

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université A.MIRA-BEJAIA



جامعة بجاية  
Tasdawit n Bgayet  
Université de Béjaïa

Faculté : technologie  
Département : génie mécanique

# Mémoire master

Présenté par

**BOUDAOU ABDALLAH  
MOUHOU B YOUBA**

Pour l'obtention du diplôme de Master

Filière : Génie mécanique

Option : construction mécanique

Thème

**MATERIAUX COMPOSITES  
Homogénéisation des matériaux composites a deux phases**

Soutenu le : 13/10/2019

Devant le Jury composé de :

**Nom et Prénom**

Mle : HIMED LYNDA  
Mle : ADJOUADI NOURA  
Mr : BOUTAANI MOHAMED SAID

Présidente  
Examineur  
Encadreur

Année Universitaire : 2019 /2020

## **Dédicaces**

Je dédie ce mémoire à :

Mes chers parents pour tous les sacrifices consentis, pour leur soutien durant toutes mes  
années d'études

Toute ma famille

Ma reconnaissance est également formulée envers tous mes enseignants et tous les employés  
de l'administration de département de Génie Mécanique.

**BOUDAUD ABDALLAH**

## Dédicaces

Je dédie ce mémoire à :

Mes chers parents pour tous les sacrifices consentis, pour leur soutien durant toutes mes années d'études,

Toute ma famille

Chaque personne qui a perdu un membre de son corps

Ma reconnaissance est également formulée envers tous mes enseignants et Mes camarades.

MOUHOUB YOUNA

# LISTE DES FIGURES

## LISTE DES FIGURES

---

- Figure 1-1** Schématisation des renforts noyés dans une matrice.....2
- Figure 1-2** principaux matériaux de renforts .....3
- Figure 1-3** Différent type des résines .....4
- Figure II-1** Principe de l'approche d'homogénéisation des matériaux hétérogènes.....9
- Figure II.2** Approche et principe de l'homogénéisation numérique .....9
- Figure II-3** Exemple de VER d'une microstructure hétérogène.....
- Figure II-4** Organigramme de Poisson.....
- Figure II-5** Microstructure générée par RSA, (a) image virtuelle. (b) maillage des particules et (c) maillage du composite.....
- Figure II-6** Mosaïque de Voronoï généré par le processus de Poisson : (a) microstructure avec 8000 grains et (b) maillage de la microstructure.....
- Figure II-7** Microstructure virtuelle d'un élastomère chargé de particules, générée par le processus de Poisson et son maillage.....
- Figure II-8** Maillage de la microstructure.....
- Figure III.1** Génération des particules en 3D dans une cellule cubique
- Figure III.2** Propriétés géométriques de la cellule cubique
- Figure III.3 Définition** de la géométrie et du paramétrage des particules
- Figure III.4** algorithme de génération aléatoire de particules en 3D dans un VE
- Figure III.5** Les tailles de volume de la microstructure 3D utilisé pour les fractions volumique 10% et 20%.
- Figure III.6 Interface** du logiciel Comsol
- Figure III.7 Maillage** de microstructures hétérogènes : (a) microstructures utilisé, (b) maillage associé.
- Figure III.8 module** de compressibilité  $k$  et module de cisaillement  $\mu$  en fonction de nombre d'élément
- Figure III.10 Courbes** de convergence de module de compressibilité apparent  $k_{app}$  en fonction de la taille du domaine  $V$ . Fr10%
- Figure III.11 Courbes** de convergence de module de cisaillement apparent  $\mu_{app}$  en fonction de la taille du domaine  $V$ .Fr10%
- Figure III.12 Courbes** de convergence de module de Young en fonction de la taille du domaine  $v$ . Fr10%

## LISTE DES FIGURES

---

**Figure III.13 Courbes** de convergence de module de compressibilité apparent  $k_{app}$  en fonction de la taille du domaine  $V$ . Fr20%

**Figure III.14 Courbes** de convergence de module de cisaillement apparent  $\mu_{app}$  en fonction de la taille du domaine  $V$ .Fr20%

**Figure III.15** Courbes de convergence de module de Young en fonction de la taille du domaine  $v$   
Fr20%

**Figure 3.16.** de convergence de module de Young  $Y$  en fonction de fraction volumique

**Figure 3.17** de convergence de module de cisaillement  $\mu$  en fonction de fraction

## Liste des tableaux

---

### Liste des tableaux

Tableau 1-1 Principales différences entre matrices TP et TD .....	07.
Tableau III. 1 Propriétés élastiques des composants.....	30.

# Sommaire

I Introduction générales.....	1
I.1 Définitions des composites.....	3
I.2 Constituants des matériaux composites.....	3
I.2.1 Les matrice.....	4
I.2.2 Le renfort.....	6
I.2.3 L'interface.....	6
I.3 Différents types de matériaux composites [2].....	6
I.3.1 Matériaux composites de grande diffusion.....	7
I.3.2 Matériaux composites de hautesperformances.....	7
I.4 Domaine d'applications.....	7
I.5 Avantages et inconvénients des matériaux composites.....	8
I.5.1 Avantage des matériaux composites.....	8
I.5.2 Inconvénients des matériaux composites.....	8
II.1 Homogénéisation des matériaux composites.....	9
II.2 Généralités sur les techniques d'homogénéisation.....	9
II.3 Notion de volume élémentaire représentatif(VER) dans un matériau hétérogène.....	11
II.4 Homogénéisation numérique.....	12
II.5 Outils et méthodologie.....	12
II.6 Génération des échantillons numériques du milieu hétérogène.....	12
II.7 Maillage des microstructures.....	16
II.8 Les calculs numériques mécanique/thermique.....	17
II.9 Bornes et modèles analytiques.....	17
III.1 Introduction.....	18
III.2 Les Bornes du module de Young.....	18
III.2.1 Borne inférieure sur le module de Young.....	18
III.2.2 Borne supérieure sur le module de Young :.....	19
III.3 Génération des particules en 3D dans un volume cubique.....	19
III.4 Matériaux et Méthodes.....	24



III.4.1 Description de la microstructure .....	24
III.4.2 Propriétés élastiques des phases .....	25
III.5 Maillage 3D des microstructures .....	25
III.6 Différentes types et méthodes de maillage.....	27
III.6.1 Maillage régulier.....	27
III.6.2 Maillage adaptatif.....	27
III.7 Problématiques liées au maillage éléments finis .....	28
III.8 Effet du nombre des éléments sur les valeurs du module de compressibilité $k$ et module de cisaillement $\mu$ .....	28
III.9 Résultats et discussion.....	29
III.9.1 Fraction volumique 10% .....	29
III.10 Effet de la fraction volumique sur les propriétés élastiques .....	32
Conclusion générale .....	34

## I Introduction générales

Depuis une trentaine d'années des efforts ont été déployés pour la fabrication et la caractérisation des matériaux composites. Les matériaux composites sont des matériaux à très hautes performances mécaniques, qui peuvent être façonnés à volonté au gré du concepteur, de manière à obtenir les propriétés souhaitées en faisant un choix approprié des constituants. Ainsi, la possibilité de façonner à la carte. Les matériaux composites modifient considérablement l'approche conventionnelle du dimensionnement des structures habituellement utilisée pour les matériaux traditionnels. Les matériaux composites se développent aujourd'hui dans pratiquement tous les domaines et sont à l'origine de formidables challenges dans diverses réalisations de hautes technologies. De nos jours, les matériaux composites trouvent de plus en plus d'application dans la réalisation de pièces structurales de dimensions diverses dans de nombreux secteurs industriels tels que l'aéronautique, la construction automobile, le nucléaire, le génie biomédical...En effet dans ces domaines d'application le remplacement des matériaux métalliques par les composites est motivé par l'allègement des structures à propriétés mécaniques égales voir supérieures.

Le développement des matériaux composites est né de la volonté d'allier les qualités techniques au besoin d'allègement dans un même matériau, qui par la suite doit s'adapter aux solutions technologiques des problèmes à résoudre.

Un matériau composite résulte de l'association de deux matériaux différents aussi bien par leur forme que par leurs propriétés mécaniques ou chimiques pour tenter d'accroître leurs performances. Les deux constituants du composite sont la matrice et le renfort, qui en se combinant donnent un matériau hétérogène souvent anisotrope, c'est-à-dire dont les propriétés diffèrent suivant les directions. Les matériaux constituant le composite sont généralement choisis en fonction de l'application que l'on souhaite en faire par la suite. Les critères de choix peuvent être, par exemple, les matériaux composites sont formés de plusieurs couches de fibres liées par une matrice, qui est souvent une résine polymérique. Cette structure sous forme d'empilement permet de maximiser certaines propriétés mécaniques dans les directions voulues. Ainsi, le ratio rigidité/poids de la structure peut être fortement amélioré si on le compare aux métaux comme l'aluminium ou l'acier, ce qui fait des composites, une classe de matériaux de plus en plus prisée dans le domaine aéronautique propriétés mécaniques requises, la résistance à la chaleur ou à l'eau, ou même la méthode de mise en œuvre.

Il n'est plus à démontrer l'engouement et l'innovation créés par les matériaux composites dans les secteurs de la construction et du transport. Les matériaux composites répondent parfaitement à ces critères, et le large choix des constituants nécessaires à leur élaboration ouvre un vaste spectre de propriétés mécaniques.

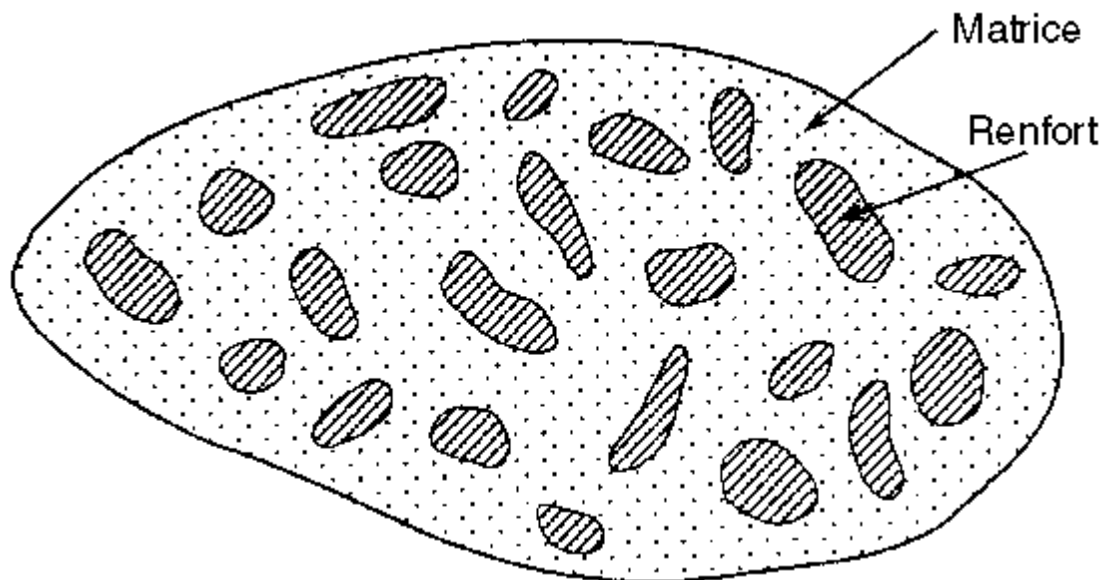
Cependant, les stratifiés sont particulièrement sensibles aux chargements, comme les impacts basse vitesse, qui peuvent créer des dommages internes invisibles à l'œil nu (délaminage, rupture de matrice et de fibres). Beaucoup de travaux de recherche ont été dédiés à l'amélioration des propriétés des composites.

Ce mémoire comporte en plus d'une recherche bibliographique, un travail expérimental en statique de stratifié [06/902]s à fibre de verre/ époxyde sollicités en flexion 3 points statique. Ainsi une observation des faciès de rupture du matériau étudié

## I.1 Définitions des composites

Un matériau composite peut être défini comme une combinaison d'au moins deux matériaux différents, à l'échelle macroscopique ou plusieurs matériaux non miscibles (mais ayant une forte capacité d'adhésion), l'assemblage final ayant des propriétés supérieures aux propriétés de chacun des matériaux constitutifs. On appelle maintenant de façon courante "matériaux composites" des arrangements de fibres, les *renforts* qui sont noyés dans une *matrice* dont la résistance mécanique est beaucoup plus faible (figure 1-1). La matrice assure la cohésion et l'orientation des fibres, elle permet également de transmettre les sollicitations auxquelles sont soumises les pièces. Les matériaux ainsi obtenus sont très *hétérogènes* et *anisotropes*.

**Figure I-1**



**Figure I-1** Schématisation des renforts noyés dans une matrice [01]

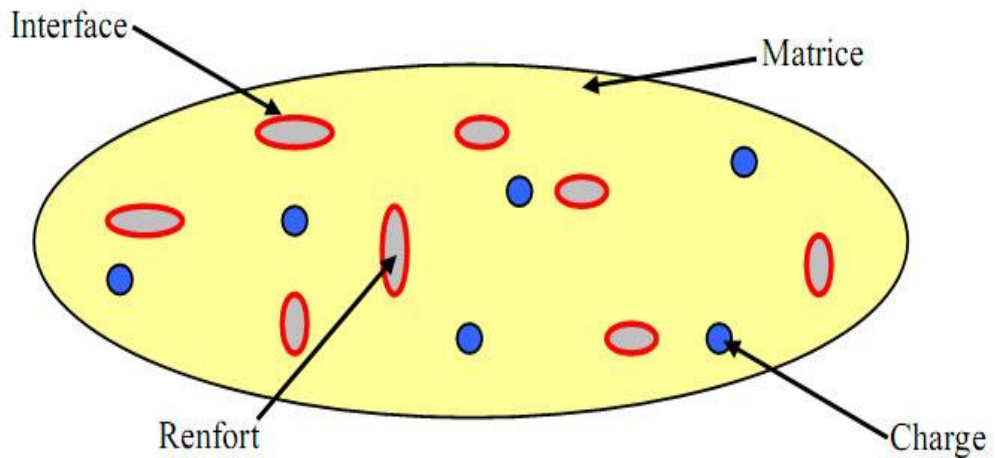
Il faut différencier charges et renforts. Les charges, sous forme d'éléments fragmentaires, de poudres ou liquide, modifient une propriété de la matière à laquelle on l'ajoute (par exemple la tenue aux chocs, la résistance aux UV, le comportement au feu...). Les renforts, sous forme de fibres, contribuent uniquement à améliorer la résistance mécanique et la rigidité de la pièce dans laquelle ils sont incorporés.

## I.2 Constituants des matériaux composites

Les matériaux composites sont constitués principalement :

- D'une matrice à laquelle sont ajoutés, dans certains composites des charges,

- D'un renfort.
- D'une interface.

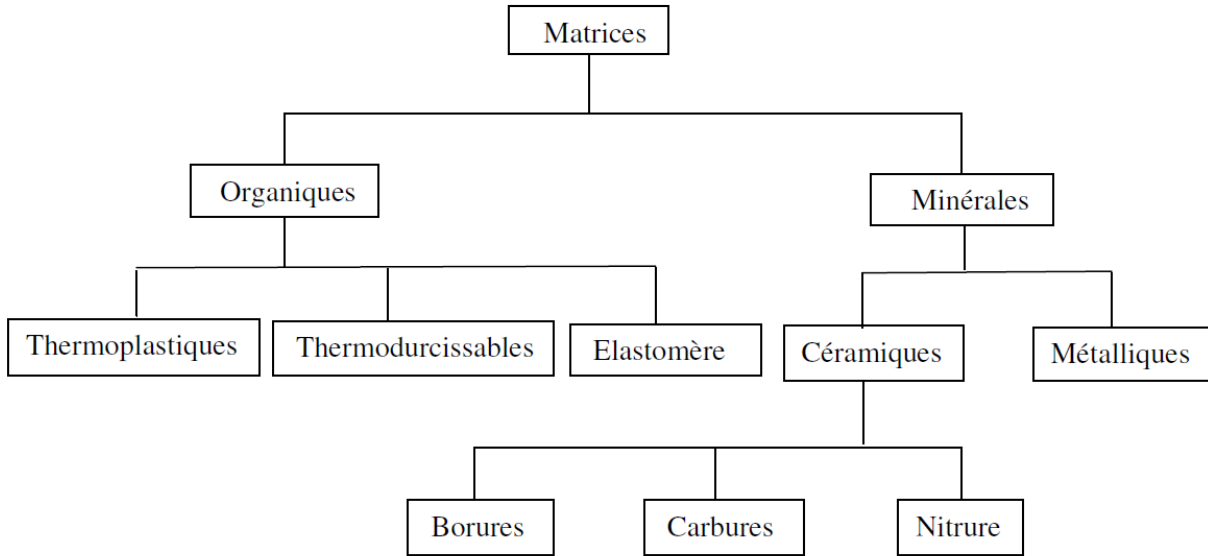


**Figure 1.2 :** matériaux composites [02]

### I.2.1 Les matrice

La matrice a pour rôle de lier les fibres du renfort fibreux entre elles, ainsi que de répartir les efforts (résistance à la compression ou à la flexion), répartir les contraintes subies, apporter la tenue chimique de la structure et donner la forme désirée au produit. La matrice est facilement déformable et assure la protection chimique des fibres. Généralement, c'est un polymère ou une résine organique. Il existe différents types de résines (figure 1-7) on utilise actuellement surtout des résines thermodurcissables (TD) que l'on associe à des fibres longues, mais l'emploi de polymères thermoplastiques (TP) renforcés de fibres courtes se développe fortement.

On peut retrouver dans l'organigramme ci-dessous, les différentes familles de matrices :



**Figure 1-3** Différentes Familles de Matrices [03]

Il est important de bien situer les différences fondamentales de ces deux types de matrices. La structure des TP se présente sous forme de chaînes linéaires, il faut les chauffer pour les mettre en forme (les chaînes se plient alors), et les refroidir pour les fixer (les chaînes se bloquent). Cette opération est réversible. La structure des TD a la forme d'un réseau tridimensionnel qui se pont (double liaison de polymérisation) pour durcir en forme de façon définitive, lors d'un échauffement. La transformation est donc irréversible.

**Tableau 1-1** Principales différences entre matrices TP et TD [04]

Matrices	Thermoplastiques TP	Thermodurcissables TD
Etat de base	liquide	solide prêt à l'emploi
Stockage	Illimité	Réduit
Mouillabilité en forts	Difficile	Aisée
Moulage	chauffage + refroidissement	chauffage continu
Cycle	Court	Long
Tenue au choc	assez bonne	Limitée
Tenue thermique	Réduite	Bonne
Chutes et déchets	Recyclables	perdus ou recyclés en charges
Conditions de travail	Propreté	émanation pour "méthode humide"

## I.2.2 Le renfort

Est une armature, ou squelette de la structure qui il assure la tenue mécanique (résistance à la traction et rigidité). Souvent de nature filamentaire (des fibres organiques ou non organiques) Ils peuvent se présenter sous de nombreuses formes : fibres courtes ou fibres continues (tissus ou textures multidirectionnelles) en fonction de l'application envisagée. Les fibres possèdent généralement une bonne résistance à la traction mais une résistance à la compression faible. Les composites artificiels sont souvent renforcés soit par des fibres, soit par des composants fabriqués à base de fibres (torons, assemblage de fibres tordues ensemble ; tissus ; mats, ou nappes). Chacune d'entre elles s'impose dans une application particulière en raison de ses propriétés spécifiques et de son prix Les principaux matériaux de renforts, sont résumés dans l'organigramme suivant :

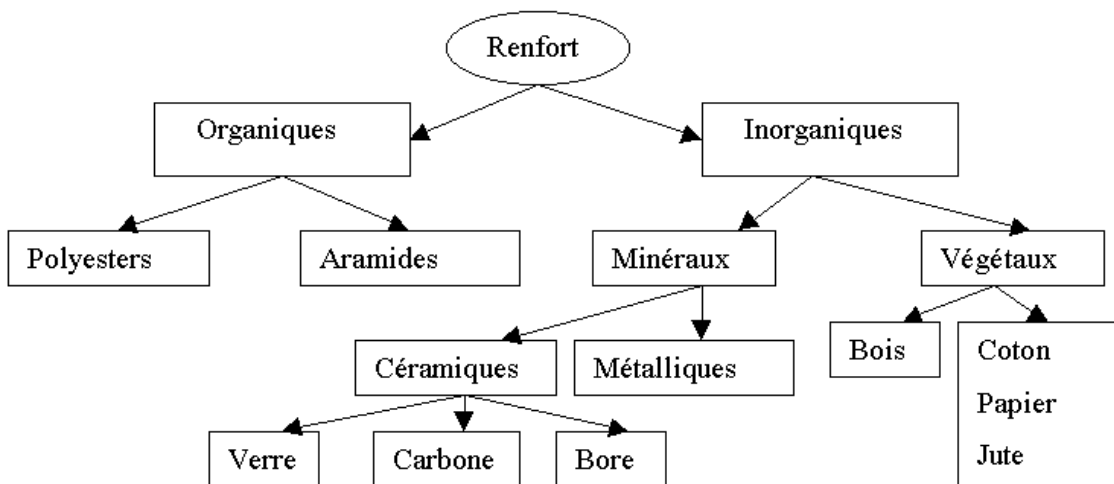


Figure 1-4 principaux matériaux de renforts [05]

## I.2.3 L'interface

L'utilisation d'une couche interface permet d'assurer la compatibilité entre le renfort et la matrice. Qui se forme spontanément lorsque deux phase sont mises en présence l'un de l'autre au moment de l'élaboration du matériau et qui se maintient entre ces deux phases pendant toute la vie du matériau, l'interface n'est pas simplement une simple discontinuité entre les deux phases du matériau hétérogène ou leur juxtaposition [12].

## I.3 Différents types de matériaux composites [2]

On distingue deux types de composites : les composites de grandes diffusions et les Composites hautes performances.

### I.3.1 Matériaux composites de grande diffusion

Les matériaux composites à grande diffusion offrent des avantages essentiels, qui sont : Optimisation des coûts par diminution des prix de revient, leur composition de polyester avec des fibres de verre longues ou courtes (sous forme de mat ou tissu) et la simplicité du principe d'élaboration du matériau (moulage par contact, SMC et injection).

### I.3.2 Matériaux composites de hautes performances

Les matériaux composites à hautes performances sont utilisés dans le domaine d'aéronautique où le besoin d'une grande performance déduite des hautes valeurs ajoutées.

Les renforts sont plutôt des fibres longues. Le taux de renfort est supérieur à 50%.

Ces composites sont élaborés par les procédures suivantes :

- Drapage autoclave, enroulement filamentaire.
- Beaucoup de procédés encore manuels.

## I.4 Domaines d'application

Les excellentes performances mécaniques des matériaux composites fibres résine en termes de caractéristiques spécifiques en font des matériaux attrayants pour l'utilisation dans les structures. En outre, l'intérêt de ces matériaux réside dans leur anisotropie aisément contrôlable par le concepteur qui peut ainsi ajuster la rigidité et la résistance en fonction des sollicitations extérieures. Ainsi l'immense avantage des matériaux composites est de pouvoir être optimisé pour chaque application : on peut placer le renfort exactement où il est nécessaire. Cette optimisation résulte en une grande performance de ces matériaux, qui sont souvent de loin les plus légers pour une résistance mécanique spécifiée. Cependant ils restent très chers à fabriquer. Leurs domaines d'application sont :

- Électricité et électronique,
- Bâtiment et travaux publics,
- Transports routiers, ferroviaires, maritimes, aériens et spatiaux (notamment militaire),
- Santé (instrumentation médicale),
- Sports et loisirs (skis, raquette de tennis, planche à voile, surf, club de golf, aviron,...).

Ainsi on note que les matériaux composites sont surtout utilisés pour des applications où une haute performance est recherchée et où le prix n'est pas le facteur primordial.



## **I.5 Avantages et inconvénients des matériaux composites**

### **I.5.1 Avantage des matériaux composites**

Les composites sont préférés à d'autres matériaux parce qu'ils offrent des atouts liés à :

- Leur légèreté.
- Leur résistance à la corrosion et aussi à la fatigue.
- Leur insensibilité aux produits comme les graisses, les liquides hydrauliques, les peintures et les solvants.
- Leur possibilité de prendre plusieurs formes, d'intégrer des accessoires et permettre la réduction de bruit [3].

### **I.5.2 Inconvénients des matériaux composites**

Cependant certains inconvénients freinent leur diffusion :

- les coûts des matières premières et des procédés de fabrication.
- la gestion des déchets engendrés et la réglementation de plus en plus stricte.

## II.1 Homogénéisation des matériaux composites

Le but de ce chapitre est de décrire la méthodologie de l'homogénéisation des matériaux hétérogènes, les techniques de génération et de maillage des microstructures 2D/3D.

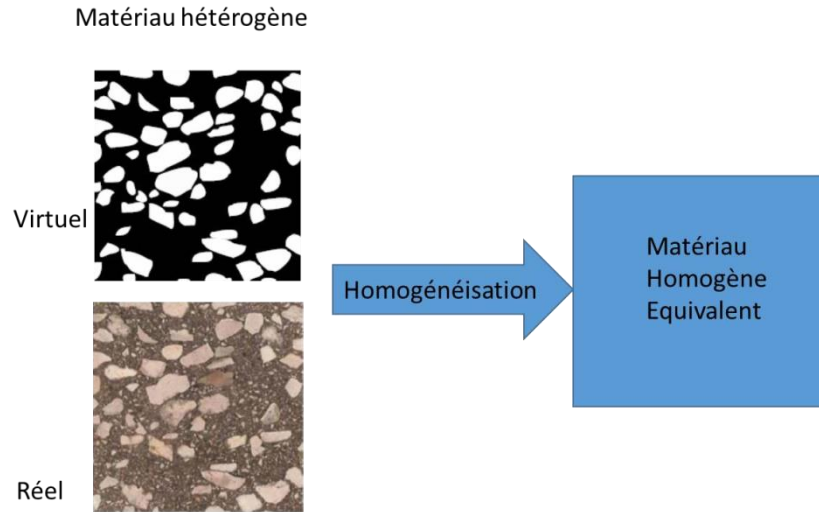
## II.2 Généralités sur les techniques d'homogénéisation

L'approche d'homogénéisation consiste à définir le comportement d'un matériau hétérogène à partir de la connaissance des comportements (thermique, mécanique, électrique et autres) de ses différents composants élémentaires.

Le matériau hétérogène peut être remplacé par un milieu homogène équivalent qui a les mêmes propriétés effectives calculées. Le calcul des contraintes moyennes ou effectives ainsi que les déformations moyennes ou effectives du milieu homogène équivalent est l'analyse de niveau globale. Le terme « homogénéisation » est le processus dont lequel sont calculées les propriétés effectives, Caboche [6].

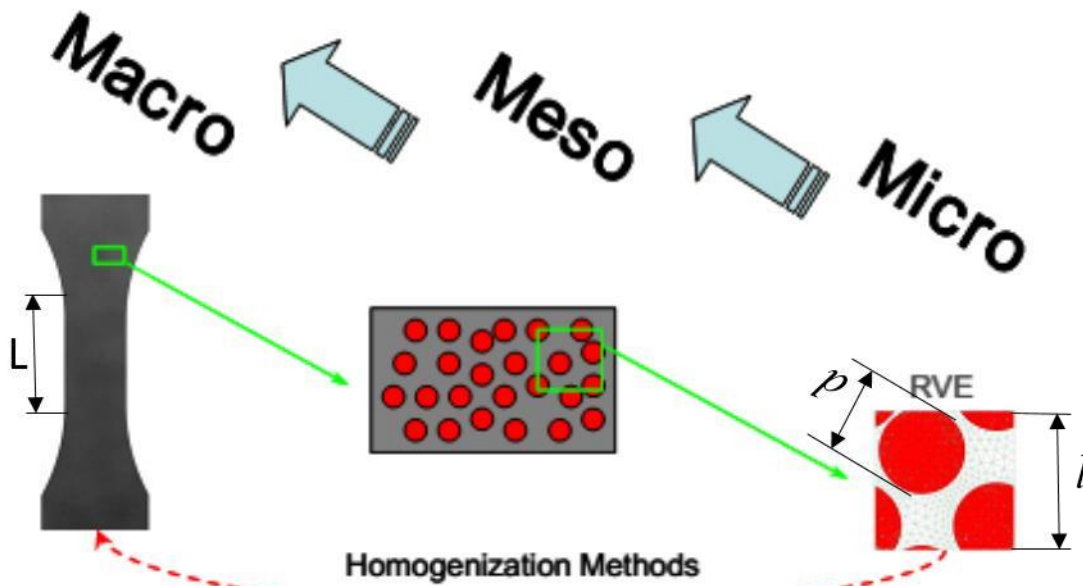
Un autre terme utilisé est la « localisation » pour déterminer la déformation et la contrainte locale ; ils peuvent être calculés en employant le rapport entre la contrainte moyenne et locale obtenue de l'analyse locale, Gitman [7].

Les figures (I.1) et (I.2), montrent la description de l'approche d'homogénéisation et les éléments nécessaires pour le passage Micro-Macro et pour l'analyse multi-échelle. On note bien que la méthode d'homogénéisation consiste à substituer un matériau hétérogène par un matériau homogène, dit matériau homogène équivalent (MHE), qui répond globalement à un chargement quelconque de la même façon. Bien sûr, ces méthodes s'appliquent à de nombreux problèmes de la physique et de mécanique tels que la conduction thermique, l'élasticité linéaire, la plasticité, la viscoplasticité, l'électromagnétisme, etc.



**Figure II.1** Principe de l'approche d'homogénéisation des matériaux hétérogènes.[06]

L'application de la procédure d'homogénéisation est basée sur le choix d'un plus petit volume élémentaire qui doit être représentatif du comportement macroscopique au niveau microscopique.



**Figure II.2** Approche et principe de l'homogénéisation numérique[07]

Ce volume est appelé volume élémentaire représentatif (VER), qui est décrit dans selon les conditions d'échelles suivantes, **figure 2** :

Si  $d$  est la taille caractéristique des hétérogénéités, et  $L$  la taille caractéristique de la structure macroscopique considérée, alors la taille caractéristique  $l$  du volume élémentaire représentatif (VER) est soumise à deux conditions :  $l \ll L$  : c'est la condition pour qu'on puisse traiter le matériau comme un milieu continu et y déterminer des champs continus de contraintes et de déformations.  $l \gg d$  : c'est la condition nécessaire pour pouvoir affecter au volume élémentaire représentatif un comportement macroscopique homogène malgré son hétérogénéité méso/microscopique.

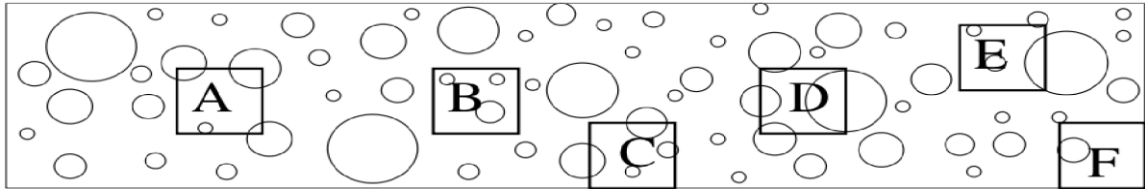
### II.3 Notion de volume élémentaire représentatif(VER) dans un matériau hétérogène

La description d'un matériau doit être suffisamment riche et réaliste pour estimer correctement les comportements macroscopiques. Pour cela, on doit définir une taille optimale pour la description géométrique suffisante de la microstructure représentative pour la propriété que l'on souhaite estimer. On parle ici de volume élémentaire représentatif volume élémentaire représentatif.

Le VER est capital pour l'évaluation de la réponse globale dans un matériau hétérogène. La connaissance de la taille du volume élémentaire représentatif est un élément essentiel lors de la prédiction des propriétés effectives thermiques ou mécaniques. Cette taille dépend de la nature et des constituants du matériau.

Dans la littérature, Plusieurs définitions sont proposées pour le concept volume élémentaire représentatif, il suffit de consulter le travail de Gitman [7]. La taille du volume élémentaire représentatif doit d'être beaucoup plus grande que la plus grosse des hétérogénéités et en plus négligeable aussi devant la taille de la microstructure. Il faut noter que l'emploi des méthodes d'homogénéisation requière la connaissance de la taille du volume élémentaire représentatif.

La figure (II.3) montre des exemples de volume élémentaire représentatif dans une microstructure à 2-phases. Dans le même exemple de microstructure, on distingue différentes situations, dites réalisations, pour représenter la taille d'un volume élémentaire représentatif. La différence entre ces exemples de réalisations concerne le nombre d'hétérogénéités dans le volume, la morphologie, la disposition des hétérogénéités et finalement leurs distributions et leurs natures.



**Figure II 3.** Exemple de VER d'une microstructure hétérogène. [08]

## II.4 Homogénéisation numérique

La mécanique des matériaux hétérogènes s'est longtemps limitée aux approches analytiques. Les progrès considérables des capacités en espace de stockage mémoire et puissance des moyens de calcul ont boosté l'utilisation de la simulation numérique. Le principe de l'homogénéisation numérique est basé sur l'utilisation de la notion du volume élémentaire représentatif. On remarque que la première étape consiste au choix du volume élémentaire représentatif puis la définition de la géométrie globale du matériau et finalement vient le maillage et la simulation numérique du comportement thermique ou mécanique.

## II.5 Outils et méthodologie

Cette partie présente une description de la méthodologie de génération et de maillage des microstructures multi-phases 2D/3D. Ces microstructures multi-phases, contenant une distribution aléatoire d'inclusions de forme circulaire/sphérique.

L'homogénéisation numérique des matériaux hétérogènes passe par trois étapes principales :

- La génération des échantillons numériques du milieu hétérogène considéré 2D/3D ;
- Le maillage des images/volumes ;
- Les calculs numériques mécaniques/thermiques.

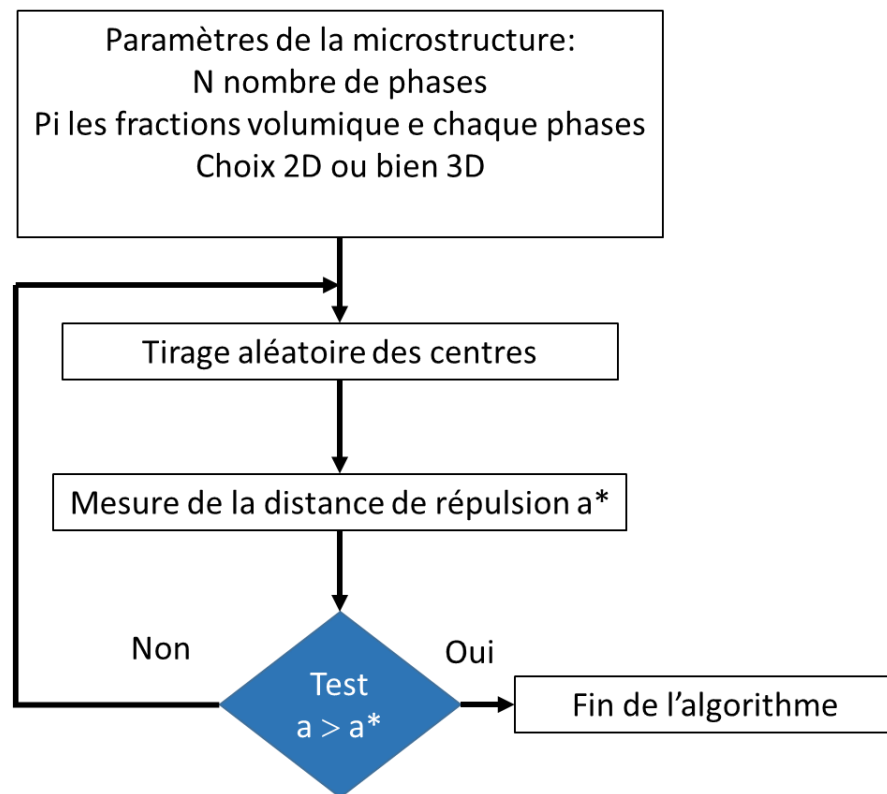
## II.6 Génération des échantillons numériques du milieu hétérogène

Dans ce travail, les exemples de microstructures 2D/3D sont générés suivant le processus de Poisson. Ce dernier est bien adapté aux microstructures aléatoires et isotropes. C'est le fondement de la majorité des modèles probabilistes de génération des structures. Ce processus a été utilisé par plusieurs auteurs, [7] pour la génération des microstructures aléatoires des mosaïques de Voronoï, puis par Jean [9] pour la génération des microstructures des élastomères renforcés par le noir de carbone. L'intérêt des modèles aléatoires est de

permettre facilement la création de nouveaux exemples de matériaux sans passer par les morphologies des matériaux réels, complexes des microscopes ou de la tomographie.

La distribution des particules dans le domaine 2D/3D de la microstructure est générée de la façon suivante :

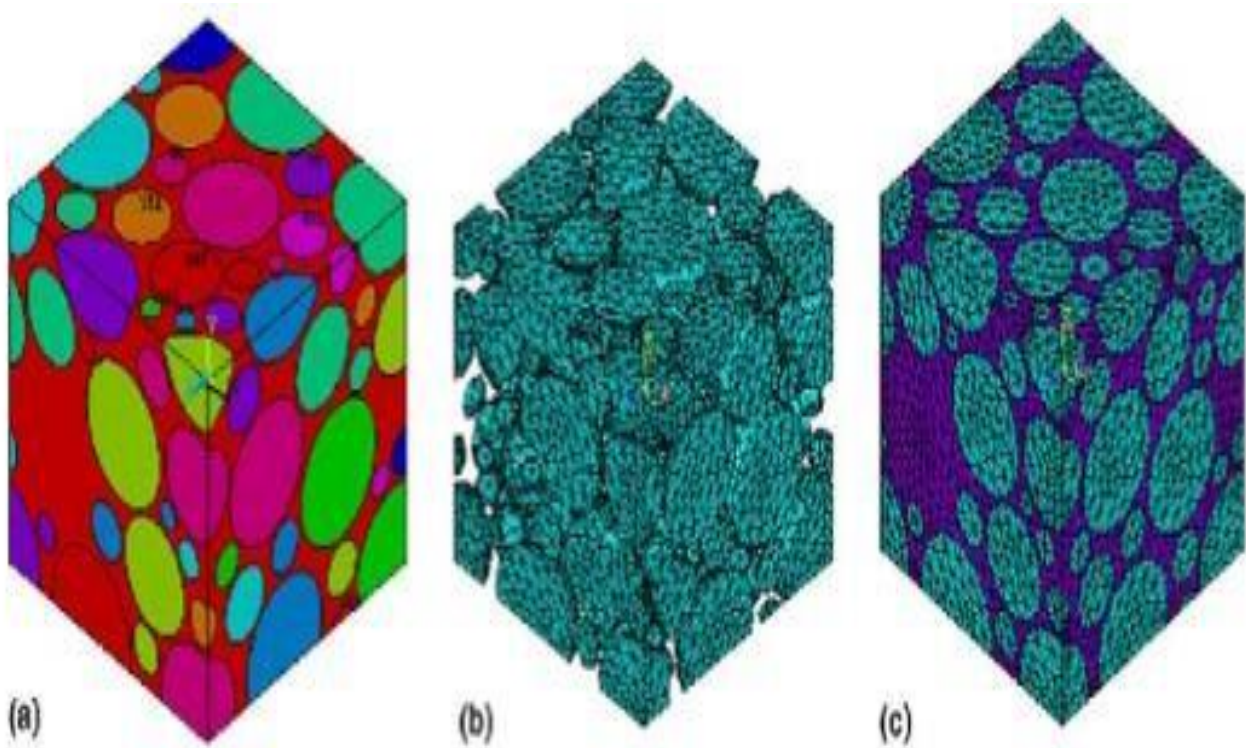
Les centres  $M_i$  des sphères sont générés aléatoirement dans l'espace 2D selon un processus de Poisson. Pour notre cas d'étude, il n'y a ni contact ni interpénétration entre les particules, une distance de répulsion est imposée afin de satisfaire cette condition. Si la position  $M_i$  de l'inclusion ne satisfait pas la distance minimale de répulsion, elle est remplacée de nouveau jusqu'à ce que la condition soit vérifiée dans une autre position du volume. Des nouvelles inclusions sont rajoutées par la même façon jusqu'à ce qu'on obtient la fraction volumique souhaitée, **voir figure (II.4)**



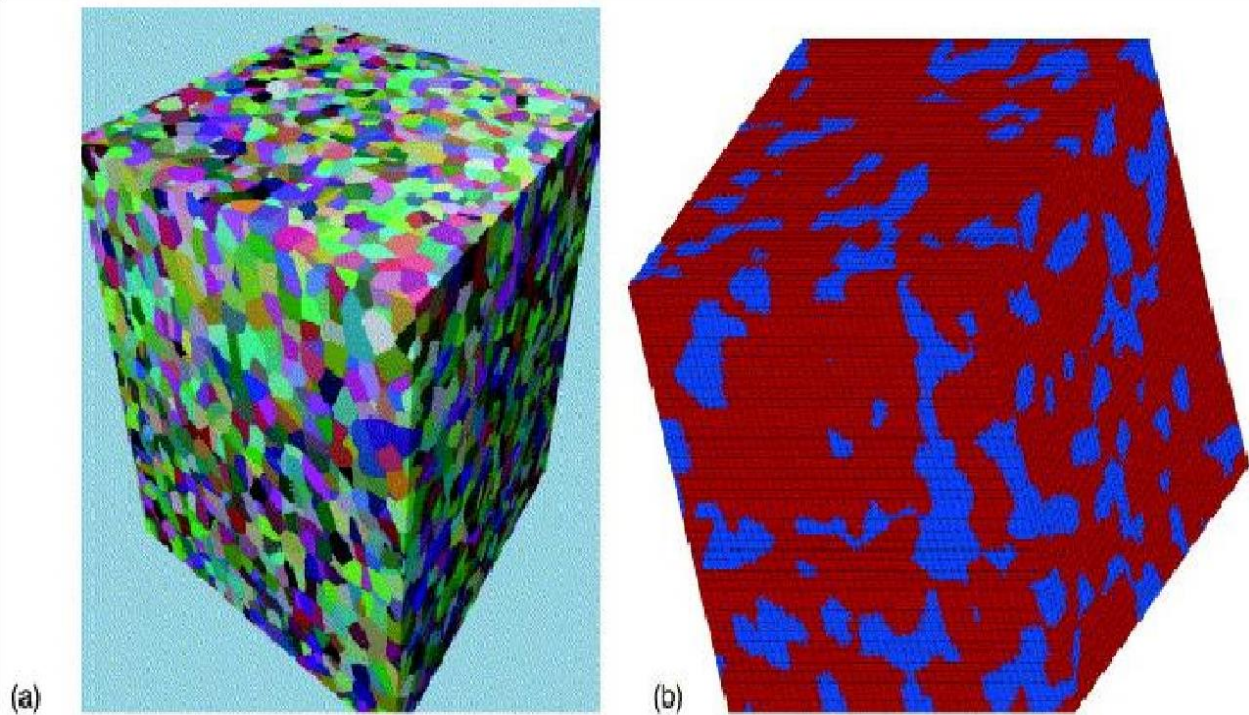
**Figure II 4.**Organigramme de Poisson[09]

Parmi les organigrammes existant les plus utilisés pour la génération et la simulation des matériaux hétérogènes on cite aussi, le Random Sequential Adsorption (RSA). Celui-ci consiste à générer de façon aléatoire des particules sphériques et identiques d'une manière séquentielle, on peut citer Segurado and Llorca [10], Kari [11] pour les particules sphériques, puis Pierard [12] pour le cas des ellipses.

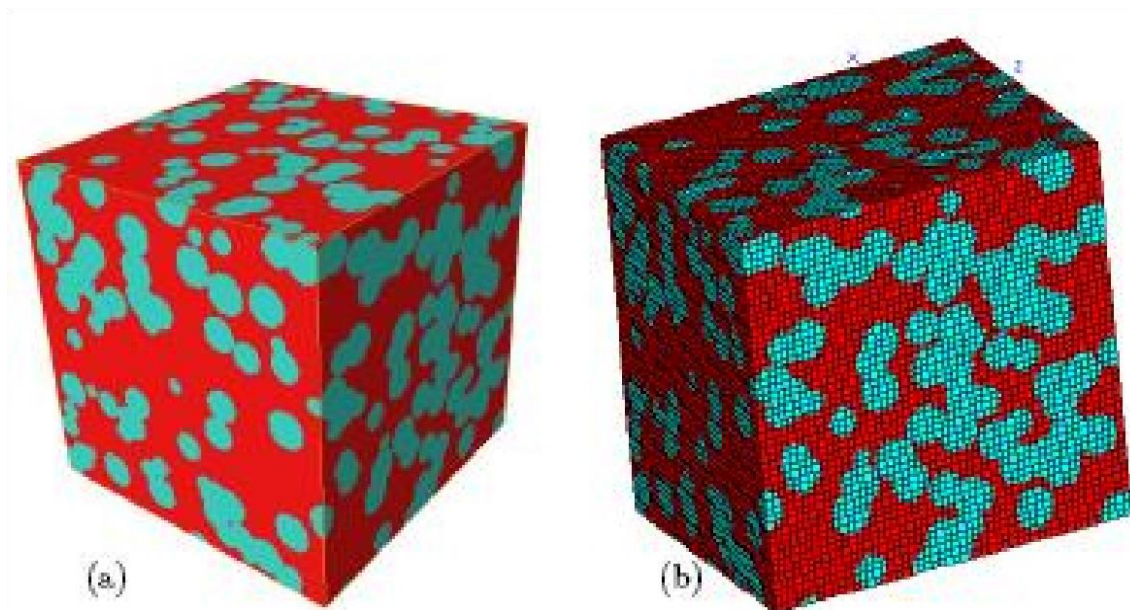
Les **figures (II.5)** et **(II.6)** montrent des exemples de microstructures hétérogènes virtuelles générées respectivement par les deux algorithmes de la morphologie mathématique : RSA et le Processus de Poisson.



**Figure II 5.** Microstructure générée par RSA, (a) image virtuelle. (b) maillage des particules et (c) maillage du composite [10]



**Figure II 6.** Mosaïque de Voronoï généré par le processus de Poisson : (a) microstructure avec 8000grains et (b) maillage de la microstructure [11]



**Figure II 7.** Microstructure virtuelle d'un élastomère chargé de particules, générée par le processus de Poisson et son maillage.[12]

Nous nous intéressons dans notre cas aux microstructures multi-phases aléatoires générées virtuellement par le processus de Poisson. Les microstructures sont de type matrice inclusion.

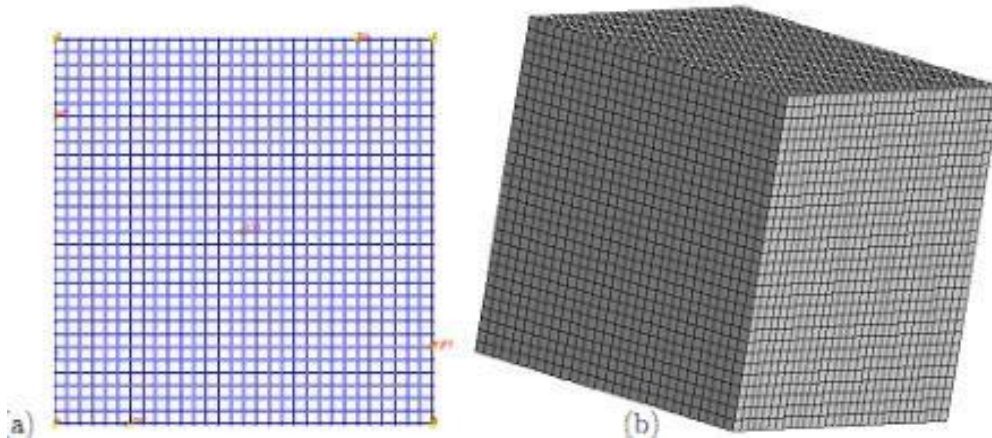


Les microstructures sont générées pour les différentes fractions volumiques prédéfinies.

## II.7 Maillage des microstructures

Le choix des méthodes numériques pour résoudre le problème de microstructure nous oblige à utiliser la méthode des éléments finis. Cela nécessite la génération d'un maillage discrétisant la géométrie ou bien la microstructure 2D/3D. La technique de création et maillage d'un matériau hétérogène s'appuie sur deux phases : représentation surfacique de matériau ; maillage surfacique.

La première phase est la représentation des microstructures : elle est obtenue en utilisant les outils de conception assistée par ordinateur (CAO). Les microstructures 2D/3D obtenues sont finalement introduites dans des logiciels pour une discrétisation réaliste, voir **figure II.8**.



**Figure II 8.** Maillage de la microstructure.

La phase suivante consiste à superposer le maillage sur des images de microstructure 2D/3D générées par le processus de Poisson. Deux méthodes de maillage existent, la technique de maillage multi-phase et la technique de maillage libre. La méthode des éléments multi-phases est déjà utilisée par plusieurs chercheurs, voir Barbe [9] pour une étude élasto-plastique des matériaux hétérogènes, et Khdir [12] pour le maillage des images réelles d'un composite obtenues par microscope à transmission.

Dans cette méthode, le comportement mécanique ou thermique associé aux phases est attribué à chaque point d'intégration de chaque élément. L'utilisation de cette méthode dans le cadre de ce travail vient du fait que dans les travaux précédents, une comparaison entre cette méthode et d'autres types de maillage a été effectuée.

La deuxième méthode est le maillage libre qui se base sur le maillage de chaque phase de la microstructure 2D/3D séparément, ce qui engendra une taille très importante en ce qui concerne l'espace mémoire. L'utilisation de cette technique nécessite les moyens de calcul puissant donc un coût élevé.

Par comparaison entre les deux techniques et selon les résultats finaux, les valeurs des grandeurs macroscopiques sont identiques dans les deux cas du maillage, sachant que le nombre des EFS utilisé dans le cas d'un maillage multiphasique est inférieur au cas du maillage libre. Cette différence au niveau du nombre des éléments finis(EF) influence le temps de compilation ainsi que la mémoire des machines demandée. Il est à noter que la méthode des éléments multiphasés nécessite peu de mémoire et peu du temps de convergence par rapport à la méthode de maillage libre.

Le maillage EF associé pour chaque microstructure est obtenu à l'aide de la méthode des éléments multi-phases, qui est présenté par la **figure II.6**. On rappelle que ces microstructures sont générées selon une distribution poissonnienne, puis implémentées dans le code Zébulon pour les calculs EF.

## **II.8 Les calculs numériques mécanique/thermique.**

Une fois la phase de génération et de maillage des microstructures 2D/3D achevée, l'étape de calcul numérique de la résolution du problème thermique ou mécanique est entamée. Le matériau est sollicité par des efforts mécanique ou bien thermique suivant le cas des propriétés effectives voulus. Dans ce cas des conditions aux limites spéciales dans le monde de l'homogénéisation des matériaux hétérogènes sont imposées et utilisées.

## **II.9 Bornes et modèles analytiques**

Plusieurs travaux sur les bornes encadrant les propriétés effectives, et les modèles donnant des estimations approchées sont proposés. Il existe plusieurs types de bornes qui se différencient par la précision de prédiction. Les estimations analytiques donnent des valeurs acceptables des propriétés effectives, pour quelques types de matériau hétérogène. Dans ce travail, les modèles analytiques sont présentés dans l'annexe 1 pour le cas élastique pour le cas thermique

### III.1 Introduction

L'évaluation de la rigidité des matériaux dans le domaine de la micromécanique (les approches des matériaux et d'élasticité a été considérée par Chamis et Sendekyj en différentes classes : analyse de compensation, la mécanique des matériaux approche, modèles auto-cohérents, techniques vibrationnelles utilisant les principes de bornage d'énergie, solutions exactes, statistiques approchées, méthodes des élément fini, approches semi-empiriques et théories de microstructure. Toutes (les approches ont l'objectif commun en la prédiction de la rigidité des matériaux composites, sauf les deux premières approches qui utilisent une partie ou l'ensemble des principes de la théorie de l'élasticité à des degrés divers, considérés ici comme des approches d'élasticité. L'objectif de ce chapitre se familiariser avec les théories de la micromécanique après les concepts de base introduites par l'utilisation de la mécanique typique de raisonnement des matériaux.

Les principes de l'énergie variationnel issue de la théorie de l'élasticité classique sont aussi utilisés pour déterminer les bornes supérieure et inférieure sur le module d'un pli. Cependant, cette approche conduit généralement à des bornes qui ne pourraient pas être suffisamment proche pour l'utilisation pratique. Aussi, tous les principes de la théorie d'élasticité sont invoqués pour déterminer les modules d'un pli. En raison de la complexité résultant du problème, des nombreuses techniques analytiques avancées et les procédures de résolution numérique sont aussi utilisées dans la théorie pour obtenir des solutions. Toutefois, les hypothèses faites dans ces analyses relatives à l'interaction entre les fibres et la matrice ne sont pas tout à fait réaliste. Il existe aussi l'approche de la contigüité, les équations de Halpin-Tsai.

### III.2 Les Bornes du module de Young

#### III.2.1 Borne inférieure sur le module de Young

La base pour la détermination d'une borne inférieure sur le module d'Young est basée sur du principe de l'énergie complémentaire minimum qui peut être formulée en considérant

Les états de tractions (forces et moments) appliquées sur la surface d'un corps. Les contraintes  $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \sigma_z^0, \tau_{xy}^0, \tau_{yz}^0, \tau_{zx}^0$  constituent qui satisfait les équations d'équilibre et elles respectent de les conditions aux limites spécifiées champ de contrainte admissible.  $U^0$  est

l'énergie de déformation de l'état de contrainte vis-à-vis, données par l'utilisation de la relation contrainte-déformation avec un simple réarrangement de la relation contrainte-déformation isotrope :

$$\frac{1}{E} \leq \frac{V_m}{E_m} + \frac{V_d}{E_d} \quad (1)$$

$$E \geq \frac{E_m E_d}{V_m E_d + V_d E_m} \quad (2)$$

$$\sigma_x = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} (\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) + \frac{E}{(1+\nu)} \epsilon_x \quad (3)$$

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \gamma_{xy} \quad (4)$$

C'est une borne inférieure sur le module d'Young E des matériaux composites sur le plan des modules et des fractions volumiques des matériaux constitutifs. Notez que cette limite coïncide avec la valeur du module transversal aux fibres par l'approche de la mécanique des matériaux.[14]

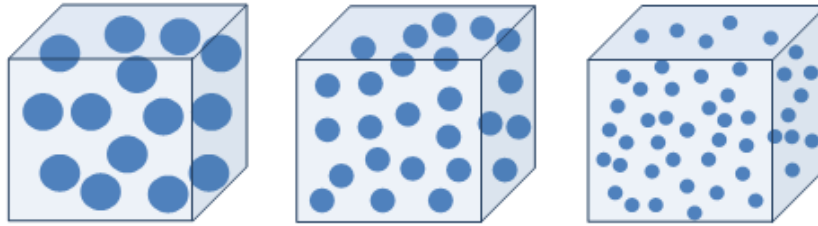
### III.2.2 Borne supérieure sur le module de Young :

La base pour la détermination d'une borne supérieure sur le module d'Young est le principe d'énergie potentielle minimale qui peut être énoncé comme étant : les déplacements être spécifiés sur la surface du corps, sauf lorsque la traction correspondante est nulle. Les déformations

$\epsilon_x^* \epsilon_y^* \epsilon_z^* \gamma_{xy}^* \gamma_{yz}^* \gamma_{zx}^*$  Peuvent être aussi compatibles avec n'importe quelle déformation qui remplit les conditions aux limites spécifiées au déplacement, et à un champ de contrainte admissible. On définit U\* comme étant l'énergie de déformation de l'état de déformation. Par l'utilisation des relations contrainte-déformation :

### III.3 Génération des particules en 3D dans un volume cubique

Dans cette partie, on introduit le concept lié à la génération des microstructures à deux phases dans le but d'effectuer l'analyse micromécanique. La génération des microstructures se fait à l'aide des scripts programmés à l'aide d'un langage de programmation au sein d'un outil de graphisme 3D. L'idée de ces scripts est basée sur l'algorithme du schéma d'addition séquentielle aléatoire (RSA). Dans ce cas un algorithme est utilisé pour la génération 3D (Figure III.1).



**Figure III.1** Génération des particules en 3D dans une cellule cubique

Afin de pouvoir générer un modèle de répartition aléatoire de particules 3D dans une cellule élémentaire VE cubique nous avons développé par la suite l'algorithme permettant un tirage pseudo-aléatoire du centre des particules en prenant en compte l'utilisation des contraintes de répartition et non collision de ces particules entre elles et entre les parois de cette cellule.

La génération de cet algorithme permet de créer des cellules en 3D pour des modèles représentatifs. Le concept de génération de particules dans les cellules qui sont distribuées aléatoirement dans cette cellule, consiste à introduire les contraintes géométriques suivantes :

- Les particules sont de même taille (diamètre) ;
- Les particules ne doivent pas chevaucher entre elles ;
- Les particules ne doivent pas touches les parois de la cellule ;

L'algorithme est basé aussi sur le paramètre de la cellule qui est sa taille  $l$ . Le volume de la cellule et le volume des particules sont liés entre elles en fonction de la fraction volumique des particules avec la relation :

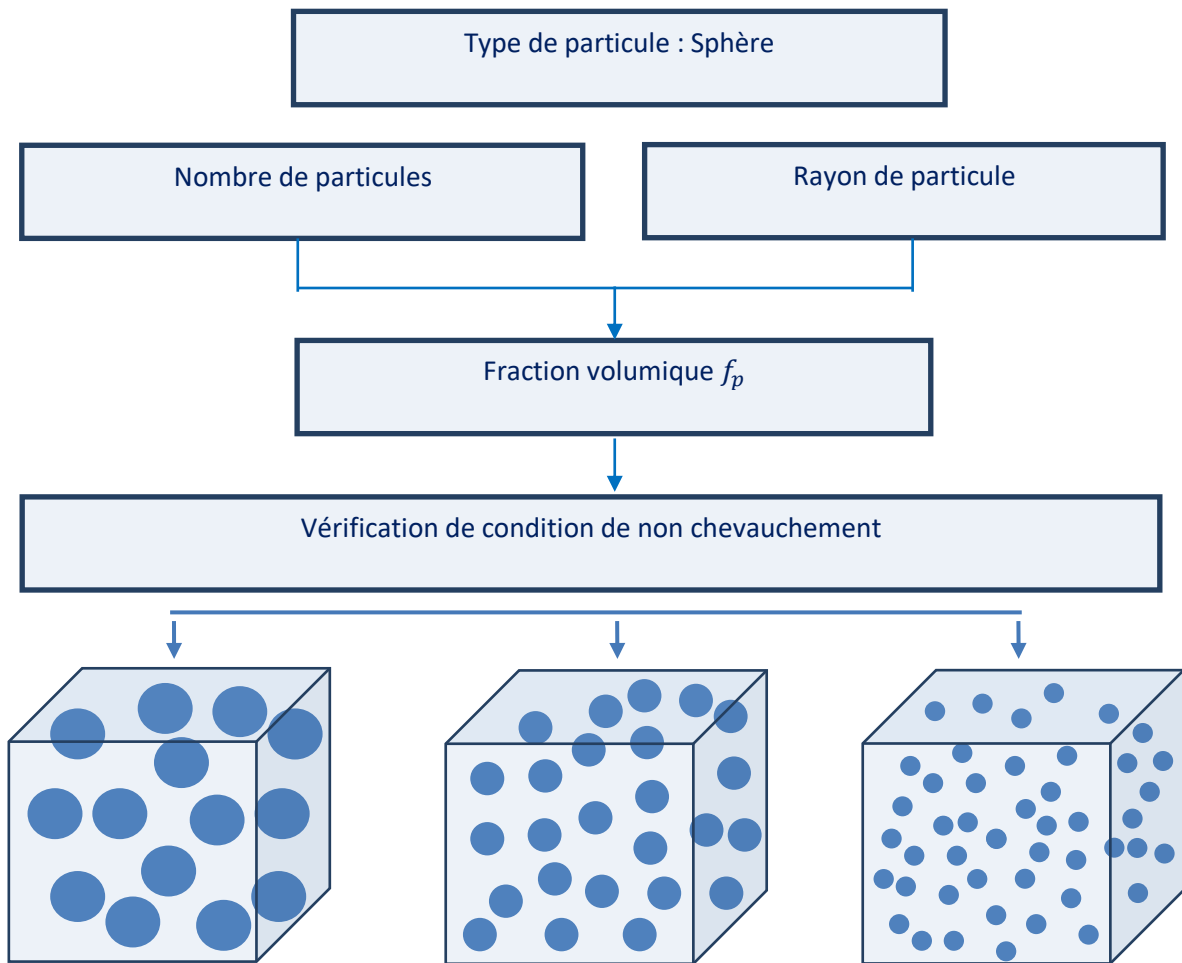
$$f_{particule} = N_{particule} \cdot S_{particule} / S_{cellule} \quad (5)$$

Avec :  $f_{particule}$  est la fraction volumique des particules

$S_{particule}$  et  $S_{cellule}$  représentant l'aires de particule et de la cellule

Le nombre de particule  $N_p$ , la taille de la particule  $d_p$  et la fraction volumique des particules  $f_p$  dans la cellule.

Les données initiales de l'algorithme sont : le choix de type de particules, leur nombre, leur fraction volumique dans la cellule élémentaire et le type d'arrangement de ces particules **Figure (III.2).**



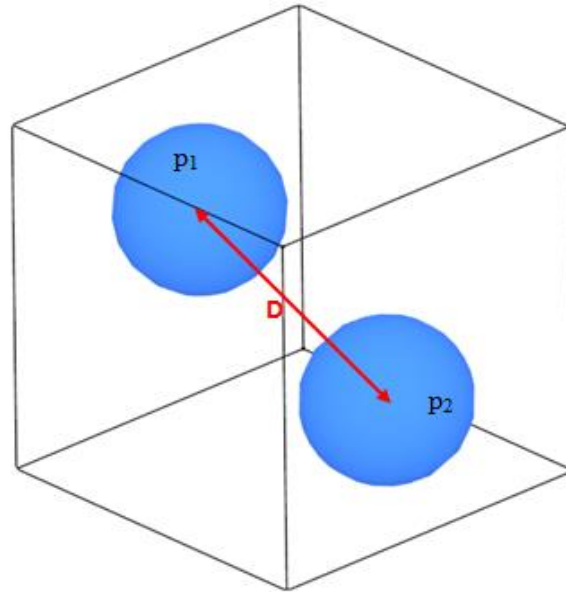
**Figure III.2** Propriétés géométriques de la cellule cubique

La Figure III.3 donne un schéma sur les particules et la distance entre deux géométries (cercle-cercle). Les coordonnées des centres des particules,  $O_1(x_1, y_1, z_1)$  et  $O_2(x_2, y_2, z_2)$  sont tirées aléatoirement. Afin de vérifier la condition de non collision des particules, nous recherchons deux points  $p_1$  et  $p_2$  de deux particules.

La particule 1 de coordonnées  $(x_1, y_1, z_1)$  et la particule 2 de coordonnées  $(x_2, y_2, z_2)$  doivent justifier la condition la distance ( $D$ ) entre les deux centres des particules soit :

$$D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (6)$$

Ainsi la condition de la collision d'une particule avec la paroi de la cellule cubique doit être justifiée, c.à.d. si le paramètre  $D$  est inférieur au diamètre des sphères il y a collision. Si le paramètre  $D$  est supérieur au diamètre des sphères il n'y a pas collision.



**Figure III.3** Définition de la géométrie et du paramétrage des particules

Pour la génération des modèles de répartition aléatoire de particules (sphères, cubes et ellipsoïdales) dans une cellule cubique nous avons développé un algorithme (**Figure III.3**) permettant un tirage pseudo-aléatoire du centre des sphères en prenant en compte un paramètre de non collision entre les particules afin d'éviter toute interférence des particules entre elles, et la condition de non collision de ces particules avec la cellule. La dispersion de nos particules dans le VER étant considérée aléatoire, la création géométrique du VER est faite avec le code Python.

La dispersion des particules dans la cellule élémentaire VE étant considérée aléatoire, la création géométrique du VE qui contient ces particules est basée sur la programmation d'un script comme dans le cas d'une cellule à deux dimensions, mais avec quelques changements dans l'algorithme. Les données initiales de la génération sont ; la taille de la cellule  $L$ , la taille de la particule et leur orientation pour les formes ellipsoïdales et cubiques, et la fraction volumique des particules. L'algorithme présenté dans la **figure III.4** a donc été développé grâce à une programmation en base de Python.

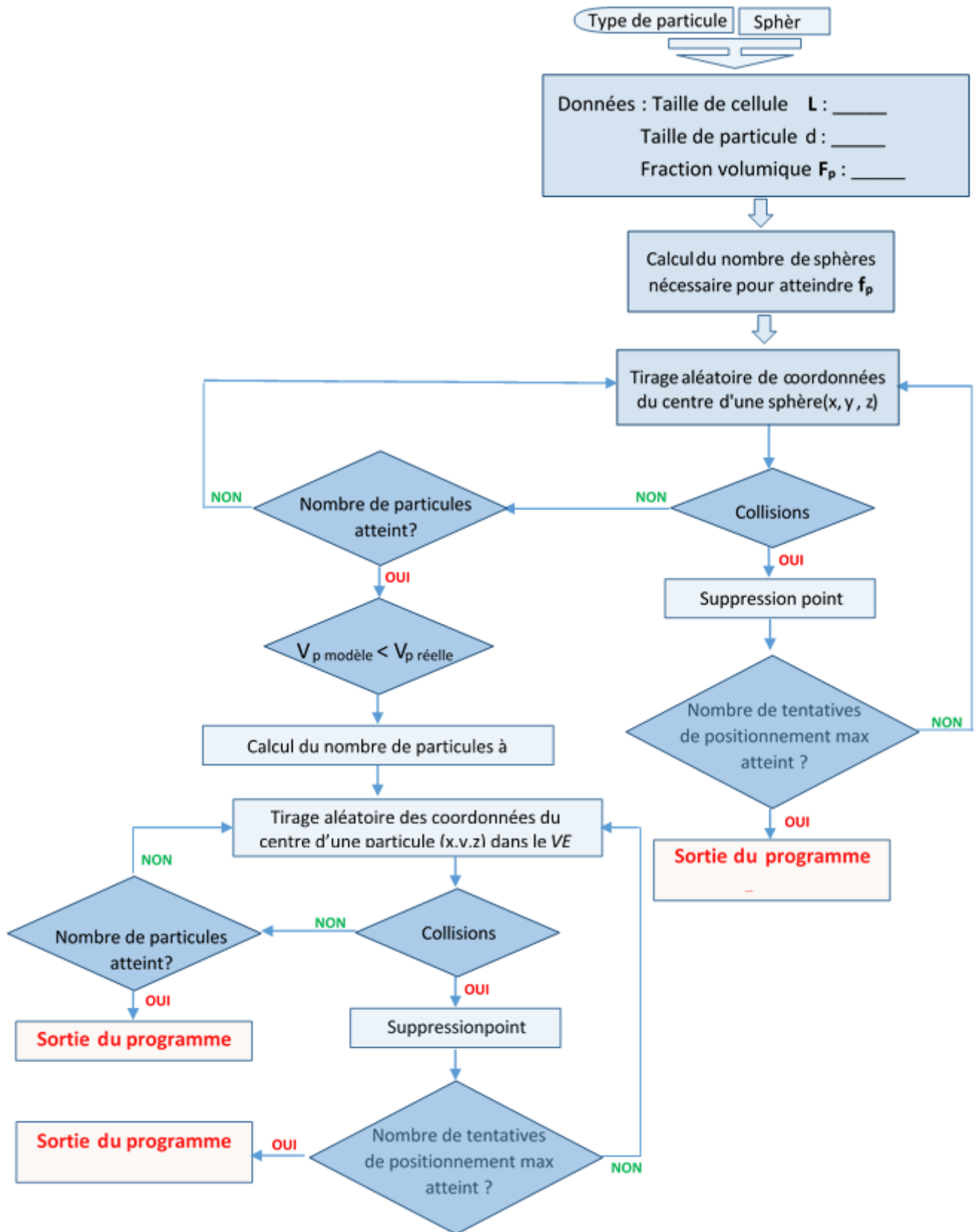


Figure III.4 Organigramme de génération aléatoire de particules en 3D dans un VE. [13]



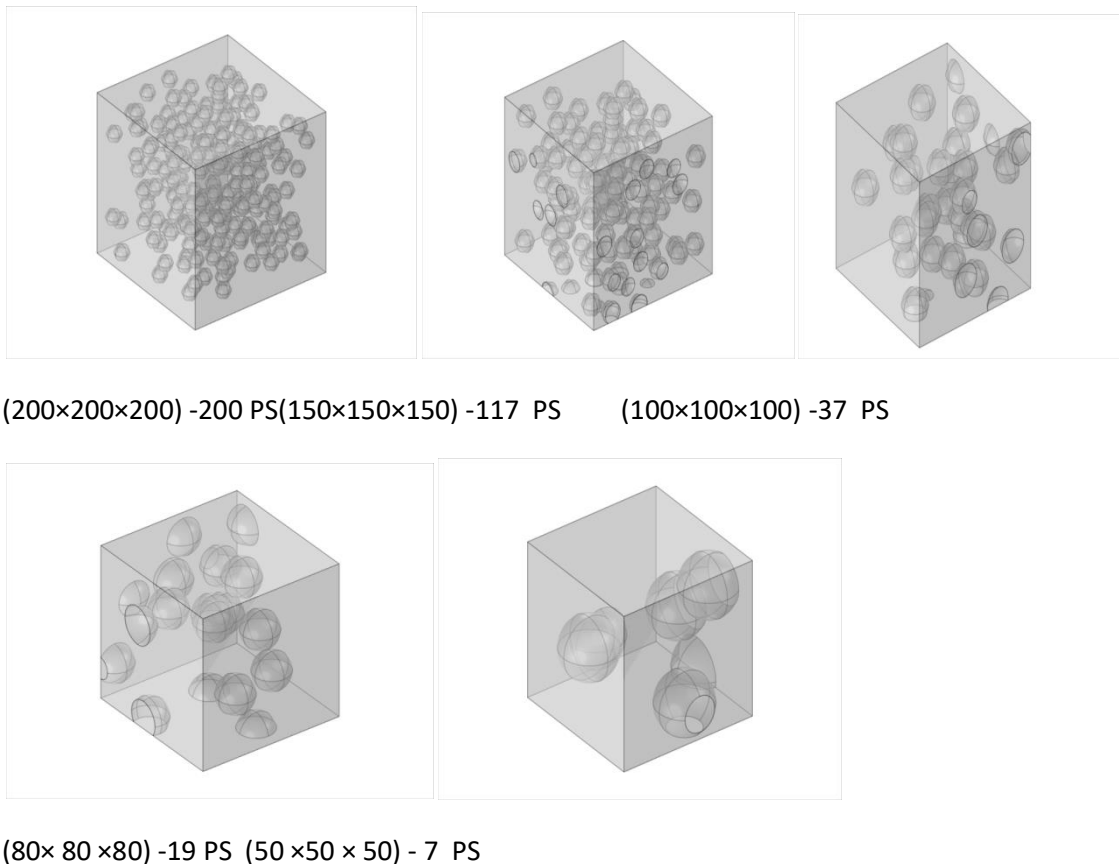
### III.4 Matériaux et Méthodes

#### III.4.1 Description de la microstructure

La microstructure utilisée dans ce travail est un cube constitué d'une phase, une matrice  $m$ , et une inclusion. Deux fractions volumiques différentes de matrice sont considérées  $P=10\%$ ,  $20\%$ . La phase (inclusion) ayant la fractions volumiques  $P =10\%$ ,  $20\%$ , le nombre d'inclusions  $M=200$ , le diamètres  $R$  et différentes propriétés élastiques

Les Volumes représentatifs pour différents fractions volumiques (10, et 20%) et pour différentes dimensions (200×200×200), (150×150×150), (100×100×100), (80× 80 ×80)

(50 ×50 × 50), (20×20×20) sont présentés par la **figure III.5**:



**Figure III.5** Les tailles de volume de la microstructure 3D utilisé pour les fractions volumique 10% et 20%.

### III.4.2 Propriétés élastiques des phases

Les cellules représentent la microstructure d'un matériau poreux à étudier. Chaque phase est caractérisée par ces propriétés mécaniques (le module de Young ( $E$ ) et le coefficient de Poisson ( $\nu$ ) qui seront utilisées dans les simulations numériques. Les propriétés élastiques du matériau étudié sont indiquées dans le Tableau III.1.

**Tableau III. 1** Propriétés élastiques des composants

Constitution	$E$ [MPa]	$\nu$
Matrice	3097,13	0,37
Inclusion	40	0,40

### III.5 Maillage 3D des microstructures

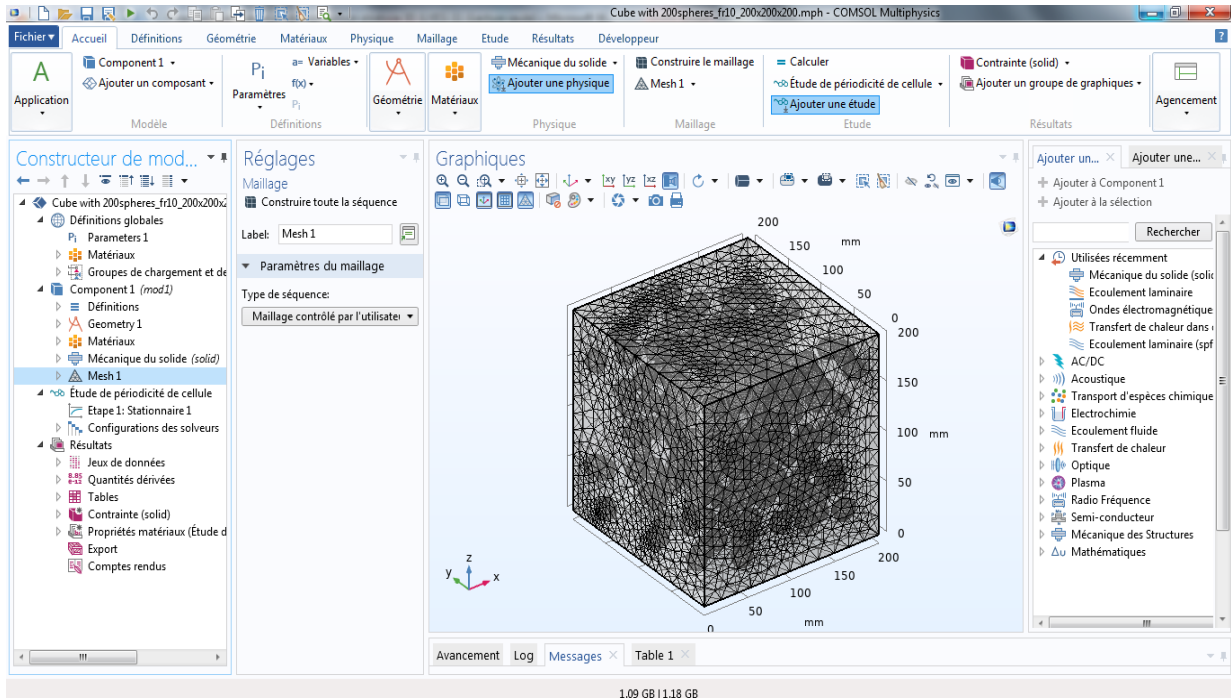
Le choix des méthodes numériques pour résoudre le problème de microstructure nécessite la génération d'un maillage discrétisant la géométrie. La méthodologie pour créer et mailler un volume de matériau hétérogène s'articule principalement autour de trois étapes :

- Représentation surfacique de matériau ;
- Maillage surfacique ;
- Maillage volumique (passage de surface vers le volume) ;

Dans ce travail, la représentation des modèles en 3D se fait en utilisant le script de génération des particules. Pour faire le maillage de ces modèles, on utilise le logiciel Comsol (Figure III.6), cet outil est un outil de simulation numérique qui permet de faire plusieurs études des problèmes physiques.

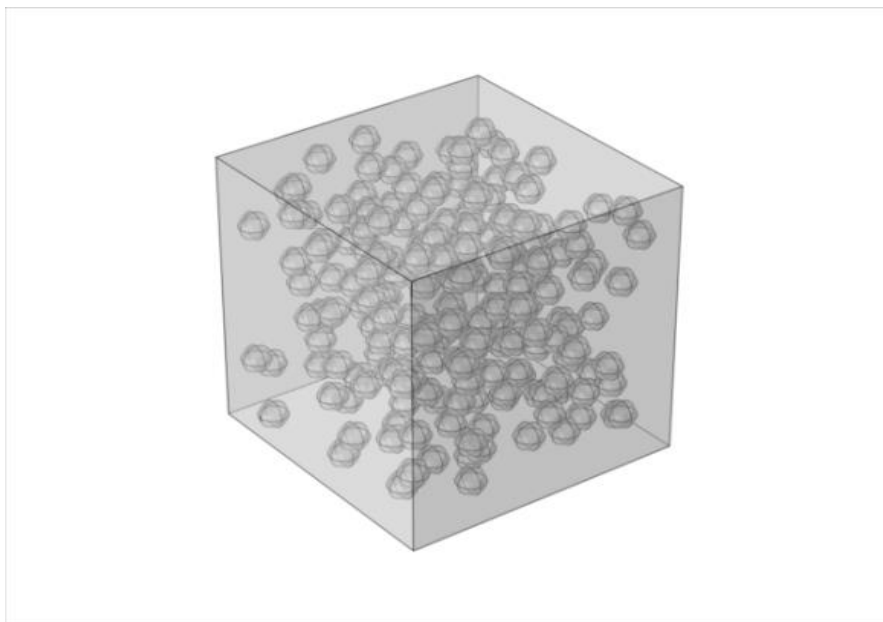
Les étapes à suivre pour la modélisation de notre problème avec l'outil Comsol sont les suivantes :

- Importer le modèle généré avec l'extension supporter par Comsol (extension STL) ;
- Ajouter une étude stationnaire ;
- Ajouter un physique (Transfert de chaleur dans des solides) ;
  - Introduire un matériau pour chaque phase ;
  - Ajouter un maillage pour la structure ;
  - Faire le calcul éléments finis (MEF) ;

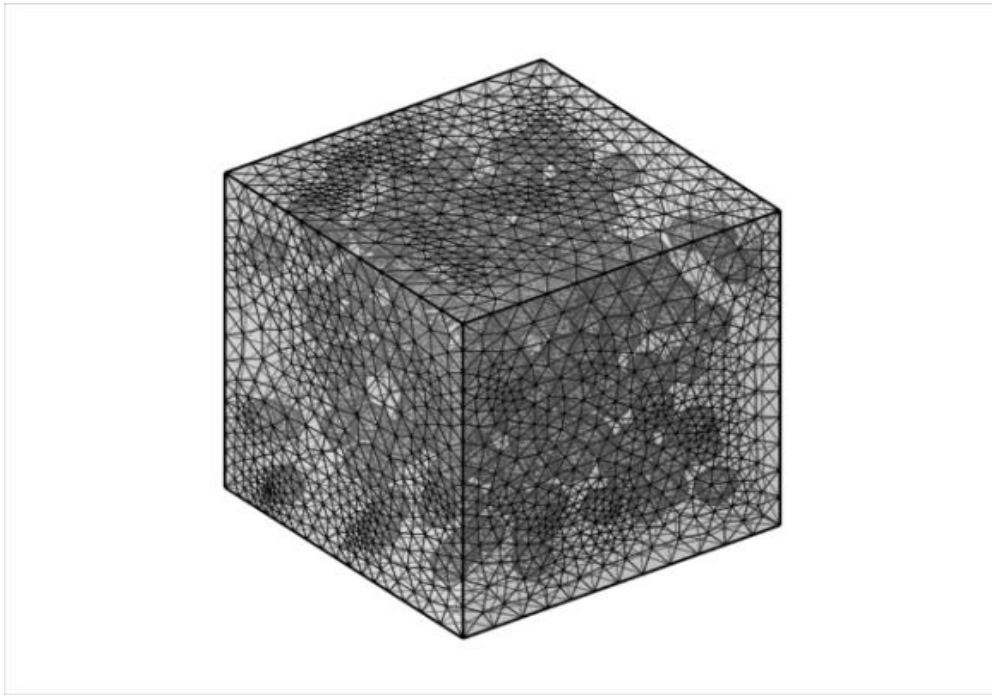


**Figure III.6** Interface du logiciel Comsol

Le maillage EF associé pour chaque microstructure est obtenu à l'aide de la méthode des éléments multiphase, qui est présenté par **Figure (III.7)**.



(a)



(b)

**Figure III.7 Maillage** de microstructures hétérogènes : (a) microstructures utilisé, (b) maillage associé.

### III.6 Différentes types et méthodes de maillage

Il existe plusieurs types de maillage pour le cas des microstructures, parmi ces types on cite : le maillage régulier et le maillage adaptatif.

#### III.6.1 Maillage régulier

Il s'agit de construire un maillage simple régulier du volume 3D de l'échantillon et d'attribuer aux éléments finis les caractéristiques de la phase dans laquelle ils sont situés. Il est également possible d'utiliser des éléments "multi phases" où l'attribution des propriétés de chaque phase se fait sur les points d'intégration des éléments selon la phase dans laquelle ils sont situés. On trouvera plus de détails sur les éléments multi phases, ainsi que des exemples d'utilisation dans les références (Steinkopff et Sautter, 1995a, b ; Lippmann et al. 1997 ; Kanit et al. 2003 ; Khdir, 2013 ; El moumen 2014). L'avantage majeur de cette méthode réside dans la simplicité et la rapidité avec laquelle est créé le milieu hétérogène. De plus, la méthode est applicable à tout type de milieu hétérogène.

#### III.6.2 Maillage adaptatif

Cette méthode consiste à utiliser un maillage initial quelconque (libre ou régulier), suffisamment fin, et à déplacer certains nœuds du maillage pour les faire coïncider avec les

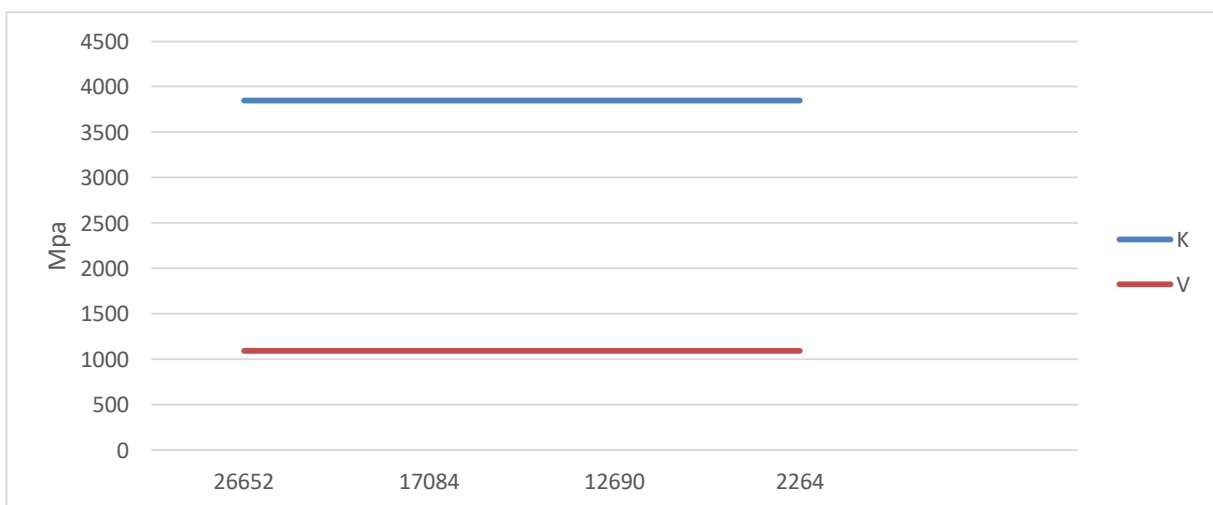
interfaces. La méthode permet de conserver la topologie des interfaces de la microstructure. (Steinkopff et Sautter, 1995a,b) proposent une méthode d'adaptation du maillage en identifiant les nœuds les plus proches des frontières et en imposant des déplacements de ces nœuds dans les directions normales aux frontières. L'algorithme d'adaptation est détaillé dans la référence (Steinkopff, 1993).

### III.7 Problématiques liées au maillage éléments finis

La modélisation des matériaux hétérogènes par des techniques numériques est basée sur la construction d'un maillage représentatif. Face à ce problème, l'approche la plus naturelle consiste à traiter en premier lieu les surfaces de la microstructure (c'est-à-dire de mailler des surfaces pour un problème tridimensionnel). Bien que de nombreux efforts aient été réalisés depuis plusieurs années dans le but de développer de nouveaux algorithmes, les temps de maillage et la mémoire demandée sont de l'ordre de plusieurs heures. Obtenir des estimations réelles avec la mécanique des éléments finis (MEF) nécessite une mémoire de RAM importante, divisée sur plusieurs processeurs.

