

Université Abderrahmane Mira – Bejaia



Faculté de Technologie

Département de Génie électrique

Mémoire

*Présenté en vue de l'obtention du diplôme de Master en
Automatique*

THEME

Commande d'un pendule inversé par mode glissant

Présenté par :

TOUATI Billal
MOUSSAOUI Mahdi

Encadré par :

M^r O.GUENOUNOU

Devant le jury :

M^r H.LEHOUCHE
M^r H.HADDAR

Soutenu en juin 2017

Remerciements

Nous tenons à remercier tout premièrement 'ALLAH' le tout puissant pour la volonté, la santé et la patience, qu'il nous a donné durant toutes ces longues années

*Je tiens à exprimer ensuite mes vifs remerciements à notre promoteur et encadreur Mr **O.GUENOUNOU**. Vous avez bien voulu nous confier ce travail riche d'intérêt et nous guider à chaque étape de sa réalisation, Vous nous avez toujours réservé le meilleur accueil malgré vos obligations professionnelles*

Nous saisissons cette occasion pour vous exprimer notre profonde gratitude tout en vous témoignant notre respect

*Mes remerciements s'adressent ensuite aux membres de jury, Mr **H. LEHOUCHE**
et Mr **H. HADDAR***

Pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour notre travail et d'avoir acceptés de le juger

*Vous nous faites l'honneur d'accepter avec une très grande amabilité de siéger
parmi notre jury*

*En fin nous exprimons nos remerciements à tous ceux qui ont contribué de près et
de loin à l'élaboration de ce travail*

Dédicaces

Nous dédions ce travail

A nos très chères mères

Affables, honorables, aimables : vous représentez pour nous le symbole de la bonté par excellence, la source de tendresse, et l'exemple de dévouement.

Vous n'avez pas cessé de nous encourager et de prier pour nous.

Nous vous dédions ce travail en témoignage de notre profond amour. Puisse Dieu, le tout puissant, vous préserver et vous accorder santé, longue vie et bonheur.

A nos très chers pères

Aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le dévouement et le respect que nous avons toujours eu pour vous.

Rien au monde ne vaut les efforts fournis jour et nuit pour nous éduquer et pour notre bien être.

Ce travail est le fruit des sacrifices que vous avez consentis pour notre éducation et notre formation.

A nos chers sœurs et frères

En témoignage de l'attachement, de l'amour et de l'affection que nous portons pour vous.

Nous vous dédions ce travail avec tous nos vœux de bonheur, de santé et de réussite.

A nos chères ami (e)s

En témoignage de l'amitié qui nous uni et des souvenirs de tous les moments que nous avons passé ensemble, nous vous dédions ce travail et nous vous souhaitons une vie pleine de santé et de bonheur.

Sommaire

Sommaire

Liste des figures.....	01
Notations.....	03
Abréviations.....	05
Introduction générale.....	06

CHAPITRE I : Modélisation du pendule inversé

I.1 Introduction.....	08
I.2 Pendule inversé.....	08
I.2.1 Principe de fonctionnement.....	09
I.2.2 Intérêt de l'étude de pendule inversé.....	09
I.2.3 Modélisation du pendule inversé.....	10
I.2.3.1 Energie cinétique du système	12
I.2.3.2 Energie potentielle du système.....	13
I.2.3.3 Equations d'Euler-Lagrange.....	13
I.2.4 Modèle d'état de l'ensemble chariot-pendule.....	15
I.2.5 Simulation en boucle ouverte du pendule inversé.....	16
I.3 Conclusion.....	18

CHAPITRE II : Commande par mode glissant

II.1 Introduction.....	19
II.2 systèmes de réglage à structure variable.....	19
II.2.1 Historique.....	19
II.2.2 Définition du mode glissant.....	20
II.2.3 Objectif de la commande par mode glissant.....	20
II.2.4 Principe.....	20
II.3 Différents structures du contrôle par mode glissant.....	20

Sommaire

II.3.1 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande.....	21
II.3.2 Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état.....	21
II.3.3 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande, avec ajout de la commande équivalente.....	22
II.4 Théorie de la commande par mode glissant.....	22
II.4.1 Régime glissant idéal.....	23
II.4.2 Régime glissant réel.....	24
II.4.3 Surface de glissement.....	24
II.4.3.1 Mode de convergence (MC).....	24
II.4.3.2 Mode de glissement (MG).....	24
II.4.3.3 Mode de régime permanent (MRP).....	25
II.4.4 Fonction de commutation.....	25
II.4.5 Hyperplan de commutation.....	25
II.4.6 Régime glissant.....	26
II.8 Formulations mathématique de la commande par modes glissants d'ordre un.....	26
II.5 Conception de l'Algorithme de Commande par Mode Glissant.....	26
II.5.1 Choix de la surface de glissement.....	27
II.5.2 Conditions d'Existence et de Convergence du Régime Glissant.....	27
II.5.2.1 La Fonction Discrète de Commutation.....	27
II.5.2.2 Fonction de Lyapunov.....	28
II.5.3 Détermination de la loi de commande.....	28
II.5.3.1 Commande équivalente.....	28
II.5.3.2 Commande discontinue de base.....	30
II.6 Le broutement.....	30
II.7 Suppression du phénomène de réticence.....	31

Sommaire

II.7.1 Commande signe.....	31
II.7.2 Commande avec un seul seuil.....	32
II.7.3 Commande adoucie.....	33
II.7.4 Commande intégrale.....	34
II.7.5 Commande sat.....	35
II.9 Exemple illustratif.....	36
II.10 Avantages et inconvénients de la commande par mode glissant.....	39
II.11 Conclusion.....	40
 <i>CHAPITRE III : stabilisation du pendule inversé par mode glissant</i>	
III.1 Introduction.....	41
III.2 Synthèse de la commande par mode glissant d'un pendule inversé.....	41
III.2.1 Formulation mathématique.....	41
III.2.2 Stabilisation du pendule inversé par mode glissant.....	43
III.2.3 Simulation numérique	44
III.2.3.1 Première simulation.....	45
III.2.3.2 deuxième simulation.....	48
III.2.3.3 troisième simulation.....	52
III.3 Conclusion.....	55
Conclusion générale.....	56

NOTATIONS

M : Masse du chariot

b : Coefficient de frottement des roues du chariot

m : Masse du pendule

$X(t)$: Position du chariot

J : Inertie du pendule en son centre de masse

l : Demi-longueur de pendule

$\theta(t)$: Angle de rotation du pendule

$F(t)$: Force exercé sure le chariot

g : Intensité de la pesanteur

d : Coefficient de frottement de rotation du pendule

E_c : L'énergie cinétique du système

E_p : L'énergie potentielle du système

L : Lagrangien du système

E_{cc} : L'énergie cinétique du chariot

E_{cp} : L'énergie cinétique du pendule

v_c : Vitesse de centre de gravité du pendule

$\dot{\theta}$: Vitesse angulaire du pendule

r_c : Position du centre de gravité du pendule

\vec{i}, \vec{j} : Vecteur unitaire du repère x, y

ε : Degré de liberté

D_f : Désigne l'énergie dissipé par frottement

X : Vecteur d'état

S : Surface de glissement.

U : L'entrée du système (la commande).

u_{eq} : La commande équivalente.

u_d : La commande discontinue.

$S(X)$: Fonction de commutation.

x_0 : Condition initiale.

n : Degré du système.

λ : Constantes positif.

g : Fonctions non linéaires.

f : Fonctions non linéaires.

x_d : La consigne désirée.

e : L'erreur de poursuite.

y : La sortie du système.

$V(x)$: La Fonction de Lyapunov.

K : Gain positif.

l : Degré d'atténuation.

g : Constantes adaptatif.

h : Constantes adaptatif.

\hat{f} : L'erreur d'estimation.

F : Fonction limite.

\hat{u} : Loi de contrôle.

η : Constantes positif.

$a(t)$: Paramètre positif de l'exemple illustratif.

ABREVIATIONS

VSS : Système à structure variable.

CMG : La commande par mode glissant.

MC : Le mode de convergence.

MG : Le mode de glissement.

MRP : Le mode du régime permanent.

SAT : La fonction de saturation.

Introduction générale

Introduction générale :

Face au développement technologique rapide et les besoins de plus en plus croissant en précision et en robustesse, les systèmes automatisés n'ont cessé d'évoluer entraînant inévitablement des structures de commandes de plus en plus complexes.

Dans toute formulation d'un problème de commande, le modèle mathématique développé dans le but d'établir la loi de commande ne reflète pas exactement le processus réel. Ces différences peuvent par exemple être dues à des dynamiques non modélisées, à des variations des paramètres du système ou à l'approximation trop directe des comportements complexes du processus. On doit néanmoins s'assurer que, malgré toutes ces incertitudes, la loi de commande résultante permet d'atteindre les objectifs prédéfinis. Ceci a conduit à un important intérêt pour la synthèse de contrôles dits robustes et capables de pallier à ce problème.

L'approche par des correcteurs linéaires, a vite montré ses limites. Et puisque les systèmes réels sont dans la plupart du temps non linéaires, mal définis, ont des paramètres variables et sont soumis à des perturbations externes, alors les recherches se sont orientées vers des techniques non linéaires, tel que les méthodes adaptatives ou de stabilité absolue, mais également la technique des modes glissants. Cette dernière s'inscrit dans la théorie des systèmes à structure variable qui a émergé au milieu de ce siècle en Union Soviétique. Les lois de commande par mode glissant sont réalisées de manière à conduire et contraindre le système à rester dans le voisinage d'une surface de commutation. Il y a deux principaux avantages d'une telle approche. Tout d'abord, le comportement dynamique résultant peut être déterminé par le choix d'une surface adéquate. Ensuite, la réponse du système en boucle fermée est totalement insensible à une classe particulière d'incertitudes, ce qui fait de cette méthode une candidate sérieuse dans la perspective de l'élaboration de commandes robustes.[06][07]

Le thème général des travaux présentés dans ce mémoire est la commande d'un pendule inversé par mode glissant et notamment dans un but de stabilisation.

L'organisation du mémoire se décompose en trois parties.

Chapitre 1 : nous présentons dans ce chapitre un modèle non linéaire d'un système classique :

Introduction générale

le pendule inversé, par la suite nous élaborons le modèle mathématique de ce dernier en se basant sur le formalisme d'Euler-Lagrange. Ensuite, nous présentons ce système dans l'espace d'état. Enfin, nous présentons les résultats de simulation obtenus à partir du modèle établi.

Chapitre 2 : ce chapitre est consacré à la présentation théorique de la commande par mode glissant et son principal inconvénient (phénomène de broutement).

Chapitre 3 : dans ce dernier chapitre, nous appliquons la commande par mode glissant au pendule inversé dans le but de stabiliser le pendule à son point d'équilibre instable.

I.1 Introduction :

Dans le domaine scientifique, l'automatique a souvent recours à des cas d'études particuliers, qui sont représentatifs de grandes classes d'applications, et dont le caractère spectaculaire est confirmé. De plus, avec l'expérience, la connaissance de ces cas s'est affinée et ils fournissent aujourd'hui une base idéale pour comparer de façon valable les avantages et les inconvénients d'approches différentes. Le pendule inversé est un de ces cas-types. [01]

Dans ce chapitre on s'intéresse à l'étude du pendule inversé. Nous expliquons son principe de fonctionnement, par la suite nous élaborons son modèle mathématique en se basant sur le formalisme d'Euler-Lagrange. Enfin nous présentons ce système dans l'espace d'état ainsi que les résultats de simulation.

I.2 Pendule inversé :

Souvenez-vous quand vous étiez petit et que vous essayiez de tenir en équilibre une tige sur votre doigt. Vous deviez en permanence ajuster la position de votre main pour stabiliser la tige. Le pendule inversé fait la même chose, la seule différence étant que son support (le chariot) se translate dans une seule direction, alors que le doigt se déplace dans toutes les directions.

Depuis 1950, les pendules inversés sont des plates-formes d'expérimentations classiques dans les laboratoires d'automatique. Ils ont été utilisés pour illustrer des idées de commande linéaire comme la stabilisation des systèmes instables. Vue leur nature non linéaire, les pendules sont aussi utilisés pour illustrer des idées émergentes du contrôle non linéaire. Les exemples typiques sont : la stabilisation par retour de sortie, la commande par passivité et la commande robuste à structure variable...etc.

Le pendule inversé que nous considérons est composé de deux éléments (figure(I.1)):

- un chariot libre en translation le long d'un rail de guidage.
- un pendule pesant solidaire du chariot et libre en rotation.

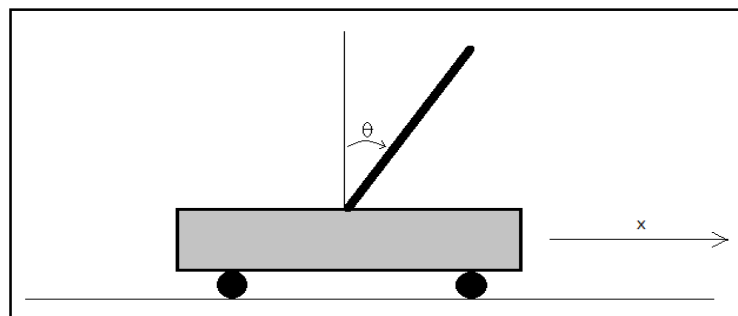


Figure (I.1) : Pendule inversé en coordonnées généralisées x et θ .

I.2.1 Principe de fonctionnement :

Le principe est simple théoriquement : quand le pendule penche vers l'un des cotés (gauche ou droit), le chariot doit le rattraper en effectuant un mouvement vers ce côté.

Le problème se pose dans le réglage de l'intensité et la forme de réaction que doit subir le chariot en fonction de l'angle que le pendule fait avec la verticale. Pour cela, on est amené à prendre en compte plusieurs aspects ou particularités dans notre étude, soit :

- L'instabilité du système.
- La non linéarité.
- Modèle de connaissance incomplet.
- Un seul actionneur.
- Deux grandeurs à asservir.

L'ensemble du chariot-pendule a deux degrés de liberté qui sont représentés par deux coordonnées généralisées, x pour le déplacement horizontale du chariot, θ pour la rotation du pendule. La direction positive de x est le sens à droite en mètre et celui de l'angle est le sens des aiguilles d'une montre en radian.

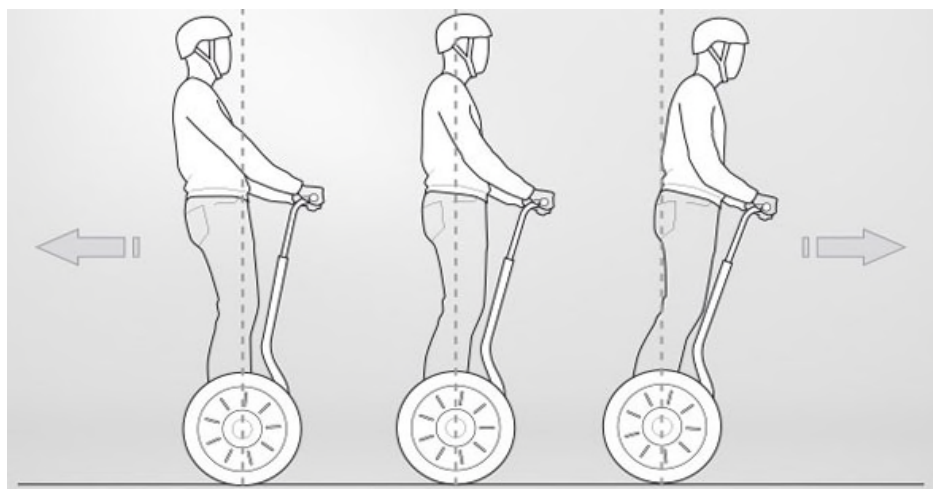


Figure (I.2) : Exemple sur l'équilibre à base du pendule inversé. [02]

I.2.2 Intérêt de l'étude du pendule inversé :

L'étude du pendule inversé a une assez grande importance. Il y a plusieurs raisons à cela : L'homme est un pendule double inversé dont les deux axes de rotation principaux sont les chevilles et les hanches. Quand nous sommes en position debout, nos articulations travaillent sans arrêt pour nous en maintenir. Les spécialistes qui travaillent à la réalisation de prothèses pour les hanches sont amenés à utiliser le modèle du pendule double inversé pour calculer l'ensemble des contraintes que ce dernier doit supporter.

Dans le même ordre d'idée, la robotique utilise ce genre de concept [06]. On voit apparaître des moyens de locomotion dotés de deux roues montées sur un même axe sur lequel on est en position debout (voir figure(I.2)). On accélère en se penchant en avant et on ralenti en se penchant en arrière. Le système est le même que le pendule inversé. La stabilité est aussi assurée par des gyroscopes mais nous n'entrerons pas dans ce genre de détails. On représente dans les figures (I.3) quelques exemples de rebots qui sont déjà utilisés à base du pendule inversé :



Figure(I.3) : Scooter intelligent (segway) à une et deux roues, le robot (MIP one). [02]

I.2.3 Modélisation du pendule inversé :

Dans cette partie, nous allons établir les équations du mouvement du pendule inversé, en se basant sur le schéma de la figure(I.4)

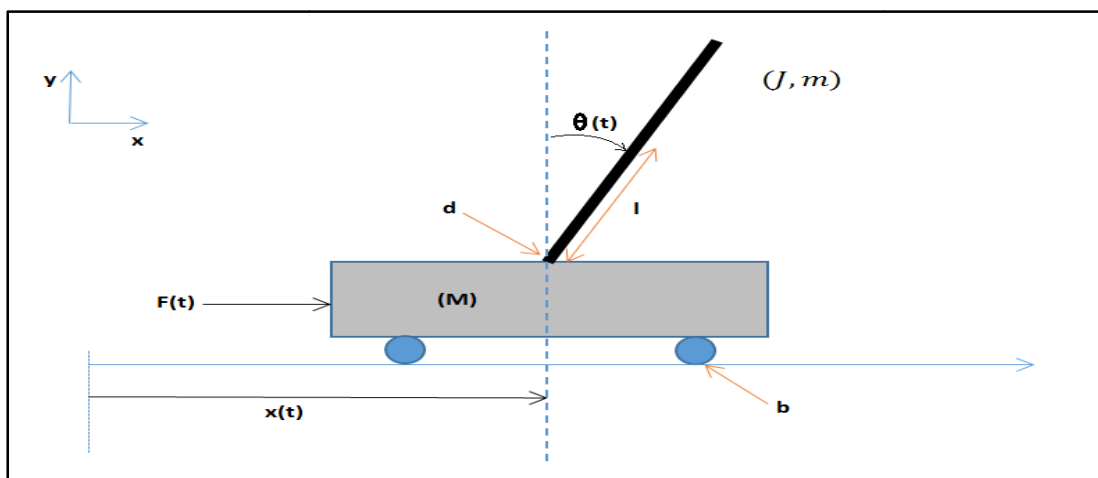


Figure (I.4) : Modèle d'un pendule inversé.

