

# Segmentation des images ultrasonores par une approche de phase locale: Application aux images échocardiographiques pédiatriques



Ahror BELAID

UMR CNRS 6599 - Heudiasyc

Université de Technologie de Compiègne

Thèse soutenue le 28 novembre 2011 devant le jury composé de :

Mr. Olivier Basset	Rapporteurs
Mr. Jean-Louis Coatrieux	
Mr. Jean-Pierre Cocquerez	Examineurs
Mr. Yves Maingourd	
Mr. Djamal Boukerroui	Directeurs
Mr. Jean-Francois Lerallut	

---

# Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein de l'équipe Décision Image, du Laboratoire Heuristique et Diagnostic des Systèmes Complexes à l'Université de Technologie de Compiègne. Il s'inscrit dans un cadre d'une bourse du Conseil Régional de Picardie et du Fonds Européen de Développement Régional (FEDER).

Je suis sensible à la présence que me fait Monsieur Jean-Pierre Cocquerez en acceptant de présider le jury de la soutenance.

Je remercie vivement Monsieur Olivier Basset et Monsieur Jean-Louis Coatrieux d'avoir accepté la lourde tâche de rapporteurs et d'avoir consacré un temps précieux à l'examen de ce manuscrit. La qualité et la précision de leurs remarques m'ont permis d'améliorer ce travail.

Je remercie le Docteur Yves Maingourd pour avoir accepté d'examiner cette thèse et de participer à ce jury. Je le remercie aussi ainsi que les Docteurs Lévy et Mathiron, de nous avoir fourni des données images avec des tracés manuels.

Durant cette thèse, j'ai été encadré par Djamel Boukerroui. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

Je voudrais remercier Jean-François Lerallut, directeur de ma thèse de m'avoir accordé sa confiance en me permettant d'y effectuer ma thèse sur un sujet passionnant. Jean-François Lerallut avait une relation à la fois chaleureuse et amicale dans les moments difficiles, je le remercie pour sa bonne humeur communicative. Je le remercie également de l'humanité avec laquelle il dirigeait notre équipe.

Ces quatre années aurait été bien ternes sans la présence de tous les membres du département Génie Informatique : je les remercie pour leur gentillesse et leur bonne humeur.

Je désire aussi remercier vivement mes amis. Je pense particulièrement à Walid qui a su faire preuve d'une patience que peu pourraient accepter, mais aussi à Abdoullah

---

Garrido et sa femme pour la relecture, les corrections et les conseils, bien que le traitement d'images n'est pas leur tasse de thé. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma plus profonde amitié. Une pensée pour mes très chers frères en Algérie, Aboû Fahîma Abd Ar-Rahmân El Bidjê'î, Saleh et Samir.

Enfin, j'adresse une pensée toute particulière à ma grande famille et notamment mon père, ma sœur Sabrina, et mes frères Halim, Najim, Youcef et Azeddine. Ma mère : sache que toutes les pages de ce manuscrit seraient loin de suffire pour t'exprimer toute ma reconnaissance et mon affection. Mais en vérité, au final, tout ceci revient à Allâh, L'Infiniment Miséricordieux, Le Très Miséricordieux.

# Table des matières

<b>Table des figures</b>	<b>ix</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xv</b>
<b>1 Introduction générale</b>	<b>1</b>
1.1 Motivations cliniques . . . . .	1
1.2 Motivations techniques . . . . .	3
1.3 Contributions . . . . .	5
1.4 Organisation du document . . . . .	5
Notations . . . . .	7
Abréviations . . . . .	8
<b>2 Formation et caractérisation des images échographiques</b>	<b>9</b>
Introduction . . . . .	9
2.1 L'onde ultrasonore . . . . .	9
2.1.1 Principe physique . . . . .	10
2.2 Technique échographique . . . . .	13
2.2.1 Principe de l'échographe . . . . .	13
2.2.1.1 Le mode A (Amplitude) . . . . .	13
2.2.1.2 Le mode TM (Temps mouvement) . . . . .	14
2.2.1.3 Le mode B (Brillance) . . . . .	14
2.2.1.4 Le mode B Doppler . . . . .	14
2.2.2 Avantages . . . . .	15
2.2.3 Limites . . . . .	15
2.3 Échographie 3D . . . . .	16
2.3.1 Acquisition . . . . .	17

## TABLE DES MATIÈRES

---

2.3.2	Exploitation . . . . .	17
2.3.3	Applications . . . . .	18
2.3.3.1	Échographie 3D en obstétrique . . . . .	19
2.3.3.2	Échographie 3D en cardiologie . . . . .	19
2.4	Le speckle dans les images ultrasonores . . . . .	20
2.4.1	Origine du speckle . . . . .	20
2.4.2	Prétraitement du signal écho . . . . .	21
2.4.3	Statistiques de l'image enveloppe sans compression logarithmique	21
2.4.3.1	Modèle de type Rayleigh . . . . .	22
2.4.3.2	Modèle de type Rice . . . . .	23
2.4.3.3	Modèle de type K-Distribution . . . . .	25
2.4.3.4	Modèle de Homodyned K-distribution . . . . .	25
2.4.3.5	Modèle de type Nakagami . . . . .	27
2.4.3.6	Modèle de Rice Gaussienne Inverse . . . . .	29
2.4.4	Statistiques de l'image enveloppe avec compression logarithmique	30
2.4.4.1	La compression logarithmique . . . . .	31
2.4.4.2	Modèle de type Fisher-Tippett . . . . .	31
2.4.4.3	Modèle basé sur les polynômes de Laguerre . . . . .	32
2.4.5	Discussion . . . . .	33
	Conclusion . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Segmentation des images ultrasonores</b>	<b>37</b>
	Introduction . . . . .	37
3.1	Revue méthodologique . . . . .	38
3.1.1	Contraintes relatives à l'image et à l'imagerie . . . . .	39
3.1.1.1	La distribution du niveau de gris . . . . .	39
3.1.1.2	Opérateurs différentiels . . . . .	40
3.1.1.3	L'information de phase . . . . .	41
3.1.1.4	La texture . . . . .	41
3.1.2	Contraintes relatives à la structure d'intérêt . . . . .	42
3.1.2.1	L'anatomie - la forme - . . . . .	42
3.1.2.2	La physiologie - le mouvement - . . . . .	43
3.2	Modèles variationnels . . . . .	43

3.2.1	Contours actifs paramétriques . . . . .	45
3.2.2	Contours actifs géométriques . . . . .	47
3.2.2.1	La théorie des ensembles de niveaux . . . . .	47
3.2.3	Contours actifs géodésiques . . . . .	49
3.2.4	Modèle de passage par zéro du Laplacien . . . . .	50
3.2.5	Contours actifs basés région . . . . .	55
3.2.5.1	Modèle du maximum a posteriori . . . . .	56
3.2.5.2	Modèle de Chan et Vese . . . . .	58
3.2.5.3	Contours actifs basés région locale . . . . .	60
3.2.5.4	Modèle de Brox et Cremers . . . . .	65
	Conclusion . . . . .	67
<b>4</b>	<b>L'information de phase</b>	<b>69</b>
	Introduction . . . . .	69
4.1	Préliminaires . . . . .	70
4.1.1	Transformée de Hilbert 1D . . . . .	70
4.1.2	Signal analytique 1D . . . . .	71
4.1.2.1	La phase locale et l'amplitude locale . . . . .	72
4.2	L'importance de la phase . . . . .	75
4.3	Le concept de la phase locale . . . . .	76
4.4	L'énergie et la congruence de phase . . . . .	78
4.4.1	La congruence de phase . . . . .	80
4.4.2	Feature Asymmetry . . . . .	81
4.5	Généralisation du signal analytique . . . . .	82
4.5.1	Signal Monogénique . . . . .	83
4.5.2	Propriétés locales du signal monogénique . . . . .	85
4.6	Filtres en quadrature . . . . .	86
4.6.1	Le filtre Lognormal . . . . .	87
4.6.2	Filtre de différence de Poisson . . . . .	88
4.6.3	Filtre de Cauchy . . . . .	89
4.6.4	Le cas bidimensionnel . . . . .	92
4.6.5	Discussion . . . . .	96
	Conclusion . . . . .	98

## TABLE DES MATIÈRES

---

<b>5</b>	<b>Un modèle d'ensemble de niveaux basé sur l'information de phase locale</b>	<b>99</b>
	Introduction . . . . .	99
5.1	Quelle méthode pour quel problème et quelle image ? . . . . .	100
5.2	Intégration des propriétés locales du signal monogénique . . . . .	101
5.2.1	Monogénique Feature Asymmetry . . . . .	101
5.2.1.1	Un terme géodésique avec la mesure MFA . . . . .	102
5.2.2	Terme d'alignement monogénique . . . . .	105
5.2.2.1	Lien entre le modèle du Laplacien et la transformée de Riesz . . . . .	106
5.2.2.2	Formulation variationnelle . . . . .	107
5.3	Intégration des statistiques locales de l'images . . . . .	111
5.3.1	Approche par Maximum de vraisemblance locale . . . . .	113
5.4	Le modèle de segmentation par ensembles de niveaux . . . . .	115
5.5	Expérimentations . . . . .	116
5.5.1	Environnement et paramétrage . . . . .	116
5.5.2	Résultats . . . . .	118
5.5.2.1	Évaluation avec des tracés manuels . . . . .	122
5.5.2.2	Évaluation avec des images de synthèse . . . . .	123
5.5.2.3	Vers une segmentation 3D . . . . .	125
5.6	Discussion . . . . .	128
	Conclusion . . . . .	131
<b>6</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>133</b>
	Perspectives . . . . .	134
	Publications . . . . .	136
<b>A</b>	<b>Minimisation de la fonctionnelle du modèle MV local</b>	<b>137</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>139</b>

# Table des figures

2.1	Comportement d'une onde ultrasonore au niveau d'une interface séparant deux milieux. . . . .	12
2.2	Bicuspidie aortique vue en mode TM (gauche), 2D (milieu) et 3D (droite). La vue 3D permet de voir la valve dans son intégralité à partir de l'aorte (Image de P. Acar [1]). . . . .	16
2.3	Shéma d'une sonde tridimensionnelle : transducteur 2D (matrice). . . . .	17
2.4	Évolution de la qualité des images échocardiographiques. À gauche : une image échocardiographique 2D qui date de 1980, à droite : un volume 3D tirée du logiciel QLab de Philips, année 2011. . . . .	18
2.5	Fonction de densité de probabilité de Rayleigh. . . . .	23
2.6	Fonction de densité de probabilité de Rice pour différentes valeurs du paramètre $k$ . . . . .	24
2.7	Fonction de densité de probabilité de K-distribution pour différentes valeurs de $\alpha$ . . . . .	26
2.8	Fonction de densité de probabilité de Nakagami pour différentes valeurs du paramètre $\mu$ et pour $\omega = 0.5$ . . . . .	28
2.9	Exemple de la fdp du modèle RiIG. . . . .	30
2.10	Fonction densité de probabilité de l'enveloppe avec compression logarithmique, pour un speckle pleinement developpé avec $\sigma = 1$ et $G = 0$ . . . . .	33
3.1	Schéma illustratif de la mesure de l'alignement entre la normale $\mathbf{n}$ de la courbe $\mathcal{C}$ et le gradient de l'image $\nabla I$ . . . . .	53
3.2	Illustration du changement d'intensité. L'ellipse rouge en haut de l'image illustre une zone de faible intensité. L'ellipse bleu en bas illustre une zone de forte intensité. . . . .	61

## TABLE DES FIGURES

---

3.3	Illustration du changement d'intensité. À gauche une image échocardiographique. À droite une illustration du changement d'intensité sur deux lignes représentées sur l'image de gauche. . . . .	61
4.1	Paires de signaux et leurs transformée de Hilbert. (a) Signal de type bord, (b) signal de type ligne. . . . .	71
4.2	Diagramme de phase locale correspondant au signal 1D. Les structures locales qui correspondent aux phases $0$ , $\pi/2$ , $\pi$ et $-\pi/2$ sont représentées. . . . .	73
4.3	Exemple de scalogramme de la phase locale d'un signal 1D. Le scalogramme est calculé en utilisant les filtres de Log-Gabor avec une bande passante $\beta = 2$ octaves. . . . .	75
4.4	L'importance de la phase. De gauche à droite : l'image originale, l'image reconstruite avec une amplitude constante, l'image reconstruite avec une phase nulle. . . . .	76
4.5	Décomposition de Fourier d'une structure de type bord (a) et de type triangle (b). Le schéma représente les quatre premières composantes de Fourier en lignes discontinues et leur somme en ligne continue. Les composantes de Fourier sont en congruence dans les points de discontinuités. . . . .	77
4.6	Décomposition du signal en base de symétries. Symétries paires : (a) et (b), et symétries impaires : (c) et (d). . . . .	78
4.7	Application de la congruence de phase pour la détection de contours. En haut : les images originales. En bas : la PC correspondante. . . . .	82
4.8	Schéma de représentation de la phase locale $\varphi$ par le vecteur de phase locale $\Phi$ . . . . .	86
4.9	La bande passante des filtres de différence de Poisson $f_{\mathcal{D}oP}$ . (a) La bande passante $\beta$ en fonction du paramètre $\gamma$ . (b) Comparaison de la bande passantes des filtres de différence de Poisson (ligne continue) avec celle des filtres de différence de gaussienne (ligne discontinue) [22]. . . . .	89
4.10	La bande passante des filtres en quadrature de Cauchy. (a) La bande passante $\beta$ en fonction du paramètre $a$ . (b) Comparaison de la bande passante des filtres de Cauchy (ligne continue) avec celle des filtres de la dérivée gaussienne (ligne discontinue) [22]. . . . .	90

4.11	La transformée de Hilbert du filtre de Poisson avec ses dérivées dans le domaine spatial. . . . .	91
4.12	Les filtres à différentes échelles séparées par une octave et leurs sommes, $u0 = \pi/2^s$ avec $s = 0 \dots 5$ . (a) filtre de Lognormal avec $\beta = 2$ . (b) Filtre de Cauchy avec $\beta = 2$ . (c) Filtre de différence de Poisson avec $\beta = 3.6$ . . . . .	93
4.13	Illustration de filtres orientables. (a) filtre de log-Gabor, (b) la fonction d'orientation, (c) produit de la fonction radial de log-Gabor et la fonction angulaire. . . . .	94
4.14	Noyau de Cauchy en 2D dans le domaine de Fourier pour un paramètre $\sigma > 0$ donné. De gauche à droite : la partie paire du filtre $F_{Ch}$ , et la paire des filtres impairs $(F_{Ch} \cdot H_1, F_{Ch} \cdot H_2)$ . . . . .	95
4.15	Noyau de filtre de Différence de Poisson en 2D dans le domaine de Fourier. De gauche à droite : la partie paire du filtre $F_{Ch}$ , et la paire des filtres impairs $(F_{DoP} \cdot H_1, F_{DoP} \cdot H_2)$ . . . . .	95
5.1	Exemple de la MFA multi-échelles. Première ligne : images originales, deuxième ligne : images de contours détectés. . . . .	103
5.2	Exemple de la mesure Feature Asymmetry Monogénique (MFA) à différentes échelles. (a) L'image originale. (b) De haut en bas et de gauche à droite : Résultats obtenus avec le filtre de Cauchy pour $a = 1.92$ , i.e une bande passante $\beta = 2.5$ , avec les échelles $s \in \{15, 20, 25, 30\}$ . . . . .	104
5.3	Exemple de résultats de la MFA obtenus avec différents filtres. (a) l'image originale, (b) résultat de l'application du filtre DoP avec $\beta = 3.7$ octaves, et (c) résultats de l'application du filtre de Cauchy avec $\beta = 2.5$ octaves et $s \in \{15, 16, 17, 18\}$ pixels. . . . .	105
5.4	Comparaison entre les méthodes du passage par zéro du Laplacien et DTR (équation (5.16)). En haut : Les images originales. Au milieu de haut en bas : Résultats du modèle DTR, en utilisant respectivement le filtre (DoP) avec $\beta = 4$ et le filtre de Cauchy avec $\beta = 3.5$ . L'échelle utilisée est : $s = 20$ pour l'image de gauche et $s = 15$ pour l'image de droite. En bas : Le détecteur de passage par zéro du Laplacien. . . . .	108

## TABLE DES FIGURES

---

5.5	Champ de vecteurs représentant les orientations locales sur une image échocardiographique. De haut en bas : L'image originale, les orientations locales estimées en utilisant respectivement : le filtre DoP avec $\beta = 3.7$ et $s = 10$ , et le filtre de Cauchy avec $\beta = 2.5$ et $s = 20$ . . . . .	112
5.6	Champ de vecteurs de phase locale sur une image échocardiographique. À gauche : l'image originale des quatre cavités cardiaques, avec une région d'intérêt (RI) définie. À droite : la fonction $g$ donnée par l'équation (5.3) en niveau de gris et le champ de vecteurs de phase locale en rouge, les deux entités représentées dans la RI. . . . .	113
5.7	Une application de tracé manuel. . . . .	118
5.8	Exemples de segmentation par l'approche des ensembles de niveaux basée sur l'information de phase locale. Le cercle endocardique en ligne discontinue représente le contour initial. . . . .	119
5.9	Comparaison de résultats des algorithmes PBLs (a), GAC (b) et GAC+MVG (c). La ligne bleu indique le tracé manuel, et la ligne blanche la segmentation automatique. . . . .	119
5.10	Quelques exemples de résultats de segmentation du ventricule gauche, obtenus par le modèle GAC+MVL. Les contours intérieurs discontinus représentent les initialisations. Dans cette expérimentation $\nu = 0.7$ . . . .	120
5.11	Comparaison de l'approche GAC+MVL (gauche) et l'approche MV global (droite). Les contours bleus représentent les tracés manuels et les contours blancs, les segmentations automatiques. Dans cette expérimentation $\nu = 0.7$ . . . . .	121
5.12	Comparaison entre le modèle MV local et MV global sur une image synthétique. De droite à gauche : le contour initial, résultats de segmentation en utilisant respectivement le terme MV local et MV global. . . . .	121
5.13	Comparaison entre les contours manuels des deux médecins et le résultat automatique. En rouge le résultat automatique, en bleu le tracé du premier médecin et en mauve le tracé du deuxième médecin. . . . .	123
5.14	Images de simulation (Field II). De droite à gauche, des disques de fort à faible contraste. Pour chaque colonne, de haut en bas, les cercles ont respectivement des rayons de 17, 20 et 23 pixels. . . . .	124

5.15 Comparaison des résultats de segmentation de la méthode PBLs (en jaune) avec la méthode GAC (en rouge, première ligne), et avec la méthode GAC+MVG (en rouge, deuxième ligne). . . . .	124
5.16 Boxplot des mesures DSC (a) et MAD (b) des résultats de segmentation des méthodes PBLs, GAC+MVG et GAC sur les images de synthèse. . .	125
5.17 La mesure FAM sur un volume de données. . . . .	126
5.18 Résultats de segmentation 3D du ventricule gauche avec une vue interne.	126
5.19 Différentes vues de la reconstruction 3D du ventricule gauche. . . . .	127
5.20 Boxplot de la distances DSC (%) entre les tracés manuels sur les 20 images. En haut les statistiques relatives au premier médecin en bas, les statistiques relatives au deuxième médecin. . . . .	130
5.21 Comparaison entre la segmentation automatique (rouge) et la segmentation manuelle des médecins. La colonne de gauche correspond aux tracés du premier médecin (blanc), et celle de droite aux tracés du deuxième médecin (jaune). . . . .	131

## TABLE DES FIGURES

---

# Liste des tableaux

2.1	Paramètres acoustiques dans différents organes du corps humain, en comparaison avec ceux de l'air et de l'eau (milieux de référence). . . . .	11
2.2	Quelques caractéristiques des modèles de distribution. . . . .	34
3.1	Énergies et fonctions d'évolution de quelques modèles de contours actifs basés région locale. . . . .	64
4.1	Les dérivées première et seconde du filtre de Cauchy dans le domaine spatial. . . . .	92
4.2	Résumé des propriétés des filtres construits à partir des filtres Gaussien et Poisson. . . . .	97
5.1	Les mesures de performance DSC(%) et MAD(pixels) pour les données automatiques, intra-observateur et inter-observateur. Les statistiques de ces mesures : moyenne, médiane et écart-type sont présentées sur les 20 images échocardiographiques. . . . .	122
5.2	Statistiques des mesures DSC et MAD sur les distances des données inter-observateurs, intra-observateurs et automatiques. . . . .	123
5.3	La mesure DSC (%) de l'intra-observateur et l'inter-observateur des résultats obtenus sur dix images. . . . .	129

## LISTE DES TABLEAUX

---

# 1

## Introduction générale

### 1.1 Motivations cliniques

Il est indubitable que l'imagerie ultrasonore est une technique d'exploration qui a montré tout son intérêt et toute son utilité dans le domaine médical. Cet outil a suscité significativement l'intérêt de l'ensemble de la communauté scientifique et médicale. L'imagerie ultrasonore présente trois avantages importants : l'innocuité, la cadence d'images et le coût final de revient. Tout d'abord, Contrairement aux rayons X ou à l'imagerie nucléaire, les ondes ultrasonores sont totalement inoffensives aux puissances d'utilisation courante. Le patient, tout comme le manipulateur, ne prend donc aucun risque pour sa santé et il est loisible de renouveler l'examen autant de fois que cela s'avère nécessaire. C'est notamment pour cela que l'échographie est utilisée en routine pour le suivi des grossesses. Ensuite, pour ce qui est de la cadence, les images échographiques sont obtenues en temps réel. Le médecin peut donc suivre les mouvements des organes pour détecter d'éventuels anomalies, notamment cardiaques. Enfin, l'échographie est une technique particulièrement économique en comparaison aux autres modalités comme l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) et le scanner X, aussi bien en ce qui concerne le coût d'un appareil que celui d'un examen. Au surplus, l'appareil servant pour l'examen est parfaitement flexible, très léger et peut être déplacé au gré des besoins.

L'échographie tridimensionnelle en temps réel est devenue une technique d'investigation médicale courante. Alors que les premières applications étaient axées sur l'obstétrique, la cardiologie et la gynécologie, l'utilisation de cette technique ne cesse de se

propager dans d'autres domaines cliniques. Cette expansion est due à des améliorations importantes en matière de technologie, qualité d'image et facilité d'utilisation clinique. L'échographie 3D a ainsi été testée pour de nombreuses applications. De manière non exhaustive, on peut citer : utérus, réseau vasculaire, cerveau, tumeurs, mesure de volume, etc. Nous n'allons pas aborder toutes les applications de l'échographie 3D dans cette thèse pour nous concentrer essentiellement sur l'échocardiographie. Notre intérêt ainsi que celui des scientifiques pour le système cardiovasculaire se justifie par les statistiques alarmantes. En effet, ce sont les maladies cardiovasculaires qui font le plus de victimes dans le monde. L'Organisation Mondiale de la Santé estime que 57 millions de personnes sont décédées en 2008. 13,5 millions de personnes sont décédées cette même année par les maladies cardiovasculaires. En France, la première cause de mortalité sont les cancers (29,6 %) suivis des maladies de l'appareil circulatoire (27,5 %), avec près de 180000 décès par an, et ce d'après les données avancées par l'Institut National de la Santé et de la Recherche Médicale. Il est donc vital d'effectuer un dépistage des malformations cardiaques dès le plus jeune âge pour un meilleur traitement. Il est à noter qu'en pédiatrie on parle plutôt des malformations congénitales, c'est souvent chez l'adulte que les troubles fonctionnels apparaissent.

L'apparition de la sonde matricielle a propulsé l'échocardiographie 3D dans une nouvelle ère. L'imagerie 3D en temps réel est désormais disponible sur un échographe standard et ses applications peuvent entrer en routine clinique. La mesure des volumes ventriculaires bouleverse l'approche quantitative de la fonction ventriculaire. La visualisation du cœur permet de mettre en évidence et de suivre l'évolution de certaines malformations ou insuffisances cardiaques. Pour réaliser un examen, deux outils sont particulièrement utilisés : l'estimation du volume des ventricules aux différentes phases du cycle cardiaque et la visualisation tridimensionnelle de la dynamique du cœur. L'intérêt du 3D dans les cardiopathies congénitales porte essentiellement sur les valvulopathies, les shunts (Communications interventriculaires ou interauriculaires) et les pathologies de l'aorte. L'analyse du cœur fœtal par échocardiographie 3D est désormais tout aussi possible. Comparée à l'échographie 2D, l'échographie 3D procure un avantage considérable quant à l'estimation du volume ventriculaire. Cependant, le diagnostic en cardiologie requiert des images avec une bonne résolution, pour la visualisation des valvules par exemple. Mais la fréquence d'images doit être également élevée pour suivre les mouvements cardiaques qui sont incontrôlables.

Aujourd'hui, des moyens techniques et matériels existent pour l'acquisition et l'exploitation des données échographiques tridimensionnelles, et l'appareil 3D est commercialisé depuis maintenant plusieurs années. La difficulté n'est donc pas de recueillir les données mais de savoir comment les exploiter par la suite. La visualisation des données bidimensionnelles permet à l'utilisateur d'interpréter aisément ces informations. Pour une visualisation sur un espace de dimension supérieure (3 voire parfois 4 en cardiologie), il est alors beaucoup plus difficile d'appréhender toutes les informations recueillies, d'autant que la quantité d'informations est beaucoup plus importante. Afin d'interpréter les données et en extraire certaines mesures, les opérateurs cliniciens utilisent généralement une segmentation manuelle. Cette technique consomme un temps considérable et offre souvent des mesures biaisées. Il est alors important de présenter au médecin un moyen de segmentation automatique ou semi-automatique, et ce dans le but de l'aider à trouver rapidement l'information utile.

## 1.2 Motivations techniques

Dans une large mesure, le Système Visuel Humain (SVH) est un modèle précieux pour guider la manière de créer et de combiner les composants algorithmiques. En particulier, ce système aide à structurer le lien hiérarchique entre la détection de caractéristiques locales et les étapes d'analyse. Les expériences physiologiques évoquent que les structures de type lignes et bords sont les deux principales caractéristiques du SVH bas-niveau. Les travaux de Hubel et Wiesel [80, 81] suggèrent qu'il existe deux classes de cellules dans le système visuel : les cellules linéaires et les cellules non-linéaires. Les cellules linéaires sont des filtres spécialement calibrés pour détecter les lignes et les bords. Les cellules non-linéaires quant à elles, servent au compactage de l'information. Par ailleurs, puisque les cellules simples ou complexes peuvent être différenciées en fonction de leur sensibilité à l'angle de fonctionnalité, l'orientation peut être considérée comme la troisième caractéristique d'un SVH. Ces caractéristiques constituent une riche source d'informations au système d'interprétation de haut-niveau.

Sur la base des preuves physiologiques, la communauté de vision par ordinateur a essayé de présenter des modèles inspirés du SVH pour résoudre des problèmes de vision. Cela signifie la modélisation des entités qui représentent localement les lignes, les bords et l'orientation. Une représentation exemplaire est donnée par : la phase locale,

l'énergie locale et l'orientation locale. La phase locale comporte des informations sur le type des structures, permettant une décomposition du signal en lignes ou en bords. Par ailleurs, les points du maximum de l'énergie locale correspondent aux points où les composantes de Fourier entrent en phase, i.e. les phases des composantes de Fourier sont en congruence. Il existe donc un lien fort entre l'énergie locale et la présence de caractéristiques pertinentes [112]. En ce qui concerne l'orientation locale, elle caractérise l'orientation du signal dans l'image. Cette représentation mathématique de la structure locale inspirée du SVH, peut être un élément fondamental pour développer des algorithmes d'imagerie efficaces.

Jusqu'alors, les algorithmes les plus importants de segmentation faisant appel aux contours actifs, utilisaient un modèle d'énergie fondé sur le calcul du gradient. Or cette approche s'est révélée insuffisante du fait de la pauvreté de l'information portée par le gradient dans l'image ultrasonore et sa sensibilité au contraste. C'est dans ce contexte que s'inscrit notre thématique de thèse. En effet, ces différentes spécificités nous ont amené vers une démarche plus intégrée, visant à conserver et à caractériser l'information texture des images. Pour ce faire, nous avons opté pour des techniques exploitant l'information de phase. Cette dernière, théoriquement invariante au contraste de l'image, est un outil puissant de détection de contours. L'information de phase locale est estimée en utilisant des noyaux de filtres en quadratures et peut être étendue facilement en dimension supérieure en utilisant la représentation du signal monogénique.

Pour interpréter les images échographiques, il est important de comprendre leur formation et les propriétés qui les affectent, notamment le bruit speckle. A partir de ce principe et en restant toujours dans un cadre de traitement local, nous nous sommes intéressés également aux statistiques locales de l'image. Durant cette dernière décennie, bon nombre de méthodes géométriques de segmentation utilisent des modèles statistiques pour décrire l'objet à segmenter. Ces méthodes dites globales se sont avérées être plus robustes à l'initialisation et au bruit que les méthodes basées sur l'information contours. Cependant, certains de ces modèles sont fondés sur une hypothèse qui stipule que les régions à segmenter sont homogènes. Or, plusieurs types d'images ne satisfont pas cette hypothèse, en particulier les images ultrasonores. Pour remédier à l'échec de ces méthodes sur les images ayant des atténuations ou des changements d'intensité, il était nécessaire de relaxer cette contrainte d'homogénéité globale. Ainsi, des approches très efficaces basées sur les statistiques locales ont vu le jour très récemment.

## 1.3 Contributions

Nous proposons donc dans notre travail de thèse, une approche hybride combinant des critères basés sur des descripteurs de régions, et d'autres basés sur la description des contours de l'image. La difficulté de ces approches réside dans le fait que même si ces deux modalités sont complémentaires, néanmoins elles impliquent des objectifs conflictuels et incommensurables. Les méthodes basées région sont fondées sur les propriétés de l'homogénéité, alors que celles basées contours utilisent la non-homogénéité des mêmes données comme principe. Assurément, c'est ce genre de méthodes hybrides qui correspond alors le mieux aux images ultrasonores, car fréquemment, ces dernières ne possèdent pas de contours ni de contrastes uniformes sur les bords des objets à segmenter. Certains artéfacts locaux, comme les changements d'intensités ou le phénomène d'ombre acoustique qui engendre l'absence du signal, sont souvent présents sur les images de ce type. L'utilisation des approches hybrides, permet à la fois sur une même image dans les zones d'absence du signal ou de faible intensité, de donner au terme région un rôle prépondérant par rapport au terme basé contour qui lui, domine le plus dans les régions possédant des discontinuités.

Le travail de cette thèse a abouti à des contributions portant à la fois sur l'information de phase locale et sur les statistiques locales. Nous en citons brièvement les éléments majeurs :

- Un modèle de segmentation par contours géométriques actifs fondé sur l'information de phase locale estimée par le signal monogénique.
- Un modèle de segmentation basé sur le champ des orientations locales estimées par le signal monogénique.
- Analyse et adaptation du filtre de Cauchy dans l'application du signal monogénique.
- Un modèle de segmentation région locale basé sur l'estimation au sens du maximum de vraisemblance.

## 1.4 Organisation du document

Mises à part l'introduction et la conclusion, ce document est divisé en quatre chapitres. Le chapitre 2 présente l'image ultrasonore, son principe d'acquisition et ses ca-

ractéristiques. L'origine du speckle et ses modélisations par des approches statistiques sont présentées.

Le chapitre 3 dressera, en premier lieu, un état de l'art original des méthodes de segmentation d'images ultrasonores. Cette revue méthodologique est présentée sous forme de classement par contraintes ou l'information a priori utilisée pour résoudre le problème de la segmentation. En se basant sur ce formalisme, deux types de contraintes sont à distinguer : les contraintes relatives à l'information pouvant être extraite à partir de l'image ou du système d'imagerie, et les contraintes relatives à l'objet concerné par la segmentation, comme sa forme ou son comportement physiologique. Dans la suite de ce chapitre, la présentation se focalisera sur les approches utilisées dans notre modèle de segmentation.

Le chapitre 3 quant à lui sera consacré à l'analyse de l'information de phase locale estimée à partir du signal analytique  $nD$ . Après avoir examiné le concept du signal analytique en 1D, l'extension de la définition du signal analytique aux signaux  $nD$  sera présentée. Nous procéderons à la clôture de ce chapitre par une partie dédiée à l'analyse des filtres en quadrature, comme un moyen d'estimer les propriétés locales à partir du signal monogénique  $nD$ .

Dans le chapitre 4, nous décrirons les différents termes piliers de notre modèle basé sur les propriétés locales du signal monogénique. Il sera présenté également, un terme basé sur les statistiques locales pour améliorer le modèle. Nous nous attacherons ensuite au développement de l'approche retenue, pour ensuite exposer les résultats obtenus et finaliser ce chapitre par une discussion.

Enfin, nous tâcherons de mettre en exergue les différentes conclusions qui se sont imposées à nous et mettrons en lumière les perspectives qui se sont profilées.

## Notations

Les symboles suivants seront utilisés dans ce mémoire :

$x$	Coordonnée spatiale
$\mathbf{x}$	Vecteur de coordonnée spatiale
$u$	Coordonnée fréquentielle
$\mathbf{u}$	Vecteur de coordonnée fréquentielle
$I(\mathbf{x})$	Intensité du pixel $\mathbf{x}$
$\Omega$	Domaine de l'image
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	Produit scalaire
$ \cdot $	Norme $L_2$ d'un vecteur
$\phi$	Fonction d'ensemble de niveau
$\mathcal{C}(p)$	Contour paramétrique
$\mathbf{n}(p)$	Normale au contour $\mathcal{C}$
$\kappa$	Courbure
$s$	Paramètre d'échelle
$\beta$	Bande passante
$\mathcal{H}$	Transformée de Hilbert
$\mathbf{F}_{\mathcal{R}}(\mathbf{u})$	Transformée de Riesz dans le domaine fréquentiel
$\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})$	Transformée de Riesz dans le domaine spatial
$\varphi$	Phase locale
$\Phi$	Vecteur de phase locale

L'appellation *domaine spatial* peut être échangée par domaine temporel, et le *domaine de Fourier* par le domaine fréquentiel.

Les vecteurs et nombres complexe seront notés en gras. Les éléments des vecteurs seront indexés.

### Abréviations

FA	Feature Asymmetry
MFA	Feature Asymmetry Monogénique
RF	Radio-Fréquence
IRM	Imagerie par Résonance Magnétique
TCL	Théorème Central Limite
SNR	Rapport Signal à Bruit
fdp	fonction de densité de probabilité
MV	Maximum de Vraisemblance
SVH	Système Visuel Humain
GAC	Géodésique Active Contour
DSC	Coefficient de Similarité de Dice
MAD	Mean Average Distance

## 2

# Formation et caractérisation des images échographiques

## Introduction

Il est indéniable que l'analyse des données à manipuler est une étape très importante qui permet de développer des solutions efficaces au problème initialement posé. En effet, l'imagerie ultrasonore comporte certaines caractéristiques physiques particulières qui les distinguent des autres modalités d'acquisition.

L'imagerie ultrasonore est aujourd'hui couramment utilisée en médecine. Elle est fondée sur la propagation d'ondes ultrasonores dans le corps et sur leur interaction avec les différents tissus traversés. De ce fait, ce principe de formation rend la qualité des images ultrasonores fortement dépendante du mécanisme d'acquisition.

Après avoir présenté l'onde ultrasonore et son interaction avec la matière, nous nous pencherons sur la technique échographique en abordant le principe d'acquisition et les différents modes de représentation. Par la suite nous mettons en lumière la technique particulière que représente l'échographe 3D avant de nous focaliser sur l'une des caractéristiques majeure des images ultrasonores : le bruit speckle. Plusieurs modélisations de ce phénomène de speckle via des approches statistiques seront présentées.

## 2.1 L'onde ultrasonore

Historiquement, la paternité des ultrasons est reconnue à Lazzaro Spallanzani qui le premier en 1794 soupçonna l'existence des ultrasons en observant le vol des chauves-

souris. Ils ont été ensuite découverts en 1883 par le physiologiste anglais Francis Galton. En 1880 Pierre et Jaches Curie découvrent le principe de la piézo-électricité et le moyen de produire des ondes ultrasonores. Il faut attendre la première guerre mondiale avec le français Paul Langévin et le russe Constantin Chilowsky pour que l’homme les utilise à la détection des sous-marins en plongée. La première application médicale est due au psychiatre/neurologue Karl Theo Dussik en 1942 pour la recherche d’une déviation des structures médianes intracrâniennes.

La section suivante présente brièvement la base physique utilisée en échographie ainsi qu’une description des techniques d’exploitation des signaux qui permettent d’obtenir les images de plan de coupe. Nous nous contentons de présenter ici quelques éléments indispensables à la compréhension du fonctionnement, possibilités et limites de l’échographe 2D et 3D qui seront présentés par la suite.

### 2.1.1 Principe physique

D’un point de vue purement physique, l’onde ultrasonore est une onde de pression se propageant dans un milieu élastique : une variation de pression qui se déplace. Il s’agit de la propagation d’une énergie sous forme d’ondes mécaniques susceptibles de subir des réflexions (échos), des réfractions et des interférences. Ce déplacement ne peut se faire dans le vide à la différence des ondes électromagnétiques (rayons x). Le milieu de propagation de l’onde ultrasonore est soumis à une succession de surpressions et de dépressions. Ses particules constitutives sont alors animées d’un mouvement dans l’axe de déplacement de l’onde et transmettent ces modifications aux particules voisines.

La fréquence de l’onde ultrasonore est au dessus de la limite perceptible par l’audition humaine qui est approximativement de 20 KHz. La vitesse de propagation de l’onde dépend essentiellement de la compressibilité ou de la dureté du milieu. Dans le corps humain, la vitesse peut varier entre 1450 et 1650 m/s pour les tissus mous, et entre 2500 et 4000 m/s pour les os. Le tableau 2.2 présente différentes vitesses de propagation de l’onde selon les milieux traversés, fournies à titre indicatif.

### Interaction des ondes ultrasonores avec le milieu traversé

Différents phénomènes interviennent au cours de la propagation d’une onde ultrasonore dans le corps humain, à savoir les phénomènes de réflexion, transmission, diffusion et absorption. Le schéma de la figure 2.1 illustre ces phénomènes.

**TABLE 2.1:** Paramètres acoustiques dans différents organes du corps humain, en comparaison avec ceux de l'air et de l'eau (milieux de référence).

Tissus	Vitesse de propagation [m/s]	Densité [g/cm <sup>3</sup> ]	Atténuation 1 MHz [dB/cm]
Graisse	1450	0.92	0.60
Muscle	1542-1626	1.07	1.30
Sang	1570	1.06	0.29
Os	2500-4000	1.38-1.81	13.03
Air	330	$1.2 \cdot 10^{-3}$	-
Eau	1480	1	-

### Réflexion :

Lorsque l'onde ultrasonore passe d'un milieu  $M_1$  à un milieu  $M_2$  aux caractéristiques acoustiques différentes, une partie de l'onde est réfléchiée. La quantité d'énergie réfléchiée est fonction de l'angle entre l'onde incidente et l'interface mais aussi de la disparité entre les deux milieux.

### Réfraction :

Lorsque l'onde ultrasonore rencontre une transition de milieux avec un angle oblique, une partie de l'énergie de l'onde est réfléchiée avec un angle de réflexion égal à l'angle incident. La partie transmise est déviée avec un angle qui dépend de la vitesse de propagation dans les deux milieux concernés : il s'agit du phénomène de réfraction.

### Diffusion :

Certaines inhomogénéités se comportent comme des sources ponctuelles qui réfléchissent une partie de l'onde dans toutes les directions de l'espace : c'est le phénomène de dispersion ou diffusion.

### Absorption :

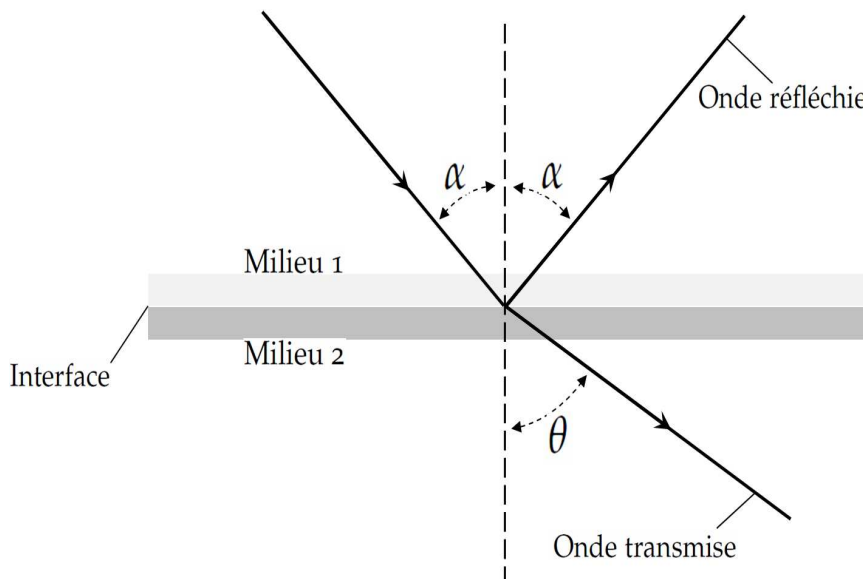
La propagation d'une onde ultrasonore s'effectue par une succession de variations locales de pression sans transport de matière. Par ailleurs, un transfert d'énergie est nécessaire. Ainsi, l'onde ultrasonore perd de l'énergie qui est absorbée par le milieu.

Différents mécanismes sont à l'origine de cette perte énergétique, les plus importants étant ceux de conduction thermique et de viscosité. Ainsi, l'énergie mécanique de l'onde est essentiellement transformée en chaleur sous l'effet de forces visqueuses s'opposant au mouvement des particules du milieu.

### Atténuation de l'onde :

L'intensité d'un son diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la source ou que l'on place des interfaces entre l'émetteur et le récepteur de son. Dans le corps humain, l'intensité de l'onde ultrasonore diminue avec la profondeur à cause des interactions que l'on vient de voir : réflexion, réfraction et absorption. L'atténuation décroît d'une manière exponentielle par rapport à la profondeur.

L'atténuation des ultrasons dépend des milieux traversés, mais aussi des caractéristiques de l'onde ultrasonore, et en particulier de la fréquence des ultrasons : plus la fréquence des ultrasons augmente, plus l'atténuation est importante. La fréquence des ultrasons a donc une influence déterminante sur les possibilités d'exploration.



**FIGURE 2.1:** Comportement d'une onde ultrasonore au niveau d'une interface séparant deux milieux.

## 2.2 Technique échographique

L'imagerie ultrasonore est une technique d'investigation utilisant le phénomène de réflexion des ondes ultrasonores. Un faisceau ultrasonore, émis par une sonde pénètre dans l'organisme où il subit de nombreuses interactions : réflexion, diffusion et atténuation. Ces ondes réfléchies sont recueillies par cette même sonde puis numérisées, traitées et adressées sur un moniteur.

Les premières études sur les ultrasons n'étaient pas appliquées à la médecine, mais réservées au domaine militaire. Ce n'est qu'en 1951 que J.J. Wild et J.M. Reid présentèrent à la communauté médicale un nouvel appareil : *l'échographe* [165]. A l'origine, cet appareil était destiné à la recherche des tumeurs cérébrales, mais il est aujourd'hui principalement utilisé en obstétrique.

### 2.2.1 Principe de l'échographe

À partir des changements que subit l'onde lors de son interaction avec le milieu traversé, il est possible d'en déduire les propriétés de ce milieu. En effet, le principe des échographes classiques consiste en l'envoi d'une brève impulsion ultrasonore et l'analyse des signaux réfléchis. Chaque impulsion permet d'obtenir des informations sur le milieu traversé suivant la direction de propagation. L'image finale est ainsi obtenue par l'interpolation d'une série de signaux.

L'image ultrasonore est donc une représentation de l'amplitude des signaux réfléchis (échos) par le récepteur en fonction du temps. Le signal réfléchi étant acoustique, il est immédiatement converti en signal électrique par un *transducteur* (Transformateur d'énergie). Il s'agit d'un élément piézo-électrique qui se déforme sous l'action d'un signal électrique créant ainsi l'onde acoustique. Inversement, lors de la réception des signaux réfléchis, ce dernier le déforme engendrant un signal électrique proportionnel à la déformation. Un même transducteur est donc utilisé pour l'émission et la réception des signaux. Ce transducteur est l'élément de base de la *sonde* qui constitue l'anneau essentiel de la chaîne échographique. Elle conditionne en effet la qualité de l'image.

#### 2.2.1.1 Le mode A (Amplitude)

Ce mode de représentation unidimensionnel (A-Scan) est à la base de toutes les premières méthodes d'exploitation et d'interprétation des données ultrasonores. C'est

le mode de représentation de l'image le plus primitif. L'échographe émet une impulsion qui se propage en ligne droite suivant la direction du transducteur. L'exploration la plus simple consiste alors à afficher l'amplitude du signal recueilli par la sonde en fonction de la profondeur. Néanmoins, il est rare de nos jours de trouver des échographes munis de ce mode de représentation. Il a été remplacé par le mode B-Scan.

### 2.2.1.2 Le mode TM (Temps mouvement)

Ce mode est obtenu en effectuant des tirs successifs de type mode A. Il est utilisé pour visualiser de petites portions des organes, il ne détecte que les mouvements axiaux des structures. Le mode TM est couramment utilisé pour effectuer des mesures sur les cavités cardiaques, l'épaisseur des parois, leur mouvement, la dimension des artères, le mouvement des valves, etc.

### 2.2.1.3 Le mode B (Brillance)

Une représentation B-Scan est une image engendrée par la succession des A-Scan balayées sur la région observée. L'amplitude du signal A-Scan est représentée par un niveau de gris.

Pour visualiser un plan de coupe de la région que l'on veut observer, plusieurs lignes de tir (transducteur) sont nécessaires pour recouvrir cette région. Diverses techniques ont été utilisées pour recueillir les informations sur plusieurs lignes de tirs : balayage manuel, mécanique et électronique. Actuellement, au sommet des innovations techniques, c'est le balayage électronique qui est utilisé. Pour réaliser ce balayage, une barrette formée de plusieurs transducteurs (généralement une centaine) est plongée dans un milieu aqueux à l'intérieur de la sonde échographique.

### 2.2.1.4 Le mode B Doppler

Le mode Doppler, codé en couleurs, révèle quant à lui, la vitesse et la direction des tissus en mouvement. Il est très utilisé pour mesurer la vitesse et la direction du flux sanguin. Le mode Doppler est utilisable avec le mode TM ou le mode B.

### 2.2.2 Avantages

L'échographie présente trois avantages importants : l'innocuité, la fréquence d'image et le coût de revient. Contrairement aux rayons X ou à l'imagerie nucléaire, les ondes ultrasonores sont totalement inoffensives aux puissances d'utilisation courante. Le patient, tout comme le manipulateur, ne prend donc aucun risque et on peut renouveler l'examen autant de fois que nécessaire. C'est pourquoi l'échographie est utilisée en routine pour le suivi des grossesses. Les images échographiques sont obtenues en temps réel. Le médecin peut donc suivre les mouvements des organes et des flux pour détecter d'éventuels défauts, notamment cardiaques. Enfin, l'échographie est une technique particulièrement économique par rapport aux autres modalités (IRM, scanner X, ...), aussi bien en ce qui concerne le coût d'un appareil que celui d'un examen. De plus, l'appareil est flexible, très léger et peut être déplacé au gré des besoins.

Depuis l'apparition de l'échographie, les évolutions techniques ont permis d'étendre ses domaines d'application, et la résolution d'image échographique est maintenant inférieure au millimètre. Cette miniaturisation permet l'exploitation endovasculaire.

L'échographie est une technique non invasive. Elle offre la possibilité de visualiser le flux sanguin en exploitant l'effet Doppler.

### 2.2.3 Limites

L'échographie présente cependant certaines limites. L'atténuation limite la profondeur d'exploration. Il faut alors trouver un compromis entre la fréquence (plus la fréquence est élevée, meilleure est la résolution axiale) et la profondeur (plus la fréquence est élevée, plus l'atténuation est importante). Ainsi, pour une sonde émettant à 3,5 MHz, la profondeur de l'image sera limitée à environ 15 cm.

Les os et l'air dans les poumons constituent une limite au champ d'investigation. En effet, ces objets sont très réfléchissants, ce qui fait que l'interface constituée par ces milieux et les tissus mous forment une barrière infranchissable aux ultrasons. Ainsi, pour visualiser le cœur avec une sonde transthoracique, on ne dispose que d'un nombre restreint de fenêtres d'exploration (apicale, parasternale, sous-costale, etc.). Il n'est donc pas possible d'obtenir tous les plans de coupes souhaitables. De plus, une connaissance de la physique des ultrasons est souvent nécessaire pour interpréter correctement une image. Par exemple, il faut pouvoir reconnaître un phénomène d'ombre acoustique pour

ne pas interpréter l'absence d'un signal comme un milieu peu échogène. L'examen, et donc ses résultats, reste "examineur-dépendant". Les mesures et la qualité des images dépendent beaucoup de la position de la sonde (plan de coupe), et donc, de l'habilité et de la compétence de l'examineur. Ce positionnement manuel de la sonde varie d'un examen à l'autre et n'est pas connu a priori, ce qui rend complexe toute réinterprétation de l'examen et tout recalage avec une autre modalité d'imagerie médicale. Autrement dit, en cas de doute ou de discussion, l'examen doit être refait en totalité, idéalement par un autre examineur [133].

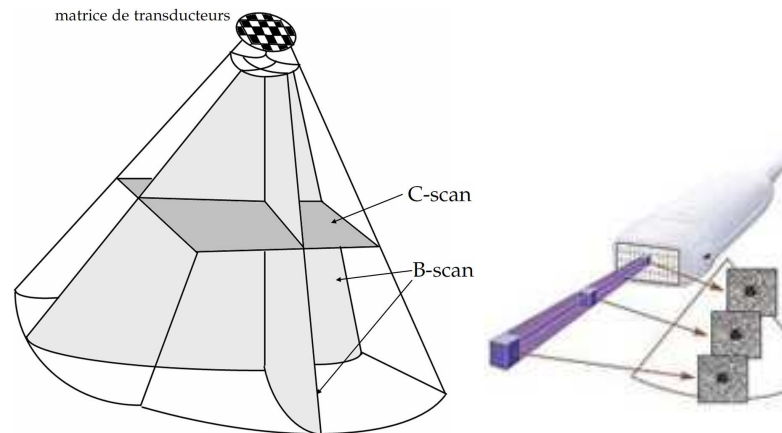
Enfin, la qualité des images n'est pas aussi bonne que pour les rayons X ou la résonance magnétique. Le phénomène du speckle dégrade de façon remarquable la qualité des images échographiques. Nous détaillerons par la suite ce phénomène de speckle.

### 2.3 Échographie 3D

L'imagerie bidimensionnelle comporte certaines limites à l'échographie, car l'exploration est réalisée par des plans de coupes alors que les structures étudiées ont trois dimensions, voir figure 2.2. L'échographie 3D tente de palier cet inconvénient et suscite un intérêt croissant depuis plus d'une vingtaine d'années [61, 62, 163].



**FIGURE 2.2:** Bicuspidie aortique vue en mode TM (gauche), 2D (milieu) et 3D (droite). La vue 3D permet de voir la valve dans son intégralité à partir de l'aorte (Image de P. Acar [1]).



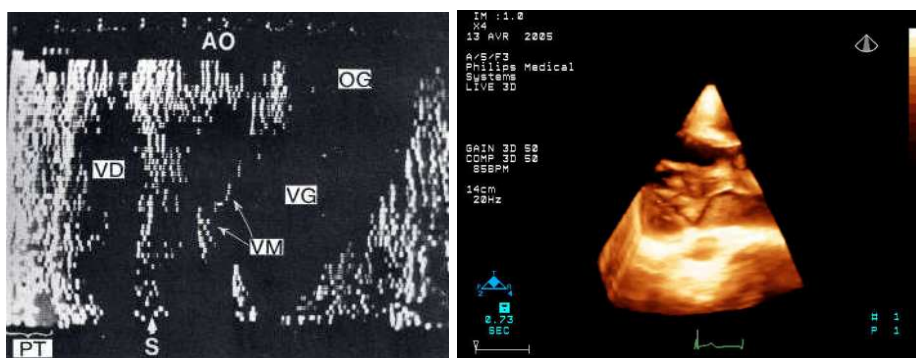
**FIGURE 2.3:** Schéma d'une sonde tridimensionnelle : transducteur 2D (matrice).

### 2.3.1 Acquisition

L'approche pour passer de deux à trois dimensions est généralement similaire à celle du passage de une à deux dimensions. En effet, la reconstruction tridimensionnelle est possible en enregistrant une série d'images échographiques avec les positions de la sonde sur la région d'intérêt. On retrouve notamment les mêmes techniques de balayage qu'en deux dimensions, à savoir le balayage manuel, mécanique et électronique. Les balayages manuels et automatiques (mécanique) sont aujourd'hui des solutions peu utilisées pour acquérir les données tridimensionnelles. Cependant, le modèle électronique utilisant une matrice de transducteurs, présente assurément l'option la plus intéressante. C'est particulièrement le seul système qui permet de recueillir des données tridimensionnelles en temps réel. À notre connaissance, seuls six centres en France possèdent ce type d'équipement : sonde matricielle (voir la figure 2.3). Le Centre Hospitalier d'Amiens est l'un des centres en France qui possède un système d'échocardiographie IE33 de Philips ayant une sonde matricielle. Les images de test utilisées dans nos travaux de segmentation sont issues de cette sonde matricielle.

### 2.3.2 Exploitation

Le volume acquis par l'échographie 3D peut être exploité de différentes manières en fonction des besoins du spécialiste. Nous pouvons citer quatre types d'exploitation différents, à savoir, l'analyse multi plans : c'est probablement le mode de visualisation



**FIGURE 2.4:** Évolution de la qualité des images échocardiographiques. À gauche : une image échocardiographique 2D qui date de 1980, à droite : un volume 3D tirée du logiciel QLab de Philips, année 2011.

le plus intéressant autorisé par l'échographie 3D. En effet, il offre à l'utilisateur la possibilité de visualiser tous les plans de coupe du volume qu'il désire. Ce qui est totalement impossible à obtenir avec l'échographe 2D. Le mode d'exploitation en rendu surfacique permet la visualisation d'une surface entourée de structures liquides. Il est très utilisé en obstétrique pour la visualisation de la face ou des extrémités d'un fœtus. En final, le rendu par transparence et le rendu en mode couleur (Doppler 3D) sont aussi des possibilités de visualisations offertes par l'échographe 3D.

### 2.3.3 Applications

L'échographie tridimensionnelle est devenue une technique d'investigation médicale courante. Alors que les premières applications étaient axées sur l'obstétrique [39, 46, 147, 166], la cardiologie [1, 16, 43, 82] et la gynécologie [132], l'utilisation de cette technique ne cesse de se propager dans d'autres domaines cliniques [117, 131]. Cette expansion est due à des améliorations importantes en matière de technologie, de qualité d'image (voir figure 2.4) et de facilité d'utilisation clinique. L'échographie 3D a ainsi été testée pour de nombreuses applications. De manière non exhaustive, on peut citer : utérus, réseau vasculaire, cerveau, tumeurs, mesure de volume, etc. Nous n'allons pas aborder toutes les applications de l'échographie 3D dans cette thèse pour nous concentrer essentiellement sur l'échocardiographie. Cependant, nous évoquerons l'obstétrique qui est le domaine d'application largement utilisé en échographie.

### 2.3.3.1 Échographie 3D en obstétrique

L'obstétrique est le domaine qui présente les conditions les plus favorables pour l'échographie 3D. En effet, la qualité des données joue un rôle primordial pour un traitement automatique qui permet la visualisation des informations utiles. La présence du liquide amniotique qui entoure le fœtus permet une bonne segmentation du fœtus qui est nécessaire pour le rendu surfacique par exemple. Les interfaces entre la peau du fœtus et le liquide amniotique sont nettement mises en évidence sur les images, ce qui permet d'exploiter les données 3D de manière automatique. De plus, d'un point de vue pratique, il s'agit encore du cas le plus favorable pour le médecin pour l'utilisation de la sonde. Il n'y a ni os (sauf ceux du fœtus, et sa visualisation est généralement souhaitable) ni air qui seraient susceptibles de dégrader les images. On retrouvera des revues de l'utilisation de l'échographie 3D en obstétrique dans [39, 46, 147, 166].

L'échographie 3D peut aider le médecin à détecter très tôt d'éventuels problèmes liés au fœtus comme les malformations congénitales. Le médecin s'intéresse particulièrement au squelette, au visage, au cœur ou aux membres du fœtus.

### 2.3.3.2 Échographie 3D en cardiologie

L'apparition de la sonde matricielle a propulsé l'échocardiographie 3D dans une nouvelle ère. L'imagerie 3D en temps réel est désormais disponible sur un échographe standard et ses applications peuvent entrer en routine clinique. La mesure des volumes ventriculaires bouleverse l'approche quantitative de la fonction ventriculaire [1].

La visualisation du cœur permet de mettre en évidence et de suivre l'évolution de certaines malformations ou insuffisances cardiaques. Pour réaliser un examen, il existe deux outils particulièrement utilisés : l'estimation du volume des ventricules aux différentes phases du cycle cardiaque et la visualisation tridimensionnelle de la dynamique du cœur. L'intérêt du 3D dans les cardiopathies congénitales porte essentiellement sur les valvulopathies, les shunts <sup>1</sup> et les pathologies de l'aorte [1].

L'analyse du cœur fœtal par échocardiographie 3D est désormais aussi possible. L'usage de la sonde en obstétrique date du début des années 1970 avec les appareils permettant de capter les bruits du cœur fœtal (voir effet Doppler § 2.2.1.4). L'utilisation des ultrasons est quasiment sans danger : c'est la seule technique permettant d'avoir des

---

1. Communications interventriculaires ou interauriculaires.

images du fœtus avec une bonne innocuité. Il n'y a pas d'allergie ni de contre-indication à cet examen.

L'échographe 3D muni d'une sonde ayant une matrice de transducteur permet de recueillir des informations 3D en temps réel. On peut donc visualiser les données internes du cœur pendant un cycle. En analysant les mouvements cardiaques, il est ainsi plus facile de comprendre les éventuelles anomalies mais aussi de mieux apprécier les relations spatiales en vue d'une intervention chirurgicale. Comparé à l'échographie 2D, l'échographie 3D procure un avantage considérable quant à l'estimation du volume ventriculaire. Cependant, le diagnostic en cardiologie requiert des images avec une bonne résolution, pour la visualisation des valvules par exemple. Mais la fréquence d'images doit être également élevée pour suivre les mouvements cardiaques qui sont incontrôlables.

### 2.4 Le speckle dans les images ultrasonores

Malgré les nombreux avantages que présente l'imagerie ultrasonore, les données échographiques possèdent cependant des caractéristiques très particulières. Ces caractéristiques font d'elles un vrai défi pour les spécialistes. Les images échographiques sont en effet de faibles contrastes, possèdent d'importants changements d'intensités et souffrent d'un niveau très élevé de bruit appelé *speckle*. Pour interpréter les images échographiques, il est important de comprendre leur formation et les propriétés qui les affectent, notamment la nature multiplicative du bruit.

#### 2.4.1 Origine du speckle

L'onde émise par le transducteur ultrasonore se propage et rencontre des inhomogénéités de structures qui sont les diffuseurs. Ces diffuseurs sont supposés aléatoires aussi bien en position, qu'en forme, taille ou impédance. À titre d'exemple, dans le cas des muscles, voici quelques diffuseurs rencontrés par une onde ultrasonore sondant le milieu : fibre musculaire, cellule musculaire, agrégat de graisse, filament d'actine. Chacun de ces nombreux diffuseurs va réfléchir une petite partie du signal initial. Le transducteur reçoit alors un signal temporel appelé : bruit de speckle. Ce speckle, aussi appelé : tavelure, granularité ou encore chatoiement, résulte donc de l'interférence des signaux rétrodiffusés par les nombreuses inhomogénéités contenues dans le milieu. Bien que le speckle soit une réelle mesure caractéristique du milieu et recèle d'importantes

informations sur le tissu observé, il est cependant communément considéré comme un bruit multiplicatif.

### 2.4.2 Prétraitement du signal écho

Ce paragraphe sert d'introduction aux statistiques de l'image enveloppe avec et sans compression logarithmique. Il explique brièvement les modifications apportées sur le signal recueilli par la sonde jusqu'à l'affichage de l'image enveloppe.

Les échos spéculaires (qui proviennent des transitions d'impédance acoustique) et les échos rétrodiffusés (qui proviennent des diffuseurs) permettent l'acquisition d'un ensemble de signaux radio-fréquence (RF). Ce signal RF est riche d'information car son amplitude et sa fréquence caractérisent les tissus qui l'ont réfléchi. Ce signal n'est cependant pas directement affiché. La démodulation de ce signal RF permet d'obtenir une information de puissance locale qui après différentes opérations de post-traitement (compensation de l'atténuation, interpolation, gain logarithmique) est affichée sous forme de niveaux de gris, en mode B par exemple.

Pour réduire la dynamique du signal, les échographes utilisent des transformations non linéaires. Les signaux échographiques ont généralement des dynamiques variant entre 50 et 70 dB (decibel), et peuvent atteindre parfois 100 dB. Cependant, l'œil humain ne peut percevoir sur une image de niveaux de gris, qu'une dynamique d'environ 30 dB. Par conséquent, les systèmes d'imageries échographiques médicaux utilisent une compression logarithmique afin de réduire la dynamique des échos, et permettre ainsi à l'observateur d'apercevoir les zones les moins échogènes. Dans les paragraphes suivants, nous ferons un bref rappel sur les statistiques de l'image enveloppe avec et sans compression logarithmique.

### 2.4.3 Statistiques de l'image enveloppe sans compression logarithmique

Burekhard [28] fut l'un des premiers auteurs à avoir étudié les propriétés statistiques du signal RF et de l'image enveloppe. De nombreux travaux ont suivis après, en adoptant différents modèle de tissus [51, 53, 84, 145, 146, 161]. Le modèle largement utilisé est celui des diffuseurs discrets. Il stipule que les tissus biologiques sont constitués d'un milieu homogène dans lequel sont distribués des diffuseurs discrets et identiques [20].

Le comportement statistique de l'image enveloppe varie selon la densité des diffuseurs dans la cellule de résolution et leur loi de distribution (aléatoire ou non) dans le tissu.

### 2.4.3.1 Modèle de type Rayleigh

Goodman dans [67, 68] a introduit le modèle *Rayleigh* dans son étude concernant des images laser. Cette étude a permis la caractérisation de tissu sur des images ultrasonores [157]. Il suppose un grand nombre de diffuseurs (par rapport à la longueur d'onde du signal) dont la distribution est totalement aléatoire. Sous ces conditions, le speckle est dit *entièrement développé*.

Le signal rétrodiffusé peut être modélisé comme une somme vectorielle complexe d'amplitude et de phase aléatoire (due à sa localisation spatiale aléatoire). Si chaque diffuseur reflète un écho d'amplitude  $r_i$  et de phase  $\theta_i$ , la réponse totale  $Z$  du milieu exploré par l'onde ultrasonore s'écrira [51] :

$$Z = X \cdot e^{j\phi} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_1^N r_i \cdot e^{j\theta_i} = Z_r + jZ_i , \quad (2.1)$$

où  $X$  représente le signal enveloppe et  $N$  le nombre de diffuseurs dans une cellule de résolution.

Si l'on suppose que les  $\theta_i$  suivent une loi de probabilité uniforme sur l'intervalle  $[-\pi, \pi]$ , et que les  $r_i$  sont indépendants, alors les parties réelles  $Z_r$  et imaginaire  $Z_i$  de la réponse  $Z$  sont deux variables aléatoires décorrélées de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ . De plus, en partant du principe que le nombre de diffuseurs dans une cellule de résolution est très grand, il est possible d'utiliser le Théorème Central Limite (TCL) pour démontrer que les distributions de  $Z_r$  et  $Z_i$  suivent une loi normale  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ . La densité de probabilité du signal enveloppe  $X$  peut être obtenue en effectuant un changement de variables des coordonnées cartésiennes en coordonnées polaires :

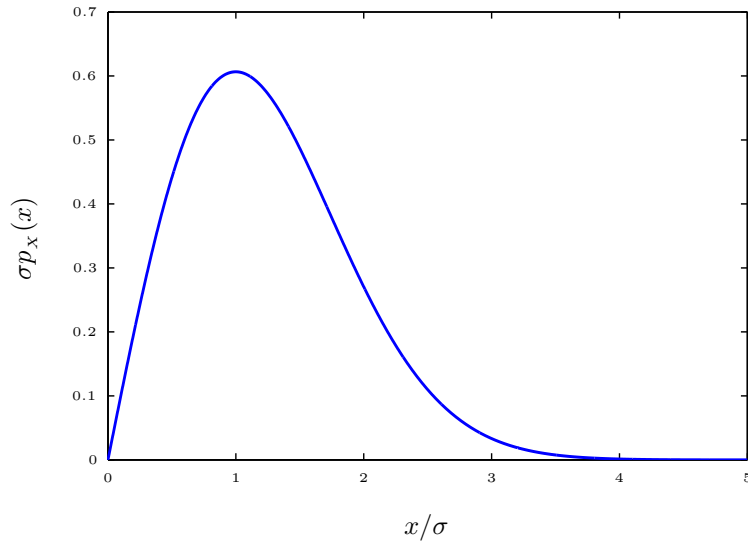
$$p_X(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad x \geq 0 . \quad (2.2)$$

Le signal enveloppe  $X$  a donc une fonction densité de probabilité (fdp) de Rayleigh (voir figure 2.5), qui a la propriété d'avoir un rapport signal sur bruit (SNR) proche de 1.91 :

$$SNR = \frac{E(X)}{\sqrt{E(X^2) - E(X)^2}} = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma}{\sqrt{\frac{4-\pi}{2}}\sigma^2} \approx 1.91 , \quad (2.3)$$

où  $E(X^i)$  est le moment d'ordre  $i$  de la variable aléatoire  $X$ .

Malgré sa justification théorique et son utilisation fréquente, le modèle Rayleigh n'est malheureusement pas suffisamment général pour la description des statistiques du signal enveloppe. Il est à noter que ce modèle suppose la présence d'un grand nombre de diffuseurs dans une cellule de résolution. En effet, lorsque le nombre de diffuseurs est restreint, la valeur de SNR chute en dessous de 1.91 [145], et quand une composante cohérente apparaît dans le signal écho (due à une disposition spatiale régulière), la valeur du SNR augmente [161].



**FIGURE 2.5:** Fonction de densité de probabilité de Rayleigh.

### 2.4.3.2 Modèle de type Rice

Lorsque la zone à sonder (tissu musculaire, vaisseaux, ...) contient des structures régulières de diffuseurs, et par conséquent une composante cohérente, le modèle de Rayleigh n'est plus représentatif. En ajoutant une composante cohérente et déterministe  $s$  au modèle (2.1), on obtient [51] :

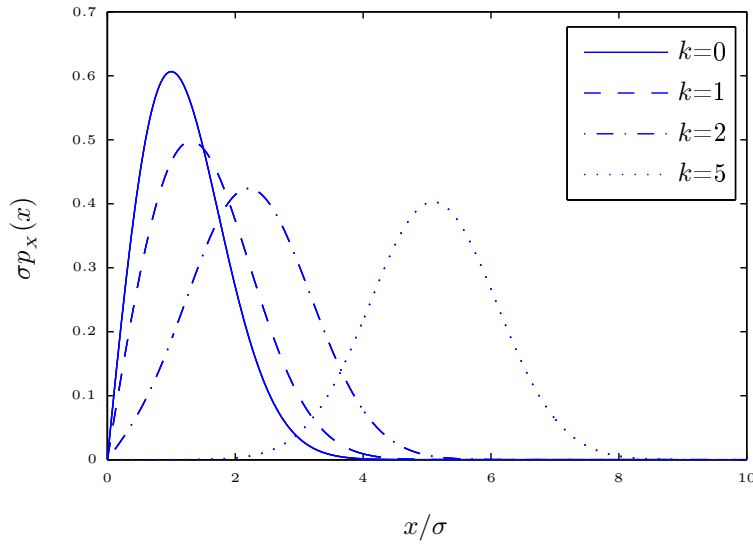
$$Z = s + X \cdot e^{j\phi} = s + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_1^N r_i \cdot e^{j\theta_i} . \quad (2.4)$$

La densité de probabilité du signal enveloppe s'écrit [51] :

$$p_x(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2+s^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{sx}{\sigma^2}\right), \quad x \geq 0, \quad (2.5)$$

avec  $I_0(\cdot)$  la fonction de Bessel modifiée du premier type et d'ordre zéro. Cette distribution est connue comme la distribution de *Rice* qui est une généralisation de la distribution de Rayleigh. La fonction densité de Rice est une densité de Rayleigh quand le rapport  $k = 0$ ,  $k = \frac{s}{\sigma}$  étant le rapport entre la diffusion cohérente et la diffusion aléatoire. Aussi, elle tend vers une distribution gaussienne lorsque la composante cohérente devient importante,  $k \gg 1$ . Les variations de cette densité en fonction de  $k$  sont montrées dans la figure 2.6.

Le SNR de la distribution de Rice augmente linéairement avec le rapport  $k$  [51]. Pour des grandes valeurs de  $k$ ,  $k \gg 1$ , le SNR est approximé par  $k$  [154],  $\text{SNR} \approx k$ . Lorsqu'il n'y a pas de composante cohérente, on retrouve le SNR de la distribution de Rayleigh. Le SNR est donc un bon indicateur de la proportion de la composante cohérente.



**FIGURE 2.6:** Fonction de densité de probabilité de Rice pour différentes valeurs du paramètre  $k$ .

### 2.4.3.3 Modèle de type K-Distribution

Lorsque le nombre de diffuseurs dans le milieu est petit ou lorsqu'ils sont corrélés, le modèle de Rayleigh et sa généralisation au modèle de Rice ne permettent pas de modéliser les statistiques de l'enveloppe. En effet, le développement théorique de ces modèles fait appelle au Théorème Central Limite. Jakeman [84] a introduit le modèle K-distribution qui suggère d'utiliser la loi Binomiale négative pour modéliser le nombre de diffuseurs. Sous l'hypothèse de non corrélation des réponses des diffuseurs, la densité de probabilité de l'enveloppe du signal est donnée par la formulation suivante :

$$p_x(x) = 2 \frac{b^{\alpha+1}}{\Gamma(\alpha)} \left(\frac{x}{2}\right)^\alpha K_{\alpha-1}(bx); \quad b = \sqrt{\frac{4\alpha}{E(X^2)}}; \quad x \geq 0, \quad \alpha > 0, \quad (2.6)$$

avec  $K_{\alpha-1}(\cdot)$  la fonction de Bessel modifiée du deuxième type et d'ordre  $\alpha - 1$ ,  $\alpha$  caractérise la densité de distribution du nombre de diffuseurs et  $\Gamma$  est la fonction Gamma. Jakeman a aussi montré que le paramètre  $\alpha$  est fonction du nombre de diffuseurs  $N$  par la relation suivante :

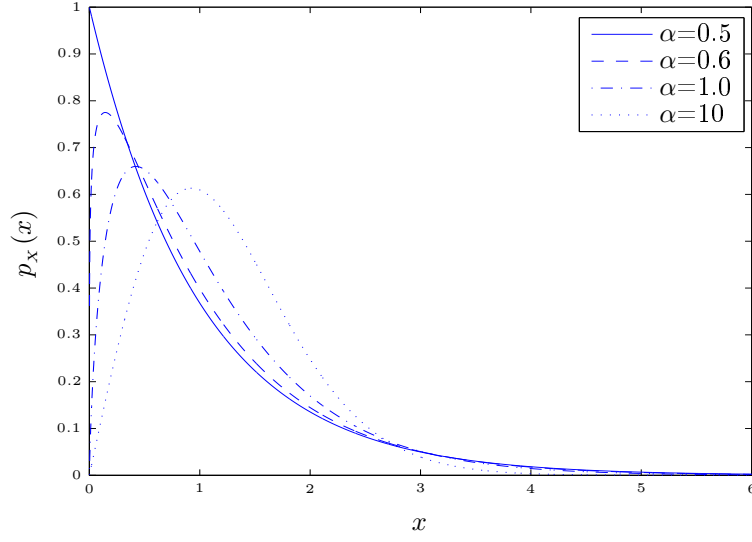
$$\alpha = (\mu + 1)N, \quad \mu > -1, \quad (2.7)$$

où  $\mu$  est un paramètre lié à la géométrie du transducteur et aux propriétés statistiques du coefficient de rétrodiffusion [145]. Pour une valeur de  $\alpha$  assez grande la densité K-distribution tend vers la distribution de Rayleigh, et pour des petites valeurs de  $\alpha$  la fonction de densité tend vers une fonction exponentielle [20]. La figure 2.7 illustre l'influence du paramètre  $\alpha$  sur l'allure de cette distribution.

Le modèle K-distribution constitue une bonne représentation de l'enveloppe du signal quelle que soit la densité dans le milieu observé [53, 111]. Cependant, cette modélisation est sous la condition que le signal ne comporte pas de composante cohérente [122].

### 2.4.3.4 Modèle de Homodyned K-distribution

La distribution de Rayleigh et ses généralisations : la distribution de Rice et le modèle de K-distribution, ont été précédemment suggérées pour modéliser le signal enveloppe. Cependant, ces distributions ont une applicabilité limitée [51]. Le modèle de K-distribution est donné comme une généralisation de la distribution de Rayleigh, car elle prend en compte les faibles densités de diffuseurs. Mais elle ne prend pas en compte la présence d'une composante cohérente dans le signal écho. La distribution de



**FIGURE 2.7:** Fonction de densité de probabilité de K-distribution pour différentes valeurs de  $\alpha$ .

Rice quant à elle, est une généralisation de la distribution de Rayleigh qui prend en considération la présence d'une composante cohérente dans le signal mais ne prend pas en compte la faible densité de diffuseurs comme le fait le modèle de K-distribution. Dutt dans [51, 52] propose de faire une extension de la K-distribution suivant le même principe que celui de l'extension de la distribution de Rayleigh vers la distribution de Rice afin d'obtenir un modèle de distribution plus générale, le modèle homodyned K-distribution.

La fonction densité de probabilité de l'amplitude  $X$  du signal avec  $\mu$  le nombre de diffuseurs et dont  $s$  représente la composante spéculaire (cohérente) s'écrit :

$$p_X(x) = \frac{1}{\sigma \Gamma(\mu)} \sqrt{\frac{2\mu x}{\pi s}} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + m)}{m! \Gamma(\frac{1}{2} - m)} \left( \frac{-\sigma^2}{s\mu x} \right)^m \left( \frac{|s - x|\sqrt{\mu}}{\sigma\sqrt{2}} \right)^{\mu+m-\frac{1}{2}} K_{\mu+m-\frac{1}{2}} \left( \frac{|s - x|\sqrt{2\mu}}{\sigma} \right) \right\}, \quad (2.8)$$

Ce modèle est plus général, mais aussi plus complexe. La résolution des équations transcendantales qu'implique l'estimation des paramètres du modèle est délicate [146].

### 2.4.3.5 Modèle de type Nakagami

Les statistiques modélisant le phénomène de speckle peuvent être classées initialement par la distribution de pré-Rayleigh, Rayleigh et post-Rayleigh, selon la densité et la distribution spatiale des diffuseurs [146]. Le modèle le plus simple pour décrire l'image enveloppe est de supposer un grand nombre de diffuseurs ayant une distribution spatiale aléatoire. Sous ces conditions, l'enveloppe écho suit une distribution de Rayleigh [161]. Cependant, la distribution de Rayleigh n'est pas la plus adéquate pour décrire l'enveloppe du signal. Lorsque le nombre de diffuseurs est faible, l'image enveloppe suit une distribution pré-Rayleigh (K-distribution), et lorsque les diffuseurs ne possèdent pas une distribution spatiale aléatoire (une distribution spatiale périodique), la distribution de l'enveloppe suit une loi de post-Rayleigh (distribution de Rice). Nous avons présenté dans le paragraphe précédent la distribution homodyned K-distribution [51] qui est un modèle général permettant de décrire à la fois, la distribution de Rayleigh, pré-Rayleigh et post-Rayleigh. Malheureusement, en pratique ce n'est pas le modèle le plus approprié, car la complexité de calcul de ce modèle est significative [146]. Pour remédier à ce problème, Shankar et al. dans [146], propose de modéliser les statistiques du speckle en utilisant la distribution de Nakagami. Cette distribution possède deux avantages : elle est plus générale (elle représente à la fois la distribution de Rayleigh, pré-Rayleigh et post-Rayleigh) et plus simple analytiquement. Ces avantages font de Nakagami une distribution très utile en traitement d'image [45, 118, 156, 172].

La fonction densité de probabilité de la distribution de Nakagami est comme suit :

$$p_X(x) = \frac{2\mu^\mu x^{2\mu-1}}{\Gamma(\mu)\omega^\mu} e^{-\frac{\mu x^2}{\omega}}, \quad \mu \geq 0, \quad \omega \geq 0, \quad (2.9)$$

avec  $\mu$  un paramètre de forme et  $\omega$  un paramètre d'échelle. L'équation (2.9) modélise la fonction densité de probabilité de pré-Rayleigh lorsque  $\mu < 1$ , Post-Rayleigh pour  $\mu > 1$  et Rayleigh pour  $\mu = 1$ . Nous retrouvons aussi une demi-gaussienne lorsque  $\mu = 0.5$ , c'est-à-dire la partie positive d'une gaussienne centrée. L'estimation des paramètres  $\mu$  et  $\omega$  peut être obtenu à partir des moments de  $X$  par [146] :

$$\mu = \frac{E^2(X^2)}{E(X^4) - E^2(X^2)}, \quad \text{et} \quad \omega = E^2(X^2). \quad (2.10)$$

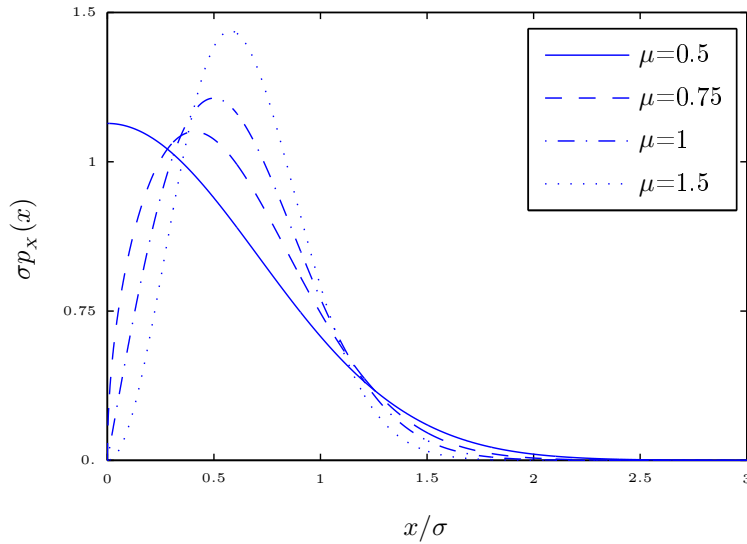
La figure 2.8 illustre la fonction densité de probabilité pour différentes valeurs de  $\mu$  et pour une valeur fixe de  $\omega=0.5$ . Cette distribution peut être vu comme étant la

norme d'un vecteur gaussien complexe de dimension  $\mu$ . Elle peut aussi être approximée par une distribution  $\Gamma$ . En effet, si  $A$  est une distribution de Nakagami de paramètres  $\{\mu, \omega\}$ , alors  $A^2$  est une distribution de  $\Gamma$  de paramètres  $\{\mu, \omega/\mu\}$ .

On retrouve dans la littérature quelques variantes de cette distribution, nous pouvons citer : Shankar qui a étendu la distribution de Nakagami en introduisant un troisième paramètre d'ajustement de forme [144], et Dumane qui utilise la distribution de Nakagami en ajoutant un paramètre d'index frontière [50]. La fdp du modèle Nakagami généralisé est donnée par [143] :

$$p_X(x) = \frac{2s\mu^\mu x^{2\mu s-1}}{\Gamma(\mu)\omega^\mu} e^{\left(-\frac{\mu}{\omega}x^{2s}\right)}. \quad (2.11)$$

La distribution de Nakagami généralisée a la propriété de mieux tenir compte des formes étendues (queue étendue) qui sont souvent observées sur les histogrammes des données ultrasonores. Cette distribution a gagné une certaine popularité dans la segmentation et la caractérisation du tissu, par exemple voir les références [45, 48, 118, 156].



**FIGURE 2.8:** Fonction de densité de probabilité de Nakagami pour différentes valeurs du paramètre  $\mu$  et pour  $\omega = 0.5$ .

### 2.4.3.6 Modèle de Rice Gaussienne Inverse

Eltoft a introduit une nouvelle distribution pour décrire les statistiques de l'image enveloppe dans le cas d'une distribution appelée non-Rayleigh [55]. À titre d'information, la distribution de non-Rayleigh est observée dans plusieurs cas, à savoir, quand le nombre de diffuseurs dans une cellule de résolution est faible, quand les diffuseurs possèdent un certain comportement spatial quasi-périodique, ou encore en présence de composantes dominantes dans la cellule de résolution. Comme nous l'avons vu jusqu'à présent, les distributions qui tentent de décrire la distribution de non-Rayleigh sont : Rice, K-distribution et Homodyned k-distribution.

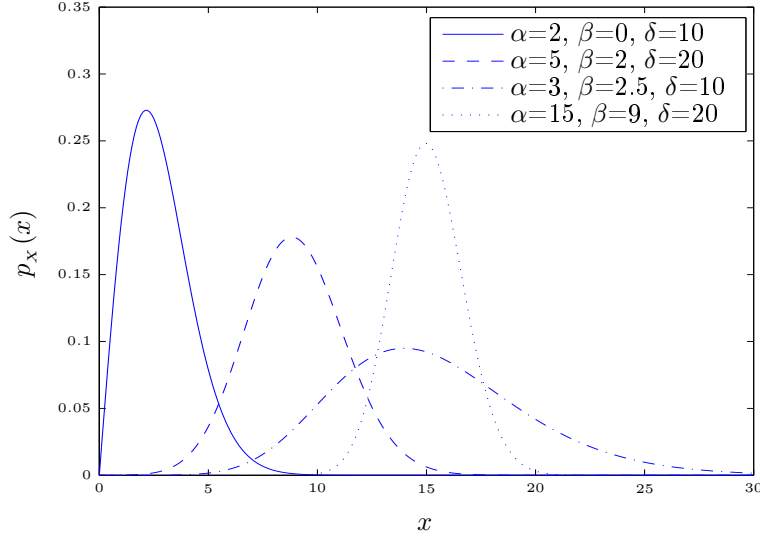
Le modèle introduit par Eltoft est appelé distribution de Rice Gaussienne Inverse (RiIG), il est issu d'une combinaison entre la distribution de Rice et celle de la Gaussienne inverse. Ce modèle est similaire à celui de k-distribution mais avec plus de paramètres, ce qui fait de lui un modèle flexible pouvant représenter plusieurs formes. De plus, l'auteur a présenté un algorithme itératif pour estimer les paramètres de cette nouvelle distribution.

Dans le paragraphe (§ 2.4.3.1) nous avons mentionné que le modèle de Rayleigh reposait sur l'hypothèse que les distributions de la partie réelle  $Z_r$  et imaginaire  $Z_i$  de la réponse  $Z$  suivaient une loi Normale, et cela en utilisant le TCL. L'idée de Eltoft repose, quant à elle, sur le fait que les distributions des composantes  $Z_r$  et  $Z_i$  sont décorréélées et suivent une loi Gaussienne inverse normalisée (NIG),  $Z_r \sim \text{NIG}(0, \alpha, \beta_x, \delta)$  et  $Z_i \sim \text{NIG}(0, \alpha, \beta_y, \delta)$ . De ce fait, la densité de probabilité du signal enveloppe s'écrit :

$$p_x(x) = \frac{2}{\pi} \alpha^{\frac{3}{2}} \delta \exp(\delta \gamma) \frac{x}{(\delta^2 + x^2)^{\frac{3}{4}}} K_{\frac{3}{2}}(\alpha \sqrt{\delta^2 + x^2}) I_0(\beta x) , \quad (2.12)$$

où  $\gamma = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ ,  $\beta = \sqrt{\beta_x^2 + \beta_y^2}$ ,  $I_0(\cdot)$  est la fonction de Bessel modifiée de premier degré et d'ordre zero et  $K_\mu(\cdot)$  la fonction de Bessel modifiée de second degré et d'ordre  $\mu$ . Comme on peut le constater, cette distribution est caractérisée par trois paramètres  $(\alpha, \beta, \delta)$ , et ils sont sous la condition  $0 \leq |\beta| \leq \alpha, \delta$ , pour les détails du développement, nous invitons le lecteur à consulter la référence [55].

Ayant trait à la littérature, les modèles les plus fréquemment utilisés pour décrire l'enveloppe ultrasonore sont probablement les modèles de Rayleigh et K-distribution [56, 142]. L'étude récente de Eltoft montre que les distributions de RiIG et Nakagami généralisées ont approximativement la même performance pour décrire l'enveloppe ultra-



**FIGURE 2.9:** Exemple de la fdp du modèle RiIG.

sonore, et ces deux distributions donnent une meilleure performance quant au modèle K-distribution [56]. De plus, l'approche pour estimer les paramètres de la fdp de RiIG s'est avérée être plus robuste que celle de Nakagami généralisée et k-distribution. Eltoft dans [56] a également proposé un filtre de réduction de speckle basé sur le modèle RiIG qui donne des résultats satisfaisants et qui est, d'après son analyse, facile à implémenter.

#### 2.4.4 Statistiques de l'image enveloppe avec compression logarithmique

Comme nous l'avons expliqué au paragraphe (§ 2.4.2), les systèmes d'imagerie ultrasonore cliniques utilisent une amplification non linéaire, comme l'amplification logarithmique, pour réduire la dynamique du signal afin d'obtenir une image apercevable (exploitable). Ce genre d'amplification non linéaire change complètement les statistiques de l'image enveloppe vue jusque ici, et rend la modélisation des statistiques du signal modifié très complexe.

### 2.4.4.1 La compression logarithmique

Une manière pour analyser les statistiques de l'image compressée logarithmiquement est d'inverser cette amplification non linéaire pour obtenir l'image non compressée. Cela requiert le modèle de la fonction de transfert utilisée dans les systèmes d'imagerie ultrasonore. La manière la plus directe pour estimer cette fonction de transfert est d'évaluer les caractéristiques du signal entrée-sortie du système d'imagerie clinique. Mais malheureusement, il est très difficile voire parfois impossible d'accéder à ces données sur les échographes. Même si la fdp de l'image enveloppe compressée ne peut être obtenue, plusieurs études ont été menées pour l'approximer. D'après [51], la fonction de transfert d'un amplificateur logarithmique peut s'écrire :

$$Y = T(X) = D \ln(X) + G , \quad (2.13)$$

où  $X$  est le signal d'entrée et  $Y$  le signal compressé,  $D$  est le gain logarithmique et  $G$  le gain linéaire. Comme  $G$  représente le gain linéaire, il n'affecte pas les statistiques du signal d'entrée, par contre l'estimation du paramètre  $D$  est indispensable pour le calcul de la transformation inverse.

Pour des valeurs  $X_{min}$ ,  $X_{max}$  et  $Y_{min}$ ,  $Y_{max}$  qui représentent respectivement les valeurs minimales et maximales du signal d'entrée et du signal de sortie, alors la relation entre les dynamiques du signal d'entrée et de sortie est donnée par :

$$Y_{max} - Y_{min} = D \ln \left( \frac{X_{max}}{X_{min}} \right) . \quad (2.14)$$

Si la dynamique du signal d'entrée  $DE$  et celle du signal de sortie sont connues,  $D$  peut être estimé par :

$$D = \frac{20}{DE \ln(10)} (Y_{max} - Y_{min}) \quad \text{avec} \quad DE = \frac{20}{\ln(10)} \ln \left( \frac{X_{max}}{X_{min}} \right) . \quad (2.15)$$

### 2.4.4.2 Modèle de type Fisher-Tippett

À partir de la transformation  $T$ , équation (2.13), et la distribution de Rayleigh (dans le cas du speckle entièrement développé), il est facile de dériver les statistiques de l'enveloppe ayant subi une compression logarithmique (image B-scan) [52].

$$p_Y(Y) = p_Y(T^{-1}(Y)) \left| \frac{\partial T^{-1}(Y)}{\partial Y} \right| , \quad (2.16)$$

avec  $T^{-1}$  la transformé inverse de  $T$ .

Comme le signal d'entrée est supposé suivre une distribution de Rayleigh, nous pouvons écrire :

$$p_Y(Y) = \frac{1}{\lambda} \exp(-g - \exp(-g)), \quad Y \in [-\infty, +\infty] , \quad (2.17)$$

où

$$g = \frac{G - Y}{\lambda} + \ln(2\sigma^2) , \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{D}{2} . \quad (2.18)$$

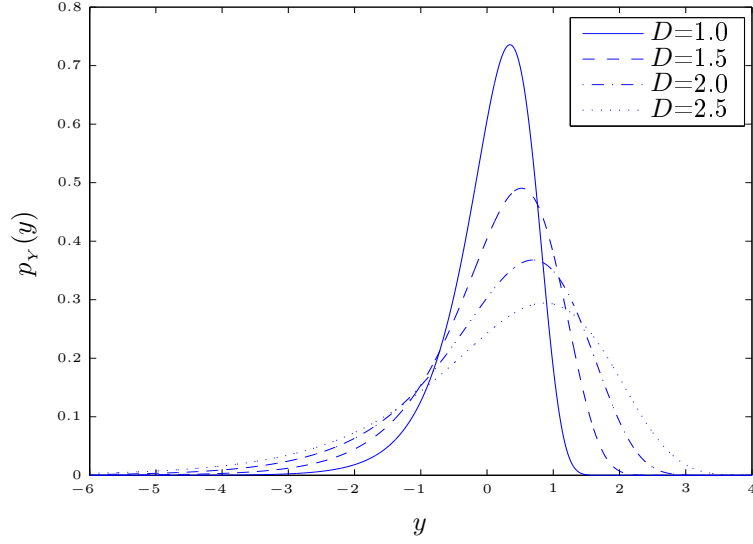
Cette loi de distribution est connue comme la double exponentielle ou encore fonction de densité de Fisher-Tipett [51]. Si on pose  $\gamma \approx 0.5772$  comme constante d'Euler, la moyenne et la variance de cette densité sont données par [51] :

$$E(Y) = D \left( \frac{\ln(2)}{2} + \ln(\sigma) - \frac{\gamma}{2} \right) + G , \quad \text{et} \quad Var(Y) = \frac{\pi^2}{24} D^2 . \quad (2.19)$$

À partir de l'équation (2.19), nous pouvons remarquer que la variance de l'enveloppe ayant subi une compression logarithmique est indépendante de l'énergie rétrodiffusée, et ne dépend que du gain de l'amplification logarithmique  $D$ . Dans ce cas, la variance ne peut être utilisée à des fins de caractérisation de tissus. Cependant, cela permet l'estimation de ce paramètre  $D$  à partir de la variance  $V$  dans une région où le speckle est totalement développé,  $\hat{D} = \frac{2}{\pi} \sqrt{6V}$  [51]. Cette distribution a été utilisée dans [72] pour segmenter des images ultrasonores, et dans [3] et [108] pour caractériser la texture de l'image enveloppe et pour réduire le speckle. La figure 2.10 montre l'influence du paramètre d'amplification logarithmique  $D$  sur l'allure de la densité de probabilité de  $Y$ .

### 2.4.4.3 Modèle basé sur les polynômes de Laguerre

Lorsque le speckle est partiellement développé, il est possible de modéliser la distribution de l'enveloppe non compressée par la K-distribution. Néanmoins, l'étude de la dérivation de la densité de probabilité de l'enveloppe avec compression logarithmique deviendra pratiquement impossible. Dutt dans [54], a proposé d'utiliser une approximation par les polynômes de Laguerre sur une modélisation de l'intensité normalisée  $I_N = X^2/2\sigma^2$  (une distribution exponentielle négative) et non pas directement sur l'enveloppe  $Y$ . Il estime ensuite la moyenne et la variance de la distribution en utilisant



**FIGURE 2.10:** Fonction densité de probabilité de l'enveloppe avec compression logarithmique, pour un speckle pleinement développé avec  $\sigma = 1$  et  $G = 0$ .

uniquement les trois premiers polynômes de Laguerre, leur expression est donnée par :

$$E(Y) = G + \frac{D}{2} \left( \ln(2\sigma^2) - \gamma - \frac{1}{2\alpha} + \frac{1}{3\alpha^2} \right), \quad (2.20)$$

et

$$Var(Y) = \frac{\pi^2}{24} D^2 \left( 1 + \frac{0.608}{\alpha} + \frac{0.231}{\alpha^2} \right). \quad (2.21)$$

Il est à noter que la moyenne et la variance de l'enveloppe avec compression logarithmique sont inversement proportionnelles à la densité spatiale des diffuseurs  $\alpha$ . Il est intéressant de noter aussi que lorsque  $\alpha \rightarrow \infty$ , on retrouve l'estimation de la moyenne et de la variance de Rayleigh, et la densité de distribution peut être approximée par une Double exponentielle (ou encore par la distribution Fisher-Tippett).

### 2.4.5 Discussion

Le tableau 2.2 est un récapitulatif des hypothèses et caractéristiques des différentes distributions présentées précédemment. Les hypothèses prises en considération sont la densité des diffuseurs et la présence d'une composante cohérente. Y figurent aussi

**TABLE 2.2:** Quelques caractéristiques des modèles de distribution.

Modèle	densité diffuseurs aléatoire	cohérence diffuseurs	complexité	paramètres
Sans compression logarithmique				
Rayleigh	forte	non	faible	1
Rice	forte	oui	faible	2
K-distribution	indifférente	non	élevée	2
Homodyned K	indifférente	indifférente	élevée	4
Nakagami	indifférente	indifférente	faible	2
RiIG	indifférente	indifférente	élevée	3
Avec compression logarithmique				
Fisher-Tippet	forte	non	élevée	3

quelques caractéristiques, à savoir, la complexité globale de la distribution et ses paramètres. Toutes ces hypothèses et caractéristiques sont présentées pour le cas avec et sans compression logarithmique. Les distributions Homodyned K-distribution, Nakagami et RiIG sont des modèles favorables pour la caractérisation du signal écho, vu qu'ils sont indifférents à la densité des diffuseurs et leur cohérence. Cependant, la complexité du modèle Homodyned k-distribution fait que cette distribution est peu applicable. Les modèles de Nakagami et RiIG possèdent un nombre de paramètres élevé comparé au reste des distributions, cela leur donne l'avantage d'être plus flexibles pour décrire différentes formes. D'après [56], la complexité de la distribution de Nakagami est moindre que celle de RiIG, et elles possèdent approximativement la même performance (voir § 2.4.3.6). Pour les modèles de caractérisation de l'enveloppe ultrasonore avec compression logarithmique, le modèle basé sur les polynômes de Laguerre présente une complexité très élevée, ce qui fait de lui un modèle peu applicable.

Toutes les distributions présentées précédemment dans ce chapitre, citées à titre non exhaustif pour décrire l'image enveloppe, sont basées sur le principe de formation des ultrasons. Parmi ces modèles, appelés *Modèles théoriques*, les plus utilisées sont probablement Rayleigh et K-distribution [56]. Un des critères pouvant justifier ce choix est la simplicité d'utilisation. Cependant, nous retrouvons dans la littérature

d'autres distributions assez utilisées appelés *modèles expérimentaux*. Ces modèles sont généralement utilisés pour décrire les statistiques des images ayant subi une compression logarithmique, interpolation, etc. C'est-à-dire des images acquises dans des conditions cliniques. Nous pouvons citer à titre d'exemple, la distribution gaussienne [26, 162], lognormal [167], gamma [152, 153] et aussi Rayleigh [138].

## Conclusion

Comme nous l'avons souligné, l'échographie présente trois avantages importants : l'innocuité, la fréquence d'image et le coût de revient. C'est une modalité d'exploitation simple et rapide mais qui exige une certaine expertise de l'opérateur. En effet, les images échographiques sont acquises par un dispositif complexe ce qui leur confère des caractéristiques particulières, qui font d'elles un vrai défi pour les spécialistes. Il est donc important de savoir que les données à manipuler sont en effet de faibles contrastes, possèdent d'importants changements d'intensité et souffrent d'un niveau très élevé de bruit speckle.

Le besoin d'interpréter automatiquement les images échographiques a impliqué le développement de plusieurs approches statistiques. Le modèle Rayleigh est largement utilisé dans la littérature pour décrire les statistiques de l'image. D'autres approches fondées sur différentes théories ont vu le jour. C'est ce dernier point sur lequel nous nous attarderons davantage dans le chapitre subséquent, concernant les problèmes de segmentations.



# 3

## Segmentation des images ultrasonores

### Introduction

Aujourd'hui, les moyens techniques et matériels existent pour l'acquisition et l'exploitation des données échographiques tridimensionnelles, et l'appareil 3D est commercialisé depuis maintenant plusieurs années. La difficulté n'est donc pas de recueillir les données mais de savoir comment les exploiter par la suite. La visualisation des données bidimensionnelles permet à l'utilisateur d'interpréter aisément ces informations. Pour une visualisation sur un espace de dimension supérieur (3 voire parfois 4 en cardiologie), il est alors beaucoup plus difficile d'appréhender toutes les informations recueillies, d'autant que la quantité d'informations est beaucoup plus importante.

Pour interpréter les données et en extraire certaines mesures, les opérateurs cliniciens utilisent généralement une segmentation manuelle. Cette technique consomme un temps considérable et offre parfois des mesures biaisées. Il est alors important de présenter au médecin un moyen de segmentation automatique ou semi-automatique, et ce dans le but de l'aider à trouver rapidement l'information utile. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, les données échographiques possèdent cependant des caractéristiques très particulières, ce qui fait de la segmentation un vrai défi pour les spécialistes.

Dans les prochains développements, nous tenterons de passer en revue les différentes méthodes de segmentation des images ultrasonores tridimensionnelles proposées dans la littérature, pour ensuite nous attacher à cerner seulement les approches utilisées dans

notre modèle de segmentation.

### 3.1 Revue méthodologique

La segmentation des images est l'un des problèmes les plus anciens en matière de traitement d'images, et par conséquent ce sujet a été abondamment étudié. L'un des champs d'application les plus pertinents de la segmentation est le domaine d'analyse d'images médicales. De nos jours, plusieurs techniques comme l'échographie 2D/3D/4D, la radiographie par rayon X, l'imagerie par résonance magnétique (IRM) ou encore la tomographie (CT), permettent de visualiser l'anatomie du corps, et contribuent à l'élargissement des connaissances sur l'anatomie et ses pathologies. La segmentation de ces images permet la délimitation des structures anatomiques et d'autres régions présentant un intérêt. Elle peut être utilisée pour créer des modèles reproductifs générés par ordinateur, ou appliquée à la chirurgie assistée par ordinateur [12, 69, 73, 79], à la mesure de pathologies par quantification et par suivi d'évolution [40, 173], à la mesure de volume des tissus [66, 99], à l'établissement d'un diagnostic, à l'étude des structures anatomiques ou encore à la planification d'un traitement [91, 151].

En imagerie médicale, les images les plus difficiles à traiter sont sans doute les images ultrasonores. En effet ces images souffrent d'une apparence très bruitée et d'un faible rapport signal à bruit (SNR). Néanmoins, ces dernières années, la qualité des images ultrasonores est sensiblement améliorée. Il est à noter que la plupart des méthodes de segmentation sont développées pour les images visualisées en mode B (image enveloppe avec compression logarithmique) et non pas pour les signaux Radio Fréquences (sans compression logarithmique), et cela parce que ce mode de visualisation est le plus disponible traditionnellement sur les systèmes d'imagerie. En pratique, la segmentation des images ultrasonores en mode B est majoritairement utilisée comme une étape de mesure des dimensions d'une anatomie ou de l'étendue d'une maladie. Le mode B est généralement comparé aux IRM et aux images fournies par un scanner X (CT). Toutefois, à cause du bruit et du faible SNR, les méthodes qui sont efficaces sur les images IRM et CT ne fonctionnent pas sur les ultrasons.

Notre intérêt dans cette section est de passer en revue quelques méthodes de segmentation appliquées sur des images en mode B. Au surplus, on retrouve dans la littérature plusieurs manières pour classer ces méthodes. À titre d'exemple nous citons les travaux

de Bosnjak [19], où les méthodes de segmentation ont été classées selon leur niveau de complexité :

**le bas niveau :** qui concerne la détection de contours. On retrouve ainsi les méthodes de calcul du gradient ou du Laplacien, seuillage, croissance de région, k-moyennes, etc.

**le niveau intermédiaire :** englobe les méthodes de segmentation par morphologie mathématique ou par information de texture

**le haut niveau :** concerne la segmentation par les modèles déformables ou les fronts de propagation.

On retrouve aussi souvent un autre type de classement qui se base sur les types d’approches : approches globales (seuillage, classification bayésienne, k-moyennes, ...), approches contours (gradient, le détecteur de Canny, le détecteur de Deriche, morphologie mathématique, ...), approches régions (Croissance de régions, ligne de partage des eaux, ...) et approches continues (Modèle de Mumford-Shah, snakes et contours actifs, techniques des ensembles de niveaux -level set-, ...).

Dans ce rapport, nous avons opté pour une caractérisation des méthodes en terme d’information a priori ou de contraintes utilisées pour résoudre le problème de la segmentation. On retrouve ce procédé de classification sur les méthodes de segmentation des images ultrasonores dans [118, 119]. En se basant sur ce formalisme, deux types de contraintes sont à distinguer : les contraintes relatives à l’information pouvant être extraites à partir de l’image ou du système d’imagerie, et les contraintes relatives à l’objet concerné par la segmentation, comme sa forme ou son comportement physiologique.

#### 3.1.1 Contraintes relatives à l’image et à l’imagerie

##### 3.1.1.1 La distribution du niveau de gris

Comme nous l’avons cité dans le chapitre précédent (§ 2.4.5), plusieurs modèles empiriques sont utilisés pour décrire la distribution de niveau de gris. Principalement, c’est le modèle Rayleigh qui est le plus couramment utilisé pour décrire le phénomène du speckle. Ce modèle a été utilisé pour la détection de contours par diffusion anisotropique [150], et dans les méthodes de segmentation statistiques [27, 85, 109]. De bons résultats de segmentation sur des images en mode B ont été obtenus par Slabaugh et al. [72] et Sarti et al. [138] en incorporant la distribution de Rayleigh dans la méthode des level sets (ensembles de niveaux). D’autres résultats similaires dans [7, 14] ont été

obtenus en utilisant le même principe. Ce modèle sera présenté dans ce chapitre, section (§ 3.2.5). D'autres modèles de distributions sont aussi utilisés dans les algorithmes de segmentation. À titre d'exemple, nous pouvons citer la distribution gaussienne [21, 127], exponentielle [127], Gamma [152], Beta [107], RiIG [55].

Certes, la distribution des niveaux de gris permet la caractérisation des différents tissus, mais malheureusement cette modélisation ne prend pas en compte certains effets spatiaux comme l'atténuation, l'ombrage acoustique et l'absence du signal. Pour pallier ces inconvénients, certains auteurs renforcent leurs modèles en y ajoutant d'autres contraintes, par exemple de type contour [14, 33, 104, 155]. Par ailleurs, pour faire face au problème des atténuations, d'autres auteurs proposent de ne modéliser la distribution de niveau de gris sur une région locale restreinte et non pas sur sa totalité [8, 14, 21, 162]. Plus de détails sur cette méthode seront présentés dans la section (§ 3.2.5.3).

### 3.1.1.2 Opérateurs différentiels

La dérivée de l'intensité s'est avérée être une méthode très utilisée dans plusieurs domaines de traitement d'image pour détecter le changement d'intensité comme des contours. En effet, le maximum de la dérivée première (ou le passage par zéro d'une dérivée seconde) permet de localiser les changements et les discontinuités d'intensité qui sont sous forme d'une *marche d'escalier*. Ces changements et discontinuités d'intensité sont généralement associés à des contours d'objets se trouvant dans l'image [34, 104, 107]. Sur les images ultrasonores, cette méthode n'est efficace qu'en présence de fortes discontinuités acoustiques entre les différents tissus. De plus, à cause de l'acquisition anisotrope des images ultrasonores, certaines frontières d'objet sont souvent mal ou pas du tout détectées.

Même si de très gros progrès ont été accomplis dans le domaine de la détection de contours, les techniques empiriques d'estimation du gradient proposées dans les années 70-80 restent souvent encore employées en concurrence de techniques plus modernes. En effet, l'opérateur gradient utilisé pour la détection de contour est une approche formelle, mais malheureusement stérile ! Une très bonne référence à ce problème est l'ouvrage de J. Cocquerez et S. Philipp [36].

### 3.1.1.3 L'information de phase

Ces dernières années, certains auteurs ont démontré que pour détecter les surfaces acoustiques, l'information de phase locale de l'image est plus robuste que le gradient de l'intensité [15, 24, 115, 168, 170]. Mesurer la phase locale ou encore la *congruence de phase* sur plusieurs échelles est un moyen de caractériser les différences d'intensité en terme de forme d'intensité et non pas en terme de force d'intensité. En effet, l'amplitude du signal (ou le gradient) nous informe sur *la force* de la discontinuité, alors que la phase locale nous informe sur *sa forme*, ce qui rend cette dernière indépendante au changement d'intensité.

Morrone et Burr [112] ont montré que la perception visuelle des structures (les structures que l'œil humain identifie comme intéressantes) est associée à des endroits où les phases sont en congruence, i.e. les points ou les composantes de Fourier entrent en phase. Il existe donc un lien fort entre la congruence de phase et la présence de caractéristiques pertinentes. De plus, Ces points nous renseignent aussi sur le type de la structure détectée, notamment les lignes et les bords. Par exemple, pour une discontinuité de forme marche d'escalier, la valeur de la phase locale est de 0 ou  $\pi$ .

L'information de phase locale est estimée pratiquement en utilisant des noyaux de *filtres en quadrature*<sup>2</sup> [22] et peut être étendue facilement en dimension supérieure en utilisant la représentation du *signal monogénique*<sup>2</sup> [59].

### 3.1.1.4 La texture

Les méthodes statistiques d'analyse de la texture sont très appliquées pour la classification des régions de l'image et pour la segmentation [21, 49, 77, 124]. Ces méthodes ont eu un faible succès au sein de la communauté scientifique. Comme nous l'avons présenté au chapitre précédent, la texture de l'image est dépendante de la microstructure des tissus et du système d'imagerie utilisé. De ce fait, différents systèmes conduisent à des modèles différents de texture, et par conséquent ces méthodes ne reflètent pas la vraie caractérisation physique des propriétés du tissu. Enfin, la caractérisation de la texture de l'image est fortement dépendante de l'échelle spatiale d'analyse et cela nécessite l'utilisation d'une approche multirésolution [118].

Dans la littérature, il existe trois grandes approches pour décrire les textures [11] :

---

2. Voir l'étude plus détaillée dans le prochain chapitre.

- Modélisation fréquentielle d’une texture (notamment pour les textures quasi-périodiques).
- Modélisation géométrique d’une texture, à l’aide de son motif de base (texton).
- Modélisation d’une texture à l’aide de la distribution empirique de l’ensemble de ses voisinages (patches).

### 3.1.2 Contraintes relatives à la structure d’intérêt

#### 3.1.2.1 L’anatomie - la forme -

Pour aboutir à une segmentation fiable et précise, souvent l’information région (contrainte d’homogénéité) et contour (discontinuité) ne suffisent pas. En effet, en l’absence du signal, l’information région et contour ne peuvent cerner la région d’intérêt. Dans ce cas, la contrainte de forme est souvent une solution efficace pour améliorer les résultats de segmentation.

Le modèle de forme, appelé aussi : modèle déformable ou modèle de formes actives, est une technique de segmentation introduite initialement par Cootes et al. [41], pour localiser des objets déformables sur des images. Elle est basée principalement sur une connaissance a priori de la forme et des modes de déformation de la structure d’intérêt. Ces connaissances sont déduites à partir d’un échantillon d’images présentant les variations possibles de la structure étudiée.

La contrainte de forme peut être injectée dans le modèle de segmentation de différentes manières. Par exemple, en utilisant notamment une représentation de forme explicite comme le modèle de distribution de points [41], dont les premiers contours actifs, se sont montrés peu efficaces pour traiter les formes complexes. En revanche, les approches non-paramétriques s’adaptent mieux aux applications médicales. En outre, le formalisme des ensembles de niveau permet d’implémenter ces méthodes de manière efficace et les changements topologiques sont permis [100, 104, 172].

En raison de leurs robustesse aux atténuations, aux artefacts d’ombrage et au speckle, les méthodes de segmentation des images ultrasonores en mode B basées sur les contraintes de forme ont été largement utilisées ces dernières années. Un aperçu plus complet est dressé dans [44, 78, 119].

### 3.1.2.2 La physiologie - le mouvement -

L'une des causes de l'utilisation fréquente de l'imagerie ultrasonore est qu'elle fournit des images dynamiques. De ce fait, la littérature sur la segmentation spatiotemporelle est très large. L'exemple typique que nous pouvons citer est la segmentation des images cardiaques dont la structure possède un mouvement quasi périodique. Plusieurs applications et modèles basés sur le mouvement peuvent être aisément retrouvées dans la littérature. On peut notamment se référer à la revue de Noble et al. dans [119].

La contrainte du mouvement peut être injectée dans le modèle de segmentation suivant plusieurs hypothèses : par exemple, en assumant une cohérence temporelle locale ou globale [34], en supposant une vitesse constante [83], ou encore en incluant le temps de manière explicite dans le processus d'optimisation comme dans [18]. Récemment, Zhu et al. [172] ont introduit une nouvelle contrainte liée au mouvement qui est l'incompressibilité du myocarde. Les auteurs supposent que durant le cycle cardiaque le myocarde est presque incompressible et son volume subit des changements qui sont inférieurs à 5%.

Par ailleurs, la mesure de similarité est utilisée dans l'analyse spatio-temporelle pour l'estimation de déplacement. La littérature sur les mesures de similarité dans les images ultrasonore se fait très peu. À titre d'exemple nous pouvons citer la différence des sommes au carré (DSC) qui est utilisée par Mikic dans [110]. Cohen et Dinstein quand à eux, ont développé une mesure de similarité spécifique aux images ultrasonores. Cette mesure est basée sur l'hypothèse que le speckle de deux blocks d'image peut être modélisé par une même distribution de Rayleigh [37]. Ils ont montré que cette dernière mesure est meilleure que la DSC et les corrélations normalisées [21].

## 3.2 Modèles variationnels

Les méthodes variationnelles en segmentation d'image ont connu un grand succès depuis que S. Geman et D. Geman [65] ont introduit de manière probabiliste une énergie associée à la restauration d'images. En fonction du problème de traitement d'image considéré, on construit une fonctionnelle dont le minimiseur correspond à l'image recherchée. Outre leur grande flexibilité, l'intérêt de ces approches est de pouvoir connaître des résultats qualitatifs sur les solutions obtenues, et ainsi de pouvoir évaluer l'efficacité des modèles.

On dispose en principe d'une image  $I$ , et on cherche à reconstruire une nouvelle image  $\tilde{I}$  définie sur un ouvert  $\Omega$  inclus dans  $\mathbb{R}^2$ ;  $\tilde{I}$  est vue comme une fonction de  $\Omega$  dans  $\mathbb{R}$  appartenant à un espace de Banach  $E$ . Une étape fondamentale dans la modélisation du problème consiste à proposer une fonctionnelle

$$\inf_{\tilde{I} \in E} \int_{\Omega} F(\mathbf{x}, \tilde{I}(\mathbf{x}), \nabla \tilde{I}(\mathbf{x})) d\mathbf{x} . \quad (3.1)$$

L'outil essentiel utilisé ensuite, pour caractériser et calculer une solution, est l'équation d'Euler-Lagrange associée [10].

Il est bien connu qu'un grand nombre de problèmes en Vision par Ordinateur peut se reformuler en terme de minimisation d'énergie. C'est par exemple le cas de nombreux problèmes de segmentation, de suivi d'objet, de stéréo, de restauration d'images, entre autres domaines. Cette formulation nous permet de bien modéliser le problème ainsi que les contraintes. Le choix de cette énergie pour la résolution du problème de segmentation, de même que toutes les autres énergies, peuvent se justifier proprement dans un cadre bayésien [65].

La résolution d'un problème par la minimisation d'énergie se compose de deux étapes principales. La première est la formulation de la fonction objectif, appelée souvent fonction d'énergie ou fonctionnelle. Elle est généralement une somme de termes correspondant aux différentes contraintes du problème (voir la section précédente § 3.1). La seconde étape de cette approche est la minimisation de cette fonctionnelle qui est souvent une charge ardue. Le problème de minimisation d'énergie est traditionnellement résolu par la méthode de recuit simulé, qui est une méthode extrêmement lente en pratique, par la descente de gradient, ou encore récemment les Graph Cuts qui permettent d'obtenir de bons résultats sur une importante classe de problèmes de ce type [25].

Nous nous intéressons dans ce mémoire aux méthodes variationnelles dans le cadre de la segmentation d'images médicales. Plus précisément, nous détaillons le modèle de contour actif (snakes) introduit par Kass et al. dans [90] et ses variantes. Ce modèle était initialement développé pour des problèmes de vision par ordinateur, toutefois, le potentiel des contours actifs pour l'analyse d'images médicales est important. Ils sont utilisés pour traiter tous les types d'images médicales et pour la plupart des structures anatomiques.

### 3.2.1 Contours actifs paramétriques

Les contours actifs sont une technique de segmentation permettant d'extraire un objet d'intérêt dans une image. Elle découle d'un processus d'adaptation itératif, qui déforme localement un modèle géométrique. L'adéquation entre le modèle géométrique et l'image est exprimée par une énergie, qui est minimale quand la géométrie du modèle correspond *au mieux* aux contours de l'objet.

Par souci de simplicité, nous nous intéresserons plus particulièrement dans ce rapport à une modélisation en dimension 2, mais les équations énoncées s'appliquent à la dimension  $n$ . Entre autres, pour ce qui suit, nous considérons une image au niveau de gris  $I(\mathbf{x}) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^+$ , avec  $\Omega \in \mathbb{R}^2$  le domaine de l'image et  $\mathbf{x} = (x, y)$ .

La technique des contours actifs est fondée sur une représentation paramétrée, le contour est assimilé à une courbe  $\mathcal{C}(p) : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  avec  $\mathcal{C}(p) = (x(p), y(p))$  défini dans le domaine de l'image. Le processus de déformation fait évoluer le contour de manière à minimiser une énergie qui se compose dans son expression la plus courante des contraintes internes régulant la raideur et l'élasticité de la courbe, on parle d'*énergie interne*, et des contraintes de l'image concernant l'attache aux données, on parle d'*énergie liée à l'image*. L'énergie associée s'exprime alors de la façon suivante [90] :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(\mathcal{C}) &= \mathcal{S}(\mathcal{C}) + \mathcal{P}(\mathcal{C}) \\ &= \frac{1}{2} \int_0^1 \left( w_1(p) \left| \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial p} \right|^2 + w_2(p) \left| \frac{\partial^2 \mathcal{C}}{\partial p^2} \right|^2 \right) dp + \int_0^1 P(\mathcal{C}(p)) dp , \end{aligned} \quad (3.2)$$

Les deux premiers termes de l'énergie interne  $\mathcal{S}(\mathcal{C})$  correspondent respectivement à une pénalisation de la longueur et de la courbure de  $\mathcal{C}$ , et le terme de l'énergie liée à l'image  $\mathcal{P}(\mathcal{C})$  favorise les contours marqués. Ce terme est calculé en intégrant une fonction d'énergie potentielle  $P$  le long du contour  $\mathcal{C}$ . La fonction  $P$  découle directement des données de l'image  $I$  et se comporte comme une métrique. En effet, elle prend de petites valeurs à proximité des frontières d'objet. Typiquement, il s'agit d'une fonction du gradient de l'image. Les coefficients de pondération  $w_1(p)$  et  $w_2(p)$  servent respectivement à contrôler la force de l'élasticité et de la raideur du modèle.

Indépendamment du choix de la fonction d'énergie liée à l'image, le problème consiste donc à trouver une courbe  $\mathcal{C}$  qui minimise la fonctionnelle  $\mathcal{E}$ . Il s'agit d'un problème

variationnel et la solution qui minimise  $\mathcal{E}$  doit satisfaire l'équation d'Euler-Lagrange associée :

$$\frac{\partial}{\partial p} \left( w_1 \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial p} \right) - \frac{\partial^2}{\partial p^2} \left( w_2 \frac{\partial^2 \mathcal{C}}{\partial p^2} \right) - \nabla P(\mathcal{C}) = 0 . \quad (3.3)$$

Pour trouver une solution à l'équation (3.3), le contour déformable n'est dynamique qu'en considérant  $\mathcal{C}$  en fonction du temps. Cela équivaut à appliquer un algorithme de descente de gradient pour trouver le minimum local de l'équation (3.2). Par ailleurs, l'équation (3.3) est sujette aux conditions aux bords, il faut donc supposer qu'une première approximation de la courbe peut être obtenue. Cette courbe de départ  $\mathcal{C}_0$  sert de donnée initiale pour l'équation d'évolution, à laquelle une variable temporelle  $t$  est ajoutée. Ainsi, la solution doit satisfaire l'équation d'évolution suivante :

$$\begin{cases} \gamma \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial p} \left( w_1 \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial p} \right) - \frac{\partial^2}{\partial p^2} \left( w_2 \frac{\partial^2 \mathcal{C}}{\partial p^2} \right) - \nabla P(\mathcal{C}) , \\ \mathcal{C}(0, p) = \mathcal{C}_0(p) , \end{cases} \quad (3.4)$$

où  $\gamma$  est une constante introduite pour la cohérence des unités sur les deux côtés de l'équation.

L'équation d'Euler-Lagrange est une condition nécessaire pour atteindre un minimum. Cependant, la fonction d'énergie n'étant pas convexe, il peut y avoir plusieurs minima. Toutefois, l'équation d'Euler-Lagrange est satisfaite pour tout minimum local.

Les contours actifs paramétriques sont applicables en 2D, et une extension est possible en 3D, voire en 4D. Leur application aux images médicales est fréquemment orientée pour la segmentation. D'une part, pour la segmentation d'organe unique afin d'effectuer des mesures fonctionnelles, et d'autre part, pour la segmentation de zone unique comme l'anévrisme ou la tumeur pour un diagnostic. On retrouve dans la littérature plusieurs approches de mise en œuvre des contours actifs. Pour la représentation explicite qui correspond aux courbes paramétriques, nous pouvons distinguer le modèle polygonal et le modèle par spline [158]. D'autre part, la représentation implicite qui correspond aux courbes géométriques se base sur la théorie des ensembles de niveaux. Cette technique est au centre de nos travaux et la section suivante y est consacrée.

### 3.2.2 Contours actifs géométriques

Dans le but d'utiliser l'évolution de courbes pour la détection d'objets d'intérêt, Caselles et al. [31] et Malladi et al. [105] ont proposé indépendamment les contours actifs géométriques en se basant sur la théorie des ensembles de niveaux (les *level sets*). Les courbes et les surfaces se déforment en utilisant seulement des mesures géométriques comme la normale et la courbure, ce qui se ramène à une évolution qui est indépendante de la paramétrisation. Comme dans les modèles déformables paramétriques, l'évolution est combinée avec les données de l'image pour récupérer les contours des objets.

Cette méthode présente plusieurs avantages. Elle autorise le changement de topologie quand il y a séparation et fusion de la courbe, et est par conséquent utile pour la segmentation multi-région. C'est le cas en biologie, par exemple pour le comptage de cellule. Cette technique présente une formulation qui peut s'étendre facilement aux dimensions plus élevées. Au final, les propriétés géométriques du contour actif (la normale au contour ainsi que la courbure) s'estiment à partir de la fonction surfacique associée, et les résultats obtenus avec cette technique sont très précis. En revanche, le coût en temps de calcul est important et est proportionnel à la dimension. Malgré tous les avantages que procure cette modélisation et contrairement aux contours actifs paramétriques, les contours actifs géométriques proposés par [31, 105] ne proviennent pas d'un modèle de minimisation d'énergie connu.

#### 3.2.2.1 La théorie des ensembles de niveaux

Les ensembles de niveaux ou *level sets* ont été introduits par Osher et Sethian dans leurs remarquables travaux [121, 140]. Ils ont eu l'idée de représenter la courbe bidimensionnelle  $\mathcal{C}$  comme une *ligne de niveau* d'une surface tridimensionnelle. Ainsi, la courbe 2D peut changer de topologie si la surface 3D correspondante se déforme. Les modèles de *level sets* font partie des méthodes variationnelles et conduisent donc à des formes qui évoluent.

Initialement, la méthode des ensembles de niveaux a été proposée pour résoudre le problème de propagation de courbes avec une vitesse dépendante de la courbure. Dans le but d'introduire la problématique, considérons sa formulation de Lagrange. Pour un vecteur position  $(x(p, t), y(p, t))$  d'une courbe  $\mathcal{C}(p, t)$  en mouvement, l'équation

d'évolution est donnée par :

$$\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial t} = F(\kappa) \mathbf{n} , \quad (3.5)$$

où  $F$  dénote la vitesse de la courbe,  $\kappa$  la courbure et  $\mathbf{n}$  la direction normale à la courbe. L'idée centrale de la méthode est de considérer le front en propagation comme le niveau zéro (ou la courbe du niveau zéro) d'une surface de dimension supérieure  $\phi : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  telle que  $\phi(\mathcal{C}(p, t), t) = 0, \forall p, \forall t \geq 0$ . Par abus d'écriture, le paramètre temps  $t$  de la fonction  $\phi$  peut être omis dans certaines équations. Si  $\phi$  est suffisamment régulière, l'écriture de l'équation (3.5) en utilisant la fonction de level set devient :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\kappa) |\nabla \phi| . \quad (3.6)$$

Il est très facile ainsi d'en déduire que la normale et la courbure peuvent s'écrire en terme de fonction de level set comme suit :

$$\mathbf{n} = - \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} , \quad (3.7)$$

$$\kappa = \text{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) . \quad (3.8)$$

Avec  $\nabla$  l'opérateur gradient.

Deux points doivent être examinés lors de l'application des contours actifs en utilisant la technique des ensembles de niveaux : une surface initiale  $\phi(\mathbf{x}, t = 0)$  doit être considéré. Elle est donnée généralement par l'expression suivante :

$$\phi(\mathbf{x}, 0) = D(\mathbf{x}) , \quad (3.9)$$

où  $D(\cdot)$  est la fonction distance signée depuis  $\mathbf{x}$  vers l'ensemble de niveau zéro  $\mathcal{C}(s, t = 0)$ , positif à l'extérieur du contour et négative à l'intérieur. Cette modélisation nous garantie que la fonction  $\phi$  n'aura pas une allure trop plate ou trop raide au voisinage du contour. Le calcul de cette fonction peut se faire en utilisant l'algorithme de *fast marching* proposé par Sethian [141]. Il est à noter aussi, qu'au cours de l'évolution, la fonction  $\phi$  peut perdre ses propriétés initiales de fonction de distance signée. Cela conduit à des erreurs dans les calculs de la courbure et de la normale qui doivent être résolues par une réinitialisation périodique de la fonction d'ensemble de niveau à une fonction distance signée. Pour une fonction d'ensemble de niveau  $\phi$ , la fonction distance

correspondante  $\psi$  est calculée en remédiant traditionnellement de façon numérique en résolvant l'équation d'évolution suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial \tau} + \text{sign}(\phi)(|\nabla \psi| - 1) &= 0 , \\ \psi(\mathbf{x}, 0) &= \phi(\mathbf{x}, t) . \end{aligned} \quad (3.10)$$

Au final, le modèle de contour actif géométrique proposé par Caselles et al. dans [31] est donné par l'équation d'évolution suivante :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = g(|\nabla I|) \left( \text{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \alpha \right) |\nabla \phi| , \quad (3.11)$$

avec  $\alpha$  une constante qui représente l'air à l'intérieur de la courbe et la force à s'étendre ou à se contracter uniformément suivant le signe de  $\alpha$ . Le terme  $\text{div}(\frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|})$  dépend de la géométrie de la courbe, il représente la courbure  $\kappa$  (voir l'équation (3.8)).  $g$  est un indicateur de contours basé sur le gradient de l'image et qui sert à arrêter l'évolution de la courbe sur les contours. Deux fonctions d'arrêt sont données dans [105] :

$$\begin{aligned} g(|\nabla I|) &= \frac{1}{1 + |\nabla(G * I)|^p} , \quad p \geq 1 . \\ g(|\nabla I|) &= \exp(-|\nabla(G * I)|) , \end{aligned} \quad (3.12)$$

où  $G$  représente un filtre gaussien et  $*$  le produit de convolution.

### 3.2.3 Contours actifs géodésiques

Caselles et al. dans [32], ont présenté une nouvelle approche des contours actifs basée sur une énergie à minimiser dérivée du modèle classique présenté dans l'équation (3.2). Dans un cas particulier des contours actifs classiques, le problème est équivalent à trouver un géodésique (courbe de longueur minimale) dans un espace de Riemann défini par une métrique induite par l'image  $I$ . Si l'on suppose que ce contour actif géodésique est représenté comme le niveau zéro d'une fonction 3D, le calcul de ce géodésique se ramène à une EDP (Équation aux Dérivées Partielles), similaire à celle de l'approche précédente. Cette nouvelle méthode a de nombreux avantages. Elle permet la détection des frontières intérieures et extérieures d'un nombre inconnu d'objets et présente des résultats formels en terme d'existence, d'unicité, de stabilité et de consistance.

Le modèle géodésique est défini par la fonctionnelle :

$$\mathcal{E}_{GAC}(\mathcal{C}) = \int_0^1 g(|\nabla I(\mathcal{C}(p))|) \left| \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial p} \right| dp , \quad (3.13)$$

où la fonction  $g$  est un indicateur de contour inverse, elle est strictement décroissante et définie sur  $\mathbb{R}^+$ . La courbe minimale est atteinte quand  $g(|\nabla I(\mathcal{C}(p))|)$  tend vers zéro, c'est à dire quand la courbe  $\mathcal{C}$  est positionnée sur les bords des objets à segmenter.

La formulation par ensemble de niveaux du modèle géodésique est donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial t} &= \operatorname{div} \left( g(|\nabla I|) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) |\nabla \phi| , \\ &= g(|\nabla I|) \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) |\nabla \phi| + \langle \nabla g(|\nabla I|), \nabla \phi \rangle , \\ &= g(|\nabla I|) |\nabla \phi| \kappa + \langle \nabla g(|\nabla I|), \nabla \phi \rangle . \end{aligned} \tag{3.14}$$

### 3.2.4 Modèle de passage par zéro du Laplacien

Les approches dites de *passage par zéro du Laplacien* proposées initialement par Marr et Hildreth [106] ont eu une grande importance historique, étant considérées comme le prototype du détecteur de contour inspiré des systèmes biologiques. Elles utilisent le fait que le passage par zéro du Laplacien permet de bien mettre en évidence les extremums de la dérivée première. Ces méthodes ont été améliorées par Haralik [76] et rendues populaire par Canny [30]. Kimmel et Bruckstein dans [92] ont fait le lien entre ce détecteur de contour et la théorie des contours actifs en démontrant que le Laplacien est la solution d'une minimisation d'une énergie exprimée en fonction d'un contour paramétrique. La minimisation de cette fonctionnelle est par la suite résolue en faisant appel aux techniques traditionnelles des ensembles de niveaux et de descente du gradient.

La norme du gradient de l'image nous informe sur l'intensité de la présence d'un contour localement. Si ce contour existe, alors il est tout à fait normal que la direction sur ses points soit perpendiculaire au vecteur gradient. En l'absence de forte courbure, le passage par zéro du Laplacien correspond en effet au maximum de la norme du gradient dans la direction du gradient. L'objectif est donc de déterminer la courbe qui passe par les points dont le gradient est très élevé et dont les directions correspondent aux mieux à celles estimées par ce même opérateur.

Dans cette section, nous ferons un court rappel sur l'utilisation des propriétés du Laplacien pour la détection de contours, puis nous présenterons le lien avec les contours actifs.

Soit l'image  $I(x, y)$  supposée continue et  $\{I_x, I_y\}$  les premières dérivées dans les directions horizontale et verticale respectivement. On représente par  $\vec{\xi}(x, y)$  l'image des directions du gradient et  $\vec{\eta}(x, y)$  la tangente :

$$\vec{\xi}(x, y) = \frac{\nabla I}{|\nabla I|} = \left\{ \frac{I_x}{\sqrt{I_x^2 + I_y^2}}, \frac{I_y}{\sqrt{I_x^2 + I_y^2}} \right\}, \quad (3.15)$$

$$\vec{\eta}(x, y) = \left\{ \frac{-I_y}{\sqrt{I_x^2 + I_y^2}}, \frac{I_x}{\sqrt{I_x^2 + I_y^2}} \right\}. \quad (3.16)$$

Nous aurons de ce fait  $\langle \vec{\xi}, \vec{\eta} \rangle = 0$ . L'équation du Laplacien de  $I$  donné par  $\Delta I = \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} = I_{xx} + I_{yy}$  peut s'exprimer par invariance du Laplacien par changement de repère euclidien dans le repère  $\{\eta, \xi\}$  :

$$\Delta I = \frac{\partial^2 I}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial \eta^2} = I_{\xi\xi} + I_{\eta\eta}. \quad (3.17)$$

Il est à noter que si le terme  $\frac{\partial^2 I}{\partial \eta^2}$  est négligeable, c'est-à-dire si le contour a une courbure très faible, alors :

$$\Delta I = 0 \quad \approx \quad \frac{\partial^2 I}{\partial \xi^2} = 0. \quad (3.18)$$

Nous constatons à partir de cette équation (3.18) que le passage par zéro du Laplacien correspond bien au maximum du gradient dans la direction du gradient. C'est cette propriété qui est utilisée dans l'approche par passage par zéro du Laplacien : détecteur de Marr [106]. De même, le détecteur de contour de Haralick consiste à trouver les points dont le gradient  $|\nabla I|$  est très élevé par rapport à un seuil et dont la seconde dérivée suivant la direction du gradient est nulle  $I_{\xi\xi} = 0$ .

**Lemme 3.1** (Détecteur de Haralick-Canny).

*Le détecteur de contour de Haralick-Canny [30, 76] est donné par*

$$I_{\xi\xi} = \Delta I - \kappa_I |\nabla I|, \quad (3.19)$$

avec

$$\kappa_I = \operatorname{div} \left( \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right). \quad (3.20)$$

où  $\kappa_I$  dénote la courbure de l'image.

*Preuve.* En posant  $\xi = (\xi_1, \xi_2)$  le développement de  $I_{\xi\xi}$  est donné par :

$$\begin{aligned}
 I_{\xi\xi} &= \langle \nabla \langle \nabla I, \xi \rangle, \xi \rangle \\
 &= \langle \nabla \langle (I_x \xi_1 + I_y \xi_2) \rangle, \xi \rangle \\
 &= I_{xx} \xi_1^2 + I_{xy} \xi_1 \xi_2 + I_{yy} \xi_2^2 + I_{xy} \xi_1 \xi_2 \\
 &= \frac{I_x^2 I_{xx} + 2I_x I_y I_{xy} + I_y^2 I_{yy}}{|\nabla I|^2} \\
 &= I_{xx} + I_{yy} + \frac{I_x^2 I_{xx} + 2I_x I_y I_{xy} + I_y^2 I_{yy}}{|\nabla I|^2} - I_{xx} - I_{yy} \\
 &= \Delta I + \frac{I_x^2 I_{xx} + 2I_x I_y I_{xy} + I_y^2 I_{yy} - I_{xx}(I_x^2 + I_y^2) - I_{yy}(I_x^2 + I_y^2)}{|\nabla I|^2} \\
 &= \Delta I - \frac{I_y^2 I_{xx} - 2I_x I_y I_{xy} + I_x^2 I_{yy}}{(I_x^2 + I_y^2)^{\frac{3}{2}}} \left( \sqrt{I_x^2 + I_y^2} \right) \\
 &= \Delta I - \operatorname{div} \left( \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) |\nabla I| \\
 &= \Delta I - \kappa_I |\nabla I| .
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

□

**Remarque 3.1.**

Le résultat énoncé dans le lemme (3.1) peut aussi facilement se déduire de l'équation (3.17),  $I_{\xi\xi} = I_{\xi\xi} + I_{\eta\eta} - I_{\eta\eta} = \Delta I - I_{\eta\eta}$ .

Kimmel et al. ont démontré que le problème du passage par zéro du Laplacien est la solution de la maximisation, ou de la minimisation avec un signe moins, de la fonctionnelle [92] :

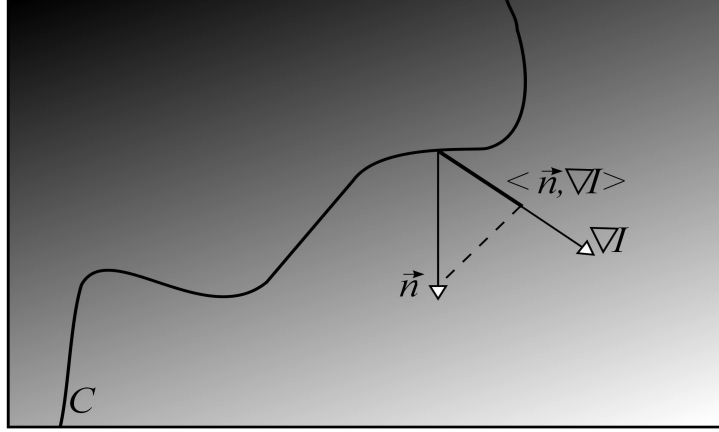
$$\mathcal{E}_A(\mathcal{C}) = \int_0^1 \langle \nabla I(x(p), y(p)), \mathbf{n}(p) \rangle \left| \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial p} \right| dp - \int_{\Omega} \kappa_I |\nabla I| d\mathbf{x} , \tag{3.22}$$

avec

$$\mathbf{n}(p) = \frac{\{-y_p, x_p\}}{\sqrt{x_p^2 + y_p^2}} . \tag{3.23}$$

En pratique, le second terme de cette énergie est généralement négligé. Il est remplacé par des termes plus robustes comme le terme du GAC. Plus de détails sur la suppression de ce terme peuvent être retrouvés dans [92]. Ainsi, pour la suite du développement, la fonctionnelle  $\mathcal{E}_A(\mathcal{C})$  ne prendra en considération que le premier terme.

Cette énergie est connue sous le nom de *terme d'alignement*, et cela pour la simple raison que le problème est posé comme étant la recherche d'un contour  $\mathcal{C}$  dont la normale  $\mathbf{n}$  est alignée avec un champ de vecteur gradient de l'image. L'alignement en un point entre la normale de la courbe et le vecteur gradient de l'image est mesuré par leurs produit scalaire comme le montre la figure 3.1.



**FIGURE 3.1:** Schéma illustratif de la mesure de l'alignement entre la normale  $\mathbf{n}$  de la courbe  $\mathcal{C}$  et le gradient de l'image  $\nabla I$ .

Les extremums de la fonctionnelle  $\mathcal{E}_A(\mathcal{C})$  peuvent être calculés par l'équation d'Euler Lagrange  $\partial \mathcal{E}_A(\mathcal{C}) / \partial \mathcal{C} = 0$ .

**Lemme 3.2** (La dérivée du terme d'alignement [92]).

Pour un champ de vecteur donné  $\mathbf{V}(x, y) = \{u(x, y), v(x, y)\}$ , la première dérivée du terme d'alignement suivant :

$$\mathcal{E}_A(\mathcal{C}) = \int_0^1 \langle \mathbf{V}(x(p), y(p)), \mathbf{n}(p) \rangle \left| \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial p} \right| dp . \quad (3.24)$$

est donnée par

$$\frac{\partial \mathcal{E}_A(\mathcal{C})}{\partial \mathcal{C}} = \text{div}(\mathbf{V})\mathbf{n}. \quad (3.25)$$

**Lemme 3.3** (La dérivée du terme d'alignement robuste [92]).

Pour un champ de vecteur donné  $\mathbf{V}(x, y) = \{u(x, y), v(x, y)\}$ , la première dérivée du terme d'alignement sous sa forme robuste :

$$\mathcal{E}_{AR}(\mathcal{C}) = \int_0^1 |\langle \mathbf{V}(x(p), y(p)), \mathbf{n}(p) \rangle| \left| \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial p} \right| dp . \quad (3.26)$$

est donnée par

$$\frac{\partial \mathcal{E}_{AR}(\mathcal{C})}{\partial \mathcal{C}} = \text{sign}(\langle \mathbf{V}, \mathbf{n} \rangle) \text{div}(\mathbf{V}) \mathbf{n}. \quad (3.27)$$

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}. \quad (3.28)$$

*Preuve du Lemme (3.2) [92].* Tout d'abord, en simplifiant l'écriture de la fonctionnelle, on aura l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_A(\mathcal{C}) &= \int_0^1 \left| \left\langle \{u, v\}, \frac{\{-y_p, x_p\}}{|C_p|} \right\rangle \right| |C_p| dp \\ &= \int_0^1 (vx_p - uy_p) dp, \end{aligned} \quad (3.29)$$

où  $y_p, x_p$  désignent les dérivées partielles par rapport au paramètre  $p$  de  $y(p)$  et  $x(p)$  respectivement, et  $C_p = \{x_p, y_p\}$ . Par la suite, en utilisant l'équation d'Euler-Lagrange, on calcule la première dérivée par rapport à la composante  $x$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}_A(\mathcal{C})}{\partial x} &= \left( \frac{\partial}{\partial x} - \frac{d}{dp} \frac{\partial}{\partial x_p} \right) (-y_p u + x_p v) \\ &= -y_p u_x + x_p v_x - \frac{d}{dp} v \\ &= -y_p u_x + x_p v_x - v_x x_p - v_y y_p \\ &= -y_p (u_x + v_y) \\ &= -y_p \text{div}(\mathbf{V}). \end{aligned} \quad (3.30)$$

Le même développement est utilisé pour calculer la première dérivée par rapport à  $y$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}_A(\mathcal{C})}{\partial y} &= \left( \frac{\partial}{\partial y} - \frac{d}{dp} \frac{\partial}{\partial y_p} \right) (-y_p u + x_p v) \\ &= -y_p u_y + x_p v_y + \frac{d}{dp} u \\ &= -y_p u_y + x_p v_y + u_x x_p + u_y y_p \\ &= x_p (u_x + v_y) \\ &= x_p \text{div}(\mathbf{V}). \end{aligned} \quad (3.31)$$

Ainsi, l'équation géométrique d'Euler-Lagrange est donnée par :

$$\frac{\partial \mathcal{E}_A(\mathcal{C})}{\partial \mathcal{C}} = \text{div}(\mathbf{V}) \mathbf{n}. \quad (3.32)$$

□

L'estimation de la dérivée seconde étant très sensible au bruit, il convient de filtrer très fortement l'image avant d'en mesurer le laplacien. Cela conduit au filtrage suivant :

$$f * \left( \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} \right) = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (f * I) , \quad (3.33)$$

où  $*$  désigne le produit de convolution et  $f$  un filtre passe bas ; ce qui se réécrit symboliquement :

$$\text{image de contours} = \text{passage par zéro} \left( I * \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right] \right) ,$$

cela exprime qu'une image de contours est obtenue par filtrage de l'image par la dérivée seconde d'un filtre passe bas, puis détection des zéros de la fonction ainsi obtenue. Les filtres les plus utilisés pour ces filtrages passe bas sont les filtres gaussiens [106]. Marr a montré en effet qu'avec de tels filtres on pouvait approcher de très près les effets donnés par le système visuel humain.

### 3.2.5 Contours actifs basés région

Les modèles de contours actifs présentés jusqu'alors sont tous basés sur l'information des bords de l'objet d'intérêt pour stopper l'évolution de la courbe. Or, d'autres caractéristiques des objets à segmenter peuvent intervenir. En effet, les objets à segmenter ont d'autres propriétés comme la texture ou l'homogénéité au sens statistique qui peuvent être utilisées pour guider l'évolution de la courbe. Les contours actifs basés région sont une technique qui exploite les caractéristiques des régions intérieures et extérieures de la zone d'intérêt. L'objectif est de trouver une partition de l'image qui minimise un ensemble de descripteurs région. Cette approche permet de résoudre des problèmes de segmentation pour lesquels il est difficile d'extraire les contours (contours flous ou contours cognitifs). Par exemple, lorsque les images sont fortement bruitées.

Parmi les premières publications sur les approches de contours actifs basées région, on retrouve les travaux de Cohen et al. [38], Ronfard [134], Zhu et al. [171] ou encore Chakraborty et al. [33]. Ces travaux ont été repris et étendus par de nombreux auteurs pour des applications variées [29, 35, 126]. Nous citons à titre d'exemple le modèle des régions actives géodésiques qui a été initialement proposé par Paragios et Deriche dans [126]. Ce modèle est considéré comme une extension des contours actifs géodésiques, car il intègre l'information région. Ronfard dans [134] développe un modèle où le

contour actif est déformé sous l'action de forces liées à une mesure de similitude entre régions. La similitude entre deux régions est mesurée à l'aide de la distance de *Ward*. Cependant, l'équation d'évolution présentée n'est pas dérivée d'un critère. C'est Jehan-Besson et al. [86] qui sont parmi les premiers à établir l'équation d'évolution à partir de la dérivation générale de critères comportant des descripteurs régions. Ils ont aussi introduit dans le cadre d'une représentation implicite des contours actifs, la méthode des gradients de forme pour dériver ce critère [86]. Un développement plus détaillé sur les approches statistiques pour la segmentation par contours actifs en utilisant la technique d'ensembles de niveaux est présenté dans [44].

### 3.2.5.1 Modèle du maximum a posteriori

La formulation probabiliste du problème de segmentation présenté dans cette partie est basée sur les travaux pionniers des approches statistiques étudiées dans [33, 98, 126, 171]. Plus exactement nous nous intéressons aux approches statistiques pouvant être justifiées proprement dans le cadre bayésien [44]. Cette modélisation est de plus en plus populaire pour résoudre de nombreux problèmes mal posés tels que la segmentation ou le suivi d'objets [44].

Dans [171] une partition optimale peut être calculée par le maximum de la probabilité à posteriori  $p(\mathcal{P}(\Omega|I))$ . Cette probabilité conditionnelle peut être exprimée suivant la règle de Bayes, à une constante de normalisation près, comme suit :

$$p(\mathcal{P}(\Omega)|I) \propto p(I|\mathcal{P}(\Omega))p(\mathcal{P}(\Omega)) . \quad (3.34)$$

Les deux termes de cette équation nous permettent d'introduire respectivement une information a priori générique et géométrique. Le terme générique est un terme d'attache aux données qui permet une connaissance sur les fluctuations statistiques des observations étant donnée la partition. Le terme géométrique est une régularisation sur le contour. La contrainte géométrique la plus utilisée est celle d'un a priori qui favorise la longueur minimale de la courbe  $\mathcal{C}$  délimitant les bords des partitions :

$$p(\mathcal{P}(\Omega)) \propto e^{-\nu|\mathcal{C}|} , \quad \nu > 0. \quad (3.35)$$

Si on suppose que la partition est composée de  $N$  régions indépendantes  $\mathcal{P}(\Omega) = \{\Omega_1, \dots, \Omega_N\}$ , l'expression du premier terme de l'équation (3.34) peut s'écrire sous

la forme simplifiée suivante :

$$p(I|\mathcal{P}(\Omega)) = p(I|\{\Omega_1, \dots, \Omega_N\}) = \prod_{i=1}^N p(I|\Omega_i) , \quad (3.36)$$

où  $p(I|\Omega_i)$  représente la probabilité d'observer l'image  $I$  quand  $\Omega_i$  est la région d'intérêt. En supposant que tous les points de chaque région sont des réalisations indépendantes et identiquement distribuées, et  $p_i$  la fonction densité de probabilité de  $\Omega_i$ , l'expression (3.36) s'écrit alors :

$$p(I|\mathcal{P}(\Omega)) = \prod_{i=1}^N \prod_{\mathbf{x} \in \Omega_i} (p_i(I(\mathbf{x}))) , \quad (3.37)$$

en passant au logarithme avec un signe moins, le maximum de la probabilité a posteriori devient un problème de minimisation d'énergie qui s'écrit :

$$\mathcal{E}(\{\Omega_1, \dots, \Omega_N\}) = - \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} \log p_i(I(\mathbf{x})) d\mathbf{x} + \nu|\mathcal{C}| . \quad (3.38)$$

Les statistiques de la région sont calculées en fonction du contour  $\mathcal{C}$  et par conséquent, les paramètres de distribution changent au fur et à mesure que le contour évolue. En introduisant le paramètre  $\theta_i$  de la distribution de chaque région, l'énergie devient :

$$\mathcal{E}(\{\Omega_i, \theta_i\}_{i=1 \dots N}) = - \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} \log p(I(\mathbf{x}), \hat{\theta}_i) d\mathbf{x} + \nu|\mathcal{C}| , \quad (3.39)$$

où  $\hat{\theta}_i$  est l'estimateur du paramètre  $\theta_i$  dans la région  $\Omega_i$  :

$$\hat{\theta}_i = \arg \min_{\theta} \left( - \int_{\Omega_i} \log p(I(\mathbf{x}), \theta) d\mathbf{x} \right) , \quad (3.40)$$

Pour réécrire cette énergie en utilisant la technique des ensembles de niveaux, nous allons nous restreindre au cas binaire, c.-à-d. au cas où un pixel n'a que deux possibilités d'appartenir à une région. Autrement dit, on se ramène au cas où la partition de l'image est composée uniquement de deux régions. En s'appuyant sur le modèle de Chan et Vese<sup>3</sup> [35], la représentation par les ensembles de niveaux de la fonctionnelle (3.39) est donnée par :

$$\mathcal{E}(\phi) = - \int_{\Omega} H(\phi) \log p(I, \theta_1) - (1 - H(\phi)) \log p(I, \theta_2) + \nu |\nabla H(\phi)| d\mathbf{x} , \quad (3.41)$$

---

3. Ce modèle sera détaillé dans la section suivante.

où  $H(\phi)$  représente la fonction Heaviside définie par :

$$H(\phi) = \begin{cases} 1 & \text{si } \phi \geq 0 , \\ 0 & \text{sinon} . \end{cases} \quad (3.42)$$

Lors de l'implémentation, les fonctions de Heaviside et Dirac sont respectivement approximées par leurs versions régularisées :

$$H_\varepsilon(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2}{\pi} \arctan \left( \frac{\mathbf{x}}{\varepsilon} \right) \right) , \quad (3.43)$$

$$\delta_\varepsilon(\mathbf{x}) = \frac{d}{d\mathbf{x}} H_\varepsilon(\mathbf{x}) = \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + \mathbf{x}^2} . \quad (3.44)$$

Les deux premiers termes de l'équation (3.41) modélisent les probabilités à l'intérieur et à l'extérieur du contour, alors que le troisième terme représente la taille de l'interface qui sépare les deux régions.

La minimisation de cette énergie peut se faire par la descente du gradient. Pour des paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  fixes, l'équation d'évolution est donnée par :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta(\phi) \left( \log \frac{p(I(\mathbf{x}), \theta_2)}{p(I(\mathbf{x}), \theta_1)} + \nu \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \right) . \quad (3.45)$$

Les paramètres  $\theta_i$  peuvent être injectés dans la fonction d'évolution suivant deux façons différentes, à savoir, statique ou dynamique. Une première approche consiste à supposer que ces paramètres sont connus, ou à les estimer à partir d'une fonction  $\phi$  initiale qui décrit les différentes régions, et ensuite faire évoluer le contour avec ces mêmes paramètres jusqu'à l'obtention du minimum. Une seconde approche consiste à réestimer ces paramètres pour chaque étape d'évolution de  $\phi$ . Le lecteur intéressé trouvera plus de détails dans [136].

