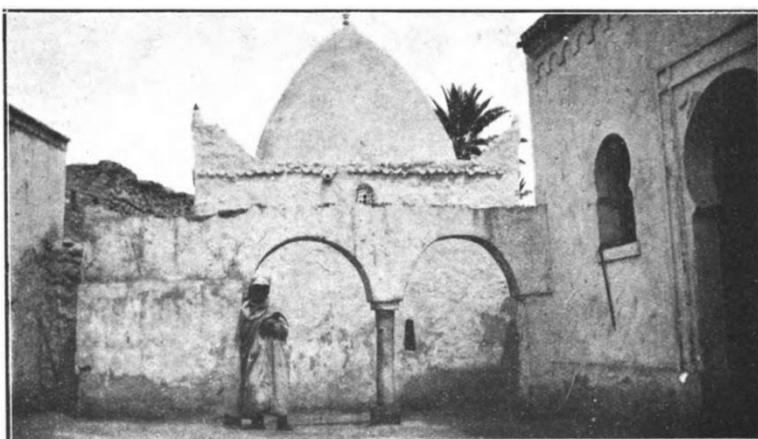
Références

- [1] Aïssani D. (2019) « Les Mathématiques maghrébines », *Quaderni di Ricerca in Didattica/Mathematics G.R.I.M.*, Palermo, vol. 2, n° 3, pp. 19 – 35,
- [2] Aïssani D., Mechehed D. (2020) « Analyse des copies du manuscrit du mathématicien Algéro-Ottoman Ibn Ḥamza al-Jaza'iri (mort en 1614) », *Histoire des Sciences et des Techniques au Maghreb (9^e – 19^e siècles)*, Centre des Etudes Andalouses, Tlemcen, 04 – 05 mars 2020.
- [3] Aïssani D., Bekli M.R. (2020) « Audience et Influence des traités du mathématicien *al-Aḥḍarī* (v. 1512 – v. 1574) », in *Histoire des Sciences et des Techniques au Maghreb (9^e – 19^e siècles)*, Centre des Etudes Andalouses, Tlemcen, 04– 05 mars 2020.
- [4] Aïssani D. et Bekli M.R., *La tradition mathématique médiévale du Maghreb et le niveau scientifique des Uléma du XVIII^{ème} siècle*. In the Book « Revisiter l'Histoire des Sciences, du Savoir, des Techniques et des Arts au Moyen Âge », LMAIM Editors, Tunis, Septembre 2022, pp. 31 – 51.
- [5] Brockelmann C. (1941) *al-Akhdari*, G.A.L. (Geschichte der Arabischen Literatur), II, pp. 706.
- [6] Buziyani D. (2009) *ʿAbd ar-Raḥmān al-Aḥḍarī : al-ʿĀlimaṣ-Ṣūfī al-Laḍī Tafawaka fī ʿAṣrihi*, Bled Editions, 337 pages.

- [7] Clark K., Kjeldsen T.H., Schorcht S. Tzanakis C. and Wang X., *History of Mathematics in Mathematics Education : Recent Developments*, In the Book “History and Pedagogy of Mathematics, Montpellier, July 2016, pp. 135 et suivantes (HAL 01349230).
- [8] Guillemette D., *L’Histoire dans l’Enseignement des Mathématiques : Sur la Méthodologie de Recherche*, Revue Petit x, n° 86, pp. 05 – 27.
- [9] Hagi Halifa (1637) « ‘Abd al-Rahmān al-Aḥḍarī », in *Kašf az-Zunūn*, I, pp. 738
- [10] Hebert E., Aïssani D., et al.(1995) : *Les mathématiques d’Ibn al-Bannā’ (1256 – 1321) de Marrakech*, Ed. IREM de Rouen, 133 pages.
- [11] Luciani J.D. (1921) « Sur ‘Abderrahmane al-Akhdhari », in *Le Soullam*, Ancienne Maison Bastide – Jourdan Ed., Alger.
- [12] Souissi M. (1986) *L’école mathématique maghrébine : quelques exemples de ses travaux et de ses particularités*, Actes du 1^{er} Colloque International d’Alger sur l’Histoire des Mathématiques Arabes, Kouba, pp. 09 – 23.
- [13] Suter H. (1900) *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke [Les mathématiciens et les astronomes Arabes et leurs œuvres]*, Leipzig, Teubner.



Le « problème des palmiers », posé à Ibn Ḥamza par un pèlerin indien à l’occasion du grand pèlerinage à la Mecque en 999 de l’Hégire (1591). Ici, le Manuscrit d’Ibn Ḥamza conservé à la Bibliothèque de manuscrits Sulaymaniyya d’Istanbul, n° 3151 Essad Efendi



*Tombeau de Sidi ‘Abd al-Rahmān al-Aḥḍarī à Bentious (Zab)
Vue prise du parvis de la Mosquée [3]*

GT4 : Dimensions historique, culturelle et langagière dans l'enseignement des mathématiques

Coresponsables

- Djamil Aissani – Algérie – djamil_aissani@hotmail.com
- Aurélie Chenais – France – aurelie.chenais@umontpellier.fr
- Richard Barwell – Canada – Richard.Barwell@UOTTAWA.CA

Correspondant du Comité Scientifique

- Rahim Kouki – Tunisie – rahim.kouki@ipeiem.utm.tn

Comités

Comité scientifique du colloque EMF 2022

Adolphe Adihou, Responsable du Comité Scientifique

Université de Sherbrooke

Joël Tossa, Co-Responsable du Comité Scientifique

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Jean-Luc Dorier, Représentant de l'ICMI

Université de Genève

Maha Abboud-Blanchard

Université de Cergy-Pontoise

Gervais Affognon

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Cissé Ba

Université Cheikh Anta Diop Dakar

Denis Butlen

Université de Cergy-Pontoise

OuahibaCherikh Si Saber

Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (Algérie)

Isabelle Demonty

Université de Liège

Abdallah El Idrissi

ENS, UCA, Marrakech, Maroc

Nadine Grapin

Université Paris-Diderot

Rahim Kouki

Institut Préparatoire aux Études d'Ingénieurs el Manar. Université Tunis el Manar

Saboya Mandico Mireille

Université du Québec à Montréal

Céline Maréchal

Université de Genève

Eugène Oké

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Éric Roditi

Université de Paris

Judith Sadjia Kam

École Normale Supérieure de Yaoundé

Hassane Squalli

Université de Sherbrooke

Luc Trouche

Institut français de l'Éducation - École Normale Supérieure de Lyon

Kakpo Bessan Philippe

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques (IMSP)

Comité local d'organisation du colloque EMF2022**Responsable du Comité Local d'organisation****Aboubacar Marcos**

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Comité de supervision - direction de l'IMSP**Carlos Ogouyandjou**

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Professeur Joël Tossa

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Léonard Todjihounde

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Comité de coordination**KossiviAttiklémé**

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Jeanne Koudogbo

Université de Sherbrooke

Guy Degla

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Gervais Affognon

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Ahodégnon Florent Gbaguidi

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Boniface Sossa

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Eugène Oké

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Albert Ayigbédé

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Chérif Moussiliou

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Henri Dandjinou

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Euloge Lézinmé

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques

Magloire Cossou

Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques