République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université Abderrahmane MIRA de Bejaia





Faculté de Technologie Département d'**Hydraulique** *Laboratoire de recherche en Hydraulique appliquée et Environnement (LRHAE)*

MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES

Présenté par :

Remila Sara

En vue de l'obtention du diplôme de MASTER en Hydraulique

Option : Ouvrages et Aménagements Hydrauliques

INTITULE :

MODELISATION ET SIMULATION DE LA STABILITE DES CORPS FLOTTANTS

Soutenu le 02 /07 /2020 devant le jury composé de :

- Président : Mr BERREKSI ALI
- Promoteur (s) : Mr SEGHIR ABDELGHANI

Mlle DAHMANI MASSICILIA

- Examinateur (s) : Mr IKNI TAHAR

Mr AMARA LYES

Dédicaces

A mes chers parents ; pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études.

A mes chers frères et sœur ; pour leur appui, leurs encouragements et leur soutien.

A la mémoire de mon grand père ; qui avait tant voulut me voir terminer mes études et devenir une femme indépendante.

A toute ma famille et mes amis ; pour leurs soutien tout au long de mon parcours universitaire.

Que ce travail soit la preuve et le fruit de votre bonne éducation, de vos vœux tant allégués, et de votre soutien infaillible.

A tous ceux que j'aime

Merci d'être toujours là pour moi

Sara

Remerciements

Je tiens à remercier le Dieu tout puissant pour le courage et la patience qu'il m'a conféré dans le but d'accomplir ce modeste travail.

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce au soutien et à l'aide précieuse de plusieurs personnes à qui je voudrais témoigner toute ma gratitude.

Je voudrais tout d'abords adresser toute ma reconnaissance à mon encadreur Mr.Seghir Abdelghani, pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, qui ont contribués à alimenter ma réflexion.

Je désire aussi remercier, toute l'équipe pédagogique de l'université de Bejaia, plus précisément, les enseignants du département d'Hydraulique sans exception, qui m'ont fourni les outils nécessaires à la réussite de mes études universitaire.

Mes remerciements vont également aux membres du Jury qui ont donné de leurs temps et qui sont venu de loin pour examiner et assister à la présentation de ce travail.

Je tiens à remercier spécialement ma co-encadrante Massicilia Dahmani, qui fut la première à me faire découvrir le sujet qui a guidé à mon mémoire, mais qui, par la suite est devenu une amie très cher, que j'admire.

Un grand merci à tous les doctorants du département d'Hydraulique, qui m'ont soutenu moralement et qui m'ont offert leur aide ; Sofiane Hamani ; Smail Kaced ; Fatiha Lebdiri ; Cheriffa Mezhoud.

Je remercie mes très chers parents, Smail et Fadila, qui ont toujours été là pour moi, même dans les moments où j'étais insupportable ; je remercie mes grands frères et ma petite sœur Tafsouth ; qui ont toujours cru en moi lorsque je doutais de ma réussite.

Je voudrais exprimer ma reconnaissance envers mes amis et collègues qui m'ont apportés leur soutien moral et intellectuel tout au long de ma démarche ; surtout ma meilleure amie Nedjma et sa sœur Manel que j'aime tant.

Enfin, je tiens à témoigner toute ma gratitude à toutes les personnes qui ont participées de loin ou de prés à ma réussite et à la finalisation de ce mémoire.

Liste des symboles

A : Amplitude [L]

a : Coefficient de proportionnalité entre la force et le déplacement

 a_n : Variable généralisée

b: Poids $[MLT^{-2}]$

C : Célérité $[LT^{-1}]$

d : Profondeur de l'eau [*L*]

 d_b : Profondeur à l'impacte [L]

E: Poussée verticale $[MLT^{-2}]$

 $e_1(t)$, $e_2(t)$, $e_3(t)$: Déplacement du piston [L]

f et f': la fraction

 F_a : Force extérieure appliquée sur la particule $a [MLT^{-2}L^{-1}]$

 F_{max} : Force verticale maximale $[MLT^{-2}L^{-1}]$

 F_x : Force Horizontale $[MLT^{-2}L^{-1}]$

 F_z : Force verticale $\left[[MLT^{-2}L^{-1}] \right]$

 f_1 : Fraction occupée par le volume d'air dans le conteneur

 f_2 : Fraction occupée par le volume d'eau dans le conteneur

 f_3 : Fraction occupée par le volume des murs dans le conteneur

 \vec{g} : L'accélération du champ de pesanteur en $[LT^{-2}]$

H: Hauteur des vagues [L]

 H_b : Hauteur à l'impacte [L]

h : Hauteur de lissage [*L*]

h _i: Hauteur immergé [L]

k: Le nombre d'onde $[L^{-1}]$

L : Longueur d'onde [*L*]

 m_b : Masse de la particule b[M]

 m_d : Masse du fluide déplacé [M]

 m_e : Masse de l'eau [M]

 m_f : Masse du fluide [M]

 m_m : Masse des murs [M]

n : Le vecteur unitaire normal extérieur au domaine

Liste des symboles et des abréviations

- P: Le poids du conteneur $[MLT^{-2}]$
- $\overrightarrow{P_A}$: La poussée d'Archimède [*MLT*⁻²]

 P_a, P_b : Pression des particules *a* et *b* respectivement $[ML^{-1}T^{-2}]$

 P_{atm} : La pression atmosphérique $[ML^{-1}T^{-2}]$

 P_n : Valeurs des polynômes aux nœuds de coordonnées x_i

p: La pression $[ML^{-1}T^{-2}]$

q : Distance non dimensionnelle entre les particules

- R^2 : Coefficient de corrélation
- r : Distance entre 2 particules données [L]

 S_0 : Course du piston

T: Période des vagues [T]

t: Le temps [T]

 U_n : Valeurs aux nœuds de la fonction

 U_x : Déplacement horizontale [L]

 U_z : Déplacement verticale [L]

u: vitesse suivant x [LT^{-1}]

 \vec{u} : Champ de vitesse $[LT^{-1}]$

V: Le volume $[L^3]$

v: vitesse suivant y $[LT^{-1}]$

 \vec{v} : Champ de vitesse $[LT^{-1}]$

 V_a : Volume de l'air $[L^3]$

 V_c : Volume du conteneur $[L^3]$

 V_d : Volume de l'eau déplace $[L^3]$

 V_e : Volume de l'eau $[L^3]$

 V_m : Volume des murs $[L^3]$

 v_a : Vitesse de la particule $a [LT^{-1}]$

 v_{ab} : Vitesse entre la particule *a* et la particule *b* $[LT^{-1}]$

W : Noyau de lissage

w : vitesse suivant z $[LT^{-1}]$

 \overline{X} : Amplitude [L]

 δ : Phase initiale entre '0 *et* 2π '

Liste des symboles et des abréviations

 ε : Courbure

 η : Élévation de la surface

 μ_a , μ_b : Viscosité dynamique des particules *a* et *b* respectivement [$ML^{-1}T^{-1}$]

 ρ : La masse volumique [*ML*⁻³]

 ρ_a : La masse volumique de l'air $[ML^{-3}]$

 ρ_b : Densité de la particule *b*

 ρ_{e} : La masse volumique de l'eau $[ML^{-3}]$

 $\rho_{\rm s}$: La masse volumique du solide $[ML^{-3}]$

 φ : Déphasage

 ϕ : Fonction scalaire

 $\phi(x,t)$: Fonction lisse

 ω : Fréquence angulaire $[T^{-1}]$

 $\Gamma: Contour$

 Δm_x : Variation de la masse suivant x

 Δm_y : Variation de la masse suivant y

 Δm_z : Variation de la masse suivant z

 $\boldsymbol{\Omega}: Domaine$

Liste des abréviations

AWS: Archimede Wave Swing

BOUY: Bouée

CCD : Caméra à dispositif à couplage

CIP : Profil d'interpolation contraint

EDP: Equations aux Dérivées Partielles

EMEC: Centre Européen d'Energie Marine

LIMPET: Land Installed Marine Powered Energy Transformer

MEF: Méthode des Eléments finis

MPS : Méthode des particules solide

MVF: Méthode des Volumes Finis

SEAREV: Système Electrique Autonome de Récupération de l'Energie des Vagues

SPH: Smoothed Particle Hydrodynamics (Méthode hydrodynamique des particules lissées)

Liste des symboles et des abréviations

TAPCHAN: Tapered Channel

WCSPH : Méthode hydrodynamique des particules lissées faiblement compressibles

WEC: Wave Energy Converters

Liste des figures

Figure (I.1) : formation d'une houle	3
Figure (I.2) : Colonnes d'eau Oscillantes	4
Figure (I.3) : Dispositifs à déferlements	5
Figure (I.4) : systèmes à flotteurs actionnés par les vagues	5
Figure (1.5): SEAREV	6
Figure (I.6): POWER BUOY	6
Figure (I.7) : Pelamis	7
Figure (I.8): Archimede Wave Swing	7
Figure (I.9) : Représentation spatiale d'une onde	11
Figure (I.10) : élément parallélépipédique	12
Figure (II.1) : Discrétisation en volumes finis	21
Figure (II.2) : domaine géométrique et contour (Seghir, 2014)	22
Figure (II.3) : discrétisation du domaine – éléments triangulaires (Seghir, 2014)	23
Figure (II.4) : Discrétisation d'un domaine avec la SPH	25
Figure (II.5): Principe de la méthode de suivi d'interface (Merrouche, 2010)	28
Figure (II.6) : exemple sur taux de présence en fluide bleu dans les volumes de contrôle	29
Figure (II.7): Principe de la méthode Level set	30
Figure (II.8): interface DesignSPHysics sous FreeCAD	32
Figure (III.1): représentation des géométries utilisées sous DualSPHysics cas 01 et cas	: 02
respectivement (3D)	34
Figure (III.2): représentation des géométries utilisés sous Paraview cas 01 et cas	02
respectivement (2D)	35
Figure (III.3) : fenêtre Motion configuration du piston	36
Figure (III.4) : génération d'ondes avec un piston	36
Figure (III.5) : déplacement du piston suivant l'expression analytique	37
Figure (III.6) : déplacement d'une particule du piston	37
Figure (III.7) : comparaison entre l'expression analytique et numérique	38
Figure (III.8) : représentation du déplacement horizontal U_x du petit corps	38
Figure (III.9): représentation du déplacement vertical U _z du petit corps	39
Figure (III.10): comparaison entre la solution numérique et l'expression analytique	du
déplacement vertical U _z du petit corps	40

Figure (III.11) : représentation de la rotation en degrés du petit corps sous l'effet des
vagues 40
<i>Figure (III.12) : Représentation de la force horizontale</i> F_x <i>s'exerçant sur le petit corps</i> 41
<i>Figure (III.13) : Représentation de la force verticale</i> F_z <i>s'exerçant sur un petit corps</i> 41
Figure (III.14) : Comparaison entre l'expression analytique et la solution numérique de la
force verticale F_z du petit corps 42
Figure (III.15) : Relation force déplacement43
<i>Figure (III.16) : représentation du déplacement horizontal</i> U _x <i>d'un grand corps</i> 43
<i>Figure (III.17) : représentation du déplacement vertical</i> U _z <i>d'un grand corps</i> 44
Figure (III.18): comparaison entre l'expression analytique et la solution numérique du
déplacement vertical U _z du grand corps 45
Figure (III.19) : représentation de la rotation en degrés du grand corps sous l'effet des
vagues 45
Figure (III.20) : représentation de la force horizontale F_x s'exerçant sur le grand corps 46
<i>Figure (III.21) : représentation de la force verticale</i> F_z <i>s'exerçant sur le grand corps</i> 46
Figure (III.22): comparaison entre l'expression analytique et la solution numérique de la
force verticale F _z du grand corps 47
Figure (III.23) : Relation force déplacement48
<i>Figure (III.24) : courbes graphiques de l'effet de</i> H <i>sur le comportement du petit corps</i> 50
Figure (III.25) : la force verticale en fonction du déplacement sous l'effet de la variation de
H pour le cas du petit corps 51
Figure (III.26) : vagues qui passe par-dessus le grand corps52
<i>Figure (III.27) : courbes graphiques de l'effet de</i> H <i>sur le comportement du grand corps</i> 53
Figure (III.28) : la force verticale en fonction du déplacement sous l'effet de la variation de
H pour le cas du grand corps 54

Liste des tableaux

Tableau (I.1) : les forces qui s'exercent sur l'élément de volume	13
Tableau (III.1) : Caractéristiques géométriques du canal	35
Tableau (III.2) : Paramètres de calculs	35
Tableau (III.3) : paramètres utilisés pour le calcul de l'expression analytique	39
Tableau (III.4) : paramètres utilisés pour le calcul de l'expression analytique	42
Tableau (III.5) : paramètres utilisés pour le calcul de l'expression analytique	44
Tableau (III.6): paramètres utilisés pour le calcul de l'expression analytique	47
Tableau (III.7) : les différentes hauteurs de vagues	48
Tableau (III.8) : changement de la corrélation R ² en fonction de H du grand corps	52

Sommaire

Introduction Générale	1
Chapitre I : Recherche Bibliographique	
I.1 Introduction	3
I.2 Production d'énergie à partir de la houle	3
I.2.1 Les différents types d'houlomoteursI.2.1.1 Colonnes d'eau oscillantesI.2.1.2 Systèmes à déferlementsI.2.1.3 Les systèmes à flotteurs actionnés par les vagues	3 4 5 5
I.3 Les corps flottants	7
I.3.1 Définition	7
I.3.2 Le principe d'ARCHIMÈDE	8
I.3.2.1 La poussée d'ARCHIMÈDE I.3.2.2 Théorème d'ARCHIMÈDE I.3.3 Le corps flotte ou non dans l'eau	8 8 8
I.4 Théories d'ondes de surface	11
I.4.1 Les différents modèles de houles I.4.1.1 La théorie de houle d'Airy I.4.1.2 La théorie de houle de Stokes :	11 15 17
I.5 Travaux réalisés	18
I.6 Conclusion	19
Chapitre II : Méthodes de Résolution	
II.1 Introduction	20
II.2 Méthodes de Résolution	20
II.2.1Méthodes avec maillage II.2.1.1 Méthode des Volumes Finis II.2.1.2 Méthode des Eléments Finis	20 20 21
II.2.2 Méthodes sans maillagesII.2.2.1 Méthode Hydrodynamique des particules lisséesII.2.2.2 Les avantages et les inconvénients de la SPH	25 25 27
II.3 Méthodes de suivie d'interfaces	28
II.3.1 Volume of Fluid (VOF) II.3.2 Level set II.3.3 Le maillage mobile	29 30 30

		Sommaire
II / Drá	sentation du logiciel	31
11.4110		51
II.4.1 C	énération d'ondes sous DualSPHysics	32
II.5 Co	nclusion	33
	Chapitre III : Résultats et Discussions	
III.1 Int	roduction	34
III.2 Pr	ésentation des modèles	34
III.2.1 I	Les géométries	34
	III.2.2.1 Description du Canal III.2.2.2 Description des Corps	34 35
III.2.2 I III.2.3 I III.2.4 (Les paramètres de calculs Les conditions aux limites Génération d'ondes	35 36 36
III.3 Pro	ésentation des résultats obtenus	38
III.3.1	Cas 01 : petit corps	38
	III.3.1.1 DéplacementsIII.3.1.2 RotationIII.3.1.3 Les forcesIII.3.1.4 La force en fonction du déplacement	38 40 41 42
III.3.2	Cas 02 : grand corps	43
	III.3.2.1 Déplacements III.3.2.2 Rotation III.3.2.3 Les forces III.3.2.4 La force en fonction du déplacement	43 45 45 47
III.4 Et	ude paramétrique	48
III.4.1 (III.4.2 (Cas 01 : Petit corps Cas 02 : Grand corps	48 52
III.5 Co	onditions d'augmentation de la hauteur des vagues	55
III.6 Co	onclusion	55
Conclu	sion Générale	56
Bibliographie		58

Introduction Générale

Introduction générale

Depuis la crise pétrolière des années 70, la production de l'énergie électrique par le processus de la conversion de l'énergie des vagues appelées WEC a vu le jour (Falcão, 2012). Ainsi les perspectives d'exploitation de cette énergie renouvelable ne cessent de prendre de l'importance. D'ailleurs, dès son apparition à ce jour de nombreux projets ont été mis en place et en cours de réalisation notamment dans les pays disposant d'une exposition à la mer favorable, parmi ces projets on peut citer, le projet pilote européen PICO, le Limpet installé sur la côte de l'ile d'Islay en Ecosse mit en service en 2001, le Wave Dragon au Danemark en 2009, le Pelamis en Ecosse en 2010 (Clemot, 2017)...etc.