Pour toute la démonstration, on définit les paramètres suivants [03]:

Paramètre	Valeur	Description
M	2.3 Kg	Masse du chariot
m	0.2 Kg	Masse du pendule
l	0.3 m	Demi-longueur du pendule
F(t)	/	Forces exercées sur le chariot
$x(t)$	/	Position du chariot
$\Theta(t)$	/	l'angle du pendule
d	$0.005 \left(\frac{Nms}{rad}\right)$	Coefficient de Frottements du pendule
b	0.00005 Ns. m	Coefficient de Frottements du déplacement du chariot
g	9.81 m. s ²	Intensité de la pesanteur
J	0.0099	Inertie du pendule en son centre de masse

Tableau (I.1) : Paramètres de l'ensemble chariot et pendule

Il existe deux méthodes de détermination des équations du mouvement d'un pendule inversé : celle de la loi fondamentale de la dynamique (LFD) de Newton qui est basée sur le concept de force, et celle de formalisme d'Euler-Lagrange [04],[05] qui est basée sur le principe de la conservation d'énergie mécanique.

Dans ce travail on s'intéresse au formalisme d'Euler-Lagrange dans lequel le lagrangien (L) est défini comme une différence entre l'énergie cinétique (E_c) et l'énergie potentielle (E_p) du système :

$$L = E_c - E_p \quad (I.1)$$

I.2.3.1 Energie cinétique du système :

Le système en mouvement comporte le chariot qui se déplace linéairement sur les rails et le pendule qui se balance sur son axe de rotation.

L'énergie cinétique du chariot est donnée par :

$$E_{cc} = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (\text{I.2})$$

L'énergie cinétique du pendule est exprimée par l'équation :

$$E_{cp} = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} j \dot{\theta}^2 \quad (\text{I.3})$$

Avec :

v_c : Vitesse du centre de gravité du pendule

$\dot{\theta}$: Vitesse angulaire du pendule

j : Moment d'inertie du pendule

La position du centre de gravité du pendule, notée \vec{r}_c à partir de ces coordonnées est donnée par :

$$\vec{r}_c = (x + l \sin \theta) \vec{i} + l \cos \theta \vec{j} \quad (\text{I.4})$$

\vec{i} et \vec{j} sont respectivement les vecteur unitaire du repère x, y

la vitesse du centre de gravité est exprimée par :

$$v_c = \frac{dr_c}{dx} = (\dot{x} + l \dot{\theta} \cos \theta) \vec{i} - (l \dot{\theta} \sin \theta) \vec{j} \quad (\text{I.5})$$

En substituant l'équation (I.5) dans l'équation (I.3), l'expression de l'énergie cinétique du pendule devient :

$$E_{cp} = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\dot{\theta}\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2\cos^2\theta + l^2\dot{\theta}^2\sin^2\theta) + \frac{1}{2} j \dot{\theta}^2 \quad (\text{I.6})$$

Après simplification du terme $l^2\dot{\theta}^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = l^2\dot{\theta}^2$, l'expression de l'énergie cinétique s'écrit :

$$E_{cp} = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\dot{\theta}\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \quad (I.7)$$

Finalement, l'énergie cinétique totale chariot-pendule est donc :

$$E_c = E_{cc} + E_{cp} = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\dot{\theta}\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 \quad (I.8)$$

I.2.3.2 L'énergie potentielle du système :

Le chariot étant en mouvement sur un rail horizontal, seul le pendule en mouvement possède une énergie potentielle, l'énergie potentielle du centre de gravité du pendule est donnée par :

$$E_p = mgl \cdot \cos\theta \quad (I.9)$$

I.2.3.3 Equations d'Euler-Lagrange :

Quand on établit les expressions de l'énergie cinétique E_c de l'ensemble chariot-pendule (équation (I.8)) et l'énergie potentielle du système E_p (équations (I.9)), on utilise l'équation générale d'Euler-Lagrange pour déterminer les équations du mouvement de l'ensemble chariot-pendule :

$$L = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\dot{\theta}\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 - mgl \cdot \cos\theta \quad (I.10)$$

L'équation générale d'Euler-Lagrange est donnée par :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\epsilon}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial \epsilon_j} + \frac{\partial D_f}{\partial \dot{\epsilon}_j} = F_j \quad (I.11)$$

$\epsilon(t)$: Désigne les degrés de liberté du pendule

D_f : Désigne l'énergie dissipée par frottement

F : La force généralisée

L : Représente le lagrangien (équation(I.1))

En considérant que le système ait deux degrés de liberté, x pour le déplacement horizontal du chariot et θ pour la rotation du pendule, la modélisation du système selon la loi générale l'Euler-Lagrange est donnée par :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varepsilon}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varepsilon_j} = F_j \quad (\text{I.12})$$

Pour le degré de liberté $\varepsilon(t) = x(t)$:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = F - b\dot{x} \quad (\text{I.13})$$

où : F représente la force exercée sur le chariot

La dérivée partielle de lagrangien suivant \dot{x} s'écrit :

$$\frac{d}{dt} (M\dot{x} + m\dot{x} + ml \cdot \dot{\theta} \cos\theta) - 0 = F - b\dot{x} \quad (\text{I.14})$$

La première équation de Lagrange s'écrit alors :

$$(M + m)\ddot{x} + ml \cdot \ddot{\theta} \cos\theta - ml\dot{\theta}^2 \cdot \sin\theta = F - b\dot{x} \quad (\text{I.15})$$

Pour le degré de liberté $\varepsilon(t) = \theta(t)$:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = -d\dot{\theta} \quad (\text{I.16})$$

La dérivée de lagrangien suivant $\dot{\theta}$ et t s'écrit :

$$\frac{d}{dt} (ml\dot{x} \cos\theta + ml^2\dot{\theta} + J\dot{\theta}) - (-ml\dot{x} \cdot \sin\theta\dot{\theta} + mgl \cdot \sin\theta) = -d\dot{\theta} \quad (\text{I.17})$$

La deuxième équation de Lagrange est :

$$(ml^2 + J)\ddot{\theta} + ml\ddot{x} \cdot \cos\theta - ml\dot{x} \cdot \dot{\theta} \cdot \sin\theta + ml\dot{x} \cdot \dot{\theta} \cdot \sin\theta - mgl \cdot \sin\theta = -d\dot{\theta} \quad (\text{I.18})$$

Le modèle de connaissance de l'ensemble chariot-pendule (équation(I.18) et (I.19)) est donné par le système d'équations :

$$\begin{cases} h\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} \cdot \cos\theta - ml\dot{\theta}^2 \cdot \sin\theta = F \\ ml\ddot{x} \cdot \cos\theta + N\ddot{\theta} + d\dot{\theta} - mgl \cdot \sin\theta = 0 \end{cases} \quad (\text{I.19})$$

où :

$$\begin{cases} h = M + m \\ N = ml^2 + J \end{cases}$$

Le système d'équations (I.19) montre la dépendance qui existe entre l'accélération du chariot \ddot{x} et l'accélération angulaire du pendule $\ddot{\theta}$. Ainsi, lorsque $F = 0$ (pas de force extérieur), si on déplace le pendule de sa position d'équilibre, il ne sera soumis qu'à sa propre inertie, il se mettrait alors à osciller et puisque le pendule est fixé sur le chariot, ce dernier commencerait également à se mouvoir.

I.2.4 Modèle d'état de l'ensemble chariot-pendule :

Afin d'obtenir le modèle d'état de l'ensemble chariot-pendule, on utilise le modèle (I.19), le vecteur d'état est :

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]^T \quad (\text{I.34})$$

Après quelques manipulations mathématiques, on obtient le modèle non linéaire (I.35) où la grandeur de commande est la force F :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{-bN}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_2 - \frac{m^2 l^2 g}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} \cos x_3 \sin x_3 + \frac{m l d \cos x_3}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_4 \\ \quad + \frac{m l N \sin x_3}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_4^2 + \frac{FN}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{mgl}{N} \sin x_3 - \frac{d}{N} x_4 + \frac{mlb \cos x_3}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_2 + \frac{m^3 l^3 g \cos^2 x_3 \sin x_3}{N(hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3)} \\ \quad - \frac{m^2 l^2 d \cos^2 x_3}{N(hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3)} x_4 - \frac{m^2 l^2 \cos x_3 \sin x_3}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_4^2 - \frac{mlF}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} \cos x_3 \\ \mathbf{y}_1 = x_1 \\ \mathbf{y}_2 = x_3 \end{array} \right. \quad (\text{I.35})$$

I.2.5 Simulation en boucle ouverte du pendule inversé :

On représente dans les figures ci-dessous les résultats de simulation du modèle du pendule pour différents cas de la position du pendule :

Premier cas :

Position du chariot et du pendule : $[x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}] = [0,0,0,0]$

Une force sous forme d'impulsion de durée $T=0.1$ sec et d'amplitude de 0.08 N est appliquée.

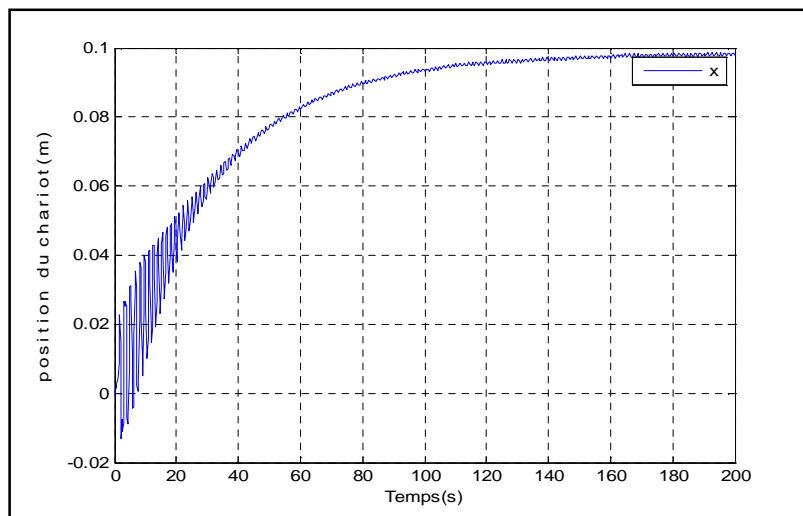


Figure (I.5) : Position du chariot pour $[x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}] = [0,0,0,0]$.

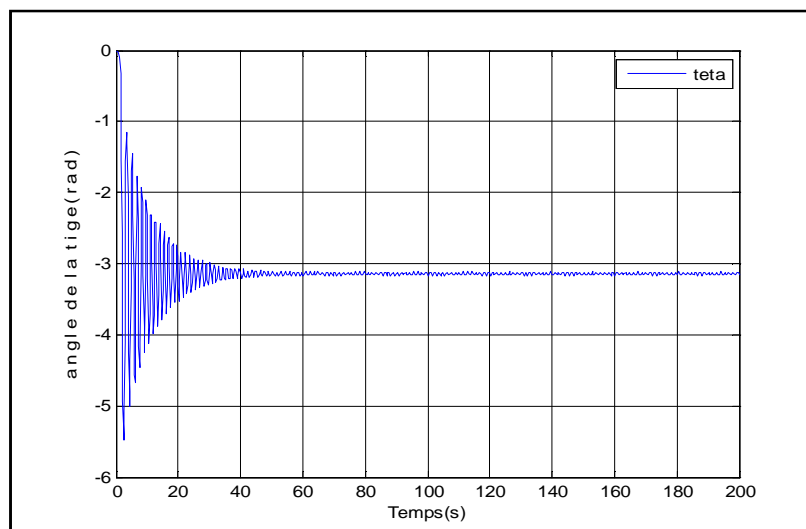


Figure (I.6) : Position du pendule pour $[x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}] = [0,0,0,0]$.

Deuxième cas :

Position du chariot et du pendule : $[x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}] = [0, 0, \pi, 0]$

La force est sous forme d'impulsion de durée $T=0.1$ sec et d'amplitude de 0.08 N.

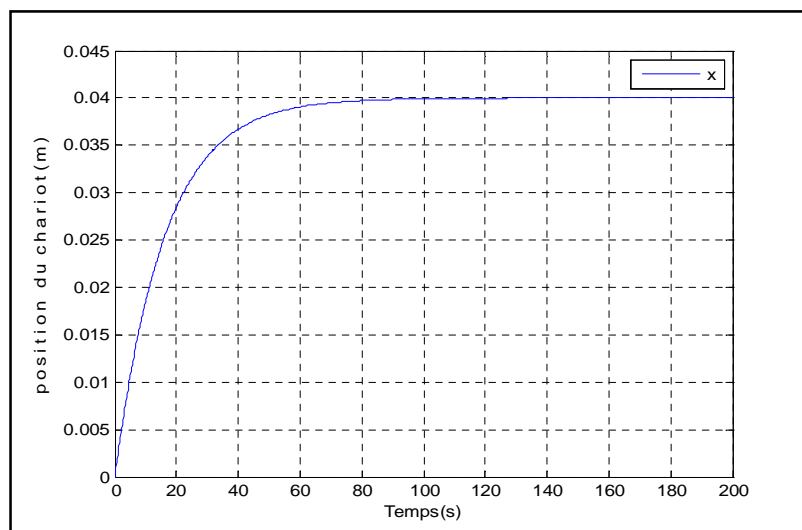


Figure (I.7) : Position du chariot pour $[x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}] = [0, 0, \pi, 0]$.

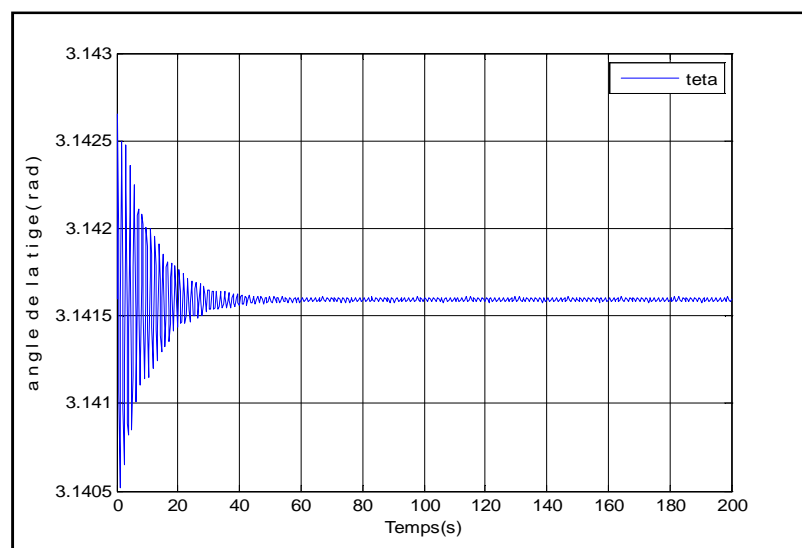


Figure (I.8) : Position du pendule pour $[x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}] = [0, 0, \pi, 0]$.

Ces résultats illustrent la complexité du modèle. Les figures (I.7 et I.8) montrent que lorsque le pendule est initialement en position instable ($\theta = 0$), il se stabilise après un régime transitoire dans sa position d'équilibre stable ($\theta = \pi$). Les figures (I.9 et I.10) montrent que lorsque le pendule est initialement dans sa position d'équilibre stable ($\theta = \pi$), lorsqu'il est écarté grâce à la force F , il y revient après le régime transitoire.

I.3 Conclusion :

Ce chapitre a été consacré à l'étude et à la modélisation du pendule inversé et au développement du modèle chariot-pendule sur Simulink, ceci nous a permis de mettre en évidence les fortes non linéarités existantes dans le système.

II.1 Introduction:

Dans la formulation de n'importe quel problème de commande il y a typiquement des anomalies entre le système réel et le modèle mathématique développé pour la conception de la commande. Cette distinction peut être due à la variation des paramètres de la dynamique du système ou à l'approximation du comportement complexe du système par un modèle. Ceci a mené à un intérêt intense pour l'élaboration des méthodes de contrôle robustes qui cherchent à résoudre ce problème.

En effet, des techniques de commande sont demandées, dans le but de résoudre le problème des variations paramétriques, avec une erreur statique nulle, une réponse ferme et rapide, un système de contrôle stable et robuste. Cette méthode s'appelle la commande par mode glissant connue par sa simplicité et sa robustesse [07]. Elle a été inventée pour la première fois en union soviétique dans le but de résoudre les problèmes de plusieurs applications.

La commande par mode glissant est l'une des techniques de commandes les plus connues efficaces et robustes, en automatique (voir par exemple [10], [12], [15], [17], [21] pour des applications en robotique et machines électriques), ce qui fait de cette méthode une candidate sérieuse dans la perspective de l'élaboration de commandes robustes.

Dans ce chapitre, nous verrons une présentation générale de la commande par mode glissant

II.2 Systèmes de réglage à structure variable :

II.2.1 Historique :

Une attention considérable a été concentrée ces deux dernières décennies sur la commande des systèmes non linéaires à dynamique incertaine et souvent sujet aux perturbations et aux variations paramétriques. La théorie des systèmes à structure variable et les modes glissants associés a fait l'objet d'études détaillées au cours des quarante dernières années. Des contrôleurs à structure variable ont fait leur application dans la littérature soviétique (Emelyanov 1967, Utikin 1974), et ont été largement identifiés comme une approche potentielle à ce problème [08].

Des recherches sur la commande à structure variable ont été menées par Decarlo et Hung, l'action de commande force la trajectoire de système à intercepter l'espace d'état intitulé surface de glissement. Les trajectoires du système sont alors confondues avec la surface de glissement durant l'utilisation des commandes à une grande vitesse de commutation. L'avantage saillant de

la commande à structure variable avec le mode glissant, est la robustesse contre les changements de paramètres ou des perturbations.

II.2.2 Définition du mode glissant :

L'approche des modes glissants consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement.

II.2.3 Objectif de la commande par mode glissant :

L'objectif de la commande par mode glissant se résume en deux points essentiels :

- Synthétiser une surface $S(x, t)$, telle que toutes les trajectoires du système obéissent à un comportement désiré de poursuite, de régulation et de stabilité.
- Déterminer une loi de commande (commutation) $U(x, t)$ qui est capable d'attirer toutes les trajectoires d'état vers la surface de glissement et les maintenir sur cette surface.

II.2.4 Principe :

Un système à structure variable (VSS) est un système dont la structure change pendant son fonctionnement. Il est caractérisé par le choix d'une structure et d'une logique de commutation. Ce choix permet au système de commuter d'une structure à une autre à tout instant. De plus, un tel système peut avoir de nouvelles propriétés qui n'existent pas dans chaque structure.

II.3 Différentes structures de contrôle par mode glissant :

Dans la littérature on trouve trois configurations de base pour la synthèse des différentes commandes. La première correspond à la structure la plus simple où la commutation est au niveau de l'organe de commande lui-même. On l'appellera, structure par commutation au niveau de l'organe de commande. La deuxième structure fait intervenir la commutation au niveau d'une contre- réaction d'état, la dernière est une structure de régulation avec ajout de la commande équivalente [09].

II.3.1 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande:

Le schéma d'une structure par commutation au niveau de l'organe de commande est donné sur la figure II.1. Cette structure de commande est la plus classique et la plus usitée. Elle correspond au fonctionnement tout ou rien des interrupteurs de puissance associés dans une grande majorité d'application aux variateurs de vitesse. Elle a été utilisée pour la commande de moteurs pas à pas.

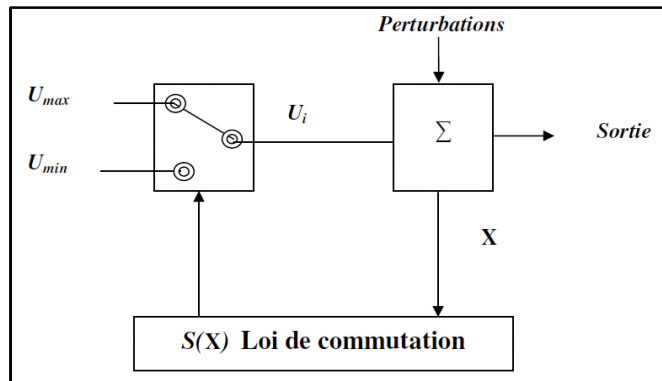


Figure (II.1) : Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande. [06]

II.3.2 Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état :

Nous pouvons consulter le schéma d'une telle structure sur la figure (II.2). D'après les études menées dans [10], c'est la structure la moins exigeante au niveau de la sollicitation de la commande. Elle a été mise en œuvre dans la commande de moteurs à courant continu et à aimants permanents, ainsi que dans la commande des machines à induction [11]. Elle s'appuie sur la commande par contre réaction d'état classique où le réglage de la dynamique du système est réalisé par les gains de réglage. La non linéarité provient de la commutation entre les gains, donc on a créé une commutation au niveau de la dynamique du système.

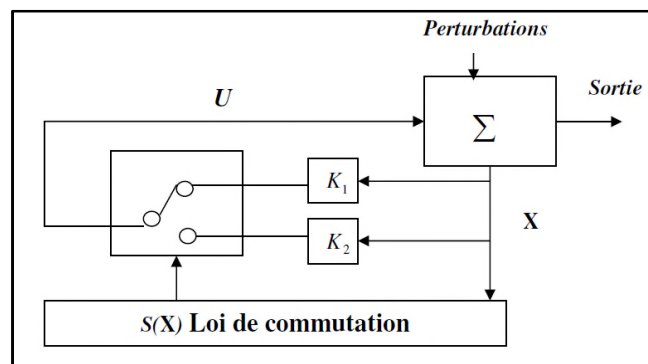


Figure (II.2) : Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'état. [06]

II.3.3 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande, avec ajout de la commande équivalente :

Une telle structure dont le principe est montrée sur la figure II.3, présente un réel avantage. Elle permet de pré-positionner l'état futur du système grâce à la commande équivalente qui n'est rien d'autre que la valeur désirée du système en régime permanent.

L'organe de commande est beaucoup moins sollicité, mais on est plus dépendant des variations paramétriques du fait de l'expression de cette commande équivalente.

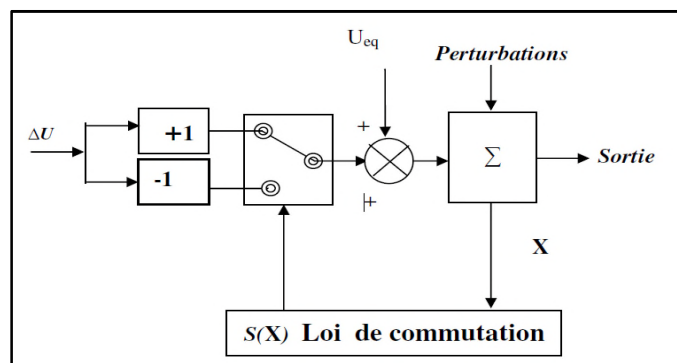


Figure (II.3) : Structure de régulation par ajout de la commande équivalente. [06]

Avec : U_{eq} : Vecteur de commande équivalente.

ΔU : Vecteur de commande discontinue.

X : Vecteur de variables.

$S(X)$: Fonction de commutation.

II.4 Théorie de la commande par mode de glissement :

La théorie des systèmes à structure variable (*sliding mode*) est une technique de commande non linéaire, elle est caractérisée par la discontinuité de la commande aux passages par une surface de commutation appelée surface de glissement. La technique des modes glissants consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre (figure (II.4)). En résumé, une commande par régime glissant est divisée en deux parties, la détermination d'une région d'espace d'état et la définition d'une loi de commande.

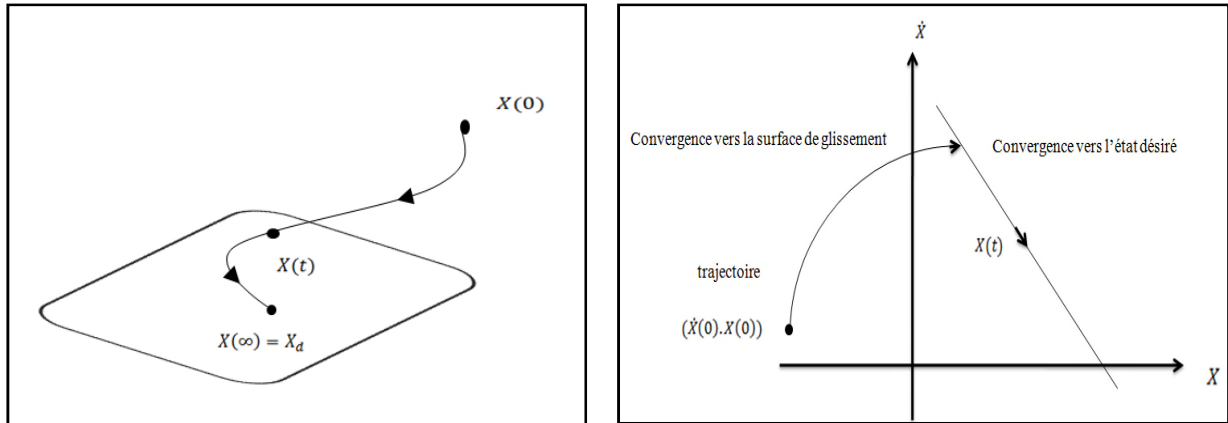


Figure (II.4) : Convergence du système glissant.

II.4.1 Régime glissant idéal :

En théorie, l'organe de commutation est supposé insensible aux bruits et la trajectoire en régime glissant décrit parfaitement l'équation $S(x) = 0$. Le régime glissant idéal à une oscillation de fréquence infinie et d'amplitude nulle, le point représentatif de l'évolution du système glisse parfaitement sur l'hyper surface de commutation [12].

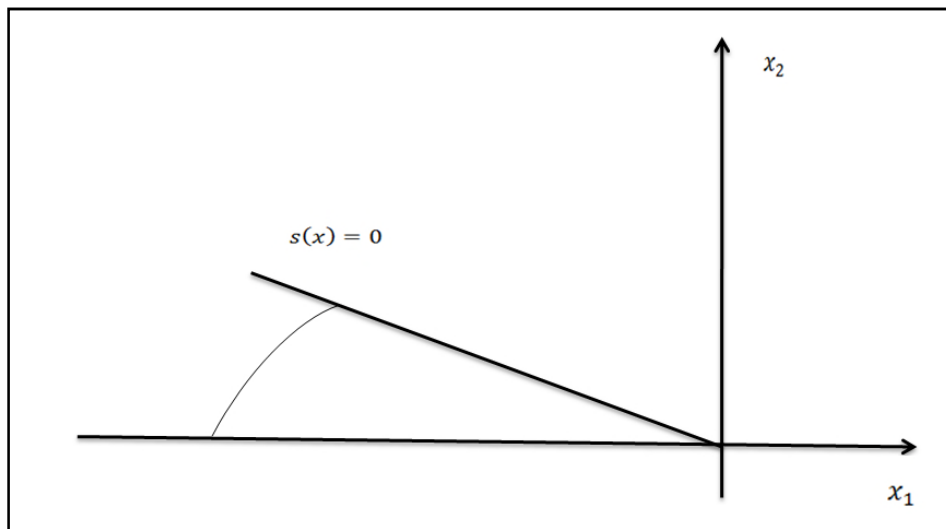


Figure (II.5) : Glissement idéal. [22]

II.4.2 Régime glissant réel :

En pratique l'organe de commutation est réalisé à partir de relais qui présente des imperfections comme les retards de commutation, dans ce cas, la trajectoire de phase du régime glissant reste au voisinage de la surface de commutation donnant naissance à des oscillations indésirables qui entrave la précision du système ainsi que sa stabilité [12].

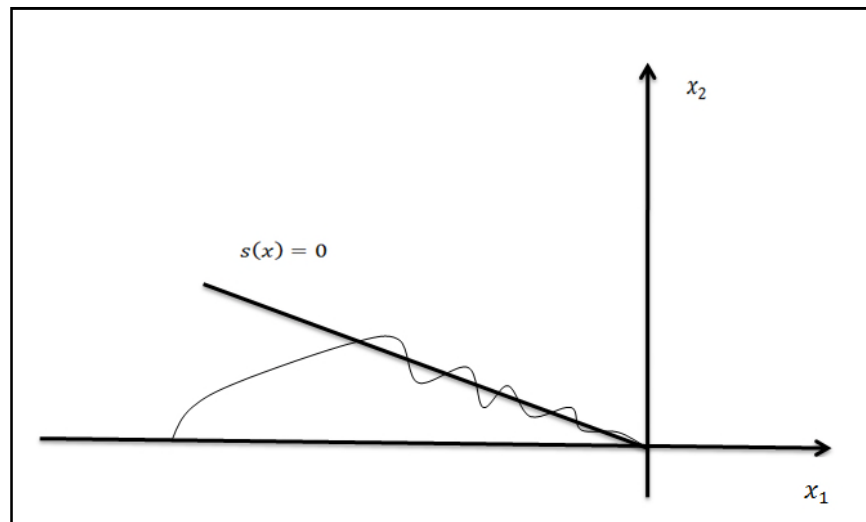


Figure (II.6) : Glissement réel. [22]

II.4.3 Surface de glissement :

La surface de commutation S est appelée surface de glissement. Le but d'un système de commande à structure variable est d'amener asymptotiquement l'état du système à partir d'une condition initiale quelconque $X(0) = x_0$ vers l'origine de l'espace d'état quand $t \rightarrow \infty$. La trajectoire dans le plan de phase se compose de trois parties distinctes :

II.4.3.1 Mode de convergence (MC) :

C'est le mode durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase et tend vers la surface de commutation $S(x) = 0$. Ce mode est caractérisé par la loi de commande et le critère de convergence. [21]

II.4.3.2 Mode de glissement (MG) :

C'est le mode durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique de ce mode est caractérisée par la détermination de la surface de glissement $S(x) = 0$. [21]

II.4.3.3 Mode du régime permanent (MRP) :

Ce mode est ajouté pour l'étude de la réponse de système autour de son point d'équilibre (origine de plan de phase), il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande.

[21]

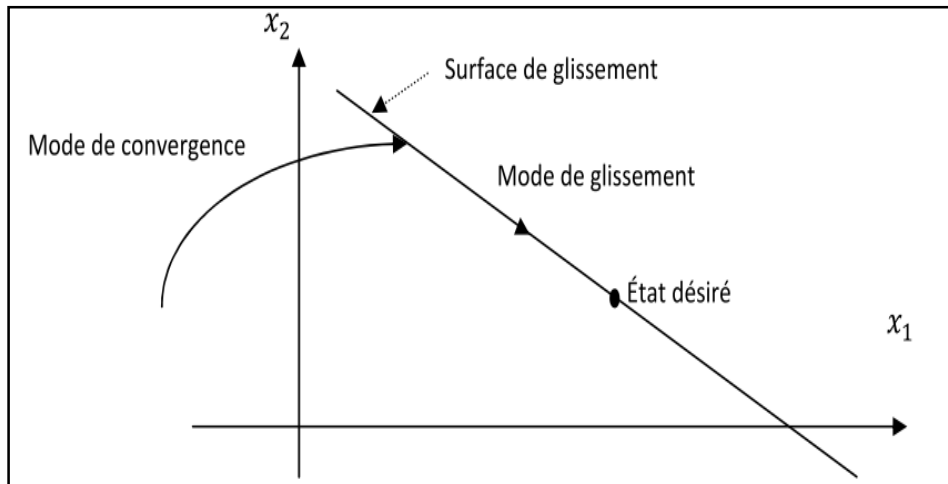


Figure (II.7) : Différents modes de convergence pour la trajectoire d'état. [14]

II.4.4 Fonction de commutation :

La structure de commande est caractérisée par le signe d'une fonction vectorielle $S(x)$ appelée fonction de commutation. Dans le cas des modèles linéaires, la fonction de commutation est choisie comme une fonction linéaire de l'état : $S(x) = [S(x)_1, S(x)_2, \dots, S(x)_m] = Cx$ Où

$$C = [c_1, c_2, \dots, c_m].$$

Chaque fonction scalaire de commutation $S(x)_j$ décrit une surface linéaire $S(x)_j = 0$.

Avec : $j=1, \dots, m$.

II.4.5 Hyperplan de commutation :

La surface de commutation associée au système de commande à structure variable défini précédemment $S_j = \{x \in R^n : S(x)_j = 0, j = 1, \dots, m\}$ est appelée hyper surface de glissement.

II.4.6 Régime glissant :

Si pour tout vecteur d'état initial $X(t_0) \in S$ la trajectoire d'état reste dans l'hyper surface $S_j, X(t) \in S, \forall t > t_0$ alors $x(t)$ est un mode glissant pour le système.

II.5 Formulations mathématique de la commande par modes glissants d'ordre un :

La commande par mode glissant d'ordre 1 (CMG) est une commande à structure variable pouvant changer de structure et commutant entre deux valeurs suivant une logique de commutation bien spécifique $s(x)$.

Quand les trajectoires d'un système évoluent sur la surface de glissement S , sa dynamique est dite immergée dans l'état d'un système autonome de dimension $n - 1$. Ce système, appelé système réduit, a une dynamique déterminée par la surface de glissement. Une condition nécessaire pour l'établissement d'un régime glissant d'ordre un est que un système soit de degré relatif égal à un par rapport à la variable de glissement (le degré relatif d'un système est le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie, par rapport au temps, pour faire apparaître l'entrée de manière explicite). Une fois la surface de glissement choisie, la seconde étape consiste à construire une commande u de façon à ce que les trajectoires d'état du système soient amenées vers cette surface et soient ensuite maintenues dans un voisinage de celle-ci malgré la présence d'incertitudes et de perturbations sur le système. En d'autres termes, la commande doit rendre la surface de glissement localement attractive (i.e. au voisinage de la surface de glissement, les trajectoires du système de part et d'autre de la surface doivent tendre vers cette dernière). Une condition nécessaire et suffisante, appelée condition d'attractivité, pour qu'une variable de glissement $s(x, t)$ tende vers 0.

II.5.1 Conception de l'algorithme de commande par mode glissant :

La conception de l'algorithme de commande par mode glissant prend en compte les problèmes de stabilité et de bonnes performances de façon systématique dans son approche, qui s'effectue principalement en trois étapes complémentaires définies par [07] :

- Choix des surfaces de glissement
- Définition des conditions d'existence et de convergence du régime glissant
- Détermination de la loi de commande

II.5.2 Choix de la surface de glissement :

La conception du système de commande sera démontrée pour un système non linéaire suivant :

$$\dot{X} = f(x, t) + g(x, t)u \quad (\text{II.1})$$

où : f et g sont des fonctions non linéaires, g est supposée inversible.

u : L'entrée du système.

x : État du système.

Soit x_d la consigne désirée, e l'erreur de poursuite définie par :

$$e = x_d - x \quad (\text{II.2})$$

La formule générale de la surface de glissement qui assure la convergence d'une variable vers sa valeur désirée est définie en fonction de l'ordre du système comme suit (proposé par J. Slotine) [13] :

$$s(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{n-1} e(x) \quad (\text{II.3})$$

où n est le degré relatif du système par rapport à la sortie $y(t)$. Il représente le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie $y(t)$ par rapport au temps, pour y voir apparaître l'entrée.

II.5.3 Conditions d'existence et de convergence du régime glissant :

Les conditions d'existence et de convergence sont les critères qui permettent aux différentes dynamiques du système de converger vers la surface de glissement et de rester indépendamment de la perturbation. On présente deux types de conditions qui sont :

II.5.3.1 Fonction discrète de commutation :

Cette approche est la plus ancienne, elle est proposée et étudiée par Emilyanov et Utkin. Elle est donnée sous la forme [15], [07]:

$$\dot{s} \cdot s < 0 \quad (\text{II.4})$$

II.5.3.2 Fonction de Lyapunov :

La fonction de Lyapunov est une fonction scalaire positive, $V(x) > 0$, pour les variables d'état du système. Elle est utilisée pour estimer les performances de la commande pour l'étude de la robustesse, elle garantit la stabilité du système non linéaire et l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence, elle a la forme suivante [16], [07] :

$$V(s) = \frac{1}{2}s^2 \quad (\text{II.5})$$

Sa dérivée est :

$$\dot{V}(x) = S(x) \cdot \dot{S}(x) \quad (\text{II.6})$$

La loi de la commande doit faire décroître cette fonction ($\dot{V}(x) < 0$) ; l'idée est de choisir une fonction scalaire $S(x)$; pour garantir l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence, et concevoir une commande "U" tel que le carré de la surface correspond à une fonction de Lyapunov.

Pour que la fonction $V(x)$; puisse décroître, il suffit d'assurer que sa dérivée est négative. D'où la condition de convergence exprimée par l'équation (II.4).

Pour une convergence en temps fini, la condition (II.4) qui ne garantit qu'une convergence asymptotique vers la surface de glissement est remplacée par une condition plus restrictive dite de η -attractivité et donnée par [07]:

$$\dot{s}s \leq -K|s| ; K > 0 \quad (\text{II.7})$$

II.5.4 Détermination de la loi de commande :**II.5.4.1 Commande équivalente :**

Un vecteur de commande équivalente u_{eq} se définit comme étant les équations du régime glissant idéal. Nous nous intéressons au calcul de la commande équivalente et par la suite au calcul de la commande attractive du système défini dans l'espace d'état par l'équation (II.1) [17].

Le vecteur u est composé de deux grandeurs u_{eq} et u_d soit :

$$u = u_{eq} + u_d \quad (\text{II.8})$$

L'utilisation des équations (II.1) et (II.8) permet d'obtenir la commande équivalente u_{eq} :

Nous avons :

$$\dot{S}(x) = \frac{dS}{dt} = \frac{\partial S}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x} [f(x, t) + g(x, t) u_{eq}(t)] + \frac{\partial S}{\partial x} [g(x, t) u_d] \quad (\text{II.9})$$

En mode de glissement et en régime permanent, la dérivée de la surface est nulle (parce que $\dot{x} = 0$). Ainsi nous obtenons [17] :

$$u_{eq} = -\left[\frac{\partial S}{\partial x} g(x, t)\right]^{-1} \left[\frac{\partial S}{\partial x} f(x, t)\right] \quad ; \quad u_d = 0 \quad (\text{II.10})$$

En portant u_{eq} dans l'équation (II.1), on obtient l'équation du régime glissant idéal :

$$\dot{X}(t) = f(x, t) - g(x, t) \cdot \left[\frac{\partial S}{\partial x} g(x, t)\right]^{-1} \cdot \frac{\partial S}{\partial x} f(x, t) \quad (\text{II.11})$$

Cette équation représente la dynamique du système équivalent dans la surface de glissement. La commande u_{eq} peut être interprétée comme étant la valeur moyenne que prend la commande u lors des commutations rapides entre $u^+(u_{max})$ et $u^-(u_{min})$, voir (figure (II.8)).

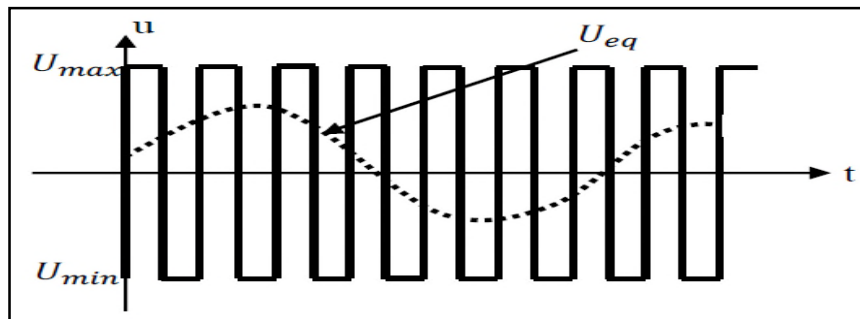


Figure (II.8) : Commande équivalente u_{eq} . [22]

Tant que le régime glissant est assuré [condition (II.4) vérifiée], le système décrit par l'équation (II.1) est robuste et indépendant des variations des paramètres de la partie commandée. Il admet en outre des erreurs de modélisation, tant que ces variations et erreurs maintiennent les conditions du régime glissant qui s'effectue alors au voisinage de la surface de glissement $S_j(x) = 0$ [17], [18].

5.4.2 Commande discontinue de base :

L'addition du terme u_d à la loi de commande permet d'assurer l'attractivité de la surface de glissement S . Celle-ci est attractive si seulement si $S(x) \cdot \dot{S}(x) < 0$ [19]. Cette condition permet de définir la région dans laquelle le mode de glissement existe.

Durant le mode de convergence, on remplace le terme u_{eq} par sa valeur donnée par (II.10) dans l'équation (II.9). Nous obtenons donc une nouvelle expression de la dérivée de la surface, soit:

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial x} \{g(x, t) \cdot u_d\} \quad (\text{II.12})$$

Le problème revient à trouver u_d tel que :

$$S(x) \cdot \dot{S}(x) = S(x) \frac{\partial S}{\partial x} \{g(x, t) \cdot u_d\} < 0 \quad (\text{II.13})$$

La solution la plus simple est de choisir u_d sous la forme de relais. Dans ce cas, la commande s'écrit comme suit [15]:

$$u_d = k \cdot \text{sign}(S(x)) \quad (\text{II.14})$$

En remplaçant l'expression (II.14) dans (II.13) on obtient :

$$S(x) \cdot \dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial x} g(x, t) \cdot k \cdot |S(x)| < 0 \quad (\text{II.15})$$

Où le facteur $\frac{\partial S}{\partial x} g(x, t)$ est toujours négatif pour la classe de systèmes que nous considérons. Le gain K doit être positif afin de vérifier les conditions d'attractivité et de stabilité.

Cependant l'utilisation de la commande de type relais peut provoquer des dynamiques indésirables caractérisées par le phénomène de broutement.

II.6 Le broutement :

Un régime glissant idéal requiert une commande pouvant commuter à une fréquence infinie. Ainsi, durant le régime glissant, les discontinuités appliquées à la commande peuvent entraîner un phénomène de broutement, appelé réticence ou "chattering" en anglais. Celui-ci se caractérise par de fortes oscillations des trajectoires du système autour de la surface de glissement (figure (II.9)). Les principales raisons à l'origine de ce phénomène sont les limitations des actionneurs ou les retards de commutation au niveau de la commande. Ces commutations

détériorent la précision de la commande et peuvent s'avérer néfastes pour l'organe de commande en provoquant une détérioration prématurée des systèmes mécaniques et une élévation de température dans les systèmes électriques (perte d'énergie non négligeable) [08].

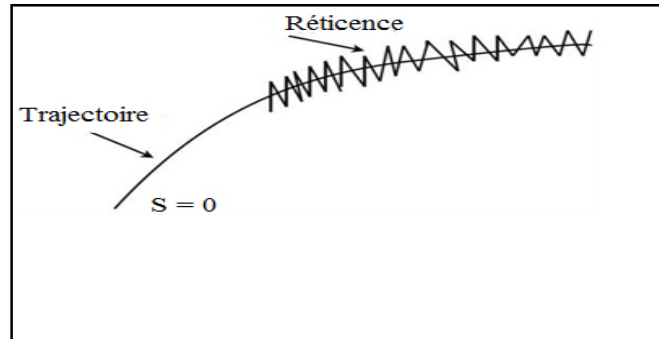


Figure (II.9) : Phénomène de broutement. [14]

II.7 Suppression du phénomène de réticence :

Dans le but de réduire ou d'éliminer ce phénomène, de nombreuses solutions ont été proposées, comme la solution de couche limite, mode glissant flou, mode glissant d'ordre supérieur, etc....

II.7.1 Commande signe :

Plusieurs choix pour la commande discontinue (u_d) peuvent être faits. Le plus simple consiste à exprimer la commande discontinue $u_d = [u_1, u_2, \dots, u_d]$ avec la fonction *sign* par rapport à $S = [S_1, S_2, \dots, S_d]$.

$$\begin{cases} \text{sign}(S(x)) = +1 & \text{si } S(x) > 0 \\ \text{sign}(S(x)) = -1 & \text{si } S(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

u_d s'exprime donc comme suit :

$$u_d = k \cdot \text{sign}(S(x)) \quad (\text{II.17})$$

Où K est un gain positif.

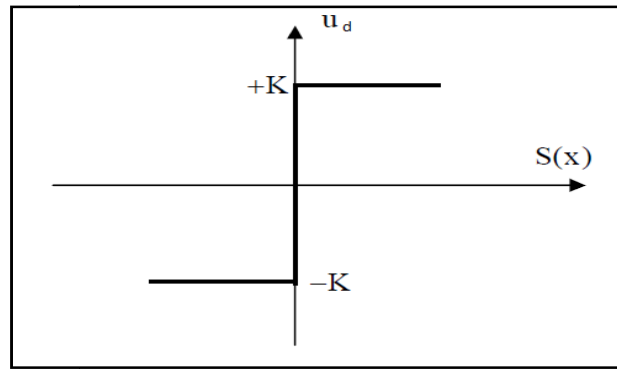


Figure (II.10) : Fonction signe.

Le gain K est choisi positif pour satisfaire la condition (II.7). Le choix de ce gain est très influent car, s'il est très petit le temps de réponse sera très long, et s'il est choisi très grand, nous aurons des fortes oscillations au niveau de l'organe de la commande. Ces oscillations peuvent exciter les dynamiques négligées (phénomène de broutement) [20].

II.7.2 Commande avec un seul seuil :

Cette commande est caractérisée par un seuil e (figure II.11). Dans la bande qui entoure la surface de glissement $S(X)$, seule la composante continue u_{eq} de la tension de commande qui agit. La partie discontinue u_d étant égale à zéro, les oscillations sur les réponses fortement atténuées. Cependant lorsque e augmente, il apparaît un écart statique sur la réponse en régulation [21]. La commande discontinue a l'expression suivante :

$$\begin{cases} u_d = 0 & \text{si } |S(x)| < e \\ u_d = k \cdot \text{sign}(S(x)) & \text{si } |S(x)| > e \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

Ce choix de la fonction discontinue est représenté sur la figure ci-dessous :

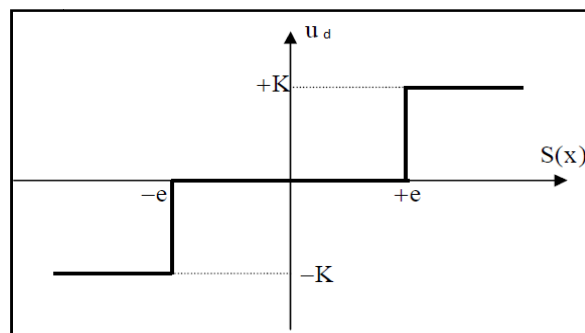


Figure (II.11) : Fonction signe de la commande avec un seul seuil.

Ce type de commande n'est pas très utilisé car, outre le problème d'erreur statique, en présence d'une perturbation, u_d intervient avec toute sa valeur et des oscillations peuvent persister en régime permanent. Un adoucissement de la commande u_d est donc nécessaire.

II.7.3 Commande adoucie :

Dans le but de diminuer progressivement la valeur de la commande u_d en fonction de la distance entre la trajectoire de la variation à régler et la surface de glissement, on doit encadrer la surface par une bande avec un ou deux seuils [21].

On peut distinguer trois zones qui dépendent de la distance du point à la surface de glissement. Si la distance est supérieure au seuil e_2 , alors la fonction signe est activée. Si la distance est inférieure au seuil e_2 , alors u_d est nulle (zone morte). Si le point est dans la bande (e_1 , e_2), alors u_d est une fonction linéaire de la distance (droite de pente $\frac{k}{e_2 - e_1}$) (figure II.12).

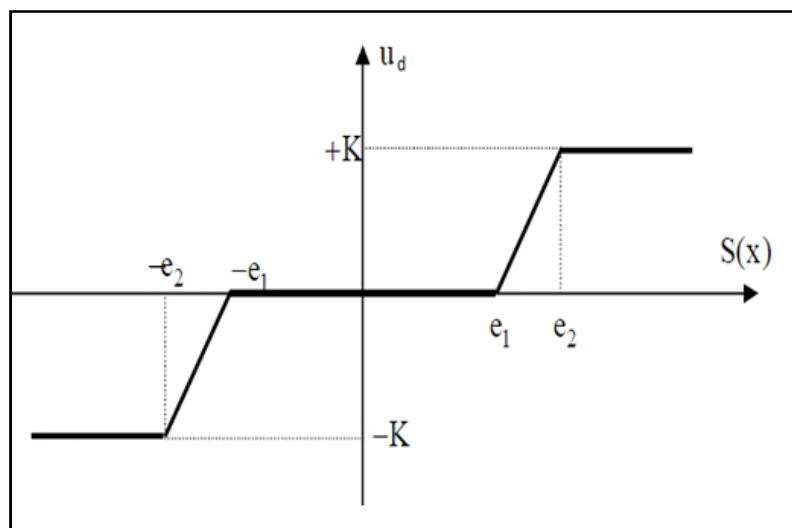


Figure (II.12) : Fonction signe de la commande adoucie.

Dans cette méthode d'adoucisement utilisée pour limiter les oscillations, plus le seuil est grand, moins il y a des commutations. Néanmoins s'il est trop important, il y a problème de précision. En effet le système va évoluer dans la bande et risque donc de ne jamais atteindre le point désiré.

II.7.4 Commande intégrale :

Les oscillations de haute fréquence qui apparaissent sur les réponses en régime glissant peuvent être évitées en rendant continue la commande discontinue u_d . Pour cela, on remplace la fonction signe par la fonction intégrale.

$$u_d = k \frac{S(x)}{|S(x)|+l} \quad (\text{II.19})$$

Où l est un paramètre définissant le degré d'atténuation des oscillations. Lorsque l tend vers zéro, on tend vers la même commande discontinue défini par (II.16). La fonction u_d continue est illustrée sur la figure (II.13).

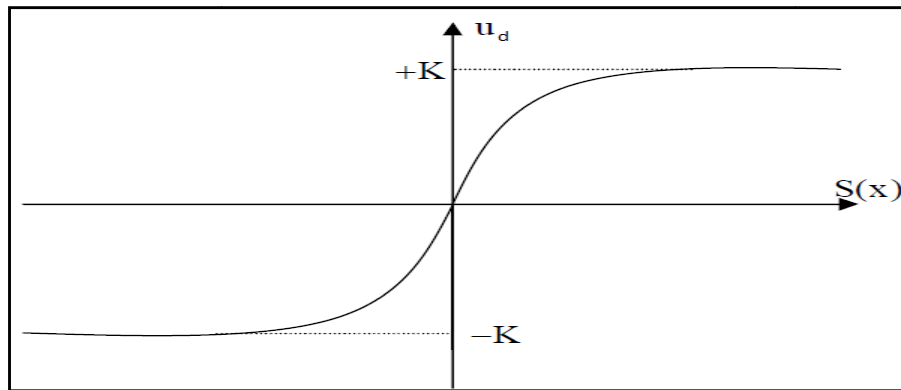


Figure (II.13) : commande intégrale.

Pour augmenter la précision de la réponse du système, on peut utiliser une commande continue incluant une composante intégrale qui devient active lorsque le point est proche de la surface.

En général, le compensateur intégral diminue l'erreur en régime permanent, mais il est souvent indésirable pour les régimes transitoires brusques, car il provoque des oscillations supplémentaires sur la réponse. La commande u_d dans ce cas devient :

$$u_d = k \frac{S(x)}{|S(x)|+l} + h \quad (\text{II.20})$$

Tel que : $l = l_0 + |g|$

Avec:

$$\begin{cases} g = g_0 \int S(x)dt & \text{si } |S(x)| < e \\ g = 0 & \text{si } |S(x)| > e \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

Et

$$\begin{cases} h = h_0 \int S(x) dt & \text{si } |S(x)| < e \\ h = 0 & \text{si } |S(x)| > e \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

Où l, g et h sont des constantes ou paramètres adaptatifs en fonction des références.

Ce type de commande est difficile à mettre en œuvre car il y a un grand nombre de paramètres à déterminer [21].

II.7.5 Commande SAT :

Cette fonction représentée dans la figure (II.14), est définie par [13]:

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \frac{s}{\phi} & \text{si } \left| \frac{s}{\phi} \right| \leq 1 \\ \text{sign}\left(\frac{s}{\phi}\right) & \text{si } \left| \frac{s}{\phi} \right| > 1 \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

u_d s'exprime donc comme : $u_d = k \text{sat}(s)$

ϕ Représente la bande de transition de la surface de glissement.

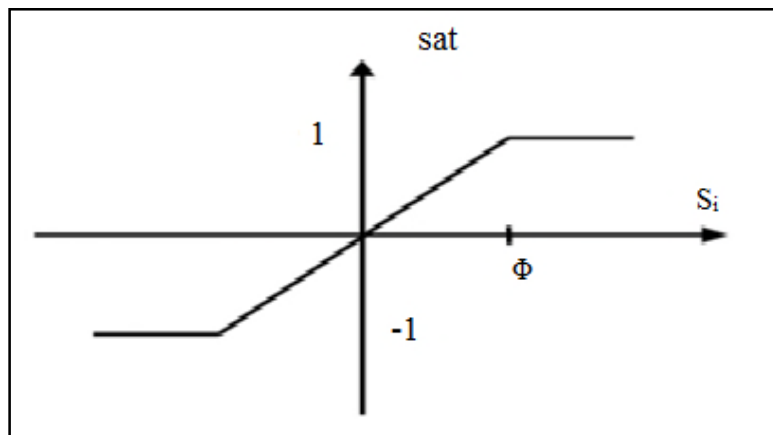


Figure (II.14) : Définition de la fonction SAT.

II.9 Exemple illustratif :

Dans cette partie, nous illustrons le principe et la mise en œuvre de la commande par mode glissant à travers un exemple de commande d'un système du second ordre, proposé par : [14].

Le système de second ordre est décrit par :

$$\ddot{x} = f + u \quad (\text{II.24})$$

où u est l'entrée de contrôle, x est la sortie d'intérêt, et la dynamique f (Éventuellement non linéaire ou variable dans le temps) n'est pas exactement connue, mais estimée comme \hat{f} . L'erreur d'estimation sur \hat{f} est supposée limitée par une fonction connue $F = F(x, \dot{x})$

$$|\hat{f} - f| \leq F \quad (\text{II.25})$$

Soit :

$$\ddot{x} + a(t)\dot{x}^2 \cos(3x) = u \quad (\text{II.26})$$

Où $a(t)$ est inconnu mais vérifie

$$1 \leq a(t) \leq 2 \quad (\text{II.27})$$

Le système peut être modélisé sous une forme simplifiée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -1.5 x_2^2 \cos(3 x_1) + u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{II.28})$$

Avec $a(t) = 1.5$

On a:

$$\hat{f} = -1.5\dot{x}^2 \cos(3x) \quad F = 0.5\dot{x}^2 |\cos(3x)| \quad (\text{II.29})$$

On définit une surface de glissement ($s = 0$) selon l'équation (II.3) :

$$s(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right) e = \dot{e} + \lambda e \quad (\text{II.30})$$

Avec :

$$e = x_d - x$$

Alors :

$$\dot{s} = \ddot{x}_d - \ddot{x} + \lambda \dot{e} = \ddot{x}_d - f - u + \lambda \dot{e} \quad (\text{II.31})$$

La meilleure approximation d'une loi de contrôle continu qui atteindrait $s = 0$ est donc :

$$\hat{u} = -\hat{f} + \ddot{x}_d - \lambda \dot{e} \quad (\text{II.32})$$

Nous ajoutons un terme discontinu à travers la surface $s = 0$

$$u = \hat{u} - k \text{sgn}(s) \quad (\text{II.33})$$

En choisissant k , nous pouvons maintenant garantir que l'équation (II.7) est vérifiée :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = \dot{s} \cdot s = (f - \hat{f} - k \text{sgn}(s)) s = (f - \hat{f}) s - k |s| \quad (\text{II.34})$$

Alors :

$$k = F + \eta \quad (\text{II.35})$$

Résultats de simulation :

Pour la simulation de ce système, nous considérons deux valeurs différentes de λ .

Premier cas pour $\lambda = 20$:

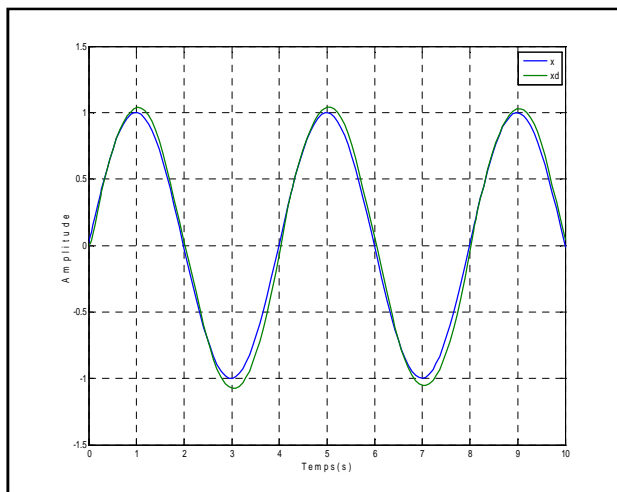
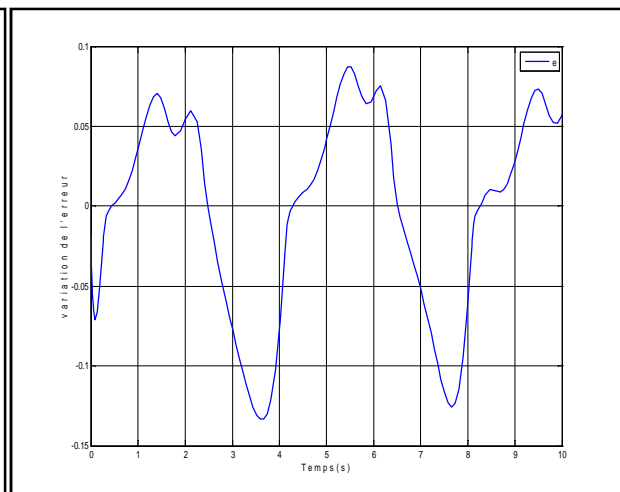


Figure (II.15) : Signal désiré et signal de sortie.



Figure(II.16): Signal d'erreur.

On voit que l'erreur varie entre -0.13 et 0.07, (Figure (II.16)) une erreur relativement important, le signal de sortie (x) ne suit pas correctement le signal désiré (x_d) (Figure(II.15)).

Deuxième cas pour $\lambda = 100$:

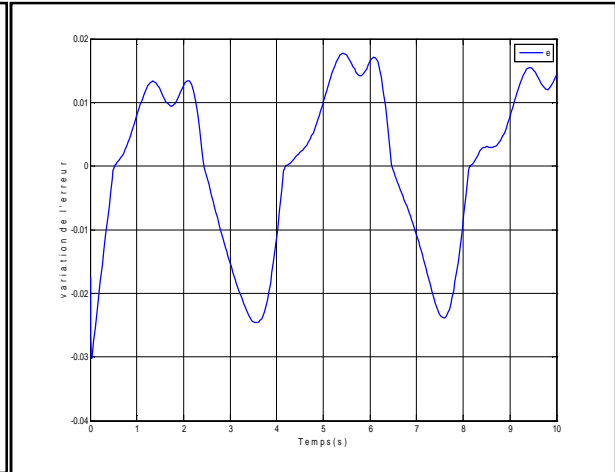
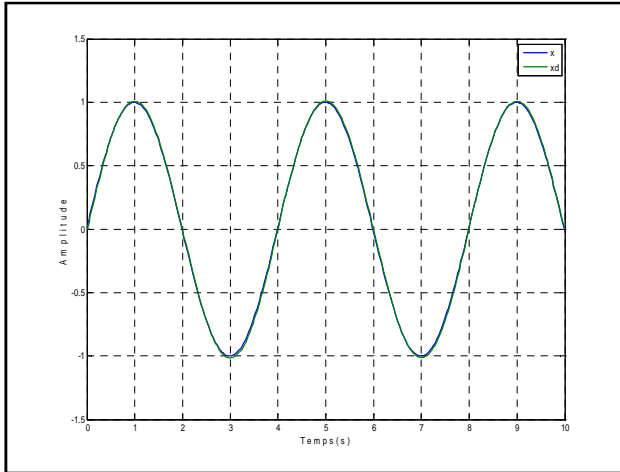


Figure (II.17) : Signal désiré et signal de sortie.

Figure (II.18) : Signal d'erreur.

Dans ce deuxième cas ($\lambda = 100$) on voit que le signal de sorti (x) suit parfaitement le signal désiré (x_d) avec une erreur négligeable.

Test de fiabilité :

On va essayer de perturber le système en appliquant une impulsion d'une durée de 1s et d'amplitude egale à 3 à partire de $t=4s$.

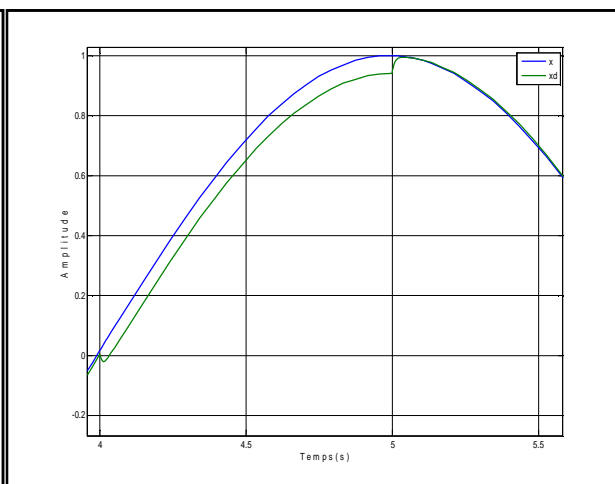
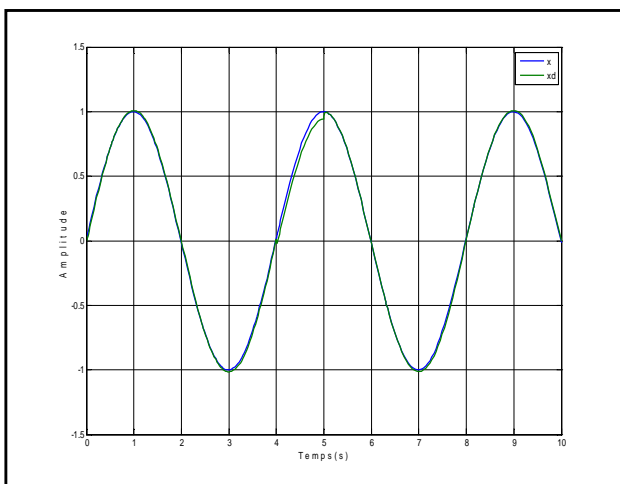


Figure (II.19) : Signal désiré (x_d) et le signal de sortie (x) avec perturbation.

Entre la 4^{ème} et la 5^{ème} (s) (voire figure(II.9)) le signal de sortie (x) est perturbé, on voit que la commande répond parfaitement à la perturbation.

Dans cette dernière simulation, le paramètre $a(t)$ a subi une variation comme indiqué par l'équation (II.36) :

$$a(t) = \begin{cases} 1.5 & \text{si } 0 \leq t \leq 5 \\ 2 & \text{si } 5 \leq t \leq 10 \end{cases} \quad (\text{II.36})$$

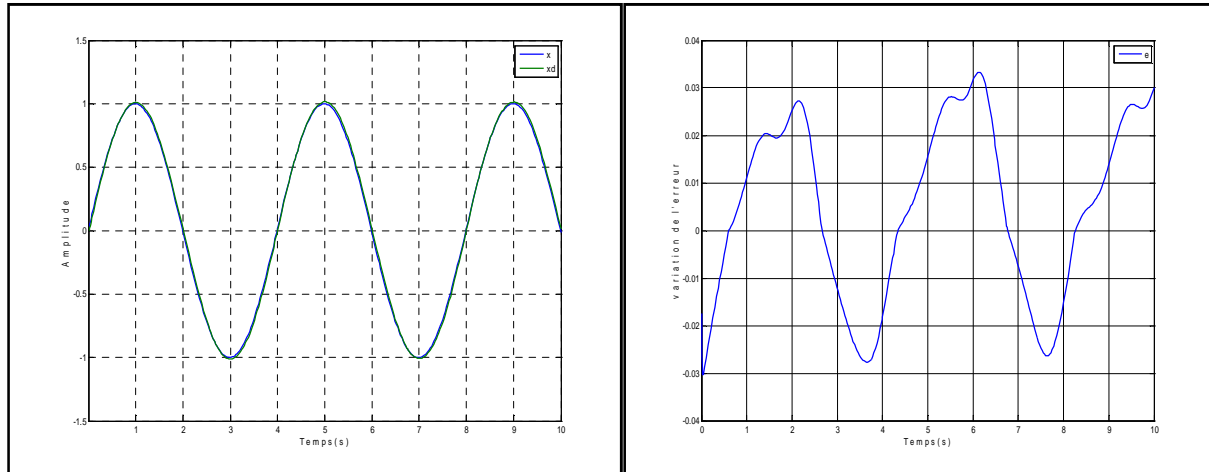


Figure (II.20) : Signal désiré et signal de sortie.

Figure (II.21) : Signal d'erreur.

Dans le cas de variation paramétrique du système, la commande répond de manière optimale et elle nous donne un bon résultat.

II.10 Avantages et inconvénients de la commande par mode glissant :

Il est reconnu que la robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes du modèle présente le point fort d'une commande par mode glissant. [14].

De plus, la réduction de l'ordre du système constitue un autre point fort de ce type de commande, car elle permet de simplifier la complexité du système.

Cependant, ces performances sont obtenues au prix de certains inconvénients :

- Un phénomène de chattering ou broutement provoqué par la partie discontinue de cette commande et qui peut avoir un effet néfaste sur les actionneurs.
- Le système est soumis à chaque instant à une commande élevée afin d'assurer sa convergence vers l'état désiré or que cette dernière (la commande élevée) n'est pas souhaitable.

II.11 Conclusion :

Dans ce chapitre, on a abordé une méthode de réglage moderne, c'est le réglage par mode glissant. On a présenté le principe de la CMG pour les différentes structures de la commande non linéaire u_d .

La mise en œuvre de cette méthode de commande nécessite principalement trois étapes:

- le choix de la surface : le choix de la surface de glissement concerne non seulement le nombre de ces surfaces, mais également leur forme, en fonction de l'application et l'objectif visé.
- L'établissement des conditions de convergence : c'est la première condition de convergence qui permet aux dynamiques du système de converger vers les surfaces de glissement.
- La détermination de la commande : une fois la surface de glissement choisie, ainsi que le critère de convergence, il reste à déterminer la commande nécessaire pour ramener la variable à contrôler vers la surface et ensuite vers son point d'équilibre en maintenant la condition d'existence des modes glissants.

Le prochain chapitre fera l'objet de l'application de ce type de commande sur un pendule inversé.

III.1 Introduction :

Dans cette partie on s'intéresse à l'application de la commande par mode glissant sur le pendule inversé. Le pendule est représenté sous sa forme simplifiée (figure. I.1) ayant la force F à appliquer au chariot, la position angulaire θ du pendule et la position du chariot x comme sorties du système.

III.2 Synthèse de la commande par mode glissant d'un pendule inversé :

L'objectif est d'utiliser une loi de commande qui permet de suivre les trajectoires de référence en temps fini, avec une grande précision, une bonne robustesse et une diminution de la réticence qui reste finalement la principale problématique introduite par la commande par mode glissant.

III.2.1 Formulation mathématique :

La modélisation du processus est une étape primordiale dans la mise en œuvre d'un contrôleur. En général, un système non linéaire ayant U pour entrée de commande et y comme sortie, peut être décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = F(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, u) \\ y = H(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Où $F(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, u)$ et $H(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})$ sont deux fonctions non linéaires continues, représentant les états du système. Cette description ne permet pas la mise en œuvre de contrôleurs pour assurer la poursuite des trajectoires. Pour pallier à ce problème, la linéarisation entrée-sortie a été largement utilisée, afin de trouver une relation explicite entre l'entrée du système et sa sortie, en utilisant des techniques de la géométrie différentielle [13]. Ainsi un système non linéaire d'ordre n affine dans la commande peut être décrit par la relation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

Où $f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})$ et $g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})$ sont des fonctions non linéaires continues. Cette nouvelle description permet d'utiliser facilement les différentes approches basées sur la rétroaction pour résoudre les problèmes de poursuites de trajectoires et de régulations.

Conformément à l'équation précédente, la forme canonique d'un système non linéaire de second ordre peut être écrite comme suit [06] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + g(x)u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Ainsi le problème de poursuite de trajectoire consiste à déterminer la loi de commande $u(x)$ qui permet d'assurer la convergence du vecteur d'état $x(t) = [x_1, x_2]$ vers le vecteur d'état désiré $x_d(t) = [x_{1d}, x_{2d}]$ avec une erreur de suivi sur la première composante du vecteur d'état $x(t)$:

$$e = x_{1d}(t) - x_1(t) \quad (\text{III.4})$$

En général, la surface de glissement d'ordre 1 est définie par :

$$S(x) = \lambda e + \dot{e} = \lambda(x_{1d} - x_1) + x_{2d} - x_2 \quad (\text{III.5})$$

Où λ est une constante de glissement strictement positive.

En dérivant l'équation (III.5) nous obtenons :

$$\dot{s} = \lambda \dot{e} + \ddot{e} = \lambda \dot{e} + \dot{x}_{2d} - \dot{x}_2 = \lambda \dot{e} + \dot{x}_{2d} - f(x) - g(x)u \quad (\text{III.6})$$

Dans le but de synthétiser la loi de commande, définissons la fonction de Lyapunov comme suit :

$$V = \frac{1}{2} s^2(x) \quad (\text{III.7})$$

En satisfaisant la condition suivante :

$$\frac{1}{2} \frac{d(s^2(x))}{dt} \leq -K|s| < 0 ; \quad K \geq 0 \quad (\text{III.8})$$

Cette condition peut être réécrite comme suit :

$$s\dot{s} \leq -K|s| < 0 \quad \text{ou} \quad \text{sgn}(s)\dot{s} \leq -K \quad (\text{III.9})$$

Par conséquent, le problème de contrôle est d'obtenir la loi de commande U appropriée, qui garantit la condition de glissement

$$s\dot{s} = s(\lambda \dot{e} + \ddot{x}_{1d} - f(x, t) - g(x, t)u) \leq -K|s| \quad (\text{III.10})$$

alors :

$$\text{sgn}(s)(\lambda \dot{e} + \ddot{x}_{1d} - f(x, t) - g(x, t)u) \leq -K \quad (\text{III.11})$$

Si les fonctions $f(x, t)$ et $g(x)$ sont connus, alors la loi de commande appropriée peut être obtenue comme suit :

$$u = g^{-1}(\lambda \dot{e} - f(x, t) + \ddot{x}_{1d} + K \text{sgn}(s)) \quad (\text{III.12})$$

Cependant, la présence de la fonction signe, dans la commande par mode glissant, provoque un phénomène de broutement généré par des variations brusques et rapides du signal de commande, ce qui peut exciter les hautes fréquences du processus et l'endommager. Pour pallier à ce problème, nous avons retenue la solution de Slotine et Lie [13] qui consiste à introduire une bande de transition autour de la surface de glissement permettant de transformer la fonction signe en saturation décrite par l'équation (III.13), et ainsi éliminer le broutement.

$$\text{sat}\left(\frac{s}{\emptyset}\right) = \begin{cases} \frac{s}{\emptyset} & \text{si } \left|\frac{s}{\emptyset}\right| \leq 1 \\ \text{sign}\left(\frac{s}{\emptyset}\right) & \text{si } \left|\frac{s}{\emptyset}\right| \geq 1 \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

Où \emptyset représente la bande de transition de la surface de glissement.

III.2.2 Stabilisation du pendule inversé par mode glissant :

La dynamique complète d'un pendule inversé, peut être représentée par deux sous systèmes non linéaires d'ordre deux [06]. Le premier décrit la dynamique du chariot comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_x(x) + g_x(x)u_x \\ y_1 = x_1 \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

avec :

$$\begin{cases} g_x = \frac{N}{hN - m^2 l^2 \cos^2 \theta} \\ f_x = \frac{m l N}{hN - m^2 l^2 \cos^2 \theta} \dot{\theta}^2 \sin \theta - \frac{m^2 l^2 g \cos \theta \sin \theta}{N l - m^2 l^2 \cos^2 \theta} \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

Où u_x et y_1 sont respectivement l'entrée de commande du système (la force F) et la sortie déplacement x du chariot.

Le second sous système représente la dynamique du pendule qui est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = f_\theta(x) + g_\theta(x)u_\theta \\ y_2 = x_3 \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

avec :

$$\begin{cases} g_\theta = -\frac{ml}{hN-m^2l^2\cos^2\theta}\cos\theta \\ f_\theta = \frac{mgl}{N}\sin\theta + \frac{m^3l^3g.\cos^2\theta.\sin\theta}{N(hN-m^2l^2\cos^2\theta)} - \frac{\dot{\theta}^2m^2l^2.\cos\theta.\sin\theta}{hN-m^2l^2\cos^2\theta} \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

Où u_θ et y_2 sont respectivement l'entrée de commande du système (la force F) et la position angulaire θ du pendule.

Ces deux sous systèmes sont utilisés pour asservir la position du chariot et du pendule vers les états désirés. Les surfaces de glissement sont définies comme suit :

$$\begin{cases} s_x = \lambda_x(x_{d1} - x_1) + (x_{d2} - x_2) \\ s_\theta = \lambda_\theta(x_{d3} - x_3) + (x_{d4} - x_4) \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

Conformément à la loi de commande par mode glissant synthétisée au paragraphe précédent (équation III.12), dans le cas où la dynamique complète du pendule inversé est parfaitement connue, le contrôle de la position du chariot et la stabilisation du pendule, peuvent être assurés par les lois de commandes (III.19), et (III.20) respectivement :

$$u_x = g_x^{-1} \left(\lambda_x e - f_x(x, t) + \ddot{x}_{1d} + K_x \text{sat} \left(\frac{s_x(x)}{\phi_x} \right) \right) \quad (\text{III.19})$$

$$u_\theta = g_\theta^{-1} \left(\lambda_\theta e - f_\theta(x, t) + \ddot{x}_{3d} + K_\theta \text{sat} \left(\frac{s_\theta(x)}{\phi_\theta} \right) \right) \quad (\text{III.20})$$

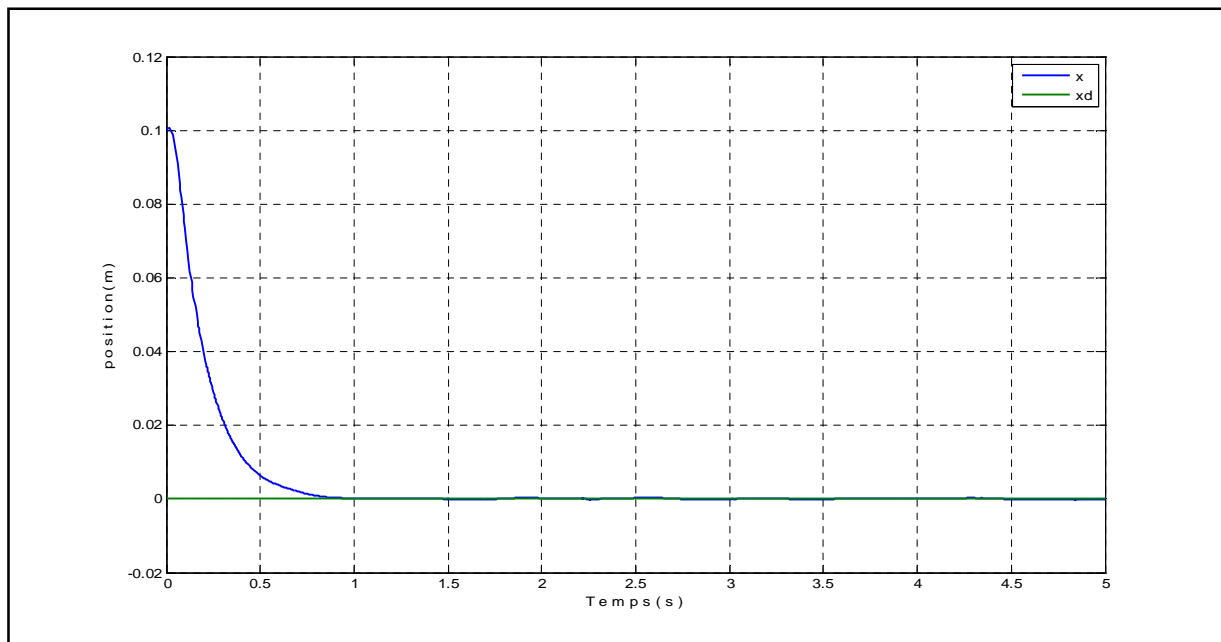
III.2.3 Simulation numérique :

Afin de tester les performances de la commande par mode glissant, nous avons réalisé quelques simulations avec des conditions différentes.