#### 3.2.5.2 Modèle de Chan et Vese

Le modèle de Chan et Vese présenté dans [35] est l'un des algorithmes les plus étudiés et les plus appliqués en segmentation d'image. Ce modèle classique et fondateur est basé sur les travaux de Mumford et Shah [116], et peut détecter des objets qui n'ont pas de bordure et qui ne sont pas forcément définis par le gradient, soit par exemple des objets avec des contours flous ou discontinus. Il est fondé sur le principe que pour une certaine image  $I$  à segmenter, cette dernière est formée de deux régions différentes

et d'intensités constantes  $I_i$  et  $I_e$ , c'est à dire, l'image  $I$  est constante par morceaux. En supposant que l'objet à segmenter est délimité par le contour  $\mathcal{C}_0$ , et est représenté par la région d'intensité  $I_i$ , alors nous avons  $I = I_i$  à l'intérieur de la courbe  $\mathcal{C}_0$  et  $I = I_e$  à l'extérieur. Ainsi l'énergie est donnée par :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_R(\mathcal{C}, c_1, c_2) = & \nu \cdot \text{Longueur}(\mathcal{C}) + \alpha \cdot \text{Air}(\text{intérieur}(\mathcal{C})) \\ & + \lambda_1 \int_{\text{intérieur}(\mathcal{C})} |I - c_1|^2 d\mathbf{x} + \lambda_2 \int_{\text{extérieur}(\mathcal{C})} |I - c_2|^2 d\mathbf{x} , \end{aligned} \quad (3.46)$$

où  $\alpha \in \mathbb{R}$  et  $\nu, \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}^+$  sont des paramètres fixes, les constantes  $c_1$  et  $c_2$  sont dépendantes de  $\mathcal{C}$  et sont égales respectivement aux moyennes à l'intérieur et à l'extérieur de  $\mathcal{C}$ . En effet,  $c_1$  et  $c_2$  sont estimées pour minimiser l'équation (3.46). Il s'avère qu'elles sont égales aux moyennes empiriques :

$$\frac{\partial}{\partial c_1} \int_{\Omega_i} (I - c_1)^2 d\mathbf{x} = - \int_{\Omega_i} 2(I - c_1) d\mathbf{x} = 0 , \quad (3.47)$$

avec  $\Omega_i$  la région d'intérêt. Nous avons donc,

$$\int_{\Omega_i} I d\mathbf{x} = c_1 \int_{\Omega_i} d\mathbf{x} , \quad (3.48)$$

et par conséquent

$$c_1 = \frac{\int_{\Omega_i} I d\mathbf{x}}{\int_{\Omega_i} d\mathbf{x}} . \quad (3.49)$$

Le même résultat est alors obtenu en estimant la constante  $c_2$ . Par le biais de ces descripteurs  $c_1$  et  $c_2$ , on cherche à minimiser l'écart entre l'intensité et la moyenne. Il est donc facile de constater que le minimum de cette énergie est atteint lorsque les deux derniers termes convergent vers zéro, et par conséquent quand la courbe  $\mathcal{C}$  se trouve sur le bord de l'objet à segmenter. Cette modélisation est considérée comme une forme réduite du modèle de Mumford et Shah [35, 116].

En choisissant la fonction de level set  $\phi$  telle que :

$$\begin{cases} \phi > 0 & \text{à l'extérieur de } \mathcal{C} , \\ \phi < 0 & \text{à l'intérieur de } \mathcal{C} , \\ \phi = 0 & \text{sur } \mathcal{C} , \end{cases} \quad (3.50)$$

l'énergie  $\mathcal{E}_R$  devient alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_R(\phi, c_1, c_2) = & \nu \int_{\Omega} |\nabla H(\phi)| d\mathbf{x} + \alpha \int_{\Omega} H(\phi) d\mathbf{x} \\ & + \lambda_1 \int_{\Omega} |I - c_1|^2 H(\phi) d\mathbf{x} + \lambda_2 \int_{\Omega} |I - c_2|^2 (1 - H(\phi)) d\mathbf{x} , \end{aligned} \quad (3.51)$$

L'équation d'Euler-Lagrange associée est donnée par :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta(\phi) \left[ \nu \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) - \alpha - \lambda_1 (I - c_1)^2 + \lambda_2 (I - c_2)^2 \right] , \quad (3.52)$$

avec

$$c_1 = \frac{\int_{\Omega} I H(\phi) d\mathbf{x}}{\int_{\Omega} H(\phi) d\mathbf{x}} , c_2 = \frac{\int_{\Omega} I (1 - H(\phi)) d\mathbf{x}}{\int_{\Omega} (1 - H(\phi)) d\mathbf{x}} . \quad (3.53)$$

Il est à noter que le modèle de Chan et Vese est un cas particulier du modèle général décrit par l'équation (3.45). En effet, si on suppose que les deux régions à segmenter sont décrites par une distribution gaussienne de moyennes  $c_1, c_2$  et de variance constante, le modèle de Chan et Vese (3.52), est équivalent, à une constante près, au modèle de l'équation (3.45).

D'autres critères hormis les moyennes des régions peuvent intervenir pour caractériser l'objet à segmenter (histogramme, variance, etc.). Certains modèles font intervenir directement la densité de probabilité des intensités régions. Notamment, le score de vraisemblance associé à la densité de probabilité pour des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (iid) [126, 171].

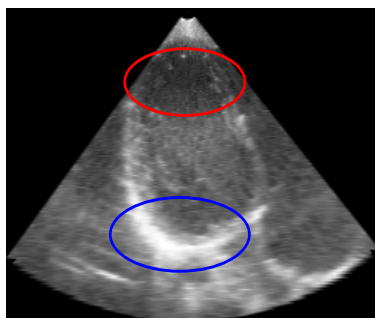
Notons que le terme d'attache aux données région ne peut pas toujours s'exprimer par une intégrale sur le domaine. Dans le cas où l'on utilise des mesures de divergence entre densités de probabilité, cette intégrale sera définie sur l'espace des caractéristiques [9, 87].

### 3.2.5.3 Contours actifs basés région locale

Durant ces deux dernières décennies, bon nombre de méthodes géométriques de segmentation utilisent des modèles statistiques pour décrire l'objet à segmenter. Ces méthodes dites *globales*<sup>4</sup> se sont avérées être plus robustes à l'initialisation et au bruit que les méthodes basées sur l'information contours. Cependant, certains de ces modèles [35, 116] sont fondés sur une hypothèse qui stipule que les régions à segmenter sont homogènes. Or plusieurs types d'images ne satisfont pas cette hypothèse, en particulier les images ultrasonores, figure 3.3. Pour remédier à l'échec de ces méthodes sur les images ayant des atténuations ou des changements d'intensité, il était nécessaire de relaxer cette contrainte d'homogénéité globale. Les premières approches basées région

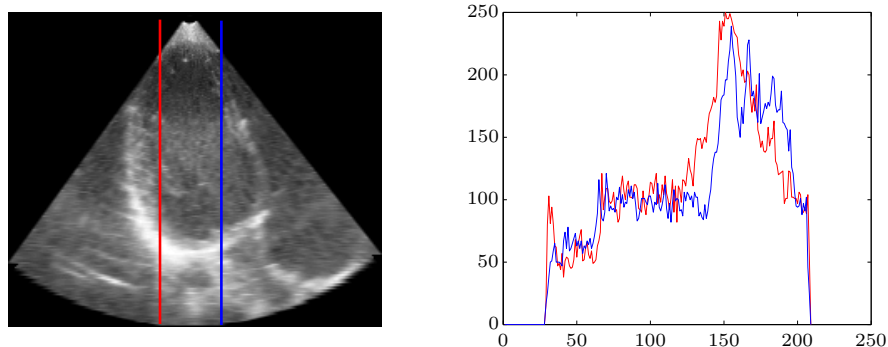
---

4. Le mot globale est dû à l'implication de tous les pixels de la région dans le modèle de segmentation.



**FIGURE 3.2:** Illustration du changement d'intensité. L'ellipse rouge en haut de l'image illustre une zone de faible intensité. L'ellipse bleu en bas illustre une zone de forte intensité.

locale sont apparues dans un cadre proprement bayésien par Pappas dans [125], et Ashton et Parker dans [8]. Depuis, d'autres applications et d'autres approches plus poussées ont vu le jour [5, 26, 96, 101, 102, 103, 130]. Ces méthodes peuvent être divisées en deux catégories suivant la distribution identique ou non de l'intensité des pixels. En effet, Brox et Cremers dans leur modèle [26] supposent que les intensités des pixels sont des réalisations issues d'une même variable aléatoire (Gaussienne), indépendantes et pas identiquement distribuées.



**FIGURE 3.3:** Illustration du changement d'intensité. À gauche une image échocardiographique. À droite une illustration du changement d'intensité sur deux lignes représentées sur l'image de gauche.

Lankton et al. dans [96] ont proposé un modèle pouvant rendre locale toute énergie basée région globale. Cette approche peut être considérée comme une généralisation

des modèles locaux présentés dans [5, 103, 130]. Ainsi, l'énergie sous la formulation par ensembles de niveaux est donnée par :

$$\mathcal{E}(\phi) = \int_{\Omega} \delta(\phi(\mathbf{x})) \left( \int_{\Omega} \mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathcal{F}(\phi(\mathbf{y}); \mathbf{x}) d\mathbf{y} \right) d\mathbf{x} . \quad (3.54)$$

La fonction  $\mathcal{F}$  est une mesure d'énergie générique d'un quelconque modèle basé région globale. Cette fonction est utilisée pour représenter l'adhérence locale de chaque point le long du contour.  $\mathcal{K}$  est une fenêtre locale qui sert de masque pour la région, cette fonction est donnée dans [5, 103, 130] par une gaussienne et dans [96] par une boule binaire dépendante d'un paramètre de rayon  $r$  :

$$\mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{cases} 1 & \text{si } |\mathbf{x} - \mathbf{y}| < r , \\ 0 & \text{sinon} . \end{cases} \quad (3.55)$$

Dans l'équation (3.54) la localisation autour du contour est mise en œuvre en ajoutant  $\delta(\phi(\mathbf{x}))$  dans l'intégrale sur  $\mathbf{x}$ . De plus, pour chaque  $\mathbf{x}$  sélectionné par  $\delta(\phi(\mathbf{x}))$ , la fenêtre  $\mathcal{K}$  assure que l'énergie  $\mathcal{F}$  n'opère que sur l'information locale de l'image. Ainsi, l'énergie est représentée comme la somme des valeurs de  $\mathcal{F}$  au voisinage  $\mathcal{K}$  le long de l'ensemble du niveau zéro.

**Remarque 3.2.** *L'écriture de la fonction  $\mathcal{F}$  dans l'équation (3.54) est fonction de la variable  $\mathbf{x}$ . Cette écriture désigne la localisation autour de  $\mathbf{x}$  de l'estimation des paramètres de la fonction  $\mathcal{F}$ . Ces paramètres peuvent être par exemple la moyenne et la variance. Cette variable peut être négligée si on veut garder le caractère globale de  $\mathcal{F}$ .*

L'équation d'évolution est donnée par [96]<sup>5</sup> :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta(\phi(\mathbf{x})) \int_{\Omega} \mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \nabla_{\phi} \mathcal{F}(\phi(\mathbf{y}); \mathbf{x}) d\mathbf{y} . \quad (3.56)$$

Cette équation n'est vraie que si la dérivée de  $\mathcal{F}$  par rapport à  $\phi$  existe. Voir l'annexe (A) pour plus de détails.

Comme modèle d'application et d'illustration de la fonction  $\mathcal{F}$ , nous avons choisi le modèle de Chan et Vese [35] déjà présenté dans l'équation (3.51). Les moyennes à

---

5. L'énergie présentée dans [96] possède un terme de régularisation que nous n'allons pas aborder dans cette étude. Nous nous focaliserons uniquement sur le terme de région local.

l'intérieur et à l'extérieur du contour, respectivement  $c_1$  et  $c_2$ , sont estimées localement autour d'un point  $\mathbf{x}$  par les expressions suivantes :

$$c_1(\mathbf{x}) = \frac{\int_{\Omega} \mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) H(\phi(\mathbf{y})) I(\mathbf{y}) d\mathbf{y}}{\int_{\Omega} \mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) H(\phi(\mathbf{y})) d\mathbf{y}} , \quad (3.57)$$

$$c_2(\mathbf{x}) = \frac{\int_{\Omega} \mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) (1 - H(\phi(\mathbf{y}))) I(\mathbf{y}) d\mathbf{y}}{\int_{\Omega} \mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) (1 - H(\phi(\mathbf{y}))) d\mathbf{y}} . \quad (3.58)$$

Ainsi, l'énergie interne (générique)  $\mathcal{F}$  qui correspond à ce modèle global, s'obtient en remplaçant les moyennes globales  $c_1$  et  $c_2$  dans l'équation (3.51) par celles qui leur sont localement équivalentes  $c_1(\mathbf{x})$  et  $c_2(\mathbf{x})$  :

$$\mathcal{F}(\phi, \mathbf{x}) = \lambda_1 |I(\mathbf{y}) - c_1(\mathbf{x})|^2 H(\phi) + \lambda_2 |I(\mathbf{y}) - c_2(\mathbf{x})|^2 (1 - H(\phi)) . \quad (3.59)$$

La dérivée de cette énergie suivant  $\phi$  est immédiatement donnée par :

$$\nabla_{\phi} \mathcal{F}(\phi, \mathbf{x}) = \delta(\phi(\mathbf{y})) \left( \lambda_1 |I(\mathbf{y}) - c_1(\mathbf{x})|^2 - \lambda_2 |I(\mathbf{y}) - c_2(\mathbf{x})|^2 \right) . \quad (3.60)$$

En introduisant l'équation (3.60) dans l'équation (3.56) la version locale du modèle de Chan et Vese s'écrit alors :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta(\phi(\mathbf{x})) \int_{\Omega} \mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \delta(\phi(\mathbf{y})) \left( \lambda_1 |I(\mathbf{y}) - c_1(\mathbf{x})|^2 - \lambda_2 |I(\mathbf{y}) - c_2(\mathbf{x})|^2 \right) d\mathbf{y} . \quad (3.61)$$

Le minimum de l'énergie est atteint quand l'intérieur et l'extérieur de chaque point de la courbe est le mieux approximé par les moyennes locales  $c_1(\mathbf{x})$  et  $c_2(\mathbf{x})$ .

À partir de l'équation (3.61), le modèle de Li [101] est obtenu en supprimant  $\delta(\phi(\mathbf{x}))$  qui représente la localisation le long du contour. En outre, le modèle présenté par Piovano et al. [130] est retrouvé en supprimant complètement l'intégrale le long du contour et aussi la localisation ( $\mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ ) de la fonction  $\mathcal{F}$ . Le tableau (3.1) résume les fonctionnelles et les équations d'évolution de ces trois modèles pour faciliter la comparaison.

Méthode	Énergie	Équation d'évolution
Li [101]	$\sum_{i=1}^2 \int_{\Omega} \int_{\Omega} \mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y})  I(\mathbf{y}) - c_i(\mathbf{x}) ^2 H_i(\phi(\mathbf{y})) d\mathbf{y} d\mathbf{x}$	$\delta(\phi(\mathbf{x})) \sum_{i=1}^2 (-1)^i \int_{\Omega} -\mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \left(  I(\mathbf{y}) - c_i(\mathbf{x}) ^2 \right) d\mathbf{y}$
Piovano et al. [130] An et al. [5]	$\sum_{i=1}^2 \int_{\Omega}  I(x) - c_i(\mathbf{x}) ^2 H_i(\phi(\mathbf{x})) d\mathbf{x}$	$ \nabla \phi(\mathbf{x})  \sum_{i=1}^2 (-1)^i \left( q_i(\mathbf{x}) -  I(\mathbf{x}) - c_i(\mathbf{x}) ^2 \right)$
Lankton et al. [96]	$\sum_{i=1}^2 \int_{\Omega} \delta(\phi(\mathbf{x})) \left\{ \int_{\Omega} \mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y})  I(\mathbf{y}) - c_i(\mathbf{x}) ^2 H_i(\phi(\mathbf{y})) d\mathbf{y} \right\} d\mathbf{x}$	$\delta(\phi(\mathbf{x})) \sum_{i=1}^2 (-1)^i \int_{\Omega} -\mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \delta(\phi(\mathbf{y})) \left(  I(\mathbf{y}) - c_i(\mathbf{x}) ^2 \right) d\mathbf{y}$
$H_1(\phi) = H(\phi)$ $H_2(\phi) = 1 - H(\phi)$ $c_i(\mathbf{x}) = \frac{\int_{\Omega} \mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) H_i(\phi(\mathbf{y})) I(\mathbf{y})}{\int_{\Omega} \mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) H_i(\phi(\mathbf{y}))}$ $q_i(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} \frac{2(I(\mathbf{y}) - c_i(\mathbf{y}))(I(\mathbf{x}) - c_i(\mathbf{y})) \mathcal{K}(\mathbf{x}, \mathbf{y})}{\int_{\Omega} \mathcal{K}(\mathbf{y}, \mathbf{z}) d\mathbf{z}} d\mathbf{y}$		

**TABLE 3.1:** Énergies et fonctions d'évolution de quelques modèles de contours actifs basés région locale.

#### 3.2.5.4 Modèle de Brox et Cremers

Zhu et Yuille [171] ont présenté dans leurs travaux un lien qui relie le fameux modèle populaire de Mumford-Shah [116] et l'approche du maximum à postériori proposée par S. Geman et D. Geman [65]. Motivés par ces travaux, Brox et Cremers dans [26] proposent une nouvelle approche de segmentation qui interprète la fonctionnelle de Mumford-Shah par une approximation d'un modèle de maximum a postériori. Contrairement aux modèles standards, celui-ci est caractérisé par le fait que les intensités des pixels ne sont pas identiquement distribuées. La distribution varie selon la position des pixels sur l'image. Ce modèle est considéré comme la généralisation du modèle de Mumford-Shah. La généralisation est mise en œuvre en intégrant des modèles statistiques locaux qui peuvent être variés, voir [26]. Cette approche est caractérisée par une implémentation qui est très efficace. La fonctionnelle à minimiser qui correspond à cette approche est donnée, en représentation par ensemble de niveaux, par :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(\phi) = & \int_{\Omega} H(\phi(\mathbf{x})) \log p(I(\mathbf{x}), \mu(\mathbf{x}), \sigma^2(\mathbf{x})) d\mathbf{x} \\ & + \int_{\Omega} (1 - H(\phi(\mathbf{x}))) \log p(I(\mathbf{x}), \mu(\mathbf{x}), \sigma^2(\mathbf{x})) d\mathbf{x} , \end{aligned} \quad (3.62)$$

où  $p$  représente une densité de probabilité. Dans les travaux de [26], c'est la distribution gaussienne qui est considérée :

$$p(I, \mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\mathbf{x})} \exp \left( - \frac{(I(\mathbf{x}) - \mu(\mathbf{x}))^2}{2\sigma^2(\mathbf{x})} \right) .$$

Par souci de clarté, dans la fonctionnelle (3.62) nous n'avons pas représenté le terme de régularité. De plus, nous n'allons nous concentrer qu'au développement de la premier partie de cette énergie. Par analogie, le développement de la seconde partie peut être retrouvé aisément. Nous nous intéressons donc à l'énergie suivante [26] :

$$\mathcal{E}(\phi) = \int_{\Omega} H(\phi(\mathbf{x})) \left( \frac{(I(\mathbf{x}) - \mu(\mathbf{x}))^2}{2\sigma^2(\mathbf{x})} + \frac{1}{2} \log \sigma^2(\mathbf{x}) \right) d\mathbf{x} , \quad (3.63)$$

telles que

$$\mu(\mathbf{x}) = \frac{\int_{\Omega} \mathcal{K}(\mathbf{x} - \xi) H(\phi(\xi)) I(\xi) d\xi}{\int_{\Omega} \mathcal{K}(\mathbf{x} - \xi) H(\phi(\xi)) d\xi} , \quad (3.64)$$

et

$$\sigma^2(\mathbf{x}) = \frac{\int_{\Omega} \mathcal{K}(\mathbf{x} - \xi) H(\phi(\xi)) I^2(\xi) d\xi}{\int_{\Omega} \mathcal{K}(\mathbf{x} - \xi) H(\phi(\xi)) d\xi} - \mu^2(\mathbf{x}) , \quad (3.65)$$

avec  $\mathcal{K}$  une fonction fenêtre qui sert pour la localisation spatiale. Pour une fonction  $\psi$  de même type que  $\phi$ , la dérivée de Gateaux de l'équation (3.63) est évaluée par [26]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}(\phi(\mathbf{x}) + \tau \psi(\mathbf{x}))}{\partial \tau} \Big|_{\tau=0} &= \int_{\Omega} \delta(\phi(\mathbf{x})) \left( \frac{(I(\mathbf{x}) - \mu(\mathbf{x}))^2}{2\sigma^2(\mathbf{x})} + \frac{1}{2} \log \sigma^2(\mathbf{x}) \right) \psi(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.66) \\ &+ \int_{\Omega} \frac{1}{2} H(\phi(\mathbf{x})) \frac{2(I(\mathbf{x}) - \mu(\mathbf{x}))\mu_{\phi}(\mathbf{x})\sigma^2(\mathbf{x}) - \sigma_{\phi}^2(\mathbf{x})[(I(\mathbf{x}) - \mu(\mathbf{x}))^2 - \sigma^2(\mathbf{x})]}{\sigma^4(\mathbf{x})} d\mathbf{x} , \end{aligned}$$

avec

$$\mu_{\phi}(\mathbf{x}) = \frac{\int_{\Omega} \delta(\phi(\xi)) \mathcal{K}(\mathbf{x} - \xi) (I(\xi) - \mu(\mathbf{x})) \psi(\mathbf{x}) d\xi}{\int_{\Omega} H(\phi(\mathbf{z})) \mathcal{K}(\mathbf{x} - \mathbf{z}) d\mathbf{z}} , \quad (3.67)$$

et

$$\sigma^2(\mathbf{x})_{\phi} = \frac{\int_{\Omega} \delta(\phi(\xi)) \mathcal{K}(\mathbf{x} - \xi) (I^2(\xi) - \sigma^2(\mathbf{x}) - \mu^2(\mathbf{x})) \psi(\mathbf{x}) d\xi}{\int_{\Omega} H(\phi(\mathbf{z})) \mathcal{K}(\mathbf{x} - \mathbf{z}) d\mathbf{z}} - 2\mu(\mathbf{x})\mu_{\phi}(\mathbf{x}) . \quad (3.68)$$

Après remplacement des équations (3.67) et (3.68) dans (3.66) et réorganisation des différents termes, l'équation devient plus concise. La fonction d'évolution s'écrit alors

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta(\phi(\mathbf{x})) \left( \frac{(I(\mathbf{x}) - \mu(\mathbf{x}))^2}{2\sigma^2(\mathbf{x})} + \log(\sigma(\mathbf{x})) - \frac{1}{2} (I^2(\mathbf{x}) F_4(\mathbf{x}) + I(\mathbf{x}) F_5(\mathbf{x}) + F_6(\mathbf{x})) \right) , \quad (3.69)$$

avec

$$F_1(\mathbf{x}) = (\mathcal{K} * H(\phi))(\mathbf{x}) . \quad (3.70)$$

$$F_2(\mathbf{x}) = (\mathcal{K} * H(\phi) I)(\mathbf{x}) .$$

$$F_3(\mathbf{x}) = (\mathcal{K} * H(\phi) I^2)(\mathbf{x}) .$$

$$F_4(\mathbf{x}) = \left( \bar{\mathcal{K}} * \frac{H(\phi)((I - \mu)^2 - \sigma^2)}{\sigma^4 F_1} \right)(\mathbf{x}) .$$

$$F_5(\mathbf{x}) = \left( \bar{\mathcal{K}} * \frac{H(\phi)(2I\sigma^2 - 2\mu(I - \mu)^2)}{\sigma^4 F_1} \right)(\mathbf{x}) .$$

$$F_6(\mathbf{x}) = \left( \bar{\mathcal{K}} * \frac{H(\phi) \left( \sigma^2 \left( \frac{F_3}{F_1} - 2I\mu \right) - (I - \mu)^2 (\sigma^2 - \mu^2) \right)}{\sigma^4 F_1} \right)(\mathbf{x}) ,$$

où  $\bar{\mathcal{K}}$  représente la fonction miroir de  $\mathcal{K}$ . L'équation (3.69) peut être implémentée efficacement en utilisant des filtres récurrents [47]. Les deux premiers termes de cette équation représentent les termes usuels qui apparaissent dans le modèle du maximum a posteriori. En revanche les autres termes correspondent à la dépendance entre la distribution et la fonction  $\phi$ .

### Conclusion

Interpréter les images ultrasonores par un procédé de segmentation est un domaine très étudié dans la littérature. Dans ce chapitre, un accent particulier a été mis sur les modèles de contours actifs basés sur les ensembles de niveaux. Plus précisément, nous avons détaillé davantage le modèle du Laplacien et le modèle fondé sur les statistiques locales. Ce dernier a montré son efficacité sur les images présentant des dégradés d'intensité. Une nouvelle variante adaptée aux images ultrasonores sera présentée par la suite. Le modèle du Laplacien, quant à lui, sera développé et appliqué en intégrant l'information de phase locale. Afin d'atteindre cet objectif, l'intégralité du chapitre suivant sera consacré à la théorie de l'information de phase.



## 4

# L'information de phase

## Introduction

La perfection du système visuel humain est une source d'inspiration pour les chercheurs pour le développement des algorithmes de vision par ordinateur. Les études très poussées de Hubel et Wiesel [80, 81] ont montrées que les cellules fondamentales du système biologique visuel sont des filtres spécialement calibrés pour détecter les *lignes*, les *bords* et les *orientations* des contours. Ces caractéristiques locales peuvent être estimées sur des données image par des modèles mathématiques comme l'information de phase. C'est pourquoi, l'information de phase suscite un intérêt particulier chez les traiteurs d'images.

La phase locale est un outil connu pour l'analyse de la structure locale d'un signal et son concept est différent de celui de la phase de Fourier. Cette dernière nous renseigne sur la phase angulaire d'une composante fréquentielle donnée, obtenue par la transformée de Fourier. Par ailleurs, l'information de phase locale nous permet d'évaluer la phase à une position connue du signal. La phase locale peut être obtenue, pour un signal 1D, à partir du signal analytique. Ce dernier est défini comme étant la combinaison linéaire du signal d'origine et sa transformée de Hilbert. Bien que le signal analytique soit formellement défini pour les signaux 1D, on constate l'absence d'une extension formelle pour les signaux  $n$ D. Ce n'est que récemment que Felsberg et Sommer ont introduit une généralisation de la transformée de Hilbert en  $n$ D basée sur la transformée de Riesz. Ils ont également mis en lumière le concept du signal *monogénique* [59] pour tenir compte de la phase locale des signaux 2D.

L'étude de ce chapitre sera consacrée à l'analyse de l'information de phase locale estimée à partir du signal analytique  $nD$ . Après avoir examiné le concept de signal analytique en 1D, nous allons présenter l'extension de la définition du signal analytique aux signaux  $nD$ . Enfin, nous terminerons par une analyse des filtres en quadrature. Ces filtres qui sont un moyen d'estimation des propriétés locales du signal.

## 4.1 Préliminaires

Pour pouvoir aborder l'information de phase locale et le signal analytique 2D, il est impératif de mettre en lumière certaines notions fondamentales. Nous aborderons dans ces préliminaires, la transformée de Hilbert et le signal analytique 1D.

### 4.1.1 Transformée de Hilbert 1D

La transformée de Hilbert est une application linéaire  $\mathcal{H} : \mathcal{S}_1 \rightarrow \mathcal{S}_2$  donnée par l'intégrale :

$$f_{\mathcal{H}}(x) = \mathcal{H}[f(x)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\xi)}{x - \xi} d\xi , \quad (4.1)$$

où  $\mathcal{S}_1$  est l'ensemble des fonctions continues et différentiables. Pour éviter les problèmes de singularité quand  $x = \xi$ , l'intégrale est considérée à valeur principale de Cauchy :

$$\begin{aligned} f_{\mathcal{H}}(x) &= \text{P.v.} \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\xi)}{x - \xi} d\xi \\ &= \frac{1}{\pi} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left( \int_{-\infty}^{x-\epsilon} \frac{f(\xi)}{x - \xi} d\xi + \int_{x+\epsilon}^{\infty} \frac{f(\xi)}{x - \xi} d\xi \right) . \end{aligned} \quad (4.2)$$

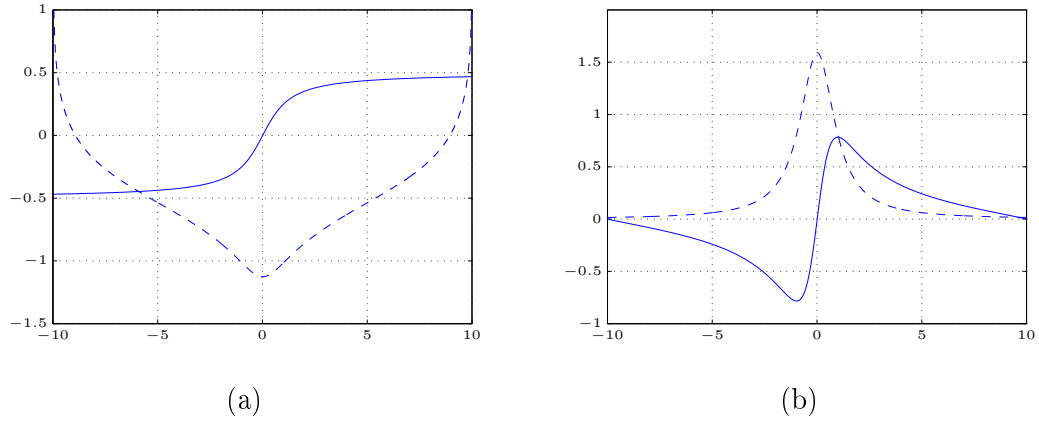
en utilisant le produit de convolution, l'équation (4.1) peut se réécrire comme :

$$f_{\mathcal{H}}(x) = f(x) * \frac{1}{\pi x} . \quad (4.3)$$

L'opérateur de convolution correspond à une multiplication dans le domaine de Fourier. Ainsi, la transformée de Fourier de la transformée de Hilbert est donnée par :

$$F_{\mathcal{H}}(u) = -i \cdot \text{sign}(u) \cdot F(u) = H(u) \cdot F(u) , \quad (4.4)$$

avec  $F(u)$  la transformée de Fourier de  $f(x)$ . L'équation (4.4) nous permet d'interpréter la transformée de Hilbert comme étant un déphasage de  $\pi/2$  du signal  $f(x)$ . Le déphasage est négatif pour les fréquences positives et positif pour les fréquences négatives. La transformée de Hilbert présente quelques propriétés intéressantes :



**FIGURE 4.1:** Paires de signaux et leurs transformées de Hilbert. (a) Signal de type bord, (b) signal de type ligne.

1. La transformée de Hilbert supprime la composante DC :  $|\mathcal{H}(0)| = 0$ .
2. La transformée de Hilbert de  $f_{\mathcal{H}}(x)$  est égale à  $-f(x)$  :  $\mathcal{H}[\mathcal{H}[f(x)]] = -f(x)$ .
3. La transformée de Hilbert d'une fonction réelle est une fonction réelle.
4. Une fonction  $f(x)$  et sa transformée de Hilbert sont orthogonales :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)f_{\mathcal{H}}(t)dt = 0.$$

5. La transformée de Hilbert est anti symétrique :  $\mathcal{H}(-u) = -\mathcal{H}(u)$ .
6. La transformée de Hilbert d'une convolution de deux fonctions est la convolution de l'une d'elle avec la transformée de Hilbert de l'autre :

$$\mathcal{H}[f(x) * g(x)] = \mathcal{H}[f(x)] * g(x) = f(x) * \mathcal{H}[g(x)].$$

La figure 4.1 montre un exemple de signaux type et leurs transformées de Hilbert. L'application de cette transformée est faite sur un signal de type ligne et un signal de type bord. Ces signaux fondamentaux ont été choisis pour leur importance dans la détection des caractéristiques locales d'un signal.

#### 4.1.2 Signal analytique 1D

À partir du concept de la transformée de Hilbert, il est maintenant possible d'introduire le signal analytique  $f_A(x)$  qui correspond au signal  $f(x)$ . Le concept a été introduit

par Gabor en 1946 [64]. Il est devenu par la suite un outil très utilisé en traitement de signal. Il est donné par [70] :

$$f_A(x) = f(x) + i\mathcal{H}[f(x)] \quad . \quad (4.5)$$

Sa construction dans le domaine de Fourier peut être vue comme :

$$F_A(u) = 2 \cdot \Pi(u) \cdot F(u) \quad , \quad (4.6)$$

avec  $\Pi(x)$  la fonction de Heaviside définie par :

$$\Pi(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \quad , \\ 1/2 & \text{si } x = 0 \quad , \\ 1 & \text{si } x > 0 \quad . \end{cases} \quad (4.7)$$

Ainsi, le signal analytique est construit en supprimant les fréquences négatives du signal d'origine et en multipliant les fréquences positives par deux. Il convient de noter également qu'aucune information sur  $f$  n'est perdue en raison de la symétrie hermitienne du spectre d'une fonction réelle. Si  $f$  n'est pas une fonction réelle, le signal analytique n'est pas une application bijective. Par exemple, le signal analytique correspondant à  $\cos(x)$  et  $i \sin(x)$  est la même fonction  $e^{ix}$ . Cependant, notre intérêt est orienté vers les signaux réels, donc le signal analytique est une représentation sans ambiguïté. Pour un signal réel, le signal analytique est une fonction complexe. L'application peut être vue comme une projection du signal d'origine 1D dans un espace à deux dimensions.

### 4.1.2.1 La phase locale et l'amplitude locale

Un des grands avantages du signal analytique est la possibilité de définir le concept de l'amplitude locale et de la phase locale. L'amplitude  $A$  du signal d'origine  $f$  est directement calculée à partir du signal analytique par :

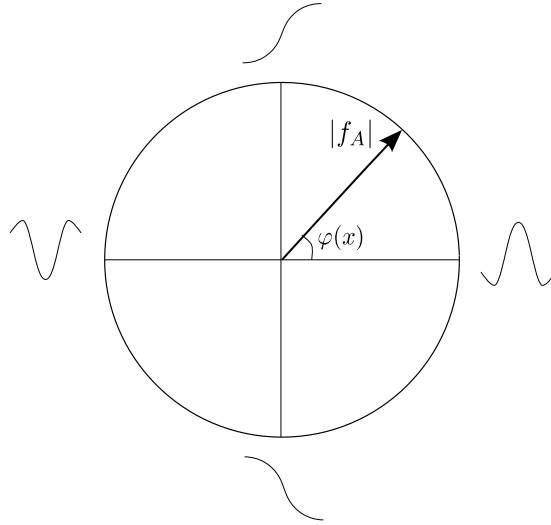
$$A(x) = |f_A(x)| \quad . \quad (4.8)$$

Il est très intéressant de calculer les informations pertinentes sur  $f$  comme : le fait de savoir si le signal est à son maximum local (minimum local), ou si  $f$  est croissante ou décroissante dans un voisinage d'un point  $x = x_0$ . Le signal analytique peut fournir ce genre d'information, en particulier l'argument du signal analytique  $\varphi$ . L'argument de  $f_A$  est appelé la phase locale :

$$\varphi(x) = \arg[f_A(x)] = \text{atan2}(\mathcal{H}[f(x)]; f(x)) \quad . \quad (4.9)$$

À partir des valeurs de l'équation (4.9), une correspondance entre le comportement local du signal et sa phase locale en  $x = x_0$  peut être établie :

- . Si  $\varphi = 2\pi k$  :  $f$  prend sa valeur maximale (ligne positive).
- . Si  $\varphi = \pi + 2\pi k$  :  $f$  prend sa valeur minimale (ligne negative).
- . Si  $\varphi = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$  :  $f$  est en transition qui passe par des petites valeurs vers des grandes valeurs.
- . Si  $\varphi = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$  :  $f$  est en transition qui passe par des grandes valeurs vers des petites valeurs.



**FIGURE 4.2:** Diagramme de phase locale correspondant au signal 1D. Les structures locales qui correspondent aux phases  $0$ ,  $\pi/2$ ,  $\pi$  et  $-\pi/2$  sont représentées.

Ce comportement de  $\varphi$  par rapport au signal est visualisé dans la figure 4.2. En regardant le signal 1D comme un profil d'intensité, nous pouvons dire que lorsque  $\varphi$  est égale à zéro ou  $\pi$ , le voisinage local peut être interprété respectivement comme une ligne blanche (de forte intensité) ou une ligne noire (de faible intensité), tandis que lorsque  $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$  correspond à des bords de différentes transitions. La phase locale offre donc dans un voisinage une description de forme continue.

L'amplitude locale représente l'énergie d'une structure dans un voisinage donné. Elle varie selon la dynamique locale de cette structure, mais elle est invariante de son type elle-même. Par ailleurs, la phase locale donne une description du type de la structure tout en étant indépendante de la dynamique locale du signal. Cela signifie qu'une même

structure donnée aura la même phase locale indépendamment de la force de celle-ci. De ce fait, le signal analytique peut être exprimé en utilisant la notation d'Euler :

$$f_A(x) = |f_A(x)|e^{i\varphi(x)} . \quad (4.10)$$

Cette forme d'écriture du signal analytique permet une interprétation de la phase locale et de l'amplitude locale comme deux composantes indépendantes. L'indépendance peut être prouvée par le principe de l'orthogonalité des systèmes de coordonnées polaires. Par conséquent, la phase locale et l'amplitude locale remplissent les propriétés d'invariance et d'équivariance [70]. Cela signifie que la phase locale est invariante par rapport à l'énergie locale du signal, mais varie si le type de structure locale change.

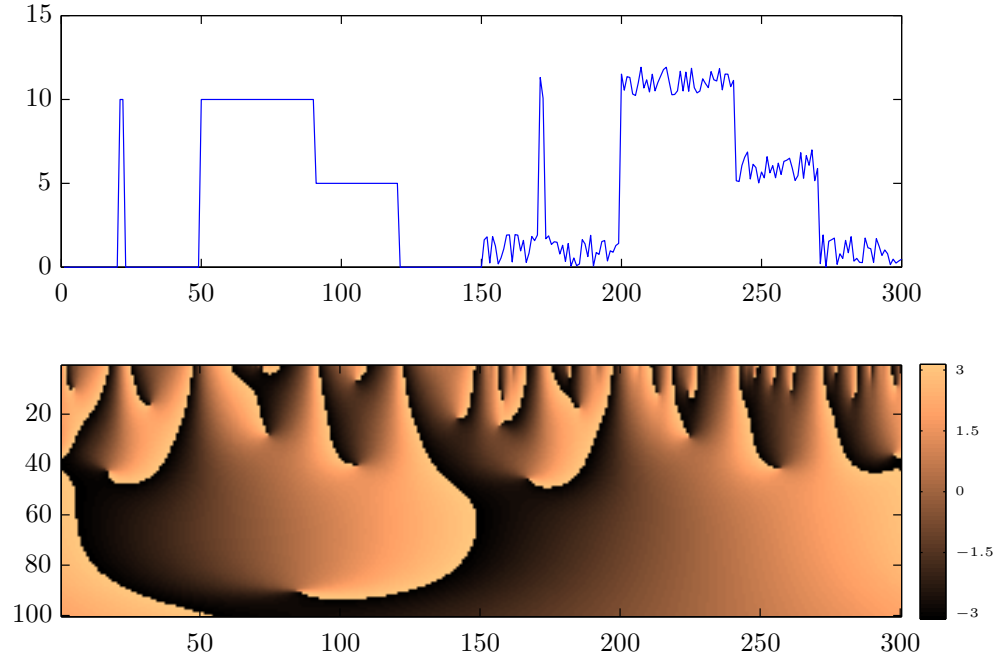
Le signal analytique est utile pour caractériser la phase locale si les structures sont bien présentées sur une échelle donnée, c'est à dire une bande de fréquence assez étroite. En effet, si notre signal se compose de signaux partiels à des échelles différentes, une seule phase et amplitude locales ne peuvent représenter adéquatement le signal. Par conséquent, des distorsions de la phase et de l'amplitude peuvent se produire.

Un exemple de scalogramme de phase est montré dans la figure 4.3 pour un signal 1D. Le signal est constitué des deux structures typiques (ligne et bord) sur deux parties. La première contient le signal idéal et la deuxième une version bruitée. On peut observer que toutes les structures sont détectées indépendamment de leur type et peuvent être classées. Cependant, l'interprétation des types de structure est indépendante de l'échelle.

Afin de décomposer un signal dans l'ensemble de ses signaux partiels, il serait nécessaire de calculer le signal analytique sur des bandes passantes très étroites. Ainsi, une bonne approximation de l'échelle de décomposition est donnée en utilisant des filtres passe-bande. Ces filtres doivent être appropriés afin d'obtenir une localisation dans les deux domaines : spatial et Fourier. Par conséquent, le signal analytique est combiné avec un filtre passe-bande pour donner une localisation suivant une certaine échelle. Le filtre résultant est appelé filtre en quadrature<sup>6</sup>. La section 4.6 sera consacrée à la mise en œuvre de ce genre de filtres.

---

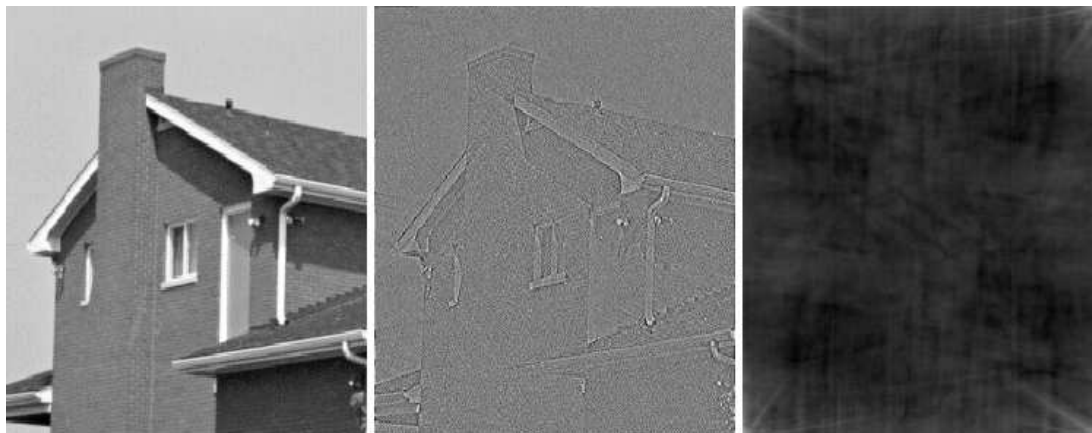
6. Les filtres en quadrature sont des filtres complexes. Ils sont appelés en quadrature car la partie réelle et la partie imaginaire de la sortie du filtre sont en quadrature, c'est-à-dire l'une est la transformée de Hilbert de l'autre.



**FIGURE 4.3:** Exemple de scalogramme de la phase locale d'un signal 1D. Le scalogramme est calculé en utilisant les filtres de Log-Gabor avec une bande passante  $\beta = 2$  octaves.

## 4.2 L'importance de la phase

L'importance de la phase est mise en évidence suite aux expérimentations de Openheim et Lim [120]. Ils ont démontré que cette composante est cruciale pour la perception des structures sur des images. D'autres études psychologiques établissent que le système visuel humain répond fortement aux points dans une image où l'information de la phase est élevée. Openheim et Lim [120] ont réussi à montrer l'importance de la phase de la transformée de Fourier. Ils ont établi qu'à partir d'une image donnée, si on en dérive deux images synthétiques, dont l'une contient la phase, et l'autre l'amplitude, il en ressort incontestablement que c'est l'image contenant la phase qui sera toujours perçue, même s'il faut l'admettre, elle sera peu ou prou dégradée. La figure 4.4 illustre cette expérience. L'information portée par la phase de l'image semble nettement plus significative que celle portée par l'amplitude. En effet, la phase informe sur l'emplacement et l'orientation de tous les contours de l'image, alors que l'amplitude ne renseigne que sur l'intensité de ces contours.



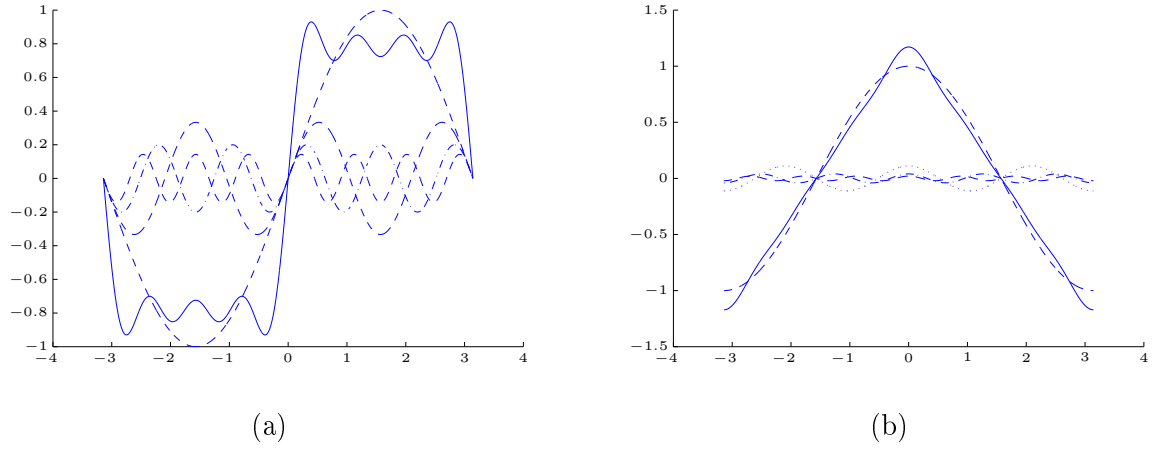
**FIGURE 4.4:** L'importance de la phase. De gauche à droite : l'image originale, l'image reconstruite avec une amplitude constante, l'image reconstruite avec une phase nulle.

Morrone et Burr [112] ont montré que la perception visuelle des structures (les structures que l'œil humain identifie comme intéressantes) est associée à des endroits où les phases sont en congruence, i.e. les points ou les composantes de Fourier entrent en phase, voir la figure 4.5. Il existe donc un lien fort entre la congruence de phase et la présence de caractéristiques pertinentes. De plus, ces points nous renseignent aussi sur le type de la structure détectée, notamment les lignes ou les bords.

Les points de congruence de phase correspondent aux points maximums d'une énergie qui est construite à partir du signal analytique [112]. Comme cela a été souligné dans [94], la mesure de la congruence de phase est théoriquement indépendante du contraste et de l'amplitude du signal. De ce fait, son application est très utile sur les images ayant des changements importants d'intensité ou des contours de faible contraste.

### 4.3 Le concept de la phase locale

La phase obtenue par la transformée de Fourier est en mesure de donner une information sur la phase du signal pour une composante fréquentielle donnée. Cette information, bien qu'étant importante, n'est pas primordiale dans l'analyse d'image. En effet, il est beaucoup plus utile de s'intéresser à la phase d'une position donnée dans le signal que de s'intéresser à la phase d'une composante fréquentielle. En d'autres termes, nous cherchons à déterminer la position de la structure. La réponse à cette interrogation



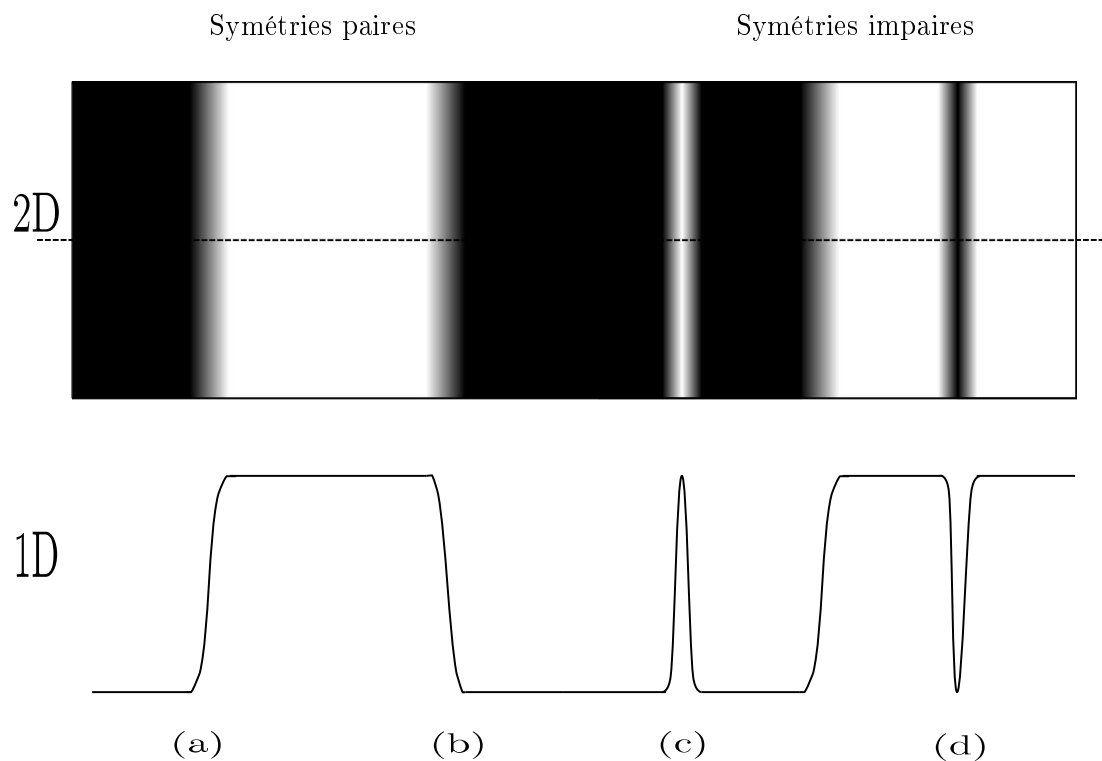
**FIGURE 4.5:** Décomposition de Fourier d'une structure de type bord (a) et de type triangle (b). Le schéma représente les quatre premières composantes de Fourier en lignes discontinues et leur somme en ligne continue. Les composantes de Fourier sont en congruence dans les points de discontinuités.

est donnée par la phase locale qui peut être vue comme la compensation spatiale de la phase de Fourier.