### III.8 Effet du nombre des éléments sur les valeurs du module de compressibilité $k$ et module de cisaillement $\mu$

La taille des éléments finis doit donc être adaptée si l'on souhaite obtenir une bonne précision du calcul. Une étude de vérification de nombre d'éléments en fonction des propriétés mécaniques ( $k$  et  $\mu$ ) dans le cas d'une cellule 3D ont été fait pour justifier le maillage **Figure (III.8)**,



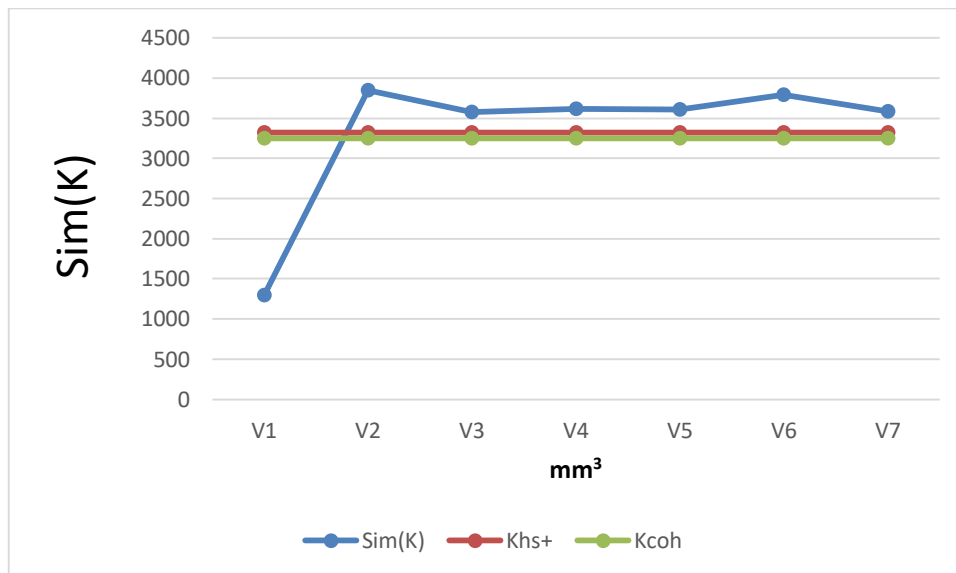
**Figure III.8** module de compressibilité  $k$  et module de cisaillement  $\mu$  en fonction de nombre d'élément

### III.9 Résultats et discussion

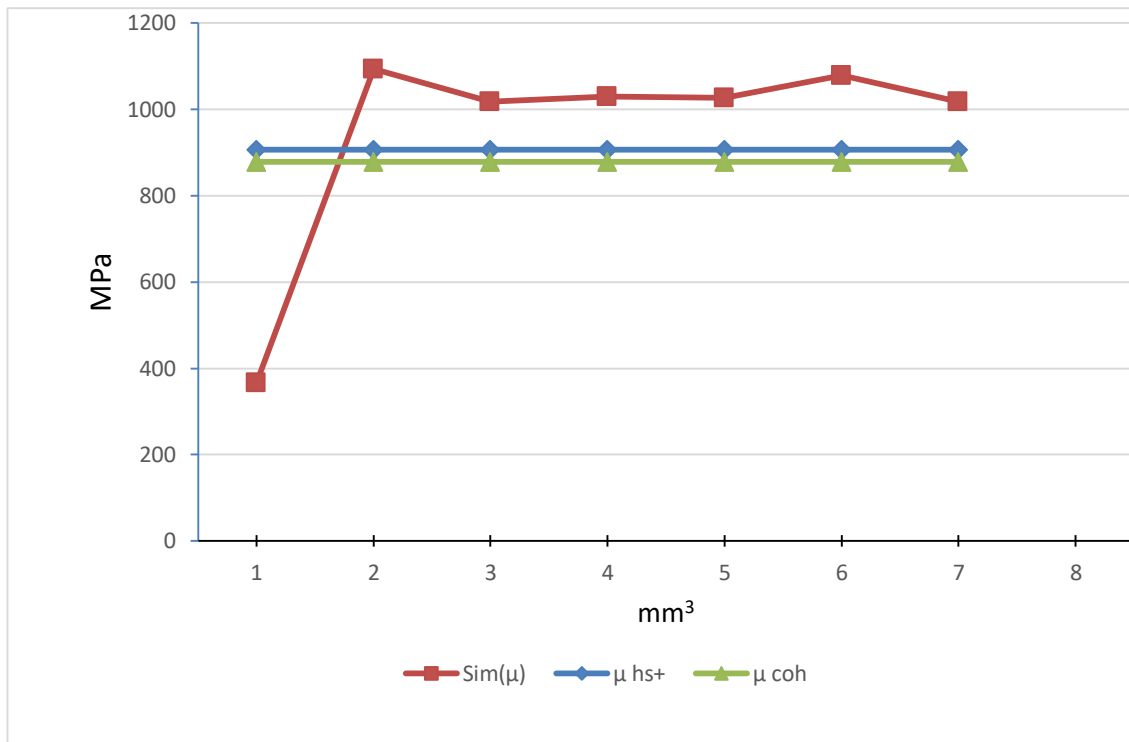
Dans cette partie et pour la détermination du module de compressibilité et du module de cisaillement de tous les volumes représentatifs du matériau composite étudié, on a utilisé le logiciel de simulation numérique « Comsol multi physique ». Les résultats d'étude pour les deux fractions volumiques sont représentés dans les figures III.9,

#### III.9.1 Fraction volumique 10%

Les graphes suivants représentent les résultats numériques des propriétés élastiques obtenues à partir de notre simulation dans le cas de fraction volumique 10%. Les résultats sont comparés à la borne supérieur Hashin- Shtrikman  $hs+$  et le modèle auto-cohérent  $coh$ , déduit analytiquement en utilisant les résultats moyens de tous les volumes étudiés de module de compressibilité  $k$ , et le module de cisaillement  $\mu$ .

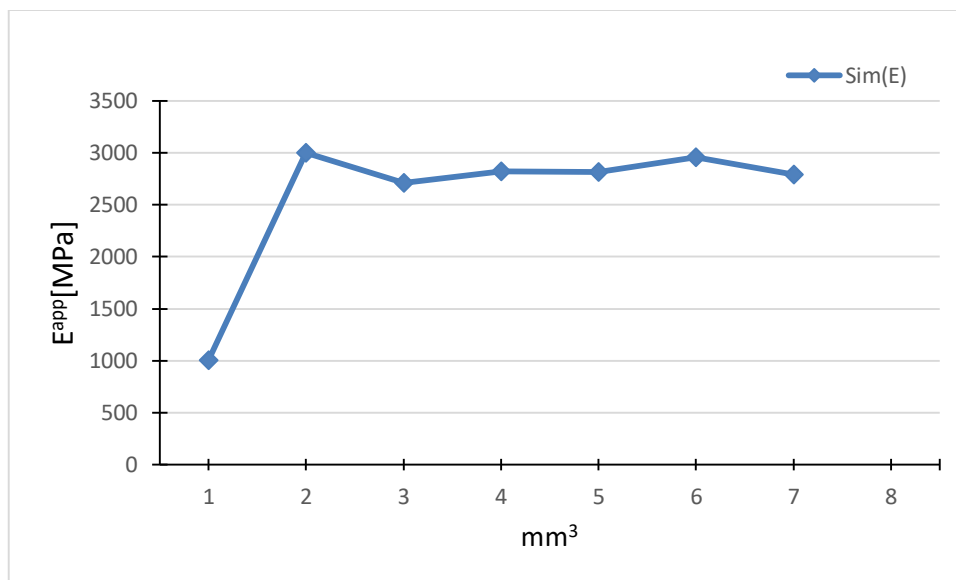


**Figure III.10** Courbes de convergence de module de compressibilité apparent  $k_{app}$  en fonction de la taille du domaine  $V$ . Fr10%



**Figure III.10** Courbes de convergence de module de cisaillement apparent  $\mu_{app}$  en fonction de la taille du domaine  $V$ . Fr10%

L'étude simulation nous a permis aussi d'obtenir la variance des valeurs de module de Young en fonction de la taille de volume  $v$  les résultats sont présentés dans le graphique suivant :



**Figure III.11** Courbes de convergence de module de Young en fonction de la taille du domaine  $v$ . Fr10 Fraction volumique 20%

Les graphes suivants représentent les résultats numériques des propriétés élastiques obtenues à partir de notre simulation dans le cas de fraction volumique **20%**. Les résultats sont

comparés à la borne supérieure Hashin- Shtrikman **hs+** et le modèle auto-cohérent **coh**, déduit analytiquement en utilisant les résultats moyens de tous les volumes étudiés de module de compressibilité  $k$ , et le module de cisaillement  $\mu$ .

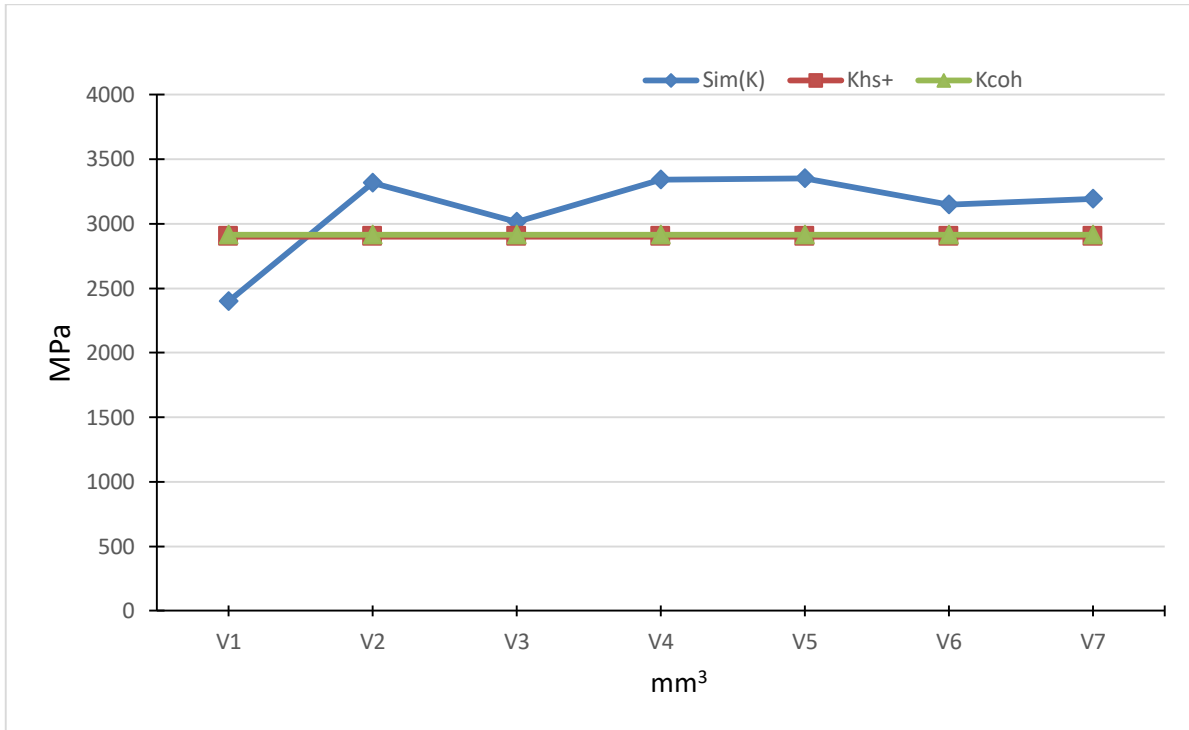


Figure III.10 Courbes de convergence de module de compressibilité apparent  $k_{app}$  en fonction de la taille du domaine  $V$ . Fr20%

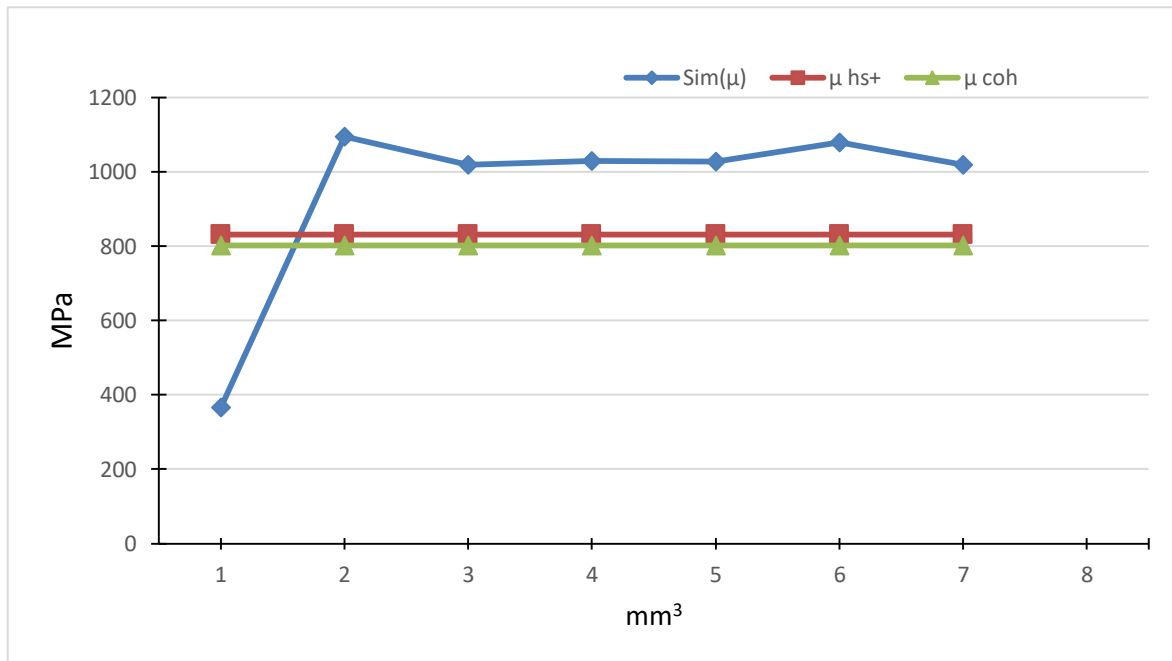
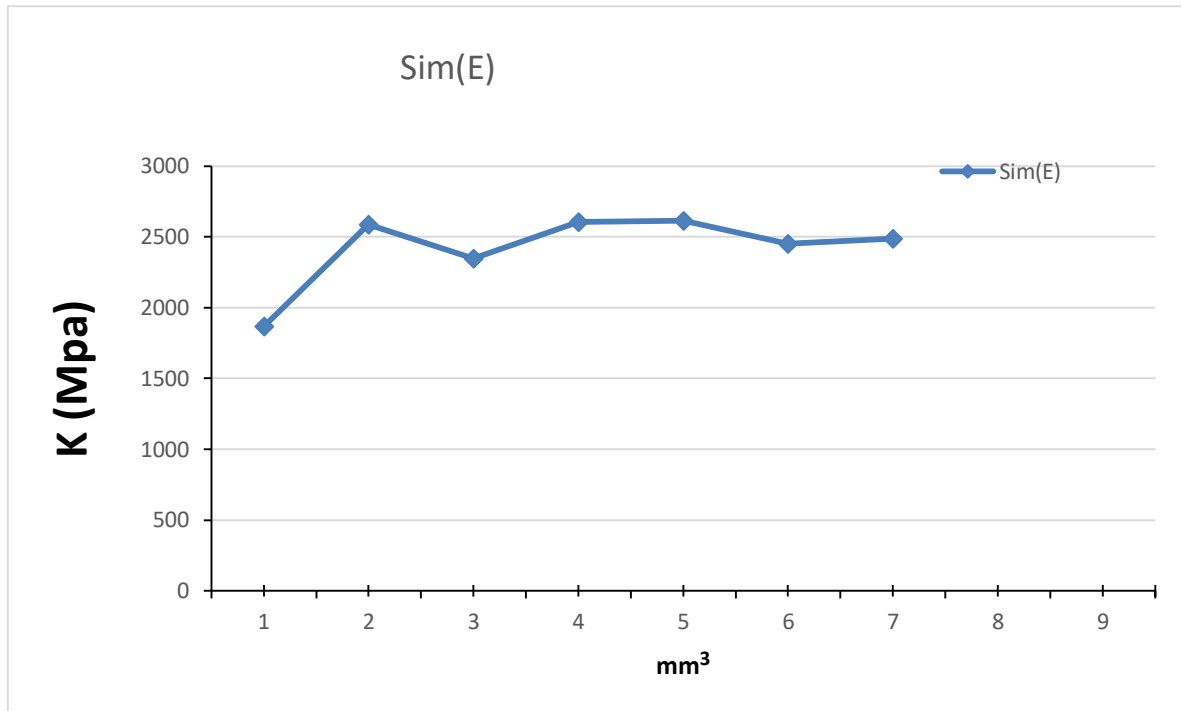