III.2.3.1 Première simulation :

La première étape de la simulation consiste à appliquer la commande au pendule inversé avec une fonction (signe), pour montrer les perturbations et à haute fréquence autour du point d'équilibre (Le broutement).

- Les figures suivantes représentent les différents résultats de simulation associés au chariot :



Figure(III.1) : Position du chariot avec fonction sgn.

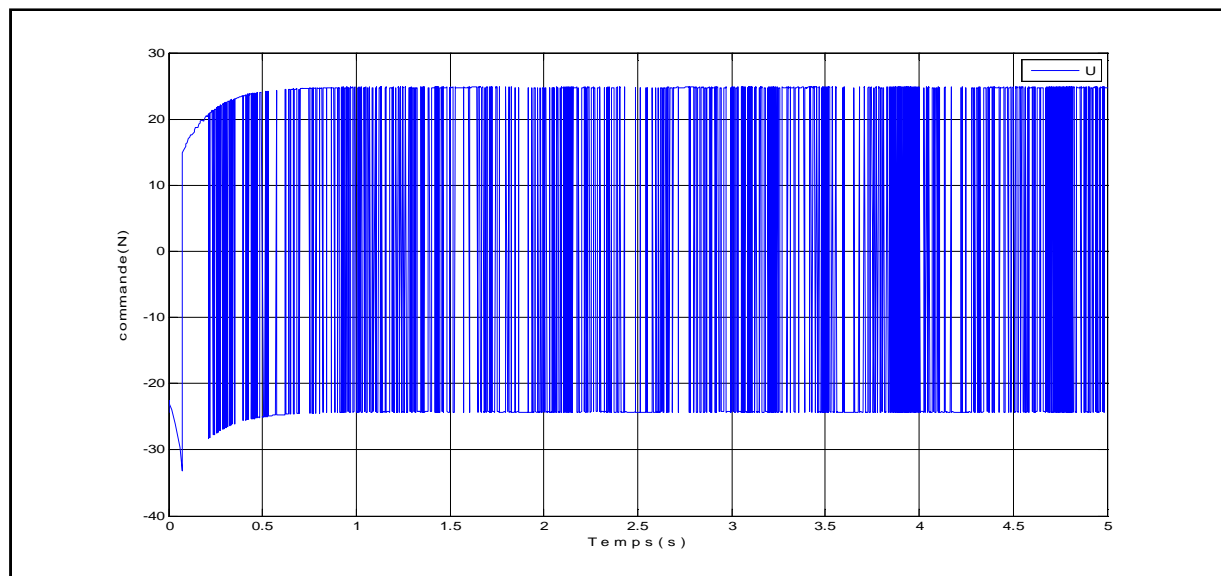


Figure (III.2) : Signal de commande du chariot avec fonction sgn.

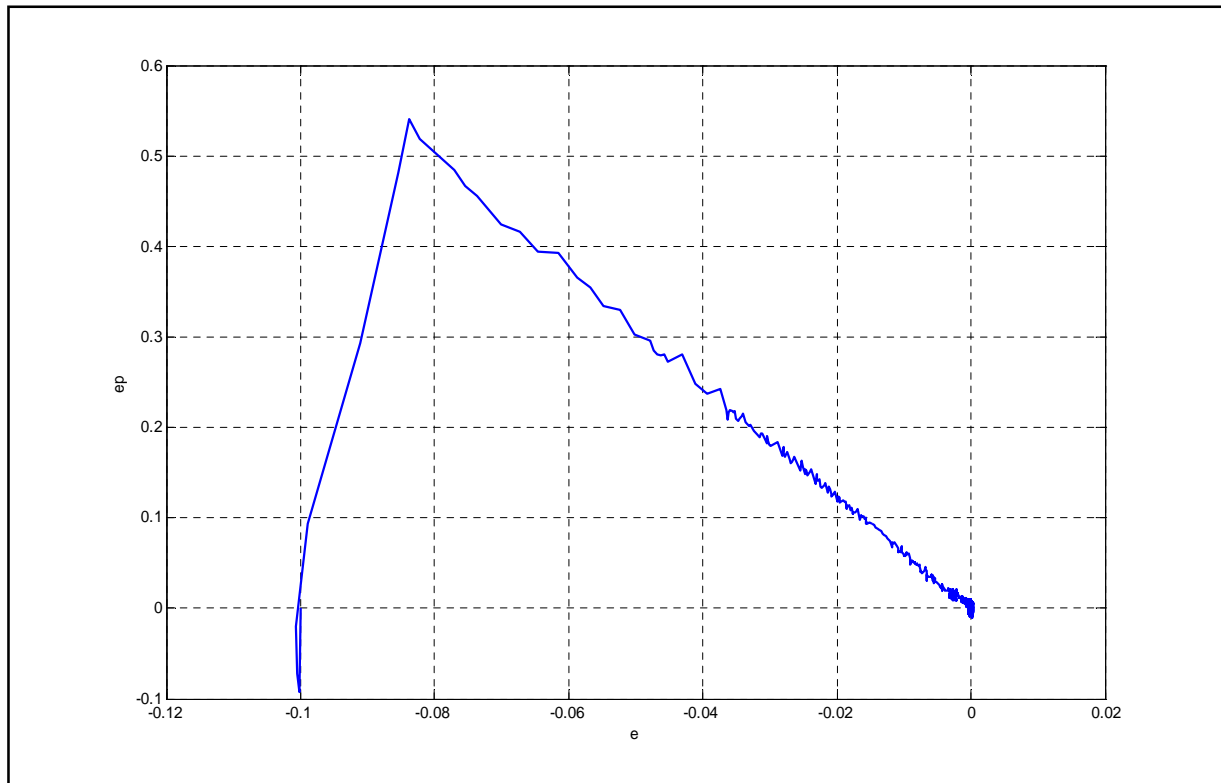


Figure (III.3) : Plan de phase du chariot avec fonction sgn.

- **Interprétation des résultats de simulation :**

A partir de la figure (III.1) on peut constater que notre commande de glissement arrive à stabiliser notre chariot. En effet elle a pu le ramener de sa position initiale (0,1m) à sa position désirée.

On constate des perturbations autour du point d'équilibre comme nous le montre la figure (III.3). On constate aussi des commutations haute fréquence sur la commande, figure (III.2) dont la cause est la présence du terme discontinu et c'est ce qu'on appelle le phénomène de broutement qui est représenté sur la figure (III.3).

-Le système se stabilise au bout d'une seconde.

-Le signal de commande $u(t)$ n'est pas réalisable.

- Les figures suivantes représentent les différents résultats de simulation associés au pendule :

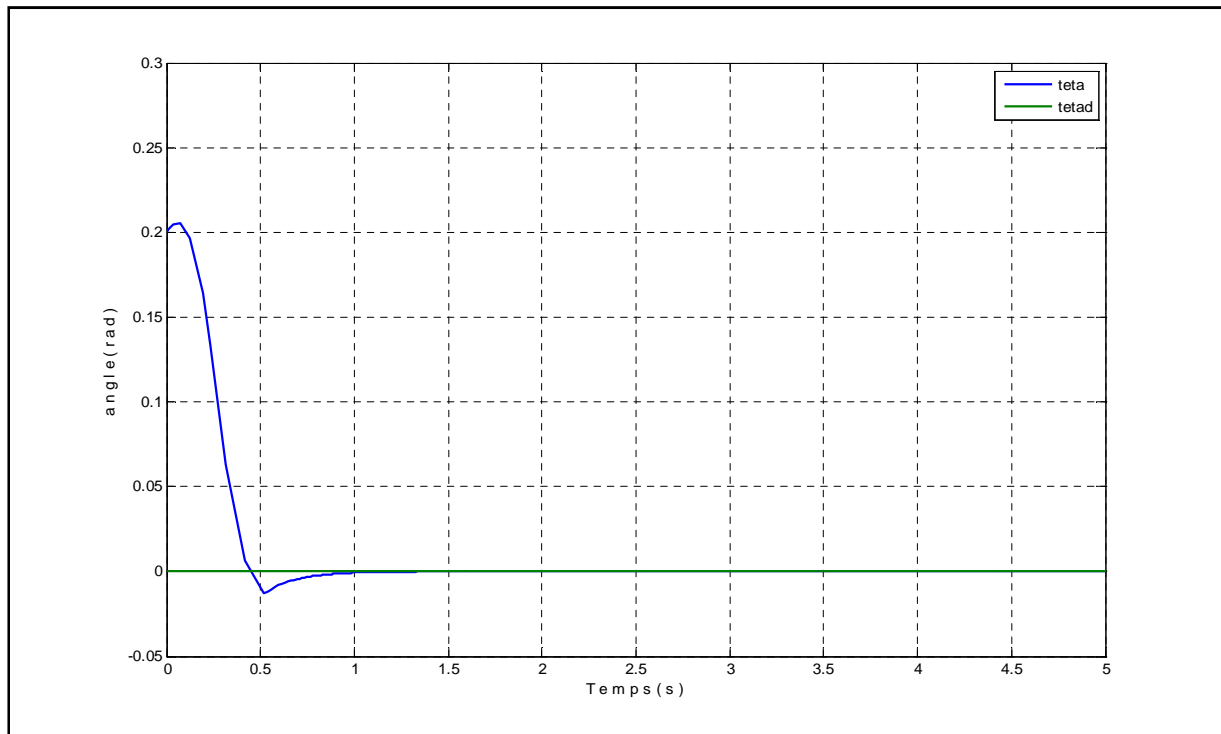


Figure (III.4) : Position angulaire du pendule avec fonction sgn.

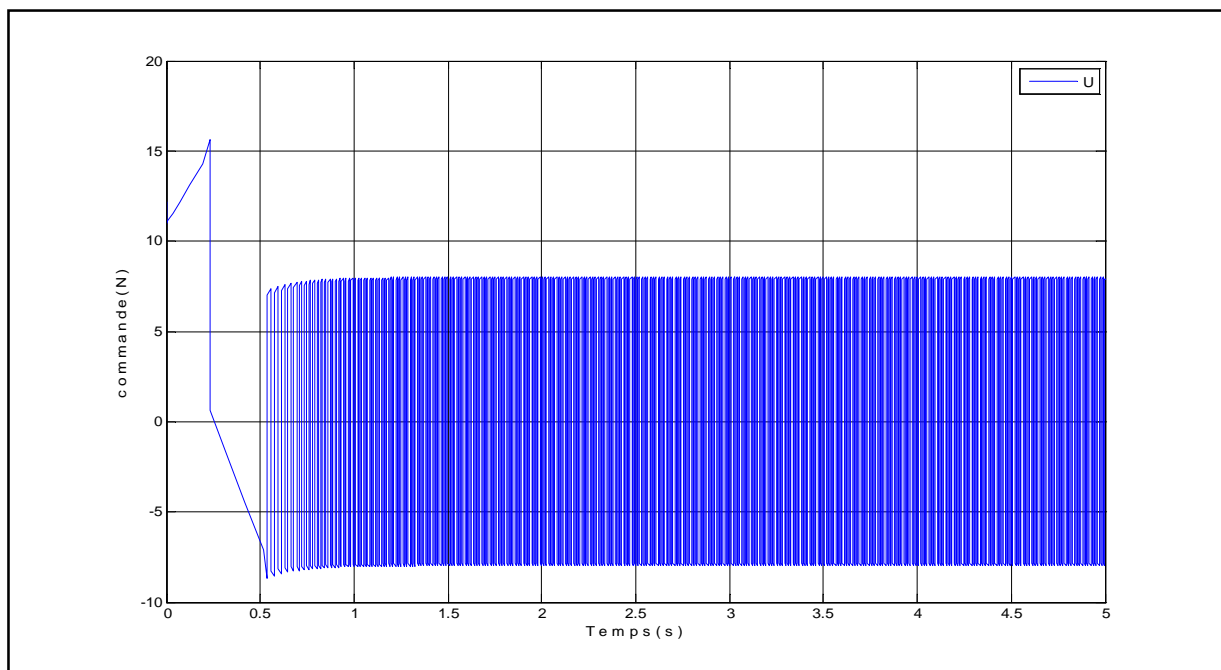


Figure (III.5) : Signal de commande du pendule avec fonction sgn.

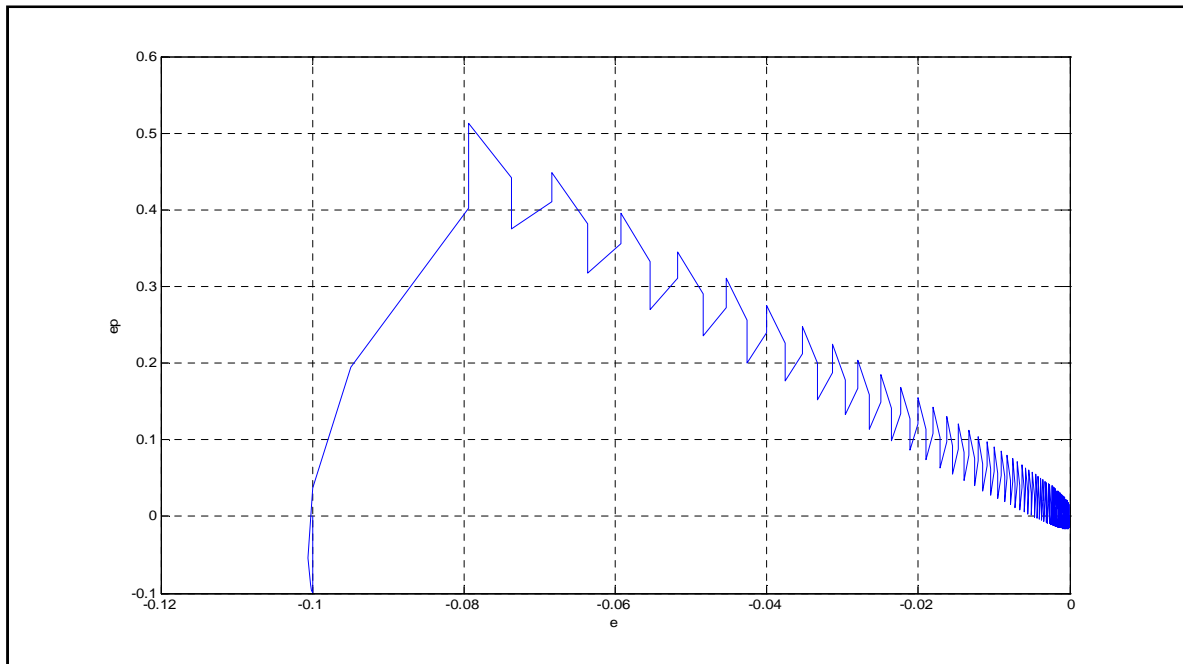


Figure (III.6) : Plan de phase du pendule avec fonction sgn.

- **Interprétation des résultats de simulation :**

A partir de la figure (III.4) on peut constater que notre commande de glissement arrive à stabiliser le pendule. En effet elle a pu le ramener de sa position initiale (0,2 rad) à sa position d'équilibre instable et de l'y maintenir.

On constate des anomalies autour du point d'équilibre comme nous le montre la figure (III.6). On constate aussi des commutations haute fréquence sur la commande, figure (III.5) dont la cause est la présence du terme discontinu et c'est ce qu'on appelle le phénomène de broutement qui est représenté sur la figure (III.6).

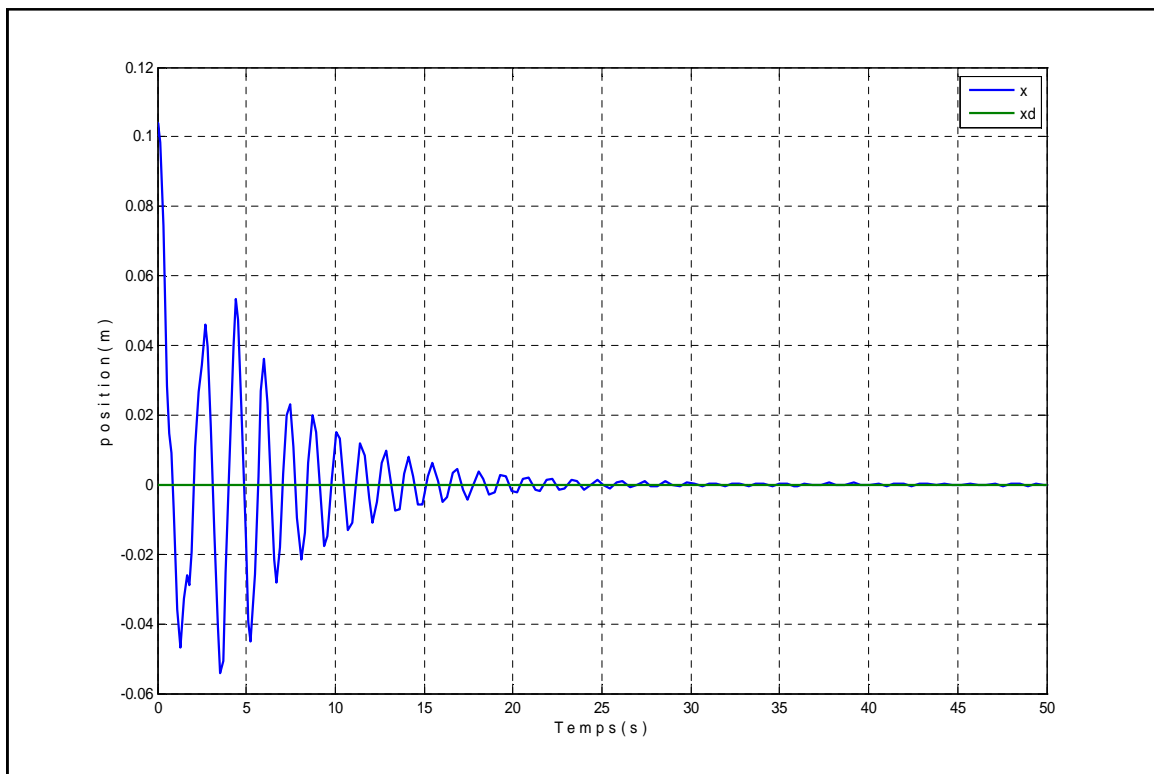
-Le pendule se stabilise au bout 1,5 sec.

-Le signal de commande $u(t)$ n'est pas réalisable.

