

Université A/Mira – Bejaïa



Faculté de Technologie  
Département de Génie électrique



## Projet de fin d'étude

En Vue de l'Obtention du Diplôme de Master  
Filière : Réseaux et Télécommunication

### *Thème*

**Modélisation Analytique de l'Offset d'Erreur Cohérent  
Moyen pour des Signaux CosBOC en Environnement  
Dégradé**

**Réalisé par :**

M<sup>elle</sup> Abdelli Yasmine  
M<sup>elle</sup> Haddouche Tinhinane

**Devant le jury composé de**

Pr A.ALLICHE	Univ. de Bejaia	Président
Pr S.BERRAH	Univ. de Bejaia	Examineur
Dr S. ZITOUNI	Univ. de Bejaia	Promoteur
Pr K.KHEIREDDINE	Univ. de Bejaia	Co-promoteur

## *Remerciements*

*Au terme de ce travail, on saisit cette occasion pour exprimer nos vifs remerciements au bon Dieu qui nous a donné la force et la patience d'effectuer ce travail.*

*Nous tenons tout d'abord à remercier nos encadrateurs **Dr S.ZITOUNI** et **Pr K.KHEIREDDINE**. Vos précieux conseils et votre disponibilité nous ont beaucoup aidés lors de la réalisation de ce travail. Veuillez trouver ici nos remerciements les plus sincères ainsi que l'assurance de notre respect.*

*A nos membres de jury **Pr ALLICHE** et **Pr BERRAH**, nous vous remercions de l'honneur que vous nous faites d'avoir accepté de participer au jury de notre mémoire, d'évaluer et d'enrichir ce travail.*

*Un spécial remerciement à notre chef de départements de génie électrique. Et nous tenons aussi à exprimer notre gratitude et reconnaissance à tous les enseignants du département **ATE** qui nous ont suivis durant notre cursus universitaire.*

*Enfin nous remercions également tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce projet.*

# Dédicaces

*Toutes les lettres ne sauraient trouver les mots qu'il faut, tous les mots ne sauraient exprimer la gratitude, l'amour, le respect, la reconnaissance aussi, c'est tout simplement que je dédie ce modeste travail :*

*A mes chers parents, la lumière de ma vie, mon père Mouloud et ma mère Hanifa c'est grâce à vos efforts et votre soutien que j'ai pu tracer mon chemin et surmonter toutes les épreuves difficiles que j'ai rencontré tout au long de ma vie, que Dieu vous accorde la santé, bonheur et longue vie.*

*A mes chers et adorables frères et sœurs, Sintia la douce au cœur, Ibtissem l'aimable, Syphax que j'adore et Sofiane que j'aime profondément, je vous souhaite une vie pleine de succès et que Dieu, le tout puissant, vous protège et vous garde.*

*A ma grande mère qui m'a accompagné par ses prières et sa douceur, que Dieu vous prête une longue vie et beaucoup de santé.*

*A tous mes amis, particulièrement ma meilleure Siham Goudjil, en souvenir de notre sincère et profonde amitié et des moments agréables que nous avons passé ensemble, veuillez trouver dans ce travail l'expression de mon respect le plus profond et mon affection le plus sincère.*

*A ma famille, mes proches et toute personne qui m'aime et que j'ai connu jusqu'à maintenant, Merci pour leurs amour et leurs encouragements.*

*Tinhinane*

# *Dédicaces*

*A la plus merveilleuse et généreuse mère qui m'a tout donné depuis mon enfance sans rien recevoir en parallèle, je te remercie infiniment pour tes sacrifices et ton amour.*

*Au plus adorable père au monde, que dieu te protège pour nous.*

*A mes chères sœurs : Hassina, Nora, Lamia, Nadia et leurs maris Farid, Salim, idir, yakoub je vous dis merci d'avoir toujours été là pour moi.*

*A mes chères frères Nadir et Khaled pour leur appui et leur encouragement.*

*A tous mes neveux Wael, Moumen, Tayeb, Ghanou et Iyad ainsi mes nièces Nairine, Darine, Emily.*

*A mes chères copines : Nina, Dylia, Yasmine, Farah, Sonia, Babina, avec qui j'ai partagé des moments agréables, et ensemble on a surmonté toutes les difficultés qu'on a subit durant plusieurs années de notre amitié, qui est solide et durable.*

*A ma chère binôme Tina qui n'a pas manqué de volonté pour réaliser ce travail collectif.*

*A tous mes collègues et mes amis de ma promotion.*

*A tous ceux qui nous ont aidés dans ce travail de près ou de loin.*

*Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le fruit de votre soutien infallible.*

*Merci d'être toujours là pour moi.*

*Yasmine*

# Table des matières

<b>Liste des figures.....</b>	<b>4</b>
<b>Liste des tableaux.....</b>	<b>7</b>
<b>Liste des acronymes.....</b>	<b>8</b>
<b>Introduction générale.....</b>	<b>10</b>
<b>Chapitre 1 : Les caractéristiques des signaux GNSS.....</b>	<b>12</b>
1.1 Introduction .....	13
1.2 Notion de base de GNSS.....	13
1.2.1 Principe de positionnement par satellite.....	13
1.2.2 Eléments constructifs de GNSS.....	14
1.2.2.1 Segment spatial .....	15
1.2.2.2 Segment de contrôle.....	15
1.2.2.3 Segment utilisateur.....	15
1.3 Les systèmes GNSS.....	16
1.3.1 GPS.....	16
1.3.2 GLONASS.....	17
1.3.3 GALILEO.....	17
1.4 Structure du signal.....	19
1.4.1 Les codes de modulation.....	19
1.4.2 Les ondes porteuse.....	21
1.4.3 Message de navigation.....	22
1.5 Modulation GNSS employées.....	23
1.5.1 La modulation BPSK.....	24
1.5.2 La modulation BOC.....	25
1.6 Etude temporelle et spectrale des signaux BOC.....	26
1.6.1 Spectre des signaux BOC.....	26
1.6.2 Fonctions de corrélation des signaux BOC.....	28
1.7 Conclusion.....	30
<b>Chapitre 2 : Réception du signal GNSS.....</b>	<b>31</b>
2.1 Introduction.....	32

2.2 Réception du signal GNSS.....	32
2.2.1 Puissance des signaux à la réception.....	32
2.2.2 L'effet Doppler.....	32
2.2.3 Source d'erreurs de positionnement.....	35
2.2.3.1 Erreur de propagation.....	35
2.2.3.1.1 Effets atmosphériques.....	35
2.2.3.1.2 Effets de multitrajets.....	36
2.2.3.2 Erreur intrinsèque au système.....	36
2.3 Architecture de récepteur GNSS.....	37
2.3.1 Antenne.....	38
2.3.2 Récepteur.....	38
2.3.3 Calcul du point (calcul de navigation).....	38
2.3.4 Chaîne d'acquisition.....	39
2.3.4.1 Acquisition des données de navigation.....	39
2.3.4.2 Acquisition des signaux et des mesures de code.....	39
2.3.4.3 Principe de l'acquisition.....	40
2.3.5 Chaîne de poursuite.....	40
2.3.5.1 Boucle à verrouillage de fréquence.....	41
2.3.5.2 Boucle à verrouillage de phase.....	41
2.3.5.3 Boucle à verrouillage de retard de code.....	42
2.3.5.3.1 La DLL cohérente.....	43
2.3.5.3.2 La DLL non-cohérente.....	44
2.4 Conclusion.....	44
<b>Chapitre 3: Simulations et évaluations des modèles analytiques CosBOC de l'offset d'erreur moyen cohérent en présence de multitrajets.....</b>	<b>45</b>
3.1 Introduction.....	46
3.2 Modèle analytique de la CF CosBOC.....	46
3.3 Modèles analytiques de la DF C-ELP des signaux CosBOC.....	49
3.3.1 DF C-ELP pour un espacement de chip de $(\Delta\tau < \frac{T_x\beta}{4\alpha} \text{ chip})$ .....	50
3.3.2 DF C-ELP pour un espacement de chip de $(\frac{T_x\beta}{4\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{T_x\beta}{2\alpha})$ .....	50
3.3.3 DF C-ELP pour un espacement de chip de $(\frac{T_x\beta}{2\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{3T_x\beta}{4\alpha} \text{ chip})$ .....	51
3.4 Modèle analytique de l'offset de code de la DLL C-ELP en présence de multitrajets pour les signaux CosBOC.....	53

3.4.1 MEE C-ELP pour un espacement de chip de $\Delta\tau < \frac{T_x\beta}{4\alpha}$ .....	53
3.4.2 MEE C-ELP pour un espacement de chip de $\frac{T_x\beta}{4\alpha} < \Delta\tau < \frac{T_x\beta}{2\alpha}$ .....	55
3.4.3 MEE C-ELP pour un espacement de chip de $\frac{T_x\beta}{2\alpha} < \Delta\tau < \frac{3T_x\beta}{4\alpha}$ .....	57
3.5 Modèles proposés pour l'offset d'erreur moyen cohérent pour les signaux CosBOC .....	60
3.5.1 Modèle proposé pour un espacement de chip $\Delta\tau < \frac{T_x\beta}{4\alpha}$ .....	61
3.5.2 Modèle proposé pour un espacement de chip $\frac{T_x\beta}{4\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{T_x\beta}{2\alpha}$ <i>chip</i> .....	64
3.5.2.1 Evaluations et Simulations des Résultats .....	69
3.5.3 RAE proposé pour un espacement de chip de $\left(\frac{T_x\beta}{2\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{3T_x\beta}{4\alpha}\right)$ .....	74
3.5.3.1 Evaluations et Simulations des Résultats .....	76
3.6 Conclusion .....	78
<b>Conclusion générale</b> .....	<b>79</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....	<b>80</b>

## Liste des figures

Figure 1.1 Triangulation.....	14
Figure 1.2 Eléments constitutifs d'un GNSS.....	15
Figure 1.3 Principe de fonctionnement de GPS.....	16
Figure 1.4 Constellation GALILEO.....	18
Figure 1.5 constellations GPS, GALILEO et GLONASS.....	19
Figure 1.6 Réception d'un signal GNSS.....	19
Figure 1.7 Modulation de phase d'une onde porteuse par un code binaire.....	20
Figure 1.8 Mesure de code sur un signal GNSS.....	21
Figure 1.9 Mesure de phase sur un signal GNSS.....	22
Figure 1.10 Décomposition du message de navigation.....	23
Figure 1.11 Structure d'un signal GPS C/A.....	24
Figure 1.12 Modulation BOC(1,1).....	25
Figure 1.13 DSP normalisées de différents signaux BOC.....	27
Figure 1.14 DSP normalisées du signal BOC(14, 2) en sinus et en cosinus.....	27
Figure 1.15 DSP normalisée du signal.....	28
Figure 1.16 Comparaison entre les CFs des signaux BPSK(1), SinBOC et CosBOC pour M=2 et M=4.....	29
Figure 1.17 Comparaison entre les CFs des signaux SinBOC et CosBOC pour M=12.....	30
Figure 2.1 principe de l'effet Doppler.....	33
Figure 2.2 Géométrie de la dynamique satellite/utilisateur.....	34
Figure 2.3 Effet Doppler sur la fréquence porteuse et les codes PRN.....	35
Figure 2.4 Illustration du phénomène de multitrajets.....	36

Figure 2.5 Schéma bloc des opérations réalisées par le récepteur.....	37
Figure 2.6 Schéma bloc du processus de poursuite.....	41
Figure 2.7 Corrélation parfaite entre le code reçu et local.....	42
Figure 2.8 Schéma-bloc d'une boucle de code cohérente, C-ELP.....	43
Figure 3.1 Sous-porteuse CosBOC et sa réplique avec un grand retard positif pour M=8.....	47
Figure 3.2 La CF normalisée $CosBOC(\alpha, \beta)$ pour $M = 4$ .....	48
Figure 3.3 La CF normalisée $CosBOC(\alpha, \beta)$ pour $M = 8$ .....	48
Figure 3.4 Construction de la DF C-ELP pour un signal modulé en CosBOC pour $M = 4$ .....	49
Figure 3.5 Vue agrandie de la DF C-ELP d'un signal CosBOC à j=1 pour $\Delta\tau = 0.4 \frac{T_x}{M}$ et $M = 4$ .....	50
Figure 3.6 Enveloppe d'erreur pour un signal modulé en $CosBOC(1,1)$ pour $\Delta\tau = \frac{T_x}{8M}$ .....	55
Figure 3.7 Enveloppe d'erreur pour un signal modulé en $CosBOC(1,1)$ pour $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.5M}$ .....	57
Figure 3.8 Enveloppe d'erreur normalisée pour un signal modulé en $CosBOC(1,1)$ pour $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.499M}$ .....	60
Figure 3.9 Les différentes zones de l'enveloppe d'erreur CosBOC pour $\Delta\tau < \frac{T_x\beta}{4\alpha}$ .....	61
Figure 3.10 Résultat de simulation de RAE CosBOC(1,1) proposé pour $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.5M}$ .....	64
Figure 3.11 Les différentes zones de l'enveloppe d'erreur CosBOC pour un espacement de $\frac{T_x\beta}{4\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{T_x\beta}{2\alpha}$ chip.....	65
Figure 3.12 MEE pour un signal CosBOC (1, 1).....	69
Figure 3.13 RAE pour un signal CosBOC( 1, 1).....	70
Figure 3.14 MEE pour un signal CosBOC (1, 1) avec $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.3M}$ .....	70
Figure 3.15 RAE pour un signal CosBOC( 1, 1) avec $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.3M}$ .....	70

Figure 3.16	MEE pour un signal CosBOC (1, 1) avec $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.9M}$ .....	71
Figure 3.17	RAE pour un signal CosBOC( 1, 1) avec $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.9M}$ .....	71
Figure 3.18	MEE pour un signal CosBOC (5, 2.5) avec $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.8M}$ .....	72
Figure 3.19	RAE pour un signal CosBOC( 5, 2.5) avec $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.8M}$ .....	72
Figure 3.20	MEE pour un signal CosBOC (10, 2.5).....	73
Figure 3.21	RAE pour un signal CosBOC( 10, 2.5).....	73
Figure 3.22	Différentes zones de l'enveloppe d'erreur CosBOC (1, 1) pour $\frac{T_x\beta}{2\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{3T_x\beta}{4\alpha}$ .....	74
Figure 3.23	MEE pour un signal CosBOC( 1, 1) avec $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.499M}$ .....	77
Figure 3.24	RAE pour un signal CosBOC( 1, 1) avec $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.499M}$ .....	77

## **Liste des tableaux**

1.1 Tableau récapitulatifs GPS, GALIELO et GLONASS.....	19
---	----

## Liste des acronymes

**BOC** : Binary Offset Carrier

**BPSK** : Binary Phase Shift Keying

**C /A** : Coarse Acquisition

**CE** : Communauté Européenne

**C-ELP** : Coherent-Early Late Processing

**CF** : Correlation Function

**CosBOC**: Cosine-phased BOC

**Corrélateur E** : Early

**DF** : Discrimination Function

**DLL** : Delay Lock Loop

**DoD** : Departement of Defense

**DSP** : Densité Spectrale de Puissance

**FI** : Fréquence Intermédiaire

**FFT** : Fast Fourier Transform

**FLL** : Frequency Lock Loop

**GNSS** : Global Navigation Satellite System

**GPS** : Global Positioning System

**L** : Late

**LBS** : Location Based Services

**LOS** : Line Of Sight

**MEE** : Multipath Error Envelope

**NAVSTAR** : NAVigation System by Timing And Ranging

**NC-ELP** : Non Coherent- Early Late Processing

**O.C.T** : Oscillateur Commandé en Tension

**P** : Prompt

**P code** : Precise Code

**PLL** : Phase Lock Loop

**PPS** : Precise Positioning Service

**PRN** : Pseudo-Random Noise

**PVT** : Position Velocity Time

**RAE** : Running Averag Error

**RHCP** : Right Hand Circular Polarization

**SinBOC**: Sine-phased BOC

**SPS** : Standard Positioning Service

## Introduction générale

L'évolution du système mondial de radio localisation par satellite, désigné par l'acronyme GNSS (Global Navigation Satellite System), devient de plus en plus meilleure, Cette évolution doit être apprêtée aux changements et s'adaptée aux nouvelles techniques de télécommunication comme les techniques de mesure de la position. Le système de radionavigation GNSS est basé sur des signaux émis par satellites en orbite autour de la Terre en fournissant une couverture mondiale afin d'avoir la localisation d'un utilisateur muni d'un récepteur pour calculer et déterminer sa position à tout endroit de la Terre. Les applications de ces systèmes sont principalement la navigation (piétonne, maritime, aérienne, et routière), la topométrie, la géodésie, la synchronisation du temps et la géophysique.

L'objectif du système GNSS est de fournir à un récepteur sa position, sa vitesse de déplacement et l'heure. Ce positionnement est réalisé de manière rapide, avec une précision d'une dizaine de mètres, n'importe quand, n'importe où sur la terre, quelle que soit la météo et à un faible coût en utilisant deux processus, l'acquisition et la poursuite. La poursuite consiste à mesurer le décalage en temps et en phase, Ceci est effectué par deux boucles à verrouillage DLL (Delay Lock Loop) et PLL (Phase Lock Loop), respectivement. Le principe d'une DLL est d'utiliser deux corrélateurs espacés de moins d'un chip, l'un en avance E (Early) et l'autre en retard L (Late) afin de former une fonction discriminatoire (DF).

L'effet des multitrajets est l'une des sources d'erreur les plus pénalisantes du fait de son caractère local et temporel qui affecte conséquemment la performance du système GNSS. En présence des multitrajets, la DLL ne poursuit plus le retard du signal direct, mais celui du signal composite reçu. Pour estimer les erreurs dues aux effets de multitrajets et voir son impact, des calculs des offsets de code via la représentation de la moyenne courante des erreurs de multitrajets doivent être effectués.

Pour minimiser les interférences entre les différents services et systèmes GNSSs et pour des besoins précis, de nouvelles méthodes de modulations ont été développées à la base de la modulation BOC (Binary Offset Carrier) [14]. Elle a été développée par John Betz afin de permettre l'interopérabilité des systèmes de navigation par satellite [18].

La nouvelle génération des signaux GNSS est à la base de la modulation BOC, comme par exemple les variantes Sine-BOC (SinBOC) et Cosine-BOC (CosBOC). Les critères d'optimisation de base de ces modulations sont l'efficacité spectrale, qui garantit

la coexistence des différents signaux de différents systèmes utilisant la même bande spectrale, l'amélioration de robustesse et la précision des mesures de poursuite [11].

L'objectif de ce travail est de modéliser analytiquement la moyenne de l'erreur des multitrajets pour les signaux CosBOC. Ces modèles analytiques aident à étudier le comportement des signaux GNSS et à traiter d'une manière efficace les paramètres influents sur l'estimation du retard de propagation afin de minimiser les erreurs de poursuite de code dues aux multitrajets [11].

Pour ce là, nous allons suivre un plan de trois chapitres :

**Le premier chapitre** présente l'ensemble des systèmes de radiolocalisation par satellites, leurs caractéristiques ainsi que les sources d'erreurs de positionnement. Les techniques de modulation des systèmes GNSS, classiques de GPS et nouvelles adoptées par Galileo comme SinBOC et CosBOC, seront aussi détaillées dans le domaine temporel et fréquentiel.

**Le deuxième chapitre** détaille l'architecture de récepteur GNSS, les principaux postes d'erreur et les différentes perturbations liées à la propagation ainsi que les techniques de réception et de corrélation qui corrigent le signal reçu en passant par l'acquisition et la poursuite.

**Le troisième chapitre** est consacré aux comportements de l'estimer de la moyenne courante des erreurs de multitrajets dans une réception cohérente des signaux CosBOC. La définition des paramètres essentiels et des modèles déjà proposés, comme la CF, DF et les erreurs de poursuite doit être introduite. Cette étape va nous permettre de proposer des modèles analytiques de la moyenne courante des erreurs de multitrajets pour un signal CosBOC pour un espacement de chip entre corrélateurs  $\left[ \frac{T_x\beta}{4\alpha}, \frac{T_x\beta}{2\alpha} \right]$  et  $\left[ \frac{T_x\beta}{2\alpha}, \frac{3T_x\beta}{4\alpha} \right]$ .

L'évaluation des résultats obtenus est effectuée par des simulations et comparaisons avec des résultats simulés afin de démontrer la fiabilité des modèles proposés.

# **Chapitre 1**

## **Les Caractéristiques des Signaux GNSS**

## 1.1 Introduction

La navigation, c'est l'art de se rendre à une destination donnée par la détermination de la position. La quête d'exploration et des nouvelles découvertes a toujours poussé les êtres humains plus loin de ses origines dans les endroits encore inconnus qu'ils soient sur terre, sur mer ou dans l'espace. De nos jours, la nécessité d'obtenir une position de plus en plus précise dans un délai de temps de plus en plus court à n'importe quel point de la terre ou de l'espace, nous oblige à utiliser des systèmes de navigation de plus en plus performants [3].

Ce chapitre a pour but de définir les notions de base de GNSS, il donne une description globale des systèmes de positionnement et du fonctionnement de la navigation par satellites. Dans un premier temps, après avoir décrit les systèmes de positionnement, une attention particulière est donnée à la structure du signal. Nous verrons donc le code PRN, le message de navigation ainsi les différentes techniques de modulation employées.

## 1.2 Notions de base de GNSS

### 1.2.1 Principe de positionnement par satellite

Le principe de base de la géolocalisation par satellites est l'estimation des mesures de temps de propagation et de vitesse radiale entre les satellites en visibilité et le récepteur. La vitesse des ondes émises étant connue (égale à la vitesse de la lumière), les distances estimées peuvent alors être directement reliées au temps de propagation du signal entre l'antenne satellite et l'antenne réceptrice. Les vitesses radiales caractérisent quant à elles la fréquence Doppler de la porteuse du signal reçu. Ainsi, en estimant ces paramètres pour chaque signal satellitaire, l'utilisateur peut estimer ses propres positions et vitesse, et peut également synchroniser le temps récepteur avec la référence de temps liée à la constellation utilisée que l'on pourra appeler le temps de référence GNSS. C'est l'étape de triangulation (voir la figure 1.1). En résumé, le GNSS permet d'estimer le PVT (pour Position Velocity Time) de tout récepteur terrestre ou aérien, c'est à dire les informations précises de position, de vitesse et d'horloge.

L'étape de triangulation nécessite d'autres paramètres pour qu'une solution de navigation unique soit trouvée : la position et vitesse de chaque satellite en visibilité en temps réel ainsi que le décalage des horloges de chaque satellite par rapport au temps de référence GNSS. Ces informations sont incluses dans les signaux satellitaires émis : en effet, un réseau de stations sol a été déployé afin de calculer en temps réel les positions et vitesses des satellites ainsi que leurs dérives d'horloge par rapport à la référence de temps GNSS. Les

stations transmettent alors ces informations, appelées éphémérides, aux satellites correspondants, qui peuvent les intégrer dans le message de navigation transmis à l'utilisateur.

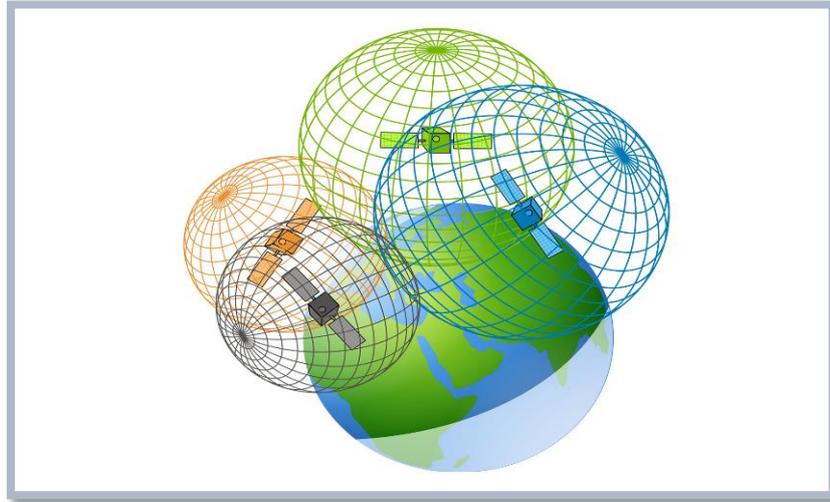


Figure 1.1 Triangulation [4].

### 1.2.2 Eléments constructifs de GNSS

La structure de GNSS peut être décrite en répartissant les éléments qui les composent en trois catégories, traditionnellement dénommées, segments. La figure 1.2 illustre schématiquement les segments composant traditionnellement un GNSS [7].

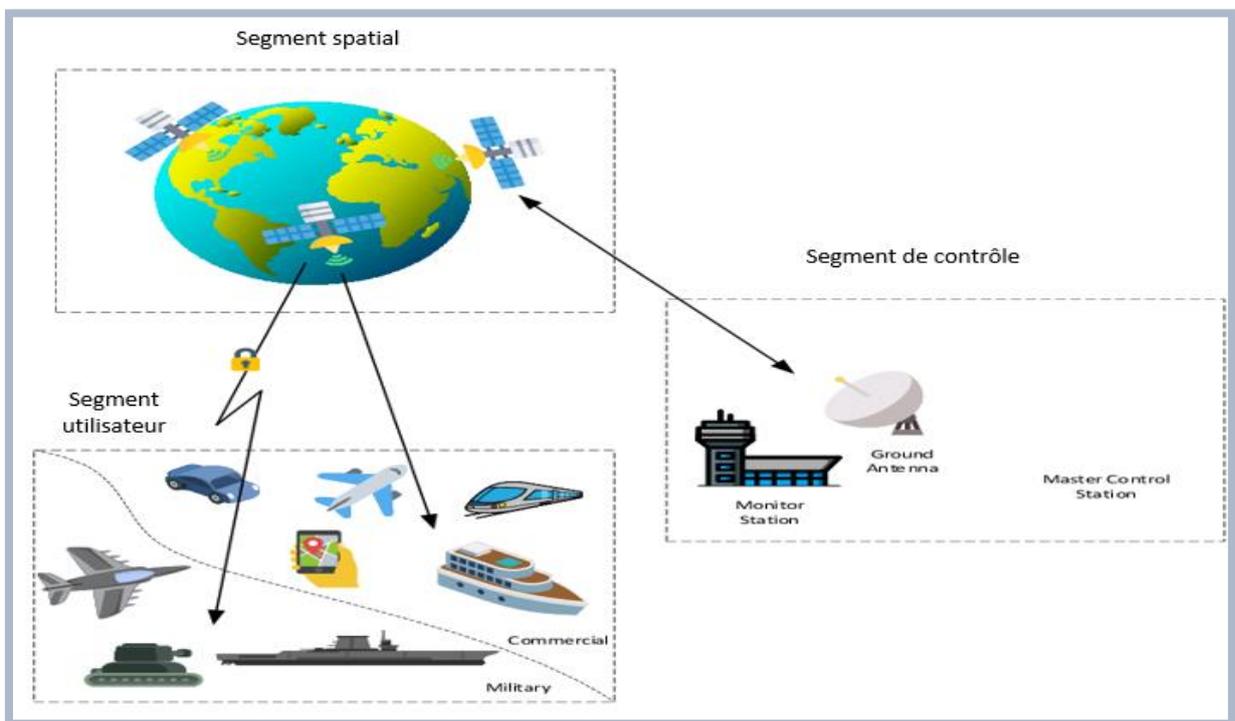


Figure 1.2 Eléments constitutifs d'un GNSS [8].

### 1.2.2.1 Segment spatial

Le segment spatial regroupe l'ensemble des satellites GNSS en orbite autour de la terre. Dans le but d'assurer une couverture globale permanente à l'échelle du globe, les constellations satellitaires des GNSS doivent comporter un nombre suffisant de satellites réparti sur plusieurs orbites distinctes. Différents paramètres peuvent caractériser la géométrie de la constellation satellitaire des GNSS [7]:

- Géométrie des orbites.
- Nombre et inclinaison des plans orbitaux.
- Distribution orbitale des satellites.

Chaque satellite est porteur de plusieurs codes permettant leur identification au sein de la constellation. Par exemple, les satellites de la constellation GPS peuvent être identifiés grâce à leur code PRN (Pseudo Random Noise).

### 1.2.2.2 Segment de contrôle

Le segment de contrôle est responsable de la gestion de l'ensemble du système. La mission du segment de contrôle inclut les tâches suivantes [7]:

- Développement et maintenance du système
- détermination et prédiction des paramètres orbitaux sur base de l'observation des satellites (Tracking)
- détermination et prédiction des paramètres d'horloge des satellites
- transfert des éphémérides et autres informations vers la mémoire des satellites
- cryptage des données et protection du service vis-à-vis d'utilisateurs non-autorisés.

Le segment de contrôle se compose d'infrastructures terrestres chargées d'assurer les tâches présentées ci-dessus. On distingue généralement une station principale de contrôle assurant la coordination de l'ensemble des fonctions, des stations de poursuite chargées des différentes observations et mesures ainsi que d'antennes terrestres dont le rôle est d'assurer la communication vers les satellites.

### 1.2.2.3 Segment utilisateur

Le segment utilisateur est constitué de récepteurs couplés à des antennes permettant de capter les signaux émis par les satellites. Les récepteurs ont la faculté de transformer les signaux électromagnétiques reçus en données de position et de navigation. Plusieurs modes et

techniques de positionnement peuvent être exploités par les récepteurs suivant leur degré de sophistication [7].

### 1.3 Les systèmes GNSS

Certains pays ont déjà développé des systèmes de positionnement, et tentent d'améliorer les performances de ces systèmes, avec l'utilisation de nouveaux signaux et de nouvelles fréquences. Le GNSS comprend de nos jours les systèmes de positionnement par satellites tels que principalement le GPS des États Unis d'Amérique, Galileo de l'Union Européenne, GLONASS de la Russie [1]. Dans cette section, on va détailler ces derniers systèmes.

#### 1.3.1 GPS

Le système NAVSTAR (pour NAVigation System by Timing And Ranging), plus couramment appelé GPS, est le plus connu des systèmes de localisation par satellites. Développé à partir des années 70 et déclaré opérationnel en 1995 par l'US DoD (pour Department of Defense). Ce système de navigation permet à son utilisateur de connaître ses coordonnées et sa vitesse à tout endroit de la terre [5].

Le segment spatial du GPS se compose d'une constellation de satellites répartis sur 6 plans orbitaux inclinés de  $55^\circ$  par rapport l'équateur. Les satellites suivent une orbite quasi circulaire d'environ 20200km qu'ils parcourent en 11h58m02s (soit un demi-jour sidéral). Initialement constituée de 24 satellites, la constellation est répartie de telle manière que tout utilisateur peut recevoir au minimum 4 signaux exploitables à tout instant.

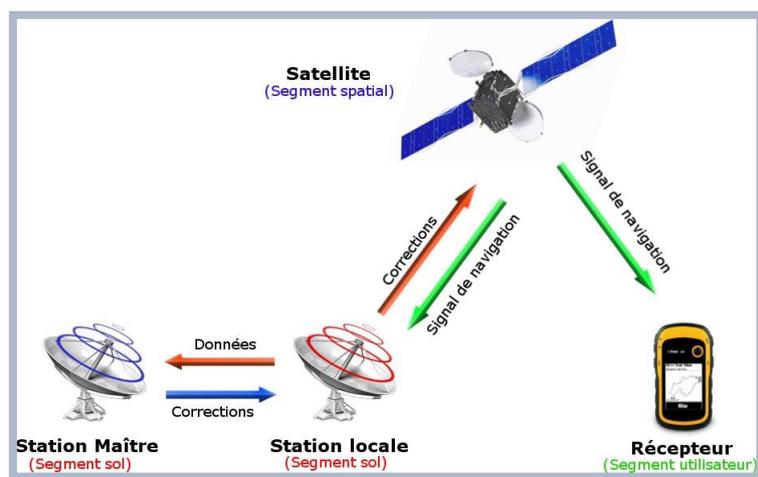


Figure 1.3 Principe de fonctionnement de GPS.

Grâce au renouvellement de la constellation ainsi qu'au lancement de nouvelles générations de satellites, la constellation GPS est actuellement constituée de 27 satellites qui ont pour fonction d'émettre de manière continue un message de navigation contenant la position du satellite émetteur, l'heure exacte d'émission ainsi qu'un almanach contenant la position de tous les autres satellites de la constellation [5]. Le segment utilisateur est composé de tout utilisateur muni d'un récepteur GPS. Deux services distincts de positionnement sont fournis aux utilisateurs [5]:

- Le SPS (pour Standard Positioning Service) est le service de positionnement standard accessible aux utilisateurs civils.
- Le PPS (pour Precise Positioning Service) est un service de positionnement précis uniquement accessible au personnel militaire américain.

### **1.3.2 GLONASS**

GLONASS, la constellation Russe, a été lancée dans les années 1980. Elle est actuellement opérationnelle et constituée de 27 satellites : 24 satellites actifs plus 3 satellites de secours en cas de panne. La constellation est répartie sur 3 plans orbitaux placés à une altitude de 19100 km, et inclinés de  $64,8^\circ$  [4]. Comme tous les systèmes de positionnement par satellites, GLONASS est composé de trois parties [2]:

- La partie spatiale est constituée de vingt-quatre satellites, répartis sur trois plans orbitaux à une altitude de 19 100 km parcourue en 11 h 15 min 44 s. À la différence du système GPS, les satellites de la constellation, vus du sol, se retrouvent à la même place dans le ciel après huit jours sidéraux. Huit satellites sont prévus pour chaque plan orbital.
- La partie au sol est composée de cinq stations de contrôle, la principale se trouve à Krasnoznamensk dans la région de Moscou.
- La partie utilisateur, qui réunit l'ensemble des récepteurs utilisant les signaux des satellites.

### **1.3.3 GALILEO**

Étudié depuis 1990 et en test depuis 2011 avec le lancement des quatre premiers satellites, Galileo est le projet européen de système de positionnement par satellites. Développé conjointement par l'agence spatiale européenne et la Communauté Européenne (CE), Galileo a pour but de répondre à plusieurs enjeux stratégiques, scientifiques, commerciaux et de donner à l'Europe son indépendance vis-à-vis du système GPS contrôlé par l'armée américaine. Contrairement à ce dernier, le système Galileo sera un système civil. En plus de permettre à

l'Europe de disposer de son propre système de navigation, Galileo a également pour but de palier certains carences du système américain notamment en offrant [5]:

- Une meilleure précision
- une information d'intégrité
- une meilleure disponibilité et continuité du service
- une meilleure couverture globale.

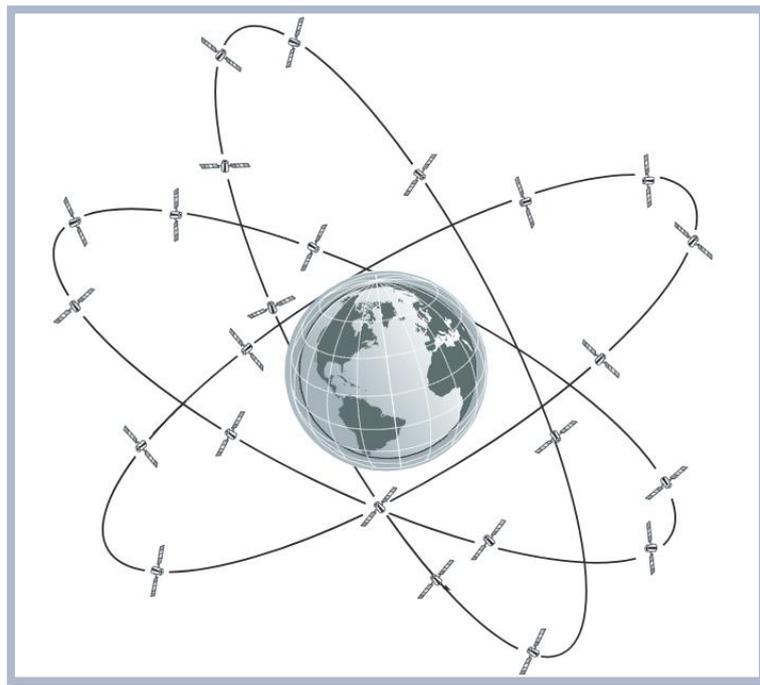


Figure 1.4 Constellation GALILEO [17].

Le tableau 1.1 donne une comparaison entre les différents systèmes GPS, Galileo et GLONASS, en terme de la construction de la constellation. La figure 1.5 représente aussi la constellation et la disposition des satellites autour de la Terre.

Tableau 1.1 Récapitulatifs GPS, GALIELO et GLONASS.

Systèmes	GPS	Galileo	Glonass
Nombre d'orbite	<b>6 orbites planes</b>	<b>3 orbites planes</b>	<b>3 orbites planes</b>
Nombre de satellite	<b>24 satellites</b>	<b>30 satellites</b>	<b>24 satellites</b>
Angle d'inclination	<b>55°</b>	<b>56°</b>	<b>64.8°</b>
Altitude	<b>20200 Km</b>	<b>23222 Km</b>	<b>19100 Km</b>

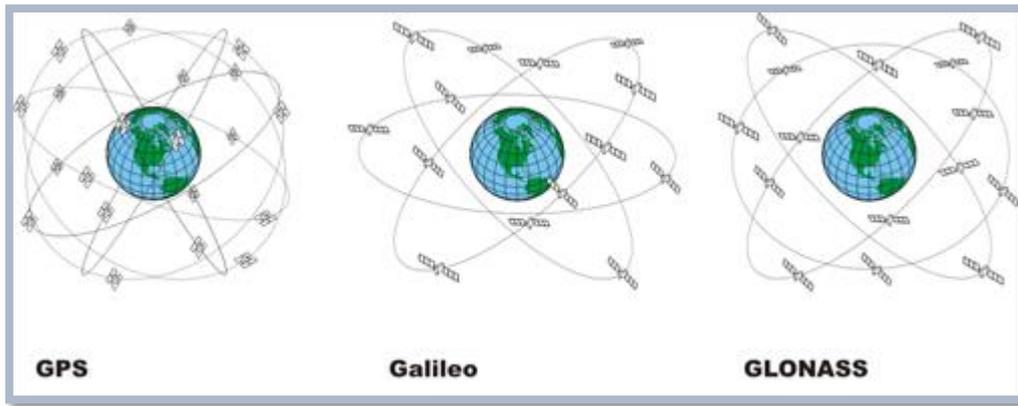


Figure 1.5 constellations GPS, GALILEO et GLONASS [13].

### 1.4 Structure du signal

Les satellites GNSS émettent des signaux électromagnétiques utilisateurs (Figure 1.6). Ces signaux électromagnétiques sont constitués de plusieurs composantes. On peut distinguer [7],

- Les codes de modulation ;
- Les ondes porteuses ;
- Le message de navigation.

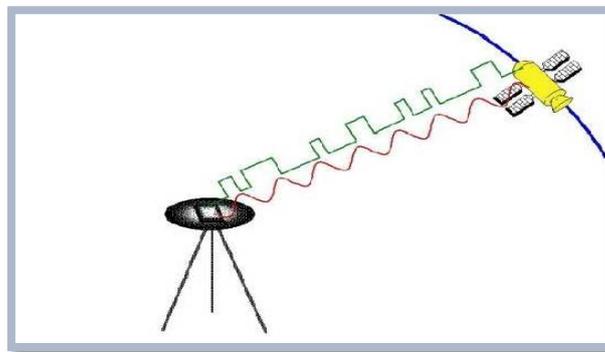


Figure 1.6 Réception d'un signal GNSS [9].

Certaines techniques de positionnement sont basées sur des mesures de codes exclusivement, d'autres exploitent des mesures de phases réalisées directement sur les ondes porteuses tandis que d'autres encore utilisent une combinaison de ces deux types de mesures. La précision finale du positionnement dépend fortement de la technique employée.

#### 1.4.1 Les codes de modulation

Un code est une suite de nombres binaires. Il s'agit d'un signal rectangulaire dont les seules valeurs possibles sont « -1 » ou « 1 ». La fréquence d'un code s'exprime en « bits par

seconde ». Contrairement à un signal parfaitement sinusoïdal, un code permet de véhiculer de l'information. Plus précisément, le transfert d'un code s'opère au moyen de techniques de modulation : une onde dite « porteuse » est modulée par un code binaire. Dans le cas des signaux GNSS, les codes sont transportés par les ondes porteuses en utilisant une modulation de phase. Cette technique spécifique est illustrée à la figure (1.7).

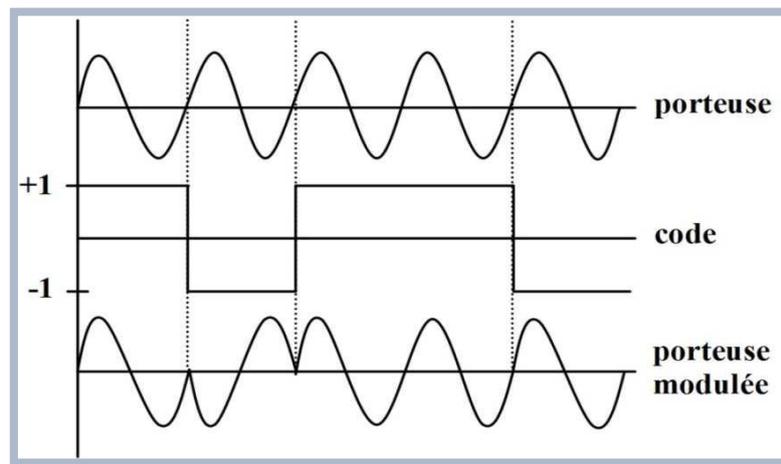


Figure 1.7 Modulation de phase d'une onde porteuse par un code binaire.

Chaque satellite constituant le segment spatial d'un GNSS génère un ou plusieurs codes uniques permettant son identification. Chaque satellite possède ainsi son propre numéro de code PRN. La génération des codes par les satellites est assurée par des algorithmes clairement établis. Ces codes sont donc parfaitement reproductibles. A chaque instant  $t$  correspond un état de code pour chacun des satellites. Le principe des techniques de positionnement exploitant les mesures de codes est basé sur la caractéristique de reproductibilité des codes de chaque satellite. En effet, en négligeant la désynchronisation des horloges des récepteurs et des satellites par rapport au temps GNSS, les récepteurs sont capables de générer un code particulier en parfaite synchronisation avec un satellite donné.

Lors de la réception d'un signal émis par un satellite, il devient donc possible de mesurer le retard  $\Delta t$  accusé par le code de satellite par rapport au code généré par le récepteur. Ce retard correspond au délai de propagation du signal entre le satellite et le récepteur. Une mesure de code consiste ainsi à mesurer le retard  $\Delta t$  entre le code généré par le récepteur et le code reçu du satellite.

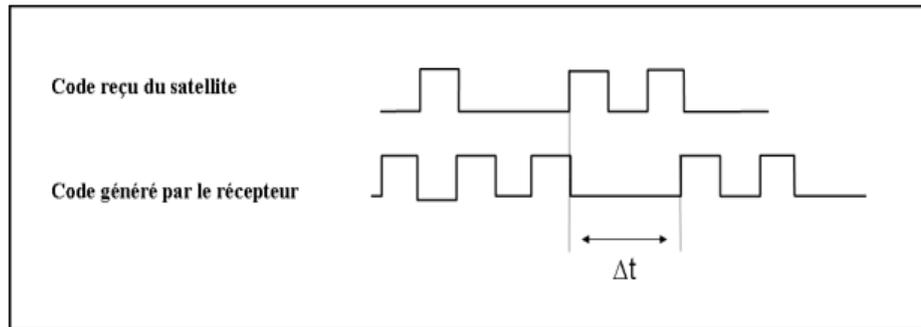


Figure 1.8 Mesure de code sur un signal GNSS [7].

Ce délai de propagation  $\Delta t$  multiplié par la vitesse de propagation  $c$  d'un signal électromagnétique dans le vide permet d'obtenir une première approximation de la distance géométrique séparant le satellite du récepteur à l'instant de la mesure. Cette approximation ne tient pas compte du fait que les signaux électromagnétiques émis par les satellites subissent différents effets lors de leur traversée de l'atmosphère terrestre. C'est pourquoi on qualifie cette mesure de « pseudo-distance ». Ainsi, nous pouvons écrire l'équation suivante :

$$\rho_p^i(t) = c\tau_{p,m}^i + c\left(\Delta t^i(t - \tau_{p,m}^i) - \Delta t_p(t)\right) \quad (1.1)$$

Où

- $\rho_p^i(t)$  est la mesure pseudo-distance réalisée au temps  $t$  entre le récepteur  $p$  et le satellite  $i$ .
- $\tau_{p,m}^i$  est le temps de parcours des codes entre le satellite  $i$  et le récepteur  $p$ .
- $\Delta t^i(t - \tau_{p,m}^i)$  est la désynchronisation de l'horloge du satellite  $i$  par rapport au temps GNSS à l'instant d'émission du signal  $t_e = t - \tau_{p,m}^i$ .
- $\Delta t_p(t)$  est la désynchronisation de l'horloge du récepteur  $p$  par rapport au temps GNSS à l'instant de réception du signal  $t$  [7].

### 1.4.2 Les ondes porteuses

De manière analogue aux mesures de codes et en supposant les différentes horloges parfaitement synchronisées, les récepteurs GNSS sont également capables de générer une réplique des ondes porteuses parfaitement en phase avec celles émises par les satellites.

Ainsi, les récepteurs sont capables de mesurer le déphasage  $\Delta\varphi$  qui existe entre la réplique d'une porteuse et la porteuse émise par un satellite (Figure 1.9) Il s'agit d'une « mesure de phase de battement » ou « mesure de phase ». En effet, les mesures de phases sont ambiguës. Il s'agit du nombre entier de cycles s'étant écoulés entre l'instant d'émission du signal par le

satellite et l'instant de réception de ce même signal par le récepteur. Pour déterminer la distance géométrique séparant le satellite du récepteur à l'instant de la mesure, il est donc impératif de lever cette ambiguïté à l'aide de traitements spécifiques [7].

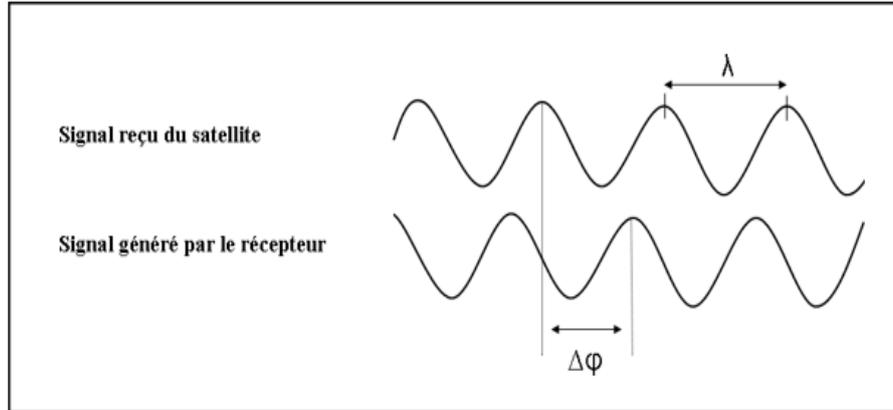


Figure 1.9 Mesure de phase sur un signal GNSS.

Suivant les mêmes considérations que pour les mesures de codes, une mesure de phase peut être caractérisée par l'équation (1.2) ci-dessous

$$\varphi_p^i(t) = f\tau_{p,\varphi}^i + f(\Delta t^i(t_e) - \Delta t_p(t)) + N_p^i \quad (1.2)$$

Où

$\varphi_p^i(t)$  est la mesure de phase de battement réalisée au temps  $t$  entre le récepteur  $p$  et le satellite  $i$ .

$f$  est la fréquence de l'onde porteuse.

$\tau_{p,\varphi}^i$  est le temps de parcours de la porteuse entre le satellite  $i$  et le récepteur  $p$ .

$N_p^i$  est l'ambiguïté sur la mesure de phase réalisée.

### 1.4.3 Message de navigation

Le message de navigation est, en réalité, une suite de codes binaires permettant de transférer des informations depuis les satellites vers les récepteurs. Ces informations sont initialement calculées et injectées dans la mémoire des satellites par les stations terrestres constituant le segment de contrôle du GNSS [7]. Chaque satellite reçoit des stations de contrôle au sol les données de navigation qui sont renvoyées aux utilisateurs via le message de navigation. Le message de navigation fournit toutes les informations nécessaires pour permettre à l'utilisateur d'effectuer le service de positionnement. Il inclut les éphémérides nécessaires pour calculer les coordonnées satellites avec suffisamment de

précision, les paramètres temporels et les corrections d'horloge pour calculer les décalages d'horloge et les conversions de temps, les paramètres de service avec les informations des satellites. Le message de navigation est transmis à la fréquence de 50 bits/s. La figure suivante montre la structure du message de navigation.

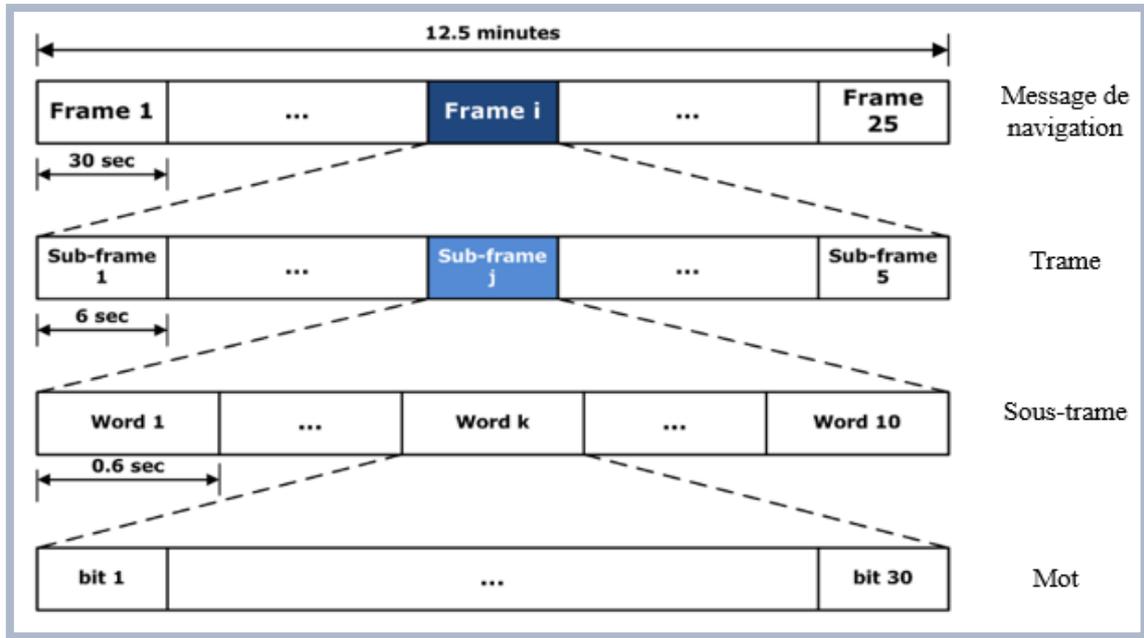


Figure 1.10 Décomposition du message de navigation [6].

Le message de navigation a une durée totale de 12,5 minutes. Il est divisé en 25 trames (frames) durant 30 secondes et comportant exactement 1 500 bits. Chaque séquence est elle-même divisée en 5 sous-trames (sub-frames) de 300 bits, répartis en 10 mots de 30 bits chacun. Compte tenu de la fréquence de transmission, chaque sous-séquence dure 6 secondes, ce qui correspond à 10 mots de 0,6 seconde chacun.

### 1.5 Modulations GNSS employées

Les signaux GNSS sont générés à partir de deux méthodes de modulation appelée BPSK « Binary Phase Shift Keying » et BOC « Binary Offset Carrier ». Ces deux modulations sont utilisées pour la plupart des signaux GNSS. Il existe d'autres modulations qui constituent des cas particuliers des deux premières.

### 1.5.1 La modulation BPSK

La modulation binaire par déplacement de phase est utilisée pour transmettre les codes C/A et P(Y) du système GPS. Elle est également employée dans le système Galileo [6] le principe est illustré sur la figure (1.11).

Le code C/A (Coarse/Acquisition) est un code pseudo aléatoire de Gold dit PRN (Pseudo Random Noise), de période 1ms émis à une cadence de 1.023 MHz. Chaque satellite émet son propre code unique, lequel permet donc l'identification du satellite et la mesure des pseudo- distances. Il permet par rapport au code P une localisation plus rapide mais moins précise. Il est de plus accessible à tous.

Le code P(Y) (Précision) est un code militaire dont l'encodage en code Y n'est pas rendu public. Il est cadencé à 10.23 MHz et est formé à partir de 2 PRN. Le codage Y permet de prévenir la possibilité de tromper le récepteur avec un faux signal GPS de forte puissance contenant un message de navigation erroné.

Le message de navigation D, émis à 50 Hz, contient les données éphémérides, les corrections d'horloge, l'âge des données, le n° et l'état de santé du satellite [15].

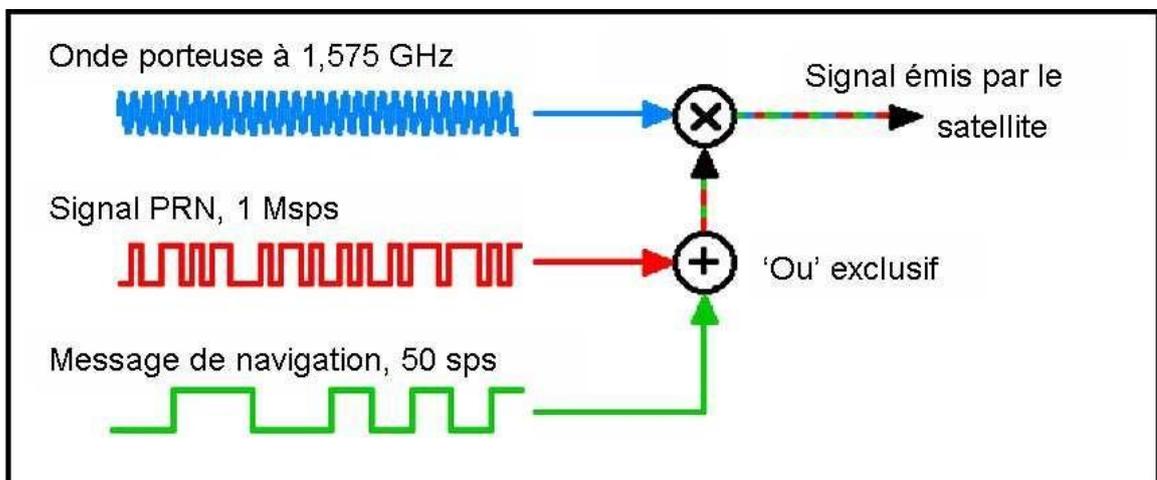


Figure 1.11 Structure d'un signal GPS C/A.

Cependant, cette modulation BPSK ne peut pas être utilisée pour transmettre plusieurs signaux dans la même bande fréquentielle. Effectivement, le signal BPSK ne peut pas fournir un bon partage de la bande passante actuelle entre plusieurs signaux, qui est un élément essentiel des systèmes GNSS. C'est la raison pour laquelle de nouvelles modulations ont été étudiées pour optimiser les allocations de fréquences, en plus, d'autres performances en termes de précision et de confidentialité [6].

### 1.5.2 La modulation BOC

Les signaux Galileo et GPS-modernisé ont des performances améliorées comparées aux signaux GPS ancienne génération. Parmi ces améliorations, l'introduction d'une modulation à double décalage fréquentiel « dite aussi modulation à offset binaire (pour Binary Offset Carrier « BOC » modulation) [10]. La modulation BOC permet de déplacer le spectre du signal modulé loin de la fréquence de la porteuse. Cette propriété permet en particulier l'utilisation d'une même bande passante pour les signaux des systèmes GPS et Galileo, avec une bonne séparation fréquentielle. En outre, les signaux sont aussi moins sujets aux phénomènes d'interférences [6].

Un signal modulé en BOC peut être défini comme étant la multiplication synchrone d'un signal BPSK(n) à un taux de code d'étalement  $f_c = n \times f_0$  avec une sous-porteuse rectangulaire périodique  $x(t)$  de fréquence  $f_{sc} = m \times f_0$ . Les deux signaux sont synchronisés à l'aide d'une horloge commune d'une fréquence  $f_0 = 1.023 \text{ MH}$ , appelée fréquence de référence. La sous-porteuse dispose de deux phases impliquant deux types de synchronisation entre la sous-porteuse et le code d'étalement: une synchronisation sinus et une synchronisation cosinus. Ceci va engendrer deux variantes de modulation BOC nommées SinBOC et CosBOC, et notées respectivement  $BOC_s$  et  $BOC_c$ . Selon la définition originale de la modulation BOC (m,n), la sous-porteuse peut être écrite pour ces deux variantes comme suit [11] :

$$x_{BOC_{s,c}} = \text{sgn}(\sin(2\pi f_{sc} t + \varphi_{s,c})) \quad (1.3)$$

Où  $\text{sgn}(\cdot)$  est l'opérateur signe, il prend la valeur 1 si l'argument est positif et -1 si l'argument est négatif,  $\varphi_s = 0$  et  $\varphi_c = \pi/2$  pour SinBOC et CosBOC, respectivement [11].

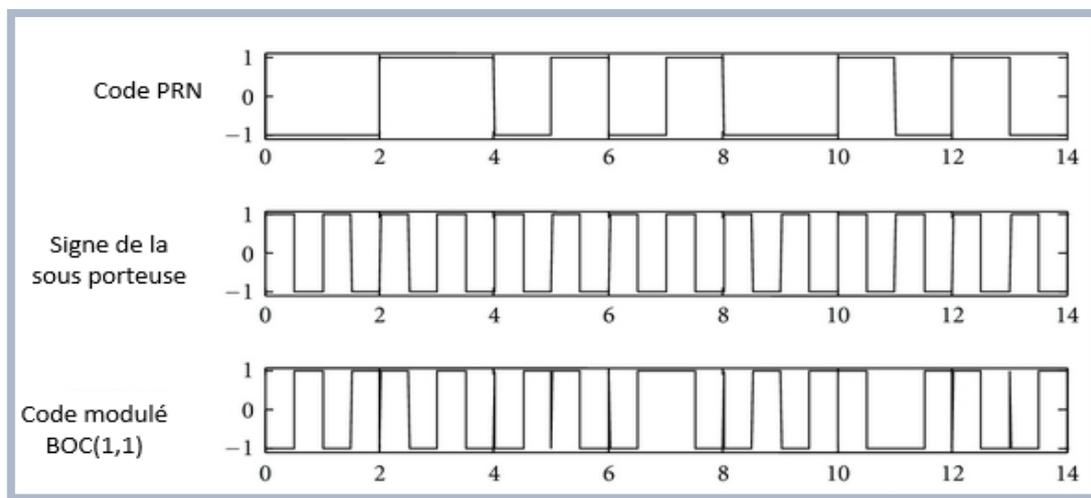


Figure 1.12 Modulation BOC(1,1) [16].

## 1.6 Etude temporelle et spectrale des signaux BOC

### 1.6.1 Spectres des signaux BOC

La DSP du signal BOC à spectre étalé est obtenue à partir de la relation [11] :

$$\bar{G}_{BOC}(f) \triangleq \frac{|X_{BOC}(f)|^2}{T_c} \quad (1.4)$$

Où

$X_{BOC}(f)$  est la transformé de Fourier de  $c(t) x_{BOC}(t)$  et  $\triangleq$  est presque égale.

$c(t)$  est le code d'étalement PRN.

$x_{BOC}(t)$  est sous porteuse .

La DSP d'un signal modulé en CosBOC(m,n) normalisée en bande de base a pour expression [12] :

$$\bar{G}_{BOC_c}(f) = \begin{cases} f_c \left( \frac{(\cos(\frac{\pi f}{2f_{sc}})-1) \sin(\frac{\pi f}{f_c})}{\pi f \cos(\frac{\pi f}{2f_{sc}})} \right)^2 & \text{pour } n = \frac{2f_{sc}}{f_c} \text{ pair} \\ f_c \left( \frac{(\cos(\frac{\pi f}{2f_{sc}})-1) \cos(\frac{\pi f}{f_c})}{\pi f \cos(\frac{\pi f}{2f_{sc}})} \right)^2 & \text{pour } n = \frac{2f_{sc}}{f_c} \text{ impair} \end{cases} \quad (1.5)$$

La DSP d'un signal modulé en SinBOC(m, n) normalisée en bande de base a pour expression [12] :

$$\bar{G}_{BOC_s}(f) = \begin{cases} f_c \left( \frac{\sin(\frac{\pi f}{2f_{sc}}) \sin(\frac{\pi f}{f_c})}{\pi f \cos(\frac{\pi f}{2f_{sc}})} \right)^2 & \text{pour } n = \frac{2f_{sc}}{f_c} \text{ pair} \\ f_c \left( \frac{\sin(\frac{\pi f}{2f_{sc}}) \cos(\frac{\pi f}{f_c})}{\pi f \cos(\frac{\pi f}{2f_{sc}})} \right)^2 & \text{pour } n = \frac{2f_{sc}}{f_c} \text{ impair} \end{cases} \quad (1.6)$$

Ces différentes densités spectrales de puissance ont été tracées sur les Figures (1.13) et (1.14) pour différents signaux SinBOC et CosBOC pour différentes valeurs de M, sachant que  $M = \frac{2m}{n}$ . Le paramètre M est dit ordre de modulation.

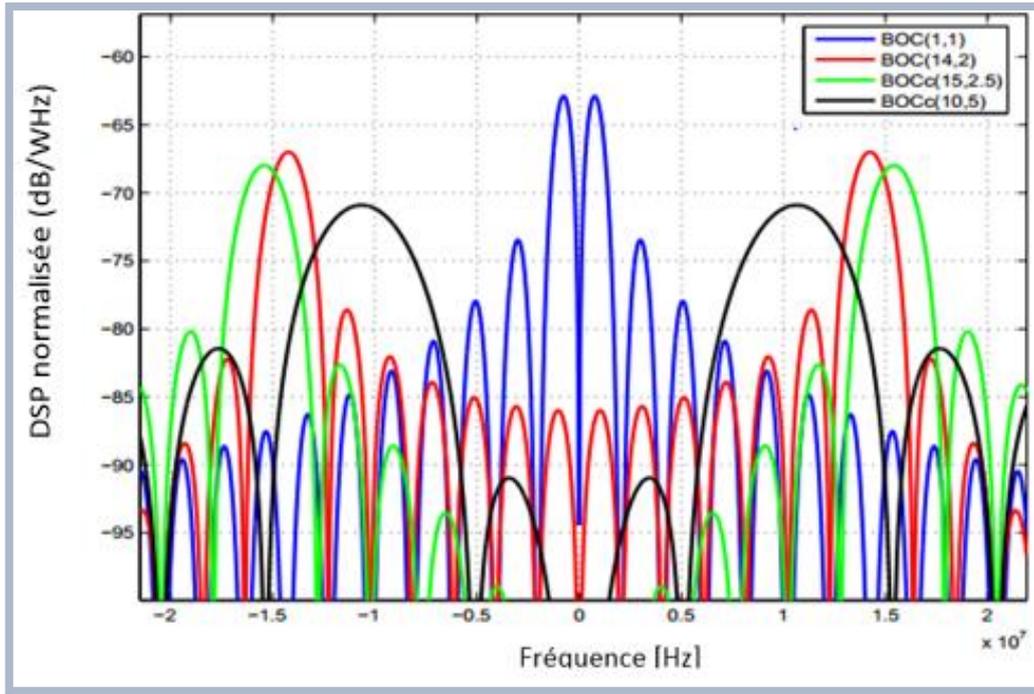


Figure 1.13 DSP normalisées de différents signaux BOC.

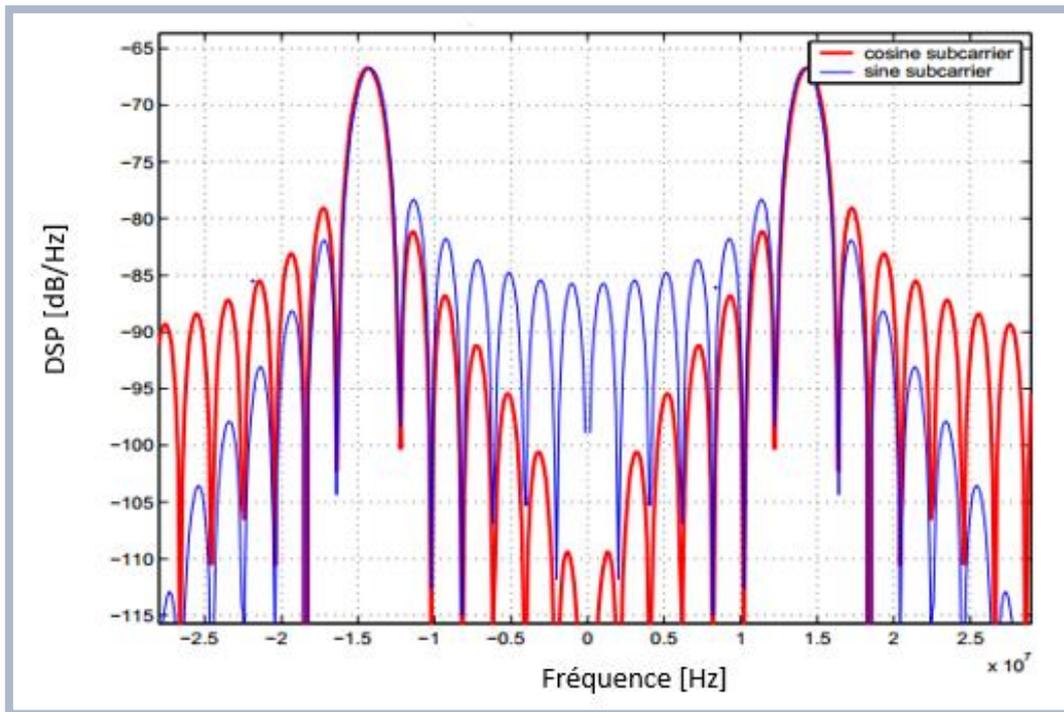


Figure 1.14 DSP normalisées du signal BOC(14, 2) en sinus et en cosinus.

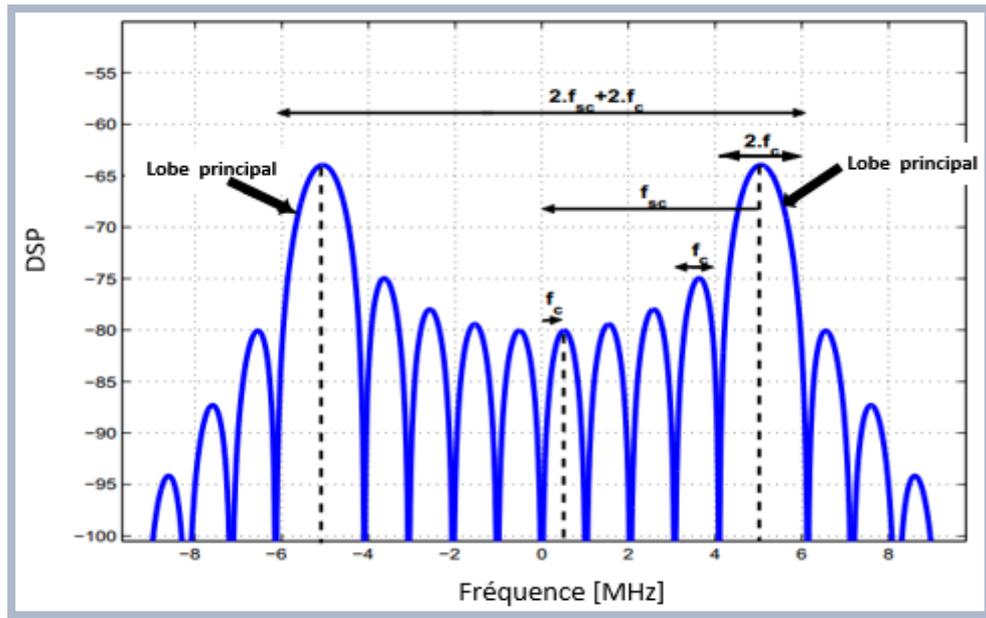


Figure 1.15 DSP normalisée du signal [12].

Au regard des figures (1.13), (1.14) et (1.15) quelques commentaires peuvent être faits sur la forme générale de la DSP des signaux BOC. Tout d'abord, la somme du nombre de lobes principaux (en l'occurrence deux) et du nombre de lobes secondaires entre les lobes principaux est égale à  $M$ , le double du rapport entre la fréquence de la sous-porteuse et de la fréquence du code. Les passages à zéro des lobes principaux sont espacés de  $2f_c$  tandis que les passages à zéro des lobes secondaires sont espacés de  $f_c$ . Le maximum des lobes secondaires est situé à une fréquence très proche de la fréquence de la sous-porteuse. Notons que la différence entre le spectre du signal BOC en sinus et le spectre du signal BOC en cosinus est l'amplitude des lobes secondaires. En effet, avec une sous-porteuse en sinus, les lobes secondaires dans la bande entre les deux lobes principaux ont une amplitude supérieure aux lobes secondaires à l'extérieur de cette bande (au-delà des lobes principaux). Pour le BOC en cosinus, ce phénomène est inversé et la puissance des lobes secondaires est concentrée à l'extérieur de la bande entre les lobes principaux [12]. Cela se traduit par une réduction des interférences avec les signaux de radionavigation existants. C'est l'une des idées principales derrière cette nouvelle technique de modulation. En plus, le spectre d'un signal CosBOC est plus distribué que celui du SinBOC, ce qui permet d'améliorer la poursuite [11].

### 1.6.2 Fonctions de corrélation des signaux BOC

La forme de la CF est fortement liée aux performances du traitement de signal en réception satellitaire. Les CFs des signaux BOC avec une largeur de bande infinie (idéales

non filtrées) sont calculées à partir de la transformé de Fourier des équations (1.5) et (1.6) [11] :

$$R_{BOC}\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} G_{BOC}(f)e^{j2\pi f\tau}df \quad (1.7)$$

Les figures (1.16) et (1.17) montrent des CFs idéales des signaux BPSK(1), SinBOC et CosBOC pour différentes valeurs de  $M$  ( $M = \frac{2m}{n}$ ). On remarque que la forme de la corrélation présente des segments avec de multiples passages par zéro et de multiples pics secondaires autour d'un pic principal étroit. Les CFs de SinBOC et CosBOC ont respectivement  $2M - 1$  et  $2M + 1$  pics positifs et négatifs en alternance. Ces derniers sont séparés par une durée  $T_{sc} = \frac{T_c}{M}$ . Ce qui implique la présence de  $2M - 2$  passages par zéro. La durée entre un pic et le plus proche passage par zéro est égale  $\pm \frac{1}{(4f_{sc}-f_c)}$ . Tandis que la CF BPSK(1) a seulement un pic principal plus large que celui des signaux BOC.

En outre, on remarque que pour la même valeur de  $M$ , le pic principal de la CF CosBOC est plus étroit que celui de SinBOC, et tous les deux deviennent de plus en plus étroits et presque de même largeur pour  $M$  plus élevé (voir la figure 1.16). Cependant, le nombre des pics secondaires augmente.

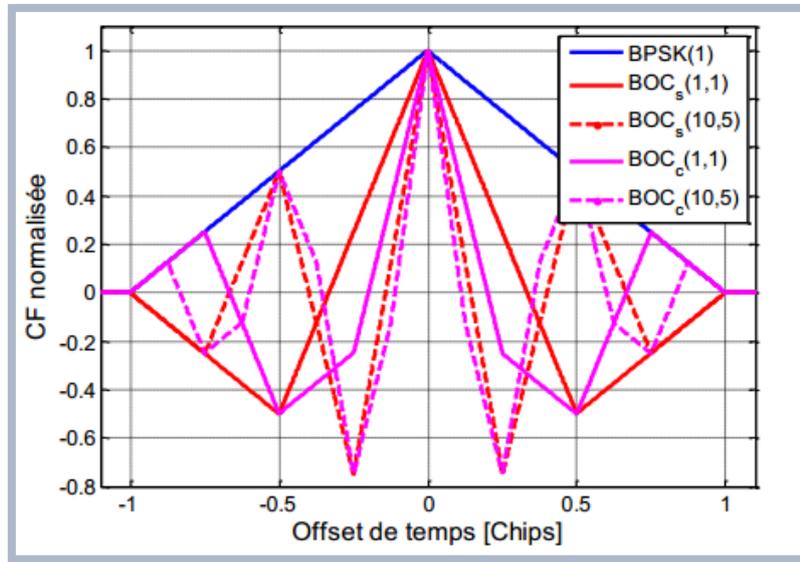


Figure 1.16 Comparaison entre les CFs des signaux BPSK(1), SinBOC et CosBOC pour M=2 et M=4.

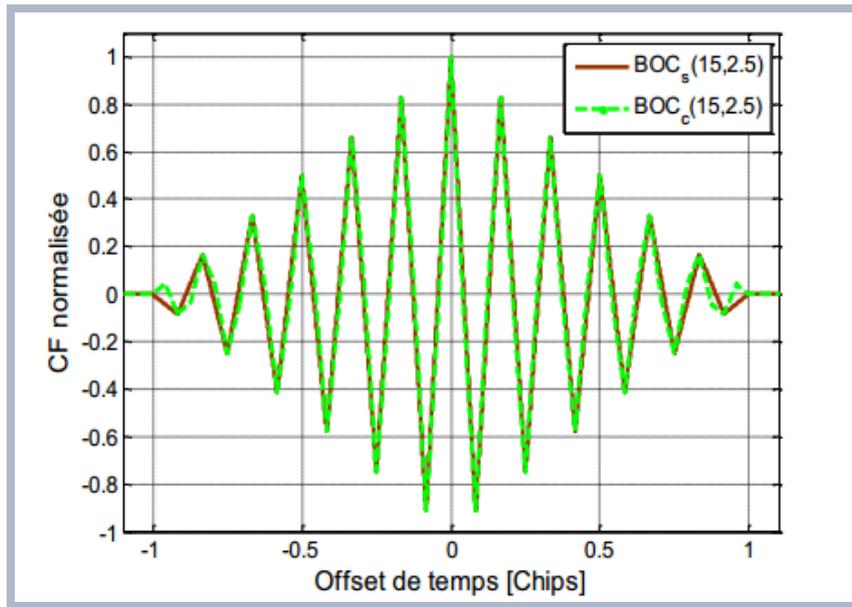


Figure 1.17 Comparaison entre les CFs des signaux SinBOC et CosBOC pour  $M=12$ .

On peut constater que la largeur du pic principal de corrélation dépend du taux de code d'étalement, de la fréquence et de la phase de la sous-porteuse par rapport au code d'étalement. La modulation CosBOC peut offrir de meilleures performances intrinsèques au détriment de l'élargissement de la bande passante effective du signal. Malheureusement, les pics de corrélation secondaires introduisent un problème d'ambiguïté au niveau du récepteur. En effet, il est essentiel de s'assurer que le récepteur poursuit le pic principal, qui représente la seule bonne corrélation entre le signal reçu et la réplique générée localement (processus de l'acquisition et de la poursuite) [11]. Ce que nous allons aborder dans la partie suivante.

## 1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le système de positionnement par satellites ainsi que les caractéristiques majeures du signal GNSS et les modulations principalement employées. La modulation BOC présente de très bonnes propriétés en termes de séparation spectrale, mais apporte aussi une meilleure précision et une robustesse accrue vis-à-vis des multitrajets.

# **Chapitre 2**

## **Réception du Signal GNSS**

## 2.1 Introduction

En réception, le traitement permet d'estimer le positionnement de l'utilisateur à partir des signaux reçus sur l'antenne de réception. Acquisition et poursuite des signaux GNSS sont les étapes utilisées pour identifier les satellites émetteurs et obtenir les estimations nécessaires au positionnement. Nous présentons ici l'architecture de récepteur GNSS, les principaux postes d'erreur associés à ces processus d'estimation en passant par l'acquisition et la poursuite de code de signal en détaillant les boucles à verrouillage (DLL) et (PLL).

## 2.2 Réception du signal GNSS

À la réception, les caractéristiques des signaux GNSS à l'émission vont être modifiées du fait de leur propagation jusqu'à l'utilisateur. Les détails des divers phénomènes physiques liés à la propagation du signal sont donnés dans cette section.

### 2.2.1 Puissances des signaux à la réception

Les puissances des signaux de navigation reçus vont être atténuées à cause de leur propagation en espace libre et de la traversée de l'atmosphère. Au niveau du récepteur, on peut écrire :

$$p = p_e - p_{prop} - p_{atm} \quad (dB) \quad (2.1)$$

Avec  $p$  la puissance du signal à la réception,  $p_e$  la puissance du signal à l'émission,  $p_{prop}$  les pertes liées à la propagation du signal dans l'espace libre et  $p_{atm}$  les pertes atmosphériques. Les pertes associées à la propagation du signal en espace libre s'expriment par :

$$p_{prop} = \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \quad (2.2)$$

Avec  $\lambda$  la longueur d'onde du signal et  $R$  la distance satellite/récepteur [5].

### 2.2.2 L'effet Doppler

Lors de l'émission d'un signal, tout mouvement relatif entre l'émetteur et le récepteur provoque une modification de la fréquence du signal reçu : c'est le phénomène Doppler. La figure (2.1) illustre ce phénomène. Dans le cadre du GNSS, les signaux de navigation sont

affectés par l'effet Doppler résultant des mouvements relatifs entre le satellite et l'utilisateur [5].

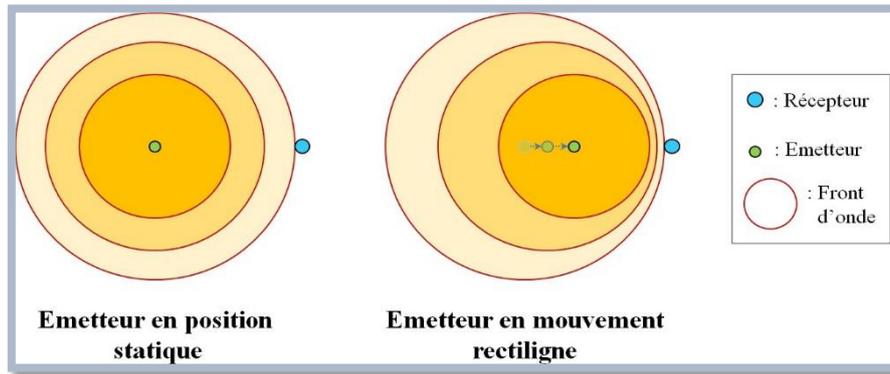


Figure 2.1 Principe de l'effet Doppler.

En effet, considérons le modèle simplifié du signal émis au niveau du satellite suivant :

$$s_e(t) = c(t)e^{i2\pi f_p t} \quad (2.3)$$

Avec  $c(t)$  le code pseudo-aléatoire du signal et  $f_p$  la fréquence porteuse. Si on suppose que le signal émis ne subit aucune perturbation lors de sa propagation, le récepteur reçoit alors le signal suivant :

$$s_r(t) = s_e(t - \tau(t)) = c(t - \tau(t))e^{i2\pi f_p (t - \tau(t))} \quad (2.4)$$

Avec  $\tau(t)$  le retard exprimé en seconde associé au temps de propagation du signal. D'après les notations de la figure (2.2), le temps de propagation  $\tau$  s'exprime par :

$$\tau(t) = \tau_0 + \frac{\int_0^t v_{rad}(t) dt}{c} \quad (2.5)$$

Avec  $c$  la vitesse de la lumière dans le milieu et  $v_{rad}$  la vitesse radiale satellite/récepteur. En supposant que la vitesse radiale est constante, on obtient l'expression du retard suivant [5] :

$$\tau(t) = \tau_0 + \frac{v_{rad} t}{c} \quad (2.6)$$

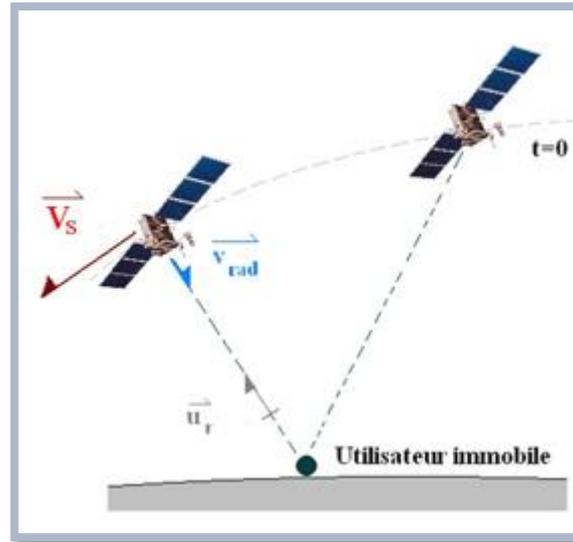


Figure 2.2 Géométrie de la dynamique satellite/utilisateur.

En combinant l'équation (2.4) et l'équation (2.5), on obtient l'expression du signal reçu suivant :

$$s_r(t) = c\left(\left(1 - \frac{v_{rad}}{c}\right)t - \tau_0\right)e^{i2\pi f_p\left(1 - \frac{v_{rad}}{c}\right)t + i\varphi_0} \quad (2.7)$$

Avec  $\varphi_0 = -2\pi f_p \tau_0$ . On voit ainsi que la fréquence porteuse du signal reçu est modifiée de la fréquence Doppler  $f_d$  définie par :

$$f_d = -f_p \frac{v_{rad}}{c} \quad (2.8)$$

L'expression (2.8) n'est que l'approximation au premier ordre de l'effet Doppler sur la porteuse du signal de navigation. De manière générale, la fréquence Doppler sur la fréquence porteuse s'exprime par :

$$f_d = -f_p \frac{(v_s - v_u)T_{ur}}{c} \quad (2.9)$$

Avec  $v_s$  la vitesse satellite,  $v_u$  la vitesse utilisateur et  $u_r$  le vecteur unitaire radial de l'utilisateur vers le satellite. L'effet Doppler va également affecter le rythme binaire des codes pseudo-aléatoires qui va subir la dérive Doppler  $f_d^{code}$  suivant :

$$f_d^{code} = f_d^{porteuse} \frac{R_c}{f_p} \quad (2.10)$$

Avec  $R_c$  le rythme chip du code pseudo-aléatoire. Le phénomène de compression/dilatation des codes pseudo-aléatoires et de la porteuse est illustré à la figure (2.3).

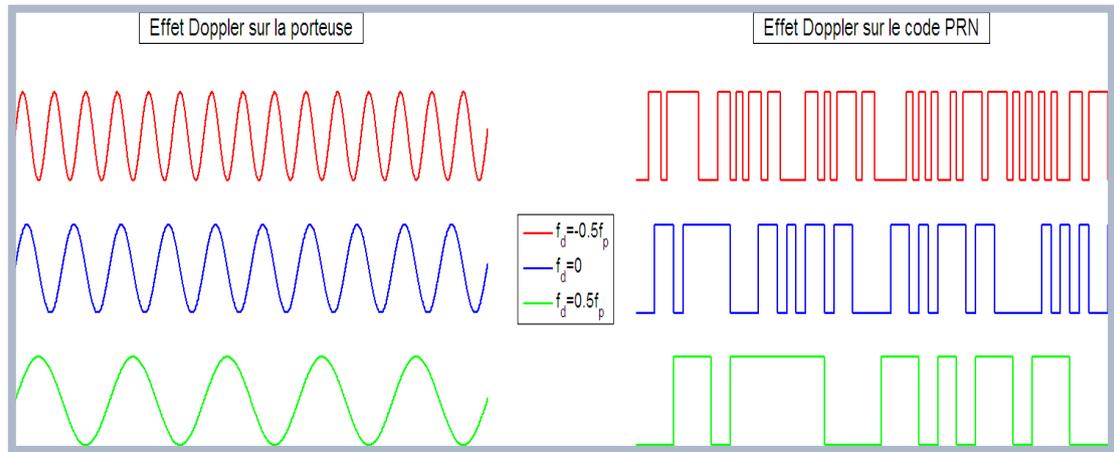


Figure 2.3 Effet Doppler sur la fréquence porteuse et les codes PRN [5].

### 2.2.3 Source d'erreurs de positionnement

Ces erreurs peuvent être classées dans deux catégories que nous allons détailler ci-dessous [4]:

- Erreurs de propagation : la propagation radioélectrique modifie les caractéristiques du signal entre le satellite réalisant l'émission et l'antenne de réception,
- Erreurs intrinsèques au système : elles sont principalement liées aux limites technologiques du système de navigation.

#### 2.2.3.1 Erreurs de propagation

Durant la transmission, le signal de navigation va subir plusieurs dégradations causées en grande partie par l'atmosphère et l'environnement dans lequel évolue l'utilisateur. Lors de la réception, le signal est également entaché d'un bruit thermique propre au récepteur.

##### 2.2.3.1.1 Effets atmosphériques

Lors de la traversée de l'atmosphère, le signal va subir de fortes dégradations qui se traduiront par des erreurs de positionnement pouvant aller, après corrections, jusqu'à 5 m. Ces dégradations sont causées par deux couches atmosphériques distinctes qui sont :

- L'ionosphère C'est une couche haute de l'atmosphère qui a la particularité de contenir des particules chargées dont la densité et la répartition fluctuent au cours de la journée et dépendent de la région terrestre considérée ainsi que de l'activité solaire. Cette

caractéristique électronique de l'ionosphère va modifier la vitesse de propagation du signal et allonger le chemin parcouru par réfraction.

- La troposphère C'est une couche basse de l'atmosphère contenant de la vapeur d'eau qui va ralentir la propagation du signal.

### 2.2.3.1.2 Effets de Multitrajets

Les multitrajets constituent également une source de dégradation du signal non négligeable. Les trajets multiples sont provoqués par la réflexion du signal sur le sol, l'eau ou l'environnement entourant l'utilisateur. Outre le fait que les multitrajets ne respectent pas l'hypothèse de propagation en ligne du signal faite par le récepteur (phénomène illustré à la figure 2.4), les divers échos du signal LOS (Line of Sight) peuvent engendrer des interférences destructives ou induire des erreurs d'estimation des distances satellite/utilisateur. Pour corriger les multitrajets, il est possible d'utiliser des méthodes de traitement du signal au sein des algorithmes de réception, ainsi que des méthodes de réception multi-antennes afin d'estimer la direction du signal d'intérêt.

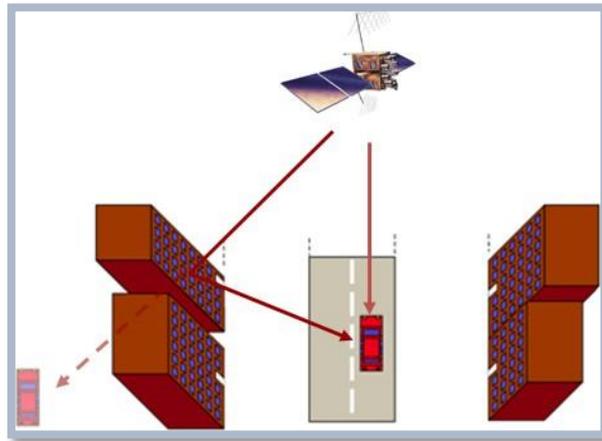


Figure 2.4 Illustration du phénomène de multitrajets.

### 2.2.3.2 Erreurs intrinsèques au système

Les erreurs intrinsèques du système, ils sont principalement liés au système de navigation Récepteur/satellite, qui sont données dans ce qui suit.

#### *A. La charge utile et l'antenne satellite*

L'antenne satellite, à polarisation circulaire droite RHCP (Right Hand Circular Polarization) pointe constamment vers la Terre. Le gain est tel que la puissance du signal reçu

à la surface de la Terre est constante. Néanmoins, certains étages de la charge utile peuvent créer des distorsions sur le signal émis (oscillateur, convertisseur A/D, filtres, etc.).

### ***B. Les horloges satellites et récepteur***

Ils ont une dérive qui nécessite une correction afin d'éviter de larges erreurs d'estimation du retard des signaux. Les horloges atomiques des satellites ont une dérive d'un ordre de grandeur de  $10^{-9}$  seconde par jour. Ces dérives sont évaluées par les stations sol et leurs valeurs sont incluses dans le message de navigation afin que l'utilisateur effectue la correction.

### ***C. Les positions des satellites***

Elles sont suivies par des stations sol et sont également transmises au récepteur via le message de navigation. Des erreurs peuvent subsister et ainsi faiblement biaiser la résolution du PVT (de l'ordre du mètre) [4].

## **2.3 Architecture de récepteur GNSS**

Entre la réception du signal et le calcul de la position de l'utilisateur, le récepteur doit effectuer plusieurs étapes pour extraire les informations nécessaires au "calcul du point". Le schéma bloc classique d'un récepteur est donné à la figure (2.5) Le bloc "Réception" s'en suit deux étapes qui ont pour but de synchroniser le récepteur avec les signaux de navigation : l'acquisition (qui est réalisée en parallèle sur chacun des canaux de réception) et la poursuite (qui peut être ou non réalisée en parallèle selon le choix de l'architecture de poursuite). Ces deux étapes du processus de navigation sont détaillées dans les sections (2.3.4) et (2.3.5).

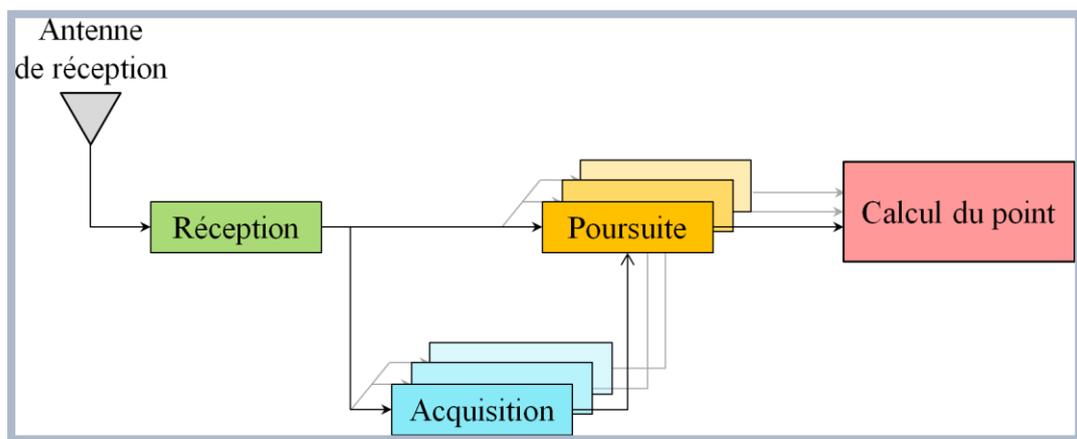


Figure 2.5 Schéma de fonctionnement des récepteurs GNSS [5].

### 2.3.1 Antenne

L'antenne de réception reçoit et réunit les données de navigation véhiculées par les porteuses L1 et/ou L2,..., en polarisation circulaire droite pour accepter les signaux directs et rejeter les signaux parasites qui proviennent de directions situées en dessous de l'horizon. L'antenne possède une couverture hémisphérique pour permettre la poursuite de satellites depuis le zénith et presque jusqu'à l'horizon pour tous zimuts (En astronomie: Angle formé par le plan méridien d'un lieu avec un plan vertical situé en ce lieu, mesuré de 0 à 360°, dans le sens rétrograde, c'est-à-dire dans le sens horaire). Ainsi, un préamplificateur est directement intégré à la base de l'antenne de réception. Il amplifie la puissance des signaux reçus au récepteur, car elle est affaiblie par le bruit électromagnétique environnant afin de pouvoir les traiter.

### 2.3.2 Récepteur

Le bloc "Réception" se réfère au bloc de traitement du signal à la réception (i.e., numérisation du signal, séparation des voies I et Q, etc.) le signal reçu par l'antenne est filtré, amplifié et converti à une fréquence plus faible  $f_I$  ( $f_I = [1MHz, 20MHz]$ ) pour permettre de le traiter. La conversion finale en bande de base nécessite la conversion du signal (FI) à une composante en phase (I) et une autre en quadrature (Q).

Le signal est envoyé vers un canal numérique qui va effectuer deux opérations, l'acquisition et la poursuite, visant à synchroniser la porteuse (phase et fréquence Doppler) et les données codées par étalement de spectre (retard de propagation) reçues avec le récepteur et à les démoduler par la suite. Les acquisitions de phase et de code sont réalisées en parallèle sur chacun des canaux de réception au moyen des circuits d'accrochage. La poursuite de phase et la poursuite de code peuvent être ou non réalisées en parallèle selon le choix de l'architecture de poursuite à l'aide des boucles à verrouillage de code dites DLL (Delay Lock Loop) et des boucles à verrouillage de phase dites PLL (Phase Lock Loop). Lorsque les boucles PLL et DLL sont verrouillées, le message de navigation peut être extrait permettant de récupérer et mesurer l'instant de réception réelle.

### 2.3.3 Calcul du point (calcul de navigation)

Ce bloc utilise les mesures et les données de navigation déjà extraites via les processus de l'acquisition et de la poursuite, pour élaborer leur calcul de navigation et fournir la solution de l'équation PVT, c'est-à-dire déterminer la Position, le Temps et la Vitesse d'un utilisateur.

On note que les solutions de l'équation PVT sont calculées à chaque instant par le récepteur à travers la résolution de l'ensemble de quatre expressions. C'est pour ça qu'on appelle le calcul du point [11].

#### **2.3.4 Chaîne d'acquisition**

De manière générale, l'acquisition est une recherche temps-fréquence qui consiste à calculer, sur un ensemble de délais temps/fréquence, les différentes corrélations entre le signal reçu et une réplique locale affectée par un délai et un Doppler fixé. Le but de cette opération est [5]:

- Détecter la présence d'un satellite dans l'ensemble des signaux captés par l'antenne du récepteur;
- Déterminer pour un satellite dont la présence a été détectée, le retard sur le code et la fréquence Doppler à la réception du signal associé afin d'initialiser les boucles de poursuite.

##### **2.3.4.1 Acquisition des données de navigation**

On distingue deux types de démarrage : « à froid » et « à chaud ».

Dans le cas d'un démarrage à froid, le récepteur ne dispose pas d'informations pouvant l'aider à acquérir les signaux, comme l'emplacement des satellites, les satellites en visibilité, le type de l'effet Doppler appliqué à leur signal.

Dans le cas d'un démarrage à chaud, le récepteur dispose des données de navigation mémorisées (par exemple, almanach mémorisé valide au démarrage, connaissance approximative du temps système ou de la position du récepteur) ou externes, via des techniques dites LBS (Location Based Services).

##### **2.3.4.2 Acquisition des signaux et des mesures de code**

La phase de l'acquisition de code, se déclenche après un temps d'attente qui dépend de l'acquisition des données. L'acquisition du code permet de détecter la présence du signal d'un émetteur GNSS et de fournir une idée sur sa position grâce à une première estimation approximative des paramètres du signal reçu, dans lesquels au niveau du récepteur apparaissent différents de ceux du signal émis par le satellite, comme:

- Déphasage et la fréquence Doppler de la porteuse ;
- Retard de propagation du code.

### 2.3.4.3 Principe de l'acquisition

L'acquisition utilise le principe de corrélation des signaux pour identifier les satellites visibles, estimer le retard des séquences des codes et la fréquence de chaque signal reçu.

A l'aide de la corrélation, on effectue une recherche tridimensionnelle pour extraire l'ensemble des informations contenues dans le signal reçu c'est-à-dire la visibilité de tel ou tel satellite, leur fréquence et le retard du code. Ce mode d'acquisition est appelé : mode parallèle. Il existe d'autres modes d'acquisition que celui décrit précédemment [6]:

- Mode d'acquisition fréquentielle : cette méthode repose sur la FFT « Fast Fourier Transform ». On calcule le spectre du signal pour chaque décalage de code local et on observe le spectre de la porteuse qui est pondéré par la valeur de la corrélation obtenue. Lorsque le code local est aligné avec le code reçu, la valeur de la corrélation est maximale et, dans le cas contraire, la valeur de corrélation est proche de zéro ;
- Mode d'acquisition série : dans ce mode, les échantillons numérisés du signal reçu sont multipliés par des échantillons du code généré localement. Le signal résultant est multiplié par deux porteuses de même fréquence en phase et en quadrature.

### 2.3.5 Chaîne de poursuite

Le signal provenant par le satellite est reçu par l'antenne du récepteur. Il est amplifié ensuite converti en fréquence intermédiaire (FI) .Il est échantillonné, puis numérisé avant d'être traité par les canaux de réception. Le processus de poursuite permet l'affinement et l'estimation la plus précise du retard, de la fréquence et de la phase porteuse engendrée par les mouvements relatifs entre le satellite et le récepteur, après leur première estimation par le processus de l'acquisition [11]. Un canal de réception consiste en deux boucles à verrouillage la PLL et la DLL, servant à démoduler respectivement la porteuse et le code du signal d'un satellite. Pour cela, on utilise une réplique locale du signal décomposé en deux éléments distincts, porteuse et code, que les boucles synchronisent en permanence avec le signal reçu. La figure (2.6) illustre un schéma bloc fonctionnel du processus d'acquisition et de poursuite [19].

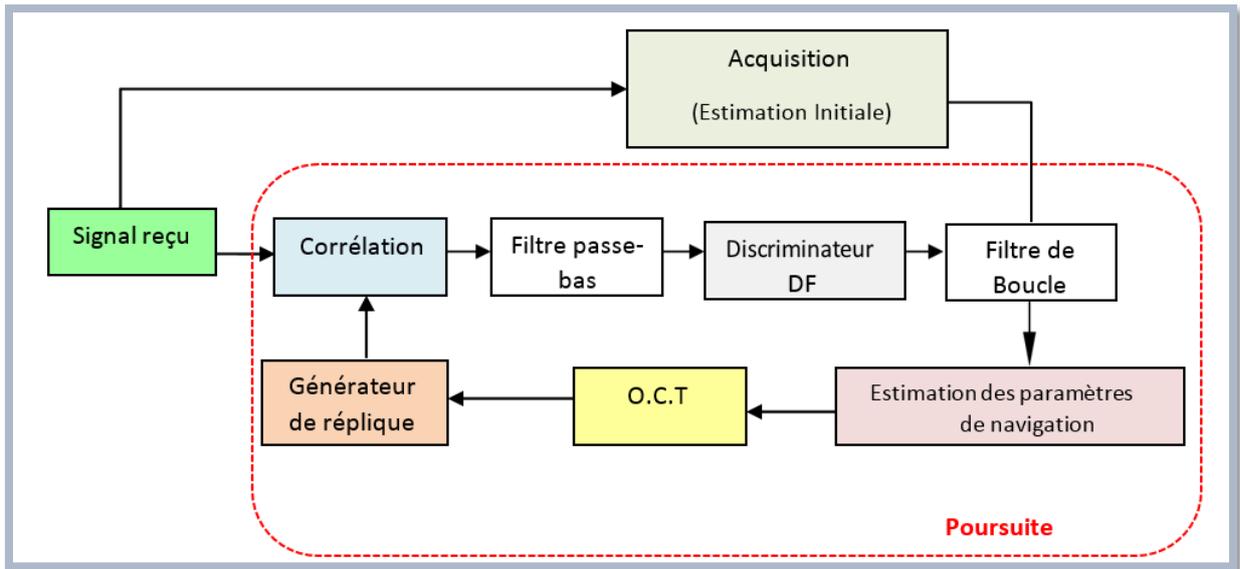


Figure 2.6 Schéma bloc du processus de poursuite [11].

Il existe plusieurs méthodes pour suivre le signal GNSS au cours du temps. Les techniques utilisées se basent sur des systèmes bouclés qui vont estimer la phase ou la fréquence de la porteuse et le retard du code grâce à la comparaison du signal reçu avec une réplique générée localement.

### 2.3.5.1 Boucle à verrouillage de fréquence

FLL « Fréquence Lock Loop » qui poursuit la fréquence de la porteuse autour de la fréquence estimée par la chaîne d'acquisition, permet affiner l'estimation de la fréquence Doppler. La boucle en reproduisant la fréquence approximative, et elle permet typiquement à la phase de tourner par rapport au signal porteur entrant. Pour cette raison, elle est également appelée boucle de contrôle de fréquence automatique. La boucle FLL doit être insensible aux inversions de  $180^\circ$  des signaux I et Q. Par conséquent, les temps d'échantillonnage des signaux I et Q ne doivent pas chevaucher les limites de transition de données, car il est généralement plus facile de maintenir le verrouillage de fréquence que le verrouillage de phase du signal reçu lors de la synchronisation [6].

### 2.3.5.2 Boucle à verrouillage de phase

La boucle à verrouillage de phase PLL « Phase Lock Loop » est essentiellement un système de commande à rétroaction qui crée une porteuse réplique et tente de garder sa fréquence et sa phase alignées avec le signal porteur entrant. Plus précisément, la PLL

effectue plusieurs opérations distinctes qui, une fois réalisées en boucle, permettent d'estimer au cours du temps la phase du signal reçu. Ces étapes sont les suivantes [6]:

- Une étape de corrélation entre le signal reçu et la réplique locale (aussi appelée étape de pré-détection). Cette opération va permettre de comparer le signal reçu avec la réplique locale;
- Une étape de d'extraction de phase réalisée par un discriminateur de phase qui va permettre de mesurer l'erreur d'estimation de phase en sortie de corrélation ;
- Une étape de filtrage qui va filtrer le bruit sur l'erreur d'estimation ;
- Une étape d'intégration qui va mettre à jour l'estimation de phase ;
- Une étape de génération qui a pour but de créer une réplique locale mise à jour qui va pouvoir être utilisée lors de l'étape de corrélation de la prochaine itération.

### 2.3.5.3 Boucle à verrouillage de retard de code

DLL « Delay Lock Loop » consiste à poursuivre les décalages du code et permettre au récepteur d'obtenir les mesures de pseudo-distance sur chaque voie, en estimant le retard de code du signal reçu. Afin d'estimer l'erreur de synchronisation, la DLL utilise trois corrélateurs, schématisés sur la Figure (2.7) on peut les définir ainsi [4] :

- Corrélateur E (Early) : il utilise une réplique du code en avance.
- Corrélateur P (Prompt) : synchronisé, c'est l'unique corrélateur utilisé pour la poursuite de la phase et de la fréquence.
- Corrélateur L (Late) : le code retard "L" (Late).

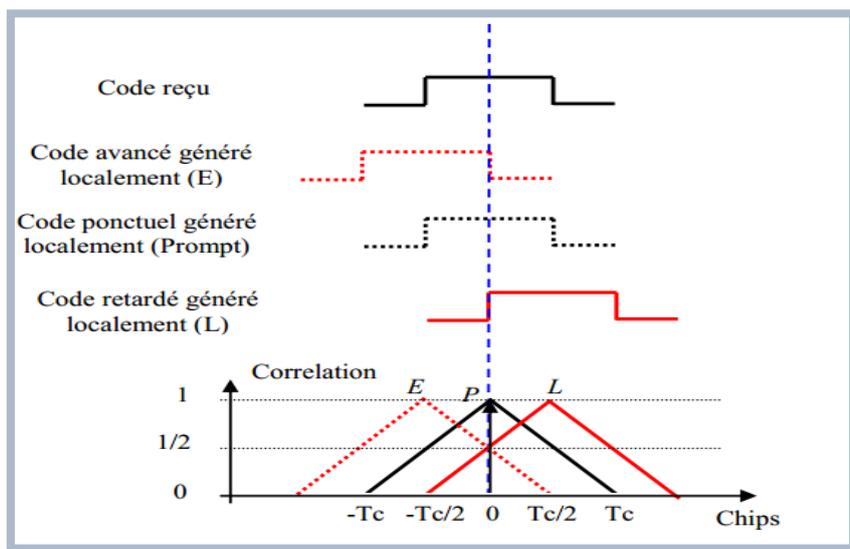


Figure 2.7 Corrélation parfaite entre le code reçu et local [11].

On distingue deux grandes catégories de boucles de poursuite de code classiques [11]:

- DLL cohérente "C-ELP" (pour Coherent-Early Late Processing) : on parle d'une DLL cohérente lorsqu'elle nécessite une estimation précise de la phase de la porteuse réalisée par la PLL.
- DLL non-cohérente "NC-ELP" (pour Non Coherent-Early Late Processing) : une DLL non cohérente peut estimer le retard de code sans que la PLL ne soit déjà verrouillée.

Une présentation plus détaillée de ces deux types de DLL est donnée dans les sections suivantes.

### 2.3.5.3.1 La DLL cohérente

Le discriminateur le plus simple est C-ELP, il utilise deux corrélateurs E et L. La tension d'erreur non perturbée, notée  $D_{C-ELP}(\Delta\hat{\tau})$ , s'écrit après normalisation [11]:

$$D_{C-ELP}(\Delta\hat{\tau}) = R_E(\Delta\hat{\tau}) - R_L(\Delta\hat{\tau}) \quad (2.11)$$

Où  $R_E, R_L$  sont respectivement les CFs entre le code reçu et le code de référence avancé et retardé, par l'espacement de chip  $\Delta\tau$ .

La figure (2.8) illustre le schéma fonctionnel de la boucle DLL cohérente ainsi que les différentes étapes de construction de la tension d'erreur.

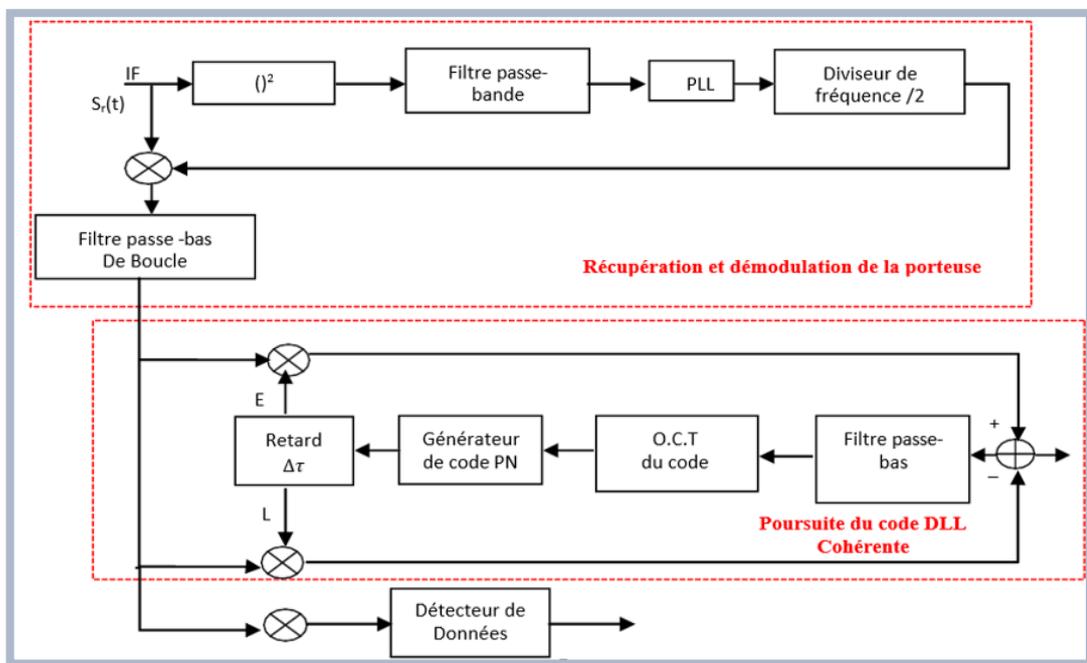


Figure 2.8 Schéma-bloc d'une boucle de code cohérente, C-ELP.

Le but du filtre passe-bas de la DLL est de fournir une commande adaptée pour le générateur de porteuse locale (O.C.T de la PLL) afin de compenser l'erreur de synchronisation mesurée par le discriminateur. Le filtre de la boucle a pour fonction de réduire le bruit dans la boucle. Il permet également d'éliminer les signaux parasites résiduels causés soit par des interférences extérieures, soit par la corrélation croisée avec les autres signaux [11].

### 2.3.5.3.2 La DLL non-cohérente

Le discriminateur NC-ELP utilise deux corrélateurs E-L mais après une mise en quadrature des corrélations pour un alignement parfait au niveau de la PLL et un équarrisseur. La DF non perturbée, notée  $D_{NC-ELP}(\Delta\hat{\tau})$ , s'écrit après normalisation:

$$D_{C-ELP}(\Delta\hat{\tau}) = R_E^2(\Delta\hat{\tau}) - R_L^2(\Delta\hat{\tau}) \quad (2.12)$$

Où  $R_E, R_L$  sont les CFs entre le code reçu et les codes de référence avancé et retardé par l'espacement de chip  $\Delta\tau$ .

La différence entre ces deux DLLs est que la C-ELP utilise les informations délivrées par la boucle PLL pour construire sa fonction discriminatoire contrairement à la NC-ELP. Alors, l'avantage de la boucle NC-ELP est que les performances de la boucle DLL sont indépendantes de celles de la boucle PLL [11].

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit la chaîne de réception du signal GNSS ainsi les processus d'acquisition et de poursuite pour estimer les erreurs de code et de la porteuse en utilisant les boucles à verrouillage (DLL) et (PLL).

Dans le chapitre suivant, nous modélisons analytiquement l'influence des Multitrajets sur les nouveaux signaux GNSS de type CosBOC, ainsi que sur la caractéristique de la tension d'erreur de code cohérente de la DLL.

# **Chapitre 3**

## **Simulations et Evaluations des Modèles Analytiques CosBOC de l'offset d'erreur moyen cohérent en présence de multitrajets**

### 3.1 Introduction

La première approche de la simulation de phénomène physique est la modélisation analytique. C'est la façon à avoir le modèle le plus simple possible. Pour cela, les modèles analytiques se basent sur les équations de base de la théorie régissant un phénomène sur une représentation abstraite du système réel, prenant en compte tout ou partie de la géométrie de la structure analysée. Ce chapitre introduit les modèles analytiques déjà proposés de la CF et DF pour les signaux CosBOC, ainsi que les enveloppes d'erreur de multitrajets (MEE, Multipath Error Envelope). Ceci est pour objectif à proposer des modèles analytiques de la moyenne courante de l'erreur de multitrajets, notés RAE (Running Averag Error) pour les signaux CosBOC. Une simulation sous MATLAB a permis de vérifier les modèles proposés et de les évaluer.

### 3.2 Modèle analytique de la CF CosBOC

La formulation générale de la sous-porteuse d'un signal  $CosBOC(\alpha, \beta)$  peut être simplement donnée, dans le domaine temporel pour M paire et impaire comme suit [11] :

$$x_{BOC} = \begin{cases} 1, & \text{pour } t \in \left[ \left(-\frac{M}{2}T_{SC}\right), \left(-\frac{M}{2} + 0.5\right)T_{SC} \right] \\ (-1)^k, & \text{pour } t \in \left[ \left(k - \frac{M}{2}T_{SC} - 0.5\right)T_{SC}, \left(K - \frac{M}{2} + 0.5\right)T_{SC} \right] \\ (-1)^M, & \text{pour } t \in \left[ \left(\frac{M}{2} - 0.5\right)T_{SC}, \left(\frac{M}{2}\right)T_{SC} \right] \end{cases} \quad (3.1)$$

Où

$$k = 1, \dots, (M - 1).$$

$$M = \frac{2\alpha}{\beta} = \frac{T_x}{T_{SC}}.$$

$$T_x = \frac{T_{C/A}}{\beta}.$$

$$T_{SC} = \frac{T_{C/A}}{2\alpha}.$$

$$1/T_{C/A} = 1.023 \times 10^6 \text{ est le taux de code } C/A.$$

La modélisation analytique de la CF du signal  $C(\alpha, \beta)$ , est calculée à partir de la définition de la corrélation en se basant sur la figure (3.1). La CF normalisée peut être calculée comme suit [11]:

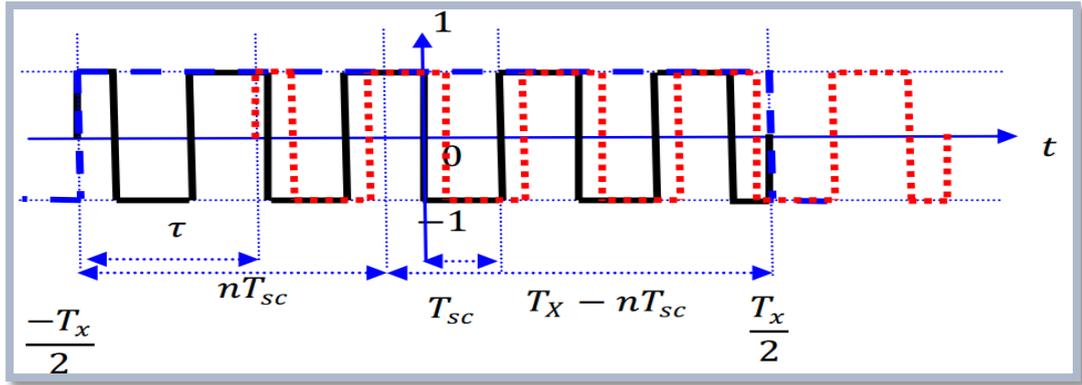


Figure 3.1 Sous-porteuse CosBOC et sa réplique avec un grand retard positif pour  $M=8$ .

Le modèle analytique de la CF  $CosBOC(\alpha, \beta)$ , est donné par les expressions suivantes [11]:

$$R_{BOC_c}(\tau) = \begin{cases} (-1)^{(n-1)} \left[ \frac{n-1+(M-n+1)(2n-1)}{M} + \frac{-1-2(M-n+1)}{M} \frac{\tau}{T_{SC}} \right], & \text{pour } (n-1)T_{SC} \leq \tau \leq (n-0.5)T_{SC} \\ (-1)^{(n-1)} \left[ \frac{-n+(M-n)(2n-1)}{M} + \frac{-1-2(M-n-1)}{M} \frac{\tau}{T_{SC}} \right], & \text{pour } (n-0.5)T_{SC} \leq \tau \leq nT_{SC} \\ (-1)^{(n-1)} \left[ \frac{n-1+(M-n+1)(2n-1)}{M} - \frac{-1-2(M-n+1)}{M} \frac{\tau}{T_{SC}} \right], & \text{pour } -(n-0.5)T_{SC} \leq \tau \leq -(n-1)T_{SC} \\ (-1)^{(n-1)} \left[ \frac{-n+(M-n)(2n-1)}{M} - \frac{-1-2(M-n-1)}{M} \frac{\tau}{T_{SC}} \right], & \text{pour } -nT_{SC} \leq \tau \leq -(n-0.5)T_{SC} \\ 0 & , \text{pour } \tau \geq T_x \text{ et } \tau \leq -T_x \end{cases} \quad (3.2)$$

Où

$n \equiv \lceil |\tau|/T_{SC} \rceil = 1, \dots, M+1$ ,  $\lceil \cdot \rceil$  représente l'opérateur de seuil. Les figures 3.2 et 3.3 illustrent les CFs des signaux CosBOC pour  $M=4$  et  $M=8$ .

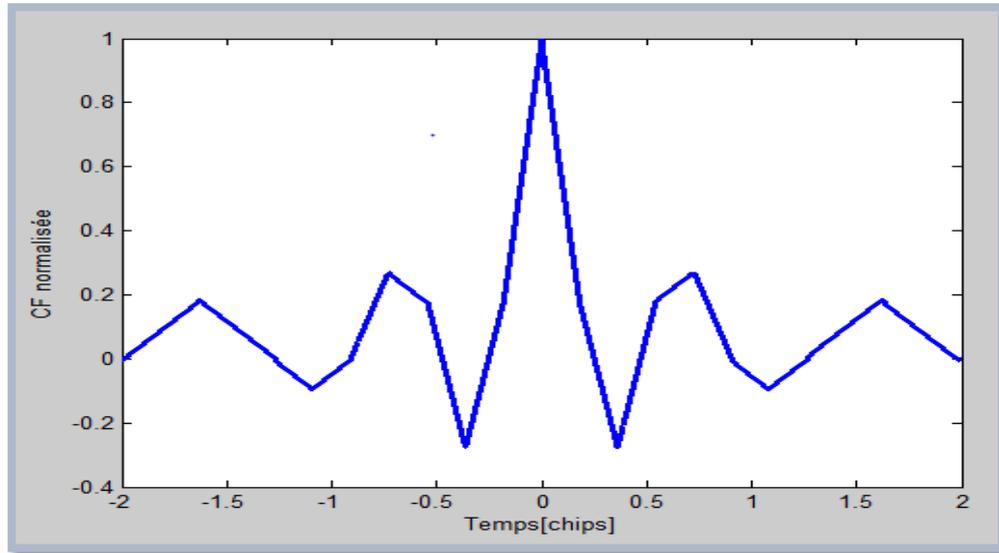


Figure 3.2 La FC normalisée  $CosBOC(\alpha, \beta)$  pour  $M = 4$ .

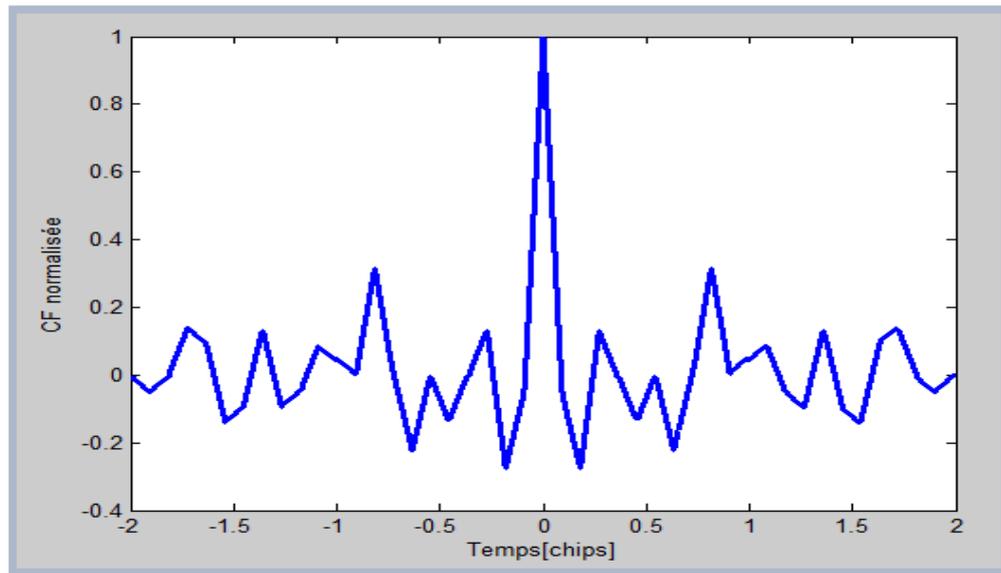


Figure 3.3 La FC normalisée  $CosBOC(\alpha, \beta)$  pour  $M = 8$ .

La fonction de corrélation nécessite moins de ressources de calcul par rapport à la méthode spectrale comme elle présente aussi la souplesse et la simplicité par rapport à d'autres méthodes.

### 3.3 Modèle analytique de la DF C-ELP des signaux CosBOC

Dans cette partie, nous présentons les expressions analytiques de la DF idéale des signaux modulés en CosBOC pour une DLL cohérente dans différents intervalles.

La DF de la DLL C-ELP est exprimée par l'équation suivante [11] :

$$D_{C-ELP}(\Delta\hat{t}) = R\left(\Delta\hat{t} - \frac{\Delta\tau}{2}\right) - R\left(\Delta\hat{t} + \frac{\Delta\tau}{2}\right) \quad (3.3)$$

Les figures suivantes (3.4 et 3.5) démontrent la géométrie et la composition de la DF C-ELP à partir de deux versions de la CF en avance et en retard pour un signal modulé en  $CosBOC(\alpha, \beta)$  pour un espacement de chip  $\Delta\tau = 0.4 \frac{T_x}{M}$  chip avec  $M = 4$ . Cette composition est divisée en plusieurs intervalles en fonction de  $T_{sc}$  et espacement de chip  $\Delta\tau$ .