Les vagues qui animent les océans et les mers de la planète, recèlent une importante quantité d'énergie renouvelable inexploitée, appelée énergie des vagues ou bien énergie houlomotrice. Elle permet de produire une électricité durable, qui pourrait participer au foisonnement et à la satisfaction d'une certaine partie de la demande mondiale en électricité.

Le potentiel de l'énergie houlomotrice est intéressant, son rendement de production est proche de celui de l'électricité d'origine hydraulique et des barrages les plus importants. Son avantage est de pouvoir l'exploiter sur de grandes surfaces maritimes, ce qui permet de surmonter les problèmes des systèmes de production d'énergie onshore et de produire massivement une énergie durable et fiable à un coût intéressant.

Il existe de nombreuses technologies de houlomoteur offshore, parmi elles on trouve les systèmes à flotteurs. Dans ces systèmes les vagues sont utilisées pour mettre en mouvement des flotteurs qui servent de capteurs pour la récupération de l'énergie des vagues (Gilloteaux, 2007). Les corps flottants destinés à la récupération d'énergie sont exposés, par nature, à des mers fortes et leurs conceptions font qu'ils seront à priori actionnés par de grands mouvements.

Dans le cadre de ce travail, nous allons nous intéresser à l'interaction vague-corps et au mouvement des corps flottants vis à vis des vagues. L'objectif de cette étude est donc la réalisation d'un modèle numérique 2D d'un corps flottant dans un réservoir à vague et d'étudier son comportement, et la présentation de la méthode particulaire sans maillage très utilisée pour l'étude des écoulements à surface libre qui est la méthode d'Hydrodynamique des Particules Lissées (SPH) (Crespo, 2008).

Le contenu de notre manuscrit, sera divisé en trois chapitres principaux en plus de l'introduction et de la conclusion générale.

Le premier chapitre, sera consacré à la présentation du sujet en question à savoir la théorie de la houle, des vagues et des corps flottants, ainsi que les méthodes et les dispositifs utilisés pour la production d'énergie à partir de la houle. Nous aborderons aussi les travaux antérieurs réalisés jusqu'à présent dans le domaine de l'énergie marine et l'étude des corps flottants.

Dans le deuxième chapitre, nous présenterons les différentes méthodes de résolution numérique des écoulements à surface libre, à savoir la méthode des éléments finis (MEF) et la méthode des volumes finis (MVF), les méthodes de suivie d'interfaces comme Level Set, VOF...etc, puis nous présenterons la méthode SPH et le logiciel utilisé dans notre étude qui est DualSPHysics.

Quant au troisième et dernier chapitre, il sera consacré à la présentation des modèles réalisés et des paramètres utilisés ainsi que les résultats obtenus d'une étude paramétrique et leurs interprétations.

Chapitre I

Recherche Bibliographique

Chapitre I : Recherche Bibliographique

I.1 Introduction

L'immense gisement d'énergie renouvelable des vagues inexploité, est le centre d'intérêt de nombreux chercheurs, inventeurs et ingénieurs, qui depuis plus de quarante ans s'évertuent à imaginer des procédés pour sa récupération par des systèmes de récupération de l'énergie des vagues (Babarit, 2016). Car, si la quantité d'énergie générée par les vagues est faible, environ $(1 W/m^2/an)$, soit 200 fois moins que l'énergie solaire directe, elle est multipliée par l'immense superficie marine qui permet de la récupérer. D'après le WORLD ENERGY COUNCIL le potentiel énergétique de la houle est estimé entre 8000 et 80000 TWh dans le monde et sa ressource exploitable est comprise entre 140 et 750 TWh (Neuvéglise, 2018), ce qui a le potentiel de satisfaire toutes les demandes en énergies. Dans ce chapitre, nous allons discuter de manière globale de la houle, des vagues, des corps flottants, de la production d'énergie à partir des vagues et nous présenterons les travaux réalisés dans cet axe.

I.2 Production d'énergie à partir de la houle

La houle, la vague ou bien l'onde de gravité, se forme sous l'effet du vent sur la surface des mers et des océans. En soufflant le vent provoque des petites perturbations sur la surface d'eau, et lui transmet une quantité d'énergie qui la rend plus agitée et chaotique.

Le vent surélève l'eau en la poussant, ce qui crée un creux. Sous l'effet de la pression hydrostatique, l'eau qui monte s'affaisse sous son poids pour combler les creux, entraînant un mouvement d'oscillations autour d'une position horizontale.

Une fois que le vent s'arrête de souffler, que la surface de l'océan a emmagasiné beaucoup d'énergie transmise par le vent, les vagues deviennent plus régulières.

La longueur d'onde, l'amplitude et la période (liées à la célérité) de la houle dépendent des paramètres suivants

- La longueur sur laquelle le vent souffle unidirectionnellement et de façon relativement constante (appelé le Fetch);
- L'intensité du vent ;
- ✤ La durée avec laquelle le vent souffle.



Figure (I.1) : formation d'une houle

La houle est un concentré d'énergie éolienne selon Babarit et al. (2009), qui peut être convertie en électricité par les convertisseurs d'énergie des vagues (WEC) appelés systèmes houlomoteurs.

I.2.1 Les différents types d'houlomoteurs

On distingue trois catégories de dispositifs houlomoteurs :

I.2.1.1 Colonnes d'eau oscillantes

Placées sur les côtes ou sur une plateforme flottante (*Figure (I.2)*), il s'agit d'une cavité semi immergée ouverte sous le niveau de la mer et contenant de l'air entre la surface libre et un piston (Multon, 2003).



Figure (I.2) : Colonnes d'eau Oscillantes

Elle fonctionne comme un piston liquide (Clemot, 2017). La cavité pleine d'air est en contact avec l'océan par l'intermédiaire d'une ouverture sous-marine (Babarit et al., 2008). Sous l'action des vagues la colonne d'eau oscille, dans la cavité entraînant une variation du niveau d'eau (variation dynamique du niveau d'eau) à l'intérieur. Cela permet d'expulser et d'aspirer l'air qui entraîne une turbine qui se trouve au sommet de la cavité. C'est cette turbine bidirectionnelle qui permet de convertir le flux d'air en électricité. La cavité peut être naturelle ou aménagée (Clemot, 2017).

Plusieurs prototypes ont été réalisés dont (Multon et al., 2006) :

- ✤ La colonne Kvaerner de 500 kW en Norvège qui a fonctionné entre 1985 et 1988.
- ✤ Le projet pilote Européen PICO de 400 kW au Portugal.
- ◆ Le convertisseur ENERGETECH de 1 MW en Australie.
- Les installations dans les ports de Haramashi et de Sakata au Japon et celle de Kerala en Inde.
- Le LIMPET (Land Installed Marine Powered Energy Transformer) de la société WAVEGEN, installé sur la côte de l'île d'Islay en Ecosse, mit en service en 2001 doté d'une puissance de 500 kW.

I.2.1.2 Systèmes à déferlements

Les dispositifs de déferlements comprennent un ou plusieurs réservoirs situés au-dessus du niveau de la mer. Leur principe et d'exploiter la différence de niveau entre un réservoir et le niveau de la mer (Clemot, 2017).



Figure (I.3) : Dispositifs à déferlements

L'eau déferle sur une pente douce, une rampe inclinée pour remplir les réservoirs. Lorsque l'eau est évacuée elle entraîne en même temps une turbine hydraulique reliée à un générateur électrique, comme pour un barrage.

Exemples de dispositifs :

- Le Wave Dragon : c'est un projet Danois de production électrique utilisant la puissance des vagues, développé par Wave Dragon Aps. Il est possible de changer la hauteur de flottaison en fonction des caractéristiques de la houle, par ballastage.
- Le TAPCHAN : (Tapered Channel : Canal Fuselé) construit en Norvège en 1985 sur la côte sur le site Toftestallen doté d'une puissance de 350 kW. Il fut arrêté à la suite d'une tempête en 1991 (Multon et al., 2006).

I.2.1.3 Les systèmes à flotteurs actionnés par les vagues

Dans ces systèmes (*Figure (I.4*)), les vagues sont utilisées pour mettre en mouvement un flotteur (Babarit et al., 2008).



Figure (I.4) : systèmes à flotteurs actionnés par les vagues

L'un des représentants de cette famille est le canard de Salter (Multon et al., 2006). Cette famille est très vaste puisqu'elle comprend plusieurs dispositifs, on peut citer :

SEAREV : (système électrique autonome de récupération d'énergie des vagues) c'est un projet qui a débuté en 2003 au sein du Laboratoire de Mécanique des Fluides de l'Ecole Centrale de Nantes, après des années de réflexions sur les moyens de récupération de l'énergie des vagues. Il est composé d'un flotteur à l'intérieur duquel est accrochée une masse. Le flotteur est mis en mouvement par les vagues, la masse oscille avec son mouvement propre, et le mouvement relatif existant entre ces deux corps est transformé en électricité par l'intermédiaire de pompes et moteurs hydrauliques et d'un générateur tout élément contenu dans le flotteur hermétique. Le courant est ensuite transmis à terre par l'intermédiaire d'un câble électrique (Babarit et al., 2008).



Figure (I.5) : SEAREV

POWER BUOY d'Ocean Power Technologies : est un dispositif flottant américain dont une partie est fixé à l'aide d'un ancrage et une autre partie oscillante au rythme de la houle. Il s'agit d'une bouée immergée, dont le mouvement relatif est amorti pour être convertie en électricité. Un premier modèle de 40kW a été conçu et testé entre 1997 et 2002. Des modèles de 150 et 250 kW avec une capacité de production de 10 MW sont envisagés.



Figure (I.6) : POWER BUOY

Le PELAMIS : est constitué d'un ensemble de boudins cylindriques semi immergés reliés entre eux par des articulations dans lesquelles se trouvent des pompes hydrauliques qui accumulent l'énergie dans un réservoir. Il a la forme d'un serpent qui lui permet de supporter des houles très variées et de bien exploiter leurs énergies. Il a été développé par la société Écossaise Ocean Power Delivery (Multon et al., 2006).

Le PELAMIS a été installé au Royaume Uni en 2004, au Portugal en Septembre 2008 (3 PELAMIS), puis ont été désinstallés quelques mois après en Novembre 2008, et en Ecosse par le Centre Européen d'Énergie Marine (EMEC) en 2010.



Figure (I.7) : Pelamis

Le dispositif AWS : (Archimede Wave Swing) c'est un projet néerlandais pour une application au Portugal. Il exploite le mouvement de pilonnement (vertical) d'une bouée immergée à 8 m sous la surface. Il s'agit d'un flotteur cylindrique qui coulisse sous l'effet de la houle autour d'un autre flotteur fixé sur le fond de la mer, le mouvement créé actionne une génératrice électrique linéaire en entraînement directe.



Figure (I.8): Archimede Wave Swing

I.3 Les corps flottants

I.3.1 Définition

L'état d'équilibre d'un corps solide partiellement ou complètement immergé dans un liquide ou dans un gaz, est appelée « flottaison », la théorie de flottaison consiste principalement à déterminer les positions d'équilibres d'un corps immergé dans un liquide avec la vérification des conditions de stabilités pour l'équilibre.

Lorsqu'un corps est immergé, même partiellement, dans un fluide à l'équilibre, il exerce sur le fluide une pression, en tous points en contact avec lui. Le fluide réagit à son tour (troisième loi de Newton), en exerçant une pression sur tous les points de la surface du corps en contact avec le fluide, sachant que cette pression est de plus en plus grande au fur et à mesure que la profondeur augmente. Autrement dit, le corps flotte lorsque la composante horizontale des forces qui s'appliquent sur le corps est nulle, et lorsque la composante verticale est dirigée vers le haut ; elle est appelée force de flottabilité (la poussée) du fluide sur le corps, c'est le principe d'ARCHIMÈDE (PAIVA, 2019).

Ces corps flottants servant de capteurs pour la récupération de l'énergie des vagues, sont exposés, par nature, à des mers fortes et leurs conceptions font qu'ils seront à priori animés par de grands mouvements (Gilloteaux, 2007).

I.3.2 Le principe d'ARCHIMÈDE

I.3.2.1 La poussée d'ARCHIMÈDE

C'est la force particulière que subit un corps plongé en tout ou en partie dans un fluide (liquide ou gaz), soumis à un champ de gravité ; ce corps est poussé de bas en haut avec une force égale à celle du poids du volume de fluide qu'il déplace. Cette force provient de l'augmentation de la pression du fluide avec la profondeur ; la pression étant plus forte sur la partie inférieure d'un objet immergé que sur sa partie supérieure. Il en résulte une poussée globalement verticale ascendante, c'est à partir de cette poussée qu'on définit la flottabilité d'un corps.

I.3.2.2 Théorème d'ARCHIMÈDE

« Tout corps plongé dans un fluide au repos, entièrement mouillé par celui-ci ou traversant sa surface libre, subit une force verticale, dirigée de bas en haut et opposée au poids du volume de fluide déplacé. Cette force est appelée poussée d'Archimède. Elle s'applique au centre de masse du fluide déplacé, appelé centre de poussée. »

La poussée d'Archimède, notée \vec{P}_A est donnée par la formule :

$$\vec{P}_A = -m_f . \, \vec{g} \tag{I.1}$$

où ; m_f est la masse du fluide contenu dans le volume V déplacé et \vec{g} est l'accélération du champ de pesanteur .