Un des moyens de calcul de la phase locale est le signal analytique. Cette phase peut être considérée comme un indicateur des structures du signal. Dans notre cas d'étude, la structure d'un signal est définie par la décomposition locale du signal sur la base des symétries. D'un point de vue simplifié, le signal peut être décomposé en *lignes* (symétries paires) et en *bords*<sup>7</sup> (symétries impaires). La figure 4.6 montre cette décomposition de base pour un signal 1D et 2D, où les symétries sont orientées selon l'axe des abscisses. Il est à noter que le concept de l'orientation constitue la principale différence entre les signaux 1D et les signaux  $nD$ . Pour un signal 1D, les symétries définissent de façon unique le comportement du signal local. Pour un signal  $nD$  avec  $n > 1$ , les symétries ne nous renseignent pas suffisamment sur le signal lui-même si nous ne sommes pas en mesure de fournir l'orientation selon laquelle cette symétrie apparaît.

La transformée de Hilbert étant une transformée globale, il est plus pratique de localiser cette transformée pour obtenir une représentation de phase locale. Il convient de signaler qu'une façon commune pour aboutir à cette localisation est d'utiliser un filtre local dont la réponse impulsionnelle est un signal analytique. En d'autres termes, le

7. Les lignes sont considérées comme des impulsions et les bords comme des sauts d'intensité.



**FIGURE 4.6:** Décomposition du signal en base de symétries. Symétries paires : (a) et (b), et symétries impaires : (c) et (d).

signal original est convolué avec un filtre passe-bande - conçu pour éliminer la composante DC-. Le même signal original est ensuite convolué avec un second filtre qui est en quadrature avec le premier filtre, i.e. le second filtre est la transformée de Hilbert du premier. La combinaison des deux signaux filtrés est un signal analytique dont la réponse angulaire est la phase locale. Comme nous pouvons le constater, le filtrage passe-bande localise l'information du signal original à une échelle donnée, et la représentation du signal analytique filtré quant à lui définit la phase locale.

## 4.4 L'énergie et la congruence de phase

Le Système Visuel Humain (SVH) répond fortement aux structures qui sont *per- tinentes*. Introduit par Morrone et Owens [113] et largement étudiée par d'autres auteurs [112, 123, 160], l'énergie locale semble être un détecteur de structures qui reproduit le comportement des cellules corticales. Ainsi, les caractéristiques de l'image sont identi-

fiées comme étant les maxima de l'énergie locale de l'image. Ce type d'opérateur surpasse les approches classiques comme le détecteur de Canny [30] ou de passage par zéro du Laplacien de Marr-Hildreth [106], voir [128, 135]. L'approche par énergie locale est une projection qui permet de détecter les structures qui ont un mélange de caractéristiques de type ligne (caractéristique paire) et bord (caractéristique impaire). De plus, ce type d'opérateur satisfait les critères de bonne détection de Canny [30]. Il vérifie également le critère d'être une projection de Owens [123]. Une comparaison de la détection des structures, par l'énergie locale et le modèle de passage par zéro, est étudiée par Ronse dans [135].

L'énergie  $E$  d'un signal  $f$  peut être calculée à partir de la somme au carrée du signal et sa transformée de Hilbert  $\mathcal{H}[f]$  :

$$E(x) = \sqrt{f^2(x) + \mathcal{H}[f(x)]^2} . \quad (4.11)$$

Morrone et al. [112] et Owens et al. [123] ont introduit une autre définition de l'énergie locale  $E$ . Cette nouvelle énergie est calculée à partir de la somme des carrés des réponses d'une paire de filtres en quadrature, c'est-à-dire une paire de filtres avec une même échelle et une même *orientation* mais avec un déphasage de 90 degrés. Cela est réalisé en utilisant un filtre pair  $h_e$  pour la détection des symétries paires et un filtre impair  $h_o$  pour la détection des symétries impaires.

$$E(x) = \sqrt{(f * h_e)^2(x) + (f * h_o)^2(x)} . \quad (4.12)$$

L'équivalence entre l'énergie de l'équation (4.11) et celle de l'équation (4.12) est démontrée par le fait que chaque filtre de la paire de filtres en quadrature est la transformée de Hilbert de l'autre [160]. Ainsi, le calcul de la phase locale du signal peut être facilement estimée à partir des réponses de la paire en quadrature

$$\varphi(x) = \text{atan2}((f * h_e); (f * h_o))(x) . \quad (4.13)$$

Cette information de phase locale peut être utilisée pour classer les caractéristiques de structures selon leur symétrie [128, 160].

L'utilisation de la paire de filtres en quadrature permet d'analyser un signal sur différents niveaux de résolution. De ce fait, la pertinence spatiale d'une structure est mesurée par rapport à un contexte local indépendamment des autres structures. Ce résultat est obtenu en appliquant les filtres  $h_e$  et  $h_o$  localement à une échelle donnée.

La sélection des échelles appropriées et leurs bandes passantes respectives, conduit à un schéma de décomposition *multirésolution* qui ressemble à celui qui prend place dans le SVH.

Perona et Malik [128] ont réussi à trouver la même formulation que celle de Morone [112], non pas à travers l'étude et la simulation du SVH, mais en utilisant un raisonnement différent : la détection des structures de type bord et ligne [95]. Ils concluent que les approches basées sur les filtres linéaires (comme le détecteur de Canny et Marr-Hildreth) ne sont pas adaptées pour une détection précise du contour. En revanche, l'utilisation de la réponse de filtre linéaire pair et impair, garantit une détection plus précise des contours. Ils en ont même construit une série de critères pour évaluer l'optimalité des filtres en quadrature pour la détection des contours d'une manière similaire à celle de Canny. Cependant, ils ne conditionnent pas la paire de filtres à avoir la même échelle [95].

### 4.4.1 La congruence de phase

L'énergie d'un signal et la congruence de phase (PC) sont étroitement liées. La congruence de phase mesure le degré d'alignement local entre les composantes de Fourier. Elle peut être estimée en mesurant la déviation moyenne de la phase des composantes de Fourier.

Étant donné le développement en série de Fourier d'un signal unidimensionnel,  $f(x) = \sum_n A_n \cos(\phi_n(x))$ , avec  $A_n$  et  $\phi_n(x)$  représentent respectivement l'amplitude et la phase de la  $n^{ime}$  composante de Fourier en un point  $x$ . Alors la congruence de phase du signal  $f(x)$  est définie par [113] :

$$PC(x) = \max_{\bar{\phi} \in [0, 2\pi]} \frac{\sum_n A_n \cos(\phi_n(x) - \bar{\phi})}{\sum_n A_n} . \quad (4.14)$$

Le maximum de la PC est approximativement équivalent au minimum de la variance pondérée des phases de Fourier [94]. Venkatesh et Owens dans [160], ont démontré que l'énergie d'un signal est égale à la congruence de phase pondérée par la somme des amplitudes de Fourier.

$$E(x) = PC(x) \sum_n A_n . \quad (4.15)$$

Par conséquent, la recherche des maximums de l'énergie locale est équivalent à chercher des points là où la congruence de phase (PC) est maximale. Si l'on considère les composantes de Fourier comme des vecteurs de longueur  $A_n$  et d'angle  $\phi_n(x)$ , lorsque toutes les composantes de Fourier sont localement en phase, cela implique que l'énergie est localement à son maximum (puisque les amplitudes  $A_n$  sont indépendantes de  $x$ ). La figure 4.7 montre un exemple d'application de la PC sur des images tests pour la détection de contours.

Le succès du modèle de l'énergie locale pour la prévision de nombreux effets psychophysiques<sup>8</sup>, comme les bandes de Mach ou les contours illusoires, a conduit Morrone et Owens [113] à l'hypothèse que le SVH perçoit les structures aux points où la PC est élevée. La sensibilité du SVH à la PC a également été étudiée par d'autres auteurs comme Oppenheim et Lim [120] et Fleet [63]. Le calcul du maximum de l'énergie peut être utilisé comme une alternative d'estimation de la PC.

### 4.4.2 Feature Asymmetry

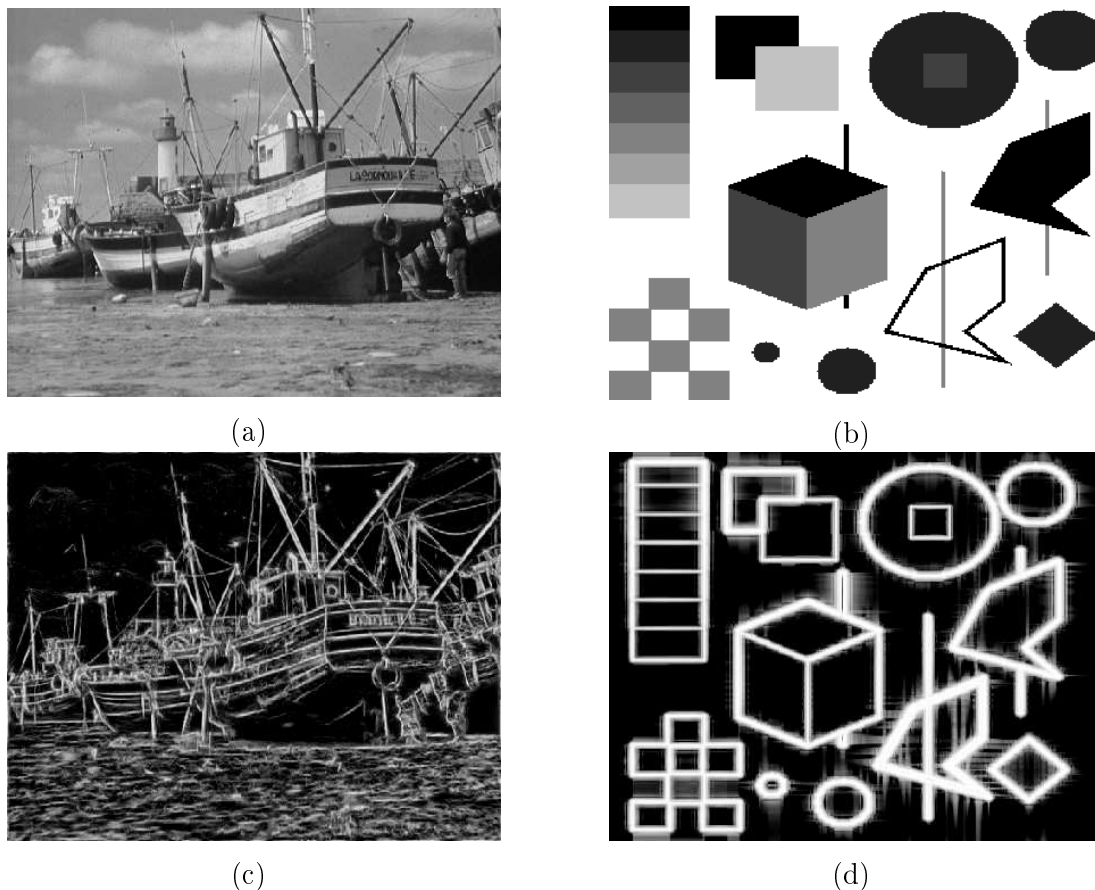
Kovesi dans [94] a proposé un nouvel outil de détection de contours de type bords en utilisant la mesure Feature Asymmetry (FA). Ce détecteur de bords est basé sur l'information de phase locale. En effet, pour détecter ces structures, cela revient à trouver les points où la phase locale  $\varphi = 0^\circ$  (pour les bords positifs) et  $\varphi = 180^\circ$  (pour les bords négatifs). Autrement dit, on recherche les points où la différence entre les réponses des filtres pair et impair est grande. Kovesi a proposé le calcul de FA en utilisant des filtres directionnels sur plusieurs échelles. Pour une échelle donnée  $s$ , la mesure FA est donnée par [94, 114] :

$$FA = \frac{1}{m} \sum_m \frac{[|o_m| - |e_m| - T_m]}{A_m + \varepsilon}, \quad (4.16)$$

où  $o_m$  et  $e_m$  représentent respectivement les réponses des filtres impair et pair pour une orientation donnée  $m$ ,  $A_m = \sqrt{o_m^2 + e_m^2}$  représente l'amplitude,  $[\cdot]$  représente un seuillage qui préserve seulement les valeurs positives et annule les valeurs négatives, et  $T_m$  un seuillage pour un débruitage spécifique à l'orientation  $m$ . La mesure FA prend ses valeurs dans l'intervalle  $[0, 1]$ , au voisinage des bords elle est proche de 1.

---

8. La psychophysique est une branche de la psychologie expérimentale qui cherche à déterminer les relations quantitatives qui existent entre un stimulus physique et la perception qu'on en a.



**FIGURE 4.7:** Application de la congruence de phase pour la détection de contours. En haut : les images originales. En bas : la PC correspondante.

## 4.5 Généralisation du signal analytique

Nous avons montré dans la section précédente que le signal analytique unidimensionnel reposait sur la transformée de Hilbert. L'application de ce signal pour le traitement d'images nécessite la généralisation de la transformée de Hilbert aux signaux multidimensionnels. Une généralisation directe de celle-ci aux dimensions supérieures n'est pas évidente. En effet, le concept de fréquence positive et négative n'est pas clairement défini dans ce cas. Plusieurs tentatives de généralisation du signal analytique 1D peuvent être trouvées dans la littérature.

La façon de représenter la phase et l'amplitude locale des signaux 1D en utilisant les nombres complexes est insuffisante pour représenter les signaux nD. Le signal analy-

tique permet de représenter deux degrés de liberté (en raison de sa nature complexe) : l'amplitude locale et les symétries locales 1D. Lors de l'extension de ce signal à une dimension supérieure à 1D, un nouveau degré de liberté apparaît : l'orientation. Une représentation d'algèbre complexe n'est donc pas complète et de nouvelles manières de représenter la phase locale sont nécessaires.

On retrouve dans la littérature plusieurs approches pour la généralisation du signal analytique aux signaux  $nD$ . La plupart de ces approches font usage des nombres complexes. Ces différentes méthodes peuvent être classées en cinq groupes [137] : signal analytique total [149], signal analytique partiel [70], signal analytique orthant [75], signal hypercomplexe [17] et signal monogénique [59].

Comme nous allons le montrer, le signal *monogénique*<sup>9</sup> est considéré comme une extension naturelle du signal analytique. Felsberg et al. [59] ont introduit le signal monogénique comme une extension en 2D. Nous mettrons en lumière que ce signal provient de la généralisation de la transformée de Hilbert connue sous le nom de la transformée de Riesz.

### 4.5.1 Signal Monogénique

Cette approche de généralisation du signal analytique en  $nD$  est basée sur la conservation de l'information de phase locale 1D en y ajoutant l'information de l'orientation locale. Ces deux fonctionnalités sont intégrées dans un espace plus grand. Ainsi, pour un signal réel  $nD$ , l'extension est représentée par un signal analytique de dimension  $(n+1)$ . La combinaison de la paire de la transformée de Riesz et le signal original forment la nouvelle généralisation  $nD$  du signal analytique, aussi connu sous le nom de signal monogénique [59].

L'expression de la transformée de Riesz,  $\mathbf{F}_{\mathcal{R}}(\mathbf{u}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  d'un signal  $nD$ , dans le domaine de Fourier est donnée par [59] :

$$\mathbf{F}_{\mathcal{R}}(\mathbf{u}) = i \frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} F(\mathbf{u}) . \quad (4.17)$$

Sa fonction de transfert est donc donnée par :

$$\mathbf{H}(\mathbf{u}) = i \frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} , \quad (4.18)$$

---

9. Le nom du monogénique est dû à l'algèbre de Clifford.

où  $\mathbf{H}(\mathbf{u})$  constitue la généralisation  $nD$  de la transformée de Hilbert. La transformée de Riesz dans le domaine spatial est donnée par :

$$\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x}) = -\frac{\mathbf{x}}{A_{n+1}|\mathbf{x}|^{n+1}} * f(\mathbf{x}) = (\mathbf{h} * f)(\mathbf{x}) , \quad (4.19)$$

avec

$$A_{n+1} = \frac{2\pi \frac{n+1}{2}}{\Gamma(\frac{m+1}{2})} . \quad (4.20)$$

Pour le cas particulier d'un signal bidimensionnel ( $m = 2$ ) la transformée de Hilbert généralisée s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(\mathbf{x}) &= (h_1, h_2)(\mathbf{x}) \\ &= -\frac{\mathbf{x}}{2\pi|\mathbf{x}|^3} \\ &= \left( \frac{-x}{2\pi(x^2 + y^2)^{3/2}}, \frac{-y}{2\pi(x^2 + y^2)^{3/2}} \right) . \end{aligned} \quad (4.21)$$

Une fois la généralisation  $nD$  de la transformée de Hilbert définie, il est ainsi aisé d'introduire la généralisation du signal analytique. Comme il a été souligné dans [59], l'algèbre des nombres complexes qui consiste à composer le signal d'origine  $f(x)$  avec son champ de la transformée de Riesz  $\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})$ , ne suffit pas pour représenter une généralisation  $nD$  du signal analytique. Le nouveau signal  $f_M(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n+1}$ , appelé signal monogénique, est défini dans un espace de dimension  $n + 1$  avec suffisamment de degrés de liberté pour représenter la phase d'un signal  $nD$  :

$$f_M(\mathbf{x}) = (-\mathbf{f}_{\mathcal{R}}, f)(\mathbf{x}) . \quad (4.22)$$

La transformée de Riesz conserve les plus intéressantes propriétés de la transformée de Hilbert 1D, notamment les suivantes :

- Elle est antisymétrique  $\mathbf{H}(-\mathbf{u}) = -\mathbf{H}(\mathbf{u})$ .
- Supprime la composante DC  $\mathbf{H}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ .
- Son énergie est égale à deux fois l'énergie du signal original :

$$\int |\mathbf{f}_M(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} = \int (f^2(\mathbf{x}) + |\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})|^2) d\mathbf{x} = 2 \int f^2(\mathbf{x}) d\mathbf{x} . \quad (4.23)$$

### 4.5.2 Propriétés locales du signal monogénique

Dans le cas  $nD$ , la phase locale est associée à une orientation locale donnée. Cela est dû au fait que l'information associée à une structure locale est reliée à une orientation donnée. Ce concept conduit à la définition du *vecteur de phase locale* comme il a été introduit par Felsberg dans [59] :

$$\Phi = \varphi(\mathbf{x})\mathbf{r}(\mathbf{x}) = \arctan\left(\frac{|\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})|}{f(\mathbf{x})}\right) \frac{\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})}{|\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})|}, \quad (4.24)$$

avec  $\arctan(\cdot) \in [0, \pi[$  ou  $\arctan(\cdot) \in [-\pi/2, \pi/2[$  et  $\mathbf{r}(\mathbf{x})$  un vecteur perpendiculaire au plan formé par le signal  $f$  et sa transformée de Riesz  $\mathbf{f}_{\mathcal{R}}$ , voir figure 4.8. La phase monogénique (le vecteur de phase locale)  $\Phi$  est équivalente à la phase locale 1D multipliée par le vecteur d'orientation local, si le signal est i1D (intrinsèquement 1D).

**Définition 4.1.** *L'image  $I : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  est classée en dimension intrinsèque en un voisinage donnée  $V \subset \Omega$  comme suit [139] :*

$$I \in \begin{cases} i0D_V, & I(\mathbf{x}) = I(\mathbf{y}) \quad \forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in V \\ i1D_V, & I(x, y) = g(x \cos \theta + y \sin \theta) \quad \forall (x, y) \in V, \text{ avec } g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ et } I \notin i0D_V \\ i2D_V, & \text{sinon} . \end{cases} \quad (4.25)$$

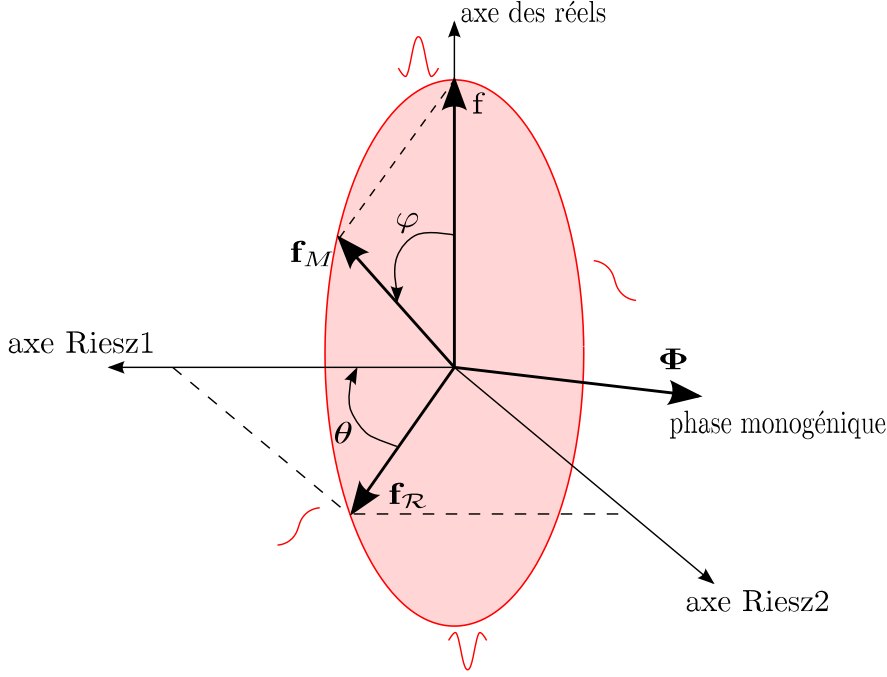
Le vecteur de phase locale peut être interprété comme un vecteur de rotation dont l'amplitude correspond à l'angle de phase entre le signal réel et le signal monogénique dans l'espace  $(n+1)D$ . En comparaison avec le cas 1D, la phase locale en 2D caractérise les structures locales suivant une orientation donnée. L'orientation du vecteur de phase  $\mathbf{r}$  représente l'orientation locale de l'image qui est définie par la relation suivante :

$$\theta = \text{atan}\left(\frac{h_2 * f}{h_1 * f}\right). \quad (4.26)$$

L'amplitude locale du signal monogénique est donnée par :

$$|\mathbf{f}_M(\mathbf{x})| = \sqrt{f^2(\mathbf{x}) + |\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})|^2}. \quad (4.27)$$

L'amplitude locale contient des informations sur l'énergie du signal. L'amplitude et la phase forment une paire orthogonale, la phase locale est invariante aux changements de l'amplitude locale, et l'amplitude locale est invariante aux changements de la phase locale. En résumé, les propriétés locales du signal 1D sont conservées par cette extension au signal monogénique 2D.



**FIGURE 4.8:** Schéma de représentation de la phase locale  $\varphi$  par le vecteur de phase locale  $\Phi$ .

## 4.6 Filtres en quadrature

Les filtres en quadrature sont un moyen pratique pour calculer le signal analytique. Cela est dû au fait que le signal analytique, et en particulier la phase locale, sont correctement définis pour des signaux ayant une bande passante infiniment étroite [70]. La phase au voisinage d'un point donné peut changer de valeur si les intervalles du support du signal sont très loin de ce point d'intérêt. Ceci peut se justifier par le principe d'incertitude qui stipule qu'un signal ne peut être à la fois très précis en temps et en fréquence. Formellement, soit  $\sigma_x^2$  et  $\sigma_u^2$  les dispersions temporelles et fréquentielles du signal (durées effectives en temps et en fréquence du signal). Le principe d'incertitude se traduit par l'inégalité [64] :

$$\sigma_x^2 \sigma_u^2 \geq \frac{1}{4} . \quad (4.28)$$

Ainsi, le signal doit être localisé à la fois dans le domaine spatial (temporel) et fréquentiel en utilisant des filtres passe-bande appropriés. Le signal analytique est calculé à partir des filtres passe-bande pour obtenir une localisation en échelle. Cela signifie que la

phase locale calculée à partir de filtres en quadrature transporte des informations sur les structures à une échelle donnée. D'un point de vue pratique, le signal analytique ne peut être estimé que pour une échelle donnée. L'échelle est un nouveau degré de liberté qui devra être pris en considération.

Plusieurs filtres ont été présentés dans la littérature. Nous nous concentrerons uniquement sur quelques uns. Une analyse approfondie sur le choix des filtres en quadrature a été publiée dans [22].

#### 4.6.1 Le filtre Lognormal

Le filtre Lognormal, ou encore filtre de Log-Gabor, est un filtre gaussien à échelle logarithmique [22]

$$F_{\mathcal{G}}(u) = n_c \exp \left( - \frac{4}{\beta^2 \ln 2} \ln^2 \left( \frac{u}{u_s} \right) \right) , \quad (4.29)$$

où  $u_s$  est la fréquence centrale et  $\beta$  la bande passante mesurée en octaves. Elle est définie par :

$$\beta = \frac{1}{\ln 2} \ln \left( \frac{u_a}{u_b} \right) , \quad (4.30)$$

avec  $u_a$  et  $u_b$  les solutions de  $F_{\mathcal{G}}(u) = \frac{1}{2}$ ,  $u_b < u_a$  et  $n_c = 1$ . Un des principaux avantages du filtre lognormal est qu'il permet d'avoir une large bande passante tout en ayant la composante DC nulle.

Un échantillonnage intéressant de la fréquence centrale est donné par [137] :

$$u_s = \frac{u_0}{2^s} , \quad (4.31)$$

où  $u_0$  est la fréquence maximale (typiquement  $u_0 = \pi$ ) et  $s \in \mathbb{N}$  définit l'échelle du filtre. Deux conditions de normalisation sont fréquemment utilisées en pratique [22] :

1. Condition du maximum

$$\max_u F_{\mathcal{G}}(u) = 1 \Rightarrow n_c = 1 . \quad (4.32)$$

2. Condition de l'énergie constante

$$\frac{1}{2\pi} |F_{\mathcal{G}}(u)| = 1 \Rightarrow n_c = \exp \left( - \frac{\beta^2}{16} \ln 2 \right) \sqrt{\frac{8\pi}{\beta u_0 \sqrt{2 \ln 2}}} . \quad (4.33)$$

### 4.6.2 Filtre de différence de Poisson

Felsberg dans [60] a montré que le noyau de Poisson (famille de filtres) constitue un espace-échelle linéaire, semblable à l'espace-échelle Gaussien<sup>10</sup>.

Basé sur ce nouveau espace-échelle, un filtre passe-bande est construit à partir d'une différence de deux fonctions de Poisson à différentes échelles. La différence de Poisson  $\mathcal{DoP}_e$  donne un filtre passe-bande. La réponse impulsionnelle 1D de ce filtre, dans le domaine spatial, est donnée par :

$$f_{\mathcal{DoP}_e}(x) = n_c \frac{s_1}{2\pi(|x|^2 + s_1^2)^{\frac{3}{2}}} - n_c \frac{s_2}{2\pi(|x|^2 + s_2^2)^{\frac{3}{2}}} , \quad (4.34)$$

$$(4.35)$$

où  $s_1$  et  $s_2$  définissent les échelles avec  $s_1 > s_2 > 0$ . Le filtre impair  $\mathcal{DoP}_o = \mathcal{H}[\mathcal{DoP}_e]$  qui est en quadrature avec le filtre pair  $\mathcal{DoP}_e$  est donné par :

$$f_{\mathcal{DoP}_o}(x) = n_c \frac{-x}{2\pi(|x|^2 + s_1^2)^{\frac{3}{2}}} - n_c \frac{-x}{2\pi(|x|^2 + s_2^2)^{\frac{3}{2}}} . \quad (4.36)$$

Ainsi, la transformée de Fourier de la paire en quadrature est définie par :

$$F_{\mathcal{DoP}}(u) = n_c \exp(-2\pi s_1 u) - n_c \exp(-2\pi s_2 u), \quad u \geq 0 , \quad (4.37)$$

avec une fréquence centrale

$$u_0 = \frac{1}{s_2} \frac{\ln(\gamma)}{2\pi(\gamma - 1)}, \quad \text{où, } \gamma = \frac{s_1}{s_2} . \quad (4.38)$$

La constantes de normalisation  $n_c$  s'évalue à :

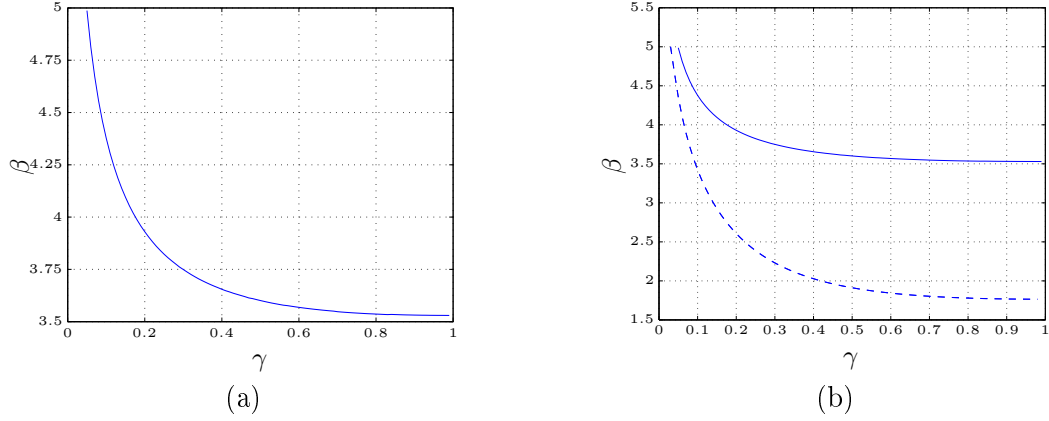
$$\max_u F_{\mathcal{DoP}}(u) = 1 \Rightarrow n_c = \frac{1}{F_{\mathcal{DoP}}(u_0)} , \quad (4.39)$$

$$|f_{\mathcal{DoP}}| = \frac{1}{2\pi} |F_{\mathcal{DoP}}(u)| = 1 \Rightarrow n_c = 2\pi \left( \frac{2\gamma s_2}{1 - \gamma} \right)^{1/2} . \quad (4.40)$$

Il est à noter que la bande passante dépend uniquement du rapport  $\gamma$ , voir la figure 4.9.

---

10. La motivation pour générer une représentation en espace-échelle provient de l'observation qui met en exergue que les objets du monde réel sont composés de différentes structures sur différentes échelles. Cela signifie que les objets du monde réel, contrairement aux entités mathématiques idéalisées, comme les points ou les lignes, peuvent apparaître sous différents aspects en fonction de l'échelle d'observation. Pour analyser une scène inconnue, le système de vision par ordinateur ne possède aucune information qui permet de savoir a priori quelles échelles sont appropriées pour décrire les structures pertinentes sur une image. Par conséquent, la seule approche raisonnable qui a fait ses preuves dans la pratique, c'est de combiner plusieurs échelles.



**FIGURE 4.9:** La bande passante des filtres de différence de Poisson  $f_{\mathcal{D}oP}$ . (a) La bande passante  $\beta$  en fonction du paramètre  $\gamma$ . (b) Comparaison de la bande passantes des filtres de différence de Poisson (ligne continue) avec celle des filtres de différence de gaussienne (ligne discontinue) [22].

#### 4.6.3 Filtre de Cauchy

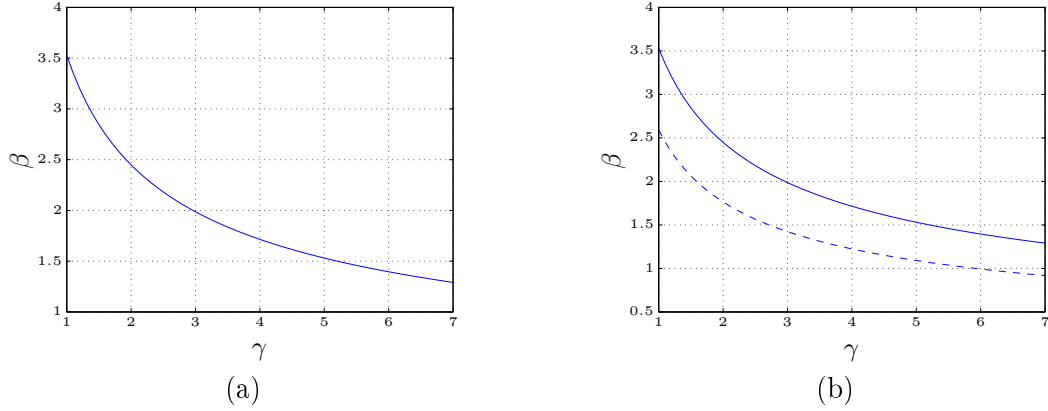
Plusieurs familles de paires de filtres en quadrature ont été proposées et appliquées dans la littérature. La plupart des auteurs n'ont pas fourni une justification raisonnable pour l'utilisation d'une famille particulière en dehors de la simplicité d'utilisation ou de la satisfaction de la condition de zéro DC (une réponse de filtre est invariante par rapport à l'ajout d'une constante). Dans [22, 23], Boukerroui et al. ont comparé plusieurs paires de filtres en quadrature 1D et ont conclu que le noyau de log-Gabor n'était probablement pas un très bon choix pour la détection des contours de type ligne et bord. Ils ont montré que la famille de filtre de Cauchy a de meilleures propriétés. Dans le domaine des fréquences, le noyau de Cauchy est défini par [23] :

$$F_{Ch}(u) = n_c u^a \exp(-\sigma u), \quad u \geq 0, \quad a > 1, \quad (4.41)$$

avec  $a$  un paramètre défini dans  $\mathbb{R}$ . Les constantes de normalisation sont données par :

$$\max_u F_{Ch}(u) = 1 \Rightarrow n_c = \frac{1}{F_{Ch}(u_0)}, \quad (4.42)$$

$$|f_{Ch}| = \frac{1}{2\pi} |F_{Ch}(u)| = 1 \Rightarrow n_c = \left( \frac{\pi 4^{a+1} \sigma^{2a+1}}{\gamma(2a+1)} \right)^{1/2}, \quad (4.43)$$



**FIGURE 4.10:** La bande passante des filtres en quadrature de Cauchy. (a) La bande passante  $\beta$  en fonction du paramètre  $a$ . (b) Comparaison de la bande passante des filtres de Cauchy (ligne continue) avec celle des filtres de la dérivée gaussienne (ligne discontinue) [22].

avec  $f_{ch}$  la représentation du filtre de Cauchy dans le domaine spatial.  $u_0$  désigne la fréquence centrale :

$$u_0 = \frac{a}{\sigma} . \quad (4.44)$$

La bande passante de cette famille de filtre est donnée par :

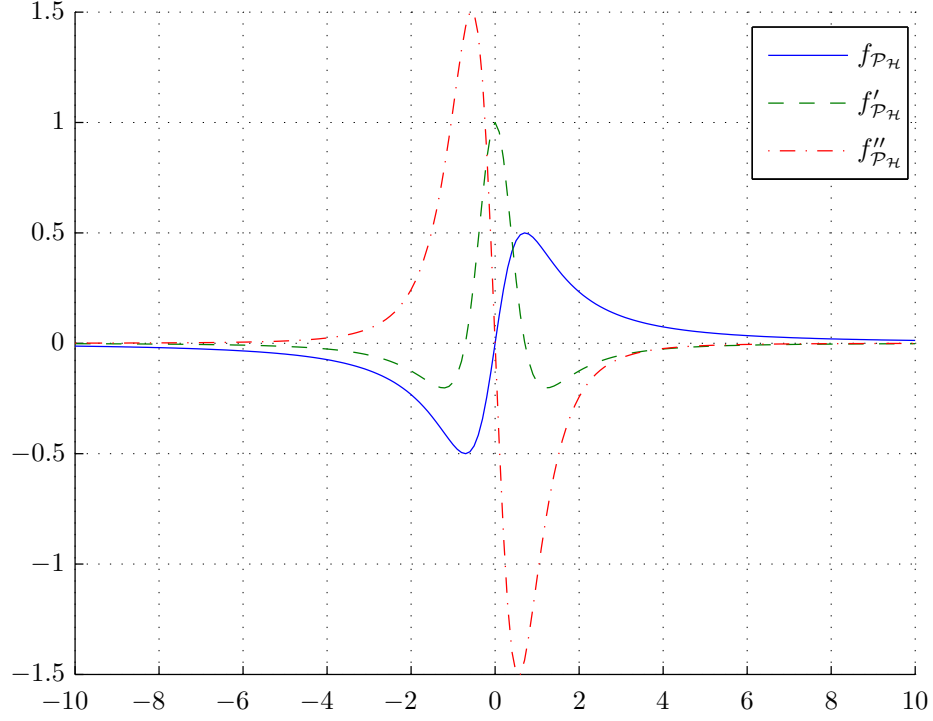
$$\beta = \frac{\ln \left( \frac{\mathcal{W}(-1, c)}{\mathcal{W}(0, c)} \right)}{\ln 2}, \quad c = -\frac{2^{-1/a}}{e} . \quad (4.45)$$

Ici,  $\mathcal{W}(k, \cdot)$  représente la fonction de Lambert d'ordre  $k$  [42]. La figure 4.10(a) montre l'évolution de la bande passante du filtre de Cauchy en fonction de  $a$ . Dans la figure 4.10(b) l'évolution de la bande passante du filtre de la dérivée de Gaussienne est tracée pour la comparaison.

Pour interpréter la forme analytique du filtre de Cauchy dans le domaine spatial, il est intéressant de noter que ce filtre peut être considéré comme la  $a^{\text{ième}}$  dérivée spatiale du filtre de Poisson. Dans ce cas, la dérivée est prise dans le domaine spatial suivant la direction radiale, ce qui préserve la propriété d'isotropie pour les dimensions supérieures. Rappelons qu'une paire de filtre de Poisson est donnée par [60] :

$$f_{\mathcal{P}}(x) = n_c \frac{\sigma}{2\pi(\sigma^2 + x^2)^{3/2}} , \quad (4.46)$$

$$f_{\mathcal{P}_H}(x) = n_c \frac{x}{2\pi(\sigma^2 + x^2)^{3/2}} , \quad (4.47)$$



**FIGURE 4.11:** La transformée de Hilbert du filtre de Poisson avec ses dérivées dans le domaine spatial.

où  $\sigma$  désigne le paramètre d'échelle. La transformée de Hilbert du filtre de Poisson  $f_{\mathcal{P}_H}$  ainsi que sa première et deuxième dérivée sont illustrées dans la figure 4.11.

Si  $a \in \mathbb{N} \subset \mathbb{R}$  avec  $a$  impair, alors la paire de filtre impair/pair correspondante dans le domaine spatial est la  $a^{\text{ième}}$  dérivée de la paire de fonctions  $f_{\mathcal{P}}/f_{\mathcal{P}_H}$ . Par conséquent, pour les valeurs paires de  $a$ , la paire de filtre impair/pair correspondante est la  $a^{\text{ième}}$  dérivée des fonctions  $f_{\mathcal{P}_H}/f_{\mathcal{P}}$ . Cela revient évidemment à un changement de signe et du facteur de normalisation  $n_c/2$ . Les dérivées première et seconde du filtre de Poisson sont illustrées dans le tableau 4.1.

Une autre relation intéressante entre le filtre de Cauchy et le filtre DoP est donnée par la remarque suivante :

**Remarque 4.1** (Lien entre le filtre de Cauchy et le filtre de différence de Poisson).

**TABLE 4.1:** Les dérivées première et seconde du filtre de Cauchy dans le domaine spatial.

Valeurs de $a$	$f_{Ch_e}$	$f_{Ch_o}$
$a = 0$	$n_c \frac{s}{2\pi(s^2+x^2)^{(3/2)}}$	$n_c \frac{x}{2\pi(s^2+x^2)^{(3/2)}}$
$a = 1$	$f'_{Ch_e} = n_c \frac{-3sx}{2\pi(s^2+x^2)^{5/2}}$	$f'_{Ch_o} = n_c \frac{s^2-2x^2}{2\pi(s^2+x^2)^{5/2}}$
$a = 2$	$f''_{Ch_e} = n_c \frac{-1}{2} \frac{s^3+3sx^2}{2\pi(s^2+x^2)^{7/2}}$	$f''_{Ch_o} = n_c \frac{-1}{2} \frac{3s^2x-x^3}{2\pi(s^2+x^2)^{7/2}}$

Pour  $a = 1$ , le filtre de Cauchy peut être approximé par le filtre de différence de Poisson :

$$f_{Ch}(u; a = 1; s) \simeq f_{\mathcal{D}oP}(u; \gamma \approx 1; s1 = s) . \quad (4.48)$$

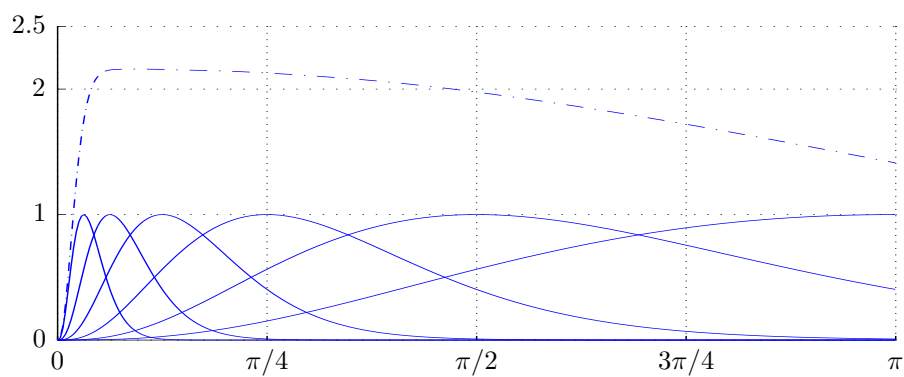
La figure 4.12(a) illustre la somme de six filtres de Lognormal sur des échelles de 1 à 5 séparées par une octave. Même illustration est faite pour le filtre de Cauchy et la différence de Poisson.

#### 4.6.4 Le cas bidimensionnel

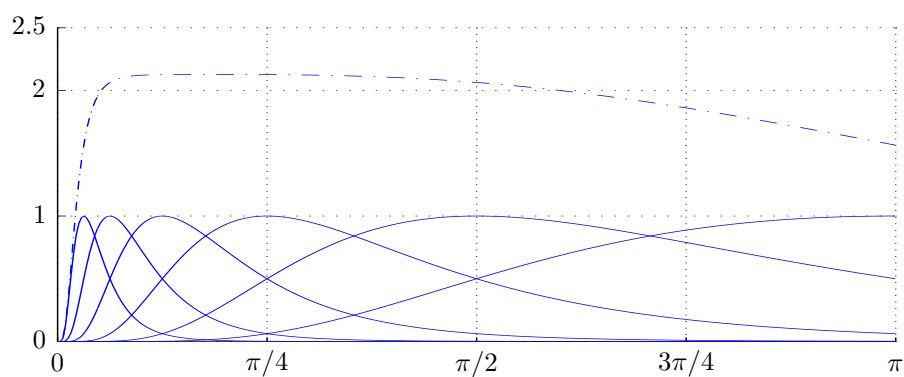
La représentation générale des filtres en quadrature est donnée dans le domaine de Fourier par le produit de deux fonctions [93] :

$$\mathcal{Q}(\mathbf{u}) = F(\mathbf{u})D(\mathbf{u}) . \quad (4.49)$$

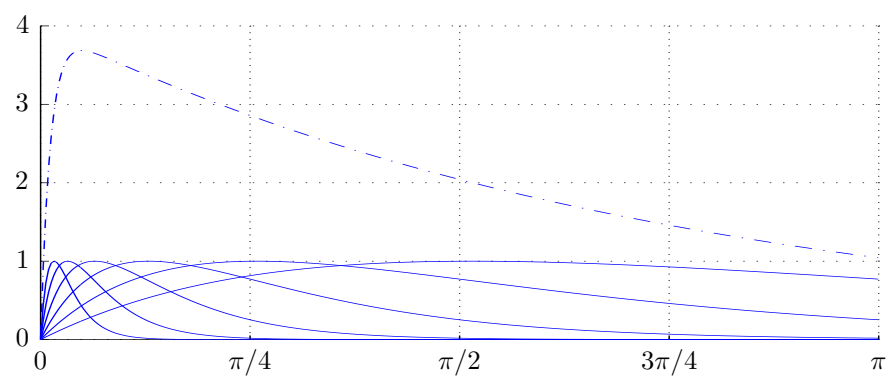
Cette écriture nous permet de construire une série de filtres orientables en utilisant les fonctions  $F$  et  $D$  qui représentent respectivement, la partie radiale et la partie directionnelle du filtre  $\mathcal{Q}$ . Avant l'apparition du signal monogénique, une combinaison sur différentes directions était nécessaire pour décrire correctement une structure. Utiliser six directions, était un bon compromis pour les applications de détection de contours



(a)

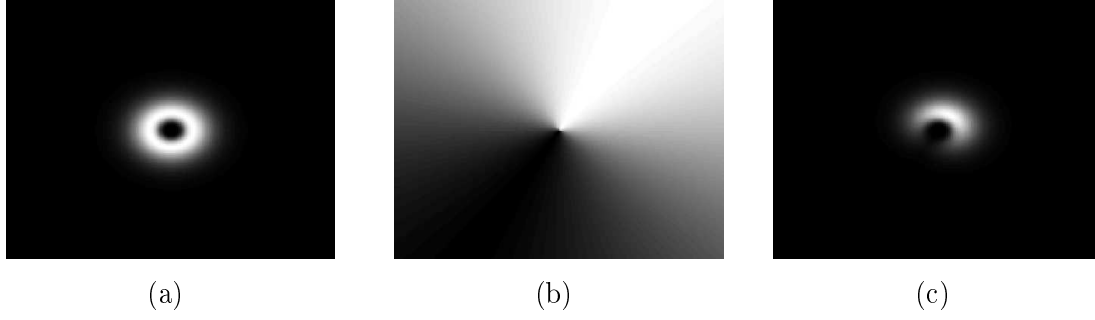


(b)



(c)

**FIGURE 4.12:** Les filtres à différentes échelles séparées par une octave et leurs sommes,  $u_0 = \pi/2^s$  avec  $s = 0 \cdots 5$ . (a) filtre de Lognormal avec  $\beta = 2$ . (b) Filtre de Cauchy avec  $\beta = 2$ . (c) Filtre de différence de Poisson avec  $\beta = 3.6$ .



**FIGURE 4.13:** Illustration de filtres orientables. (a) filtre de log-Gabor, (b) la fonction d'orientation, (c) produit de la fonction radiale de log-Gabor et la fonction angulaire.

[94]. Un exemple de fonction orientable 2D est donnée par [115] :

$$D(\mathbf{u}) = e^{-\frac{(\theta - \theta_0)^2}{2\sigma_\theta^2}}, \text{ avec } \theta = \arctan\left(\frac{u_2}{u_1}\right), \quad (4.50)$$

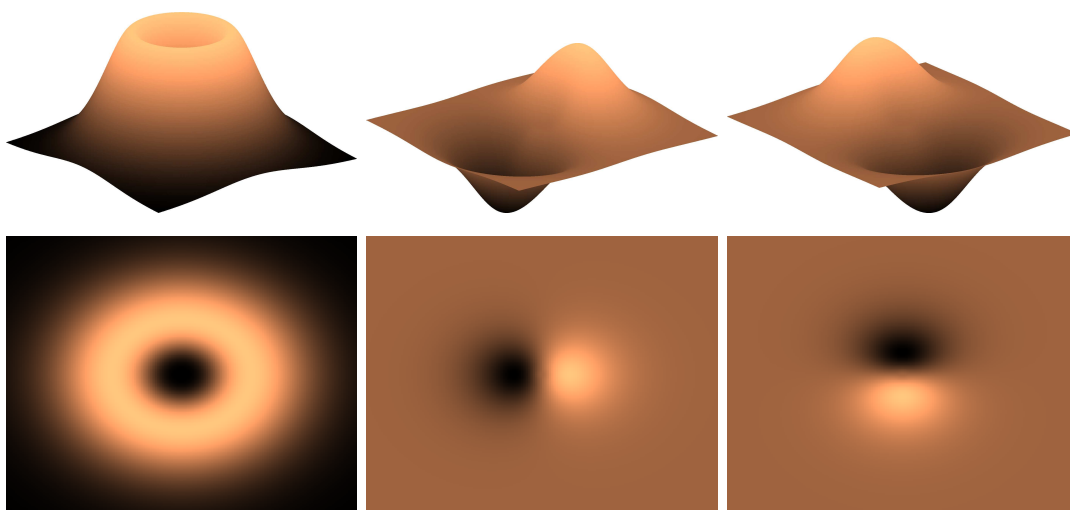
où  $\sigma_\theta$  représente l'angle de diffusion le long de la direction  $\theta_0$ . La figure 4.13 illustre l'utilisation d'une composante directionnelle figure 4.13 (b) pour l'orientation d'un filtre figure 4.13 (a). Le filtre représenté par cette figure est le filtre de Log-Gabor dans le domaine fréquentiel. Le résultats de cette combinaison est montré dans la figure 4.13 (c), ainsi que l'allure des filtres pair et impair dans le domaine spatial.