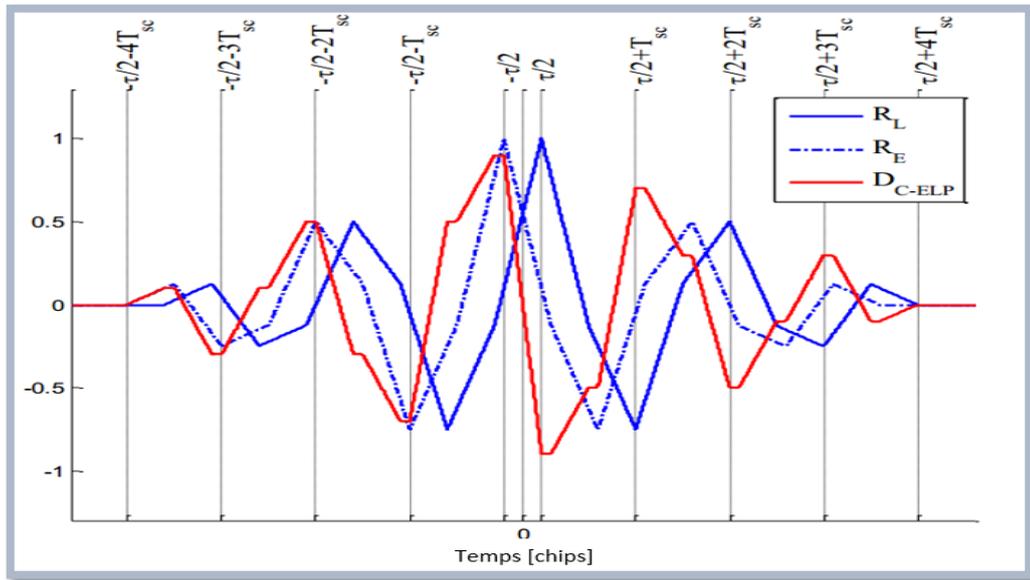


Figure 3.4 Construction de la DF C-ELP pour un signal modulé en CosBOC pour  $M = 4$ .

La figure (3.5) démontrent que la courbe de la DF C-ELP contient des segments de ligne droite de pentes nulles et d'autre non nulle. La DF est divisée en région  $j$  et en sous-région  $i$  sachant que  $j$  est égale à  $\lceil (\tau + \Delta\tau/2)/T_{sc} \rceil = 1, \dots, M$  et le paramètre  $i$  prend des valeurs I, II, III et IV. Chaque segment est noté par une paire  $(i, j)$ , le segment d'une ligne droite et la valeur de sa pente sont respectivement indiqués par  $D_i$  et  $D'_i$ .

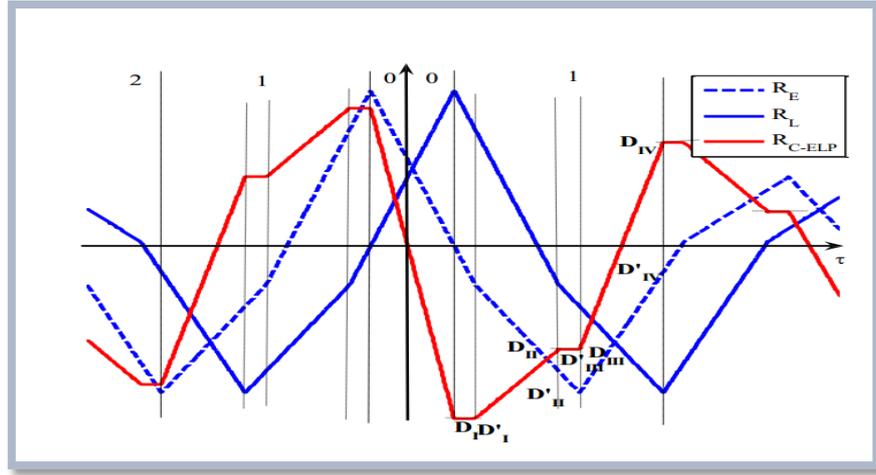


Figure 3.5 Vue agrandie de la DF C-ELP d'un signal CosBOC à  $j = 1$  pour  $\Delta\tau = 0.4 \frac{T_x\beta}{M}$  et  $M = 4$ .

### 3.3.1 DF C-ELP pour un espacement de chip $\Delta\tau < \frac{T_x\beta}{4\alpha}$ chip

Le modèle analytique de la DF C-ELP correspondant à un signal modulé en  $CosBOC(\alpha, \beta)$  pour un espacement de chip étroit  $\Delta\tau < \frac{T_x\beta}{4\alpha}$  chip, peut être exprimé comme suit [11] :

$$D_{C-ELP}(\tau) = \begin{cases} -2 \frac{3+2(M-1)}{MT_{SC}} \tau, & \text{pour } 0 \leq \tau \leq \frac{\Delta\tau}{2} \\ (-1)^j \frac{3+2(M-j)}{MT_{SC}} \Delta\tau, & \text{pour } \frac{\Delta\tau}{2} + (j-1)T_{SC} \leq \tau \leq -\frac{\Delta\tau}{2} + (2j-1)\frac{T_{SC}}{2} \\ (-1)^j \frac{\Delta\tau}{MT_{SC}} (-1 + 2(M-j)) + (-1)^{j-1} \frac{4}{MT_{SC}} \left( \tau - \frac{\Delta\tau}{2} - (2j-1)\frac{T_{SC}}{2} \right), & \text{pour } -\frac{\Delta\tau}{2} + (2j-1)\frac{T_{SC}}{2} \leq \tau \leq \frac{\Delta\tau}{2} + (2j-1)\frac{T_{SC}}{2} \\ (-1)^j \frac{-1+2(M-j)}{MT_{SC}} \Delta\tau, & \text{pour } \frac{\Delta\tau}{2} + (2j-1)\frac{T_{SC}}{2} \leq \tau \leq -\frac{\Delta\tau}{2} + jT_{SC} \\ (-1)^{j-1} \frac{1+2(M-j)}{MT_{SC}} \Delta\tau + (-1)^{j-1} \frac{4(M-j)}{MT_{SC}} \left( \tau - \frac{\Delta\tau}{2} - jT_{SC} \right), & \text{pour } -\frac{\Delta\tau}{2} + jT_{SC} \leq \tau \leq \frac{\Delta\tau}{2} + jT_{SC} \\ \frac{(-1)^M}{MT_{SC}} \left( \tau - \frac{\Delta\tau}{2} - MT_{SC} \right), & \text{pour } -\frac{\Delta\tau}{2} + MT_{SC} \leq \tau \leq \frac{\Delta\tau}{2} + MT_{SC} \\ 0, & \text{pour } \tau \geq \frac{\Delta\tau}{2} + MT_{SC} \\ -D(-\tau), & \text{pour } \tau \leq 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

Où  $j = \lceil (\tau + \Delta\tau/2)/T_{SC} \rceil = 1, \dots, M$  et  $M = 2\alpha / \beta$ .

### 3.3.2 DF C-ELP pour un espacement de chip $\frac{T_x\beta}{4\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{T_x\beta}{2\alpha}$ chip

Le modèle analytique de la DF C-ELP correspondant à un signal modulé en  $CosBOC(\alpha, \beta)$  pour un espacement de chip étroit  $\frac{T_x\beta}{4\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{T_x\beta}{2\alpha}$  chip, peut être exprimé comme suit [11] :

$$D_{C-ELP}(\tau) = \left\{ \begin{array}{l} -2 \frac{3+2(M-1)}{MT_{SC}} \tau, \text{ pour } 0 \leq \tau \leq \frac{T_{SC}}{2} - \frac{\Delta\tau}{2} \\ -\frac{2}{M} - (-3 + 2M) \frac{\Delta\tau}{MT_{SC}} + \frac{-4M+2}{MT_{SC}} \left( \tau - \frac{\Delta\tau}{2} \right), \text{ pour } \frac{T_{SC}}{2} - \frac{\Delta\tau}{2} \leq \tau \leq \frac{\Delta\tau}{2} \\ (-1)^j \left( -\frac{2}{M} + (3 + 2(M-j)) \frac{\Delta\tau}{MT_{SC}} \right) + \frac{4}{MT_{SC}} (-1)^{j-1} \left( \tau + \frac{\Delta\tau}{2} - jT_{SC} \right), \\ \text{ pour } (j-1)T_{SC} + \frac{\Delta\tau}{2} \leq \tau \leq -\frac{\Delta\tau}{2+2jT_{SC}} \\ (-1)^j \left( \frac{2(M-j)}{M} - m_{j+1}\Delta\tau \right) + (-1)^{j-1} \frac{4+4(M-j)}{MT_{SC}} \left( \tau - \frac{\Delta\tau}{2} - (2j+1) \frac{T_{SC}}{2} \right), \\ \text{ pour } jT_{SC} - \frac{\Delta\tau}{2} \leq \tau \leq \frac{\Delta\tau}{2} + (2j-1) \frac{T_{SC}}{2}, j \neq M \\ (-1)^{j-1} \left( \frac{2(M-1)}{M} - n_j\Delta\tau \right) + (-1)^{j-1} \frac{4(M-j)}{MT_{SC}} \left( \tau + \frac{\Delta\tau}{2} - (2j-1) \frac{T_{SC}}{2} \right), \\ \text{ pour } (2j-1) \frac{T_{SC}}{2} + \frac{\Delta\tau}{2} \leq \tau \leq -\frac{\Delta\tau}{2} + (2j+1) \frac{T_{SC}}{2}, j \neq M \\ (-1)^{j-1} \left( \frac{2}{M} + n_{j+1}\Delta\tau \right) + (-1)^{j-1} \frac{-4+4(M-j)}{MT_{SC}} \left( \tau - \frac{\Delta\tau}{2} - jT_{SC} \right), \\ \text{ pour } -\frac{\Delta\tau}{2} + \frac{(2j+1)T_{SC}}{2} \leq \tau \leq \frac{\Delta\tau}{2} + jT_{SC}, j \neq M \\ (-1)^{M-1} \frac{1}{2M} + (-1)^{M-1} \frac{3}{MT_{SC}} \left( \tau - \frac{\Delta\tau}{2} - (2M-1) \frac{T_{SC}}{2} \right), \\ \text{ pour } -\frac{\Delta\tau}{2} + MT_{SC} \leq \tau \leq \frac{\Delta\tau}{2} + (2M-1) \frac{T_{SC}}{2} \\ (-1)^M \frac{1}{MT_{SC}} \left( \tau - \frac{\Delta\tau}{2} - MT_{SC} \right), \\ \text{ pour } \frac{\Delta\tau}{2} + (2M-1) \frac{T_{SC}}{2} \leq \tau \leq \frac{\Delta\tau}{2} + MT_{SC} \\ 0, \text{ pour } \tau \geq \frac{\Delta\tau}{2} + MT_{SC} \\ -D(-\tau), \text{ pour } \tau \leq 0 \end{array} \right. \quad (3.5)$$

Où  $j = \lceil (\tau + \Delta\tau/2)/T_{SC} \rceil = 1, \dots, M$  et  $M = 2\alpha / \beta$ .

### 3.3.3 DF C-ELP pour un espacement de chip $\frac{T_x\beta}{2\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{3T_x\beta}{4\alpha}$ chip

Le modèle analytique de la DF C-ELP correspondant à un signal modulé en  $CosBOC(\alpha, \beta)$  pour un espacement de chip étroit  $\frac{T_x\beta}{2\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{3T_x\beta}{4\alpha}$  chip, peut être exprimé comme suit [11] :

$$D_{C-ELP} = \left\{ \begin{array}{l}
 -2 \frac{-3+2M}{MT_{SC}} \tau, \text{ pour } 0 \leq \tau \leq -\frac{T_{SC}}{2} + \frac{\Delta\tau}{2} \\
 -\left(4 - (1 + 2M) \frac{\Delta\tau}{MT_{SC}}\right) - \frac{(6M-3)/M - (-2+4M) \frac{\Delta\tau}{4MT_{SC}}}{-\Delta\tau + \frac{\Delta\tau}{2}} \left(\tau + \frac{\Delta\tau}{2} - T_{SC}\right), \\
 \text{pour } -\frac{T_{SC}}{2} + \frac{\Delta\tau}{2} \leq \tau \leq T_{SC} - \frac{\Delta\tau}{2} \\
 -\left(\frac{4M-2}{M} - \frac{(-1+2M)\Delta\tau}{MT_{SC}}\right) - \frac{\frac{2}{M} + \frac{2\Delta\tau}{MT_{SC}}}{\Delta\tau - T_{SC}} \left(\tau - \frac{\Delta\tau}{2}\right), \\
 \text{pour } T_{SC} - \frac{\Delta\tau}{2} \leq \tau \leq \frac{\Delta\tau}{2} \\
 (-1)^{j-1} D_{II} + (-1)^{j-1} \frac{D_{II} + D_I}{\frac{3T_{SC} - \Delta\tau}{2}} \left(\tau + \frac{\Delta\tau}{2} - (2j+1) \frac{T_{SC}}{2}\right) \\
 \text{pour } \frac{\Delta\tau}{2} + (j-1)T_{SC} \leq \tau \leq -\frac{\Delta\tau}{2} + (2j+1) \frac{T_{SC}}{2} \\
 (-1)^{j-1} D_{III} + (-1)^{j-1} \frac{-D_{III} + D_{II}}{T_{SC} - \Delta\tau} \left(\tau - \frac{\Delta\tau}{2} - (2j-1) \frac{T_{SC}}{2}\right), \\
 \text{pour } -\frac{\Delta\tau}{2} + (2j+1) \frac{T_{SC}}{2} \leq \tau \leq \frac{\Delta\tau}{2} + (2j-1) \frac{T_{SC}}{2} \\
 (-1)^{j-1} D_{IV} + (-1)^{j-1} \frac{D_{IV} - D_{III}}{\frac{3T_{SC} - \Delta\tau}{2}} \left(\tau + \frac{\Delta\tau}{2} - (j+1)T_{SC}\right), \\
 \text{pour } \frac{\Delta\tau}{2} + (2j-1) \frac{T_{SC}}{2} \leq \tau \leq -\frac{\Delta\tau}{2} + (j+1)T_{SC} \\
 (-1)^{j+1} \frac{4(M-j)-2}{M} - \frac{-1+2(M-j)}{MT_{SC}} \Delta\tau, \\
 \text{pour } -\frac{\Delta\tau}{2} + (j+1)T_{SC} \leq \tau \leq \frac{\Delta\tau}{2} + jT_{SC}, j \neq M-1 \\
 (-1)^M \frac{1}{M} + (-1)^M \frac{1}{MT_{SC}} \left(\tau - \frac{\Delta\tau}{2} - (M-1)T_{SC}\right), \\
 \text{pour } -\frac{\Delta\tau}{2} + MT_{SC} \leq \tau \leq \frac{\Delta\tau}{2} + (M-1)T_{SC} \\
 (-1)^{M-1} \frac{1}{2M} + (-1)^{M-1} \frac{3}{MT_{SC}} \left(\tau - \frac{\Delta\tau}{2} - (2M-1) \frac{T_{SC}}{2}\right) \\
 \text{pour } \frac{\Delta\tau}{2} + (M-1) \frac{T_{SC}}{2} \leq \tau \leq \frac{\Delta\tau}{2} + (2M-1) \frac{T_{SC}}{2} \\
 (-1)^M \frac{1}{MT_{SC}} \left(\tau - \frac{\Delta\tau}{2} - MT_{SC}\right), \\
 \text{pour } \frac{\Delta\tau}{2} + (2M-1) \frac{T_{SC}}{2} \leq \tau \leq \frac{\Delta\tau}{2} + MT_{SC} \\
 0, \text{ pour } \tau \geq \frac{\Delta\tau}{2} + MT_{SC} \\
 -D(-\tau), \text{ pour } \tau \leq 0
 \end{array} \right. \quad (3.6)$$

Où

$$D_I = \frac{4(M-j)+2}{M} - \frac{1+2(M-j)}{MT_{SC}} \Delta\tau.$$

$$D_{II} = \frac{28(M-j) + 8(M-j)^2 + 24}{2M(3 + 2(M-j))} - m_j \Delta\tau$$

$$D_{III} = \frac{-2(M-j) + 4}{M} + \frac{-3 + 2(M-j)}{MT_{SC}} \Delta\tau$$

$$D_{IV} = \frac{4(M-j)-2}{M} - \frac{-1+2(M-j)}{MT_{SC}} \Delta\tau$$

$$D_{I/P=j+1} = \frac{4(M-j)-2}{M} - \frac{-1+2(M-j)}{MT_{SC}} \Delta\tau.$$

### 3.4 Modèle analytique de l'offset de code de la DLL C-ELP en présence de multitrajets pour les signaux CosBOC

Dans cette partie, nous présentons les modèles analytiques de l'erreur de poursuite de code de la DLL C-ELP en présence de multitrajets, pour des signaux modulés en  $CosBOC(\alpha, \beta)$ . Les développements mathématiques de ces modèles sont obtenus à la base de la résolution des expressions de l'équation de la tension d'erreur (DF) en présence de multitrajets [11, 19] :

$$\widehat{D}_{C-ELP}(\Delta\tau_m) = D_{C-ELP}(\tau_m) + \frac{a_1}{a_0} \cos(\Delta\varphi_m) D_{C-ELP}(\tau_m - \Delta\tau_m) \quad (3.7)$$

Où

- $\tau_m = \hat{\tau}_0 - \tau_0$  représente la différence de temps entre le code reçu direct estimé et le code local.
- $\Delta\tau_m = \tau_1 - \tau_0$  correspond au retard relatif du signal réfléchi par rapport au signal direct.
- $\Delta\varphi_m = \varphi_1 - \hat{\varphi}_0$  représente la différence de phase relative du signal réfléchi par rapport au signal direct.
- $A = \frac{a_1}{a_0}$  correspond à l'amplitude relative du signal.

#### 3.4.1 MEE C-ELP pour un espacement de chip $\Delta\tau < \frac{T_x\beta}{4\alpha}$

Les expressions analytiques de la MEE C-ELP correspondantes à un signal modulé en  $CosBOC(\alpha, \beta)$ , quand l'espacement de chip  $\Delta\tau < \frac{T_x\beta}{4\alpha}$  peuvent être reformulées comme suit [11] :

$$\tau_m = \begin{cases} \frac{A}{1+A} \Delta\tau_m, \text{ pour } 0 \leq \Delta\tau_m \leq (1+A) \frac{\Delta\tau}{2} \\ A\Delta\tau(-1)^{k+1} \frac{3+2(M-k)}{2+4M}, \text{ pour } \Delta\tau_{t2,k-1} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t3,k} \\ A(-1)^{k-1} \frac{(1-2(M-k))\Delta\tau+4\left(\Delta\tau_m-\frac{\Delta\tau}{2}-(2k-1)\frac{T_{SC}}{2}\right)}{-2+4M+4A(-1)^{k-1}}, \\ \text{pour } \Delta\tau_{t3,k} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t4,k} \\ A\Delta\tau(-1)^{k+1} \frac{-1+2(M-k)}{2+4M}, \text{ pour } \Delta\tau_{t4,k} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t5,k+1} \\ A(-1)^{k-1} \frac{(1+2(M-k))\Delta\tau+4(M-k)\left(\Delta\tau_m-\frac{\Delta\tau}{2}-kT_{SC}\right)}{-2+4M+A4(-1)^{k-1}(M-k)}, \\ \text{pour } \Delta\tau_{t5,k+1} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t2,k} \text{ et } k \neq M \\ A(-1)^{M+1} \frac{\Delta\tau_m-MT_{SC}-\frac{\Delta\tau}{2}}{2+4M+A(-1)^{M+1}}, \text{ pour } \Delta\tau_{t6,M} \leq \Delta\tau_m \leq MT_{SC} + \frac{\Delta\tau}{2} \\ 0, \text{ ailleurs} \end{cases} \quad (3.8)$$

Avec :

$$k = \left\lfloor \frac{\Delta\tau_m}{T_{SC}} \right\rfloor = 1, \dots, M.$$

$$A = a_m \cos(\varphi_m).$$

$$\Delta\tau_{t1,k} = (1+k) \frac{\Delta\tau}{2}.$$

$$\Delta\tau_{t2,k} = A(-1)^k \frac{1+2(M-k)}{2+4M} + \frac{\Delta\tau}{2} + kT_{SC}.$$

$$\Delta\tau_{t3,k} = A\Delta\tau(-1)^{k-1} \frac{3+2(M-k)}{2+4M} - \frac{\Delta\tau}{2} + (2k-1) \frac{T_{SC}}{2}.$$

$$\Delta\tau_{t4,k} = A\Delta\tau(-1)^{k-1} \frac{-1+2(M-k)}{2+4M} + \frac{\Delta\tau}{2} + (2k-1) \frac{T_{SC}}{2}.$$

$$\Delta\tau_{t5,k} = A(-1)^k \frac{1+2(M-k)}{2+4M} + \frac{\Delta\tau}{2} + (k-1)T_{SC}.$$

$$\Delta\tau_{t6,k} = \frac{A\Delta\tau(-1)^M}{2+4M} - \frac{\Delta\tau}{2} + MT_{SC}.$$

La figure suivante nous montrent le résultat de simulation de l'équation (3.8), dans les cas pour  $\varphi = 0$  et pour  $\varphi = \pi$ .

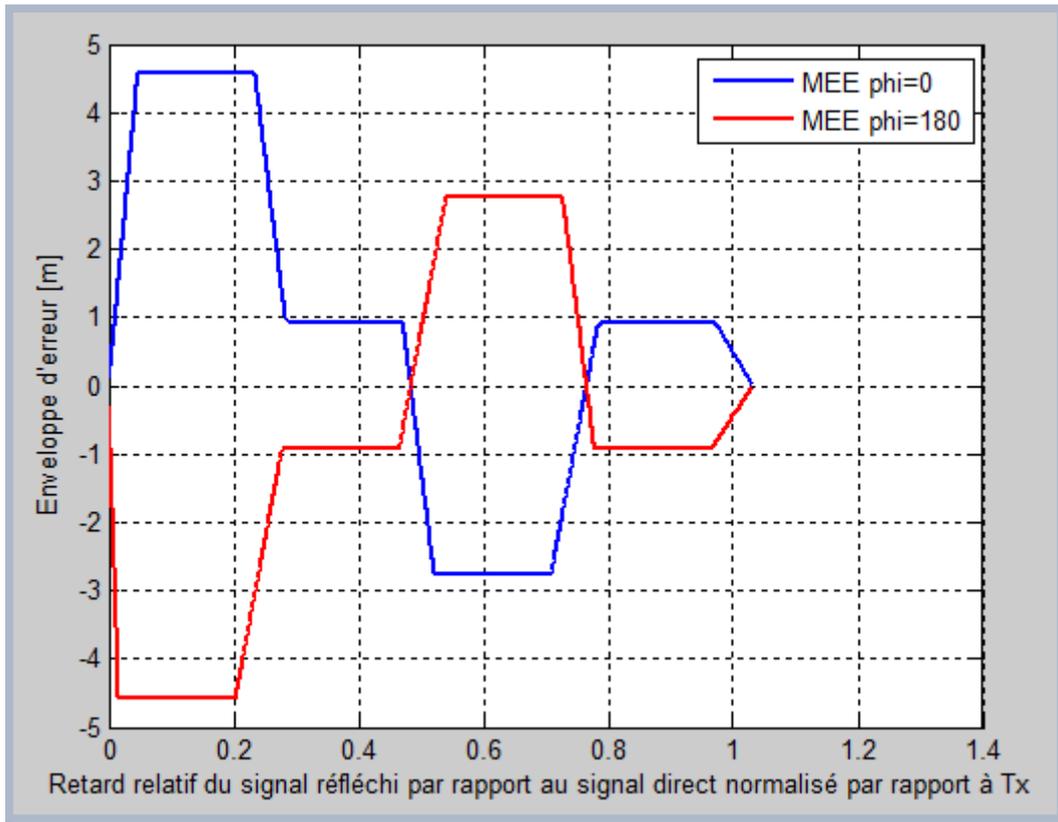


Figure 3.6 Enveloppe d'erreur pour un signal modulé en  $CosBOC(1,1)$  pour  $\Delta\tau = \frac{T_x}{8M}$ .

La figure (3.6) représente le tracé de l'enveloppe d'erreur pour un signal modulé en  $CosBOC(1,1)$  dans les deux cas  $\varphi_m = 0$  et  $\varphi_m = \pi$  en présence de multitrajets par rapport au retard relatif du signal réfléchi par rapport au signal direct dans le cas où  $\Delta\tau < \frac{T_x\beta}{4\alpha}$ .

### 3.4.2 MEE C-ELP pour un espacement de chip $\frac{T_x\beta}{4\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{T_x\beta}{2\alpha}$

Les expressions analytiques de la MEE C-ELP correspondantes à un signal modulé en  $CosBOC(\alpha, \beta)$ , quand l'espacement de chip  $\frac{T_x\beta}{4\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{T_x\beta}{2\alpha}$  peuvent être reformulées comme suit [11] :

$$\tau_m = \left\{ \begin{array}{l} \frac{A}{1+A} \Delta\tau_m, \text{ pour } 0 \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t1,k} \\ -A \frac{-2T_{SC} + (3-2M)\Delta\tau + (2-4M)(\Delta\tau_m - \frac{\Delta\tau}{2})}{2+4M+A(-2+4M)}, \\ \text{pour } \Delta\tau_{t1,k} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t2,k} \\ A(-1)^{k-1} \frac{-2T_{SC} + (3+2(M-k))\Delta\tau + 4(-\Delta\tau_m - \frac{\Delta\tau}{2} + kT_{SC})}{2+4M+A4(-1)^k}, \\ \text{pour } \Delta\tau_{t3,k} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t4,k} \\ A(-1)^{k-1} \frac{2(M-k)T_{SC} - (1+2(M-k))\Delta\tau + 4(M-k)(-\Delta\tau_m + \frac{\Delta\tau}{2} + (2k-1)\frac{T_{SC}}{2})}{2+4M+A(-1)^k(4+4(M-k))}, \\ \text{pour } \Delta\tau_{t4,k} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t5,k} \text{ et } k \neq M \\ A(-1)^k \frac{2(M-k)T_{SC} + (1-2(M-k))\Delta\tau + 4(M-k)(\Delta\tau_m + \frac{\Delta\tau}{2} - (2k+1)\frac{T_{SC}}{2})}{2+4M+A(-1)^k 4(M-k)}, \\ \text{pour } \Delta\tau_{t5,k} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t6,k} \text{ et } k \neq M \\ A(-1)^k \frac{2T_{SC} + (-3+2(M-k))\Delta\tau + (-4+4(M-k))(\Delta\tau_m + \frac{\Delta\tau}{2} - kT_{SC})}{2+4M+A(-1)^k(-4+4(M-k))}, \\ \text{pour } \Delta\tau_{t6,k} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t3,k+1} \\ A(-1)^M \frac{T_{SC} + 6(\Delta\tau_m - (2M-1)\frac{T_{SC} - \Delta\tau}{2})}{4+8M+6A(-1)^M}, \text{ pour } \Delta\tau_{t4,M} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t7,k} \\ A(-1)^{M-1} \frac{\Delta\tau_m - MT_{SC} - \frac{\Delta\tau}{2}}{2+4M+A(-1)^{M+1}}, \text{ pour } \Delta\tau_{t7,M} \leq \Delta\tau_m \leq MT_{SC} + \frac{\Delta\tau}{2} \\ 0, \text{ pour } \Delta\tau_m \geq MT_{SC} + \frac{\Delta\tau}{2} \end{array} \right. \quad (3.9)$$

Avec :

$$\Delta\tau_{t1,k} = (1+A) \frac{T_{SC} - \Delta\tau}{2}.$$

$$\Delta\tau_{t2,k} = \frac{2A(2(2+4M)T_{SC} + 4\Delta\tau - (2M-1)^2\Delta\tau) - (2+4M)(1+2M)\tau}{-(2+4M)^2}.$$

$$\Delta\tau_{t3,k} = \frac{(2+4M)[T_{SC}(-4(M-k)(k-1) - 4k+4) - (2+2(M-k))\Delta\tau]}{(8+16M)(-1-M+k)} +$$

$$\frac{4A(-1)^k[(2(M-k)+2)T_{SC} - \Delta\tau + \Delta\tau(M-k)(1+2(M-k))]}{(8+16M)(-1-M+k)}.$$

$$\Delta\tau_{t4,k} = \frac{4A(-1)^k((3+2(M-k))\Delta\tau - 2T_{SC}) + (2+4M)(-4T_{SC}k + 2\tau)}{-8-16M}.$$

$$\Delta\tau_{t5,k} = \frac{(4A(-1)^k(M-k) + 2+4M)((4k-2)T_{SC} + 2\Delta\tau) - 4A(-1)^k(4(M-k)kT_{SC} - \Delta\tau)}{8+16M}.$$

$$\Delta\tau_{t6,k} = \frac{(2+4M+4A(-1)^k(M-k))(2\Delta\tau - (4k+2)T_{SC}) + 4A(-1)^k(4(M-k)kT_{SC} - \Delta\tau)}{-8-16M}.$$

$$\Delta\tau_{t7,k} = \frac{A(-1)^M 4T_{SC} + (2+4M)((8M-4)T_{SC} + 4\tau)}{16+32M}.$$

La figure suivante illustre le résultat de simulation de l'équation (3.9), dans les cas pour  $\varphi = 0$  et  $\varphi = \pi$ , et pour une valeur d'espacement de chip  $\frac{T_x\beta}{4\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{T_x\beta}{2\alpha}$ .