Dans le cas particulier où la masse volumique ρ du fluide est elle aussi uniforme, on a :

$$\vec{P}_{A} = -\rho V \vec{g} \tag{I.2}$$

Où ; V est le volume de fluide déplacé.

Si l'on considère les intensités (normes) des forces alors, en notant P_A et g les normes des vecteurs associés, on a :

$$P_A = \rho V g \tag{I.3}$$

 P_A : L'intensité de la poussée d'Archimède [N]

- ρ : La masse volumique [*Kg*. m^{-3}]
- *V* : le volume de fluide déplacé $[m^3]$
- g : l'accélération de la pesanteur $[m. s^{-2}]$

I.3.3 Le corps flotte ou non dans l'eau

Supposons que le corps flottant au-dessus de l'eau est un conteneur de volume V_c , fermé dont l'intérieur est rempli d'un volume d'air V_a et d'un volume d'eau V_e

$$V_c = V_a + V_e + V_m \tag{I.4}$$

Avec V_m : le volume des murs

$$f_1 = \frac{v_a}{v_c}$$
; $f_2 = \frac{v_e}{v_c}$; $f_3 = \frac{v_m}{v_c}$ (I.5)

 f_1 : La fraction occupée par le volume d'air dans le conteneur

 f_2 : La fraction occupée par le volume d'eau dans le conteneur f_3 : La fraction occupée par le volume des murs dans le conteneur Avec

$$f_1 + f_2 + f_3 = 1 \tag{I.6}$$

Par définition on a

$$0 \le f_1 < 1 ; 0 \le f_2 < 1 ; 0 < f_3 \le 1$$
(I.7)

Pour dire que le corps flotte, il faut que la somme des forces verticales soit nulle :

$$E=P (I.8)$$

Où :

P : le poids du conteneur [N] E : la poussée verticale [N] Le poids est donnée par

$$P = (m_a + m_e + m_m)g \tag{I.9}$$

Avec m_a ; m_e ; m_m sont respectivement les masses de l'air, de l'eau et des murs. La poussée verticale correspond à la force que le corps subit lorsqu'il est immergé dans un fluide ; elle est donnée par le poids du volume de fluide que le corps déplace.

$$E = m_d g \tag{I.10}$$

 m_d : C'est la masse du fluide déplacé qui est dans notre cas l'eau [kg] La densité de l'eau est donnée par

$$\rho_e = \frac{m_d}{V_d} \tag{I.11}$$

 V_d : Le volume de l'eau déplacé $[m^3]$ Implique que

$$m_d = \rho_e. V_d = \rho_e. fV_c \tag{I.12}$$

 ρ_e : La masse volumique de l'eau $[Kg.m^{-3}]$ En considérant qu'une fraction du volume total du conteneur est submergée ; la poussée verticale peut alors s'écrire
(L12)

$$E = \rho_e. fV_c. g \tag{1.13}$$

Avec

$$0 < f \le 1 \tag{I.14}$$

En insérant (I.9) et (I.13) dans (I.8)

$$m_a + m_e + m_m = \rho_e \cdot f V_c \tag{1.13}$$

$$\rho_a. V_a + \rho_e. V_e + \rho_m. V_m = \rho_e. fV_c \tag{I.16}$$

9

(1 15)

(T, 22)

(1.25)

Implique que

$$f = \frac{\rho_a}{\rho_e} f_1 + f_2 + \frac{\rho_m}{\rho_e} f_3$$
(I.17)

Ou bien

$$f = Af_1 + f_2 + Bf_3 \tag{I.18}$$

$$A = \frac{\rho_a}{\rho_e} \text{ Et } B = \frac{\rho_m}{\rho_e} \tag{I.19}$$

Qui sont les respectivement les densités de l'air et du matériau constituant les murs du conteneur relatifs à la densité de l'eau.

Finalement à partir de (I.18) et de (I.6) on obtient

$$f_1 = \frac{1 - f - (1 - B)f_3}{1 - A} \tag{I.20}$$

$$f_2 = \frac{-A + f + (A - B)f_3}{1 - A} \tag{I.21}$$

Pour dire que le conteneur coule

Le conteneur est complètement submergé; implique que le volume du conteneur et égal à celui du volume déplacé $V_c = V_d$ ce qui donne :

$$m_a + m_e + m_m > \rho_e. V_c \tag{I.23}$$

$$\rho_a. V_a + \rho_e. V_e + \rho_m. V_m > \rho_e. V_c \tag{I.24}$$

De (I.5) et (I.19) on aura

$$Af_1 + f_2 + Bf_3 > 1 \tag{1.23}$$

$$f' > 1 \text{ avec } f' = Af_1 + f_2 + Bf_3$$
 (I.26)

On a l'expression de f (I.18) est la même que celle de f' qu'on note F

$$f = f' = F$$
 (1.27)

De ce fait on a

- Si $0 < F \le 1$ alors le conteneur flotte
- Si F > 1 alors le conteneur coule

À la pression atmosphérique et à la température ambiante standard au niveau de la mer, la densité de l'eau est $\rho_e = 0.9982 \ g/cm^3$ et la densité de l'air est $\rho_a = 0.001204 \ g/cm^3$. Le paramètre A est très bien établi et est égal à 0,001206; et le paramètre B dépend du matériau à partir duquel les parois du récipient sont formées (PAIVA, 2019).

I.4 Théories d'ondes de surface

Par le mot "houle ", on désigne les ondes de surface générées au large par le vent et se propageant à la surface de l'océan. La période d'oscillation de la houle est généralement comprise entre 1 et 30 secondes. Les vagues sont caractérisées par leur hauteur H, leur période T et leur longueur d'onde L. La hauteur de vague désigne la distance verticale entre le creux et la crête de l'onde tandis que la longueur d'onde représente la distance entre deux crêtes successives. La période, quant à elle, correspond à l'intervalle de temps pendant lequel la crête de l'onde se déplace d'une distance égale à une longueur d'onde.



Figure (I.9) : Représentation spatiale d'une onde

Les relations qui lient la longueur L, la période T et la hauteur H nous fournissent :

- La célérité de propagation C = L/T
- Le nombre d'onde $k = 2\pi/L$
- ★ La fréquence angulaire (pulsation) ω = 2π/T implique que C = ω/kPlus en détails

$$C = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}} \cdot \tanh(\frac{2\pi d}{L})$$

avec

- C: Équation générale de la vitesse des vagues quelque soit la profondeur
- d : Profondeur d'eau [m]
- g : Accélération de la pesanteur qui est de 9.8[$m. s^{-2}$].

I.4.1 Les différents modèles de houles

- ✤ la houle infinitésimale d'Airy du premier ordre;
- ✤ les houles d'amplitudes finies de Stokes d'ordre supérieurs ou égaux à deux ;
- la houle cnoïdale (onde de gravité rencontrée sur la surface de la mer);
- ✤ la vague solitaire ;
- ✤ la fonction de courant de Dean.

Les modèles les plus utilisés sont ceux de Stokes et d'Airy

Le point de départ de tous les modèles de houle déjà cités est le système d'équations de Navier-Stokes écrit pour un fluide incompressible Newtonien. Les problèmes se posent lors de la résolution de ces équations.

 $(T, \mathbf{1}, \mathbf{0})$

Dans le cas de la houle, la difficulté principale résulte de la position inconnue de la surface libre et donc de la description des conditions aux limites.

A) Conservation de la masse :

Soit un élément parallélépipédique comme montré dans la figure (I.10) suivante



Figure (I.10) : élément parallélépipédique

Le volume de l'élément parallélépipédique est

$$dV = dxdydz \tag{1.28}$$

Sa masse est

$$m = \rho dV = \rho dx dy dz \tag{I.29}$$

Le taux de variation de la masse

$$dm = \frac{dm}{dt} = \frac{d\rho}{dt} dx dy dz \tag{I.30}$$

Bilan sur un volume élémentaire de fluide de dimension dx, dy, dz pendant un temps :

(Masse entrante en dt) - (Masse sortante en dt) = (Variation de masse dans le volume dxdydz pendant dt)

Suivant x :

La masse qui entre : $\rho u dy dz$

La masse qui sort : $\rho\left(u + \frac{\partial u}{\partial x}dx\right)dydz = \rho u dydz + \rho \frac{\partial u}{\partial x}dxdydz$

$$\Delta m_{x} = \rho u dy dz - \rho u dy dz - \rho \frac{\partial u}{\partial x} dx dy dz = -\rho \frac{\partial u}{\partial x} dx dy dz$$
$$\Delta m_{x} = -\rho \frac{\partial u}{\partial x} dx dy dz \qquad (I.31)$$

 Δm_x : C'est la variation de la masse suivant x

Par analogie et suivant les axes y et z :

$$\Delta m_y = -\rho \frac{\partial v}{\partial y} \mathrm{d}x \mathrm{d}y \mathrm{d}z \tag{I.32}$$

$$\Delta m_z = -\rho \frac{\partial w}{\partial z} \mathrm{d}x \mathrm{d}y \mathrm{d}z \tag{I.33}$$

La variation de la masse dans l'élément Δm

$$\Delta m = -\rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dx dy dz$$
(I.34)

La variation de la masse dans l'élément en fonction du temps On a (I.30)=(I.34)

$$\frac{d\rho}{dt}dxdydz = -\rho\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)dxdydz$$
(I.35)

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0$$
(I.36)

Le fluide (eau de mer) est ici considéré comme incompressible (ρ indépendant de t) et homogène (ρ indépendant de x, y et z). Dans le cas 2D étudié, l'équation de continuité de la masse se réduit donc à:

 $\rho = cste$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{I.35}$$

$$div(\vec{u}) = 0 \tag{I.36}$$

C'est l'équation de continuité pour un écoulement incompressible.

B) Conservation de la quantité de mouvement

$$\vec{F} = m\vec{a} \tag{I.37}$$

Tableau (I. 1) : les forces qui s'exercent sur l'élément de volume

axe	Accélération	Forces de volumes	Forces de surfaces
x	$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial u}{\partial t} + \vec{u} \cdot \overrightarrow{grad}(u)$	0	$-rac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$
у	$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial v}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{grad}(v)$	0	$-\frac{\partial p}{\partial y}$ dxdydz
z	$\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial w}{\partial t} + \vec{u} \cdot \overrightarrow{grad}(w)$	-gpdxdydz	$-rac{\partial p}{\partial z}$ dxdydz

Soit, pour un fluide parfait, incompressible, en mouvement plan dans le champ gravitationnel :

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + w\frac{\partial u}{\partial z}$$
(I.38)

$$\left(-\frac{\partial(gz)}{\partial z} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$
(I.39)

C) Hypothèse d'irrotationnalité

Le mouvement étant considéré comme irrotationnel, il existe une fonction scalaire ϕ telle que:

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{u}) = \overrightarrow{0} \rightarrow \overrightarrow{u} = \overrightarrow{grad}(\phi)$$

Les équations s'écrivent alors comme suit Equation de continuité :

$$\nabla^2 \phi = 0 \tag{I.40}$$

Equation de quantité de mouvement :

$$\overrightarrow{grad}\left(\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{grad}\phi\right)^2 + \frac{p}{\rho} + gz\right) = 0$$
(I.41)

Donc;

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\overrightarrow{grad} \phi \right)^2 + \frac{p}{\rho} + gz = 0$$
(I.42)

La fonction ϕ étant définie à une constante dépendant du temps près, il est possible de choisir cette dernière de façon à avoir:

$$p = \underbrace{P_{atm} - \rho gz}_{\text{Pression}} - \underbrace{\rho(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(grad \phi)^2)}_{\text{Pression}}$$
(I.43)
hydrostatique dynamique

D) Conditions aux limites

Condition cinématique à la surface libre

La vitesse du fluide en $z = \eta$ (*Figure (I.9*)) est égale à la vitesse de la surface libre, soit:

$$\underbrace{\frac{d\eta}{dt} = \frac{\partial\eta}{\partial t} + u \frac{\partial\eta}{\partial y}}_{\text{Evolution de la}} \cong \underbrace{w = \frac{\partial\phi}{\partial z}}_{\text{Vitesse du fluide}}$$

d'où

$$\left(\frac{\partial\eta}{\partial t} + \frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial\eta}{\partial x} - \frac{\partial\phi}{\partial z}\right)_{z=\eta} = 0$$
(I.44)

Condition dynamique à la surface libre

La pression *P* sur la surface libre est égale à la pression atmosphérique P_{atm} . En substituant dans l'équation du mouvement:

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)^2\right) + g\eta\right)_{z=\eta} = 0$$
(I.45)

Relation à la surface libre

Cette relation n'est pas une condition à la limite indépendante puisqu'elle dérive des deux relations précédentes. Elle sera utile dans la détermination de la fonction ϕ dans la mesure où elle permet de découpler le calcul de ϕ de celui de η . Elle est obtenue en dérivant la relation de condition dynamique par rapport au temps. On obtient alors l'expression de la dérivée de η par rapport au temps que l'on insère dans la relation de condition cinématique.

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z}\right)_{z=\eta} = \left[-\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2 \right) + g \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right]_{z=\eta}$$
(I.46)

Conditions latérales

Le choix de la condition latérale dépend du problème physique étudié. En effet, dans le cas où la géométrie est fermée et les surfaces latérales sont traitées comme des parois solides et imperméables ; la condition d'imperméabilité s'écrit :

$$\nabla \phi \cdot n = \frac{\partial \phi}{\partial n} = v \cdot n \tag{I.49}$$

Où v représente la vitesse du mur. Cette vitesse de mur peut être prise égale à 0 dans le cas de parois immobiles, ou peut obéir à une loi temporelle pour simuler un batteur. 'n' est le vecteur unitaire normal extérieur au domaine.

I.4.1.1 La théorie de houle d'Airy

Airy (1845) proposa une solution approchée au système décrit dans le paragraphe ci-dessus, en linéarisant l'équation de quantité de mouvement. Cette solution est valide dans l'hypothèse de linéarité, c'est à dire quand le terme $(u^2 + v^2)$ est négligeable devant les autres (Zaki et al., 2003).

La solution d'Airy est valable pour les ondes de petite amplitude et les milieux peu profonds. Le modèle qui en découle fait un développement à l'ordre 1 des conditions limites afin de rendre le problème linéaire. La trajectoire des particules à la surface libre est une ellipse.

Ceci est vrai dans les conditions suivantes :

$${H \ll L \atop H \ll d}$$

Le domaine de définition de la fonction ϕ est :

$$-d \le z \le \eta$$
$$-\infty \le \mathbf{x} \le +\infty$$

Ne connaissant pas, les contours du domaine sont également inconnus. Dans l'hypothèse d'ondes de petite amplitude, il est possible de fixer le domaine de définition de ϕ en négligeant η devant la profondeur d et la longueur d'onde L. ϕ est alors définie pour :

$$-d \le z \le 0$$
$$-\infty \le x \le +\infty$$

Comme nous avons supposé que la hauteur de la vague est faible devant sa longueur, nous supposons également que la hauteur de la vague est faible devant la profondeur $d: H/d \ll 1$. Si l'on considère que la vitesse de déplacement de la surface libre est sensiblement verticale, on obtient l'équation plus connue sous le nom de «condition de Poisson». Le problème à résoudre devient ainsi :

Equation de continuité	$\nabla^2 \phi = 0$
Conditions dynamiques en $z = 0$	$\left(g\eta + \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}\epsilon}\right) = 0$
Surface fibre $(p = P_{atm})$	$\int dt J_{z=0}$
Relation de Poisson	$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z}\right)_{z=0} = 0$

La condition de Poisson permet d'établir la relation de dispersion d'une vague qui rend compte de l'évolution du nombre d'onde (de la longueur d'onde) en fonction de la profondeur :

 $\omega^2 = gk \tanh(kd) \rightarrow \text{En bord de côte}$

 $\omega^2 = gk \rightarrow \text{En pleine mer}$

k est le nombre d'onde de la vague située en pleine mer sans effet additionnel dû à la profondeur $(tanh(kd) \rightarrow 1)$

La solution est alors donnée par (Cieutat, 2003):

$$\eta = D\frac{\omega}{g}\cosh(kd)\cosh(kx - \omega t) = a\cos(kx - \omega t)$$
$$a = D\frac{\omega}{c}\cosh(kd)$$

Avec

$$a = D\frac{\omega}{g}\cosh(kd)$$

$$\phi = \frac{ga}{\omega} \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t) = \frac{\omega a \cosh(k(z+d))}{k} \sin(kx - \omega t)$$
(I.50)

Le champ de vitesse

La valeur du potentiel nous permet de calculer le champ de vitesse des particules, qui est :

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x} = a\omega \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t)$$

$$w = -\frac{\partial \phi}{\partial z} = a\omega \frac{\sinh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t)$$
(I.51)

Les vitesses des particules sont tangentes à la crête et au creux. Elles sont dirigées dans le Sens de la propagation sur la crête et en sens inverse dans le creux. Un objet à la surface aura ainsi tendance à aller dans le sens de la propagation de la vague lorsqu'il se trouve sur la crête et à revenir en arrière lorsqu'il se trouve dans le creux.

I.4.1.2 La théorie de houle de Stokes

Les ondes considérées ici sont dites ondes à amplitude finie, caractérise par :

$${H < d \\ H < L}$$

Le mouvement étant supposé irrotationnel et plan, il est régi par les équations et conditions aux limites rappelées dans les titres au dessus (Zaki et al., 2003)

Dans le modèle de stokes, les termes non linéaires sont pris en compte. La méthode utilisée, appelée méthode des perturbations, consiste à développer les différentes variables en série de puissances dépendant d'un paramètre. Dans le cas particulier ou le développement s'arrête à l'ordre 1, on retrouve la théorie développée par Airy.

Les formules de Stokes pour les vagues non-linéaires sont : (Cieutat, 2003)

Stokes d'ordre 01

$$\begin{cases} \xi_1 = \frac{H}{2}\cos(kx - \omega t) \\ \phi_1 = \frac{gHT}{4\pi} \left(\frac{\cosh(k(z+d))}{\cosh(kd)}\right) \sin(kx - \omega t) \\ L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \end{cases}$$
(I.52)

Stokes d'ordre 02

$$\begin{cases} \xi_2 = \xi_1 + \frac{\pi H}{4L} \left(\frac{3 - \tanh^2(kd)}{\tanh^3(kd)} \right) \cos(kx - \omega t) \\ \phi_2 = \phi_1 + \frac{3\pi H^2}{16T} \left(\frac{\cosh(2k(z+d))}{\sinh^4(kd)} \right) \sin(2(kx - \omega t)) \\ L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \end{cases}$$
(I.53)

I.5 Travaux réalisés

Les interactions fluides solides ont été étudiées depuis longtemps, surtout dans les domaines de l'ingénierie navale, côtière et océanique. Nombreux sont les chercheurs qui s'y sont intéressés, que ce soit pour étudier le comportement d'un corps flottant sous l'effet des vagues où bien dans le but de la production d'énergie à partir des vagues.

La première personne à avoir créé un système pour exploiter l'énergie des vagues fut Yoshio Masuda (Falcão, 2012) qui a inventé dans les années 40 une bouée se déplaçant à l'aide d'une turbine à air. Mais le réel départ se situe au début des années 70, après la première crise pétrolière de 1973, qui a vu naître de nombreux projets parmi eux le canard de Salter ou bien le canard d'Edinburgh inventé en 1974 par Stephen Salter (**Salter, 1974**), qui permet d'arrêter 90% du mouvement des vagues puis de convertir ce pourcentage en électricité.

Les systèmes de récupération d'énergies des vagues sont des systèmes installés en mer, qui en l'année 1799 étaient seulement constituées de systèmes côtiers, et qui par la suite se sont développés en systèmes offshore un peu plus loin des côtes (Gilloteaux, 2007).

Depuis ; le développement de ces systèmes n'a jamais cesser d'évoluer, puisque en 2003 la première installation expérimentale de l'énergie marine EUROPEAN MARINE ENERGY a été établie pour lancer le développement de l'industrie de l'énergie des vagues dans le Royaume Uni. A partir de là, plusieurs études ont été menées dans le but d'exploiter l'énergie des vagues ; la simulation numérique permettant de résoudre des équations complexes avec des pas de temps de calculs de plus en plus courts, ont été utilisées, c'est le cas de **Gilloteaux** (2007) qui a fait une modélisation numérique sur le comportement du module SEAREV de récupération d'énergie des vagues, basé sur celui des années 80 du laboratoire de mécanique des fluides de l'école centrale de Nantes.

D'autres études ce sont seulement portés sur le comportement des corps sous les vagues, parmi elles, l'étude qu'a faite **Sueyoshi et al. (2008)**, qui ont appliqués la méthode des particules mobiles (MPS), pour calculer les mouvements non linéaires d'un corps flottant influencé par l'eau, puis de valider leur travail par une comparaison avec un modèle expérimental. Dans le même domaine de la stabilité des corps et de leurs comportements sous les vagues, **Hu et Kashiwagi (2009)**, ont étudié l'interaction, vague-solide, par un profil d'interpolation contraint (CIP), et ont comparés les résultats obtenus avec un modèle expérimental.

D'autres travaux sur la problématique de récupération de l'énergie de la houle ont été effectués par **Babarit et al. (2009)**, où ils se sont intéressés à la caractérisation de le ressource énergétique que constitue la houle, puis la modélisation physique de l'interaction fluide structure typique dans la récupération de l'énergie des vagues. Un autre modèle physique développé par **Soulard et al. (2012)** consiste à combiner deux méthodes de récupération d'énergie : celle des vagues et du vent à partir d'une barge de 100m de diamètre équipée de batteurs sur la demie section faisant face à la direction de la houle et une éolienne installée au centre de la plateforme.

D'autres chercheurs comme **Bouscasse et al. (2013)**, ont présenté un solveur SPH faiblement compressible pour les applications impliquant une interaction non linéaire entre les vagues et les corps flottants. Certains auteurs comme **Xizeng et al. (2014)** se sont intéressés à l'étude de l'interaction fluide solide et l'impact des vagues sur les corps flottants, en développant des outils numériques, se basant sur les équations de Navier-Stokes.

Les interactions non linéaires entre les vagues et les corps flottants, sont étudiées par **Ren et al. (2015)**, en utilisant la méthode hydrodynamique des particules lissées faiblement compressibles (WCSPH).

Une étude expérimentale a été réalisée par **He et al.** (2016), et qui consiste à étudier le comportement non linéaire des vagues, en réalisant plusieurs expériences pour 6 hauteurs et 6

périodes différentes, dont il a été possible de capturer le mouvement à l'aide d'une caméra à dispositif à couplage (CCD).

Une autre étude de l'interaction fluide-solide, consiste en une méthode de maillage améliorée basé sur Fluent, utilisée pour mettre à jour un maillage de calcul pour la résolution des équations de Navier-Stockes, réalisée par **Chen et al. (2016)**, cette étude a été validée par un modèle expérimental.

Aggidis et Taylor (2017) ont développés et ont testé un dispositif appelé TALOS à l'université de Lancaster pour la récupération de l'énergie des vagues (WEC).

En **2018** Neuvéglise a fait une étude sur le comportement d'un flotteur bord à quai. Elle a appliqué un modèle numérique résolvant les équations de Navier-Stokes, un modèle analytique linéaire basé sur la théorie de l'écoulement potentiel et un modèle expérimental, sur une bouée de section rectangulaire située à proximité d'une digue verticale, pour mettre en avant l'interaction de la digue sur le flotteur puis l'effet du flotteur sur les franchissements de digue.

I.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté de manière générale la théorie de la houle et de la conversion de son énergie. Nous avons déterminé le rôle des corps flottants et celui des ondes de surfaces dans la production d'une énergie propre et renouvelable permettant de satisfaire une partie des demandes en énergies mondiales. Finalement, nous avons terminé par relater quelques travaux réalisés dans le domaine de la conversion d'énergie marine et de l'étude du comportement des systèmes développés à cet effet.

Chapitre II

Méthodes de Résolution

Chapitre II : Méthodes de Résolution

II.1 Introduction

Dans la nature, les systèmes physiques les plus intéressants sont aussi les plus complexes à étudier. Ils sont souvent régis par un grand nombre de paramètres non linéaires interagissant entre eux. L'une des solutions les plus utilisées et les plus adaptées pour la résolution de ce genre de phénomènes complexes, est la simulation numérique. Ces simulations informatiques sont rapidement devenues incontournables pour la modélisation des systèmes naturels dans plusieurs disciplines d'ingénierie. En effet, il s'agit d'un processus permettant de calculer et de représenter sur ordinateur des phénomènes physiques complexes.

Dans ce chapitre nous aborderons les différentes méthodes de résolutions numériques, qui peuvent être utilisées pour l'étude du comportement non linéaire d'un solide flottant à la surface libre d'un liquide, les différentes méthodes de suivi d'interface et la présentation du logiciel DualSPHysics.

II.2 Méthodes de Résolution

II.2.1 Méthodes avec maillage

II.2.1.1 Méthode des Volumes Finis

La méthode des volumes finis (MVF) est une méthode de discrétisation qui est utilisée pour la simulation numérique des différents types de lois de conservation (elliptique, parabolique, hyperbolique). Elle est extrêmement utilisée dans de nombreux domaines d'ingénierie, tel que la mécanique des fluides, le transfert de chaleur et de masse...etc. (Eymard, 2000)

Elle consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles sur des volumes définis par un maillage, recommandé pour des équations aux termes complexes et non linéaires. Cette méthode permet la division d'un domaine (géométrie de la région voulut), en une multitude de régions plus petites, appelées volume de contrôle ou bien cellules, la collection de ces cellules est appelée grille ou maille. La méthode des volumes finis permet la conservation de la masse sur chaque volume de contrôle.

Pour résoudre un problème avec la MVF on suit les étapes suivantes (Rammohan, 2012) :

- La division de la géométrie en petites régions (volumes de contrôles) en utilisant un maillage informatique.
- Intégration des équations gouvernantes sur tous les volumes de contrôles du domaine.
- La discrétisation-conversion des équations obtenues après intégration, en un système d'équations algébrique.
- Trouver une solution au système algébrique par la méthode itérative.

A) Génération du maillage

Dans la méthode des volumes finis on commence tout d'abords par subdiviser le domaine en volumes de contrôles discrets. Le domaine d'étude est subdivisé en un nombre fini de nœuds. Chaque volume fini entoure un nœud principal"*P*". Les nœuds adjacents sont "*E*" du côté Est et "*W*" du côté West, "*N*" du côté Nord et "*S*" du côté Sud. Les lignes en tirets représentent les facettes du volume fini du côté est (e) et du côté west (w), du côté nord (n) et du côté sud (s), de dimension Δx et Δy sur lesquelles sont définies les flux J_e , J_w , J_n et J_s comme montré dans la figure suivante :



Figure (II. 1) : Génération de volumes de contrôle (2D)

B) Discrétisation

La méthode des volumes finis est basée sur l'intégration des équations gouvernantes sur un volume de contrôle pour avoir une équation discrétisée à son point nodal *P*.

C) Résolution

Les équations discrétisées doivent être établies à chacun des nœuds. Elles sont modifiées pour intégrer les conditions aux limites, lorsque les volumes de contrôles sont adjacents aux limites. On obtient un système d'équation algébrique linéaire que l'on doit résoudre.

II.2.1.2 Méthode des Eléments Finis

C'est une méthode de discrétisation reconnue comme l'une des principales méthodes d'approximation des problèmes aux limites, elliptiques, paraboliques et hyperboliques.

Elle permet de résoudre l'équation aux dérivées partielles, dans plusieurs domaines, surtout en mécanique (fluide, solide, interaction, structures), et cela en divisant le domaine à traiter en petits éléments appelés mailles, qui forment le maillage.

Dans cette méthode on recherche une formulation simplifiée du problème sur chaque élément pour transformer un système d'équations quelconque en un système d'équations linéaires.

Chaque système d'équations est représenté par une matrice dont l'assemblage de tous les éléments forme le domaine.

Elle peut traiter des problèmes linéaires ou non linéaires, dans des géométries quelconques définies en dimensions 1,2 ou en dimension supérieure.

Pour appliquer la MEF on suit les étapes suivantes (Seghir, 2014):

- Formulation des équations gouvernantes et des conditions aux limites.
- Division du domaine en sous domaines.
- ✤ Approximation sur un élément.
- Assemblage et application des conditions aux limites.
- Résolution du système globale.

A) Formulation variationnelle

Le modèle variationnelle est obtenu en utilisant la méthode des résidus pondérés de Galerkine ; qui consiste à chercher le degré de liberté U pour que l'intégrale, du produit du système d'équations différentielles par une fonction de pondération soit nulle.
B) Forme forte

Consiste à trouver une fonction $U \in V$; V espace de fonctions, telle que

$$A(U) = 0|\Omega \qquad B(U) = 0|\Gamma \qquad (II.1)$$

Où

A(U): L'ensemble d'équations gouvernantes définies sur le domaine Ω

B(U): L'ensemble des conditions aux limites que les fonctions U doivent vérifier sur le contour Γ



Figure (II.2) : domaine géométrique et contour (Seghir, 2014)

Le problème variationnel associé au système (II.1) devient :

Trouver $w \in V$ tel que

$$\int_{\Omega} wA(U) \, d\Omega = 0 \tag{II.2}$$

C'est la forme intégrale forte de l'équation différentielle (système d'équations différentielles).

C) Forme faible

Pour satisfaire les conditions aux limites nous avons 2 manières de procéder, soit par le choix de pondération de la fonction, soit vérifier que

$$\int_{\Gamma} wB(U) \, d\Gamma = 0 \tag{II.3}$$

Il est possible d'intégrer (II.2) par parties et de la remplacer

$$\int_{\Omega} C(w) D(U) d\Omega + \int_{\Gamma} E(w) F(U) d\Gamma = 0$$
(II.4)

Les opérateurs C, D, E et F contiennent des dérivées d'ordre moins élevé, d'où un choix de fonctions d'approximations de U plus large.

Cette équation est la formulation faible de l'équation différentielle, elle forme la base de l'approximation par éléments finis.

D) Discrétisation du domaine

Elle consiste à découper le domaine Ω en sous domaines. C'est-à-dire chercher une solution du problème sur un domaine polygonal ou polyédrique par morceaux. Il y'a donc une redéfinition de la géométrie.



Figure (II.3) : discrétisation du domaine – éléments triangulaires (Seghir, 2014)

E) Approximation sur l'élément

On peut remplacer la fonction exacte par une approximation

Approximation polynomiale

Dans le cas unidimensionnel :

$$U = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i \tag{II.5}$$

Sous forme matricielle

$$U = \langle 1 \quad x \quad \chi^2 \dots \rangle \begin{cases} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \end{cases} \equiv P(x) \{A\}$$
(II.6)

Pour tous les nœuds

$$\{U\} = \begin{bmatrix} \langle P_{1j} \rangle & \{a_j\} \\ \vdots & \vdots \\ \langle P_{nj} \rangle & \{a_j\} \end{bmatrix} \equiv U_n = P_n a_n \tag{II.7}$$

Dans le cas bidimensionnel, la fonction approchée sous forme polynomiale s'écrit en fonction du couple $\varphi(x, y)$.

On utilise le triangle de Pascal pour déterminer les termes des polynômes d'interpolation pour les différents types d'éléments bidimensionnels.

Approximation nodale

Soit pour tous les nœuds

$$U_n = P_n a_n \tag{II.8}$$

23

L'inverse donne les paramètres a_n

$$a_n = P_n^{-1} a_n \tag{II.9}$$

où

 U_n : Valeurs aux nœuds de la fonction

 P_n : Valeurs des polynômes aux nœuds de coordonnées x_i

 a_n : Variables généralisées qui sont les facteurs des polynômes.

En remplaçant (II.10) dans (II.11) on obtient

$$U = \langle P(x) \rangle P_n^{-1} U_n = \langle N(x) \rangle U_n \tag{II.10}$$

C'est l'interpolation nodale où N_i sont appelées fonctions de formes.

F) Matrices élémentaires

Le calcul des matrices élémentaires passe par la réécriture du problème sous forme intégrale :

$$\int_{\Omega} \delta u f(x) \mathrm{d}\,\Omega \tag{II.11}$$

Le domaine Ω comprend l'intervalle 0 à L, $d\Omega = dx$ et avec l'interpolation nodale on a :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial x} U_n$$
$$\delta u = N \,\delta U_n = N^T \delta U_n^T$$

L'intégrale de 0 à *L* peut être remplacée par la somme des intégrales de x_i à x_{i+1} (ou bien : l'intégrale sur Ω est la somme des intégrales sur Ω_e , avec Ω_e est le domaine de chaque élément) :

$$\int_{\Omega} f(x) dx = \sum_{\substack{\text{\'elémént}}} \int_{\Omega_e} f(x) dx \equiv \sum_{i=1,n} \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx = \sum_{\substack{\text{\'elémént}}} \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$$
(II.12)

Après simplification on obtiendra nos matrices élémentaires.

G) Assemblage

Le calcul des matrices élémentaires permet d'obtenir pour tous les éléments des systèmes d'équations élémentaires. Les matrices sont donc réunies au sein d'une matrice globale. La matrice globale s'écrit comme suit :

$$K = \begin{bmatrix} K_{e11}^1 & K_{e12}^1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ K_{e21}^1 & K_{e22}^1 + K_{e22}^2 & K_{e23}^2 & 0 & \vdots \\ 0 & K_{e32}^2 & K_{e33}^2 + K_{e33}^3 & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & & \ddots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & K_{enm}^j \end{bmatrix}$$

H) Application des conditions aux limites et résolution

Après avoir fait l'assemblage des matrices élémentaires, on obtient un système d'équation globale ; que l'on doit résoudre après application des conditions aux limites.

II.2.2 Méthodes sans maillages

II.2.2.1 Méthode Hydrodynamique des particules lissées

L'Hydrodynamique des Particules Lissées (SPH), est une méthode Lagrangienne sans maillage. C'est l'une des plus anciennes méthodes pour la simulation numérique en mécanique. Elle a été inventée en 1977 simultanément par Lucy et par Gingold et Monaghan et aujourd'hui elle connaît un essor important à travers son application en dynamique des fluides (Caleyron, 2011).

La SPH discrétise les milieux continus en utilisant un ensemble de points matériels ou de particules.

Lorsqu'elles sont utilisées pour la simulation de la dynamique des fluides, les équations de Navier-Stokes discrétisées sont localement intégrées à l'emplacement de chacune de ces particules, selon les propriétés physiques des particules environnantes.

L'ensemble des particules voisines est déterminé par une fonction basée sur la distance, circulaire (bidimensionnelle) ou sphérique (tridimensionnelle), avec une longueur caractéristique associée ou une longueur de lissage souvent désignée par h. À chaque pas de temps, de nouvelles quantités physiques sont calculées pour chaque particule, puis elles se déplacent en fonction des valeurs mises à jour (guide de DualSPHysics) (Boumediene, 2011).

A) Discrétisation

Considérons un domaine Ω , de frontière $d\Omega$, les méthodes sans maillages proposent de discrétiser le problème par un ensemble de nœuds dont la connectivité pourra évoluer au cours des calculs. La méthode SPH attache directement aux nœuds un sous domaine dont il transporte les attributs (masse, position...etc), on parle de méthode sans maillage particulaire (Caleyron, 2011).



Figure (II.4) : Discrétisation d'un domaine avec la SPH

B) Fonction d'interpolation

SPH est basé sur une fonction d'interpolation qui donne une estimation des valeurs à un point spécifique. Cette fonction d'interpolation est appelée fonction de noyau (W), qui est conçue pour représenter une fonction F(r), définie en r' par approximation (Crespo, 2008) (Guide de DualSPHysics)

$$F(r) = \int_{\Omega} F(r') W(r - r', h) dr'$$
(II.13)

r: Vecteur position

W: Noyau de lissage

h : Hauteur de lissage

La valeur de *h* doit être supérieure à la séparation initiale entre les particules.

L'approximation (II.13), conduit à l'approximation suivante de la fonction à une particule a (approximation des particules) :

$$F(r_a) \approx \sum_b F(r_b) \frac{m_b}{\rho_b} W(r_a - r_b, h)$$
(II.14)

où l'indice *b* désigne une particule individuelle, la masse et la densité de la particule *b*, sont notés respectivement m_b et ρ_b avec m_b/ρ_b le volume de la particule *b*, et *a* étant une particule à la position r_a .

C) Le noyau de lissage

Les performances d'un modèle de SPH, dépendent du choix du noyau de lissage, exprimé en fonction de la distance non dimensionnelle entre les particules (q), donné par q = r/h où r représente la distance entre 2 particules données a et b, et h, c'est la longueur de lissage (contrôle la taille de la zone autour de la particule). Le noyau peut prendre différentes formes, la plus courante étant cubique ou quintique.

Sous DualSPHysics l'utilisateur peut choisir

Spline cubique :

$$W(r,h) = \alpha_D \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 & 0 \le q \le 1\\ \frac{1}{4}(2-q)^3 & 1 \le q \le 2\\ 0 & q \ge 2 \end{cases}$$
(II.15)

avec

$$\alpha_D = \begin{cases} \frac{10}{7\pi h^2} en \, 2D \\ \frac{1}{\pi h^3} en \, 3D \end{cases}$$
(II.16)

Quintique :

$$W(r,h) = \alpha_D \left(1 - \frac{q}{2}\right)^4 (2q+1) \qquad 0 \le q \le 2$$
 (II.17)

avec

$$\alpha_{D} = \begin{cases} \frac{7}{4\pi h^{2}} en \, 2D \\ \frac{21}{16\pi h^{3}} en \, 3D \end{cases}$$
(II.18)

Le noyau de lissage doit remplir plusieurs propriétés comme la positivité à l'intérieur d'une zone définie d'interaction, le support compacte, la normalisation et la valeur décroissante monotone avec la distance et la différentiabilité.

D) Discrétisation des équations de Navier-Stokes

Equation de continuité

Pendant toute la durée d'une simulation SPH faiblement compressible, la masse de chaque particule reste constante et seule leur densité associée fluctue. Ces changements de densité sont calculés en résolvant la conservation de la masse, ou équation de continuité : (Guide de DualSPHysics)

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b m_b v_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab} \tag{II.19}$$

Equations de quantité de mouvement

L'équation de la quantité de mouvement est donnée sous la forme simplifiée suivante : (Morris et al., 1997)

$$\frac{dv_a}{dt} = -\sum_b \left(\frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2}\right) \nabla_a W_{ab} + \sum_b \frac{m_b(\mu_a + \mu_b)v_{ab}}{\rho_a \rho_b} \left(\frac{1}{r_{ab}}\frac{\partial W_{ab}}{\partial r_a}\right) + F_a$$
(II.20)

où v_a représente la vitesse, P_a la pression, μ_a la viscosité dynamique de la particule a, et une force extérieure appliquée sur la particule a, F_a .

II.2.2.2 Les avantages et les inconvénients de la SPH

La nature lagrangienne de la SPH offre certains avantages à cette méthode, par rapport aux limitations habituelles des méthodes eulériennes : (Crespo, 2008)

Le nombre de densité de particules augmente dans les régions où le fluide est présent, de telle sorte que l'effort de calcul se concentre principalement dans ces régions. Ainsi, le temps n'est pas perdu pour calculer les zones vides.

Pas besoin d'algorithmes de maillages compliqués.

- L'inclusion d'autres processus physiques dans le code est simple.
- La SPH évite le suivi de la surface libre. Pas besoin d'interface eau/air

Même si SPH permet de simuler des problèmes en utilisant une grande résolution avec un large choix de formulations; son inconvénient majeur reste son temps d'exécution excessivement long, signifiant que cette méthode est rarement utilisée pour de grands domaines.

II.3 Méthodes de suivi d'interfaces

Une interface est une surface formant une frontière commune entre deux parties de matières ou d'espace. En mécanique des fluides, les interfaces sont associées à ce qu'on appelle des écoulements à frontière libre, comme par exemple le déferlement plongeant d'une vague sur une plage. L'interface ici est la surface qui sépare l'eau et l'air (Vigneaux, 2007).

L'interface est représentée et suivie explicitement en la marquant avec des points marqueurs, ou en l'attachant à un maillage de surface en mouvement avec l'interface. La reconnexion de cet ensemble de marqueurs permettra de reconstruire la géométrie de la surface (Merrouche, 2010).



Figure (II.5): Principe de la méthode de suivi d'interface (Merrouche, 2010)

On peut distinguer deux grandes catégories de capture spatio-temporelle des interfaces, les méthodes Lagrangiennes (front tracking), et les méthodes Eulériennes (front capturing).

* Les méthodes Lagrangiennes

Le suivi du front est réalisé grâce à une description explicite de l'interface, au sens où l'interface est décrite par un ensemble d'objets qui seront transportés dans le domaine de calcul à la vitesse locale. La reconstitution de cet ensemble d'objets permettra de reconstruire la géométrie de l'interface (Tanguy, 2004).

Effectivement, les méthodes consistent à advecter des marqueurs ou particules grâce au champ de vitesse local suivant une équation

$$\frac{\mathrm{d}x_i}{\mathrm{d}t} = u_i \tag{II.21}$$

Cependant l'un des principaux inconvénients de cette méthode est que les changements topologiques ne s'effectuent pas naturellement, ce qui nécessite une reconstruction de l'interface afin de calculer ses caractéristiques. Cette reconstruction nécessite souvent des

algorithmes supplémentaires et coûteux. Ces méthodes sont aussi difficilement applicables à des espaces supérieurs à 2.

* Les méthodes Eulériennes

Leur particularité est de considérer l'interface comme un champ scalaire, qui sera transporté par le champ de vitesse grâce à une équation de transport (Tanguy, 2004).

Le principe de ces méthodes consiste à un transport d'une quantité scalaire par le champ de vitesse local qui permet une reconstruction plus simple de l'interface. Un scalaire permet de traiter facilement les ruptures ou connexions de l'interface. Ces méthodes sont applicables facilement à des problèmes bidimensionnels ou tridimensionnels.

Il est difficile de recenser toutes les variétés de méthodes numériques développées pour réaliser un suivi d'interface, cependant, toutes les méthodes doivent remplir les conditions suivantes : (Vigneaux, 2007)

- Qu'elles représentent l'interface de manière diffuse ou ponctuelle
- Qu'elles suivent explicitement ou capturent implicitement l'interface
- Leur nature Lagrangienne ou Eulérienne
- Qu'elles couplent ou non le déplacement de l'interface avec les modèles qui fournissent la vitesse du mouvement

II.3.1 Volume of Fluid (VOF)

La méthode VOF est une méthode qui a été introduite par Hirt et Call, en 1981 qui est utilisé pour la simulation d'écoulements entre plusieurs phases non miscibles.

Il s'agit d'une méthode Eulérienne de suivie d'interfaces dans un maillage fixe, conçue pour les écoulements diphasiques, qui conserve la masse du fluide de référence.

Elle est décrite par la fraction α de référence dans chaque cellule, ainsi elle vaut 1 si une cellule est pleine et elle est nulle si la cellule est vide. Dans une cellule mixte qui contient les 2 fluides, la fraction a une valeur comprise entre 0 et 1 (*Figure (II.6)*). Le transport de ces fractions est régi par une équation d'advection similaire à celle de level set qui est donnée par

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + u.\,\nabla \alpha = 0 \tag{II.22}$$

0,95	0,8	0,3	0	0
1	1	1	0,6	0
1	1	1	1	0,3
1	1	1	1	0,8
1	1	1	1	0,95

Figure (II.6) : exemple sur taux de présence en fluide bleu dans les volumes de contrôle

Cette interface, dans le cas de la présence de l'eau et de l'air, présente de la surface libre. Pour prendre en considération les deux fluides dans le domaine de calcul, la masse volumique et la

viscosité cinématique présentes dans les équations du mouvement sont données en fonction de la fraction volumique comme suit :

$$\rho = \alpha \rho_e + (1 - \alpha) \rho_a \tag{II.23}$$

$$v = \alpha v_e + (1 - \alpha) v_a \tag{II.24}$$

Où, les indices « e » et « a » désignent l'eau et l'air respectivement.