III.2.3.2 Deuxième simulation :

Dans cette deuxième simulation on va réduire le phénomène de broutement et la commutation sur la commande, et pour cela on utilise l'une des solutions possible. La fonction qu'on a utilisée dans notre cas est la fonction de saturation (SAT).

- Les figures suivantes représentent les différents résultats de simulation associés au chariot :



Figure(III.7) : Position du chariot avec fonction SAT.

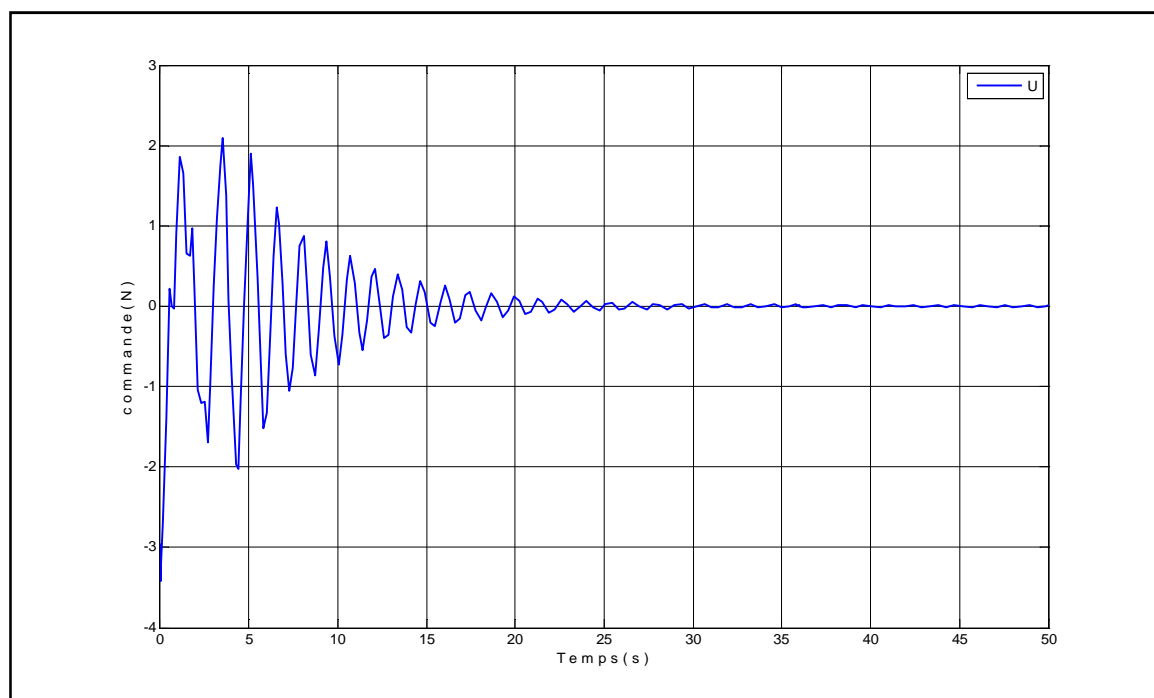


Figure (III.8) : Signal de commande du chariot avec fonction SAT.

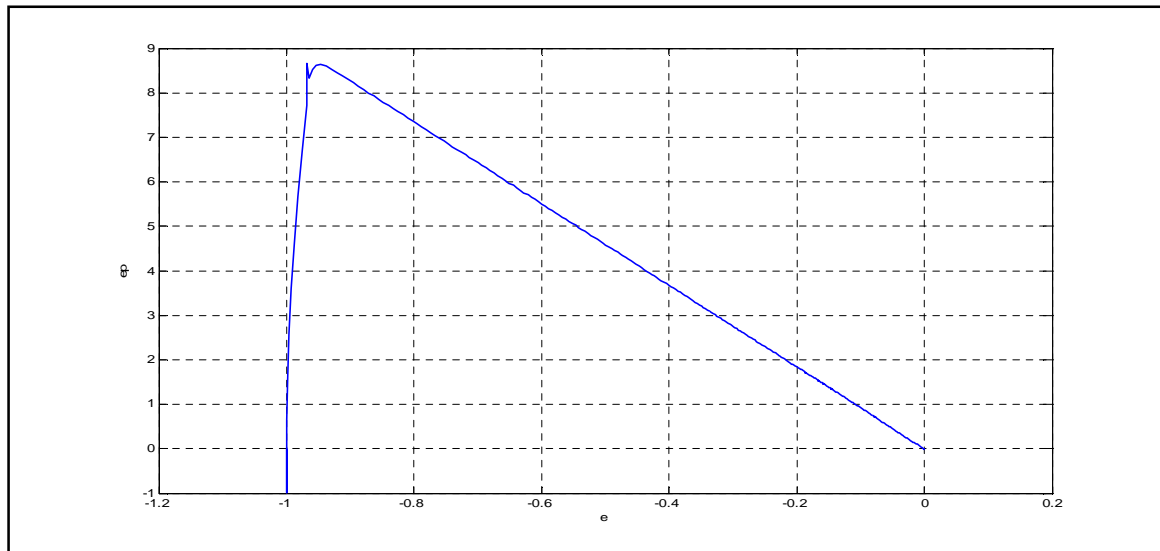


Figure (III.9) : Plan de phase du chariot avec fonction SAT.

- **Interprétation des résultats de simulation :**

Dans la première simulation, nous avons considéré le régulateur par mode glissant synthétisé sans fonctions de saturation. Les figures (III.7) et (III.8) montrent respectivement le profil de la position du chariot et la commande correspondant, ou on peut conclure d'une part la stabilisation du chariot, ainsi qu'un phénomène de broutement (figure.9) et les variations brusques du signal de commande qui s'expliquent par la présence de la fonction signe dans la commande par mode glissant.

- Les figures suivantes représentent les différents résultats de simulation associés au pendule :

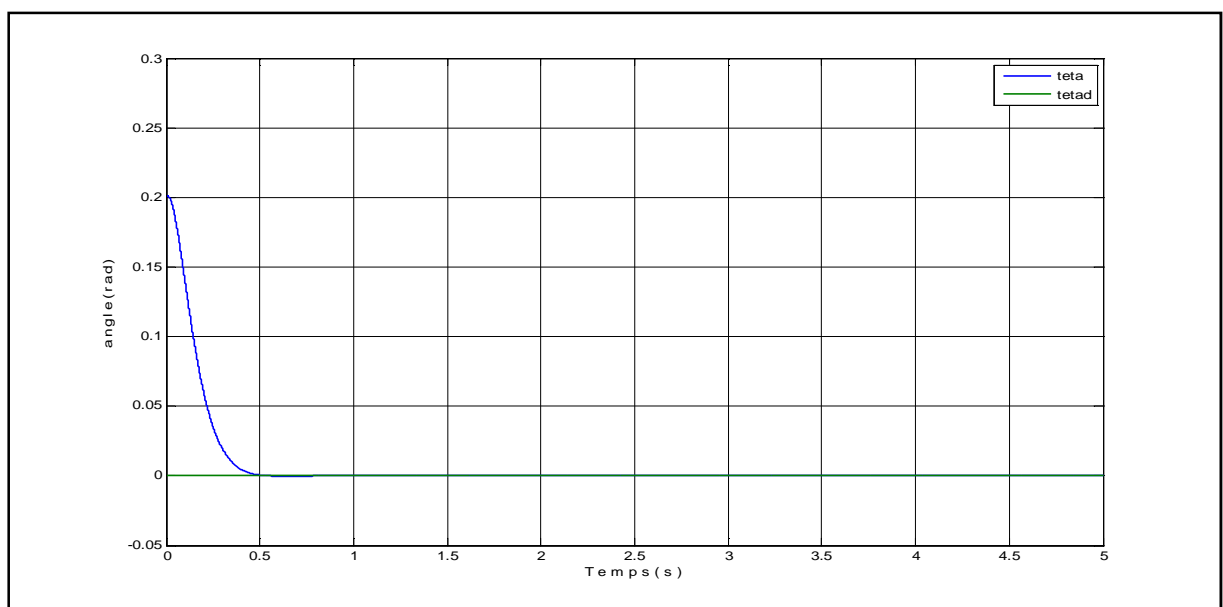


Figure (III.10) : Position angulaire du pendule avec fonction SAT.

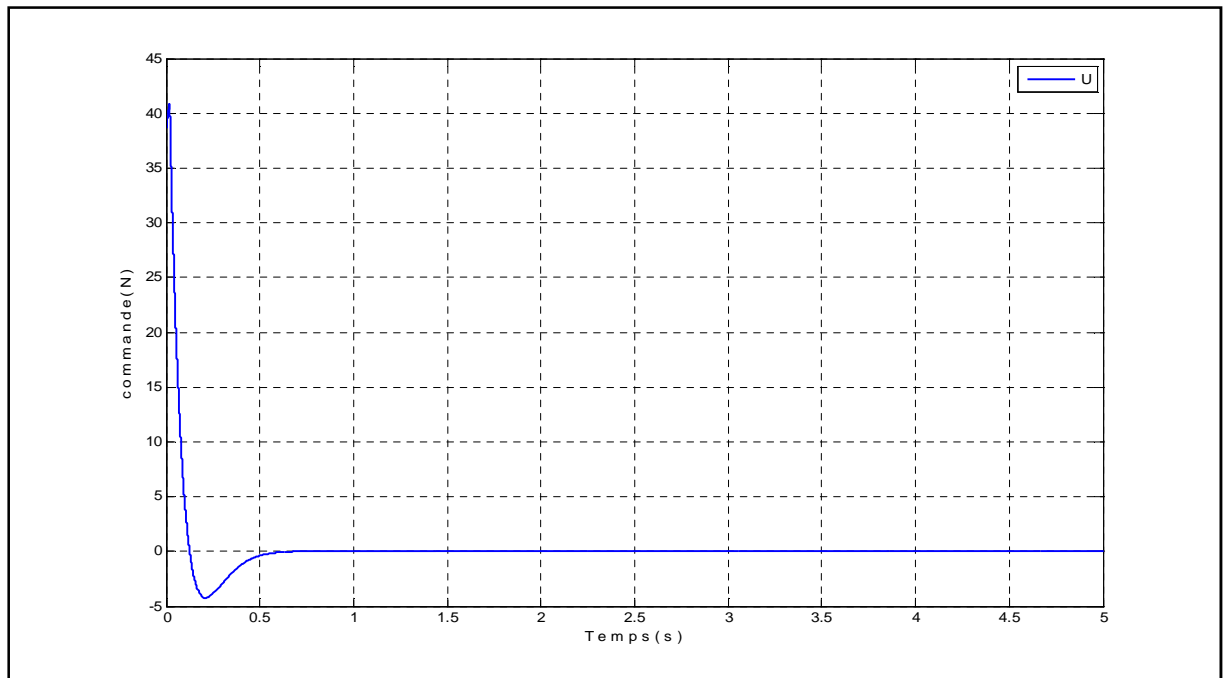


Figure (III.11) : Signal de commande du pendule avec fonction SAT.

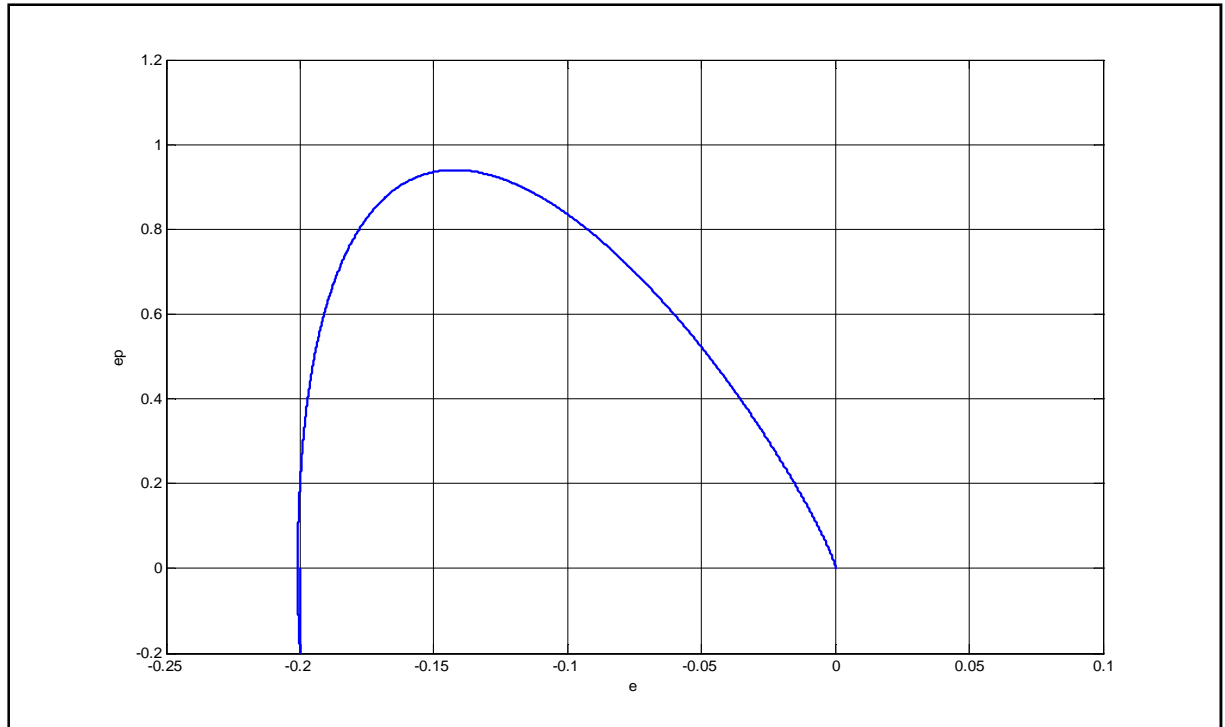


Figure (III.12) : Plan de phase du pendule avec fonction SAT.

- **Interprétation des résultats de simulation :**

Dans la première simulation, nous avons considéré le régulateur par mode glissant synthétisé sans fonctions de saturation. Les figures (III.10) et (III.11) montrent respectivement le profil de la position angulaire du pendule et la commande correspondant, ou on peut conclure d'une part la stabilisation du pendule, ainsi qu'un phénomène de broutement (figure.12) et les variations brusques du signal de commande qui s'expliquent par la présence de la fonction signe dans la commande par mode glissant.

III.2.3.3 Troisième simulation :

Finalement on va tester la robustesse de la commande en perturbant le système.

On va appliquer sur le chariot une impulsion de 5 N pendant une durée de 0.2s (20,8s-21s), et sur le pendule une autre impulsion de 10 N pendant 0.2s (2,8s – 3s).

- Les figures suivantes représentent les différents résultats de simulation associés au chariot :

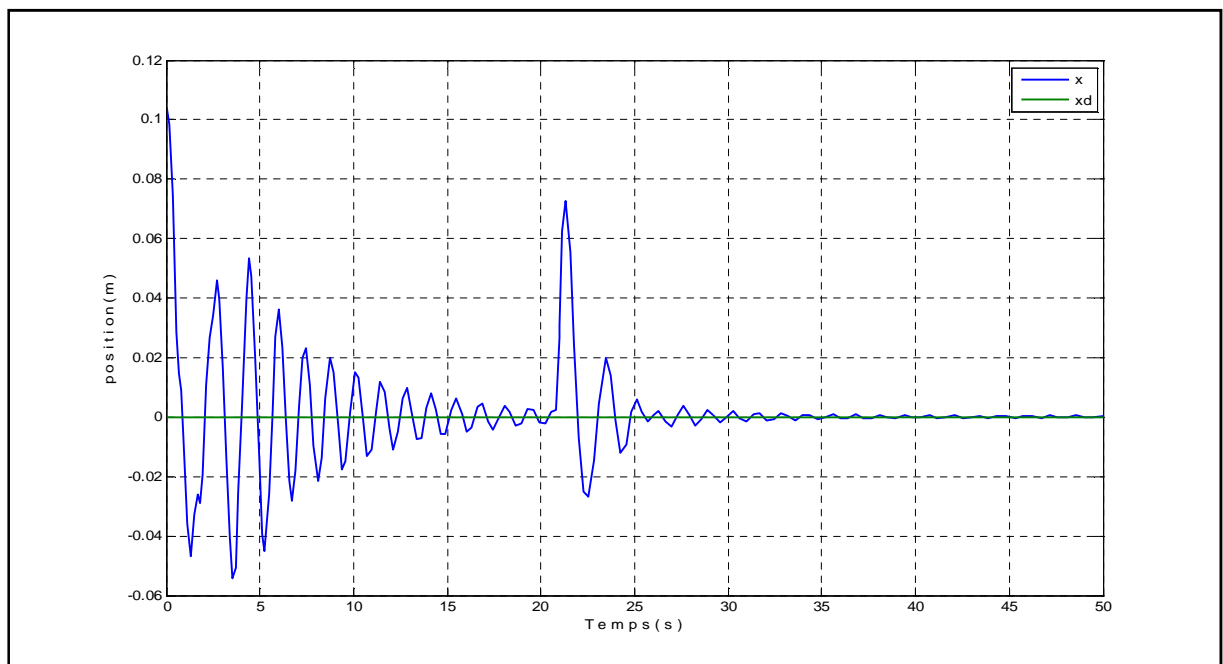


Figure (III.13) : position du chariot avec perturbation.

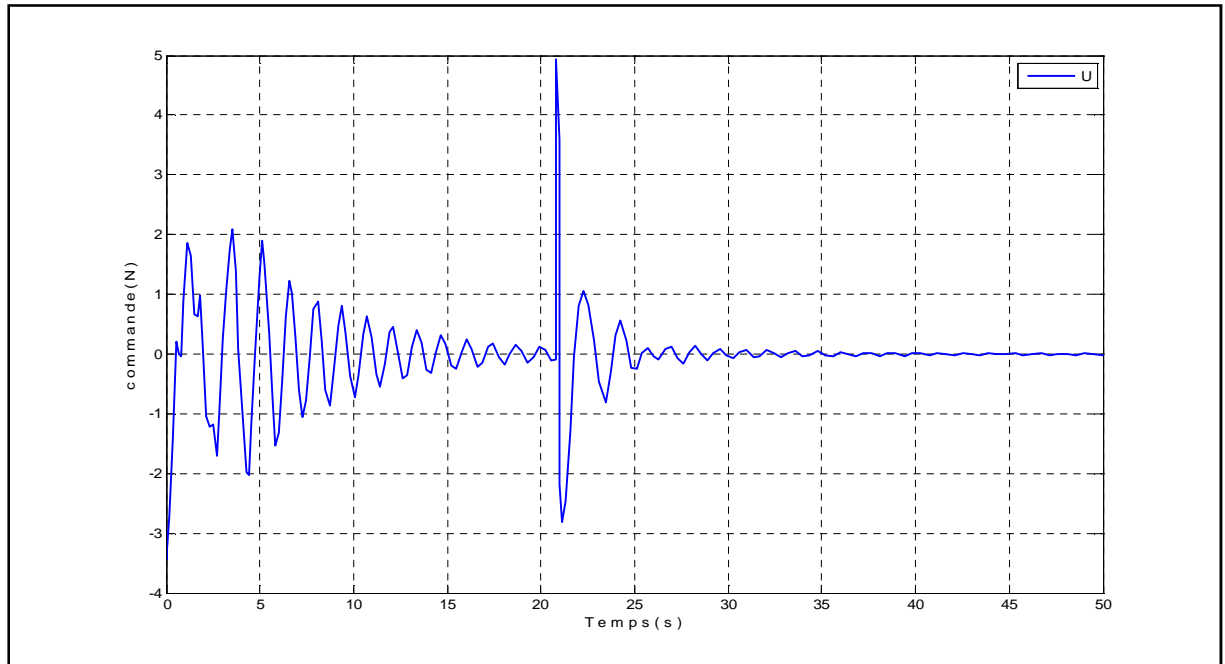


Figure (III.14) : Commande du chariot avec perturbation.