Figure III.11 Courbes de convergence de module de cisaillement apparent  $\mu_{app}$  en fonction de la taille du domaine  $V$ . Fr20%



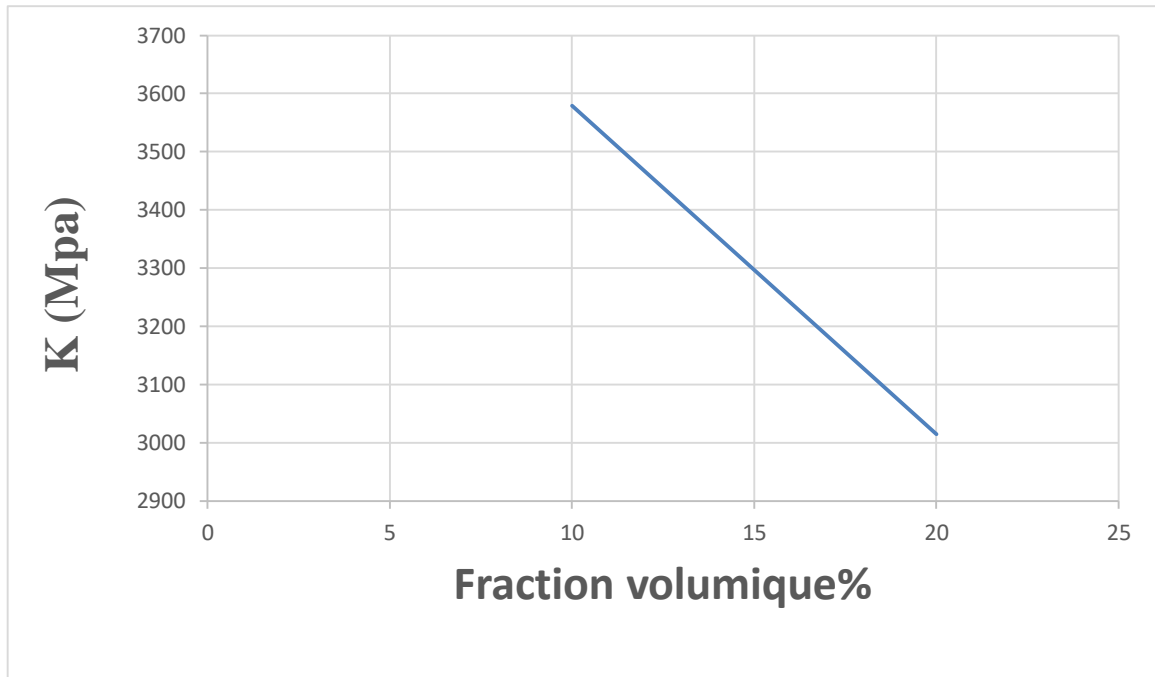
La variance des valeurs de module de Young en fonction de la taille de volume  $v$  pour la fraction volumique 20% est représenté dans le graphe suivant :



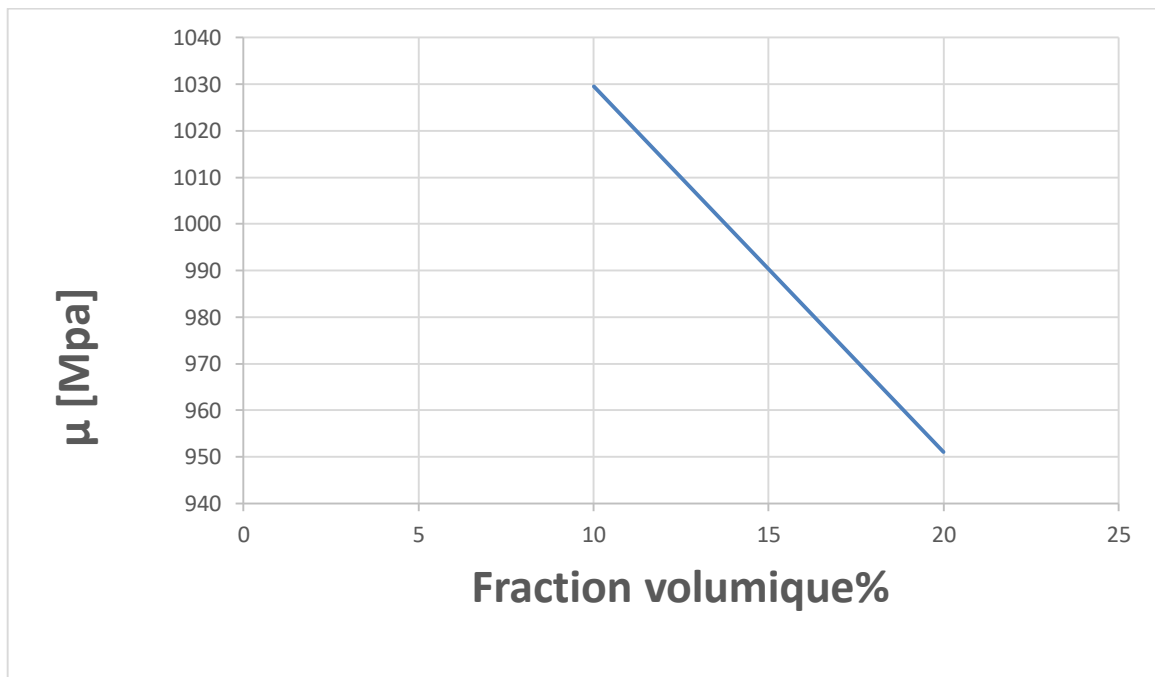
**Figure III.12** Courbes de convergence de module de Young en fonction de la taille du domaine  $v$  Fr20%

### III.10 Effet de la fraction volumique sur les propriétés élastiques

Afin d'étudier l'effet de la fraction volumique sur le module de compressibilité  $K$  et le module de cisaillement  $\mu$ , différentes fractions volumiques ont été prises (10% ET 20%). Les résultats obtenus affirment que le module de compressibilité  $K$  et le module de cisaillement  $\mu$  diminuent avec l'augmentation de la fraction volumique.



**Courbes 3.16.** De convergence de module de Young  $Y$  en fonction de fraction volumique



**Courbes 3.17.** De convergence de module de cisaillement  $\mu$  en fonction de fraction volumique

### Conclusion générale

Ce projet de mémoire a pour objectif l'étude des comportements élastique des matériaux composites à 2 phases. Cette étude a mis en évidence la variation des propriétés élastique en fonction de taille de maillage ainsi l'intérêt d'une détermination rigoureuse de la taille du volume élémentaire représentatif (VER) d'une microstructure, celle-ci doit tenir compte de plusieurs paramètres comme : le nombre de phase, la fraction volumique, le type de la propriété et la morphologie des particules.

Cette étude a mis en évidence l'intérêt de l'utilisation des scripts de génération des structures aléatoires de particules avec des tailles du volume élémentaire représentatif (VER) variables, celle-ci doit tenir compte de plusieurs paramètres comme : le nombre de phase, la fraction volumique et la morphologie des particules.

De ce fait, nous avons déterminé la variation des propriétés élastiques apparentes du matériau composite l'évaluation de ces propriétés est basée sur l'utilisation des approches numériques (logiciel Comsol). L'ensemble des résultats numériques obtenus ont été validés par les approches analytiques et statistiques.

Les bornes de Hashin-Strikman et l'estimation Auto-cohérente (Self-Consistent) ont donnés de bons résultats dans le cas de comportement linéaire pour l'évaluation des deux propriétés effectives ( $k$  et  $\mu$ ) des matériaux hétérogènes à structure aléatoire.

## Bibliographie

- [01] Berthelot J.M., Matériaux composites - Comportement mécanique et analyse des structures, Ed. Tec & Doc, Lavoisier, Paris, 2005.
- [02] Glossaire des Matériaux Composites. Centre d'Animation Régional en Matériau Actives - CARMA .
- [03] [3] Stephen W. Tsai – Introduction to Composite Materials . A Technomic Publishing Company book Includes index p.453. Congress Card n° 80-51965 Lancaster, Pennsylvania 17604 U.S.A 1980
- [04] PASTOR J, OHAYON J et DISDIER C 6 Homogénéisation périodique et composites à fibres actives. Laboratoire LaMaCo, ESIGEC, université de Savoie, 73376 Le Bourget-du-Lac cedex, France d 8 2002.
- [05] Nadia Bahlouli, Cours Composites sur le site Internet " <http://www.ipst.ustrasbg.fr/cours/materiaux-composites> "
- [06] J. Chaboche, P. Suquet, 1998. Endommagement, interfaces. Ecole d'été méthodes d'homogénéisation en mécanique des Matériaux. La Londe-les-Maures.
- [07] [08] I. Gitman, H. Askes, L. Sluys, 2007. Representative volume : Existence and size determination. Engineering fracture mechanics 74, 2518–2534.
- [09] A. El Moumen, T. Kanit, A. Imad, H. El Minor, 2013. Effect of overlapping inclusions on effective elastic properties of composites. Mechanics Research Communications. 53, 24–30.
- [10] J. Segurado, J. Llorca, 2006. Computational micromechanics of composites : The effect of particle spatial distribution. Mechanics of Materials 38, 873–883.
- [11] S. Kari, H. Berger, U. Gabbert, 2007. Numerical evaluation of effective material properties of randomly distributed short cylindrical fibre composites. Computational Materials Science 39, 198–204.
- [12] IKOP<sup>o</sup>+ O. Pierard, C. Gonzalez, J. Segurado, J. Llorca, I. Doghri, 2007. Micromechanics of elasto-plastic materials reinforced with ellipsoidal inclusions. International Journal of Solids and Structures 44, 6945-6962.
- [13] LENE.F et LEGUILLOND –Etude de l'influence d'un glissement entre les constituants d'un

## Bibliographie

Matériau composite sur ses coefficients de comportement effectifs. J.de mécanique théorique et appliquée (F) vol. 20 n° 3 1981 p 509-363 fig. bibl .

### Résumé :

Dans ce travail on a défini les étapes que nous avons suivies pour la simulation numérique du comportement élastique d'un matériau composite à 2 phase, en commençant par la première étape qu'est la génération des particules en 3D dans un volume cubique, ensuite on a décrit la microstructure utilisée et les propriétés élastique de chaque phase.

En deuxième étape on a représenté le maillage comme une opération obligatoire dans la simulation numérique.

Dans la dernière étape une étude sur le comportement élastique d'un matériau composite à 3 phase avec deux fraction volumiques (10% et 20%) est menée, dont le but est de déterminer les propriétés élastiques apparentes de ce matériau. Cette étude est basée sur la simulation à l'aide de logiciel Comsol, Les résultats obtenus sont comparés avec la borne supérieure de Hashin-Strikman et le modèle auto cohérent.

### Summary :

In this work we defined the steps we followed for the digital simulation of the elastic behavior of a 2-phase composite material, starting with the first step which is the generation of particles in 3D in a cubic volume, then we described the microstructure used and the elastic properties of each phase.

In the second step, the mesh was represented as a compulsory operation in the digital simulation.

In the last step, a study on the elastic behavior of a 3-phase composite material with two volume fractions (10% and 20%) is carried out, the aim of which is to determine the apparent elastic properties of this material. This study is based on simulation using Comsol software. The results obtained are compared with the Hashin-Strikman upper bound and the self-consistent model.

### ملخص :

في هذا العمل حددنا الخطوات التي اتبعناها من أجل المحاكاة الرقمية لسلوك المرن لمادة مركبة ثنائية الطور، بدءاً من الخطوة الأولى وهي

توليد جسيمات ثلاثية الأبعاد في حجم مكعب، ثم وصفنا البنية المجهرية المستخدمة والخصائص المرنة لكل مرحلة. في الخطوة الثانية، تم تمثيل الشبكة كعملية إلزامية في المحاكاة الرقمية.

في الخطوة الأخيرة، تم إجراء دراسة حول السلوك المرن لمادة مركبة ثلاثية الطور ذات كسرين حجميين (10% و20%)، الهدف منها هو تحديد الخصائص المرنة الظاهرة لهذه المادة. تعتمد هذه الدراسة على المحاكاة باستخدام برنامج Comsol وتم مقارنة النتائج التي تم الحصول عليها مع الحد الأعلى Hashin-Strikman والنموذج المتسق ذاتياً.