II.3.2 Level set

C'est une méthode Eulérienne qui a pour but de capter l'évolution spatio-temporelle d'une interface en utilisant un maillage fixe, elle est utilisée dans le cas des écoulements diphasiques. Elle repose sur une représentation implicite de l'interface par la valeur zéro d'une fonction auxiliaire (la fonction ligne de niveau), et convient bien aux problèmes où les interfaces subissent des changements topologiques extrêmes. (Merrouche, 2010)

Elle peut être perçue comme une variété infinie d'Iso-contour (Figure (II.7))



Figure (II.7): Principe de la méthode Level set

En effet une interface qui borne une région ouverte Γ peut être définie à l'instant 't'au point 'x', comme le niveau zéro d'une fonction lisse $\phi(x, t)$. L'interface variable est alors définie par :

$$\Gamma = \{x, \varphi(x) = 0\} \tag{II.25}$$

L'idée consiste à définir une fonction lisse $\phi(x,t)$ qui représente l'interface comme l'ensemble tel que

$$\phi(x,t) = 0 \tag{II.26}$$

La fonction qui s'annule sur l'interface est positive à l'intérieur et négative à l'extérieur. Ainsi l'interface sera capturée à tous les instants ultérieurs en localisant simplement l'ensemble pour lequel $\Gamma(t)$ et ϕ s'annule.

Les modifications de la topologie comme une séparation ou un regroupement sont alors bien définies sans ambiguïté. Le mouvement s'analyse en faisant transporter les valeurs des niveaux par le champ de vitesse.

Pour capturer l'évolution spatio-temporelle d'une interface on utilise ainsi l'équation de transport :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u.\,\nabla \phi = 0$$

(II.27)

II.3.3 Le maillage mobile

Un maillage est une structure de données géométriques composée de sommets de l'espace, reliés entre eux par des arêtes et plus généralement par des éléments qui peuvent êtres des polygones (triangles, quadrilatères,...etc.)(Moreau, 2014).

Comme l'interface de phase se déplace dans le temps, il est important d'appliquer une certaine forme d'adaptabilité du maillage (Zhijun et al., 2006).

Il existe deux techniques de maillage adaptatif, elles se répartissent en deux grandes classes :

✤ Le raffinement du maillage adaptatif ;

✤ La redistribution du maillage adaptatif c'est-à-dire le maillage mobile.

Les techniques du maillage mobile repositionnent en continu un nombre fixe de cellules, et améliorent ainsi la résolution dans les emplacements particuliers du domaine de calcul. Autrement dit, le maillage permet de suivre les frontières mobiles du domaine de calcul. En effet, il peut être utilisé pour étudier à la fois des états stationnaires et des déformations dépendantes du temps, où la géométrie change de forme en raison de la dynamique du problème (guide de Comsol 5.4).d'ailleurs, son principe consiste à déformer le maillage initial à chaque nouvelle simulation.

Il a été démontré que des améliorations significatives de la précision et de l'efficacité peuvent êtres obtenues en utilisant les méthodes de maillage mobile pour les problèmes présentant de grandes variations de solutions ; cela est particulièrement vrai dans des domaines tels que la dynamique des fluides, l'hydraulique ...etc.

II.4 Présentation du logiciel DualSPHysics

Il existe plusieurs logiciels qui permettent de résoudre les problèmes d'écoulements à surface libre, par la discrétisation des équations de Navier-Stokes, en utilisant les méthodes MEF, MVF ou SPH, …etc. Dans notre étude nous avons utilisées le logiciel DualSPHysics basé sur la méthode SPH. DualSPHysics est un ensemble de codes C++, CUDA et JAVA, conçus pour traiter des problèmes d'ingénierie réels. DualSPHysics est basé sur le modèle Smoothed Particle Hydrodynamics appelé SPHysics. Ce code née de la collaboration de nombreuses organisations d'Espagne, du Royaume Uni, du Portugal, de Belgique, d'Italie et des Etats Unis, est développé pour étudier les écoulements à surface libre, où les méthodes eulériennes sont difficilement applicables ; tel que l'impacte des vagues sur les structures offshore où bien la rupture des barrages.

DesignSPHysics est intégré à FreeCAD pour permettre aux utilisateurs ayant des connaissances en CAO d'utiliser DualSPHysics dans un cadre familier. Grâce à la facilité d'utilisation de FreeCAD, il sera simple et rapide de concevoir des modèles pour un nouvel utilisateur.

Le code PartVTK est utilisé pour convertir les fichiers binaires de sortie de DualSPHysics en différents formats pouvant être visualisés et/ou analysés, les fichiers de sortie (output files), de forme VTK, sont visualisés sous le logiciel Paraview (Guide de DualSPHysics).



Figure (II.8): interface DesignSPHysics sous FreeCAD

II.4.1 Génération d'ondes sous DualSPHysics

La génération d'ondes est incluse dans DualSPHysics, qui au moyen du mouvement d'un piston ou d'un volet, génère des ondes régulières (monochromatiques), ou bien irrégulières.

***** Génération d'ondes de 1er ordre

Pour un écoulement incompressible, irrotationnel avec une pression constante à la surface libre, la génération de vagues sous DualSPHysics est basée sur les fonctions de transfert de Biesel (Guide de DualSPHysics)

$$\eta(x,t) = \frac{H}{2}\cos(\omega t - kx + \delta)$$
(II.28)

- *H* : Hauteur de la vague
- d : Profondeur d'eau
- x : Distance
- δ : Phase initiale entre '0 *et* 2π '
- ω : Fréquence angulaire

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

T : Période

k : Nombre d'onde

$$k = \frac{2\pi}{L}$$

L : Longueur de la vague

Cette équation exprime l'élévation de la surface à l'infini.

La fonction Biesel peut être dérivée pour la solution de champ lointain et pour un générateur d'ondes à pistons comme :

$$\frac{H}{s_0} = \frac{2\sinh^2(kd)}{\sinh(kd)\cosh(kd) + kd}$$
(II.29)

S_0 : Course du piston

Une fois le S_0 (course du piston) définit, le déplacement du piston est donnée par :

$$e_1(t) = \frac{S_0}{2}\sin(\omega t + \delta) \tag{II.30}$$

***** Génération d'ondes de 2nd ordre

La génération d'ondes de second ordre sous Dualsphysics est basée sur la théorie de Madsen (Guide de DualSPHysics)(Madsen, 1971)

La course du piston peut être redéfinie comme $S_0 = \frac{H}{m_1}$

$$m_1 = \frac{2\sinh^2(kd)}{\sinh(kd)\cosh(kd) + kd}$$
(II.31)

Selon Madsen pour la génération d'ondes de 2^{nd} ordre, un autre terme doit être rajouté à l'équation (II.30), ce terme est :

$$e_2(t) = \left[\left(\frac{H^2}{32d} \right) \left(\frac{3\cosh(kd)}{\sinh^3(kd)} - \frac{2}{m_1} \right) \right] \sin(2\omega t + 2\delta)$$
(II.32)

Par ailleurs, le déplacement du piston pour des vagues régulières est donné par :

$$e(t) = e_1(t) + e_2(t)$$

$$e(t) = \frac{S_0}{2}\sin(\omega t + \delta) + \left[\left(\frac{H^2}{32d}\right)\left(\frac{3\cosh(kd)}{\sinh^3(kd)} - \frac{2}{m_1}\right)\right]\sin(2\omega t + 2\delta)$$
(II.33)

Cette approximation est applicable pour des vagues respectant la condition suivante :

$$\frac{HL^2}{d^3} < \frac{8\pi^2}{3}$$
(II.34)

DualSPHysics prévient l'utilisateur si la condition est respectée ou pas.

II.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les méthodes de résolutions numériques avec ou sans maillage du comportement non-linéaire d'un corps flottant sous l'effet des vagues, qui sont la SPH, la MEF et la MVF. Puis, nous avons décrits de manière globale les différentes méthodes de suivie d'interfaces, et le logiciel qu'on utilisera pour la résolution de notre problème.

Chapitre III

Résultats et Discussions

Chapitre III : Résultats et Discussions

III.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présenterons les différents résultats obtenus lors de notre étude. Nous commencerons tout d'abord par la description des modèles réalisés, puis, la présentation des différents paramètres de calculs et des conditions imposées. Par la suite, nous passerons à la discussion des résultats obtenus et enfin, à une étude paramétrique pour démontrer l'effet du changement de la hauteur des vagues.

III.2 Présentation des modèles

Dans le but d'étudier le comportement d'un corps flottant sous l'effet des vagues, un modèle numérique 2D de réservoir à vagues (Wave Tank) a été réalisé en utilisant DesignSPHysics, une interface graphique du logiciel libre DualSPHysics. Ce logiciel traite les écoulements à surface libre en discrétisant les équations de Navier-Stokes.

III.2.1 Les géométries

Le but de ce travail, est de vérifier la stabilité d'un corps flottant 2D relâché dans un réservoir en condition d'équilibre. Le réservoir à vagues est de forme rectangulaire et mesure 10m de longueur, et 1m de largeur, avec une profondeur d'eau de 0.4m. Un générateur d'ondes à piston est placé sur le côté gauche du réservoir, et un mur a été placé de l'autre côté (à droite) pour fermer le réservoir. Le corps flottant de forme rectangulaire est immergé, et selon la longueur du corps, on traite deux cas différents ; un cas de petit corps et un cas de grand corps, comme le montre la figure (III.1).



Figure (III.1) : représentation des géométries utilisées sous DualSPHysics cas 01 et cas 02 respectivement

III.2.2.1 Description du Canal

Le canal de forme rectangulaire comprend les caractéristiques géométriques citées dans le tableau suivant

1

1 000000		inques geometriques	
	Longueur [m]	Profondeur [m]	Largeur [m]

0.4

10

Tableau (III.1) : Caractéristiques géométriques du canal

III.2.2.2 Description des Corps

canal

Les corps utilisés comme cas d'étude sont de masse volumique de $700kg/m^3$ et de forme rectangulaire. Leurs largeurs sont prises unités (1m) et leurs longueurs sont : 0.5 m pour le petit corps et 2m pour le grand corps. Ils sont placés à une profondeur initiale de 0.3m et à des positions longitudinales de x = 4.75m et x = 4m, respectivement. Ces positions font coïncider leurs centres de gravités avec le centre longitudinal du réservoir. La figure (III.2) montre les modèles réalisés en utilisant un ensemble espacées de 15mm, soit un nombre $N_p 1 = 18219$ et $N_p 2 = 18667$ pour le 1*er* et le 2*nd* cas respectivement.



Figure (III.2) : représentation des géométries utilisés sous Paraview cas 01 et cas 02 respectivement

III.2.2 Les paramètres de calculs

Les paramètres de calculs des deux modèles sont récapitulés dans le Tableau (III.2)

Propriétés	Variables	Valeur	Unité
Masse volumique de l'eau	$ ho_e$	1000	Kg/m^3
Masse volumique du corps	$ ho_c$	700	Kg/m^3
Temps de simulation	t	120	S
Période des vagues	Т	1.2	S
Hauteur des vagues	Н	0.1	m
Longueur d'onde	L	1.93625	m
Profondeur relative	$\frac{d}{L}$	0.206585	
Amplitude des vagues	Α	0.04003308	m
Nombres de Particules	N_p	$N_p 1 = 18216$ $N_p 2 = 18667$	

Tableau (III.2) : Paramètres de calculs

III.2.3 Les conditions aux limites

Les conditions aux limites utilisées sont :

<u>A l'entrée :</u>

Nous avons imposé une condition de Piston (Wavemaker) (*Figure (III.3*)) une condition de génération des vagues de second ordre d'une profondeur d'eau d = 0.4m, une hauteur de vagues H=0.1m et une période T = 1.2s.

La figure 3 montre la fenêtre de l'interface de DesignSPHysics qui permet de définir les variables de cette condition aux limites.

Create New 💌		Timeline for the selected movement
Create New 💌	Use	Regular wave generator (Piston) Duration (s): 0.0 Wave Order 2nd Order Depth (m): 0.4 Piston direction (X, Y, Z): 1.0 0.0 0.0 Wave height (m): 0.1 Wave period (s): 1.2 Phase (rad): 0.0 Ramp: 0.0 Save the Periods: 10 Period \$ 20 X Pos (r 2.5 Z Pos (r -0.15) AWAS configuration Enabled Enabled Start AWAS (s; 0.0 Gauge X (value*h): 0.0 Gauge Z Min (m): 0.0 Gauge Z Max (m): 0.0 Gauge dp: 0.0 Coef, mass limit: 0.0 Save data: By Part * Limit acceleration: 0.0 Drift corr Enable Start AWAS (s) Definition Defi

Figure (III.3) : fenêtre Motion configuration du piston

III.2.4 Génération d'ondes

Le piston, génère des vagues régulières de second ordre, qui se propagent le long du canal comme montré dans la figure (III.4) suivante :



Figure (III.4) : génération d'ondes avec un piston

Le mouvement de ce piston est décrit par une harmonique (Figure (III.5))

$$D(t) = A\sin(\omega t) \tag{III.1}$$

où

A: Amplitude du mouvement horizontal [m] ω : Fréquence angulaire (pulsation) $[s^{-1}]$ La représentation de cette solution donne une allure



Figure (III.5) : déplacement du piston suivant l'expression analytique

Pour vérifier l'exactitude de cette formule ; nous avons extrait à partir du logiciel DualSPHysics, le déplacement d'une particule sur le piston. Le déplacement de la particule a donné l'allure suivante (*Figure (III.6*)) :



Figure (III.6) : déplacement d'une particule du piston

La comparaison entre les résultats de l'expression analytique et la solution numérique donne le graphique de la figure (III.7) suivante :



Figure (III.7) : comparaison entre l'expression analytique et numérique

On remarque que les deux courbes s'accordent parfaitement l'une avec l'autre, le déplacement du piston suit exactement le comportement de l'expression analytique donnée. Les valeurs de l'amplitude A et de la période T sont comme suit

A = 0.0403308mT = 1.2s

III.3 Présentation des résultats obtenus

III.3.1 Cas 01 : petit corps

III.3.1.1 Déplacements

La figure (III.8) est la représentation graphique du déplacement U_x , du petit corps entraîné par les vagues, en fonction du temps t.

On constate tout d'abords, que le corps sous l'effet des vagues, se déplace vers la droite suivant x. Avant que la première vague n'arrive, on remarque que le déplacement Ux est nul, pour un petit intervalle de temps, jusqu'à ce que la première vague arrive et que le corps commence à bouger. Au fur et à mesure que les vagues arrivent, le corps se déplace, pour finalement se stabiliser aux alentours de t = 60s, à une valeur de U_{max} qui est presque égale à 1m. Cette stabilisation est due au corps qui rentre en phase avec les vagues.

Sous l'effet des forces de poussées, dues aux vagues, le corps se déplace, légèrement, suivant x vers la droite, c'est-à-dire que le corps dérive avec un petit déplacement vers la droite.