En utilisant le signal monogénique la fonction  $D$  possède désormais une nouvelle écriture sous forme de vecteur [57, 137] :

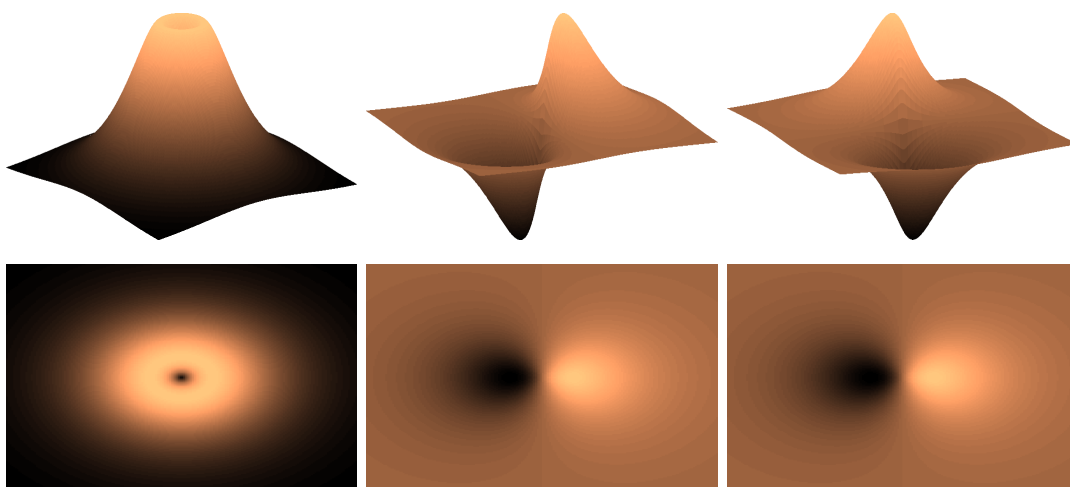
$$\mathbf{D}(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} -i\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (4.51)$$

Cette formule est définie pour le cas  $nD$ , dans le cas particulier de 2D,  $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$ , la fonction de direction  $\mathbf{D}$  est constituée de trois composantes, ce qui peut être vu comme trois directions. Ces trois directions : une composante paire et deux composantes impaires, suffisent pour balayer tout le domaine de l'image. Comparé au cas de filtres orientables, il y a donc une réduction du nombre de directions utilisées, voir la figure 4.14 de la section suivante.

La figure 4.14 montre la forme du filtre de Cauchy en 2D dans le domaine fréquentiel. La partie impaire est obtenue par convolution du filtre de Cauchy avec la composante  $\mathbf{H}(\mathbf{u})$  du signal monogénique, voir equation (4.18). L'allure du filtre DoP 2D dans le domaine de Fourier est illustrée dans la figure 4.15.



**FIGURE 4.14:** Noyau de Cauchy en 2D dans le domaine de Fourier pour un paramètre  $\sigma > 0$  donné. De gauche à droite : la partie paire du filtre  $F_{Ch}$ , et la paire des filtres impairs  $(F_{Ch} \cdot H_1, F_{Ch} \cdot H_2)$ .



**FIGURE 4.15:** Noyau de filtre de Différence de Poisson en 2D dans le domaine de Fourier. De gauche à droite : la partie paire du filtre  $F_{Ch}$ , et la paire des filtres impairs  $(F_{\mathcal{D}oP} \cdot H_1, F_{\mathcal{D}oP} \cdot H_2)$ .

### 4.6.5 Discussion

Récemment, avec l'apparition du signal monogénique 2D [59, 60], Felsberg et Sommer proposent le nouveau filtre de Poisson comme étant un filtre étroitement lié au signal monogénique. En effet, ce filtre constitue un *espace-échelle monogénique* [60]. Construit à partir du filtre passe-bas de Poisson, le filtre passe-bande de différence de Poisson (DoP) est proposé comme une alternative au filtre de différence de Gaussienne DoG. Et cela pour la même raison précédemment citée.

Nous retrouvons par ailleurs, dans les travaux de Sedlazeck [139] une autre proposition d'un filtre passe-bande construit à partir du filtre de Poisson. Il s'agit du filtre du Laplacien de Poisson (LoP) qui est présenté comme une meilleure alternative que le filtre DoP. Cela est dû à des raisons théoriques concernant la transformé de Riesz du second et du troisième ordre, pour plus de détails théoriques nous conseillons au lecteur de consulter la référence [139]. Dans cette même référence, les auteurs ont montré d'après des expériences que les filtres de DoP et LoP sont plus rapides et plus précis que les filtres LoG (Laplacien de Gaussienne) et DoG.

Au final, le filtre LoP qui est considéré comme une alternative au filtre de DoP et par conséquent au filtre DoG, est lui-même (LoP) un cas particulier du filtre de Cauchy. En effet, le filtre de Cauchy est considéré comme un filtre basé sur les dérivées de Poisson. Pour ces raisons, et celles présentées dans [22] (en comparaison avec les Log-Gabor), nous avons opté pour l'utilisation de ce filtre. Le tableau 4.2 récapitule à des fins de comparaison, les paramètres des filtres basés sur le filtre Poisson et le filtre Gaussien.

**TABLE 4.2:** Résumé des propriétés des filtres construits à partir des filtres Gaussien et Poisson.

Filtres	Domaine spatial	Domaine de Fourier	Bande passante	fréquence centrale
Différence de Poisson (DoP)	$n_c \frac{s_1}{2\pi(x^2+s_1^2)^{\frac{3}{2}}} - n_c \frac{s_2}{2\pi(x^2+s_2^2)^{\frac{3}{2}}}$	$n_c(e^{-us_1} - e^{-us_2})$	Numérique figure 4.9	$\frac{1}{s_2} \frac{\ln(\gamma)}{(\gamma-1)}, \quad \gamma = \frac{s_1}{s_2}$
Différence de Gaussienne (DoG) [22]	$\frac{n_c}{\sqrt{2\pi}s_1} e^{-\frac{x^2}{2s_1^2}} - \frac{n_c}{\sqrt{2\pi}s_2} e^{-\frac{x^2}{2s_2^2}}$	$n_c(e^{-\frac{u^2 s_1^2}{2}} - e^{-\frac{u^2 s_2^2}{2}})$	Numérique figure 4.9	$\frac{2}{s_2} \sqrt{\frac{\ln(\gamma)}{(\gamma^2-1)}}, \quad \gamma = \frac{s_1}{s_2}$
Dérivée de Poisson (Cauchy)	Pour $a \in \mathbb{N}$	$n_c u^a e^{-\sigma u}$	$\frac{\ln\left(\frac{\mathcal{W}(-1,c)}{\mathcal{W}(0,c)}\right)}{\ln 2}, \quad c = -\frac{2^{-1/a}}{e}$	$\frac{a}{\sigma}$
Dérivée de Gaussienne (DG) [22]	Pour $a \in \mathbb{N}$ , [22]	$n_c u^a e^{-\sigma^2 u^2}$	$\frac{\ln\left(\frac{\mathcal{W}(-1,c)}{\mathcal{W}(0,c)}\right)}{2 \ln 2}, \quad c = -\frac{4^{-1/a}}{e}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sigma}$

### Conclusion

L'information de phase est une composante cruciale pour l'étude des structures locales sur une image, notamment la détection de contours. Sa représentation dans un signal  $nD$ ,  $n > 1$ , est mise en œuvre par le signal monogénique. Ce dernier constitue une extension naturelle du signal analytique 1D, et par conséquent il préserve toutes les propriétés de la transformée de Hilbert 1D. La fin de ce chapitre a été dédiée aux filtres en quadrature. Il en ressort que le filtre de Cauchy, qui est un filtre de dérivée de Poisson, est approprié pour le signal monogénique et ainsi pour l'estimation de la phase locale.

L'information de phase locale est théoriquement invariante au changement d'intensité. C'est l'une de ses importantes propriétés et qui lui confère une robustesse quant à son utilisation sur des images ayant des problèmes d'atténuation. Intégrer cette information de phase locale dans un processus de segmentation d'image ultrasonores fera l'objet du chapitre suivant.

# Un modèle d'ensemble de niveaux basé sur l'information de phase locale

## Introduction

Les images échographiques ont un faible rapport signal à bruit, un faible contraste et possèdent un fort changement de luminosité. Ces images sont affectées par le bruit speckle qui rend leur traitement très difficile. À l'égard de ces informations, une méthode de segmentation adaptée, précise et robuste au bruit est alors envisageable.

Jusqu'alors, les travaux les plus importants de segmentation faisant appel aux contours actifs, utilisaient un modèle d'énergie fondé sur le calcul du gradient. Or, cette approche s'est révélée insuffisante du fait de la pauvreté de l'information portée par le gradient dans l'image ultrasonore et sa sensibilité au contraste. En effet, ces contraintes nous ont amené vers une démarche plus intégrée. Cette démarche vise à conserver et à caractériser l'information texture des images et faire face aux problèmes de contraste et d'atténuation. Pour ce faire, nous avons opté pour des techniques basées sur l'information de phase. Cette dernière, invariante au contraste de l'image, est un outil puissant de détection de contours. C'est dans ce contexte que s'inscrit notre approche hybride, basée à la fois sur l'information contour et sur l'information région locale. Cela nous permet de développer une approche plus adaptée aux critères particuliers qui caractérisent l'image ultrasonore.

Au sommaire de ce chapitre, nous décrirons les différents termes piliers de notre modèle basé sur les propriétés locales du signal monogénique. Il sera présenté également, un terme basé sur les statistiques locales pour améliorer le modèle. Nous passerons ensuite au développement de l'approche retenue, pour ensuite exposer les résultats obtenus et finaliser ce chapitre par une discussion.

### 5.1 Quelle méthode pour quel problème et quelle image ?

Il est indubitable, dans le domaine de l'imagerie médicale, que l'efficacité d'une méthode d'analyse dépend fortement de la problématique soulevée et de l'image considérée. La problématique médicale liée à notre sujet concerne le système cardiovasculaire. Plus précisément, la reconstruction 3D des cavités cardiaques pour la visualisation. La segmentation en vue d'une reconstruction 3D peut inclure plusieurs organes d'intérêt comme le ventricule droit et les oreillettes. Dans notre cas, nous nous sommes focalisés sur une seule zone, le ventricule gauche. Et nous supposons que l'aspect des zones à segmenter ne concerne pas une forme particulière définie mais plutôt une texture en niveau de gris.

La segmentation est la tâche la plus importante dans le processus de reconstruction 3D. Elle s'avère cependant manifestement difficile sur les images ultrasonores, du fait des spécificités de leur formation qui conduit à des inhomogénéités et à un faible contraste entre les différents tissus. Le phénomène du speckle est le bruit qui caractérise l'image ultrasonore. Par sa nature multiplicative, il rend l'image très bruitée, et la lecture parfois très difficile.

Aussi, avons-nous fixé notre axe de recherche sur les contours actifs géométriques (ou encore les surface actives pour le 3D) en utilisant les techniques des niveaux de gris. Approuvée par nos collaborateurs cliniciens, cette méthode a montré toute son efficacité dans la littérature sur les images échocardiographiques [6, 119, 138, 152]. En combinant l'information contour et l'information région, nous avons pu présenter un modèle hybride efficace et approprié aux spécificités des images échographiques. Pour faire face aux atténuations, nous avons choisi une approche basée sur l'information de phase locale [13, 14, 15]. En effet, cette approche est indépendante du niveau de gris des pixels de l'image. De plus, elle a été appliquée avec succès sur des images ultrasonores [71, 74], notamment par Mulet-Parada et al. [115]. En outre, nous avons

inclus l'information sur les orientations locales pour mieux confronter la problématique des zones ayant des ombres acoustiques. Ces propriétés locales, à savoir, la phase et l'orientation, sont estimées à partir du signal monogénique. Par la suite, ce modèle sera renforcé par l'utilisation de l'information région locale pour aboutir à une meilleure précision et une plus grande robustesse face au bruit speckle.

## 5.2 Intégration des propriétés locales du signal monogénique

Après avoir exposé l'importance de l'information de phase locale dans le chapitre précédent, nous avons voulu, dans cette section, présenter notre modèle lié à cette propriété. Nous avons aussi intégré l'information sur l'orientation locale dans cette approche. En effet, cette information est efficace dans les zones de faible contraste [92]. De plus, son estimation par le signal monogénique lui confère une robustesse face au bruit. Ces propriétés locales ont été intégrées dans un processus basé sur les ensembles de niveaux. De ce fait, nous aborderons d'une part le terme géodésique active contours (GAC) qui intègre la fonction indicateur de contour. Cette dernière est basée sur la mesure feature asymmetry (voir § 4.4.2) estimée à partir du signal monogénique. D'autre part, nous présenterons le terme d'alignement basé sur l'information de l'orientation locale estimée aussi par le signal monogénique.

### 5.2.1 Monogénique Feature Asymmetry

L'application de la mesure FA sur les images ultrasonores dans [114] et [24] a mené à des résultats probants et concluants. Malheureusement, les généralisations de la transformée de Hilbert en 2D ne se prêtaient pas aux applications de traitement d'image jusqu'aux travaux récent de Felsberg [59]. Les auteurs étaient contraints de combiner plusieurs filtres orientables pour donner une signification aux structures 2D. Ainsi, l'utilisation récente du signal monogénique pour le calcul de la FA a abouti à de meilleurs résultats [13, 14, 15]. Cela est justifié par le fait que le signal monogénique est considéré comme une extension naturelle du signal analytique 1D. En effet, le filtre monogénique nous permet d'avoir une meilleure précision avec une rapidité de calcul et un gain d'espace mémoire considérable comparés à l'utilisation des filtres orientables. En se basant

sur cette nouvelle représentation, équation ( 4.22) du chapitre 4, nous avons défini la mesure de FA monogénique sur plusieurs échelles par :

$$MFA = \frac{1}{N} \sum_s \frac{||\mathbf{odd}_s| - |even_s| - T_s|}{\sqrt{even_s^2 + \mathbf{odd}_s^2 + \varepsilon}} , \quad (5.1)$$

avec

$$\begin{aligned} even_s &= c_s * I , \\ \mathbf{odd}_s &= (c_s * h_1 * I, c_s * h_2 * I) . \end{aligned} \quad (5.2)$$

Cette écriture simplifiée représente respectivement, le filtre paire *even* et le vecteur de filtre impair **odd** (voir chapitre 4, § 4.6). Avec  $c_s$  un filtre passe-bande à l'échelle  $s$ ,  $*$  produit de convolution et  $N$  le nombre d'échelles.

La figure 5.2 illustre l'application de la MFA à plusieurs échelles sur une image ultrasonore. Nous pouvons remarquer que les petites échelles offrent le privilège de détecter d'importants détails sur les contours. Cependant ces détails sont corrompus par des discontinuités. Par ailleurs, la régularité et la continuité des contours sont détectées par les grandes échelles. C'est pour cela qu'une combinaison sur plusieurs échelles assure une meilleure qualité de détection, voir figure 5.1.

Dans un but de comparaison, la figure 5.3 montre une application de la MFA en utilisant différents filtres : le filtre DoP et Cauchy. Plusieurs échelles ont été utilisées pour la détection de contours. Nous avons choisi d'utiliser le filtre de Cauchy qui semble mieux détecter les contours sur les images ultrasonores que le filtre de DoP. Les raisons principales du choix de ce filtre en étaient discutées dans le chapitre 4 (§ 4.6.5).

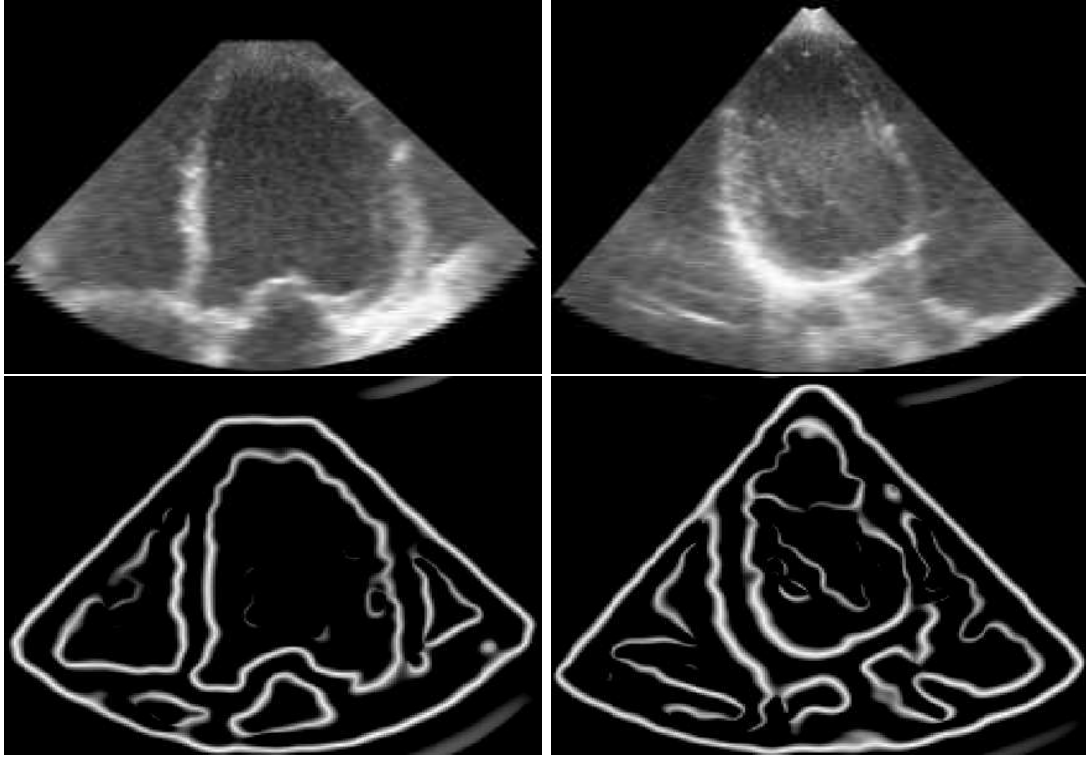
### 5.2.1.1 Un terme géodésique avec la mesure MFA

Afin d'intégrer notre détecteur de contour basé sur l'information de phase locale dans les techniques des contours actifs, nous avons opté pour le terme GAC. Plus précisément, la MFA est adaptée dans la fonction inverse d'indicateur de contours  $g$ , qui est définie généralement par

$$g = 1/(1 + |\nabla G_\sigma * I|) ,$$

où  $G_\sigma$  représente un filtre gaussien de variance  $\sigma$ . Pour adapter la mesure MFA dans la fonction  $g$ , nous avons testé deux formulations différentes, la première est donnée par :

$$g = 1 - MFA^\gamma , \quad (5.3)$$



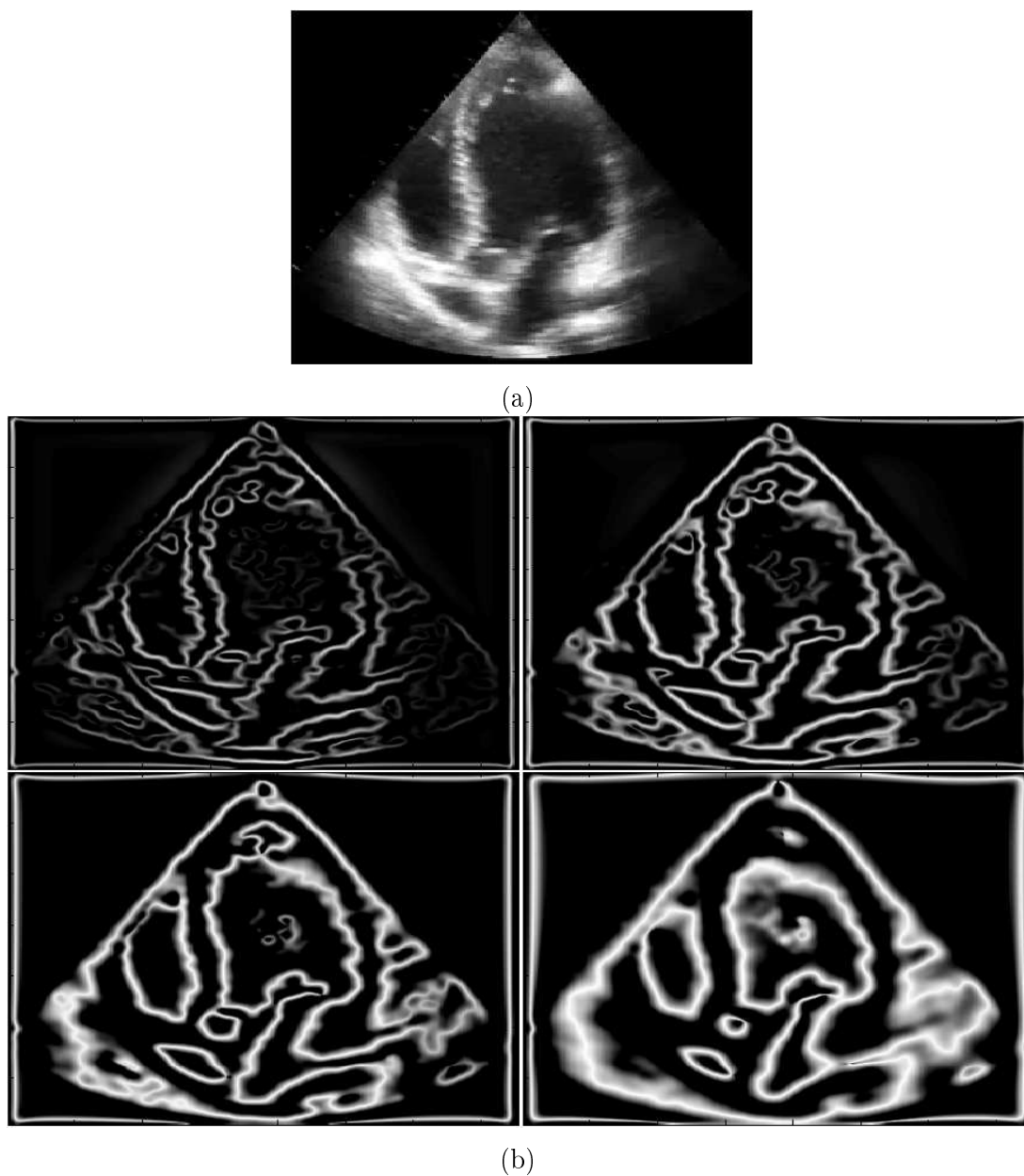
**FIGURE 5.1:** Exemple de la MFA multi-échelles. Première ligne : images originales, deuxième ligne : images de contours détectés.

avec  $\gamma \in [0, 1]$  un hyperparamètre. Nous avons remarqué que lorsque  $\gamma$  tend vers zéro, les contours semblent être mieux détectés. Toutefois, plus  $\gamma$  est petit, moins il y a de précision à cause du phénomène de la délocalisation. Il se rajoute à cela, une augmentation des minimums locaux résistants qui perturbent la détection. Nous nous sommes donc tournés vers une autre expression de la fonction  $g$  qui donne de meilleurs résultats [129] :

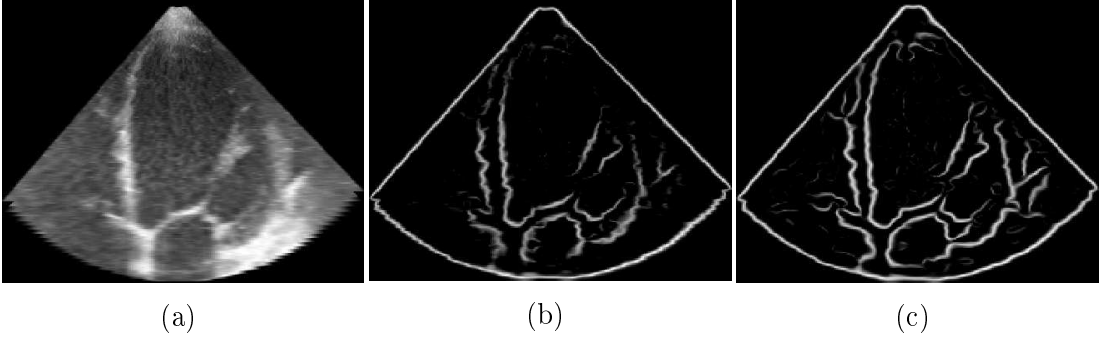
$$g = \frac{1}{1 + \gamma \text{MFA}} , \quad (5.4)$$

où  $\gamma$  représente un paramètre d'échelle. Au final, l'énergie résultante est donnée en termes de contour actif géodésique par :

$$\mathcal{E}_{GAC}(\mathcal{C}) = \int_0^1 g(\text{MFA}(\mathcal{C}(p))) \left| \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial p} \right| dp . \quad (5.5)$$



**FIGURE 5.2:** Exemple de la mesure Feature Asymmetry Monogénique (MFA) à différentes échelles. (a) L'image originale. (b) De haut en bas et de gauche à droite : Résultats obtenus avec le filtre de Cauchy pour  $a = 1.92$ , i.e une bande passante  $\beta = 2.5$ , avec les échelles  $s \in \{15, 20, 25, 30\}$ .



**FIGURE 5.3:** Exemple de résultats de la MFA obtenus avec différents filtres. (a) l'image originale, (b) résultat de l'application du filtre DoP avec  $\beta = 3.7$  octaves, et (c) résultats de l'application du filtre de Cauchy avec  $\beta = 2.5$  octaves et  $s \in \{15, 16, 17, 18\}$  pixels.

### 5.2.2 Terme d'alignement monogénique

Le terme d'alignement est un modèle géométrique variationnel basé sur une fonctionnelle qui mesure la distance le long du contour entre la normale au contour et le gradient de l'image. Ainsi, un champ de vecteurs d'orientation, autre que le gradient, peut être intégré dans ce modèle. L'orientation locale estimée par le signal monogénique offre une bonne alternative à l'utilisation du gradient, en particulier quand il s'agit des images ultrasonores. Vu sous un autre angle, le terme d'alignement est une adaptation géométrique variationnelle du modèle de passage par zéro du Laplacien. En effet, le résultat de la maximisation de la fonctionnelle des distances est le Laplacien de l'image. C'est dans cette optique que nous allons procéder pour construire un terme d'alignement monogénique<sup>11</sup>. En procédant tout d'abord par la mise en évidence du lien qui relie la transformée de Riesz et les opérateurs gradient et Laplacien. Plus exactement, nous allons retrouver *l'équivalent* du modèle du passage par zéro du Laplacien dans le domaine monogénique pour pouvoir lui associer une fonctionnelle à minimiser. Il s'avère après développement, que cette fonctionnelle intègre les orientations locales estimées par le signal monogénique.

---

11. Dans cette appellation, le terme monogénique est dû seulement à l'utilisation d'un champ de vecteur d'orientations estimé à partir du signal monogénique.

### 5.2.2.1 Lien entre le modèle du Laplacien et la transformée de Riesz

Felsberg et al. [60], et Unser et al. [159] dans leurs travaux très récents, ont montré un lien direct entre la transformée de Riesz  $\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})$  et le *gradient complexe* (appelé aussi *opérateur de wirtinger*) :

$$\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x}) = -\left(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}\right)\left(\frac{1}{2\pi|\mathbf{x}|} * I(\mathbf{x})\right), \quad (5.6)$$

ce qui implique que :

$$|\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})| = \left|\nabla\left(I(\mathbf{x}) * \frac{1}{2\pi|\mathbf{x}|}\right)\right|. \quad (5.7)$$

Cette formulation nous permet d'interpréter la transformée de Riesz comme étant le gradient d'une image lissée. En se basant sur cette interprétation, nous allons suivre le même développement que celui utilisé pour le détecteur de contour de Haralick-Canny [30, 76] du passage par zero du Laplacien pour la détection de points contours. Pour ce faire, on associe à  $I$  une image des directions de la transformée de Riesz <sup>12</sup> à partir de :

$$\mathbf{r} = \frac{\mathbf{q}}{|\mathbf{q}|}. \quad (5.8)$$

Un point de contour est alors défini comme le lieu des maximums de la norme de la transformée de Riesz dans la direction spécifiée par  $\mathbf{r} = (q_1/|\mathbf{q}|, q_2/|\mathbf{q}|)$ . Un point de contour vérifie donc :

$$\frac{\partial|\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})|}{\partial\mathbf{r}} = 0, \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2|\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})|}{\partial\mathbf{r}^2} \leq 0. \quad (5.9)$$

---

12. Pour certaines formules, nous préférons la notation vectorielle simplifiée  $\mathbf{q}$  qui représente la transformée de Riesz.

Le développement de cette propriété conduit à

$$\frac{\partial |\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})|}{\partial \mathbf{r}} = \mathbf{r}^t \nabla |\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})| \quad (5.10)$$

$$= \frac{\mathbf{q}^t}{|\mathbf{q}|} \nabla |\mathbf{q}| \quad (5.11)$$

$$= \frac{\mathbf{q}^t}{|\mathbf{q}|} \left( \frac{\partial}{\partial x} \sqrt{q_1^2 + q_2^2} \right) \quad (5.12)$$

$$= \frac{\mathbf{q}^t}{|\mathbf{q}|} \left( \frac{q_1 q_{1x} + q_2 q_{2x}}{|\mathbf{q}|} \right) \quad (5.13)$$

$$= \frac{\mathbf{q}^t}{|\mathbf{q}|} \begin{pmatrix} q_{1x} & q_{2x} \\ q_{1y} & q_{2y} \end{pmatrix} \frac{\mathbf{q}}{|\mathbf{q}|} \quad (5.14)$$

$$= \mathbf{r}^t H \mathbf{r} \quad (5.15)$$

où,  $H = \begin{pmatrix} q_{1x} & q_{2x} \\ q_{1y} & q_{2y} \end{pmatrix}$  représente une matrice symétrique, similaire à la matrice Hessienne. La symétrie est due à certaines propriétés de la transformée de Riesz (voir [60], équation (9)). Si de plus nous supposons que l'image  $I$  est localement cohérente, c'est-à-dire, qu'elle possède une structure unidimensionnelle le long de la direction  $\mathbf{r}$ , alors la matrice  $H$  est de rang 1, et  $\mathbf{r}^t H \mathbf{r} = \text{trace}(H) = q_{1x} + q_{2x}$ . Finalement, on obtient l'équation suivante :

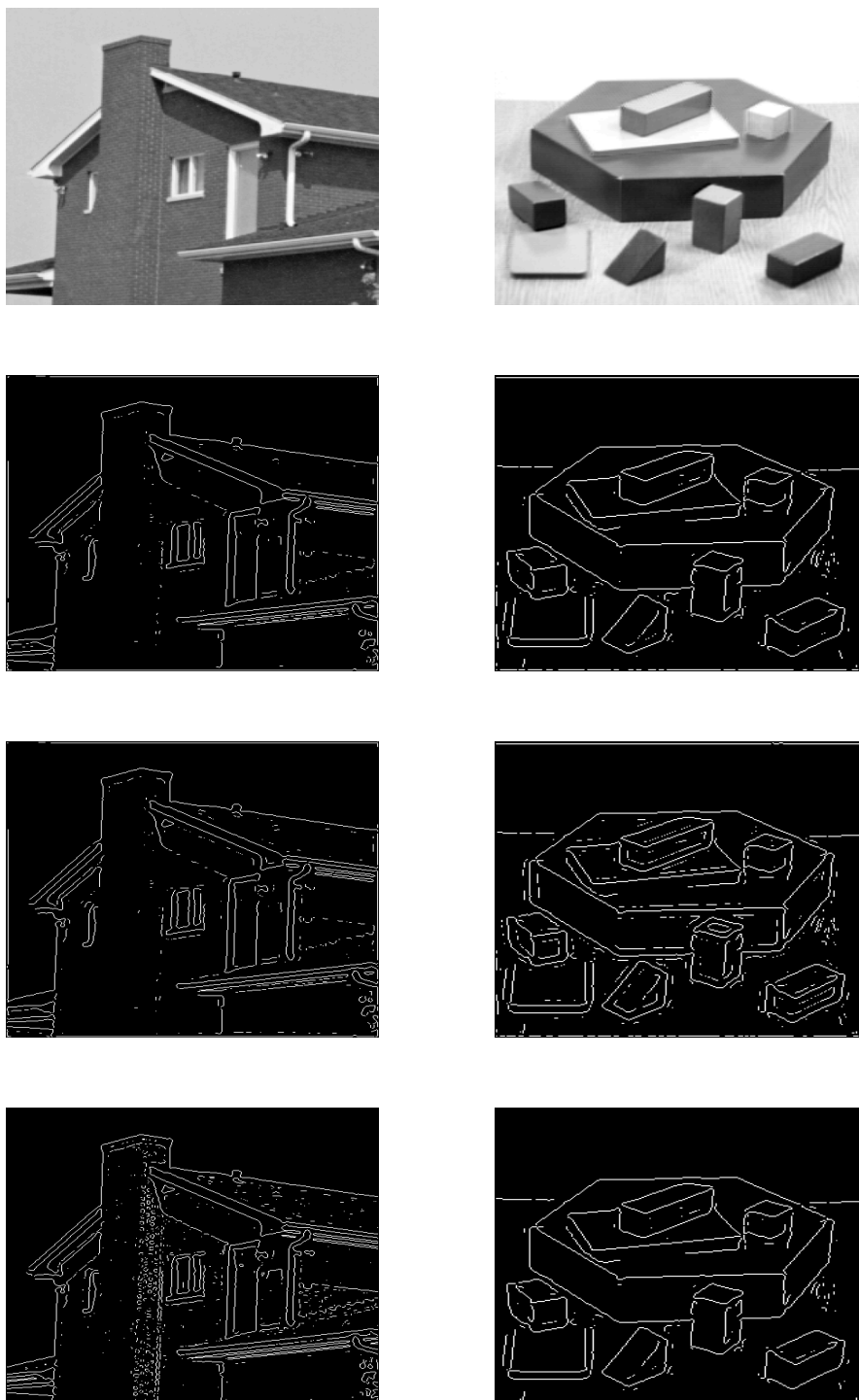
$$\begin{aligned} \frac{\partial |\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})|}{\partial \mathbf{r}} &= q_{1x} + q_{2y} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (I * h_1 * c_s) + \frac{\partial}{\partial y} (I * h_2 * c_s) \\ &= 0 . \end{aligned} \quad (5.16)$$

Avec  $c_s$  un filtre passe-bas à une échelle donnée  $s$ . L'équation (5.16) montre que les points qui maximisent  $|\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})|$  sont ceux qui représentent le passage par zéro de la divergence de la transformée de Riesz  $\text{div}(\mathbf{q})$ . Ainsi, par analogie avec le détecteur de Marr [106], le passage par zéro de la divergence de la transformée de Riesz (DTR) nous renseigne sur la position du contour.

La figure montre quelques résultats de détections de contours du modèle du Laplacien en comparaison avec le modèle de Riesz (DTR), équation (5.16).

### 5.2.2.2 Formulation variationnelle

Donner une formulation géométrique et variationnelle au modèle de passage par zéro de la divergence de la transformée de Riesz, c'est ce que nous allons présenter dans cette



**FIGURE 5.4:** Comparaison entre les méthodes du passage par zéro du Laplacien et DTR (équation (5.16)). En haut : Les images originales. Au milieu de haut en bas : Résultats du modèle DTR, en utilisant respectivement le filtre (DoP) avec  $\beta = 4$  et le filtre de Cauchy avec  $\beta = 3.5$ . L'échelle utilisée est :  $s = 20$  pour l'image de gauche et  $s = 15$  pour l'image de droite. En bas : Le détecteur de passage par zéro du Laplacien.

section. Cette formulation consiste à présenter une fonctionnelle à maximiser, dont le résultat est la DTR. Par analogie aux travaux de Kimmel [92], nous pouvons démontrer que cette fonctionnelle correspond bien à la mesure de l'alignement le long du contour entre la normale au contour et le vecteur d'orientation  $\mathbf{q}$ . Cette fonctionnelle est donnée par le Lemme suivant :

**Lemme 5.1** (La dérivée du terme d'alignement monogénique).

*Soit un signal bidimensionnel  $I(x, y)$ . Pour un champ de vecteur donné de la transformée de Riesz  $\mathbf{q}(x, y) = \{I * h_1, I * h_2\}(x, y)$ , la première dérivée du terme d'alignement monogénique*

$$\mathcal{E}_A(\mathcal{C}) = \int_0^1 \langle \mathbf{q}(x(p), y(p)), \mathbf{n}(p) \rangle \left| \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial p} \right| dp , \quad (5.17)$$

*est donnée par*

$$\frac{\partial \mathcal{E}_A(\mathcal{C})}{\partial \mathcal{C}} = \text{div}(\mathbf{q})\mathbf{n}. \quad (5.18)$$

**Lemme 5.2** (La dérivée du terme d'alignement monogénique robuste).

*Soit un signal bidimensionnel  $I(x, y)$ . Pour un champ de vecteur de la transformée de Riesz  $\mathbf{q}(x, y) = \{I * h_1, I * h_2\}(x, y)$ , la première dérivée du terme d'alignement monogénique sous sa forme robuste :*

$$\mathcal{E}_{AR}(\mathcal{C}) = \int_0^1 |\langle \mathbf{q}(x(p), y(p)), \mathbf{n}(p) \rangle| \left| \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial p} \right| dp , \quad (5.19)$$

*est donnée par*

$$\frac{\partial \mathcal{E}_{AR}(\mathcal{C})}{\partial \mathcal{C}} = \text{sign}(\langle \mathbf{q}, \mathbf{n} \rangle) \text{div}(\mathbf{q})\mathbf{n}. \quad (5.20)$$

*Preuve du Lemme (5.1).*

La preuve du Lemme 5.1 est équivalente à celle présentée pour le terme d'alignement par Kimmel [92] (voir chapitre 3, § 3.2.4). Cette dernière est fondée sur l'écriture explicite de la fonctionnelle. Par ailleurs, nous voulons présenter dans ce rapport une autre alternative basée sur l'écriture implicite de la fonctionnelle. Pour cela, l'écriture de l'énergie à minimiser, en introduisant la fonction d'ensemble de niveaux  $\phi$ , est donnée par :

$$\mathcal{E}_A(\phi) = \int_{\Omega} \left\langle \mathbf{q}, \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right\rangle |\nabla \phi| \delta(\phi) d\mathbf{x} = \int_{\Omega} \langle \mathbf{q}, \nabla \phi \rangle \delta(\phi) d\mathbf{x} , \quad (5.21)$$

avec  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  le produit scalaire. La minimisation de cette énergie se fait par la méthode de descente de gradient. On utilise pour le calcul du gradient de l'énergie la dérivée de

Gâteaux. Ainsi, pour un scalaire  $\tau$  donné et une direction  $\psi$  de même type que  $\phi$ , le changement de paramètre pour exprimer  $\mathcal{E}_A(\phi + \tau\psi)$  nous donne :

$$\mathcal{E}_A(\phi + \tau\psi) = \int_{\Omega} \langle \mathbf{q}, \nabla(\phi + \tau\psi) \rangle \delta(\phi + \tau\psi) d\mathbf{x} . \quad (5.22)$$

La dérivée partielle de cette énergie par rapport à  $\tau$  est donnée par :

$$\frac{\partial \mathcal{E}_A(\phi + \tau\psi)}{\partial \tau} = \int_{\Omega} \langle \mathbf{q}, \nabla\psi \rangle \delta(\phi + \tau\psi) + \langle \mathbf{q}, \nabla(\phi + \tau\psi) \rangle \delta'(\phi + \tau\psi) \psi d\mathbf{x} , \quad (5.23)$$

avec  $\delta'(\phi)$  la dérivée de  $\delta(\phi)$ . Sur l'ensemble de niveau zéro, la valeur de  $\delta'(\phi)$  est égale à zéro, voir [96]. Par conséquent, ce terme peut être négligé car il n'affecte pas le mouvement de la courbe. On se ramène donc, après évaluation de la dérivée au point  $\tau = 0$ , à l'équation suivante :

$$\left. \frac{\partial \mathcal{E}_A(\phi + \tau\psi)}{\partial \tau} \right|_{\tau=0} = \int_{\Omega} \langle \mathbf{q}, \nabla\psi \rangle \delta(\phi) d\mathbf{x} . \quad (5.24)$$

L'application de la formule de Green, avec les notations  $\nabla v = \nabla\psi$  et  $\nabla u = \delta(\phi)\mathbf{q}$ , nous conduit vers l'expression suivante :

$$\left. \frac{\partial \mathcal{E}_A(\phi + \tau\psi)}{\partial \tau} \right|_{\tau=0} = - \int_{\Omega} \left( \operatorname{div}(\mathbf{q})\delta(\phi) + \mathbf{q}\delta'(\phi) \right) \psi d\mathbf{x} + \oint_{\partial\Omega} \langle \mathbf{q}, \mathbf{n} \rangle \delta(\phi) \psi dS , \quad (5.25)$$

où  $\partial\Omega$  représente le bord de la région  $\Omega$  et  $\mathbf{n}$  la normale sur la surface  $dS$ . Connaissant la condition au bord  $\frac{\delta(\phi)}{|\nabla\phi|} \frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{n}} = 0$ , le deuxième terme s'annule. Aussi, le terme composé de  $\delta'(\phi)$  est égale à zéro [96]. On obtient donc l'équation suivante :

$$\left. \frac{\partial \mathcal{E}_A(\phi + \tau\psi)}{\partial \tau} \right|_{\tau=0} = - \int_{\Omega} \operatorname{div}(\mathbf{q})\delta(\phi) \psi d\mathbf{x} . \quad (5.26)$$

Ainsi, l'équation d'Euler-Lagrange pour la minimisation de l'énergie  $\mathcal{E}_A(\phi)$  est donnée par :

$$\operatorname{div}(\mathbf{q})\delta(\phi) = 0 . \quad (5.27)$$

□

L'équation d'Euler-Lagrange (5.27), donne une explication variationnelle au détecteur de contours défini par le passage par zéro de la divergence de la transformée de Riesz. L'équation d'évolution de ce modèle s'écrit alors :

$$\begin{cases} \frac{\partial\phi}{\partial t} &= \operatorname{div}(\mathbf{q})\delta(\phi) , \\ \frac{\delta(\phi)}{|\nabla\phi|} \frac{\partial\phi}{\partial\mathbf{n}} &= 0 \text{ sur } \partial\Omega . \end{cases} \quad (5.28)$$

Il est à noter, d'après les Lemmes 5.2 et 5.1, que les fonctionnelles à minimiser sont basées sur un champ de vecteur d'orientation locale  $\mathbf{q} = (q_1, q_2)$  estimé par le signal monogénique. C'est donc ce vecteur d'orientation qui aboutit au modèle de passage par zéro de la divergence de la transformée de Riesz. De plus, il est connu en littérature que l'estimation de l'orientation en utilisant le signal monogénique est meilleure que celle basée sur le gradient [58]. Néanmoins, d'autres champs de vecteur d'orientation peuvent être utilisés. C'est ce que nous avons proposé dans [15] en utilisant le vecteur de phase locale  $\Phi$ , car l'orientation locale et la phase locale sont mieux représentées quand elles sont combinées :

$$\Phi = \varphi(\mathbf{x})\mathbf{r}(\mathbf{x}) = \arctan\left(\frac{|\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})|}{f(\mathbf{x})}\right) \frac{\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})}{|\mathbf{f}_{\mathcal{R}}(\mathbf{x})|} . \quad (5.29)$$

La figure 5.5 montre des orientations locales estimées à partir du signal monogénique en utilisant les filtres de différence de Poisson et de dérivée de Poisson. La figure 5.6 illustre sur une image ultrasonore, en même temps les orientations locales pondérées par la phase (en rouge) et les contours détectés par la fonction  $g$  de l'équation (5.4) (en niveaux de gris).

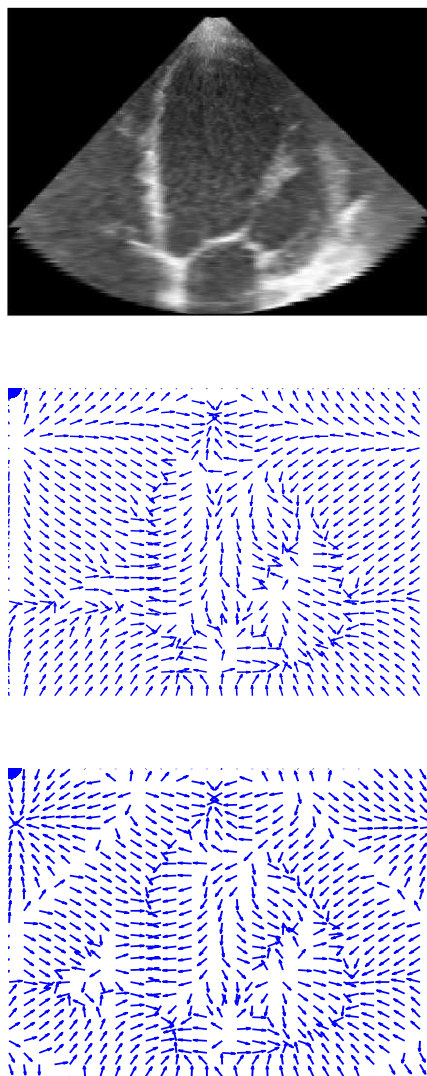
En intégrant le vecteur de phase dans le terme d'alignement, il est facile de remarquer que :

$$\begin{aligned} \text{sign}(\langle \Phi, \nabla\phi \rangle) &= \text{sign}(\langle \varphi \cdot \mathbf{r}, \nabla\phi \rangle) \\ &= \text{sign}(\varphi \nabla\phi_{\mathbf{r}}) . \end{aligned} \quad (5.30)$$

Étant donné que  $\varphi \in [0, \pi]$ , le signe du produit  $\varphi \nabla\phi_{\mathbf{r}}$  dépend seulement du produit entre  $\nabla\phi$  et la direction spécifiée par  $\mathbf{r}$ . La fonction signe du premier terme peut donc être simplifiée pour s'écrire sous la forme  $\text{sign}(\nabla_{\mathbf{r}}\phi)$ .

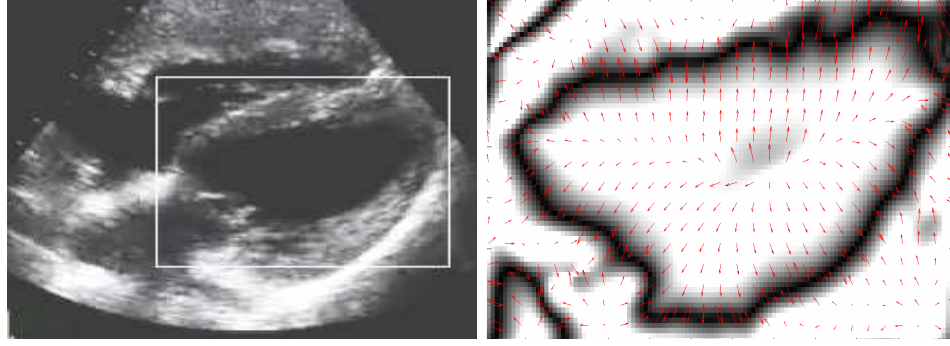
### 5.3 Intégration des statistiques locales de l'images

D'après les récentes publications [4, 14, 15, 74, 97], les approches basées sur les propriétés locales (phase et/ou orientation), nous laissent croire à leur efficacité sur les images ultrasonores. Cependant, certaines inconvénients persistent sur ces modèles basés contours. Nous faisons référence aux problèmes d'initialisation et de minimums locaux, souvent rencontrés dans les algorithmes de segmentation basés sur la technique des ensembles de niveaux. Les modèles basés région sont une très bonne alternative



**FIGURE 5.5:** Champ de vecteurs représentant les orientations locales sur une image échocardiographique. De haut en bas : L'image originale, les orientations locales estimées en utilisant respectivement : le filtre DoP avec  $\beta = 3.7$  et  $s = 10$ , et le filtre de Cauchy avec  $\beta = 2.5$  et  $s = 20$ .

pour pallier certains de ces inconvénients. En effet, le terme région est plus résistant face aux problèmes d'initialisation et aux minimums locaux. Malheureusement, le caractère global de ce modèle se défait face aux atténuations et biaise les résultats. Exploiter les avantages de ce modèle et remédier à ses inconvénients, c'est ce que nous détaillerons



**FIGURE 5.6:** Champ de vecteurs de phase locale sur une image échocardiographique. À gauche : l'image originale des quatre cavités cardiaques, avec une région d'intérêt (RI) définie. À droite : la fonction  $g$  donnée par l'équation (5.3) en niveau de gris et le champ de vecteurs de phase locale en rouge, les deux entités représentées dans la RI.

dans cette partie en présentons un modèle basé sur les statistiques régions locales.