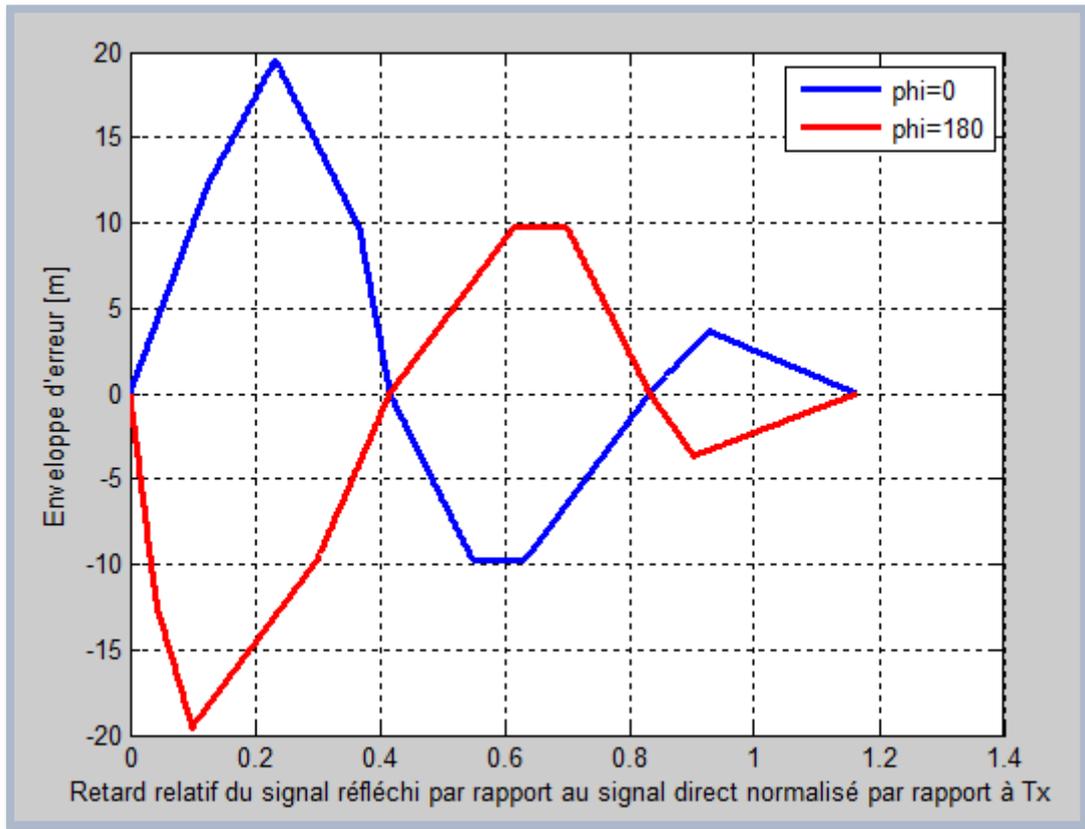


Figure 3.7 Enveloppe d'erreur pour un signal modulé en  $CosBOC(1,1)$  pour  $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.5M}$ .

La figure (3.7) représente le tracé de l'enveloppe d'erreur pour un signal modulé en  $CosBOC(1,1)$  dans les deux cas  $\varphi_m = 0$  et  $\varphi_m = \pi$  en présence de multitrajets par rapport au retard relatif du signal réfléchi par rapport au signal direct.

### 3.4.3 MEE C-ELP pour un espacement de chip $\frac{T_x\beta}{2\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{3T_x\beta}{4\alpha}$

Les expressions analytiques de la MEE C-ELP correspondantes à un signal modulé en  $CosBOC(\alpha, \beta)$ , quand l'espacement de chip  $\frac{T_x\beta}{2\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{3T_x\beta}{4\alpha}$  peuvent être reformulées comme suit [11] :

$$\tau_m = \left\{ \begin{array}{l} \frac{A}{1+A} \Delta\tau_m, \text{ pour } 0 \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t0,k} \\ -A \frac{-D_{0,II}-D'_{0,II}(\Delta\tau_m+\frac{\Delta\tau}{2}-T_{SC})}{D'_{0,I}+AD'_{0,II}}, \text{ pour } \Delta\tau_{t0,k} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t1,k} \\ -A \frac{-D_{0,III}-D'_{0,III}(\Delta\tau_m-\frac{\Delta\tau}{2})}{D'_{0,I}+AD'_{0,III}}, \text{ pour } \Delta\tau_{t1,k} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t6,k|k=1} \\ -A \frac{-D_{II}(-1)^{k-1}+(-1)^{k-1}D'_{II}(\Delta\tau_m+\frac{\Delta\tau}{2}-(2k+1)\frac{T_{SC}}{2})}{D'_{0,I}-A(-1)^{k-1}D'_{II}}, \text{ pour } \Delta\tau_{t6,k} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t3,k} \\ -A \frac{D_{III}(-1)^{k-1}+(-1)^{k-1}D'_{III}(\Delta\tau_m-\frac{\Delta\tau}{2}-(2k-1)\frac{T_{SC}}{2})}{D'_{0,I}-A(-1)^{k-1}D'_{III}}, \text{ pour } \Delta\tau_{t3,k} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t4,k} \\ -A \frac{D_{IV}(-1)^{k-1}+(-1)^{k-1}D'_{IV}(\Delta\tau_m+\frac{\Delta\tau}{2}-(k-1)T_{SC})}{D'_{0,I}-A(-1)^{k-1}D'_{IV}}, \text{ pour } \Delta\tau_{t4,k} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t5,k} \\ -A \frac{D_{I|p1=k+1}(-1)^{k-1}+(-1)^{k-1}D'_{I|p1=k+1}(\Delta\tau_m-\frac{\Delta\tau}{2}-kT_{SC})}{D'_{0,I}-A(-1)^{k-1}D'_{I|p1=k+1}}, \text{ pour } \Delta\tau_{t5,k} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{t6,p1|p1=k+1} \\ -A \frac{D_{I|p1=M}(-1)^{M-2}+(-1)^{M-2}D'_{I|p1=M}(\Delta\tau_m-\frac{\Delta\tau}{2}-(M-1)T_{SC})}{D'_{0,I}-A(-1)^{M-2}D'_{I|p1=M}}, \text{ pour } \Delta\tau_{t4,k|k=M-1} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{tM} \\ A(-1)^{M+1} \frac{T_{SC}+(\Delta\tau_m-\frac{\Delta\tau}{2}-(M-1)T_{SC})}{(-6+4M)-A(-1)^M}, \text{ pour } \Delta\tau_{tM} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{tM1} \\ A(-1)^M \frac{\frac{T_{SC}}{2}+3(\Delta\tau_m-\frac{\Delta\tau}{2}-(2M-1)\frac{T_{SC}}{2})}{(-6+4M)-3A(-1)^{M-1}}, \text{ pour } \Delta\tau_{tM1} \leq \Delta\tau_m \leq \Delta\tau_{tM2} \\ A(-1)^{M+1} \frac{(\Delta\tau_m-\frac{\Delta\tau}{2}-MT_{SC})}{(-6+4M)-A(-1)^{M-1}}, \text{ pour } \Delta\tau_{tM2} \leq \Delta\tau_m \leq MT_{SC} + \frac{\Delta}{2} \\ 0, \text{ pour } \Delta\tau_m \geq MT_{SC} + \frac{\Delta}{2} \end{array} \right. \quad (3.10)$$

Où

$$k = 1, \dots, M - 1.$$

$$\Delta\tau_{t0,k} = (1 + A) \frac{D_{0,II}-D'_{0,II}(T_{SC}-\frac{\Delta\tau}{2})}{D'_{0,I}+AD'_{0,II}}.$$

$$\Delta\tau_{t1,k} = \frac{(-D_{0,II}+D'_{0,II}(T_{SC}-\frac{\Delta\tau}{2}))(D'_{0,I}+AD'_{0,III})-(-D_{0,III}+D'_{0,III}\frac{\Delta\tau}{2})(D'_{0,I}+AD'_{0,II})}{-D'_{0,II}(D'_{0,I}+AD'_{0,III})-D'_{0,III}(D'_{0,I}+AD'_{0,II})}.$$

$$\Delta\tau_{t2,k} = \frac{(-D_{0,III}+D'_{0,III}\frac{\Delta\tau}{2})(D'_{0,I}-AD'_{I|k=1})-(D_{II|k=1}+D'_{I|k=1}(\frac{\Delta\tau}{2}-\frac{3T_{SC}}{2}))(D'_{0,I}+AD'_{0,III})}{D'_{0,III}(D'_{0,I}-AD'_{I|k=1})+D'_{I|k=1}(D'_{0,I}+AD'_{0,III})}.$$

$$\Delta\tau_{t3,k} = \frac{(D_{III}(-1)^{k-1}+(-1)^{k-1}D'_{III}(\frac{\Delta\tau}{2}-(2k-1)\frac{T_{SC}}{2}))(D'_{0,I}-AD'_{II}(-1)^{k-1})}{-(-1)^{k-1}D'_{II}(D'_{0,I}-AD'_{II}(-1)^{k-1})+(-1)^{k-1}D'_{III}(D'_{0,I}-AD'_{II}(-1)^{k-1})} -$$

$$\frac{(D_{III}(-1)^{k-1}+(-1)^{k-1}D'_{III}(-\frac{\Delta\tau}{2}-(2k-1)\frac{T_{SC}}{2}))(D'_{0,I}-AD'_{II}(-1)^{k-1})}{-(-1)^{k-1}D'_{II}(D'_{0,I}-AD'_{II}(-1)^{k-1})+(-1)^{k-1}D'_{III}(D'_{0,I}-AD'_{II}(-1)^{k-1})}.$$

$$\Delta\tau_{t4,k} = \frac{(D_{III}(-1)^{k-1}+(-1)^{k-1}D'_{III}(-\frac{\Delta\tau}{2}-(2k-1)\frac{T_{SC}}{2}))(D'_{0,I}-AD'_{III}(-1)^{k-1})}{-D'_{III}(-1)^{k-1}(D'_{0,I}-AD'_{III}(-1)^{k-1})+D_{III}(-1)^{k-1}(D'_{0,I}-AD'_{II}(-1)^{k-1})} -$$

$$\frac{(D_{IV}(-1)^{k-1}+(-1)^{k-1}D'_{IV}(\Delta\tau_m+\frac{\Delta\tau}{2}-(k+1)T_{SC}))(D'_{0,I}-AD'_{II}(-1)^{k-1})}{-D'_{II}(-1)^{k-1}(D'_{0,I}-AD'_{III}(-1)^{k-1})+D_{III}(-1)^{k-1}(D'_{0,I}-AD'_{II}(-1)^{k-1})}.$$

$$\Delta\tau_{t5,k} = \frac{(D_{IV}(-1)^{k-1} + (-1)^{k-1}D'_{III}(\frac{\Delta\tau}{2} - (k+1)T_{SC}))(D'_{0,I} - AD'_{IV}(-1)^{k-1})}{-D'_{III}(-1)^{k-1}(D'_{0,I} - AD'_{IV}(-1)^{k-1}) + D'_{IV}(-1)^{k-1}(D'_{0,I} - AD'_{III}(-1)^{k-1})} -$$

$$\frac{(D_{I|p=k+1}(-1)^{k-1} + (-1)^{k-1}D'_{IV}(-\frac{\Delta\tau}{2} - kT_{SC}))(D'_{0,I} - AD'_{III}(-1)^{k-1})}{-D'_{III}(-1)^{k-1}(D'_{0,I} - AD'_{IV}(-1)^{k-1}) + D'_{IV}(-1)^{k-1}(D'_{0,I} - AD'_{III}(-1)^{k-1})}.$$

$$\Delta\tau_{t6,k} = \frac{(D_{II}(-1)^{k-1} + (-1)^{k-1}D'_I(\frac{\Delta\tau}{2} - (2k+1)\frac{T_{SC}}{2}))(D'_{0,I} - D_I(-1)^{k-2}(D'_{0,I} - AD_{II}(-1)^{k-1}))}{-D'_ID'_{0,I}(-1)^{k-1}}.$$

$$\Delta\tau_{t,M} = \frac{(\frac{(-1)^M}{M} + \frac{(-1)^M}{MT_{SC}}(-\frac{\Delta\tau}{2} - (M-1)T_{SC}))(D'_{0,I} - A(-1)^M D'_{IV|k=M-1})}{-\frac{(-1)^M}{MT_{SC}}(D'_{0,I} - (-1)^M D'_{IV|k=M-1} + (-1)^M D'_{IV|k=M-1})(D'_{0,I} - \frac{A}{MT_{SC}}(-1)^M)}$$

$$\frac{(D_{I|p=M}(-1)^M + (-1)^M D'_{IV|k=M-1}(-\frac{\Delta\tau}{2} - (M-1)T_{SC}))(D'_{0,I} - \frac{A}{MT_{SC}}(-1)^M)}{-\frac{(-1)^M}{MT_{SC}}(D'_{0,I} - (-1)^M D'_{IV|k=M-1} + (-1)^M D'_{IV|k=M-1})(D'_{0,I} - \frac{A}{MT_{SC}}(-1)^M)}.$$

$$\Delta\tau_{t,M1} = \frac{(T_{SC} + (-M-1)T_{SC} - \frac{\Delta\tau}{2})(-6+4M-A3(-1)^{M-1}) + (\frac{T_{SC}}{2} + 3(-\frac{\Delta\tau}{2} - (2M-1)\frac{T_{SC}}{2}))(-6+4M-A(-1)^M)}{-(-6+4M-A3(-1)^{M-1}) - 3(-6+4M-A(-1)^M)}.$$

$$\Delta\tau_{t,M2} = \frac{(\frac{T_{SC}}{2} + 3(-2M-1)\frac{T_{SC}}{2} - \frac{\Delta\tau}{2})(-6+4M+A(-1)^{M-1}) + (-\frac{\Delta\tau}{2} - MT_{SC})(6+4M-A3(-1)^{M-1})}{-3(-6+4M-A(-1)^M) - (-6+4M-A3(-1)^{M-1})}.$$

$$D_{0,II} = 4 - \frac{1+2M}{MT_{SC}} \Delta.$$

$$D_{0,III} = \frac{-2+4M}{M} - \frac{1+2M}{MT_{SC}} \Delta.$$

$$D_I = \frac{2+4(M-k)}{M} - \frac{1+2(M-k)}{MT_{SC}} \Delta.$$

$$D_{II} = \frac{4-2(M-k)}{M} + \frac{-3+2(M-k)}{MT_{SC}} \Delta.$$

$$D_{III} = \frac{-2+4(M-k)}{M} - \frac{-1+2(M-k)}{MT_{SC}} \Delta.$$

$$D_{IV} = \frac{28(M-k)+8(M-k)^2+24}{2M(3+2(M-k))} - \frac{3+2(M-k)}{MT_{SC}} \Delta.$$

$$D_{I|p=k+1} = \frac{4(M-j)-2}{2} - \frac{-1+2(M-j)}{MT_{SC}} \Delta\tau.$$

$$D'_{0,II} = \frac{\frac{-3+6M}{M} - \frac{-2+4M}{MT_{SC}} \Delta}{-\Delta + 3\frac{T_{SC}}{2}}.$$

$$D'_{0,III} = \frac{\frac{-2}{M} + \frac{2}{MT_{SC}} \Delta}{\Delta - T_{SC}}.$$

$$D'_I = \frac{D_{II} + D_I}{\frac{3T_{SC}}{2} - \Delta\tau}.$$

$$D'_{II} = \frac{-D_{III} + D_{II}}{T_{SC} - \Delta\tau}.$$

$$D'_{III} = \frac{D_{IV} + D_{III}}{\frac{3T_{SC}}{2} - \Delta\tau}.$$

$$D'_{IV} = \frac{D_{I|p=j+1} - D_{IV}}{-T_{SC} + \Delta\tau} = 0.$$

La figure suivante nous montrent le résultat de simulation de l'équation (3.10), dans les cas pour  $\varphi = 0$  et pour  $\varphi = \pi$

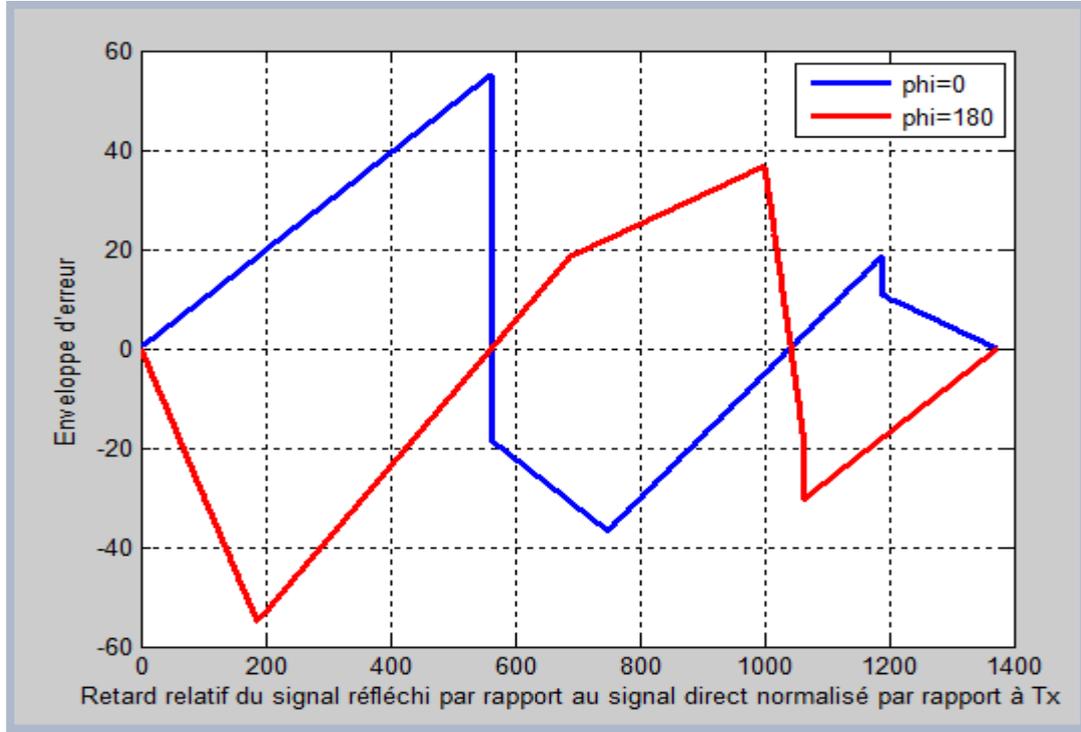


Figure 3.8 Enveloppe d'erreur normalisée pour un signal modulé en  $CosBOC(1,1)$  pour

$$\Delta\tau = \frac{T_x}{1.499M}.$$

La figure (3.8) représente le tracé de l'enveloppe d'erreur pour un signal modulé en  $CosBOC(1,1)$  dans les deux cas  $\varphi_m = 0$  et  $\varphi_m = \pi$  en présence de multitrajets par rapport au retard relatif du signal réfléchi par rapport au signal direct.

Les figures (3.6), (3.7) et (3.8) montrent que les tracés de l'enveloppe donnent une bonne vision de l'impact des multitrajets sur l'erreur de poursuite de code et les performances des techniques de corrélation.

### 3.5 Modèles proposés pour l'offset d'erreur moyen cohérent pour les signaux CosBOC

Dans cette section, nous proposons des modèles analytiques de la moyenne courante de l'erreur des multitrajets d'un signal CosBOC pour différents espacements de chip.

La moyenne courante de l'erreur de multitrajets, noté RAE, est un autre critère fiable pour analyser les performances de multitrajets. Ce paramètre est la somme commutative des valeurs absolues maximales de l'enveloppe d'erreur pour le cas de  $\varphi_m = 0$  et  $\varphi_m = \pi$  en présence de multitrajets par rapport au retard relatif du signal réfléchi par rapport au signal direct. Une petite valeur moyenne maximale définie une bonne performance de trajets multiple [11,19], son expression est donné comme suit :

$$RAE(\tau_m) = \frac{1}{2\tau_m} \int_{\tau_{m1}}^{\tau_{m2}} |MEE(\tau_m)|_{\varphi=0} + |MEE(\tau_m)|_{\varphi=\pi} d\tau_m \quad (3.11)$$

La représentation des erreurs de multitrajets par ce critère, RAE, est considérée plus expressive par rapport au MEE dû aux fluctuations de ce dernier.

### 3.5.1 Modèle proposé pour un espacement de chip $\Delta\tau < \frac{T_x\beta}{4\alpha}$ [19]

Pour calculer cette moyenne, les enveloppes d'erreur de ( $\varphi_m = 0$ ) et ( $\varphi_m = \pi$ ) doivent être divisées en sous-région, comme nous montre la figure suivante ; dans chaque sous-région les valeurs  $MEE(\tau_m)|_{\varphi=0}$  et  $MEE(\tau_m)|_{\varphi=\pi}$  sont prises en respectant l'équation (3.8) [19].

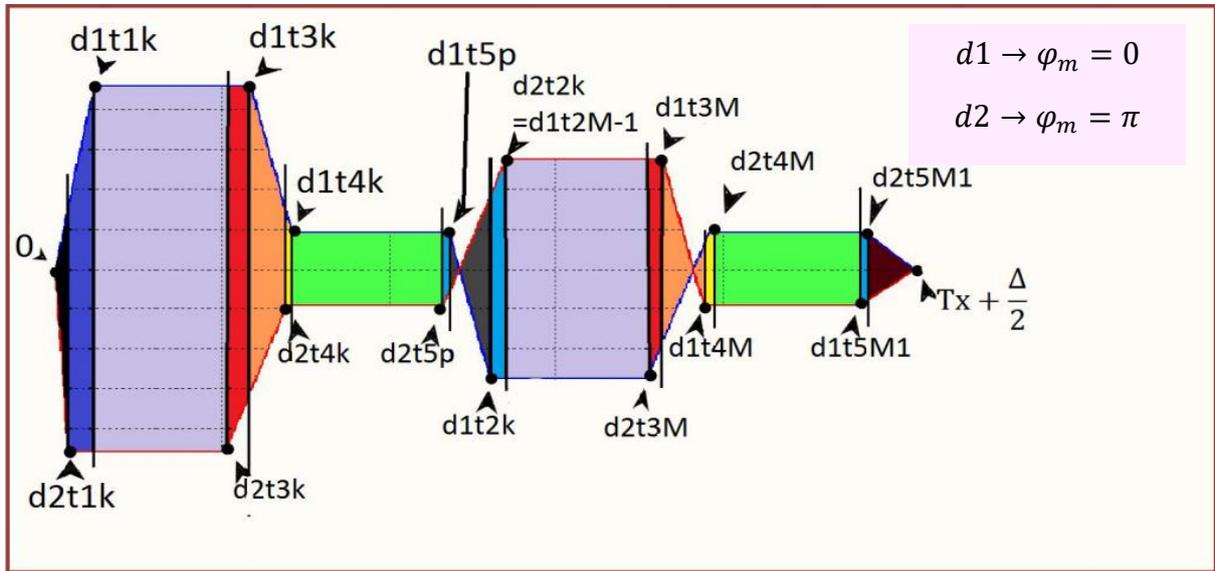


Figure 3.9 Les différentes zones de l'enveloppe d'erreur CosBOC pour  $\Delta\tau < \frac{T_x\beta}{4\alpha}$  [19].

Les intervalles sont obtenus à partir des intersections des segments et l'expression de l'enveloppe d'erreur [19] :

$$d1_{t1,k} = (1 + a_m) \frac{\Delta}{2}.$$

$$\begin{aligned}
 d2_{t1,k} &= (1 - a_m) \frac{\Delta}{2}. \\
 d1_{t2,k} &= a_m (-1)^k \Delta \frac{1+2(M-k)}{4M+2} + \frac{\Delta}{2} + kT_{SC}. \\
 d2_{t2,k} &= -a_m (-1)^k \Delta \frac{1+2(M-k)}{4M+2} + \frac{\Delta}{2} + kT_{SC}. \\
 d1_{t3,k} &= a_m (-1)^{k-1} \Delta \frac{2(M-k)+3}{4M+2} - \frac{\Delta}{2} + (2k-1) \frac{T_{SC}}{2}. \\
 d2_{t3,k} &= -a_m (-1)^{k-1} \Delta \frac{2(M-k)+3}{4M+2} - \frac{\Delta}{2} + (2k-1) \frac{T_{SC}}{2}. \\
 d1_{t4,k} &= a_m (-1)^{k-1} \Delta \frac{2(M-k)-1}{4M+2} + \frac{\Delta}{2} + (2k-1) \frac{T_{SC}}{2}. \\
 d2_{t4,k} &= -a_m (-1)^{k-1} \Delta \frac{2(M-k)-1}{4M+2} + \frac{\Delta}{2} + (2k-1) \frac{T_{SC}}{2}. \\
 p &= k + 1. \\
 d1_{t5p} &= a_m (-1)^p \Delta \frac{2(M-p)+1}{4M+2} - \frac{\Delta}{2} + (p-1)T_{SC}. \\
 d2_{t5p} &= -a_m (-1)^p \Delta \frac{2(M-p)+1}{4M+2} - \frac{\Delta}{2} + (p-1)T_{SC}. \\
 d1_{t3M} &= a_m (-1)^{M-1} \Delta \frac{3}{4M+2} - \frac{\Delta}{2} + (2M-1) \frac{T_{SC}}{2}. \\
 d2_{t3M} &= -a_m (-1)^{M-1} \Delta \frac{3}{4M+2} - \frac{\Delta}{2} + (2M-1) \frac{T_{SC}}{2}. \\
 d1_{t4M} &= a_m (-1)^{M-1} \Delta \frac{-1}{4M+2} + \frac{\Delta}{2} + (2M-1) \frac{T_{SC}}{2}. \\
 d2_{t4M} &= -a_m (-1)^{M-1} \Delta \frac{-1}{4M+2} + \frac{\Delta}{2} + (2M-1) \frac{T_{SC}}{2}. \\
 d1_{t5M1} &= a_m (-1)^{M+1} \Delta \frac{-1}{4M+2} - \frac{\Delta}{2} + MT_{SC}. \\
 d2_{t5M1} &= -a_m (-1)^{M+1} \Delta \frac{-1}{4M+2} - \frac{\Delta}{2} + MT_{SC}.
 \end{aligned}$$

En appliquant l'équation (3.11), le modèle analytique de RAE du signal CosBOC pour différentes valeurs de M a été proposé dans la référence [19], donné par:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d2_{t4M}}^{d1_{t5M1}} \left[ 2 \left| \frac{a_m(-1)^k \Delta(2M-2k-1)}{4M+2} \right| \right] \\ \text{pour } d2_{t4M} \leq \tau_m \leq d1_{t5M1} \\ \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d1_{t5M1}}^{d2_{t5M1}} \left[ \left| \frac{a_m(-1)^{k+1} \Delta(2M-2k-1)}{4M+2} \right| + \left| \frac{a_m(-1)^k \Delta(2M-2k+1) + 4(M-k)(\tau_m - \Delta/2 - kT_{SC})}{-4M-2 + 4a_m(-1)^k(M-k)} \right| \right] \\ \text{pour } d1_{t5M1} \leq \tau_m \leq d2_{t5M1} \\ \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d2_{t5M1}}^{T_x + \frac{\Delta}{2}} \left[ 2 \left| \frac{a_m(-1)^{M+1} (\tau_m - T_x - \Delta/2)}{4M+2 + a_m(-1)^{M+1}} \right| \right] \\ \text{pour } d2_{t5M1} \leq \tau_m \leq T_x + \frac{\Delta}{2} \\ 0 \text{ pour } \tau_m \geq T_x + \frac{\Delta}{2} \end{array} \right.$$

Le résultat de simulation du modèle RAE CosBOC pour  $M=2$  et  $\Delta\tau = \frac{T_x}{8M}$  est illustré dans la figure suivante [19].

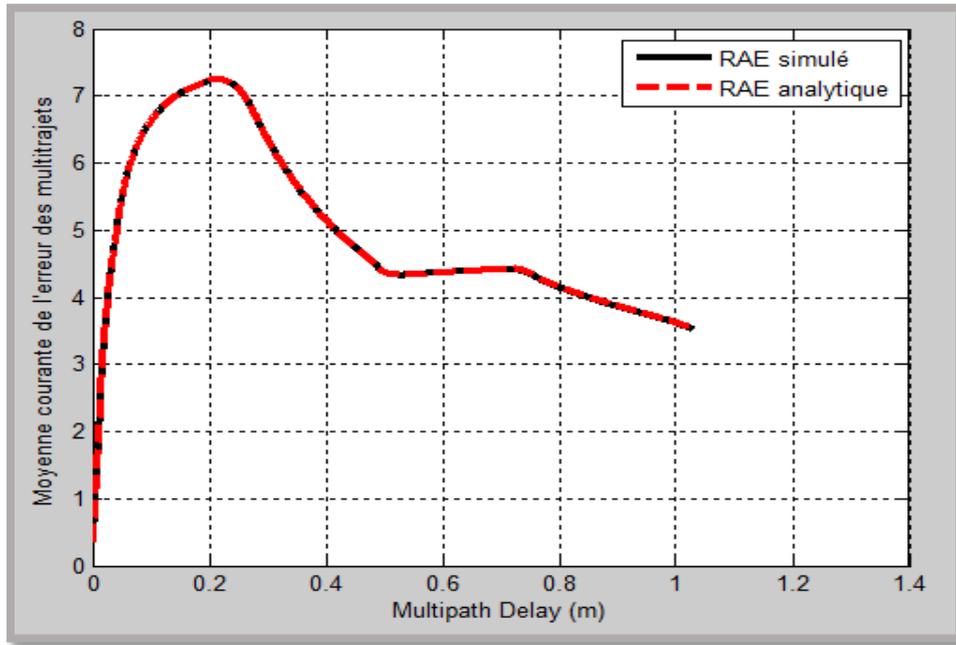


Figure 3.10 Résultat de simulation de RAE CosBOC(1,1) proposé pour  $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.5M}$  [19].

### 3.5.2 Modèle proposé pour un espacement de chip $\frac{T_x\beta}{4\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{T_x\beta}{2\alpha}$ chip

On applique le même processus de travail de la référence [19] pour avoir les modèles mathématiques de RAE pour  $\frac{T_x\beta}{4\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{T_x\beta}{2\alpha}$  chip. On commence par la division de l'enveloppe en sous-régions comme montre la figure 3.10.