Figure (III.8) : représentation du déplacement horizontal U_x du petit corps

La figure (III.9), montre le déplacement U_z , le soulèvement du petit corps, en fonction du temps t.

Pendant, une période de temps de 5*s*, on constate que le corps immergé tend à s'approfondir pour retrouver son tirant d'eau $h_i = 0.105m$ et retrouver sa position d'équilibre dans l'eau. Puis à partir de t = 5s, on remarque, le soulèvement du corps par les vagues, pour atteindre un pic de z = 0.04m, puis il s'abaisse également pour atteindre le pic de z = -0.04m. Après, le corps oscille en faisant des variations autour de 0 ; jusqu'à se stabiliser aux environs de t = 60s, impliquant que le corps flottant est en phase avec les vagues.

On conclut que le mouvement du corps suit l'oscillation verticale des vagues, d'ailleurs, on remarque bien, que chaque 20*s*, celui-ci rentre en phasage avec les vagues.



Figure (III.9): représentation du déplacement vertical U_z du petit corps

Expression analytique

Le déplacement du petit corps suit une expression analytique donnée par une fonction cosinus de forme :

$$U_z = \bar{X}\cos(\omega t - \varphi) \tag{III.2}$$

avec

 \overline{X} : Amplitude en [m] ω : Fréquence angulaire $[s^{-1}]$ avec $\omega = 2\pi/T$ T: La période [s] φ : Déphasage [deg]

Les paramètres physiques utilisés pour le calcul de l'expression analytique sont cités dans le tableau ci-dessous

Tableau (III.3) : paramètres utilisés pour le calcul de l'expression analytique

$ar{X}\left[(m) ight]$	T [s]	φ [deg]
0.03	1.2	0.012

Après avoir tracé l'expression analytique et la solution numérique du déplacement U_z en fonction du temps, nous avons obtenus le graphique montré dans la figure ci-dessous



Figure (III.10): comparaison entre la solution numérique et l'expression analytique du déplacement vertical U_z du petit corps

D'après la figure (III.10) l'allure de la courbe donnée par la solution numérique, correspond très bien à celle donnée par la l'expression analytique.

III.3.1.2 Rotation

La figure (III.11), la représentation graphique de la rotation d'un petit corps suivant les vagues, en fonction du temps t.

Les résultats de rotation calculés, se présentent sous formes de fluctuations autour de 0, dont l'amplitude max de rotation est de l'ordre de 15°. On constate que la rotation diminue un peu, puis reste stable à partir de t = 60s et l'amplitude varie de 10° et -10°.

Les résultats obtenus donnent que les trois composantes de la trajectoire du mouvement, ont plus au moins la même période d'oscillation



Figure (III.11) : représentation de la rotation en degrés du petit corps sous l'effet des vagues

III.3.1.3 Les forces

La figure (III.12), représente la force horizontale F_x s'exerçant sur le petit corps en fonction du temps t.

On remarque des fluctuations autour de 0 ; l'amplitude max est de l'ordre de 80N/m. Au début du temps dans le graph, les pics sont tronqués, c'est dû aux impactes entre les particules et le corps solide.



Figure (III.12) : Représentation de la force horizontale F_x s'exerçant sur le petit corps

La figure (III.13), représente la force verticale F_z s'exerçant sur un petit corps en fonction du temps t.

On remarque des fluctuations autour de 600N/m; l'amplitude max est de l'ordre de 650N/m. Les forts pics au début du graph sont dus aux impactes du corps avec les vagues et sans doute à cause du caractère discret de la méthode particulaire des particules discrètes.



Figure (III.13) : Représentation de la force verticale F_z s'exerçant sur un petit corps

Expression analytique

La force verticale F_x des vagues sur le petit corps suit une expression analytique donnée par une fonction sinusoïdale de forme

$$F = -F_{max} \times \sin(\omega t - \varphi) \tag{III.3}$$

avec

 F_{max} : Force verticale maximale [N/m] ω : Fréquence angulaire $[s^{-1}]$ avec $\omega = 2\pi/T$ T: La période [s] φ : Déphasage [deg]

Les paramètres physiques utilisés pour le calcul de l'expression analytique sont cités dans le tableau ci-dessous

Tableau (III.4)) : paramètres	utilisés pour le ce	alcul de l'expression	analytique
-----------------	----------------	---------------------	-----------------------	------------

$F_{max} [N/m]$	T [s]	φ [deg]
50	0.99	1.1

Après avoir tracé l'expression analytique et la solution numériques de la force verticale F_z en fonction du temps, nous avons obtenus le graphique montré dans la figure ci-dessous



Figure (III.14) : Comparaison entre l'expression analytique et la solution numérique de la force verticale F_z du petit corps

D'après le graphe on constate que la solution numérique, correspond plus au moins bien à l'expression analytique de la force verticale F_z .

III.3.1.4 La force en fonction du déplacement

La figure (III.15), montre les variations de la force verticale F_z en fonction du déplacement U_z .

Dans le but d'examiner la relation entre la force verticale F_z avec le déplacement vertical U_z , d'un petit corps sous l'effet des vagues, une équation de la droite de tendance de forme y = ax + b a été établie par la méthode des moindres carrés :

$$F_z = 1670U_z + 596.2 \tag{III.4}$$

Avec

a = 1670, indique le coefficient de proportionnalité entre la force et le déplacement

b = 596.2, représente le poids du corps.



Figure (III.15) : Relation force déplacement

Le graphique de la figure ci-dessus, montre qu'il existe une certaine tendance entre la force verticale F_z , et le déplacement U_z , et une très forte corrélation entre les deux variables, puisque $R^2 = 0.923$.

III.3.2 Cas 02 : grand corps

III.3.2.1 Déplacements

Dans la représentation graphique du déplacement U_x , en fonction du temps comme montré dans la figure (III.16), on voit que pendant un intervalle de temps très petit, juste au début, que le grand corps ne subit aucun mouvement, avant que la première vague arrive. Dès que celle-ci apparaît, on remarque le déplacement du grand corps vers la droite suivant x. il se stabilise aux environs de x = 1.8m pour un intervalle de temps de 60s à100s puis la courbe repart en hausse et le corps se déplace encore pour atteindre x = 3m à partir de t = 100s. Le corps dérive avec un léger déplacement vers la droite suivant les vagues, il prend du temps pour effectuer ce déplacement, ceci est dû au fait que le corps soit grand et qu'il réagisse lentement avec les vagues. Elles ne peuvent donc pas pousser le corps aussi rapidement et sur une grande distance que comme dans le cas du petit corps.



Figure (III.16) : représentation du déplacement horizontal U_x d'un grand corps

Comme le montre la figure (III.17), de la représentation graphique du déplacement vertical U_z , en fonction du temps ; le corps est initialement immergé, c'est ce qu'indique le graph pendant un petit intervalle de temps. La première vague arrive et le corps est soulevé par celle-ci. Par la suite, il subit une suite de variations, soulèvement puis abaissement autour de z = -0.05. Il se stabilise autour de 60s à 100s, puis il repart encore dans une suite de variations.

Le corps oscille suivant les vagues, mais il n'est pas soulevé à une très grande distance suivant z, c'est dû à sa taille et au fait qu'il réagisse aux vagues avec grande inertie.



Figure (III.17) : représentation du déplacement vertical U_z d'un grand corps

Expression analytique

Le déplacement vertical U_z du grand corps sous l'effet des vagues suit une expression analytique, donnée sous forme d'une fonction cosinus tel que

$$U_z = -\bar{X}\cos(\omega t - \varphi) \tag{III.5}$$

avec

 \overline{X} : Amplitude [m]

 ω : Fréquence angulair $[s^{-1}]$ avec $\omega = 2\pi/T$

T : La période [s]

 φ : Déphasage [deg]

Les paramètres physiques utilisés pour le calcul de l'expression analytique sont cités dans le tableau ci-dessous

Tableau (III.5) : paramètres utilisés pour le calcul de l'expression analytique

$\overline{X}[m]$	T [s]	$\varphi \left[deg ight]$
0.005	1	1

Nous avons tracé l'expression analytique et la solution numérique en fonction du temps, elle est présentée dans la figure suivante



Figure (III.18): comparaison entre l'expression analytique et la solution numérique du déplacement vertical U_z du grand corps

On remarque que la courbe de la solution numérique s'accorde plus au moins bien avec la courbe de l'expression analytique. On retrouve bien les périodes des oscillations mais pas assez les pics qui sont irréguliers. L'amplitude change donc en fonction du temps.

III.3.2.2 Rotation

Les résultats obtenus de la rotation selon la figure (III.19), montrent des fluctuations autour de 0, avec une amplitude d'angle de rotation max de 2.5°. Les rotations du grand corps se stabilisent entre 60s et 100s, d'une amplitude d'angle de rotation entre 1° et-1°, puis cette amplitude repart à la hausse à partir de t = 100s.

Les trois composantes de la trajectoire du mouvement, ont plus au moins la même période d'oscillation. On remarque aussi un comportement en battement dû au piégeage d'ondes à cause de la troncature du domaine fluide.



Figure (III.19) : représentation de la rotation en degrés du grand corps sous l'effet des vagues

III.3.2.3 Les forces

La figure (III.20), montre des fluctuations autour de 0, et une amplitude max de la force horizontale $F_{max} = 100N/m$, l'amplitude varie entre 100N/m et -100N/m. la force se stabilise aux environs de t = 60s jusqu'à t = 100s, où l'amplitude varie entre 50 N/m et -50 N/m, elle augmente pour atteindre 100N/m à partir de t = 100s.



Figure (III.20) : représentation de la force horizontale F_x s'exerçant sur le grand corps

Les résultats obtenus montrent des fluctuations autour de 2300N/m, d'une amplitude $F_{max} = 2400N/m$. Le corps est stable autour de 60s jusqu'à 100s. La force verticale augmente pour atteindre une amplitude F = 2350N/m, à partir de t = 100s. Les forts pics au début du graph sont dus aux impactes du corps avec les vagues.



Figure (III.21) : représentation de la force verticale F_z s'exerçant sur le grand corps

Expression analytique

La force verticale F_z qui s'exerce sur le grand corps sous l'effet des vagues suit une expression analytique, donné sous forme d'une fonction sinusoïdale tel que

avec

$$F_z = -F_{max}\sin(\omega t - \varphi) \tag{III.6}$$

 F_{max} : Force verticale maximale [N/m] ω : Fréquence angulair $[s^{-1}]$ avec $\omega = 2\pi/T$ T: La période [s] φ : Déphasage [deg]

Les paramètres physiques utilisés pour le calcul de l'expression analytique sont cités dans le tableau suivant

Tableau (III. 6): paramètres utilisés pour le calcul de l'expression analytique

$F_{max}[N/m]$	T [s]	$\varphi \left[deg ight]$
40	1.05	0.8

Nous avons tracé la solution analytique et la solution numérique en fonction du temps, elle est présentée dans la figure suivante



Figure (III.22): comparaison entre l'expression analytique et la solution numérique de la force verticale F_z du grand corps

On remarque de la figure ci-dessous que la courbe de la solution numérique s'accorde plus au moins avec la courbe de l'expression analytique.

III.3.2.4 La force en fonction du déplacement

Dans le but, d'examiner la dépendance entre la force verticale F_z avec le déplacement vertical U_z , d'un grand corps sous l'effet des vagues, une équation de la droite de tendance de forme y = ax + b, par la méthode des moindres carrés :

$$F_z = 5807U_z + 2261$$
(III.7)

avec

a = 5807, indique le coefficient de proportionnalité entre la force et le déplacement b = 2261, représente le poids du corps.

Le graphique de la figure (III.23), montre qu'il existe une certaine tendance entre la force verticale F_z , et le déplacement U_z et une forte corrélation entre les deux variables puisque $R^2 = 0.733$.



Figure (III.23) : Relation force déplacement

III.4 Etude paramétrique

Dans cette partie nous étudierons l'effet du changement de la hauteur des vagues H, sur le comportement des deux corps.

Pour étudier, cet effet d'autres cas de canaux ont été réalisés en gardant les mêmes caractéristiques géométriques que les cas précédents et en variant H.

<i>Tableau</i> (111.7) :	tes afferentes nauteur	rs ae vagues

Cas	01	02	03	04
Hauteur de la vague[m]	0.1	0.125	0.15	0.2

III.4.1 Cas 01 : Petit corps

✤ La figure (III.24), montre l'effet du changement du paramètre H, sur les déplacements vertical et horizontal, sur la rotation et sur les forces verticales et horizontales qui s'exercent sur le petit corps.

En analysant les graphes, on remarque que l'augmentation de H, influe sur les déplacements. Lorsque la hauteur de la vague est plus grande, le volume d'eau entraîné est plus important, ce qui fait que la vague déplace le corps plus loin et le soulève plus haut.

Par exemple pour t = 20s, lorsque H = 0.1m, le corps dérive à une distance de x = 0.5m et est soulevé à une hauteur de z = 0.02m, tandis que pour H = 0.2m, le corps se situe à environ x = 1.5m, et est soulevé à une hauteur de z = 0.08m.

La comparaison des angles de rotations entre les résultats calculés pour les différents H, montre des variations de rotations plus accentuées et des amplitudes plus élevées, à chaque fois que la hauteur des vagues augmente, où, le corps atteint un degré de rotation de 20°, pour H = 0.2m, et le temps que met le petit corps pour se stabiliser sous les vagues, est plus important lorsque la hauteur des vagues est élevée.

Les forces horizontales et verticales qui s'exercent sur le corps, augmentent avec l'augmentation de la hauteur des vagues.

D'ailleurs, on remarque des variations d'amplitudes de forces plus élevées, lorsque

- H = 0.125m, H = 0.15m et H = 0.2m par rapport à celles atteintes quand H = 0.1m.
- La figure (III.25), représente les graphes de la relation entre les forces verticales et le déplacement vertical pour les différentes hauteurs de vagues.

On remarque que la corrélation diminue au fur et à mesure que la hauteur des vagues augmente.

Pour H = 0.1m la corrélation $R^2 = 0.923$ Pour H = 0.125m la corrélation $R^2 = 0.808$ Pour H = 0.15m la corrélation $R^2 = 0.702$ Pour H = 0.2m la corrélation $R^2 = 0.534$



Figure (III.24) : courbes graphiques de l'effet de H sur le comportement du petit corps



Figure (III. 25) : la force verticale en fonction du déplacement sous l'effet de la variation de H pour le cas du petit corps

III.4.2 Cas 02 : Grand corps

✤ La figure (III.27), montre l'effet du changement de la hauteur des vagues sur les déplacements, la rotation et sur les forces verticales et horizontales qui s'exercent sur le grand corps.

En analysant les graphes, on remarque que le corps dérive plus loin sur la droite, et il parcourt une plus grande distance, à chaque fois que la hauteur des vagues augmente.