### 5.3.1 Approche par Maximum de vraisemblance locale

Soit la fonction d'énergie  $\mathcal{E}_G(\phi)$  à minimiser [29, 138] :

$$\begin{aligned} E_G(\phi) &= \nu \mathcal{E}_{GAC}(\phi) + \mathcal{E}_{RG}(\phi) \\ &= \nu \int_{\Omega} \delta(\phi) |\nabla \phi| d\mathbf{x} - \int_{\Omega} H(\phi) \log p(I) d\mathbf{x} - \int_{\Omega} (1 - H(\phi)) \log p(I) d\mathbf{x} . \end{aligned} \quad (5.31)$$

Cette fonctionnelle est composée d'un terme de régularité affecté d'un poids  $\nu$  et d'un terme d'attache au données basé sur les statistiques globale de l'image. Ici,  $p(I)$  représente la fdp qui caractérise le niveau de gris observé sur l'image  $I$ . Nous voulons réécrire cette fonction d'énergie avec une interprétation locale du modèle du maximum de vraisemblance (MV), à l'instar de Sarti et al. [138]. Nous supposons donc un modèle de Rayleigh pour décrire la distribution des niveaux de gris de l'image

$$p(I) = I/\sigma^2 \exp(-I^2/2\sigma^2).$$

Le principe suivi consiste à restreindre l'intégrale globale donnée par le terme  $\mathcal{E}_{RG}$  uniquement aux régions avoisinant la courbe. Pour ce faire, on introduit donc la fonction  $\mathcal{B}$  de localisation spatiale autour d'un point  $\mathbf{x}$  et de rayon  $r$  [96] :

$$\mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| < r \\ 0, & \text{otherwise} . \end{cases}$$

Ainsi, la version locale du terme  $\mathcal{E}_{RG}$  sur une région centrée par  $\mathbf{x}$  est donnée par :

$$F(\phi; \mathbf{x}) = - \int_{\Omega} \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) H(\phi) \log p(I) d\mathbf{y} - \int_{\Omega} \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) (1 - H(\phi)) \log p(I) d\mathbf{y} . \quad (5.32)$$

L'estimation au sens du maximum de vraisemblance (MV) du paramètre  $\sigma^2$  localement à l'intérieur et à l'extérieur de la courbe est donnée par :

$$\hat{\sigma}_i^2(\mathbf{x}) = \frac{1}{2M_i(\mathbf{x})} \int_{\Omega} \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) H(\phi) I^2 d\mathbf{y} , \quad (5.33)$$

$$\hat{\sigma}_e^2(\mathbf{x}) = \frac{1}{2M_e(\mathbf{x})} \int_{\Omega} \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) (1 - H(\phi)) I^2 d\mathbf{y} , \quad (5.34)$$

où  $M_i$  et  $M_e$  dénotent respectivement l'aire locale à l'intérieur et à l'extérieur de  $\Omega$  :

$$M_i(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) H(\phi) d\mathbf{y} ,$$

$$M_e(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) (1 - H(\phi)) d\mathbf{y} .$$

En intégrant ces estimateurs dans l'équation (5.32), on obtient cette nouvelle écriture :

$$F(\phi; \mathbf{x}) = - M_i(\mathbf{x}) \log \left( \frac{1}{M_i(\mathbf{x})} \int_{\Omega} \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) H(\phi) I^2 d\mathbf{y} \right) - M_e(\mathbf{x}) \log \left( \frac{1}{M_e(\mathbf{x})} \int_{\Omega} \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) (1 - H(\phi)) I^2 d\mathbf{y} \right) . \quad (5.35)$$

Cette formulation nous permet d'écrire l'adaptation locale du modèle global donnée par l'équation (5.31) :

$$\mathcal{E}_L(\phi) = \mathcal{E}_{GAC}(\phi) + \mathcal{E}_{RL}(\phi)$$

$$= \nu \int_{\Omega} \delta(\phi) |\nabla \phi| d\mathbf{y} + \int_{\Omega} \delta(\phi(\mathbf{x})) F(\phi; \mathbf{x}) d\mathbf{x} . \quad (5.36)$$

Dans ce modèle,  $F(\cdot; \mathbf{x})$  représente la force locale engendrée par chaque point le long du contour pour faire évoluer la courbe. Il est à noter que cette formulation est sous l'hypothèse que le comportement statistique local de l'image suit une distribution de Rayleigh. De plus, on suppose que la taille de cette région est suffisamment grande pour l'estimation du paramètre  $\sigma^2$ .

L'équation d'Euler-Lagrange associée à la minimisation du terme  $F(\phi; \mathbf{y})$  dans un voisinage centré par  $\mathbf{x}$  est donnée par (voir annexe A) :

$$\delta(\phi(\mathbf{y})) \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) F_{LML}(\phi, \mathbf{y}, \mathbf{x}) = 0 , \quad (5.37)$$

avec

$$\begin{aligned}
 F_{LML}(\phi; \mathbf{z}; \mathbf{x}) = & \log \left( \frac{1}{M_i(\mathbf{x})} \int_{\Omega} \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) H(\phi(\mathbf{y})) I(\mathbf{y})^2 d\mathbf{y} \right) \\
 & + \frac{I(\mathbf{z})^2 M_i(\mathbf{x}) + \int_{\Omega} \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) H(\phi(\mathbf{y})) I(\mathbf{y})^2 d\mathbf{y}}{\int_{\Omega} \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) H(\phi(\mathbf{y})) I(\mathbf{y})^2 d\mathbf{y}} \\
 & - \log \left( \frac{1}{M_e(\mathbf{x})} \int_{\Omega} \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) (1 - H(\phi(\mathbf{y}))) I(\mathbf{y})^2 d\mathbf{y} \right) \\
 & - \frac{I(\mathbf{z})^2 M_e(\mathbf{x}) + \int_{\Omega} \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) (1 - H(\phi(\mathbf{y}))) I(\mathbf{y})^2 d\mathbf{y}}{\int_{\Omega} \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) (1 - H(\phi(\mathbf{y}))) I(\mathbf{y})^2 d\mathbf{y}} .
 \end{aligned} \tag{5.38}$$

Au final, l'équation d'évolution associée à la minimisation de l'énergie  $\mathcal{E}_L$  (5.36) s'écrit (voir annexe A) :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau}(\mathbf{x}) = \delta(\phi(\mathbf{x})) \left[ \nu \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \phi(\mathbf{x})}{|\nabla \phi(\mathbf{x})|} \right) + \int_{\Omega} \delta(\phi(\mathbf{y})) \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) F_{LML}(\phi; \mathbf{y}; \mathbf{x}) d\mathbf{y} \right] .$$

## 5.4 Le modèle de segmentation par ensembles de niveaux

Dans l'approche proposée, nous procédons à la minimisation du terme d'alignement présenté précédemment (5.19) en y ajoutant le terme de régularisation (5.5). Il est connu dans la littérature que lorsque nous employons plusieurs termes, le modèle de contour actif géodésique [32] sert de bon régularisateur pour les termes dominants. A cela, s'ajoute le terme basé sur le MV local (5.36) pour renforcer le modèle. En tout état de cause, nous sommes contraints de rajouter une force (par exemple : terme d'aire ou région) pour faire glisser la courbe initiale jusqu'au contour. Cela est dû au fait que le terme du Laplacien est nul sur les surfaces lisses sauf au voisinage des contours. Ainsi, nous introduisons ce modèle dans son écriture implicite par l'équation d'évolution suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial t} &= \left[ -\operatorname{sign}(\langle \Phi, \nabla \phi \rangle) \operatorname{div}(\Phi) + \nu \operatorname{div} \left( g \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) + \alpha g \right. \\ &\quad \left. + \lambda \int_{\Omega} \delta(\phi(\mathbf{y})) \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) F_{LML}(\phi; \mathbf{y}; \mathbf{x}) d\mathbf{y} \right] \delta(\phi) , \\ \frac{\delta(\phi)}{|\nabla \phi|} \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}} &= 0 \quad \text{sur } \partial \Omega \end{cases} \tag{5.39}$$

avec  $\nu$  et  $\lambda \in \mathbb{R}^+$  et  $\alpha \in \mathbb{R}$  des paramètres de pénalisations fixés. La fonction inverse d'indicateur de contours est définie par  $g = (1/1 + \gamma \text{MFA})$ .

### Remarque 5.1.

*Le terme d'aire intervient uniquement lorsque le terme d'alignement est utilisé seul*

*sans le terme région. L'objectif du terme d'aire est seulement de faire glisser la courbe en l'absence d'une force d'expansion.*

Dans l'intention d'une expérimentation du modèle, nous sommes amenés à tester la performance de certains termes séparément des autres. Pour cela, nous adopterons les notations suivantes :

- Modèle PBLS, l'approche faisant combiner le terme d'alignement, le terme de régularisation et un terme d'aire.
- Modèle GAC+MVL, l'approche combinant le terme GAC et celui du MV local.

## 5.5 Expérimentations

### 5.5.1 Environnement et paramétrage

Afin de tester le modèle de segmentation présenté, nous avons mis en œuvre cet algorithme sur MATLAB 7.11 (R2010b). Notre programme s'exécute en un temps environnant les 15 secondes par image (image généralement de taille  $256 \times 256$ ) sur un IBM Intel Xeon single-CPU 3.4 GHz. Dans la plupart des résultats expérimentaux, les paramètres suivants ont été fixés : la bande passante du filtre passe-bande  $\beta = 2.5$ <sup>13</sup>,  $s = 20$  pixels pour les données naturelles, et  $s = 10$  pixels pour les données simulées. Ces paramètres sont assez conformes à ceux utilisés par Mulet-Parada et Noble dans [115]. Nous avons remarqué lors de l'expérimentation que la valeur appropriée du paramètre de l'aire du modèle PBLS  $\alpha = 0.1$ . Le paramètre du terme de régularisation  $\nu$  n'a pas été fixé à la même valeur pour toutes les expériences. Autrement dit, pour détecter de nombreux objets de différentes tailles, l'idéal est que le poids du terme GAC soit faible. Inversement, si nous voulons détecter seulement de grandes structures, sans nous soucier de la régularité, alors la valeur de  $\nu$  doit être plus grande. En ce qui concerne le terme de région locale, le rayon de localisation de  $r$  est fixé à 11 pixels. Son paramètre de pondération  $\lambda$  est variable selon les type d'images.

L'approche variationnelle proposée a été appliquée à une variété d'images naturelles et synthétiques. Nous avons comparé les résultats de notre approche avec ceux de deux autres algorithmes étroitement liés. Le premier est une version de notre approche basée sur le gradient, qui est le modèle GAC présenté dans [32]. Cependant, le terme

---

13. Suite aux suggestions évoquées dans [22]

d'alignement basé gradient était retiré de ce modèle, en raison de son inefficacité sur des images de nature très bruitée [92]. Le deuxième algorithme (GAC+MVG) est une variante de la première renforcée par un terme région globale, à l'instar de Sartie et al. [138]. Ce dernier modèle évolue en fonction des informations du gradient de l'image et une connaissance a priori sur la distribution statistique des niveaux de gris de l'image. Plus précisément, le niveau de gris de l'image observée est modélisé par une distribution de Rayleigh. Le terme région fait évoluer la courbe pour atteindre un *maximum de la fonction de vraisemblance*.

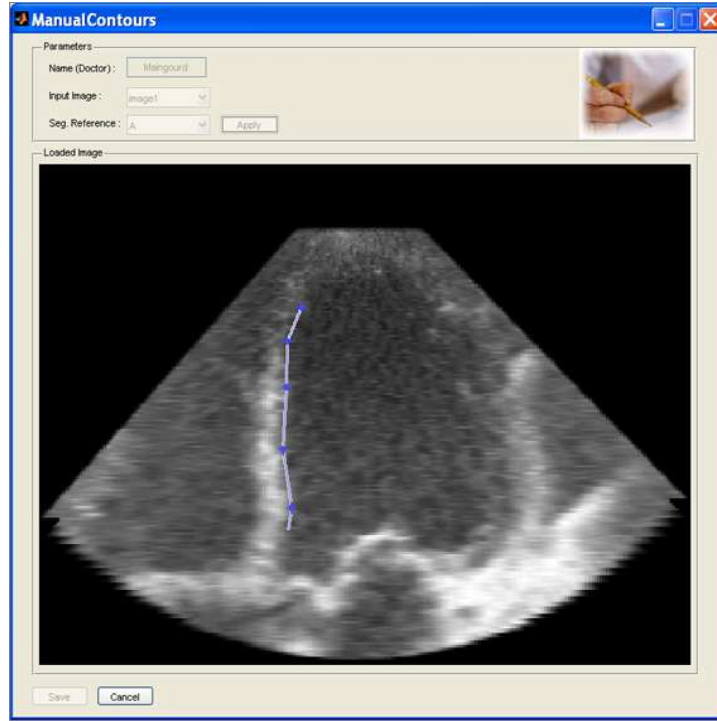
Afin d'évaluer la méthode proposée et de quantifier sa précision, nous avons utilisé une base de données composée de contours délimités manuellement par des médecins. Nous avons recueilli une série de 20 images échocardiographiques bidimensionnelles, obtenues à partir d'un système d'imagerie échographique Philips IE33. L'ensemble des données a été segmenté par deux spécialistes d'une manière indépendante, au centre de pédiatrie échocardiographiques, CHU d'Amiens. Chaque spécialiste a segmenté chaque image 5 fois, soit 10 segmentations manuelles par image. Ainsi, au total nous avons 200 segmentations manuelles. Ceci permet la mesure de la variabilité inter et intra-observateur, qui mesure respectivement la variabilité réalisée par la segmentation d'un même spécialiste, ainsi que la variabilité entre les segmentations réalisées par différents spécialistes.

Cette base de données est récoltée suite à une application de tracé manuel qui a été développée sous Matlab, figure 5.7. Ce logiciel a été installé sur les machines personnelles des médecins, au CHU d'Amiens. Il consiste à présenter au médecin, de manière aléatoire, des images à segmenter. Ainsi, il récupère les points de contour déposés par le praticien et effectue une interpolation par un modèle Spline pour tracer les contours.

Deux distances ont été utilisées pour la comparaison de deux contours. La première distance, référencée par DSC (*coefficient de similarité Dice*), est définie comme :

$$DSC(\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2) = 2 \frac{|\mathcal{S}_1 \cap \mathcal{S}_2|}{|\mathcal{S}_1| + |\mathcal{S}_2|}, \quad (5.40)$$

où  $\mathcal{S}_1$  et  $\mathcal{S}_2$  représentent la vérité terrain et la segmentation automatique, et  $|\cdot|$  le cardinal d'un ensemble. Plus la valeur de DSC est proche de 1, meilleure est la segmentation. La deuxième distance est basée sur le calcul de la distance entre deux courbes  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  représentées par un ensemble ordonné de points de paire de coordonnées,  $\mathcal{C}_1 =$



**FIGURE 5.7:** Une application de tracé manuel.

$\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ , and  $C_2 = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ . La distance entre le point  $a_i$  et le plus proche point sur la courbe  $C_2$  est calculée par :

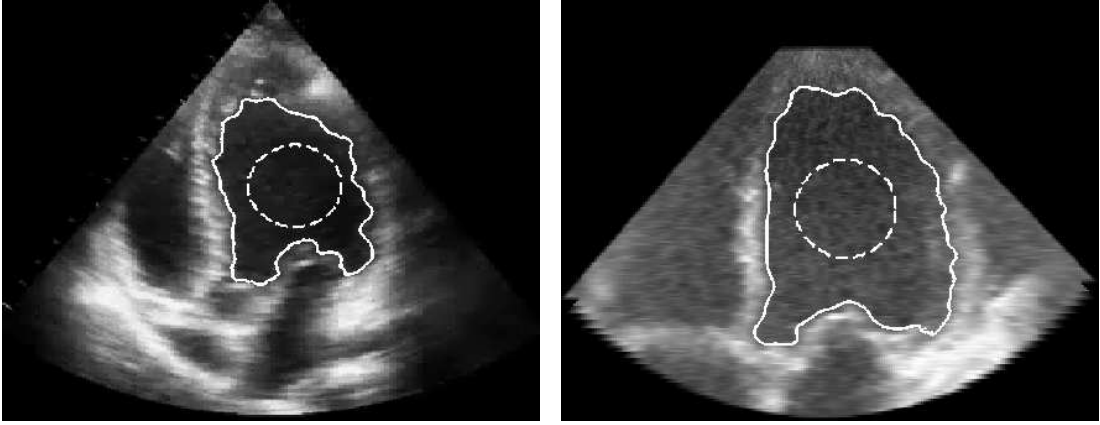
$$d(a_i, C_2) = \min_{b_j \in C_2} \|b_j - a_i\| .$$

Cette distance est calculée sur tous les points des deux courbes. La somme des deux distances moyennes,  $C_1$  vers  $C_2$ , et  $C_2$  vers  $C_1$  nous donne la  $MAD(C_1, C_2)$ , *Mean Average Distance* entre les deux courbes [34]. Ainsi,

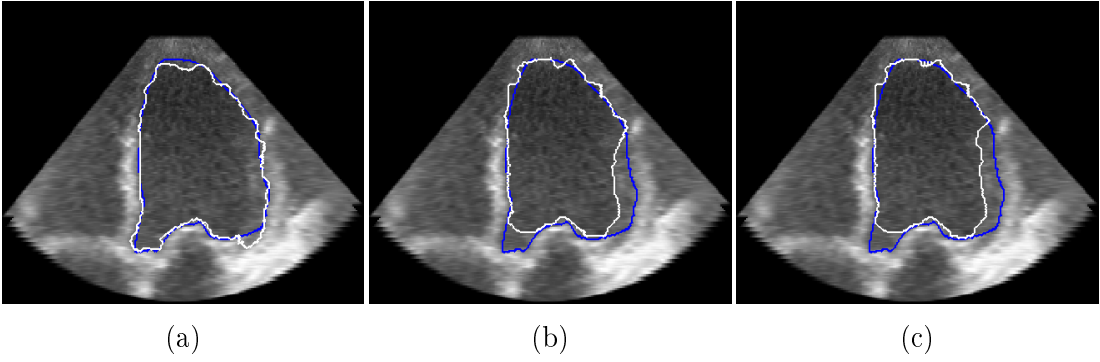
$$MAD(C_1, C_2) = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d(a_i, C_2) + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m d(b_i, C_1) \right] . \quad (5.41)$$

### 5.5.2 Résultats

La figure 5.8 illustre quelques résultats de l'application de notre méthode sur deux images échographiques typiques (ventricule gauche). La figure 5.9 montre quelques résultats de comparaison de l'algorithme de segmentation proposé PBLs (sans le terme de région locale) avec les résultats de la méthode GAC et l'algorithme de GAC+MVG.

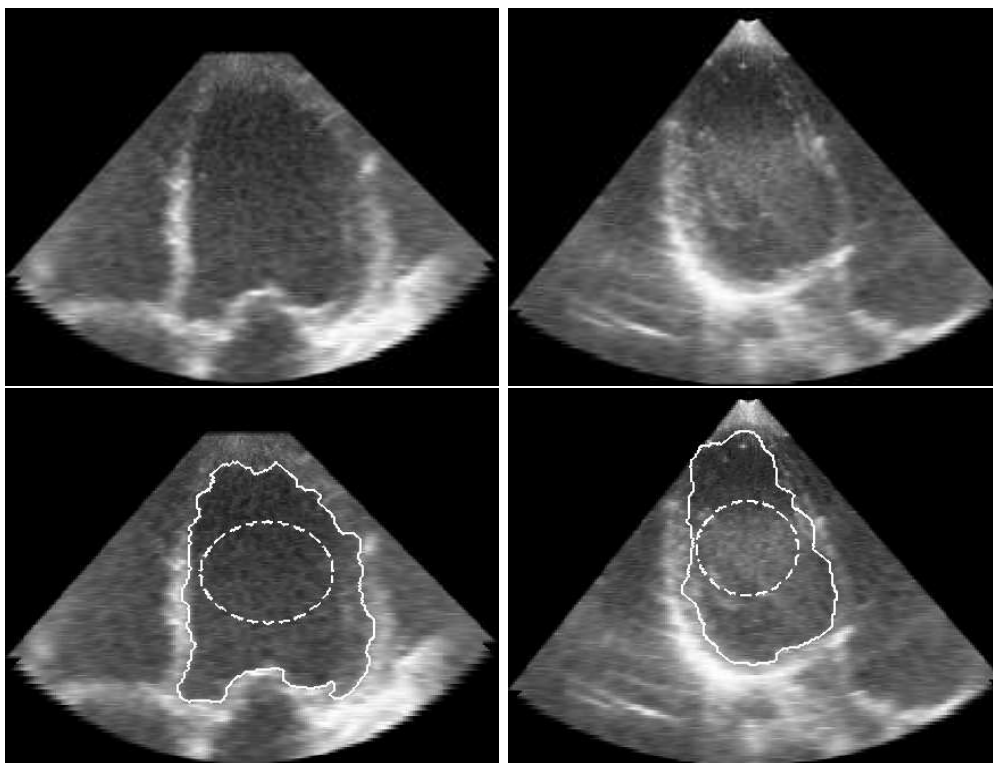


**FIGURE 5.8:** Exemples de segmentation par l’approche des ensembles de niveaux basée sur l’information de phase locale. Le cercle endocardique en ligne discontinue représente le contour initial.

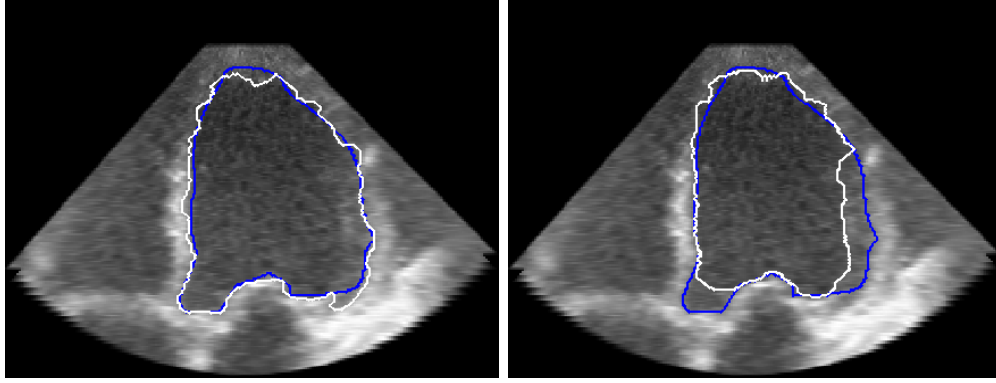


**FIGURE 5.9:** Comparaison de résultats des algorithmes PBLs (a), GAC (b) et GAC+MVG (c). La ligne bleu indique le tracé manuel, et la ligne blanche la segmentation automatique.

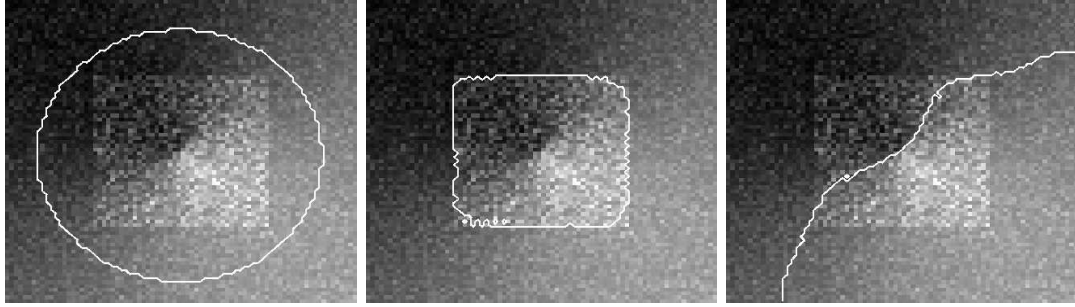
Par ailleurs, la figure 5.10 nous permet de voir quelques résultats de segmentation du ventricule gauche en appliquant l’approche GAC+MVL (terme de région locale avec régularisation). Ces résultats donnent au lecteur un aperçu concernant la robustesse au bruit du speckle et aux atténuations. La figure 5.11 illustre deux résultats de segmentation pour comparaison. Les résultats concernent l’approche GAC+MVL proposée et son équivalent en MV global (algorithme de Sarti et al. [138]). Dans cette expérience, le terme basé contours (terme de régularité) est retiré du modèle GAC+MVL pour laisser un rôle de dominance au terme de région locale. La comparaison des résultats automatiques est faite avec le tracé manuel du médecin. Une autre comparaison, figure 5.12,



**FIGURE 5.10:** Quelques exemples de résultats de segmentation du ventricule gauche, obtenus par le modèle GAC+MVL. Les contours intérieurs discontinus représentent les initialisations. Dans cette expérimentation  $\nu = 0.7$ .



**FIGURE 5.11:** Comparaison de l'approche GAC+MVL (gauche) et l'approche MV global (droite). Les contours bleus représentent les tracés manuels et les contours blancs, les segmentations automatiques. Dans cette expérimentation  $\nu = 0.7$ .



**FIGURE 5.12:** Comparaison entre le modèle MV local et MV global sur une image synthétique. De droite à gauche : le contour initial, résultats de segmentation en utilisant respectivement le terme MV local et MV global.

de ces mêmes méthodes est mise en avant par une expérience qui illustre l'influence des atténuations dans le processus de segmentation. Nous avons construit pour cela une image de test qui reproduit quelques propriétés des images ultrasonores, figure 5.12. Cette image simule un bruit speckle et des atténuations, et contient une structure de forme d'un carré de faible contraste. Les résultats de segmentation montrent que le terme basé région locale donne un résultat positif, l'objet est détecté. Par ailleurs, l'algorithme de segmentation basé région global échoue, car il partitionne l'image en deux régions de différentes atténuations.

**TABLE 5.1:** Les mesures de performance DSC(%) et MAD(pixels) pour les données automatiques, intra-observateur et inter-observateur. Les statistiques de ces mesures : moyenne, médiane et écart-type sont présentées sur les 20 images échocardiographiques.

Mesures	DSC (%)			MAD (pixels)		
Indexes	Moyenne	Médiane	$\sigma$	Moyenne	Médiane	$\sigma$
GAC	84.87	88.43	9.42	7.47	5.81	4.05
GAC+MVG	86.78	89.08	8.85	6.61	5.19	4.32
PBLS	<b>89.91</b>	<b>91.88</b>	<b>6.01</b>	<b>5.59</b>	<b>4.33</b>	<b>3.33</b>
intra-observateur	96.15	96.51	0.92	2.39	2.20	0.65
inter-observateur	93.66	93.82	3.67	3.80	3.06	2.48

### 5.5.2.1 Évaluation avec des tracés manuels

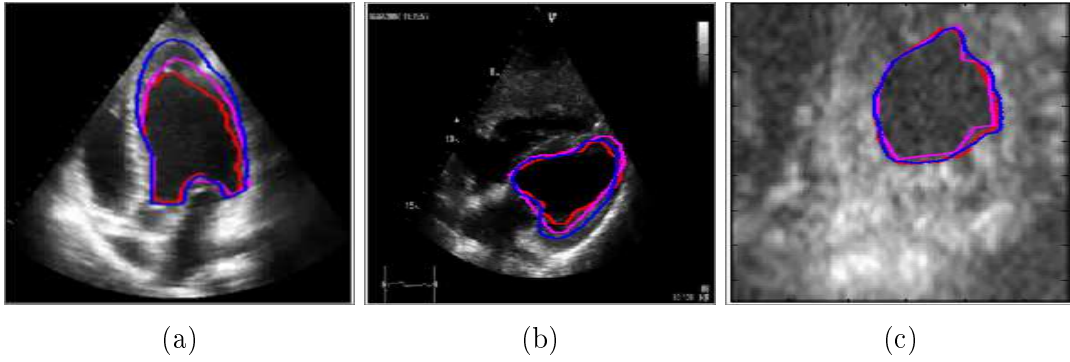
Le tableau 5.1 montre une comparaison quantitative entre trois méthode de segmentations automatiques et la segmentation manuelle sur les 20 images échocardiographiques. Pour les deux indices de mesure, la moyenne, la médiane et l'écart-type sont calculées sur l'ensemble de tous les résultats. Les résultats de la première ligne du tableau sont ceux obtenus par le modèle classique de contours géodésiques actifs. La deuxième ligne présente les résultats de la segmentation en utilisant le modèle GAC renforcé par un terme région global au sens du MV (voir [138]). La dernière ligne présente les résultats de la segmentation en utilisant l'approche PBLS.

Le tableau 5.2 montre une comparaison quantitative entre notre approche -notée GAC+MVL pour le terme GAC basé sur la phase locale combiné avec le terme MV local- et deux autres méthodes de segmentation : le GAC classique, et le GAC+MVG. Des statistiques inter et intra-observateurs sont également présentées dans ce tableau. La moyenne, médiane et l'écart type de toutes les segmentations d'images échocardiographiques sont présentés pour les deux mesures DSC et MAD. Ces résultats donnent au lecteur un aperçu concernant la robustesse de notre modèle au bruit speckle et aux atténuations.

Les images ayant des zones d'ombre acoustique ou de faible contraste sont très difficiles à segmenter. Cela peut être remarqué par les segmentations manuelles des deux médecins sur la figure 5.13. En effet, les tracés des deux médecins sont très différents sur

**TABLE 5.2:** Statistiques des mesures DSC et MAD sur les distances des données inter-observeurs, intra-observeurs et automatiques.

Mesures	DSC (%)			MAD (pixels)		
Indexes	Moyenne	Mediane	$\sigma$	Moyenne	Mediane	$\sigma$
GAC	87.30	88.65	3.13	5.25	4.96	1.57
GAC+MVG	89.33	89.58	3.31	4.43	4.17	1.66
GAC+MVL	<b>91.90</b>	<b>92.70</b>	<b>2.53</b>	<b>3.53</b>	<b>3.17</b>	<b>1.48</b>
inter-observeur	94.82	95.51	2.75	2.42	2.65	0.94
intra-observeur	96.10	96.54	0.83	1.93	1.84	0.27

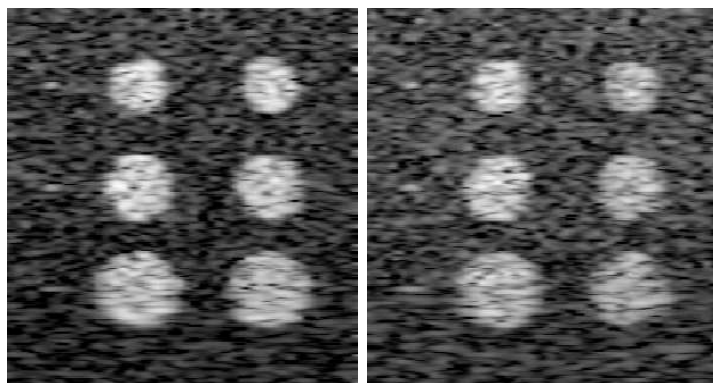


**FIGURE 5.13:** Comparaison entre les contours manuels des deux médecins et le résultat automatique. En rouge le résultat automatique, en bleu le tracé du premier médecin et en mauve le tracé du deuxième médecin.

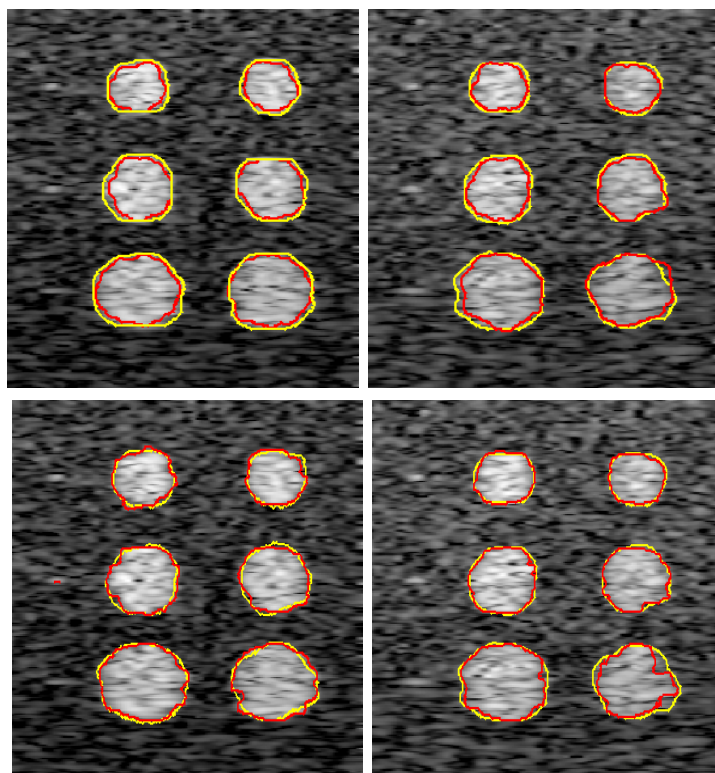
les images (a) et (b) qui sont des images de faible contraste. Alors que sur l'image (c), les tracés manuels et automatique sont très proche car la région d'intérêt est bien dégagée. Cette figure donne un aperçu sur les difficultés rencontrées lors de la comparaison faite avec les tracés manuels sur les images difficiles. Sur ces images, un même médecin trace des contours très différents pour segmenter une même région d'intérêt.

### 5.5.2.2 Évaluation avec des images de synthèse

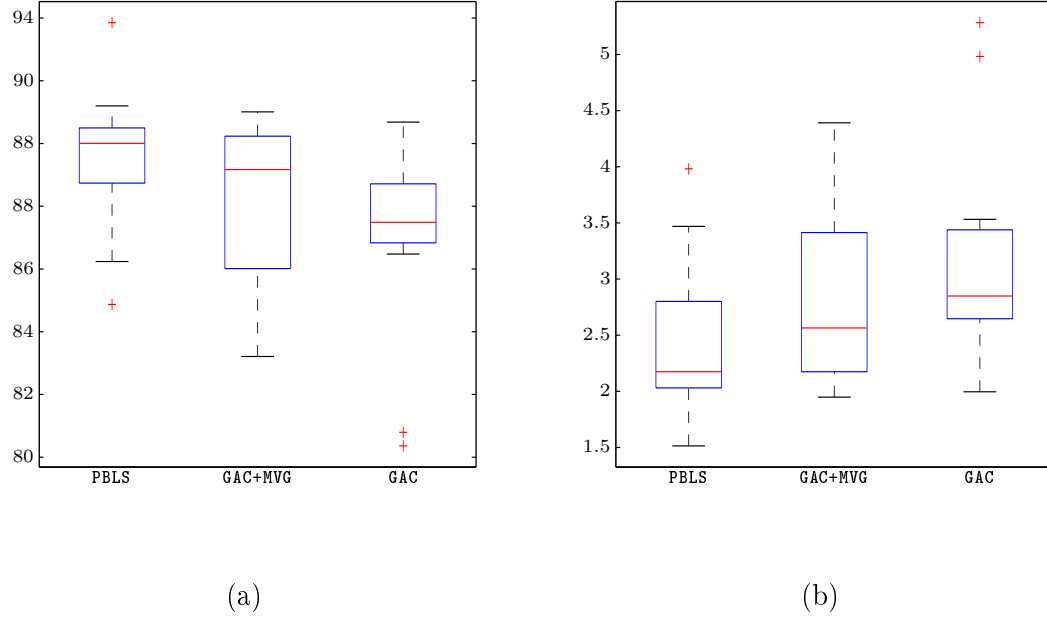
Nous avons également utilisé le programme de simulation de Field II [88, 89], pour synthétiser une autre base de données fantômes, avec une vérité terrain connue. Le fantôme se compose de 100 000 diffuseurs, et 50 lignes de tir. L'image synthétique



**FIGURE 5.14:** Images de simulation (Field II). De droite à gauche, des disques de fort à faible contraste. Pour chaque colonne, de haut en bas, les cercles ont respectivement des rayons de 17, 20 et 23 pixels.



**FIGURE 5.15:** Comparaison des résultats de segmentation de la méthode PBLS (en jaune) avec la méthode GAC (en rouge, première ligne), et avec la méthode GAC+MVG (en rouge, deuxième ligne).

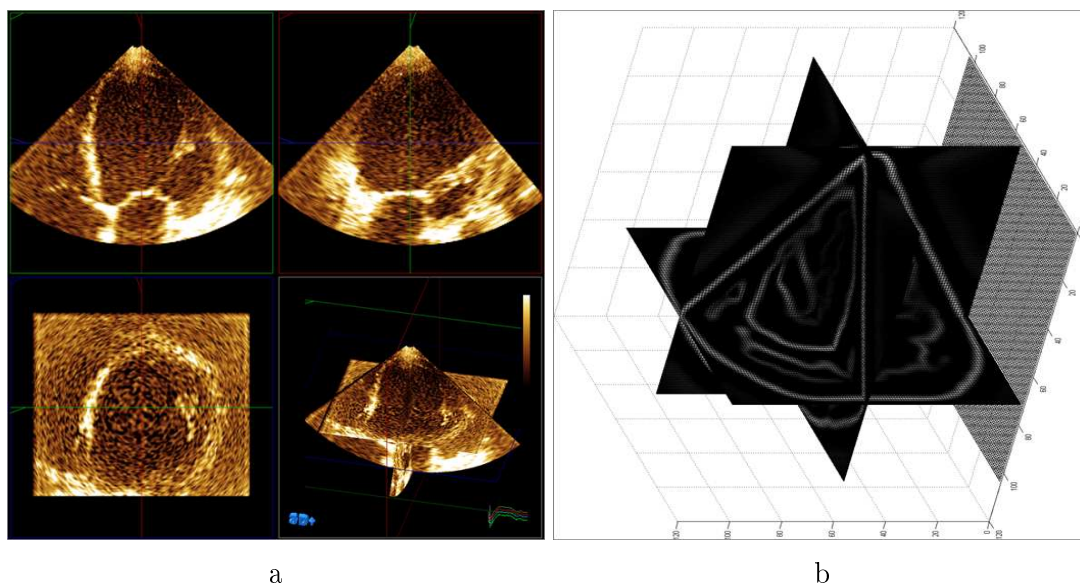


**FIGURE 5.16:** Boxplot des mesures DSC (a) et MAD (b) des résultats de segmentation des méthodes PBLs, GAC+MVG et GAC sur les images de synthèse.

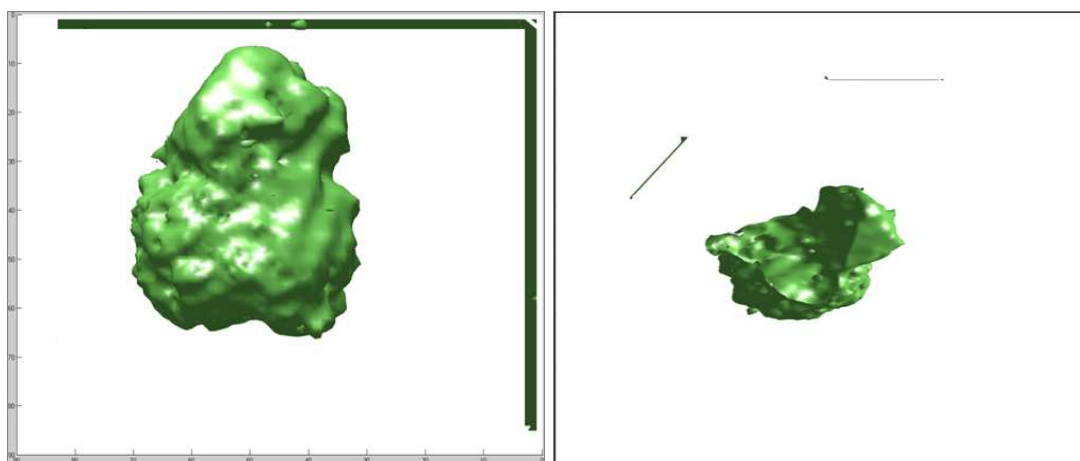
se compose de quatre colonnes de différents contrastes. Chaque colonne contient trois disques à des échelles différentes (17, 20 et 23 pixels de rayon), voir figure 5.14. Les résultats de segmentation obtenus par les méthodes GAC, GAC+MVG et PBLs sont montrés dans la figure 5.15. Ces résultats sont obtenus en fixant les paramètres  $\lambda = 0.1$  pour le modèle GAC et  $\lambda = 0.6$  pour les méthodes de PBLs et GAC+MVG. La figure 5.16 résume l'évaluation quantitative des trois modèles de segmentation sur les données simulées. Les résultats de la méthode GAC+MVG sont meilleurs que ceux de GAC, néanmoins GAC+MVG possède une grande variance comparée aux méthodes GAC et PBLs. Cela peut être justifié par le caractère global de la méthode. En remarque une nette amélioration en utilisant une variante locale. Plus de commentaires seront donnés dans la partie discussion.

### 5.5.2.3 Vers une segmentation 3D

Le signal monogénique étant défini pour les signaux  $nD$ , l'extension de notre approche en 3D ne pose donc pas de problème. La figure 5.17 illustre la mesure FAM sur un volume de données échocardiographique. L'image à gauche (a) montre quelques

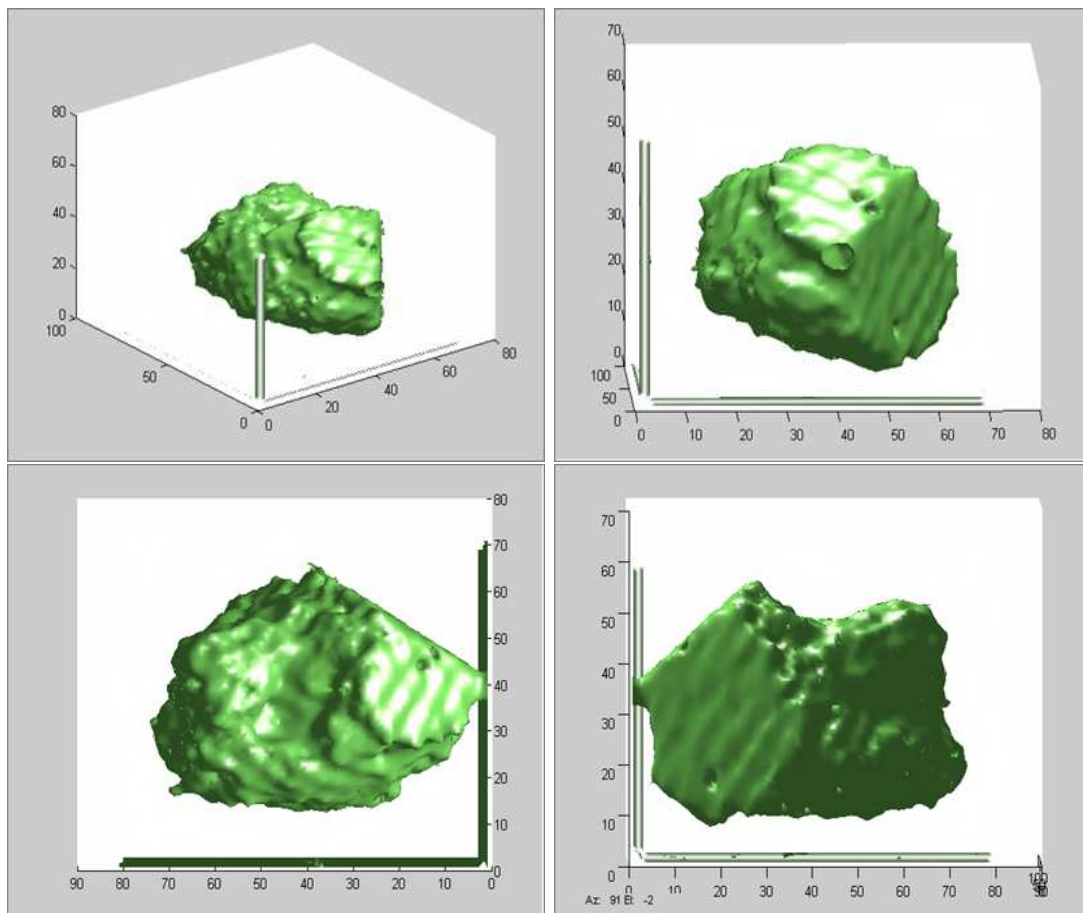


**FIGURE 5.17:** La mesure FAM sur un volume de données.



**FIGURE 5.18:** Résultats de segmentation 3D du ventricule gauche avec une vue interne.

coupes du volume original, et l'image à droite (b) montre la mesure MFA en utilisant le filtre de Cauchy. Nous pouvons voir sur la figure 5.19 différentes vues de la reconstruction 3D d'un ventricule gauche. L'image originale est montrée dans la figure 5.17 (a) et la méthode utilisée est le GAC basé sur la FAM. La figure 5.18 montre une autre reconstruction du ventricule gauche d'un autre volume échocardiographique.



**FIGURE 5.19:** Différentes vues de la reconstruction 3D du ventricule gauche.

### 5.6 Discussion

L'évaluation quantitative du tableaux 5.1, montre comme attendu, que l'utilisation du terme CAG combiné au terme région MVG apporte une amélioration significative par rapport au terme classique GAC. Cela est dû au fait que, l'utilisation exclusive des techniques de détection de bords ne fonctionnent pas sur des images échographiques ayant des problèmes de contraste. Le terme région améliore nettement la détection des bords en évitant les minima locaux de l'énergie. Ce genre d'inconvénient peut être traité en utilisant d'autres alternatives de minimisation autre que la simple descente de gradient. Voir, par exemple [152, 153].

Comme nous pouvons l'observer, l'utilisation du PBLS améliore encore les résultats déjà bons obtenus par GAC+MVG. En effet, l'atténuation est l'un des principaux problèmes rencontrés dans l'application des méthodes basées région sur des images échographiques. Sur des images hautement bruitées avec des variations d'intensité locales, le terme région ne peut segmenter la partie sanguine du ventricule gauche comme une seule région. Sans aucun doute, l'hypothèse sous-jacente d'un unique tissu avec des statistiques de Rayleigh n'est pas valable dans de telles situations. Le terme proposé, basé sur la phase, est plus robuste aux artefacts d'atténuation car elle est théoriquement invariante au changement d'intensité. Il convient également de rappeler que dans notre approche, le terme GAC basé sur la phase est renforcé par le terme d'alignement basé sur l'information de phase aussi.

L'indicateur intra-observeur est estimé à partir de la moyenne de toutes les distances (DSC ou MAD) entre les différentes segmentations de chaque spécialiste pour chaque image. L'indicateur inter-observeur est estimé par la moyenne des distances entre les segmentations effectuée par chaque spécialistes. Les statistiques interobservateur montrent qu'il ya une différence significative entre la segmentation des deux spécialistes (voir détails dans le tableau 5.3). Comme prévu, les valeurs intraobservateurs sont plus faibles que celles de l'interobservateurs, et encore moins que celles de toutes les méthodes automatiques (GAC, GAC+MVG, BPLS). Les faibles écarts types de l'intra-observeur pour les deux mesures nous laissent supposer une régularité des segmentations des deux spécialistes. Ceci est confirmé par les détails présentés dans le tableau 5.3 et les graphiques sur la figure 5.20. En effet, cette figure montre séparément la qualité de la segmentation de chaque spécialiste. À partir de ce tableau et de cette même figure, nous pouvons

détecter les images ayant un faible contraste et un bruit speckle élevé, notamment, détecter les images difficiles à segmenter par les deux médecins. Par exemple, l'image numéro 19 semble être difficile à segmenter, vu la grande variance et la faible moyenne de la mesure DSC sur les deux médecins.

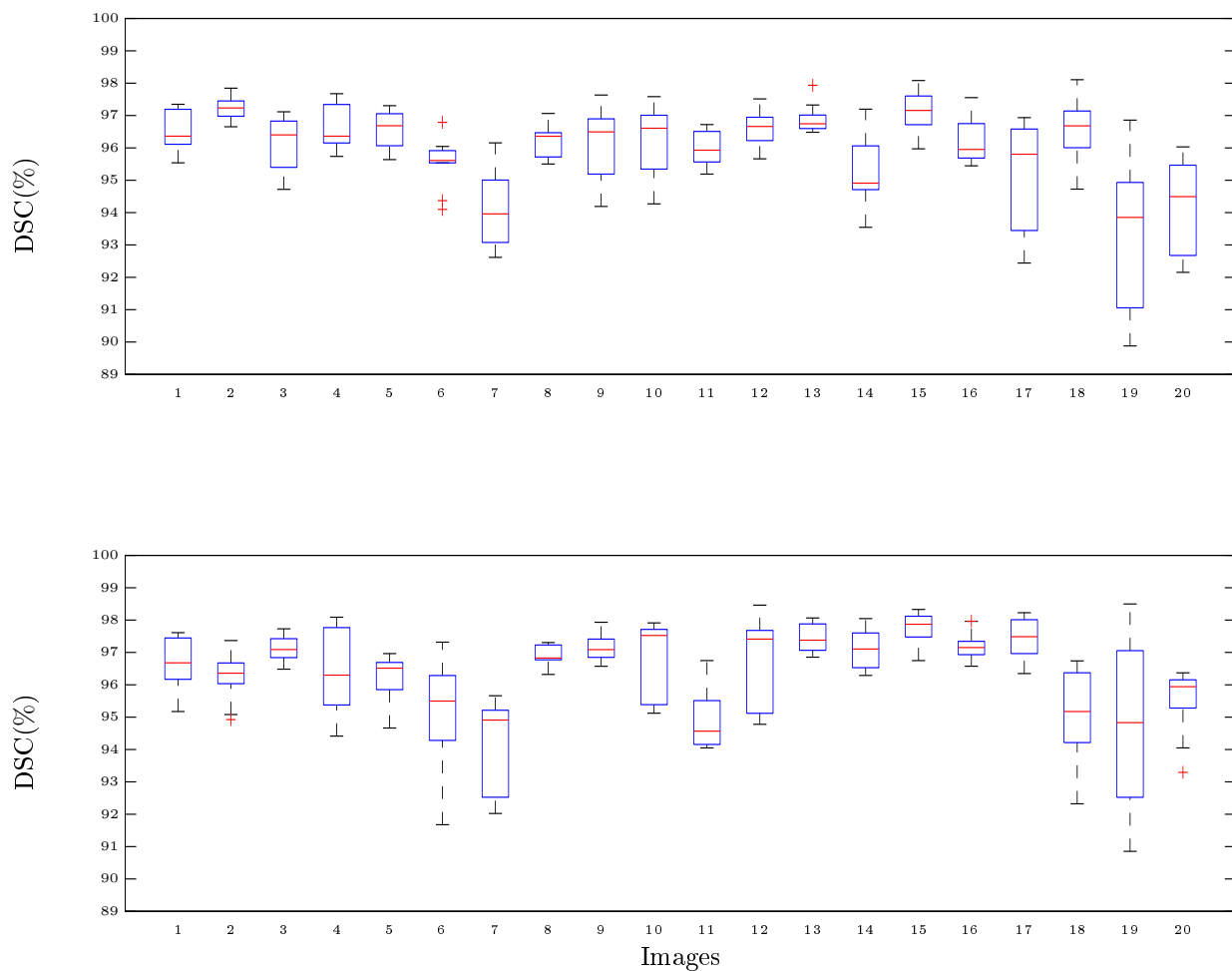
**TABLE 5.3:** La mesure DSC (%) de l'intra-observateur et l'inter-observateur des résultats obtenus sur dix images.

