

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE A.MIRA BEJAIA  
FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES D'INGENIEUR

DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL  
MEMOIRE PRESENTE PAR  
M. KAMEL EDDINE CHALAL  
INGENIEUR D'ETAT EN GENIE CIVIL

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE  
MAGISTER EN GENIE CIVIL  
OPTION : MATERIAUX ET STRUCTURES

## *Thème*

*Réponse sismique des réservoirs  
de stockage*

*Soutenue le 20 Février 2008 devant le jury composé de :*

<i>Mr CHELLOUAH. Nasser</i>	<i>M.C</i>	<i>U.A. M. Béjaia</i>	<i>Président.</i>
<i>Mr TAHAKOURT. Abdelkader</i>	<i>M.C</i>	<i>U.A. M. Béjaia</i>	<i>Examineur.</i>
<i>Mr MEHADDENE. Rachid</i>	<i>M.C</i>	<i>U.M.M. Tizi-Ouzou</i>	<i>Examineur.</i>
<i>Mr KADRI. Mohamed</i>	<i>M.C</i>	<i>U.M.B. Boumédés</i>	<i>Rapporteur.</i>
<i>Mr SEGHIR. Abdelghani</i>	<i>M.A.C.C</i>	<i>U.A. M. Béjaia</i>	<i>Invité.</i>

# Remerciements

*Au terme de ce travail je tiens à remercier particulièrement Mrs M.KADRI, et A.SEGHIR pour avoir proposés et encadrés ce travail, pour leur aide, leurs conseils et leur disponibilité.*

*Je tiens à remercier les membres de jury Mrs N.CHELLOUAH, A.TAHAKOURT et R.MEHADDENE, pour avoir acceptés d'examiner et de juger ce modeste travail, et à toutes les personnes qui m'ont aidés à la réalisation de ce mémoire.*

*Je tiens aussi à rendre hommage a mes parents pour leur soutien, à mes frères et sœurs, a la mémoire de mes deux grandes mères, et celle de ma tante,et aussi un grand MERCI à tous mes ami(e)s.*

*Merci à tous*

## الاستجابة الزلزالية لصهاريج التخزين.

### ملخص:

الغرض من هذه الدراسة هو تحليل الاستجابة الزلزالية لصهاريج التخزين بواسطة نموذج عددي يستند على طريقة العناصر المنتهية باخذ بعين الاعتبار التفاعل بين هيكل الصهريج والبنية الأرضية بطريقة تركيب الهياكل من جهة و تأثير السائل على الهيكل ب مفهوم الكتلة الفعالة من جهة أخرى.

تم القيام بدراسة وسطية متعلقة ب الاهتزازات الحرة و ك ذ الك الاستجابة الزلزالية و ه ذا باخذ بعين الاعتبار عدة حالات للدراسة المتعلقة بالصهاريج الخراسانية و الفولاذية و هي: علو الصهريج، سمك جدار الصهريج، أوج ملء الصهريج، تأثير ارتفاع و مرونة الأساس.

بينت النتائج المتحصل عليها مدى أهمية و تعقد دراسة هذا النوع من الهياكل، تأثير بعض العوامل المتعلقة بهيكل الصهريج، ببنية الأساس و السائل المخزن تم دراستها و تحليلها. بعض وجهات النظر والتوصيات تم أيضا إعطاءها .  
**الكلمات الرئيسية:** صهاريج التخزين، الاستجابة الزلزالية، التفاعل بين البنية الأرضية والهيكل، طريقة العناصر المنتهية.

## Réponse Sismique des Réservoirs de Stockage.

### Résumé :

L'objet de cette étude est l'analyse de la réponse sismique des réservoirs de stockage, elle est menée en utilisant un modèle numérique basé sur la méthode des éléments finis intégrant les effets d'interactions sol- structure et fluide -structure. La méthode de sous structures à été utilisée pour l'analyse de l'interaction sol structure par contre l'action du fluide sur le réservoir a été prise en compte par le concept de masse effective.

Une étude paramétrique portant aussi bien sur les vibrations libres du système complet sol-reservoir-liquide que sur la réponse sismique, a été effectuée à la fois sur les réservoirs en béton que ceux en acier, les paramètres considérés sont: l'élancement du réservoir, l'épaisseur de la paroi, la rigidité du milieu support, la hauteur de remplissage et l'influence de la hauteur de la fondation.

Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence l'importance de ce genre d'ouvrage et la complexité de leur comportement sismique, les effets de plusieurs facteurs concernant aussi bien la structure du réservoir, la fondation (sol) et le liquide contenu sont examinés et rapportés dans cette étude, quelques recommandations et perspectives sont aussi données.

**Mots clés :** réservoirs de stockage, réponse sismique, interaction sol structure, méthode des éléments finis.

# Seismic Response of Storage Tanks.

## **Abstract:**

The aim of this study is the analysis of the seismic response of storage tanks by using the finite elements method and taking into account fluid-structure and soil-structure interactions. The substructure method is employed for the soil-reservoir model while the effective mass concept is applied to account for the fluid action.

A parametric study concerning as well as the free vibrations of the complete soil-tank-liquid system and its seismic response is conducted for concrete and steel tanks. The considered parameters are the higher of the tank, the thickness of the wall, the rigidity of the environment support, height of filling, and the influence of the height of the foundation.

The obtained results have show that the importance of this kind of structures and the complexity of their behaviours during seismic excitations. The effects of some factors concerning the tank structure, the soil foundation and the stored liquid are examined and reported in this study. Some perspectives and recommendations are also given.