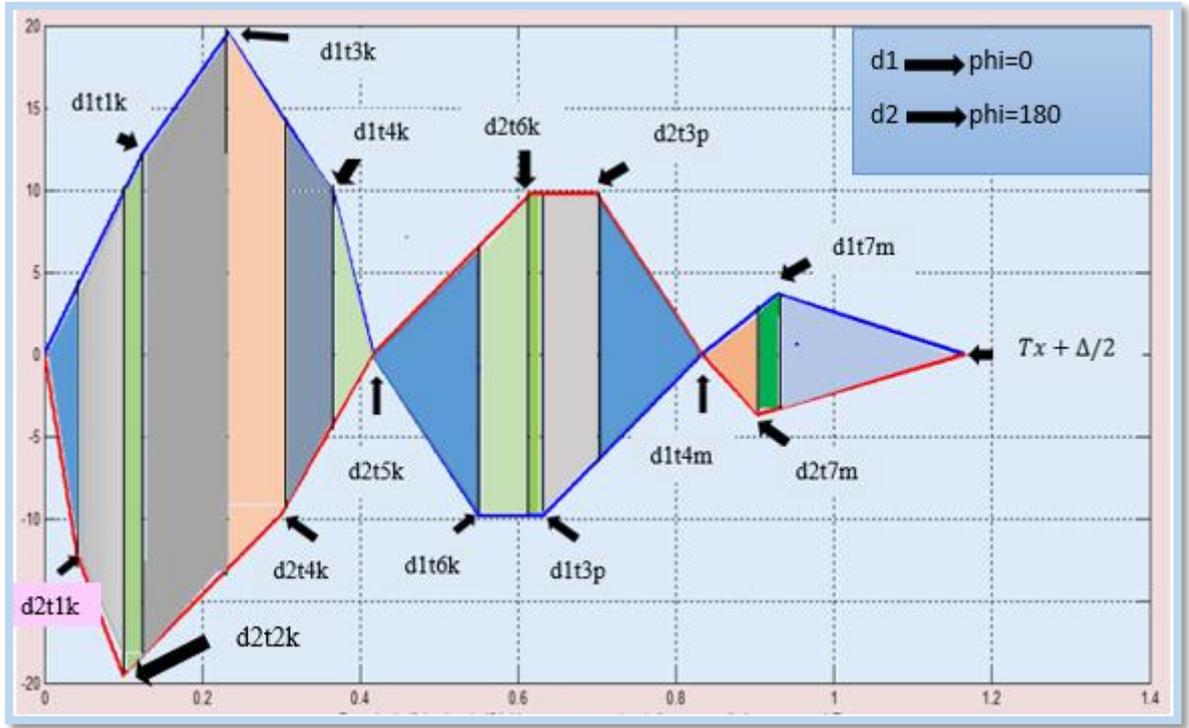


Figure 3.11 Les différentes zones de l'enveloppe d'erreur CosBOC pour un espacement de  $\frac{T_x\beta}{4\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{T_x\beta}{2\alpha}$  chip.

En outre, à partir des intersections des segments et l'expression de l'enveloppe d'erreur, nous arrivons à déterminer et à simplifier les intervalles suivant :

$$d1t1k = (1 + a_m) \frac{T_{SC} - \Delta}{2}.$$

$$d2t1k = (1 - a_m) \frac{T_{SC} - \Delta}{2}.$$

$$d1t2k = \frac{2a_m(2(2+4M)T_{SC} + 4\Delta - (2M-1)^2\Delta) - (2+4M)(1+2M)\tau}{-(2+4M)^2}.$$

$$d2t2k = \frac{-2a_m(2(2+4M)T_{SC} + 4\Delta - (2M-1)^2\Delta) - (2+4M)(1+2M)\tau}{-(2+4M)^2}.$$

$$d1t3k = \frac{(2+4M)[T_{SC}(-4(M-k)(k-1) - 4k + 4) - (2+2(M-k))\Delta]}{(8+16M)(-1-M+k)} + \frac{4a_m(-1)^k[(2(M-k)+2)T_{SC} - \Delta + \Delta(M-k)(1+2(M-k))]}{(8+16M)(-1-M+k)}.$$

$$d2t3k = \frac{(2+4M)[T_{SC}(-4(M-k)(k-1) - 4k + 4) - (2+2(M-k))\Delta]}{(8+16M)(-1-M+k)} +$$

$$\frac{-4a_m(-1)^k[(2(M-k)+2)T_{SC} - \Delta + \Delta(M-k)(1+2(M-k))]}{(8+16M)(-1-M+k)}.$$

$$d1t4k = \frac{4a_m(-1)^k((3+2(M-k))\Delta - 2T_{SC}) + (2+4M)(-4T_{SC}k + 2\tau)}{-8-16M}.$$

$$d2t4k = \frac{-4a_m(-1)^k((3+2(M-k))\Delta - 2T_{SC}) + (2+4M)(-4T_{SC}k + 2\tau)}{-8-16M}.$$

$$d1t5k = \frac{(4a_m(-1)^{k(M-k)+2+4M})((4k-2)T_{SC}+2\Delta)-4a_m(-1)^k(4(M-k)kT_{SC}-\Delta)}{8+16M}.$$

$$d2t5k = \frac{(-4a_m(-1)^{k(M-k)+2+4M})((4k-2)T_{SC}+2\Delta)+4a_m(-1)^k(4(M-k)kT_{SC}-\Delta)}{8+16M}.$$

$$d1t6k = \frac{(2+4M+4a_m(-1)^k(M-k))(2\Delta-(4k+2)T_{SC})+4a_m(-1)^k(4(M-k)kT_{SC}-\Delta)}{-8-16M}.$$

$$d2t6k = \frac{(2+4M-4a_m(-1)^k(M-k))(2\Delta-(4k+2)T_{SC})-4a_m(-1)^k(4(M-k)kT_{SC}-\Delta)}{-8-16M}.$$

Pour  $p = k + 1$

$$d1t3p = \frac{(2+4M)[T_{SC}(-4(M-p)(p-1)-4p+4)-(2+2(M-p))\Delta]}{(8+16M)(-1-M+p)} + \frac{4a_m(-1)^p[(2(M-p)+2)T_{SC}-\Delta+\Delta(M-p)(1+2(M-p))]}{(8+16M)(-1-M+p)}.$$

$$d2t3p = \frac{(2+4M)[T_{SC}(-4(M-p)(p-1)-4p+4)-(2+2(M-p))\Delta]}{(8+16M)(-1-M+p)} + \frac{-4a_m(-1)^p[(2(M-p)+2)T_{SC}-\Delta+\Delta(M-p)(1+2(M-p))]}{(8+16M)(-1-M+p)}.$$

Pour  $k = M$

$$d1t4m = \frac{4a_m(-1)^M(3\Delta - 2T_{SC}) + (2 + 4M)(-4T_{SC}M + 2\tau)}{-8 - 16M}$$

$$d2t4m = \frac{-4a_m(-1)^M(3\Delta - 2T_{SC}) + (2 + 4M)(-4T_{SC}M + 2\tau)}{-8 - 16M}.$$

$$d1t7m = \frac{a_m(-1)^M 4T_{SC} + (2+4M)((8M-4)T_{SC} + 4\tau)}{16+32M}.$$

$$d2t7m = \frac{-a_m(-1)^M 4T_{SC} + (2+4M)((8M-4)T_{SC} + 4\tau)}{16+32M}.$$

En appliquant l'équation (3.11) et en respectant les intervalles de la figure (3.11), nous avons abouti à calculer et proposer le modèle analytique de la moyenne courante de l'erreur des multitrajets pour n'importe quelle valeur de M.

$RAE(\tau_m)$

$$\begin{aligned}
 & \left( \begin{aligned}
 & \text{pour } 0.001 \leq \tau_m \leq d2t1k \quad \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=0.001}^{d2t1k} \left[ \left| \frac{a_m \tau_m}{1+a_m} \right| + \left| \frac{a_m \tau_m}{1-a_m} \right| \right] \\
 & \text{pour } d2t1k \leq \tau_m \leq d2t2k \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d2t1k}^{d2t2k} \left[ \left| \frac{a_m \tau_m}{1+a_m} \right| + \left| \frac{-a_m(-2T_{SC} + \Delta(3-2M) + (2-4M)(\tau_m - \frac{\Delta}{2}))}{(4M+2) - (-2+4M)a_m} \right| \right] \\
 & \text{pour } d2t2k \leq \tau_m \leq d1t1k \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d2t2k}^{d1t1k} \left[ \left| \frac{a_m \tau_m}{1+a_m} \right| + \left| \frac{-a_m(-1)^{k-1}(-2T_{SC} + (2(M-k)+3)\Delta + 4(-\tau_m - \frac{\Delta}{2} + kT_{SC}))}{(4M+2) - a_m 4(-1)^k} \right| \right] \\
 & \text{pour } d1t1k \leq \tau_m \leq d1t2k \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d1t1k}^{d1t2k} \left[ \left| \frac{-a_m(-2T_{SC} + (3-2M)\Delta + (2-4M)(\tau_m - \frac{\Delta}{2}))}{(4M+2) + a_m(-2+4M)} \right| + \right. \\
 & \left. \left| \frac{-a_m(-1)^{k-1}(-2T_{SC} + (2(M-k)+3)\Delta + 4(-\tau_m - \frac{\Delta}{2} + kT_{SC}))}{(4M+2) - a_m 4(-1)^k} \right| \right] \\
 & \text{pour } d1t2k \leq \tau_m \leq d1t3k \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d1t2k}^{d1t3k} \left[ \left| \frac{a_m(-1)^{k-1}(-2T_{SC} + (2(M-k)+3)\Delta + 4(-\tau_m - \frac{\Delta}{2} + kT_{SC}))}{(4M+2) + (-1)^k 4a_m} \right| + \right. \\
 & \left. \left| \frac{-a_m(-1)^{k-1}(-2T_{SC} + (2(M-k)+3)\Delta + 4(-\tau_m - \frac{\Delta}{2} + kT_{SC}))}{(4M+2) - a_m 4(-1)^k} \right| \right] \\
 & \text{pour } d1t3k \leq \tau_m \leq d2t4k \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d1t3k}^{d2t4k} \left[ \left| \frac{a_m(-1)^{k-1}(-2T_{SC} + (2(M-k)+3)\Delta + 4(-\tau_m - \frac{\Delta}{2} + kT_{SC}))}{(4M+2) + (-1)^k 4a_m} \right| + \right. \\
 & \left. \left| \frac{-a_m(-1)^{k-1}(-2T_{SC} + (2(M-k)+3)\Delta + 4(-\tau_m - \frac{\Delta}{2} + kT_{SC}))}{(4M+2) - a_m 4(-1)^k} \right| \right] \\
 & \text{pour } d2t4k \leq \tau_m \leq d1t4k \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d2t4k}^{d1t4k} \left[ \left| \frac{a_m(-1)^{k-1}(-2T_{SC} + (2(M-k)+3)\Delta + 4(-\tau_m - \frac{\Delta}{2} + kT_{SC}))}{(4M+2) + (-1)^k 4a_m} \right| + \right. \\
 & \left. \left| \frac{-a_m(-1)^{k-1}(2(M-k)T_{SC} - (2(M-k)+1)\Delta + (4(M-k)+4)(-\tau_m + \frac{\Delta}{2} + (2k-1)\frac{T_{SC}}{2}))}{(4M+2) - a_m(4(M-k)+4)(-1)^k} \right| \right] \\
 & \text{pour } d1t4k \leq \tau_m \leq d2t5k \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d1t4k}^{d2t5k} \left[ \left| \frac{a_m(-1)^{k-1}(2(M-k)T_{SC} - (2(M-k)+1)\Delta + (4(M-k)+4)(-\tau_m + \frac{\Delta}{2} + (2k-1)\frac{T_{SC}}{2}))}{(4M+2) + a_m(4(M-k)+4)(-1)^k} \right| + \right. \\
 & \left. \left| \frac{-a_m(-1)^{k-1}(2(M-k)T_{SC} - (2(M-k)+1)\Delta + (4(M-k)+4)(-\tau_m + \frac{\Delta}{2} + (2k-1)\frac{T_{SC}}{2}))}{(4M+2) - a_m(4(M-k)+4)(-1)^k} \right| \right] \\
 & \text{pour } d2t5k \leq \tau_m \leq d1t5k \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d2t5k}^{d1t5k} \left[ \left| \frac{a_m(-1)^{k-1}(2(M-k)T_{SC} - (2(M-k)+1)\Delta + (4(M-k)+4)(-\tau_m + \frac{\Delta}{2} + (2k-1)\frac{T_{SC}}{2}))}{(4M+2) + a_m(4(M-k)+4)(-1)^k} \right| + \right. \\
 & \left. \left| \frac{-a_m(-1)^{k-1}(2(M-k)T_{SC} - (2(M-k)+1)\Delta + (4(M-k)+4)(-\tau_m + \frac{\Delta}{2} + (2k-1)\frac{T_{SC}}{2}))}{(4M+2) - a_m(4(M-k)+4)(-1)^k} \right| \right]
 \end{aligned} \right)
 \end{aligned}$$

$RAE(\tau_m)$

$$\begin{aligned}
 & \left[ \begin{aligned}
 & \text{pour } d1t5k \leq \tau_m \leq d1t6k \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d1t5k}^{d1t6k} \left[ \left| \frac{a_m(-1)^k(2(M-k)T_{SC} + (-2(M-k)+1)\Delta + (4(M-k)+4)(\tau_m + \frac{\Delta}{2} - (2k+1)\frac{T_{SC}}{2})}{(4M+2) + a_m(4(M-k))(-1)^k} \right| + \right. \\
 & \left. \left| \frac{-a_m(-1)^k(2(M-k)T_{SC} + (-2(M-k)+1)\Delta + (4(M-k)+4)(\tau_m + \frac{\Delta}{2} - (2k+1)\frac{T_{SC}}{2})}{(4M+2) - a_m(4(M-k))(-1)^k} \right| \right] \\
 & \text{pour } d1t6k \leq \tau_m \leq d2t6k \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d1t6k}^{d2t6k} \left[ \left| \frac{-a_m(-1)^k(2(M-k)T_{SC} + (-2(M-k)+1)\Delta + (4(M-k)+4)(\tau_m + \frac{\Delta}{2} - (2k+1)\frac{T_{SC}}{2})}{(4M+2) - a_m(4(M-k))(-1)^k} \right| + \right. \\
 & \left. \left| \frac{a_m(-1)^k(2T_{SC} + 2(M-k) - 3)\Delta + (4(M-k) - 4)(\tau_m - \frac{\Delta}{2} - kT_{SC})}{(4M+2) + a_m(-4 + 4(M-k))(-1)^k} \right| \right] \\
 & \text{pour } d2t6k \leq \tau_m \leq d1t3k \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d1t6k}^{d2t6k} \left[ \left| \frac{a_m(-1)^k(2T_{SC} + 2(M-k) - 3)\Delta + (4(M-k) - 4)(\tau_m - \frac{\Delta}{2} - kT_{SC})}{(4M+2) + a_m(-4 + 4(M-k))(-1)^k} \right| + \right. \\
 & \left. \left| \frac{-a_m\Delta(-1)^{M-1}(2T_{SC} + 2(M-M) - 3)\Delta + (4(M-M) - 4)(\tau_m - \frac{\Delta}{2} - MT_{SC})}{(4M+2) - a_m(-4 + 4(M-M))(-1)^M} \right| \right] \\
 & \text{pour } d1t3k \leq \tau_m \leq d2t3p \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d1t3k}^{d2t3p} \left[ \left| \frac{a_m(-1)^{k-1}(2T_{SC} + 2(M-k) + 3)\Delta + 4(-\tau_m - \frac{\Delta}{2} + kT_{SC})}{(4M+2) + a_m(-4)(-1)^k} \right| + \right. \\
 & \left. \left| \frac{-a_m\Delta(-1)^K(2T_{SC} + 2(M-K) - 3)\Delta + (4(M-K) - 4)(\tau_m - \frac{\Delta}{2} - KT_{SC})}{(4M+2) - a_m(-4 + 4(M-K))(-1)^K} \right| \right] \\
 & \text{pour } d2t3p \leq \tau_m \leq d1t4m \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d2t3p}^{d1t4k} \left[ \left| \frac{a_m(-1)^{k-1}(-2T_{SC} + 2(M-k) + 3)\Delta + 4(-\tau_m - \frac{\Delta}{2} + kT_{SC})}{(4M+2) + a_m4(-1)^k} \right| + \right. \\
 & \left. \left| \frac{-a_m(-1)^{k-1}(-2T_{SC} + 2(M-k) + 3)\Delta + 4(-\tau_m - \frac{\Delta}{2} + kT_{SC})}{(4M+2) - a_m4(-1)^k} \right| \right] \\
 & \text{pour } d1t4m \leq \tau_m \leq d2t7m \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d1t4k}^{d2t7m} \left[ \left| \frac{a_m(-1)^M(T_{SC} + 6(-\tau_m - \frac{\Delta}{2} - (2M-1)\frac{T_{SC}}{2})}{(8M+4) + a_m6(-1)^M} \right| + \right. \\
 & \left. \left| \frac{-a_m(-1)^M(T_{SC} + 6(-\tau_m - \frac{\Delta}{2} - (2M-1)\frac{T_{SC}}{2})}{(8M+4) - a_m6(-1)^M} \right| \right]
 \end{aligned} \right]
 \end{aligned}$$

$$RAE(\tau_m) = \begin{cases} \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d2t7m}^{d1t7m} \left[ \left| \frac{a_m(-1)^M \left( T_{SC} + 6 \left( -\tau_m - \frac{\Delta}{2} - (2M-1) \frac{T_{SC}}{2} \right) \right)}{(8M+4) + a_m 6(-1)^M} \right| + \left| \frac{-a_m(-1)^{M-1} \left( \tau_m - \frac{\Delta}{2} - MT_{SC} \right)}{(4M+2) - a_m(-1)^{M+1}} \right| \right] & \text{pour } d2t7m \leq \tau_m \leq d1t7m \\ \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d1t7M}^{T_x + \frac{\Delta}{2}} \left[ \left| \frac{a_m(-1)^{M-1} \left( \tau_m - \frac{\Delta}{2} - MT_{SC} \right)}{(4M+2) + a_m(-1)^{M+1}} \right| + \left| \frac{-a_m(-1)^{M-1} \left( \tau_m - \frac{\Delta}{2} - MT_{SC} \right)}{(4M+2) - a_m(-1)^{M+1}} \right| \right] & \text{pour } d1t7m \leq \tau_m \leq T_x + \frac{\Delta}{2} \\ 0 & \text{pour } \tau_m \geq T_x + \frac{\Delta}{2} \end{cases}$$

### 3.5.2.1 Evaluations et Simulations des Résultats

Les résultats des simulations sur Matlab des modèles proposés sont évalués à travers une comparaison avec les résultats simulés en respectant le choix des paramètres.

La figure 3.12, 3.14, 3.16, 3.18 et 3.20 illustrent les résultats de simulations de notre modèle proposé pour différentes valeurs de M et  $\Delta\tau$ , sachant que la valeur de  $\Delta\tau$  doit être dans l'intervalle  $\frac{T_x}{2M} \leq \Delta\tau < \frac{T_x}{M}$  chip. Les figures 3.13, 3.15, 3.17, 3.19 et 3.21 démontrent les MEEs correspondants au RAEs.

➤ **M=2** et  $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.5M}$

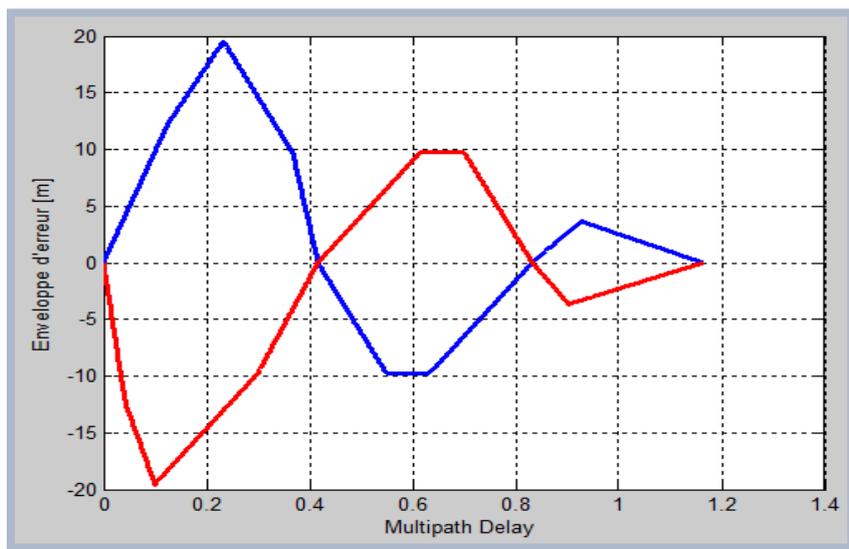


Figure 3.12 MEE pour un signal CosBOC (1, 1).

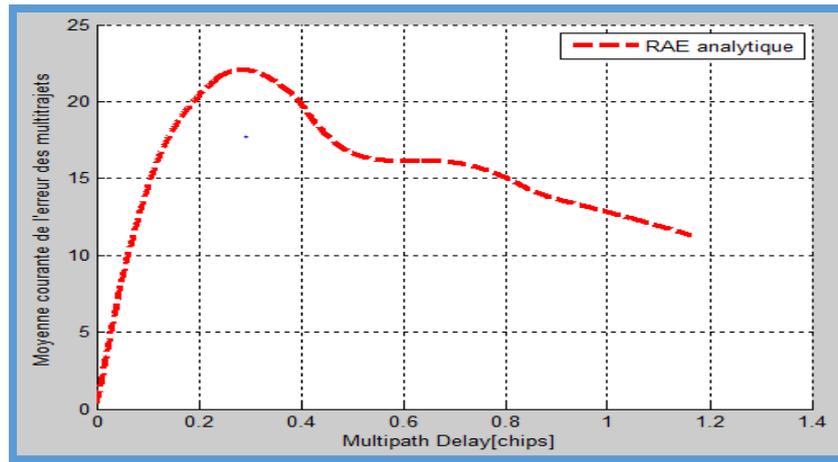


Figure 3.13 RAE pour un signal CosBOC( 1, 1).

➤  $M=2$  et  $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.3M}$

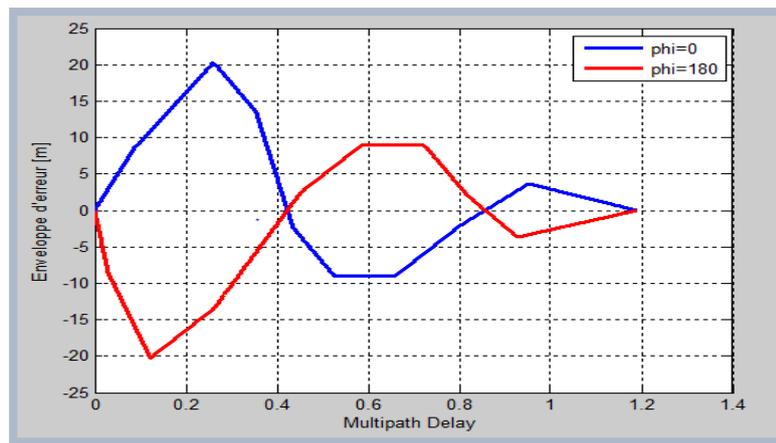


Figure 3.14 MEE pour un signal CosBOC ( 1, 1) avec  $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.3M}$ .

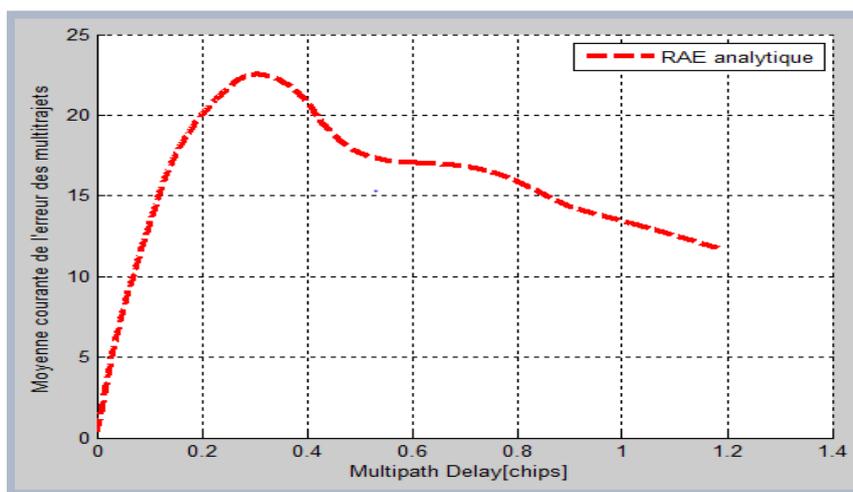


Figure 3.15 RAE pour un signal CosBOC ( 1, 1) avec  $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.3M}$ .

➤ **M=2** et  $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.9M}$

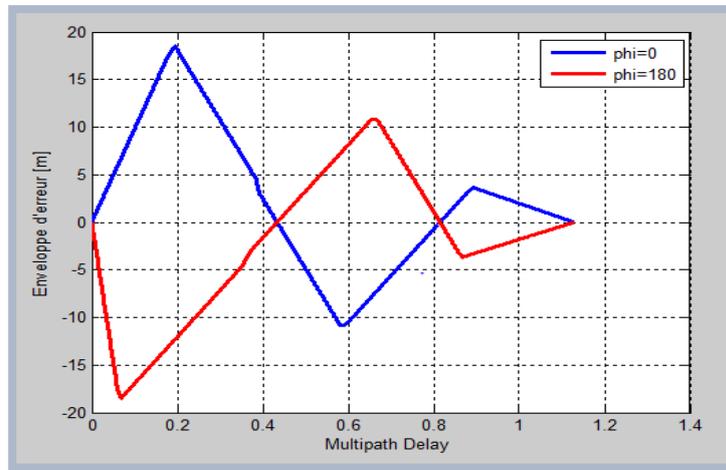


Figure 3.16 MEE pour un signal CosBOC (1, 1) avec  $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.9M}$ .

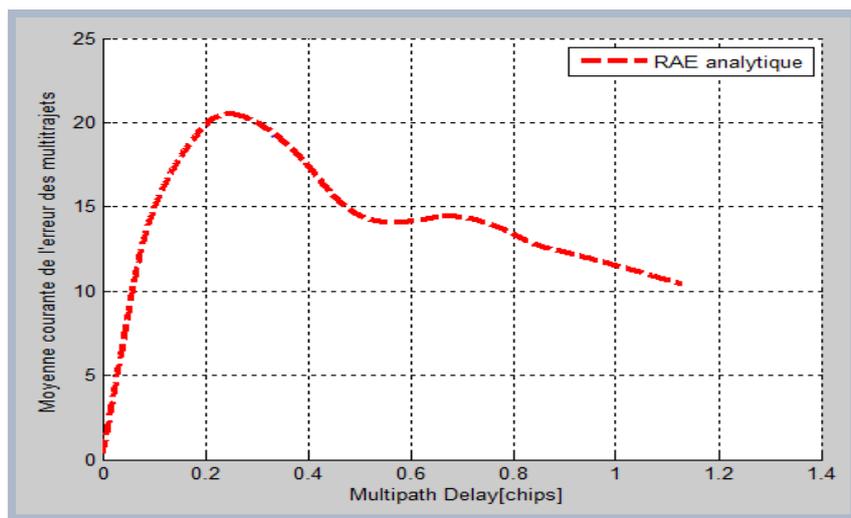


Figure 3.17 RAE pour un signal CosBOC(1, 1) avec  $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.9M}$ .

➤ **Pour M=4** et  $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.8M}$

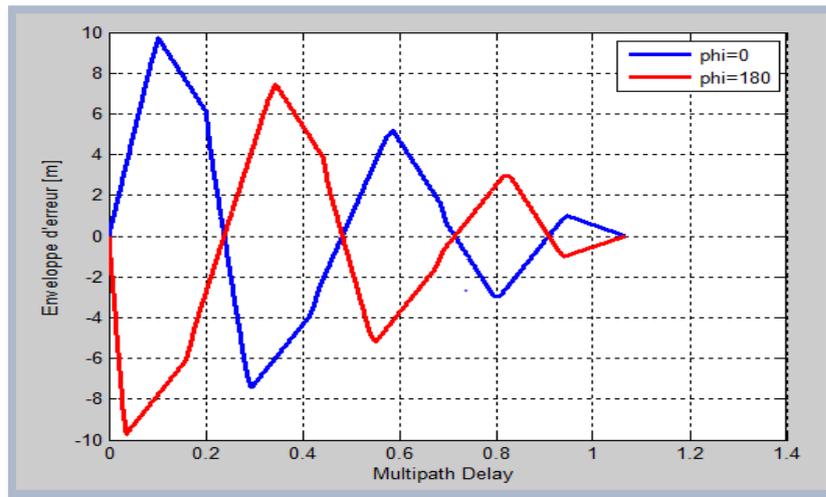


Figure 3.18 MEE pour un signal CosBOC (5, 2.5) avec  $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.8M}$ .

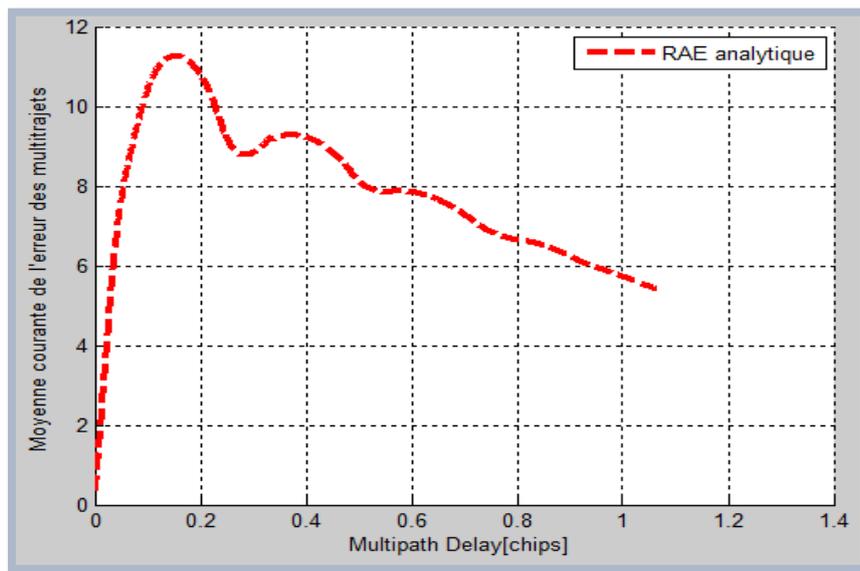


Figure 3.19 RAE pour un signal CosBOC( 5, 2.5) avec  $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.8M}$ .