Quant au déplacement vertical, le corps semble s'enfoncer plus profondément lorsque les vagues augmentent, qui lui passent par-dessus (*Figure (III.26*)).



Figure (III.26) : vagues qui passent par-dessus le grand corps

Le graphique (c) de la figure (III.27), montre les angles de rotations du grand corps sous l'effet des vagues. On remarque que ces rotations augmentent avec la hauteur des vagues, mais la rotation du corps reste faible, elle atteint seulement 4° pour H = 0.2m, ce qui peut être justifié par sa grande dimension (son poids).

Lorsque la hauteur des vagues augmente, les forces verticales et horizontales qui s'exercent sur le grand corps augmentent, et on remarque des amplitudes plus élevées pour H = 0.2m.

✤ La figure (III.28), représente les graphes de la relation entre les forces verticales et le déplacement vertical pour les différentes hauteurs de vagues.

On remarque que les graphes d'ajustements entre la force verticale et le déplacement vertical du grand corps sont moins bons par rapport à ceux du petit corps et par rapport à ceux du cas d'ondes de faibles amplitudes.

H[m]	0.1	0.125	0.15	0.2
R^2	0.733	0.576	0.132	0.032

Tableau (III.8) : changement de la corrélation R² en fonction de H du grand corps

Pour H = 0.1m, on distingue une corrélation assez bonne puis elle diminue de plus en plus H augmente.

Pour H = 0.2m, on remarque une corrélation presque nulle.



Figure (III.27) : courbes graphiques de l'effet de H sur le comportement du grand corps



Figure (III.28) : la force verticale en fonction du déplacement sous l'effet de la variation de H pour le cas du grand corps

III.5 Condition d'augmentation de la hauteur des vagues

La condition de Madsen (1971) stipule que le déplacement du piston, pour des vagues de second ordre, n'est applicable que pour des vagues dont la condition suivante est remplie

$$\frac{HL^2}{d^3} < \frac{8\pi^2}{3} \tag{III.8}$$

Pour notre cas, la hauteur des vagues doit être H < 0.45m.

Pour la condition de Miche (1944), qui stipule que

$$\frac{H_b}{L_b} = 0.142 \sinh\left(\frac{2\pi d_b}{L_b}\right) \tag{III.9}$$

 H_b : Hauteur des vagues à l'impacte

 L_b : Longueur d'onde à l'impacte

 d_b : Profondeur à l'impacte

Pour notre cas la hauteur des vagues doit être $H \le 0.23m$.

Ces conditions de hauteurs des vagues sont valables pour les modèles réalisés dans cette étude. Pour la génération de vagues de hauteurs plus élevées, on passe aux vagues irrégulières.

III.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons simulé en utilisant DualSPHysics l'interaction fluide-solide sous effets des vagues. Des ondes régulières ont été générées en utilisant un piston en mouvement harmonique. L'impact du changement de la hauteur des vagues H, sur les déplacements, la rotation, et sur les forces qui s'exercent sur le corps, qu'il soit de petite ou de grande dimension, a été étudié. Des relations de corrélation entre les forces verticales et les déplacements qu'elles génèrent ont notamment été proposées. On a vu que les corrélations sont d'autant meilleures que les ondes sont de faibles amplitudes.

Conclusion Générale
Conclusion générale

Dans le cadre de ce mémoire, le problème d'interaction vague-corps a été abordé numériquement, dans le but d'étudier le comportement des corps flottants sous effets de vagues régulières.

Tout au long de ce travail, nous avons réalisés une petite synthèse bibliographique des travaux antérieurs réalisés dans le domaine d'étude des corps flottants et de la production d'énergie à partir de la houle. Puis, nous avons fait un petit rappel sur quelques notions de la formation des ondes et de la houle, où nous avons exposé les différentes théories d'ondes et les équations qui rentrent en jeux. Ensuite, nous avons expliqué les différentes méthodes de résolutions numériques à savoir la méthode SPH, la méthode des éléments finis, la méthode des volumes finis...etc, pour résoudre la problématique posée dans ce travail.

Quatre différents modèles ont été réalisés, pour étudier le comportement non-linéaire d'un corps flottant librement dans un canal à vagues, sous des ondes régulières de second ordre. Ces modèles ont été réalisés sous DualSPHysics, un logiciel basé sur la méthode SPH, une méthode lagrangienne sans maillage qui traite les écoulements à surface libre, en discrétisant les équations de Navier-stokes.

Sur la base des résultats numériques obtenus, les conclusions suivantes peuvent êtres tirées :

- Le corps libre peut se mouvoir suivant quatre degrés de liberté ; en se balançant (Sway), en se soulevant (Heave) en se roulant (Roll) et en se dérivant (drift).
- Le mouvement de soulèvement (déplacement vertical) et le mouvement de rotation, d'un corps flottant dans des ondes de faibles amplitudes, sont des oscillations harmoniques, tandis que le mouvement de balancement (déplacement horizontal), c'est une oscillation harmonique en plus d'un mouvement de dérive dans la direction de la vague.
- Le corps se stabilise rapidement et rentre en phasage avec les vagues, lorsque sa longueur est petite, pour des petites hauteurs de vagues.
- Les grandes hauteurs de vagues, déplacent un grand volume d'eau, et font dérivés le corps plus loin et le soulèvent plus haut.
- la force verticale des vagues augmente les mouvements de soulèvements du corps, et la force horizontale de la vague augmente les mouvements de balancements du corps.
- Quelque soit la hauteur des vagues et la dimension du corps (petit ou grand corps), les valeurs données par les forces verticales sont supérieurs aux valeurs données par les force horizontales, de ce fait les forces verticales sont plus importantes que les forces horizontales.
- ✤ La génération de vagues de second ordre avec des hauteurs élevées $H \ge 0.23m$, exige de passer à la théorie de vagues irrégulières.
- Lorsque l'onde vient de la gauche, le corps tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et dérive vers la droite, et vice-versa.

Le sujet de cette étude offre de nombreuses perspectives d'avenir, parmi elles on cite :

- ◆ La réalisation d'une étude expérimentale pour raffiner la modélisation numérique.
- ✤ Augmenter les dimensions du canal, pour enrichir l'étude paramétrique.
- ✤ La comparaison des résultats avec d'autres logiciels, basés sur d'autres méthodes de résolutions lagrangiennes avec maillage et eulériennes.
- La production d'énergie à partir d'un corps flottant. Concevoir un modèle numérique puis, le mettre en œuvre expérimentalement dans le cadre de la production d'une énergie renouvelable et moins polluante.

Références Bibliographiques

Aggidis, G.A., Taylor, C.J., Overview of wave energy converter devices and the development of a new multi-axis laboratory prototype, *IFAC-Papers On Line*, Vol. 50, No.1, pp. 15651-15656, July 2017.

Babarit, A., Mouslim, H., Clément, A., Durand, M., Guglielmi, M., Multon, B., Ben Hamed, H., Le Système Electrique Autonome de Récupération de l'Energie des Vagues, 2008.

Babarit, A., Rousset, J.M., Mouslim, H., Aubrey, J., Ben Ahmed, H., Multon, B., La récupération de l'énergie de la houle, Partie 1 : caractéristiques de la ressource et bases de l'hydrodynamique, *La Revue 3E.I*, pp. 17-25, 2009.

Babarit, A., Contribution à la récupération de l'énergie des vagues, Université de Nantes, Mécanique des Fluides, 2016.

Bing, R., Ming, H., Ping, D., Hongjie, W., Nonlinear simulations of wave-induced motions of a freely floating body using WCSPH method, *Applied Ocean Research*, Vol. 50, pp. 1-12, March 2015.

Benmezroua, B., Etude numérique et expérimentale à l'échelle microstructurelle du transport granulaire dans les matériaux poreux saturés, Mécanique des fluides, INSA de Rennes, 2011.

Bouscasse, B., Colagrossi, A., Marrone, S., Antuono, M., Nonlinear water wave interaction with floating bodies in SPH, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 42, pp. 112-129, October 2013.

Caleyron, F., Simulation numérique par la méthode SPH de fuites de fluide consécutives à la déchirure d'un réservoir sous impact, *INSA de Lyon, France*, 2011.

Chen, X., Zhan, J., Chen, Q., Numerical simulations of 2-D floating body driven by regular waves, *J Hydrodyn 28*, pp. 821–831, 2016.

Cieutat, J.M., Modélisation physiquement réaliste de simulation d'entraînement maritime, Synthèse d'image en réalité virtuelle, Université de Bordeaux 1, France, 2003.

Clemot, H., Etude de l'intégration des systèmes houlomoteurs au réseau électrique: Développement d'un modèle 'De la vagues au réseau électrique', Energie Electrique, Ecole Centrale de Nantes, France, 2017.

Crespo, A.J.C., Application of the Smoothed Particle Hydrodynamics model SPHysics to free-surface hydrodynamics, PhD Thesis, June 2008.

Eymard, R., Gallouët, Th., Herbin, R., Finite Volume Methods, *Elsevier*, Vol. 7, pp. 713-1020, 2000.

Falcão, A., Historical Aspects of Wave Energy Conversion, *Earth and Planetary Sciences*, Vol. 8, pp. 7-9, December 2012.

Gilloteaux, J.Ch., Mouvement de grande amplitude d'un corps flottant en fluide parfait. Application à la récupération de l'énergie des vagues, Dynamique des Fluides, Ecole Centrale de Nantes (ECN), Université de Nantes, France, 2007.

Guide de Comsol 5.4.

Guide d'Utilisation DualSPHysics.

He, M., Ren, B., Qiu, D., Experimental study of nonlinear behaviors of a free-floating body in waves, *China Ocean Eng 30*, pp. 421–430, 2016.

Hu, C., Kashiwagi, M., Two-dimensional numerical simulation and experiment on strongly nonlinear wave–body interactions, *J Mar Sci Technol 14*, pp. 200–213, 2009.

Madsen, O.S., On the generation of long waves, *Oceans and Atmospheres*, Vol. 76, No. 36, pp. 8672-8683, 1971.

Merrouche, Dj., Application des méthodes de suivi d'interface à la simulation numérique des écoulements diphasiques Gaz-Liquide, Thèse de Doctorat, Mécanique des Fluides, Université de Boumerdes, Algérie, 23 Mai 2010.

Moreau, N., Génération de maillages volumiques et adaptables pour la simulation physique, Rapport de Stage, Université Claude Bernard Lyon 1, Dijon, France, 21 juin 2014.

Morris, J.P., Fox, P.J., Zhu, Y., Modeling Low Reynolds Number Incompressible Flows Using SPH, *Journal of Computational Physics*, Vol. 136, No. 1, pp. 214-226, 1 September 1997.

Multon, B., Production d'énergie électrique par sources renouvelables, *Techniques de l'ingénieur, Traité Génie Electrique*, 11 pages, mai 2003.

Multon, B., Clément, A., Ruellan, M., Seigneurbieux, J., BenAhmed, H., Systèmes de conversion des ressources énergétiques marines, Les nouvelles Technologies de l'Energie, *Hermès Publishing*, pp.221-266, 2006.

Neuvéglise, S., Modélisation numérique et physique de la chaîne de récupération de l'énergie de la houle par un dispositif bord à quai, Mécanique des Fluides, Normandie Université, 2018.

Paiva, E.D., A simplified description of bodies floating in the water, *Revista Brasileira de Ensino de Física*, Vol. 41, No. 4, 2019.

Rammohan, S.R., Coupled fluid structure interaction analysis on a cylinder exposed to ocean wave loading, Master's Thesis in Solid and Fluid Mechanics, Department of Applied Mechanics, Chalmers University of Technology,Goteborg Sweden, 2012.

Salter, S., Wave Power, *Nature*, Vol. 249, pp. 720-724, June 1974.

Seghir, A., Cours méthode des éléments finis, Université Abderrahmane Mira, Bejaia, 2014.

Soulard, Th., Babarit, A., Borgarino, B., Estimation de la production d'une plateforme flottante hybride pour la récupération de l'énergie des vagues et du vent, 13es Journée de l'Hydrodynamique (JH13), Chatou, France, Novembre 2012.

Sueyoshi, M., Kashiwagi, M., Naito, S., Numerical simulation of wave-induced nonlinear motions of a two-dimensional floating body by the moving particle semi-implicit method, *J Mar Sci Technol 13*, pp. 85–94, 2008.

Tanguy, S., Développement d'une méthode de suivi d'interface, Application aux écoulements diphasiques, Université de Rouen, France, 2004.

Vigneaux, P., Méthode level set pour des problèmes d'interfaces en microfluidique, Mathématique, Université Sciences et Technologies Bordeaux I, France, 2007.

Xizeng, Z., Zhouteng, Y., Yingnan, F., Feifeng, C., A CIP-Based numerical simulation of breakwave impact on a floating body, *Ocean Engineering*, Vol. 87, pp. 50-63, September 2014.

Zaki, W., Basbous, T., Younes, R., Raad, S., Modélisation de la houle au port de Beyrouth, Université Libanais, Faculté de Génie, Beyrouth, Liban.

Zijhun T., Tang, T., Zhengru, Z., A simple moving mesh method for one-and-twodimensional phase field equations, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 190, No. 1-2, pp. 252-269, 1 june 2006.

ملخص:

تم إنتاج نموذج رقمي ثنائي الأبعاد لخزان مائي من أجل دراسة سلوك الجسم الذي يطفو بحرية تحت تأثير الموجات المنتظمة باستخدام برمجيات DualSPHysics التي تعتمد على طريقة Lagrange دون شبكة هيدروديناميكية الجسيمات الملساء التي تعالج التدفقات السطحية الحرة عن طريق تقسيم معادلات Navier-Stokes. تتم مناقشة النتائج التي تم الحصول عليها ثم مقارنتها بالعبارات التحليلية.

الكلمات المفتاحية: محاكاة عددية ، طريقة هيدر وديناميكية للجسيمات الملساء ، تفاعل السوائل الصلبة ، الأمواج ، الجسم الصلب

Résumé:

Un modèle numérique 2D d'un réservoir à vague à été réalisé dans le but d'étudier le comportement d'un corps flottant librement sous l'effet des vagues régulières en utilisant le logiciel DualSPHysics basé sur la méthode lagrangienne sans maillage Hydrodynamique des Particules Lissée qui traite les écoulements à surface libre en discrétisant les équations de Navier-Stokes. Les résultats obtenus sont discutés puis comparés à des expressions analytiques.

Mots clés : Simulation numérique, méthode Hydrodynamique des Particules lissées, interaction fluide-solide, ondes, corps solide

Abstract:

A 2D numerical model of a wave tank has been produced in order to study the behavior of a freely floating body under the effect of regular waves using DualSPHysics software based on the Lagrangian meshless method Smoothed Particle Hydrodynamics which deals with free surface flows by discretizing the Navier-Stokes equations. The results obtained are discussed and then compared to analytical expressions.

Keywords: Numerical simulation, Smoothed Particle Hydrodynamics method, fluid-solid interaction, waves, solid body