Images	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
intra-observateur 1	96.23	96.58	96.88	95.29	97.09	96.20	95.27	96.59	93.32	94.22
intra-observateur 2	96.74	96.71	97.43	97.07	97.78	97.22	97.41	95.07	94.74	95.48
inter-observateur 1/2	87.61	89.27	97.17	96.96	97.13	95.96	87.61	87.24	93.30	92.82

Les statistiques du tableau 5.1 suggèrent que les segmentations par la méthode PBLs ne sont pas aussi bonnes que celles obtenues manuellement, mais assez proches. Cela peut être expliqué par ce qui est observé sur la figure 5.21, où les résultats manuels sont plus réguliers, alors que les résultats automatiques ont tendance à avoir plus de détails. Notez que, les performances de notre algorithme sont du même ordre que ceux dans la littérature, notamment dans [2].

Les expériences sur les données simulées confirment également nos observations concernant la comparaison des performances relatives aux trois méthodes. Les résultats de la méthode proposée PBLs et la méthode GAC+MVG sont meilleurs que ceux du modèle GAC. Bien que, le GAC propose également des résultats acceptables, comme nous pouvons le voir sur la figure 5.15. La segmentation par PBLs fournit les meilleurs résultats en termes de performances moyennes et en termes de régularité, et également en terme d'écart type. Le modèle GAC+MVG ne manque pas aussi en terme de performances moyennes. Néanmoins, on remarque une grande variance. Notre analyse quant à ce comportement se focalise principalement sur les atténuations simulées sur quelques images qui peut être un facteur influant sur la variance. Cela renforce notre conclusion concernant la robustesse de l'approche proposée relativement à d'autres alternatives existantes.

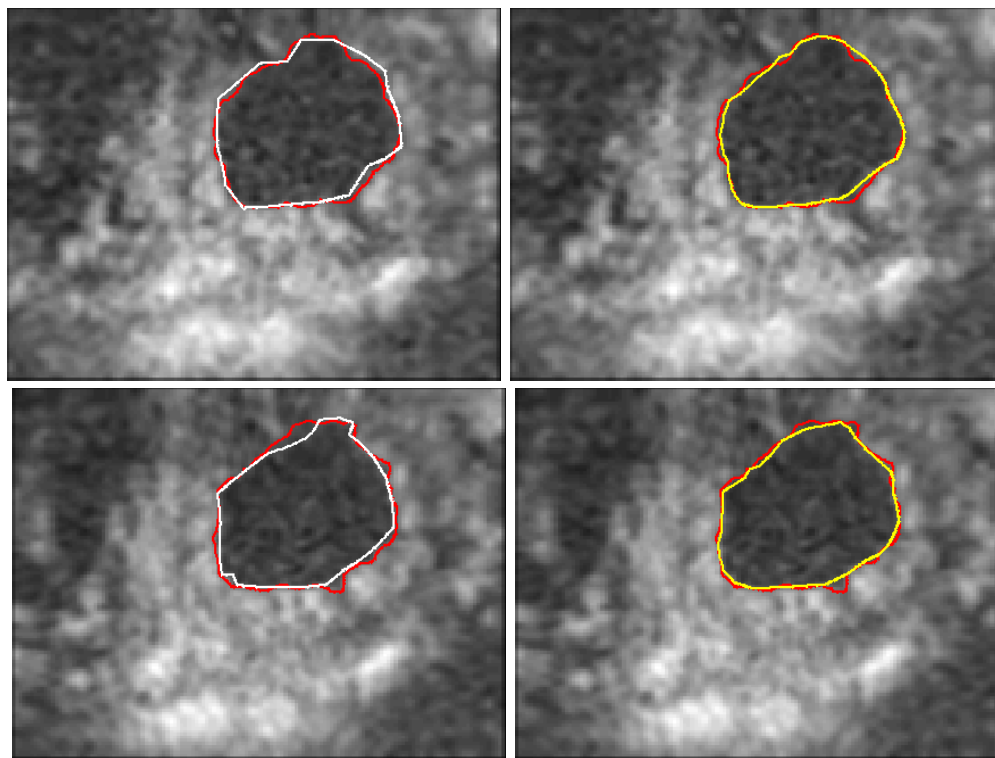
Par la suite, le terme GAC basé sur la phase locale a été renforcé par un terme basé sur les statistiques locales afin d'améliorer sa précision et de diminuer sa sensibilité aux minimas locaux (voir par exemple la figure 5.11). L'estimation locale des paramètres du terme région est nécessaire pour préserver la robustesse de l'algorithme à l'atténuation.



**FIGURE 5.20:** Boxplot de la distances DSC (%) entre les tracés manuels sur les 20 images. En haut les statistiques relatives au premier médecin en bas, les statistiques relatives au deuxième médecin.

Le paramètre qui définit la localité spatiale du modèle statistique et très important pour le processus de segmentation. Il peut être ajusté en fonction de l'inhomogénéité de l'image. Il est conseillé de ne pas fixer une valeur très faible de  $r$  pour éviter une variance élevée des paramètres estimés, ni une très grande valeur afin d'éviter un biais

élevé. Tout compte fait, ce paramètre doit être relativement petit et suffisamment grand.



**FIGURE 5.21:** Comparaison entre la segmentation automatique (rouge) et la segmentation manuelle des médecins. La colonne de gauche correspond aux tracés du premier médecin (blanc), et celle de droite aux tracés du deuxième médecin (jaune).

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode de segmentation basée sur une approche de phase locale. Un modèle basé sur les statistiques locales a été rajouté à notre méthode pour faire face au problème des maximums locaux. Ce modèle est implémenté en utilisant les techniques des ensembles de niveaux.

La performance de notre approche a été mise en évidence sur des images B-mode et des images synthétiques. Les résultats quantitatifs, obtenus par une comparaison aux tracés manuels, permettent d'affirmer qu'ils sont adéquats par rapport à l'état de l'art. Les résultats obtenus sur les images de synthèse ont montré que notre approche est plus performante que les méthodes classiques basées sur le gradient ou sur les statistiques

globales. L'intérêt de notre modèle devient évident quand on analyse des images ayant des atténuations, mais aussi des images de faible contraste.

## 6

# Conclusion générale

Ce travail de recherche s'inscrit dans un cadre de segmentation des images ultrasonores. Nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux techniques des ensembles de niveaux pour la segmentation du ventricule gauche. Pour appréhender ce problème, nous avons choisi une approche qui répond aux caractéristiques des images ultrasonores. Nous avons ainsi pu mettre en évidence l'importance de l'information de phase locale pour faire face aux caractéristiques particulières des ultrasons. Une approche de segmentation basée sur l'information de phase locale et les statistiques locales a donc été développée. Une étape de validation a été élaborée par des tests sur des images de simulation et des images réelles par une comparaison avec des tracés manuels. Pour ce faire, nous avons utilisé une base de données composée de contours délimités manuellement et indépendamment par deux médecins. Ceci a permis la mesure de la variabilité inter et intra-observateur. Ainsi, au total nous avons récolté 200 segmentations manuelles sur des images échocardiographiques bidimensionnelles.

Les résultats obtenus par notre approche comparés aux méthodes classiques basées sur le gradient ou les statistiques globales sont encourageants. Les résultats quantitatifs, effectués par une comparaison aux tracés manuels, permettent d'affirmer qu'ils sont adéquats par rapport à l'état de l'art. Les résultats obtenus sur les images de synthèse ont montré que notre approche est plus performante que les méthodes classiques basées sur le gradient ou sur les statistiques globales. L'intérêt de cette approche devient évident quand on analyse des images ayant des atténuations, mais aussi des images de faible contraste.

Ce document présente un travail bibliographique important pour évaluer la position des méthodes de segmentation. Ces méthodes ont été classées par les contraintes intégrées dans le processus de segmentation. L'accent a été plus particulièrement mis sur les modèles variationnels. Ce document présente également :

- Une étude sur l'information de phase locale et sur les filtres en quadratures représentés par le signal monogénique. Le noyau de filtre de Cauchy (dérivée de Poisson) à été retenu pour l'utilisation.
- Une méthode de segmentation intégrant la phase et l'orientation locale dans un processus d'ensemble de niveaux. Un détecteur de contours basé sur l'information de phase a été représenté par la mesure Feature Asymmetry Monogénique. Cette dernière est intégrée dans le modèle de contours actifs géodésiques.
- Un modèle de segmentation intégrant des statistiques basé sur l'estimation locale au sens du Maximum de Vraisemblance.

## Perspectives

Un algorithme de segmentation des images ultrasonores basé sur l'information de phase locale a été proposé. L'objectif initial de la thèse est donc atteint. Loin d'être un aboutissement, ce travail de recherche ouvre la voie à de très nombreuses perspectives.

La quantité d'information présente sur les images ultrasonores rend celles-ci très difficile à interpréter. En effet, en présence de grandes zones d'ombre acoustique, cette méthode échoue. Il faut donc penser à intégrer des *a priori* de formes pour pouvoir interpréter les images difficiles.

Afin de démontrer sa réelle utilité, la méthode évoquée doit être utilisée en routine. Dans l'optique d'interpréter rapidement les données, l'opérateur doit intervenir le moins possible pour la manipulation de la méthode. Cependant, la méthode présentée possède un nombre important de paramètres à établir, ce qui est assurément accablant pour l'opérateur. A cette fin, l'automatisation du paramétrage est indispensable pour tout type d'image. Cette tâche est ardue car certains paramètres dépendent fortement du type de l'image.

De nouvelles théories liées au signal monogénique ont été développées ces dernières années. Nous faisons référence au signal monogénique conforme [164, 169] et à la transformée de Hilbert d'ordre supérieur [148]. La transformée de Hilbert du second ordre

---

et utilisée sur des signaux supposés i2D (intrinsèquement 2D). Elle permet à la fois la détection de lignes et bords et la détection des coins. Le signal monogénique conforme quant à lui permet le calcul de la courbure et les propriétés locales (phase, orientation et amplitude). Cette courbure conforme permet la détection des contours. Elle a été comparée aux détecteurs classiques comme le détecteur de Sobel. Elle donne des résultats performants et très encourageants, et est très efficace sur des images ayant des atténuations. L'application de ces théories sur les images ultrasonores est un domaine que nous venons juste de commencer à explorer. Les résultats préliminaires obtenus nous laissent croire que c'est une voie prometteuse qu'il faut approfondir.

### Publications

- Ahror Belaid, Djamal Boukerroui, Yves Maingourd, Jean-François Lerallut : Phase-Based Level Set Segmentation of Ultrasound Images. IEEE Trans. Info. Tech. Biomed., 15(1), 2011, 138-147
- Ahror Belaid, Djamal Boukerroui, Yves Maingourd, Jean-François Lerallut : Implicit active contours for ultrasound images segmentation driven by phase information and local maximum likelihood. IEEE Int. Symp. Biome. Imaging, Chicago Illinois, USA, 2011, 630-635
- A. Belaid, D. Boukerroui, Y. Maingourd, J-F Lerallut. Phase based level set segmentation of ultrasound images : 9th IEEE Int. conf. Info. Tech. Appl. in Biomed., Larnaca, Cyprus, 2009

## Annexe A

# Minimisation de la fonctionnelle du modèle MV local

Pour calculer le gradient de la fonction (5.32), nous utiliserons la dérivée de Gâteaux. Pour une direction  $\psi$  et une variation  $\tau$  donnée on obtient :

$$\left. \frac{\partial}{\partial \tau} F(\phi + \tau\psi; \mathbf{x}) \right|_{\tau=0} = \int_{\Omega} \delta(\phi(\mathbf{y})) \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) \times F_{LML}(\phi; \mathbf{y}; \mathbf{x}) \psi(\mathbf{y}) d\mathbf{y} , \quad (\text{A.1})$$

avec  $F_{LML}(\cdot)$  l'équation d'Euler-Lagrange associée à  $F(\cdot)$  dont l'expression est donnée par (5.38). Par ailleurs, en partant de l'énergie  $\mathcal{E}_{RL}(\phi)$  donnée en (5.36)

$$\mathcal{E}_{RL}(\phi) = \int_{\Omega} \delta(\phi(\mathbf{x})) F(\phi; \mathbf{x}) d\mathbf{x} ,$$

on aura ainsi

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial \tau} \mathcal{E}_{RL}(\phi + \tau\psi) \right|_{\tau=0} &= d\mathcal{E}_{RL}(\phi, \psi) = \frac{\partial}{\partial \tau} \left\{ \int_{\Omega} \delta(\phi(\mathbf{x}) + \tau\psi(\mathbf{x})) \right. \\ &\quad \left. \times F(\phi + \tau\psi; \mathbf{x}) d\mathbf{x} \right\} \Big|_{\tau=0} \\ &= \int_{\Omega} \delta'(\phi(\mathbf{x})) \psi(\mathbf{x}) F(\phi; \mathbf{x}) d\mathbf{x} \\ &\quad + \int_{\Omega} \delta(\phi(\mathbf{x})) dF(\phi, \psi; \mathbf{x}) d\mathbf{x} , \end{aligned}$$

où  $dF(\phi, \psi; \mathbf{x})$  représente la dérivée directionnelle de  $F(\phi; \mathbf{x})$ , voir l'équation (A.1) et  $\delta'(\phi)$  représente la dérivée de  $\delta(\phi)$ . Ce terme est égale à zéro sur l'ensemble de niveau

zéro, il n'affecte donc pas le mouvement de la courbe, voir [96]. L'équation de  $d\mathcal{E}_{RL}(\phi, \psi)$  devient :

$$d\mathcal{E}_{RL}(\phi, \psi) = \int_{\Omega} \delta(\phi(\mathbf{x})) \times \left\{ \int_{\Omega} \delta(\phi(\mathbf{y})) \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) F_{LML}(\phi; \mathbf{y}; \mathbf{x}) \psi(\mathbf{y}) d\mathbf{y} \right\} d\mathbf{x} .$$

En déplaçant l'intégrale sur  $\mathbf{y}$  à l'extérieur de l'intégrale sur  $\mathbf{x}$  on obtient :

$$d\mathcal{E}_{RL}(\phi, \psi) = \int_{\Omega} \int_{\Omega} \delta(\phi(\mathbf{x})) \delta(\phi(\mathbf{y})) \times \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) F_{LML}(\phi; \mathbf{y}; \mathbf{x}) \psi(\mathbf{y}) d\mathbf{x} d\mathbf{y} .$$

À partir de cette équation, on détermine l'équation d'évolution liée à l'énergie (5.36) :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau}(\mathbf{x}) = \delta(\phi(\mathbf{x})) \int_{\Omega} \delta(\phi(\mathbf{y})) \mathcal{B}(\mathbf{y}; \mathbf{x}) F_{LML}(\phi; \mathbf{y}; \mathbf{x}) d\mathbf{y} .$$

# Bibliographie

- [1] P. Acar. Apports et limites de l'échocardiographie tridimensionnelle dans les cardiopathies congénitales. *Archives de Pédiatrie*, 13(1) :51–56, Jan. 2006.
- [2] M. Alemán-Flores, L. Álvarez-León, and V. Caselles. Texture-oriented anisotropic filtering and geodesic active contours in breast tumor ultrasound segmentation. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 28(1) :81–97, 2007.
- [3] M. Alessandrini, T. Dietenbeck, D. Barbosa, Jan D'Hooge, O. Basset, N. Speciale, D. Friboulet, and O. Bernard. Segmentation of the full myocardium in echocardiography using constrained level-sets. In *Comput. Cardiol.*, Belfast, Northern Ireland, United Kingdom, Sept. 2010.
- [4] R. Ali, M. J. Gooding, M. Christlieb, and J. M. Brady. Phase-based segmentation of cells with brightfield microscopy. In *IEEE Symposium on Biomedical Imaging*, pages 57–60, 2007.
- [5] J. An, M. Rousson, and C. Xu. Gamma-convergence approximation to piecewise smooth medical image segmentation. In *MICCAI*, volume 2, pages 495–502, 2007.
- [6] E. D. Angelini, A. F. Laine, S. Takuma, J. W. Holmes, and S. Homma. LV volume quantification via spatiotemporal analysis of real-time 3-D echocardiography. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 20(6) :457–469, June 2001.
- [7] J. Anquez, E.D. Angelini, and I. Bloch. Segmentation of fetal 3D ultrasound based on statistical prior and deformable model. In *IEEE Int. Symp. Biome. Imaging*, pages 17–20, Paris, May 2008.
- [8] E. A. Ashton and K. J. Parker. Multiple resolution bayesian segmentation of ultrasound images. *Ultrason. Imag.*, 17(4) :291–304, 1995.

- [9] G. Aubert, M. Barlaud, O. Faugeras, and S. Jehan-Besson. Image segmentation using active contours : Calculus of variations or shape gradients? *SIAM J. Appl. Math.*, 63(6) :2128–2154, 2003.
- [10] G. Aubert and P. Kornprobst. *Mathematical Problems in Image Processing*. Springer-Verlag, 2002.
- [11] J-F. Aujol. Utilisation de méthodes variationnelles en traitement d’image. Habilitation à diriger des recherches, Ecole Normale Supérieure de Cachan, Mai 2009.
- [12] N. Ayache, P. Cinquin, I. Cohen, L. Cohen, F. Leitner, and O. Monga. Segmentation of complex three-dimensional medical objects : a challenge and a requirement for computed asisted surgery planning and performance. *Computer-integrated surgery : technology and clinical applications*, pages 59–74, 1996.
- [13] A. Belaid, D. Boukerroui, Y. Maingourd, and J-F. Lerallut. Phase based level set segmentation of ultrasound images. In *proc. of 9th IEEE Int. conf. Info. Tech. Appl. in Biomed.*, Larnaca, Cyprus, Nov. 2009.
- [14] A. Belaid, D. Boukerroui, Y. Maingourd, and J-F. Lerallut. Implicit active contours for ultrasound images segmentation driven by phase information and local maximum likelihood. In *IEEE Int. Symp. Biome. Imaging*, pages 630–635, Chicago Illinois, USA, Apr. 2011.
- [15] A. Belaid, D. Boukerroui, Y. Maingourd, and J-F. Lerallut. Phase based level set segmentation of ultrasound images. *IEEE Trans. Info. Tech. Biomed.*, 15(1) :138–147, 2011.
- [16] T. Binder. Three-dimensional echocardiography : Principles and promises. *Journal of Clinical and Basic Cardiology*, 5(2) :149–152, 2002.
- [17] T. Bülow and G. Sommer. Hypercomplex signals : A novel extension of the analytic signal to the multidimensional case. *IEEE Trans. Signal Process.*, 49(11) :2844–2852, 2001.
- [18] J.G. Bosch, S.C. Mitchell, B.P. Lelieveldt, F. Nijland, O. Kamp, M. Sonka, and J.H. Reiber. Automatic segmentation of echocardiographic sequences by active appearance motion models. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 21(11) :1374–1383, 2002.

- [19] A. Bosnjak. *segmentation et modélisation dynamiques : application à la reconstruction 3D d'images échocardiographiques*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne, 2003.
- [20] D. Boukerroui. *Segmentation Bayésienne d'images par une approche markovienne multirésolution. Application à l'imagerie échocardiographique et échographique 2D et 3D du sein*. PhD thesis, Institut National des sciences appliquées de Lyon, 2000.
- [21] D. Boukerroui, A. Baskurt, J. A. Noble, and O. Basset. Segmentation of ultrasound images : multiresolution 2D and 3D algorithm based on global and local statistics. *Pattern Recogn. Lett.*, 24(4-5) :779–790, 2003.
- [22] D. Boukerroui, J. A. Noble, and M. Brady. On the choice of band-pass quadrature filters. *J. Math. Imag. Vision*, 21(1) :53–80, 2004.
- [23] D. Boukerroui, J. A. Noble, and M. Brady. *Frontiers in Robotics Research*, chapter On the Selection of Band-Pass Quadrature Filters, pages 67–111. Nova Publishers, Max A. Denket edition, 2006.
- [24] D. Boukerroui, J. A. Noble, M. C. Robini, and J.M. Brady. Enhancement of contrast regions in sub-optimal ultrasound images with application to echocardiography. *Ultrasound Med. Biol.*, 27(12) :1583–1594, 2001.
- [25] Y. Boykov and V. Kolmogorov. An experimental comparison of min-cut/max-flow algorithms for energy minimization in vision. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 26(9) :1124–1137, 2004.
- [26] T. Brox and D. Cremers. On local region models and a statistical interpretation of the piecewise smooth mumford-shah functional. *Int. J. Comp. Vision*, 84(2) :184–193, 2009.
- [27] E. Brusseau, C.L. de Korte, F. Mastik, J. Schaar, and A.F.W. van der Steen. Fully automatic luminal contour segmentation in intracoronary ultrasound imaging-a statistical approach. *IEEE Trans. Med. Imaging*, 23(5) :554–566, 2004.
- [28] Christoph B. Burckhardt. Speckle in ultrasound B-mode scans. *IEEE Transaction on Sonics and Ultrasonics*, 25(1), Jan. 1978.

- [29] V. Boulet C. Chesnaud, P. Refregier. Statistical region snake-based segmentation adapted to different physical noise models. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 21(11) :1145–1157, 1999.
- [30] J. Canny. A computational approach to edge detection. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 8(6) :679–698, 1986.
- [31] V. Caselles, F. Catte, T. Coll, and F. Dibos. A geometric model for active contours. *Numer. Math.*, 66(1) :1–31, 1993.
- [32] V. Caselles, R. Kimmel, and G. Sapiro. Geodesic active contours. *Int. J. Comp. Vision*, 22(1) :61–79, 1997.
- [33] A. Chakraborty, L.H. Staib, and J.S. Duncan. Deformable boundary finding in medical images by integrating gradient and region information. *IEEE Trans. Med. Imaging*, 15(6) :859–870, 1996.
- [34] V. Chalana, D. T. Linker, D. R. Haynor, and Y. Kim. A multiple active contour model for cardiac boundary detection on echocardiographic sequences. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 15(3) :290–298, June 1996.
- [35] T. F. Chan and L. A. Vese. Active contours without edges. *IEEE Trans. Image Process.*, 10(2) :266–277, 2001.
- [36] J Cocquerez and S Philipp. *Analyse d’images : filtrage et segmentation*. Masson, 1996.
- [37] B. Cohen and I. Dinstein. New maximum likelihood motion estimation schemes for noisy ultrasound images. *Pattern Recognit.*, 35(2) :455–463, 2002.
- [38] L. D. Cohen, E. Bardinet, and N. Ayache. Surface reconstruction using active contour models. In *SPIE Conference on Geometric Methods in Computer Vision*, San Diego, 1993.
- [39] S. M. Cohen, B. Messing, D. V. Valsky, and S. Yagel. Three-dimensional and four-dimensional ultrasound applications in fetal medicine. *Current Opinion in Obstetrics and Gynecology*, 21(2) :167–174, 2009.

- [40] D. Comaniciu and P. Meer. *Advanced algorithmic approaches to medical image segmentation*, chapter Cell image segmentation for diagnostic pathology, pages 541 – 558. Springer-Verlag, New York, USA, 2002.
- [41] T. F. Cootes, C. J. Taylor, D. H. Cooper, and J. Graham. Active shape models - their training and application. *Comput. Vision and Image Understanding*, 61(1) :38–59, 1995.
- [42] R. M. Corless, G. H. Gonnet, D. E. G. Hare, D. J. Jeffrey, and D. E. Knuth. On the lambert W function. In *Advances in computational mathematics*, pages 329–359, 1996.
- [43] M. Correale, R. Ieva, V. Manuppelli, A. Rinaldi, and M. Di Biase. Controversies in echocardiography : 2D vs 3D vs 4D. *Minerva Cardioangiologica*, 57(4) :443–455, 2009.
- [44] D. Cremers, M. Rousson, and R. Deriche. A review of statistical approaches to level set segmentation : Integrating color, texture, motion and shape. *Int. J. Comp. Vision*, 72(2) :195–215, 2007.
- [45] F. Davignon, J.-F Deprez, and O. Basset. A parametric imaging approach for the segmentation of ultrasound data. *Ultrasonics*, 43(10) :789–801, 2005.
- [46] A. Dckelmann and K. Kalache. Three-dimensional ultrasound in evaluating the fetus. *Prenatal Diagnosis*, 30(7) :631–638, 2010.
- [47] R. Deriche. Fast algorithms for low-level vision. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 12(1) :78–87, 1990.
- [48] F. Destrempes, J. Meunier, M.-F. Giroux, G. Soulez, and G. Cloutier. Segmentation in ultrasonic b-mode images of healthy carotid arteries using mixtures of nakagami distributions and stochastic optimization. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 28(22) :215–229, 2009.
- [49] K. Drukker, Vyborny M. A. Giger, M. L., and E. B. Mendelson. Computerized detection and classification of cancer on breast ultrasound. *Acad. Radiol.*, 11(5) :526–535, 2004.

- [50] V. A. Dumane and P. M. Shankare. Use of frequency diversity and nakagami statistics in ultrasonic tissue characterization. *IEEE Trans. Ultra. Fer. Freq. Control*, 48(4) :1139–1146, 2001.
- [51] V. Dutt. *Statistical analysis of ultrasound echo envelope*. PhD thesis, Mayo Graduate School, 1995.
- [52] V. Dutt and J. F. Greenleaf. Ultrasound echo envelope analysis using a homodyned K-distribution signal model. *Ultrason. Imag.*, 16(4) :265–287, October 1994.
- [53] V. Dutt and J. F. Greenleaf. Speckle analysis using signal to noise ratios based on fractional order moments. *Ultrason. Imag.*, 17(4) :251–268, 1995.
- [54] V. Dutt and J. F. Greenleaf. Statistics of the log-compressed echo envelope. *J. Acous. Soc. Am.*, 99(6) :3817–3825, June 1996.
- [55] T. Eltoft. The rician inverse gaussian distribution : A new model for non-rayleigh signal amplitude statistics. *IEEE Trans. Image Process.*, 14(11) :1722–1735, November 2005.
- [56] T. Eltoft. Modeling the amplitude statistics of ultrasonic images. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 25(2) :1722–1735, February 2006.
- [57] M. Felsberg and G. Sommer. The multidimensional isotropic generalization of quadrature filters in geometric algebra. In Springer, editor, *Proceedings of Int. Workshop Algebraic Frames Perception-Action Cycle, volume of Lecture Notes in Computer Science*, volume 1888, pages 175–185, 2000.
- [58] M. Felsberg and G. Sommer. A new extension of linear signal processing for estimating local properties and detecting features. In *In 22. DAGM Symposium Mustererkennung*, pages 195–202, 2000.
- [59] M. Felsberg and G. Sommer. The monogenic signal. *IEEE Trans. Signal Process.*, 49(49) :3136–3144, 2001.
- [60] M. Felsberg and G. Sommer. The monogenic scale-space : A unifying approach to phase-based image processing in scale-space. *J. Math. Imag. Vision*, 21(1) :5–26, 2004.

- [61] A. Fenster and D.B. Downey. 3-D ultrasound imaging : a review. *IEEE Trans. Eng. Med. Biol.*, 15(6) :41–51, Nov. 1996.
- [62] A. Fenster, D.B. Downey, and H. N. Cardinal. Three-dimensional ultrasound imaging. *Phys. Med. Biol.*, 46(5) :67–99, Nov. 2001.
- [63] David J. Fleet. *Measurement of Image Velocity*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, USA, 1992.
- [64] D. Gabor. Theory of communication. *J. Inst. Elec. Eng.*, 93(26) :429–457, 1946.
- [65] D. Geman and S. Geman. Stochastic relaxation, gibbs distributions and the bayesian restoration of images. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 6(6) :721–741, 1984.
- [66] M. J Gooding, S. Kennedy, and J.A. Noble. Volume segmentation and reconstruction from freehand three-dimensional ultrasound data with application to ovarian follicle measurement. *Ultrasound Med. Biol.*, 34(2) :183–195, 2008.
- [67] J.W. Goodman. *Topics in Applied Physics*, chapter Statistical properties of laser speckle patterns, pages 9–75. Springer, 1975.
- [68] J.W. Goodman. Some fundamental properties of speckle. *J. Opt. Soc. Am.*, 66(11) :1145–1150, 1976.
- [69] M.W. Graham, J.D. Gibbs, D.C. Cornish, and W.E. Higgins. Robust 3-D airway tree segmentation for image-guided peripheral bronchoscopy. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 29(4) :982–997, 2010.
- [70] G.H. Granlund and H. Knutsson. *Signal Processing for Computer Vision*. Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [71] V. Grau, H. Becher, and J. A. Noble. Registration of multiview real-time 3-D echocardiographic sequences. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 26(9) :1154–65, 2007.
- [72] S. Greg, U. Gozde, W. Micheal, F. Tong, and R. Bimba. Statistical region-based segmentation of ultrasound images. *Ultrasound Med. Biol.*, 35(5) :781–795, 2009.

- [73] E. Grimson, G. Ettinger, T. Kapur, M. Leventon, W. Wells, and R. Kikinis. Utilizing segmented MRI data in image-guided surgery. *International Journal Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 11(8) :1367–1397, 1997.
- [74] I. Hacihaliloglu, R. Abugharbieh, A. Hodgson, and R. Rohling. Bone segmentation and fracture detection in ultrasound using 3D local phase features. In *MICCAI*, pages 287–295, Berlin, Heidelberg, 2008. Springer-Verlag.
- [75] S. L. Hahn. Multidimensional complex signals with single-orthant spectra. *Proceedings of The IEEE*, 80(8) :1287–1300, 1992.
- [76] R. M. Haralick. Digital step edges from zero crossing of second directional derivatives. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 6(1) :58–68, 1984.
- [77] R. M. Haralick, K. Shanmugam, and I. Dinstein. Textural features for image classification. *IEEE Trans. Syst., Man, and Cybernetics*, 3(6) :768–780, 1973.
- [78] T. Heimann and H-P. Meinzer. Statistical shape models for 3d medical image segmentation : A review. *Med. Image Anal.*, 13(4) :543–563, 2009.
- [79] C.L. Hoad and A.L. Martel. Segmentation of mr images for computer-assisted surgery of the lumbar spine. *Phys. Med. Biol.*, 19(47) :59–74, 2002.
- [80] D. H. Hubel and T. N. Wiesel. Receptive fields, binocular interaction and functional architecture in the cat’s striate cortex. *J. Physiol.*, 160(1) :106–154, 1962.
- [81] D. H. Hubel, T. N. Wiesel, and S. LeVay. Plasticity of ocular dominance columns in monkey striate cortex. *Philos. Trans. R. Soc.*, 278(961) :377–409, 1977.
- [82] J. Hung, R. Lang, F. Flachskampf, S. K. Shernan, M. L. McCulloch, D. B. Adams, J. Thomas, M. Vannan, and T. Ryan. 3D echocardiography : a review of the current status and future directions. *Journal of the American Society of Echocardiography*, 20(3) :213–233, Mar. 2007.
- [83] G. Jacob, J.A. Noble, C. Behrenbruch, A.D. Kelion, and A.P. Banning. shape-space-based approach to tracking myocardial borders and quantifying regional left-ventricular function applied in echocardiography. *IEEE Trans. Med. Imaging*, 21(3) :226–238, 2002.

- [84] E. Jakeman and P. N. Pusey. A model for non-rayleigh sea echo. *J. Phys. A.*, 13, 1980.
- [85] S.M. Jardim and M.A. Figueiredo. Segmentation of fetal ultrasound images. *Ultrasound Med. Biol.*, 31(2) :243–250, 2005.
- [86] S. Jehan-Besson, M. Barlaud, and G. Aubert. Video object segmentation using eulerian region-based active contours. In *IEEE Int. Conf. Comput. Vis.*, Vancouver, 2001.
- [87] S. Jehan-Besson, M. Barlaud, and G. Aubert. DREAM<sup>2</sup>S : Deformable regions driven by an eulerian accurate minimization method for image and video segmentation. *Int. J. Comp. Vision*, 1(53) :45–70, 2003.
- [88] J.A. Jensen. Field : A program for simulating ultrasound systems. In *10th Nordic-Baltic Conf. on Biomedical Imag.*, volume 34, pages 351–353, 1996.
- [89] J.A. Jensen and N. B. Svendsen. Calculation of pressure fields from arbitrarily shaped, apodized, and excited ultrasound transducers. *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. Contr.*, 39 :262–267, 1992.
- [90] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos. Snakes : active contour models. *Int. J. Comp. Vision*, 1(4) :321–331, 1988.
- [91] V.S. Khoo, D.P. Dearnaley, D.J. Finngan, A. Padhani, S.F. Tanner, and M.O. Leach. Magnetic resonance imaging (MRI) : consideration and applications in radiotherapy treatment planning. *Radiother. Oncol.*, 1(42) :1–15, 1997.
- [92] R. Kimmel and A. M. Bruckstein. Regularized laplacian zero crossings as optimal edge integrators. *Int. J. Comp. Vision*, 53 :225–243, 2003.
- [93] H. Knutsson. *Filtering and Reconstruction in Image Processing*. PhD thesis, Linköping University, Sweden, 1982.
- [94] P. Kovesi. *Invariant measures of image features from phase information*. PhD thesis, University of Western Australia, 1996.
- [95] Raquel Dosil Lago. *Data driven synthesis of composite-feature detectors for 3D image analysis*. PhD thesis, Universidade de Santiago de Compostela, 2005.

- [96] S. Lankton and A. Tannenbaum. Localizing region-based active contours. *IEEE Trans. Image Process.*, 17(11) :2029–2039, 2008.
- [97] G. L  th  n, J. Jonasson, and M. Borga. Phase based level set segmentation of blood vessels. In *Proc. of 19th ICPR*, pages 1–4, Tampa, FL, USA, Dec. 2008. IAPR.
- [98] Y. G. Leclerc. Constructing simple stable descriptions for image partitioning. 3(1) :73–102, 1989.
- [99] K. V. Leemput, F. Maes, D. Vandermeulen, and P. Suetens. A unifying framework for partial volume segmentation of brain mr images. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 1(22) :105–119, 2003.
- [100] M.E. Leventon, W.E.L. Grimson, and O. D. Faugeras. Statistical shape influence in geodesic active contours. In *Proc. of IEEE Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit. (CVPR)*, pages 1316–1323, Hilton Head, SC, USA, 2000.
- [101] C. Li. Active contours with local binary fitting energy. *Presented at the IMA Workshop on New Mathematics and Algorithms for 3D Image Analysis*, Jan. 2006.
- [102] C. Li, C. Kao, J. Gore, and Z. Ding. Implicit active contours driven by local binary fitting energy. In *Proc. of IEEE Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit. (CVPR)*, pages 1–7, Washington, DC, USA, 2007. IEEE Computer Society.
- [103] C. Li, C. Kao, J. Gore, and Z. Ding. Minimization of region-scalable fitting energy for image segmentation. *IEEE Trans. Image Process.*, 17(10) :1940–1949, 2008.
- [104] N. Lin, W. Yu, and J. S. Duncan. Combinative multi-scale level set framework for echocardiographic image segmentation. *Medical Image Analysis*, 7 :529–537, 2003.
- [105] R. Malladi, J. Sethian, and B. Vermuri. Shape modeling with front propagation : a level set approach. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 17(2) :158–175, 1995.
- [106] D. Marr and E. Hildreth. Theory of edge detection. In *Proc of the Royal Society London B*, 207, pages 187–21, 1980.

- [107] M. Martin-Fernandez and C. Alberola-Lopez. An approach for contour detection of human kidneys from ultrasound images using markov random fields and active contours. *Med. Image Anal.*, 9(1) :21–23, 2005.
- [108] O. Michailovich and D. Adam. Robust estimation of ultrasound pulses using outlier-resistant denoising. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 22(3) :368–381, Mar. 2003.
- [109] M. Mignotte, C. Collet, P. Pérez, and P. Bouthemy. Three-class markovian segmentation of high-resolution sonar images. *CVIU*, 76(3) :191–204, 1999.
- [110] I. Mikic, S. Krucinski, and J. D. Thomas. Segmentation and tracking in echocardiographic sequences : Active contours guided by optical flow estimates. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 17(2) :274–284, 1998.
- [111] E. C. Molthen, V. M. Narayanan, P. M. Shankar, J. M. Reid, V. Genis, and L. Vergara-Drominguez. Ultrasound echo evaluation by k-distribution. In *Proc. IEEE Ultrasonics Symposium*, pages 957–960, Baltimore, Oct. 31 - Nov. 3 1993.
- [112] M. C. Morrone and D. C. Burr. Feature detection in human vision : A phase-dependent energy model. In *Proc. R. Soc.Lond*, B 235, pages 221–245, 1988.
- [113] M. C. Morrone and R. A. Owens. Feature detection from local energy. *Pattern Recogn. Lett.*, 6(5) :303–313, 1987.
- [114] M. Mulet-Parada and J. A. Noble. 2D+T acoustic boundary detection in echocardiography. In *MICCAI*, pages 806–813, London, UK, 1998. Springer-Verlag.
- [115] M. Mulet-Parada and J. A. Noble. 2D+T acoustic boundary detection in echocardiography. *Med. Image Anal.*, 4(1) :21 – 30, 2000.
- [116] D. Mumford and J. Shah. Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problem. *Commun. Pure Appl. Math.*, 42(5) :577–685, 1989.
- [117] T. R. Nelson. Three-dimensional ultrasound imaging. In *Proceedings of Ultrasound Industry Association Annual Meeting*, San Diego, Mar. 2006.
- [118] J. A. Noble. Ultrasound image segmentation and tissue characterization. *Proc. IMechE, Part H : J. Eng. Med.*, 224(2) :307–316, 2010.

- [119] J. A. Noble and D. Boukerroui. Ultrasound image segmentation : A survey. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 25(8) :987–1010, 2006.
- [120] A.V. Oppenheim and J.S. Lim. The importance of phase in signals. In *Proceedings of the IEEE*, volume 69, pages 529–541, 1981.
- [121] S. Osher and J.A. Sethian. Fronts propagating with curvature dependent speed : Algorithms based on hamilton-jacobi formulations. *Journal of Computational Physics*, 79(1) :12–49, 1988.
- [122] F. Ossant, F. Patat, M. Lebertre, M.-L. Terrierooiterai, and L. pourcelot. Effective density estimators based on the k distribution : Interest of low and fractional order moments. *Ultrason. Imag.*, 20(4) :243–259, 1998.
- [123] R. Owens, S. Venkatesh, and J. Ross. Edge detection is a projection. *Pattern Recognition Letters*, 9(4) :233–244, 1989.
- [124] M. Papadogiorgaki, V. Mezaris, Y. S. Chatzizisis, G. D. Giannoglou, and I Kompatsiaris. Image analysis techniques for automated ivus contour detection. *Ultrasound Med. Biol.*, 34(9) :1482–1498, 2008.
- [125] T. N. Pappas. An adaptive clustering algorithm for image segmentation. 40(4) :901–914, 1992.
- [126] N. Paragios and R. Deriche. Geodesic active regions for texture segmentation. Research report 3440, INRIA, France, 1998.
- [127] N. Paragios, M-P. Jolly, M. Taron, and R. Ramaraj. Active shape models & segmentation of the left ventricle in echocardiography. In *Int. Conf. Scale Space Theories and PDEs methods in Computer Vision*, volume 3459 of *ser. Lect. Note Comput. Sci*, pages 131–142, 2005.
- [128] P. Perona and J. Malik. Detecting and localizing edges composed of steps, peaks and roofs. In *IEEE Int. Conf. Comput. Vis.*, pages 52–57, 1990.
- [129] P. Perona and J. Malik. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 12 :629–639, July 1990.

- [130] J. Piovano, M. Rousson, and T. Papadopoulos. Efficient segmentation of piecewise smooth images. In *SSVM*, pages 709–720, 2007.
- [131] R. W. Prager, U. Z. Ijaz, A. H. Gee, and G. M. Treece. Three-dimensional ultrasound imaging. *Proc. IMechE, Part H : J. Eng. Med.*, 224(2) :193–223, 2010.
- [132] C. N. Purandar. 3D - 4D ultrasound in obstetrics and gynecology. *J. Obstet. Gynecol. India*, 56(1) :22–24, 2006.
- [133] B. Robert. *Écographie tridimensionnelle*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Télécommunications, 1999.
- [134] R. Ronfard. Region-based strategies for active contour models. *Int. J. Comp. Vision*, 13(2) :229–251, 1996.
- [135] C. Ronse. A twofold model of edge and feature detection. Working Document WD65, Philips Research Laboratory, Sep. 1990.
- [136] M. Rousson and R. Deriche. A variational framework for active and adaptive segmentation of vector valued images. Technical Report RR 4515, INRIA, July 2002.
- [137] R. San Jose Estepar. *Local Structure Tensor for Multidimensional Signal Processing. Applications to Medical Image Analysis*. PhD thesis, University of Valladolid, Spain, 2005.
- [138] A. Sarti, C. Corsi, E. Mazzini, and C. Lamberti. Maximum likelihood segmentation of ultrasound images with rayleigh distribution. *IEEE Trans. Ultra. Fer. Freq. Control*, 52(6) :947–960, June 2005.
- [139] A. Sedlazeck. *Local Feature Detection by Higher Order Riesz Transforms on Images*. PhD thesis, Christian-Albrechts-Universität zu Kiel, 2008.
- [140] J. A. Sethian, editor. *Curvature and the evolution of fronts*, 101. Commun. in Math. Physic, 1985.
- [141] J. A. Sethian. Level set methods : Evolving interfaces in geometry, fluid mechanics, computer vision and material science. *Cambridge University Press*, 1996.

- [142] P. M. Shankar. A model for ultrasonic scattering from tissues based on the k distribution. *Phys. Med. Biol.*, 40(10) :1633–1649, 1995.
- [143] P. M. Shankar. Ultrasonic tissue characterization using a generalized nakagami mode. *IEEE Trans. Ultra. Fer. Freq. Control*, 48(6) :1716–1720, Nov. 2001.
- [144] P. M. Shankar, V. A. Dumane, T. G., C. W. Piccoli, J. M. Reid, F. F., and B. B. Goldberg. Classification of breast masses in ultrasonic b scans using nakagami and k distributions. *Phys. Med. Biol.*, 48(14) :2229–2240, 2003.
- [145] P. M. Shankar, J. M. Reid, H. Ortega, C. W. Piccoli, and B. B. Goldberg. Use of non-Rayleigh statistics for the identification of tumors in ultrasonic B-scans of the breast. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 12(4) :687–692, December 1993.
- [146] P. Mohana Shankar. A general statistical model for ultrasonic backscattering from tissues. *IEEE Trans. Ultra. Fer. Freq. Control*, 47(3) :727–737, 2000.
- [147] O. Shen, , and S. Yagel. The added value of 3D/4D ultrasound imaging in fetal cardiology : Has the promise been fulfilled? *Ultrasound in obstetrics and gynecology*, 35(3) :260–262, 2010.
- [148] L. Wietzke G. Sommer. The 2D analytique signal. Technical report, Christian albrechts universitat zu kiel, 2008.
- [149] H. Stark. An extension of the hilbert transform product theorem. *Proceedings of the IEEE*, 59(9) :1359–1360, 1971.
- [150] E. Steen and B. Olstad. Scale-space and boundary detection in ultrasonic imaging using nonlinear signal-adaptive anisotropic diffusion. In *Proc. SPIE Medical Imaging : Image processing*, 1994.
- [151] J. Tan, D. J. Lim, G. Fitt, M. Wada, Joon M. Lim, A. Mercuri, M. Marr, M. Chao, and V. Khoo. The utility of multimodality imaging with CT and MRI in defining rectal tumour volumes for radiotherapy treatment planning : a pilot study. *J. Med. Imaging Radiat Oncol.*, 6(54) :562–568, Dec. 2010.
- [152] Z. Tao and H. Tagare. Tunneling descent level set segmentation of ultrasound images. In *IPMI*, pages 750–761, 2005.

- [153] Z. Tao and H. Tagare. Evaluation of four probability distribution models for speckle in clinical cardiac ultrasound images. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 25(11) :1483–1491, Nov. 2006.
- [154] C. Tauber. *Filtrage anisotrope robuste et segmentation pas B-spline snake : application aux images échographiques*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2005.
- [155] C. Tilmant, L. Sarry, Th. Corpetti, P. Motrefi, E. Geoffroy, J.-R. Lussion, E. Mémin, and J.-Y. Boire. Suivi d’objets pour l’analyse du mouvement en imagerie ultrasonore. In *Congrès Jeunes Chercheurs en Vision par Ordinateur (ORASIS’05)*, Fournols, France, May 2005.
- [156] P-H. Tsuia and C-C. Chang. Imaging local scatterer concentrations by the nakagami statistical model. *Ultrasound Med. Biol.*, 33(4) :608–619, 2007.
- [157] T.A. Tuthilla, R.H. Sperrya, and K.J. Parkera. Deviations from rayleigh statistics in ultrasonic speckle. *Ultrason. Imag.*, 10(2), Apr. 1988.
- [158] M. Unser, A. Aldroubi, and M. Eden. B-spline signal processing : Parti-theory, partii-efficient design and applications. *IEEE Trans. Signal Process.*, 41(2) :821–848, 1993.
- [159] M. Unser, D. Sage, and D. Van De Ville. Multiresolution monogenic signal analysis using the riesz-laplace wavelet transform. *IEEE Trans. Image Process.*, 18(11) :2402–2418, 2009.
- [160] S. Venkatesh and R. Owens. On the classification of image features. *Pattern Recognition Letters*, 11(5) :339–349, 1990.
- [161] Robert F. Wagner, Stephen W. Smith, John M. Sandrik, and Hector Lopez. Statistics of speckle in ultrasound B-scans. *IEEE Transaction on Sonics and Ultrasonics*, 30(3) :156–163, May 1983.
- [162] L. Wang, L. He, A. Mishra, and C. Li. Active contours driven by local gaussian distribution fitting energy. *Signal Process.*, 89 :2435–2447, Dec. 2009.

- [163] P. N. T. Wells. Current status and future technical advances of ultrasonic imaging. *IEEE Trans. Eng. Med. Biol.*, 19(5) :14–20, 2000.
- [164] L. Wietzke and G Sommer. The conformal monogenic signal. In *Proc. Pattern Recognition DAGM*, volume 5096, pages 527–536, 2008.
- [165] J. J. Wild and J. Reid. The use of ultrasonic pulses for the measurement of biologic tissues and the detection of tissue density changes. *SURGERY*, 27 :183–188, Feb. 1950.
- [166] C.S. Wiseman and E.M. Kiehl. Picture perfect : benefits and risk of fetal 3D ultrasound. *MCN, the American Journal of Maternal Child Nursing*, 32(2) :102–9, 2007.
- [167] G. F. Xiao, M. Brady, J. A. Noble, and Y. Y. Zhang. Segmentation of ultrasound B-mode images with intensity inhomogeneity correction. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 21(1) :48–57, Jan. 2002.
- [168] X. Ye, J. A. Noble, and D. Atkinson. 3D freehand echocardiography for automatic left ventricle reconstruction and analysis based on multiple acoustic windows. *IEEE Trans. Med. Imag.*, 21(9) :1051–1058, 2002.
- [169] D. Zang, L. Wietzke, C. Schmaltz, and G. Sommer. Dense optical flow estimation from the monogenic curvature tensor. In *SSVM*, pages 239–250, 2007.
- [170] W. Zhang, C. Li, J. A. Noble, and M. Brady. Spatio-temporal segmentation of left ventricle in real-time 3D echocardiographic images using phase information. In *Proc. Med. image Unders. and Anal.*, Aberystwyth, 2007.
- [171] S. C. Zhu and A. Yuille. Region competition : Unifying snakes, region growing, and bayes/MDL for multi-band image segmentation. *IPMI*, 18(9) :884–900, 1996.
- [172] Y. Zhu, X. Papademetris, A. J. Sinusas, and J. S. Duncan. A coupled deformable model for tracking myocardial borders from real-time echocardiography using an incompressibility constraint. *Med. Image Anal.*, 14(3), 2010.
- [173] A.P. Zijdenbos, B.M. Dawant, R.A. Margolin, and A.C. Palmer. Morphometric analysis of white matter lesions in mr images : method and validation. *IEEE Trans. Med. Imaging*, 13(4) :716–724, 1994.