➤ Pour  $M=8$  et  $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.9M}$

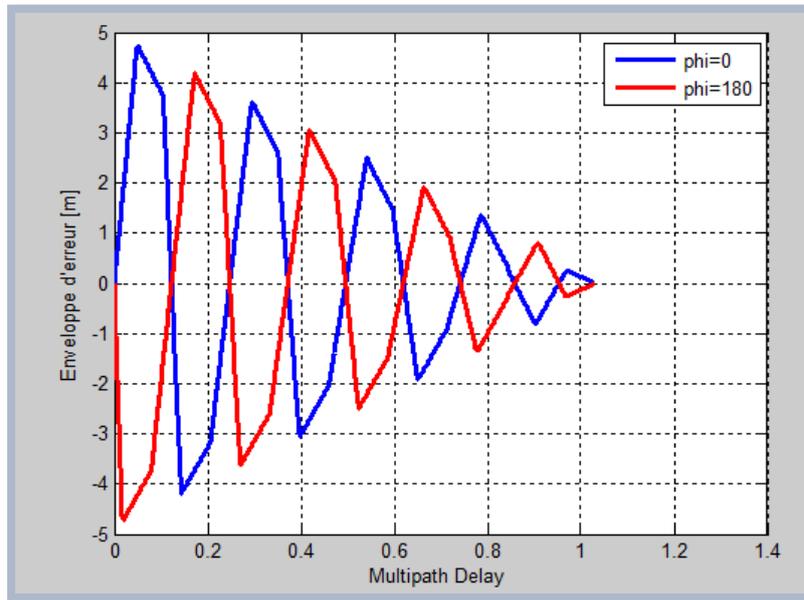


Figure 3.20 MEE pour un signal CosBOC (10, 2.5).

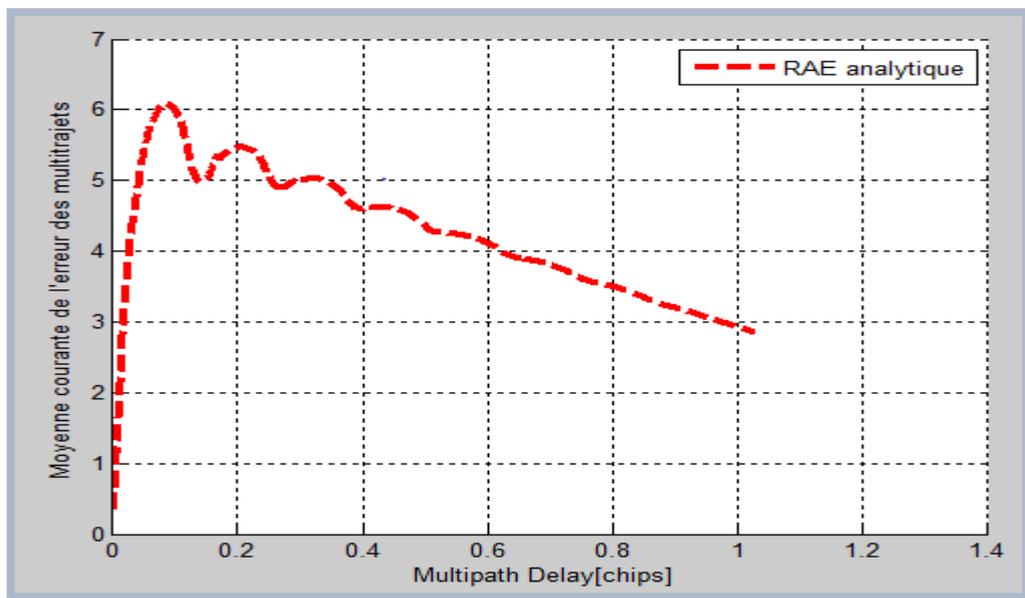


Figure 3.21 RAE pour un signal CosBOC( 10, 2.5).

Comme l'illustrent toutes ces figures, les résultats analytiques coïncident avec les résultats simulés ce qui prouve l'efficacité des modèles proposés pour une valeur libre de  $M$  et  $\Delta\tau$ , en respectant l'intervalle de validité.

### 3.5.3 Modèle proposé pour un espacement de chip $\frac{T_x\beta}{2\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{3T_x\beta}{4\alpha}$

En suivant la même méthodologie précédente, en divisant les enveloppes d'erreur à des régions de la manière suivante :

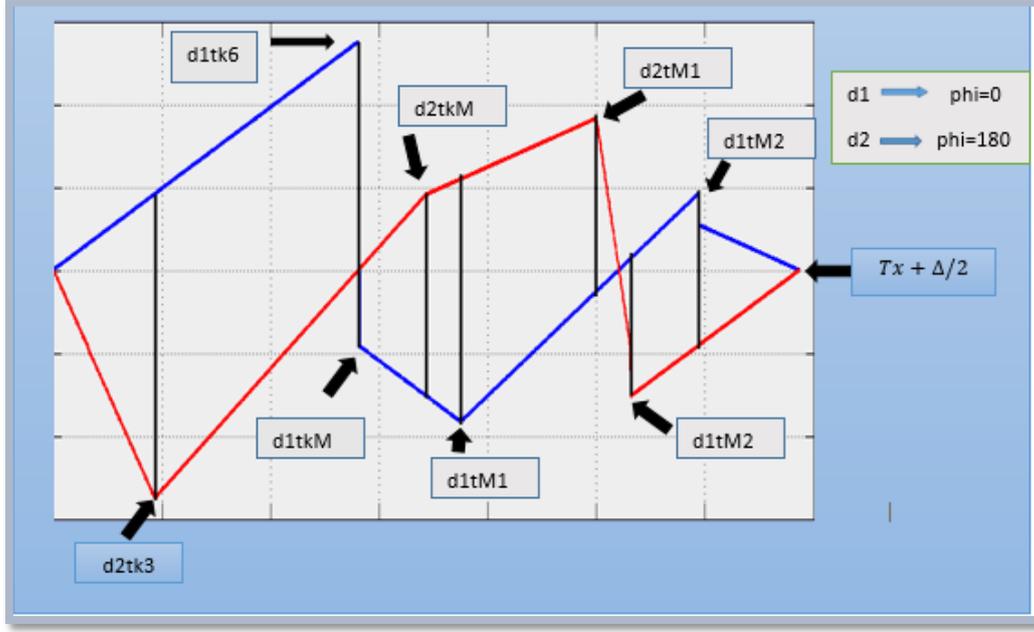


Figure 3.22 Différentes zones de l'enveloppe d'erreur CosBOC (1, 1) pour  $\frac{T_x\beta}{2\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{3T_x\beta}{4\alpha}$

A partir de la figure (3.22), nous avons réussi à déterminer les intervalles suivant :

$$d2tk3 = \frac{\left(D_{III}(-1)^{k-1} + (-1)^{k-1}D'_I\left(\frac{\Delta}{2} - (2k-1)\frac{T_{SC}}{2}\right)\right)(D'_{0,I} + a_m D'_{II}(-1)^{k-1})}{-(-1)^{k-1}D'_I(D'_{0,I} + a_m D'_{II}(-1)^{k-1}) + (-1)^{k-1}D'_{II}(D'_{0,I} + a_m D'_I(-1)^{k-1})}$$

$$\frac{\left(D_{III}(-1)^{k-1} + (-1)^{k-1}D'_{II}\left(-\frac{\Delta}{2} - (2k-1)\frac{T_{SC}}{2}\right)\right)(D'_{0,I} + a_m D'_I(-1)^{k-1})}{-(-1)^{k-1}D'_I(D'_{0,I} + a_m D'_{II}(-1)^{k-1}) + (-1)^{k-1}D'_{II}(D'_{0,I} + a_m D'_I(-1)^{k-1})}$$

$$d1tk6 = \frac{\left(D_{II}(-1)^{k-1} + (-1)^{k-1}D'_I\left(\frac{\Delta}{2} - (2k+1)\frac{T_{SC}}{2}\right)\right)(D'_{0,I}) - D_I(-1)^{k-2}(D'_{0,I} - a_m D_{II}(-1)^{k-1})}{-D'_I D'_{0,I}(-1)^{k-1}}$$

$$d1tkM = \frac{\left(\frac{(-1)^M}{M} + \frac{(-1)^M}{MT_{SC}}\left(-\frac{\Delta}{2} - (M-1)T_{SC}\right)\right)(D'_{0,I} - a_m(-1)^M D'_{IV|k=M-1})}{-\frac{(-1)^M}{MT_{SC}}(D'_{0,I} - (-1)^M D'_{IV|k=M-1}) + (-1)^M D'_{IV|k=M-1}(D'_{0,I} - \frac{a_m}{MT_{SC}}(-1)^M)}$$

$$\frac{\left(D_{I|p=M}(-1)^M + (-1)^M D'_{IV|k=M-1}\left(-\frac{\Delta}{2} - (M-1)T_{SC}\right)\right)(D'_{0,I} - \frac{a_m}{MT_{SC}}(-1)^M)}{-\frac{(-1)^M}{MT_{SC}}(D'_{0,I} - (-1)^M D'_{IV|k=M-1}) + (-1)^M D'_{IV|k=M-1}(D'_{0,I} - \frac{a_m}{MT_{SC}}(-1)^M)}$$

$$\begin{aligned}
 d2tkM &= \frac{\left(\frac{(-1)^M}{M} + \frac{(-1)^M}{MT_{SC}}\left(-\frac{\Delta}{2} - (M-1)T_{SC}\right)\right)(D'_{0,I} + a_m(-1)^M D'_{IV|k=M-1})}{-\frac{(-1)^M}{MT_{SC}}(D'_{0,I} - (-1)^M D'_{IV|k=M-1} + (-1)^M D'_{IV|k=M-1})(D'_{0,I} + \frac{a_m}{MT_{SC}}(-1)^M)} \\
 &\frac{(D_{I|p=M}(-1)^M + (-1)^M D'_{IV|k=M-1}\left(-\frac{\Delta}{2} - (M-1)T_{SC}\right))(D'_{0,I} + \frac{a_m}{MT_{SC}}(-1)^M)}{-\frac{(-1)^M}{MT_{SC}}(D'_{0,I} - (-1)^M D'_{IV|k=M-1} + (-1)^M D'_{IV|k=M-1})(D'_{0,I} + \frac{a_m}{MT_{SC}}(-1)^M)} \\
 d1tM1 &= \frac{\left(T_{SC} + \left(- (M-1)T_{SC} - \frac{\Delta}{2}\right)\right)(-6+4M - a_m 3(-1)^{M-1}) + \left(\frac{T_{SC}}{2} + 3\left(-\frac{\Delta}{2} - (2M-1)\frac{T_{SC}}{2}\right)\right)(-6+4M - a_m(-1)^M)}{-(-6+4M - a_m 3(-1)^{M-1}) - 3(-6+4M - a_m(-1)^M)} \\
 d2tM1 &= \frac{\left(T_{SC} + \left(- (M-1)T_{SC} - \frac{\Delta}{2}\right)\right)(-6+4M + a_m 3(-1)^{M-1}) + \left(\frac{T_{SC}}{2} + 3\left(-\frac{\Delta}{2} - (2M-1)\frac{T_{SC}}{2}\right)\right)(-6+4M + a_m(-1)^M)}{-(-6+4M + a_m 3(-1)^{M-1}) - 3(-6+4M + a_m(-1)^M)} \\
 d1tM2 &= \frac{\left(\frac{T_{SC}}{2} + 3\left(- (2M-1)\frac{T_{SC}}{2} - \frac{\Delta}{2}\right)\right)(-6+4M + a_m(-1)^{M-1}) + \left(-\frac{\Delta}{2} - MT_{SC}\right)(6+4M - a_m 3(-1)^{M-1})}{-3(-6+4M - a_m(-1)^M) - (-6+4M - a_m 3(-1)^{M-1})} \\
 d2tM2 &= \frac{\left(\frac{T_{SC}}{2} + 3\left(- (2M-1)\frac{T_{SC}}{2} - \frac{\Delta}{2}\right)\right)(-6+4M - a_m(-1)^{M-1}) + \left(-\frac{\Delta}{2} - MT_{SC}\right)(6+4M + a_m 3(-1)^{M-1})}{-3(-6+4M + a_m(-1)^M) - (-6+4M + a_m 3(-1)^{M-1})}
 \end{aligned}$$

En appliquant l'équation (3.11) et en respectant les intervalles de la figure (3.22), nous avons abouti à calculer et proposer le modèle analytique de la moyenne courante de l'erreur des multitrajets pour n'importe quelle valeur de M dans l'intervalle  $\frac{T_x\beta}{2\alpha} \leq \Delta\tau < \frac{3T_x\beta}{4\alpha}$ .

RAE( $\tau_m$ )

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \text{pour } 0.001 \leq \tau_m \leq d2tk3 \quad \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=0.001}^{d2tk3} \left[ \left| \frac{a_m \tau_m}{1 + a_m} \right| + \left| \frac{-a_m \tau_m}{1 - a_m} \right| \right] \\
 & \text{pour } d2tk3 \leq \tau_m \leq d1tk6 \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d2tk3}^{d1tk6} \left[ \left| -a_m \frac{-D_{0,III} - D'_{,III} \left( \tau_m - \frac{\Delta}{2} \right)}{D'_{0,I} + a_m D'_{0,III}} \right| + \left| a_m \frac{D_{III}(-1)^{k-1} + (-1)^{k-1} D'_{II} \left( \Delta \tau_m - \frac{\Delta \tau}{2} - (2k-1) \frac{T_{SC}}{2} \right)}{D'_{0,I} + a_m (-1)^{k-1} D'_{II}} \right| \right] \\
 & \text{pour } d1tk6 \leq \tau_m \leq d2tkM \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d1tk6}^{d2tkM} \left[ \left| -a_m (-1)^{M+1} \frac{T_{SC} + \left( \tau_m - \frac{\Delta}{2} - (M-1) T_{SC} \right)}{(-6 + 4M) - a_m (-1)^M} \right| + \left| a_m \frac{D_{III}(-1)^{k-1} + (-1)^{k-1} D'_{II} \left( \Delta \tau_m - \frac{\Delta \tau}{2} - (2k-1) \frac{T_{SC}}{2} \right)}{D'_{0,I} + a_m (-1)^{k-1} D'_{II}} \right| \right] \\
 & \text{pour } d2tkM \leq \tau_m \leq d1tM1 \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d2tkM}^{d1tM1} \left[ \left| -a_m (-1)^{M+1} \frac{T_{SC} + \left( \tau_m - \frac{\Delta}{2} - (M-1) T_{SC} \right)}{(-6 + 4M) - a_m (-1)^M} \right| + \left| a_m (-1)^{M+1} \frac{T_{SC} + \left( \tau_m - \frac{\Delta}{2} - (M-1) T_{SC} \right)}{(-6 + 4M) + a_m (-1)^M} \right| \right] \\
 & \text{pour } d1tM1 \leq \tau_m \leq d2tM1 \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d1tM1}^{d2tM1} \left[ \left| a_m (-1)^M \frac{\frac{T_{SC}}{2} + 3 \left( \tau_m - \frac{\Delta}{2} - (2M-1) \frac{T_{SC}}{2} \right)}{(-6 + 4M) - 3a_m (-1)^{M-1}} \right| + \left| a_m (-1)^{M+1} \frac{T_{SC} + \left( \tau_m - \frac{\Delta}{2} - (M-1) T_{SC} \right)}{(-6 + 4M) + a_m (-1)^M} \right| \right] \\
 & \text{pour } d2tM1 \leq \tau_m \leq d2tM2 \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d2tM1}^{d2tM2} \left[ \left| a_m (-1)^M \frac{\frac{T_{SC}}{2} + 3 \left( \tau_m - \frac{\Delta}{2} - (2M-1) \frac{T_{SC}}{2} \right)}{(-6 + 4M) - 3a_m (-1)^{M-1}} \right| + \left| -a_m (-1)^M \frac{\frac{T_{SC}}{2} + 3 \left( \tau_m - \frac{\Delta}{2} - (2M-1) \frac{T_{SC}}{2} \right)}{(-6 + 4M) + 3a_m (-1)^{M-1}} \right| \right] \\
 & \text{pour } d2tM2 \leq \tau_m \leq d1tM2 \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d2tM2}^{d1tM2} \left[ \left| a_m (-1)^M \frac{\frac{T_{SC}}{2} + 3 \left( \tau_m - \frac{\Delta}{2} - (2M-1) \frac{T_{SC}}{2} \right)}{(-6 + 4M) - 3a_m (-1)^{M-1}} \right| + \left| -a_m (-1)^{M+1} \frac{\left( \tau_m - \frac{\Delta}{2} - M T_{SC} \right)}{(-6 + 4M) + a_m (-1)^{M-1}} \right| \right] \\
 & \text{pour } d1tM2 \leq \tau_m \leq Tx + \frac{\Delta}{2} \\
 & \frac{1}{2\tau_m} \sum_{\tau_m=d1tM2}^{Tx + \frac{\Delta}{2}} \left[ \left| -a_m (-1)^{M+1} \frac{\left( \tau_m - \frac{\Delta}{2} - M T_{SC} \right)}{(-6 + 4M) - a_m (-1)^{M-1}} \right| + \left| -a_m (-1)^{M+1} \frac{\left( \tau_m - \frac{\Delta}{2} - M T_{SC} \right)}{(-6 + 4M) + a_m (-1)^{M-1}} \right| \right] \\
 & \text{pour } \tau_m \geq Tx + \frac{\Delta}{2} \quad 0
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

### 3.5.3.1 Evaluations et Simulations des Résultats

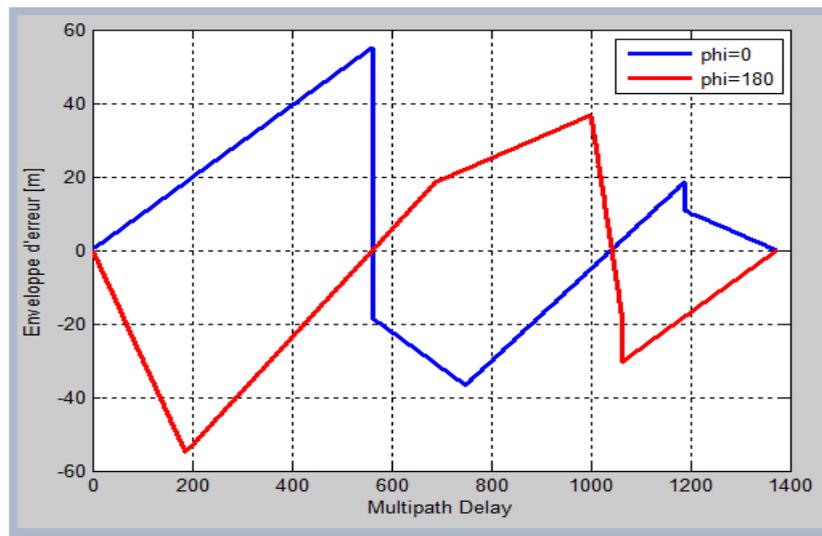


Figure 3.23 MEE pour un signal CosBOC (1,1) avec  $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.499M}$ .

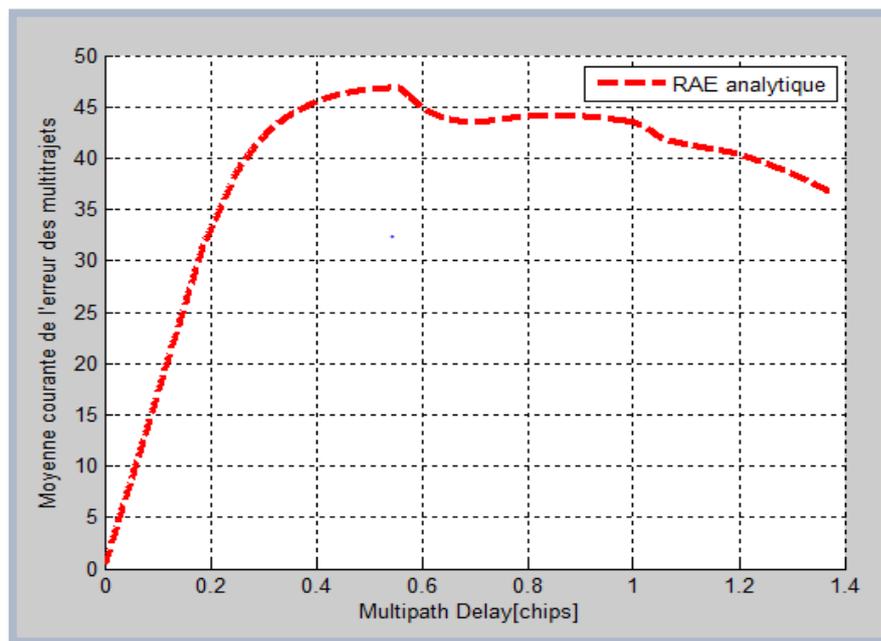


Figure 3.24 RAE pour un signal CosBOC( 1, 1) avec  $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.499M}$ .

La figure 3.23 illustre les résultats de simulations de notre modèle proposé pour  $\Delta\tau = \frac{T_x}{1.499M}$  et la figure 3.24 démontre le MEE correspondants au RAE, ce qui montre que les résultats analytiques et simulés ont parfaitement la même allure. La comparaison entre les deux configurations présente des résultats très conformes qui assurent l'efficacité de modèle proposé.

### 3.6 Conclusion

Dans ce dernier chapitre, nous avons mis en avant notre objectif qui est l'étude analytique de la fonction de corrélation et la fonction discriminatoire pour les signaux CosBOC, ainsi que les erreurs de poursuite pour une boucle de code cohérente. Ensuite, nous avons présenté les tracés de l'enveloppe d'erreur de multitrajets MEE pour pouvoir proposer des modèles analytiques de la moyenne courante de l'erreur de multitrajets RAE, quel que soit la valeur de  $M$  et  $\Delta\tau$ , qui sont valides pour un intervalle donnée de l'espacement de chip.

D'après la comparaison entres les résultats des simulations numériques et les modèles analytiques proposés, on déduit la fiabilité et l'exactitude des modèles proposés.

## Conclusion générale

Les systèmes de navigation par satellite présentent de nos jours plus forts taux de croissance dans le monde des applications et de développement technologique, comme la téléphonie mobile, navigation aérienne, terrestre et maritime,...., etc. L'importance de ses systèmes a stimulé la continuation des recherches pour avoir une précision exigeante de positionnement par réduire les erreurs de poursuite, notamment celles des effets de trajet multiple.

Ce travail réalisé s'est intéressé en particulier à modéliser analytiquement la moyenne de l'erreur de multitrajets pour les signaux CosBOC quel que soit l'ordre de modulation  $M$ .

Dans la première partie, nous avons défini les notions de bases de GNSS et leurs caractéristiques, nous avons présenté les différentes techniques de modulation employées tel que la modulation BPSK et les deux variantes de modulation BOC (SinBOC et CosBOC).

Dans le deuxième chapitre, nous avons défini les divers phénomènes liés à la propagation du signal principalement l'effet de multitrajets, nous avons présenté les techniques de réception, et le processus d'acquisition et de poursuite en détaillant les deux boucles à verrouillages DLL et PLL utilisées pour l'estimation des erreurs de code et de la porteuse.

Le troisième chapitre se focalise sur l'étude des modèles analytique des CFs, DFs et les erreurs de poursuite pour une boucle de code cohérente, nous avons présenté les tracés de l'enveloppe d'erreur de multitrajets MEE pour un signal modulé en CosBOC dans le cas où les signaux réfléchis arrivent en phase et en quadrature de phase *avec* le signal principal ( $\varphi_m = 0$  et  $\varphi_m = \pi$ ), et avec des espacements de chip étroits  $\Delta\tau$ ,  $\Delta\tau < \frac{T_x\beta}{4\alpha}$ . En conséquence, nous avons pu de proposer des modèles analytiques de la moyenne courante des erreurs de multitrajets RAE pour ces différents intervalles d'espacements de chip,  $\left[ \frac{T_x\beta}{4\alpha}, \frac{T_x\beta}{2\alpha} \right]$  et  $\left[ \frac{T_x\beta}{2\alpha}, \frac{3T_x\beta}{4\alpha} \right]$ .

Les résultats de simulations des modèles RAE proposés, en utilisant MATLAB, coïncident avec ceux des résultats numériques pour différentes valeurs de  $M$ , ce qui démontre l'efficacité et la fiabilité de ces modèles proposés.

# Bibliographie

- [1] Sarab Tay. Analyse et modélisation de l'utilisation de signaux GNSS en environnement marin. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Télécom Bretagne, Université de Rennes 1, 2012. Français.
- [3] Thèse, Iurie Ille., Récepteur hybride Gps/Galiléo : Simulation et analyse de robustesse avec le filtre FADP, 6 Janvier 2004, Université du Québec
- [4] Christophe Charbonnieras. Exploitation of the GNSS signals for integrity measurement. Electromagnetism. UNIVERSITE TOULOUSE 3 PAUL SABATIER (UT3 PAUL SABATIER), 2017. English.
- [5] Thèse, Sébastien Roche., Méthodes de poursuite de phase pour signaux GNSS multifréquence en environnement dégradé, 2013, Université de Toulouse
- [6] Thèse, Yassir Ait Menssour., Traitement du signal pour la réflectométrie GNSS par mesure de déphasage de porteuse, Juillet 2018
- [7] Thèse, Matthieu Lonchay ; précision du positionnement par satellites, 2009, Université De Liège.
- [10] Thèse, Rouabah Khaled; Etude et Amélioration des Performances des boucles de poursuite de code dans les Récepteurs de Navigation Galileo en Présence de Trajectoires Multiples, Université Farhat Abbas – Sétif
- [11] Thèse, Sihem Zitouni ; Développement des Technique d'Amélioration de la Précision de Localisation dans les Systèmes de Navigation par Satellites en Appliquant des Méthodes de Modulation Efficaces, 2015, Université de Bejaia
- [12] Thèse, Vincent Heiries ; Optimisation d'une chaîne de réception pour signaux de radionavigation par satellite à Porteuse à Double Décalage (BOC), 2007,
- [14] Thèse, Bilal Beldjilali ; Traitement des signaux GNSS pour optimiser les récepteurs de localisation, 2017, université Aboubakr Belkaïd-Tlemcen

[15] Thèse, Guillaume Carrie ; techniques d'antennes adaptatives pour récepteurs de navigation par satellite résistants aux interférences, 2006, L'école Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace

[16] Article, Khaled Rouabah, Mustapha Flissi, Salim Attia et Djamel Chikouche ; Unambiguous Multipath Mitigation Technique for BOC ( $n,n$ ) and MBOC-Modulated GNSS Signals, 2012, p.13

[17] Livre, Jean-Marc Pieplu. GPS et Galileo : système de navigation par satellite, 2006

[19] Thèse, Oubelout Lila, Saadi Meriem ; Modélisation Analytique de l'Offset d'Erreur Cohérent Moyen pour les Signaux BOC dans un Environnement Dégradé, 2019, Université Abderrahmane MIRA – Bejaia

## Bibliographie web

[2] GLONASS : <https://fr.wikipedia.org/wiki/GLONASS>

[8] (October 2019). A survey on coping with intentional interference in satellite navigation for manned and unmanned aircraft: <https://www.researchgate.net/figure/GNSS-three-segment-architecture-fig2-33-6781393>

[9] (21 août 2009). Laboratoire de Géologie de l'ENS : <http://www.geologie.ens.fr/spiplabocnrs>

[13] GPS pour les arpenteurs-géomètres : <https://igsb.jpl.nasa.gov/>

[18] Binary offset carrier modulation : [https://en.wikipedia.org/wiki/Binary\\_offset\\_carrier\\_modulation](https://en.wikipedia.org/wiki/Binary_offset_carrier_modulation)

## Résumé

Les systèmes GNSS misent en faveur la continuation des recherches afin de pouvoir améliorer la précision de positionnement et de minimiser les effets de toutes les sources d'erreur et surtout celles de multitrajets et de réaliser l'interopérabilité entre les différents systèmes. Pour cela plusieurs méthodes proposées qui consistent à l'amélioration des techniques de modulation et de réception. Ce travail a fait l'objet d'une étude analytique des erreurs moyennes de poursuite et la proposition des modèles mathématiques simplifiés pour donner une vision à leur état actuel et les conséquences des changements à venir pendant leur réception. Cette représentation analytique va permettre par la suite de les minimiser ces erreurs afin d'avoir de meilleures performances en termes de précision aux nouveaux signaux satellitaires. Et pour cela, nous avons étudiés les modèles analytiques des CFs, DFs et les erreurs de poursuite pour une boucle de code cohérente déjà proposées pour les signaux  $\text{cosBOC}(\alpha, \beta)$  afin de développer de nouveaux modèles mathématiques pour présenter les tracés de la moyenne courante des erreurs de multitrajets dans les intervalles  $\left[\frac{T_x\beta}{4\alpha}, \frac{T_x\beta}{2\alpha}\right]$  chips et  $\left[\frac{T_x\beta}{2\alpha}, \frac{3T_x\beta}{4\alpha}\right]$  chips. La comparaison entre les résultats de simulation des modèles proposés et ceux des résultats numériques utilisant Matlab ont démontré que les modèles proposés donnent des résultats efficaces et fiables pour différentes valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$ .

## Abstract

GNSS systems support the continuation of research in order to be able to improve positioning accuracy and minimize the effects of all sources of error, especially those of multipath, and to achieve interoperability between the different systems. For this, several proposed methods focus on upgrading the modulation and reception techniques. This work has been the subject of an analytical study of the tracking errors and the proposal of simplified mathematical models to give a vision of their current state and the consequences of the changes to come during their reception. These analytical representations will subsequently make it possible to minimize these tracking errors in order to have better performance in terms of precision for new satellite signals. And for this, we studied the analytical models of CFs, DFs and the tracking errors (MEE and RAE) for a coherent code tracking loop already proposed for  $\text{cosBOC}(\alpha, \beta)$  signals in order to develop new mathematical models, presenting the plots of the RAE of multipath errors in the intervals  $\left[\frac{T_x\beta}{4\alpha}, \frac{T_x\beta}{2\alpha}\right]$  chips and  $\left[\frac{T_x\beta}{2\alpha}, \frac{3T_x\beta}{4\alpha}\right]$  chips. The comparison between the simulation results of the models proposed and those of the numerical results, using Matlab, demonstrated that the proposed models give efficient and reliable results for different values of  $\alpha$  and  $\beta$ .