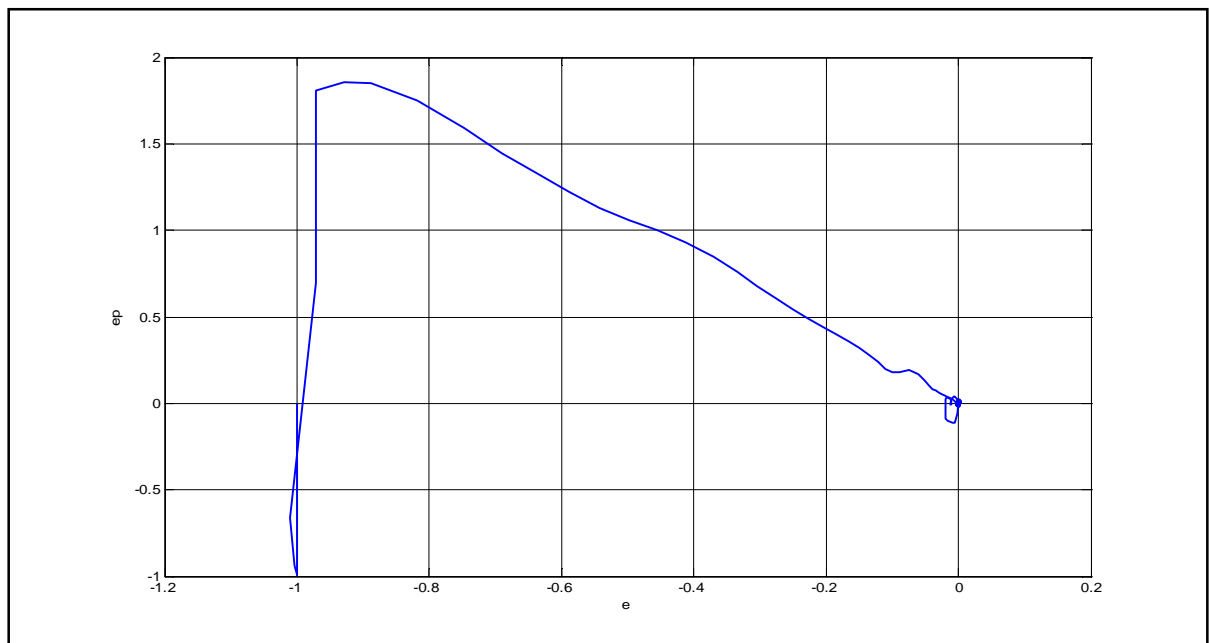


Figure (III.15) : Plan de phase du chariot avec perturbation.

- **Interprétation des résultats de simulation :**

D'après les figures (III.13), (III.14) et (III.15), on s'aperçoit que l'effet des perturbations n'a pas empêché le système de réglage de réaliser sa tâche de contrôle, ce qui nous donne une idée générale sur le comportement robuste de la loi de commande par mode glissant.

- Les figures suivantes représentent les différents résultats de simulation associés au pendule :

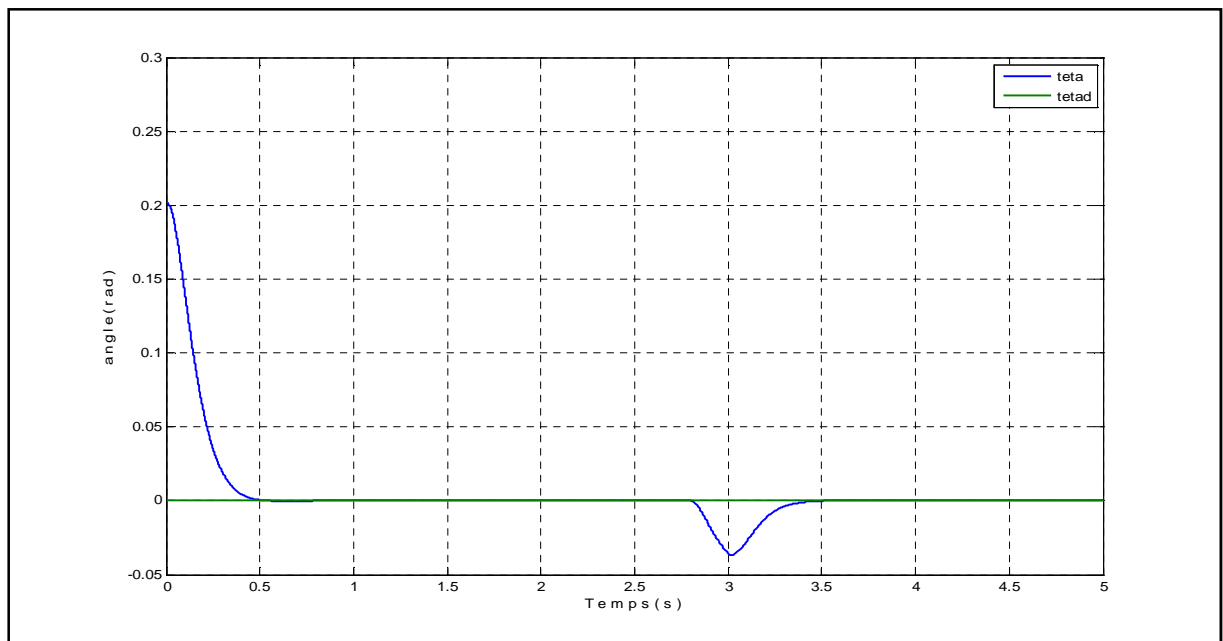


Figure (III.16) : Position angulaire du pendule avec perturbation.

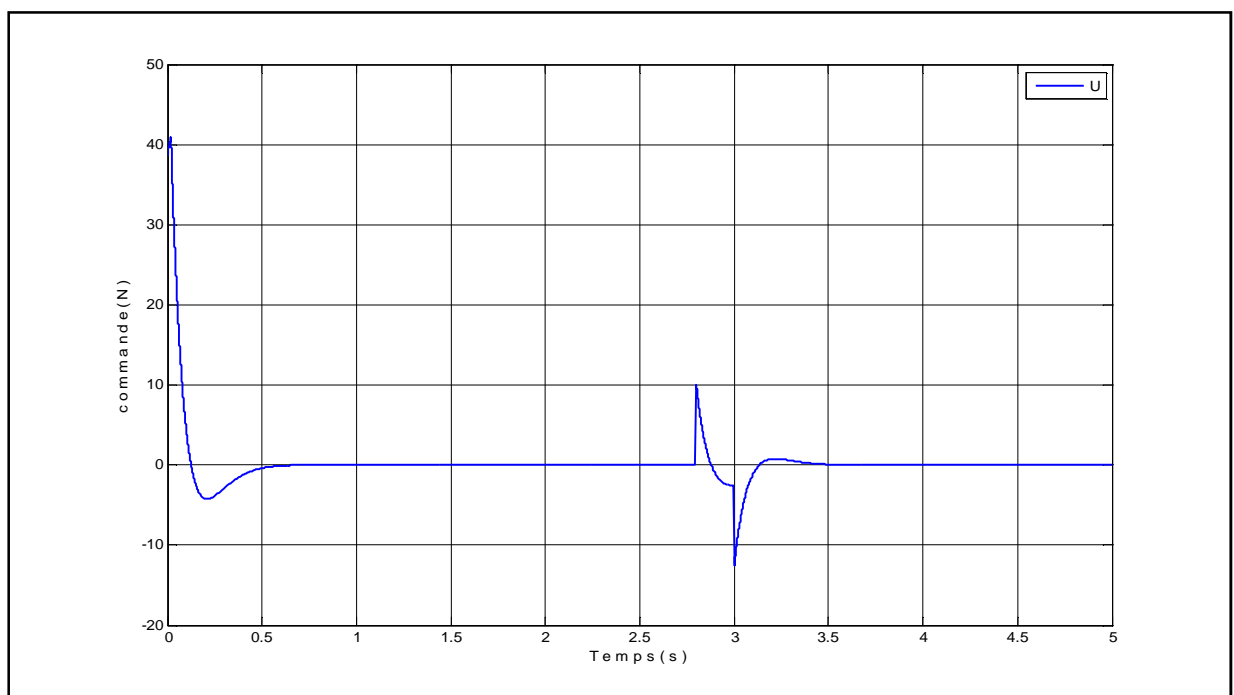


Figure (III.17) : Commande du pendule avec perturbation.

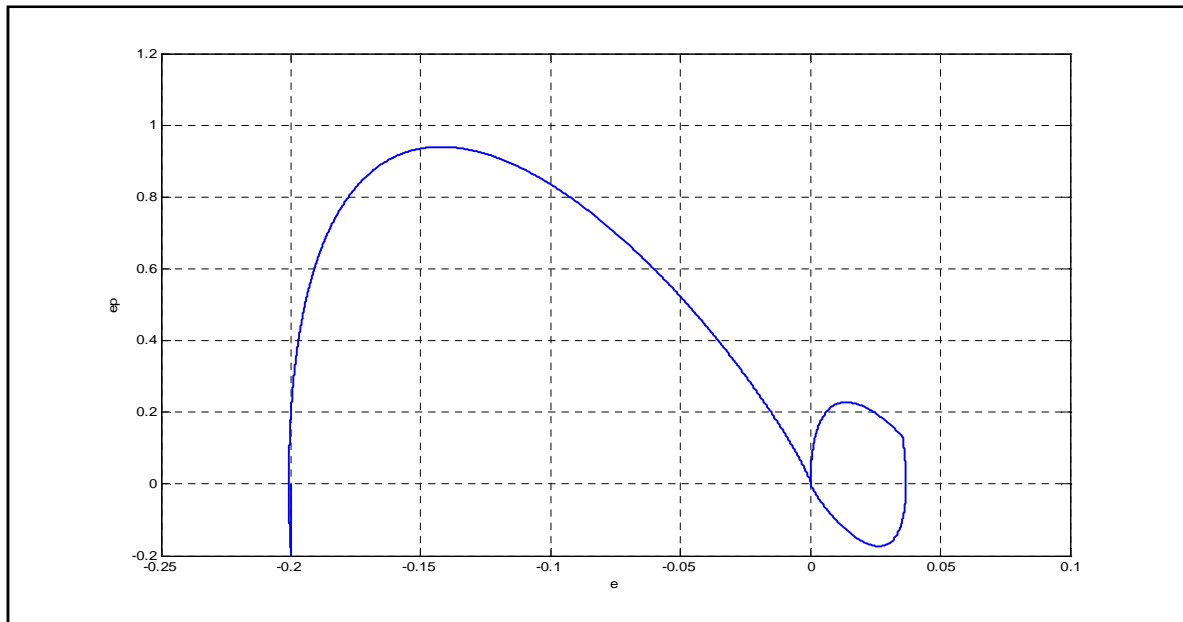


Figure (III.18) : Plan de phase du pendule avec perturbation

- **Interprétation des résultats de simulation :**

D'après les figures (III.16), (III.17) et (III.18), on s'aperçoit que l'effet des perturbations n'a pas empêché le système de réglage de réaliser sa tâche de contrôle. On conclue que la commande est fiable et robuste malgré les différentes perturbations.

III.3 Conclusion :

Dans cette partie, on a présenté la commande du pendule inversé par la méthode de commande en mode glissant d'ordre un. Du moment que les résultats de poursuite de trajectoire sont bons lors des simulations malgré les perturbations imposées, on conclue que la commande est fiable et robuste.

Conclusion générale

Conclusion générale

L'étude présentée dans ce mémoire a pour objectif d'aborder la commande par mode glissant, généralement employée en automatique afin de répondre au mieux aux objectifs de performance et de robustesse pour la régulation d'un procédé. La loi de commande proposée est appliquée à la stabilisation d'un pendule inversé qui est un système instable, possédant des non-linéarités non négligeables.

Pour y parvenir, nous sommes amenés d'abord à connaître la constitution de ce système et à comprendre son fonctionnement. La modélisation du pendule inversé était nécessaire afin de synthétiser la loi de commande proposée dans notre travail, elle a fait l'objet du premier chapitre.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté le principe de la commande par mode glissant. L'application de celle-ci sur un exemple académique proposée par Slotine [13] a permis de montrer le rejet total des perturbations, la bonne poursuite des consignes, et l'insensibilité aux variations paramétriques.

Le troisième chapitre, a pour but d'appliquer la commande mode glissant sur notre système (le pendule inversé) qui est capable de contrôler l'angle du pendule inversé et la position du chariot du système. L'application de la commande par mode glissant sur le pendule a vite montré l'inconvénient majeur cette commande à savoir le phénomène de "broutement". Pour atténuer ou éliminer celui-ci, une solution a été proposée en remplaçant le terme discontinu (fonction signe) par la fonction continue (fonction de saturation).

Au terme de ce travail, nous pouvons dire que la commande mode glissant est robuste, cependant pour qu'elle puisse accomplir correctement ce rôle, il faudra bien choisir la surface de glissement ainsi que les paramètres de la commande à utiliser. Ensuite, il faut vérifier la condition de convergence

Notre étude s'est limitée sur le plan théorique. Cependant on a montré, par simulation l'intérêt de la commande par mode glissant et sa capacité à stabiliser le pendule inversé. Il faudrait alors valider les résultats obtenus sur un banc d'essai pour donner un avis définitif.

Bibliographie

- [01]: Mudry Freddy. « Modélisation et régulation d'un pendule inversé. », Fascicule de travaux pratiques, Institut d'Automatisation industrielle de l'Ecole d'Ingénieurs du Canton de Vaud, Suisse 2003.
- [02]: <https://www.google.dz/search=robot+mip+one>
- [03]: kacimi M.A. « Utilisation des algorithmes génétiques multi-objectif pour la conception d'un contrôleur flou appliqué a un système non linéaire et complexe », mémoire de magister, Universités A.MIRA de Bejaïa, 2014.
- [04]: Bugeja M. « Non linear swing-up and stabilizing control of an inverted pendulum system », EUROCON, Computer as a Tool, The IEEE Region 8. Vol. 2, IEEE, Slovenia 2003.
- [05]: Lam J. « Control of an inverted pendulum », Dept of Electrical & computer Engineering, University of California, USA 2004.
- [06] : Ferhat Lahouazi. « Mise on œuvre d'une stratégie de commande nuer floue Application a un pendule inversé », Mémoire de magister, université Mouloud Mammeri Tizi-ouzou, 2011.
- [07] : Deghboudj Imen. « Commande des systèmes non linéaires par mode glissant d'ordre supérieur », Thèse de Magister de l'Université de Constantine 1 2013.
- [08] : Thierry FLOQUET. « Contributions a la commande par modes glissants d'ordre supérieur », thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lille, 20 Décembre 2000.
- [09] : B. ABDELOUHAB et H. Adel. « Commande par mode de glissement d'une suspension active d'un véhicule », PFE, Ecole Nationale Polytechnique, Juin, 2006.
- [10] : F. BETIN. « Commande d'actionneurs électriques soumis à une charge mécanique à fortes variations paramétriques », Habilitation à diriger des recherches, Centre de Robotique d'Electrotechnique et d'Automatique (CREA) UPRES Equipé d'accueil 3299, Université de Picardie Jules Verne, 02880 Cuffies, France, 2003.
- [11] : H. BÜHLER. « Réglage par Mode de Glissement », Presses Polytechniques Romandes, EPFL, Ecublens, Lausanne, Suisse, 1986.
- [12] : M.C. SOUSE ALAOUI. « Commande et observateur par modes glissants d'un système de pompage et d'un bras manipulateur », thèse de doctorat, Université d'Angers, 08 Juliet 2009.
- [13]: Slotine, J.-J. E., & Li, W. « Applied Nonlinear Control », London: Prentice-Hall, Inc. 1991.

Bibliographie

[14] : Y. Bekakra. «Etude et commande du moteur asynchrone à doublealimentation (MADA) par différentes techniques avancées», Mémoire de Magister, Centre Universitaire d'El-Oued, 2010.

[15] : A. L. Nemmour. «Contribution à la commande vectorielle de la machine asynchrone à double alimentation», Mémoire de Magister, l'Université de Batna, 2002.

[16] : ZAHARIEVA.T « commende a structure variable appliquée a un moteur synchrone », thèse pour l'obtention du diplôme de recherche de l' INSA de Toulouse, France,2000.

[17]: NICOLAS.B. « Contribution à la commande de loi de commutation à l'aide de la théorie des mode glissant », Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Toulouse, France 1996.

[18] : Y. Bekakra, D. Ben attous. «Speed and flux control for DFOC of doublyfed induction machine using sliding mode controller»,ActaElectrotechnica etInformatica, Vol. 10, No. 4, pp. 75-81, 2010.

[19] : M. Abid.« Adaptation de la commande optimisée au contrôle vectoriel de la machine Asynchrone alimentée par onduleur à MLI », Thèse de doctorat d'état en Electrotechnique, Université DjillaliLiabes De Sidi Bel-Abbès, Algérie, 2009.

[20] : B. Benazza.« Commande par mode glissant d'une machine asynchrone sans capteur de vitesse », Mémoire De Magistère En Electrotechnique, Université DjillaliLiabes De Sidi Bel-Abbès, Algérie, 2008.

[21] : F. Benchabane.« Commande en position et en vitesse par mode de glissement d'unmoteur synchrone triphasé a aimants permanents avec minimisation du chattring», Mémoire De Magistère En Electrotechnique, Université Mohammed Khider De Biskra, Algérie, 2005.

[22] :A. Hadjer. « Contribution à la commande robuste des systèmes non linéaires », Mémoire De Magistère En Electrotechnique, Université Ferhat Abbas -Setif-1, Algérie,2014.

Bibliographie

Résumé

Le travail présenté dans ce mémoire a pour objectif d'appliquer la commande par mode glissant pour stabiliser un pendule inversé.

Après présentation et étude du pendule inversé nous avons obtenu le modèle mathématique du système. La deuxième partie traite l'étude de la commande mode glissant, avec un exemple illustratif. L'application de la commande par mode glissant sur le pendule inversé est l'objet de la dernière partie, les résultats de simulation ont bien montré la robustesse et la fiabilité de la commande et la stabilisation du pendule inversé.

Summary

The objective of the work presented in this dissertation is to apply the sliding mode control to stabilize an inverted pendulum.

After presentation and study of inverted pendulum we have obtained a mathematical model of the system. The second part deals with the study of the sliding mode control with an illustrative example. The application of sliding mode control on the inverted pendulum is the aim of the last part, the simulation results showed the robustness, and the reliability of the control, and the stabilization of inverted pendulum.