**Keywords:** storage tanks, seismic response, interaction soil- structures, finite elements method.

# Sommaire

<b><u>INTRODUCTION GENERALE</u></b> .....	01
---	----

## **CHAPITRE I : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE**

Introduction.....	04
I.1. Calculs numériques.....	05
I.2. Interface fluide-structure.....	06
I.3 Effet de site .....	07
I.4 Effets de l'interaction sol-structure .....	08
I.5 Comportement non linéaire du sol .....	09
I.6 Stabilité des réservoirs.....	10
I.6.1 Réservoirs non ancrés.....	11
I.6.2 Réservoirs ancrés.....	12
I.7 Différents modèles d'analyse des réservoirs.....	13
I.7.1 Modèles mécaniques.....	13
I.7.1.1 Modèle de HOUSNER.....	13
I.7.1.2 Modèle de HOUSNER-EPSTEIN.....	15
I.7.1.3 Modèle de VALESTOS-TANG.....	16
I.7.2 Modèles numériques.....	18
I.7.2.1 Méthode des éléments finis.....	18

## **CHAPITRE II : THEORIE DES COQUES ET EQUATION DE MOUVEMENT DU FLUIDE**

Introduction.....	19
II.1. Théorie des plaques.....	21
I.1.1. Notions sur la théorie des poutres.....	22
I.1.1.1. Théorie de Bernoulli.....	22
I.1.1.2. Théorie de Timochenko.....	23
I.1.2. Exposé de la théorie des plaques.....	26
I.1.2.1. Définitions et notations générales.....	26
I.1.2.2. Hypothèses fondamentales.....	27
I.1.2.3. Plaques minces.....	27
I.1.2.3.1. Cinématique et lois constitutives.....	28
I.1.2.3.2. Forces et moments agissant dans la plaque.....	29
I.1.2.3.3. Equilibre et forme forte.....	31
I.1.2.4. Plaques épaisses.....	32
II.2. Théorie des coques cylindriques de révolution.....	32
II.2.1. Définition.....	32
II.2.2. Hypothèses fondamentales.....	33
II.3. Théorie membranaire.....	34
II.3.1. Equations d'équilibre.....	34
II.3.2. Déformation.....	35

II.3.3. Application aux coques cylindriques circulaires.....	37
II.4. Equation de mouvement du fluide.....	38
II.4.1. Hypothèses fondamentales.....	38
II.4.2. Equation du mouvement.....	39
II.4.3. Conditions aux limites.....	39

### **CHAPITRE III : INTERACTIONS SOL-STRUCTURE**

III.1. Introduction.....	42
III.2. Rappel sur la mécanique des solides(élasticité).....	44
III.3. Principe des travaux virtuels.....	48
III.4. Formulation de l'interaction sol-structure.....	50
III.5. Méthodes de prise en compte de l'interaction sol-structure.....	51
III.5.1. Méthode globale.....	51
III.5.2. Méthode sous structure.....	52
III.6. Modélisation de l'interaction sol-structure.....	53
III.6.1. Modèle analogique simplifié.....	53
III.7. Prise en compte de l'interaction fluide-structure.....	57
III.7.1 Coefficient de masse effective.....	57
III.8. Linearite-Non linéarité.....	59
III.8.1 Non linéarité géométrique.....	59
III.9. Caractérisation du champ sismique incident.....	60
III.10. Condition de radiation.....	60
III.11. Conclusion.....	61

### **CHAPITRE IV : MODELISATION NUMERIQUE**

Introduction.....	62
IV.1. Etude du cas d'une poutre creuse encastree.....	63
IV.1.1.Calcul par la résistance des matériaux .....	63
IV.1.1.1 Détermination de la période.....	63
IV.1.1.2 Détermination de la flèche.....	65
IV.1.1.3 Modèle numérique .....	65
IV.1.2. Vérification par la méthode des éléments finis.....	68
IV.1.2.1 Discrétisation.....	68
IV.1.2.2 Détermination des périodes de vibrations .....	70
IV.1.3. Prise en compte de la hauteur du liquide.....	71

## **CHAPITRE V : ANALYSE DES VIBRATIONS LIBRES**

Introduction.....	73
V-1- Fréquences et modes propres de vibration .....	74
V-2- Propriétés fondamentales des systèmes propres .....	74
V-2-1 Valeurs propres .....	74
V-2-2 Vecteurs propres .....	75
V-3- Méthode de calcul des fréquences et de modes propres .....	75
V-4- Analyse du réservoir.....	77
V-4-1 Système réservoir seul .....	77
a) Discrétisation géométrique ou maillage.....	77
b) Analyse des vibrations libres.....	78
V-4-1-1 Réservoir court.....	79
V-4-1-2 Réservoir long.....	80
• Les modes de déformation du réservoir.....	81
V-4-2 Système réservoir–fondation.....	84
V-4-3 Influence de l'épaisseur de la paroi du réservoir.....	88
V-4-4 Influence de la hauteur du liquide sur les périodes naturelles.....	89

## **CHAPITRE VI : ETUDE DE LA REPONSE SISMIQUE**

Introduction.....	92
V.1 Le phénomène physique .....	93
V.2 Caractérisation des séismes.....	94
V.3 Excitation dynamique considérée.....	95
V.3.1 Analyse de la réponse du réservoir.....	96
V.4 analyse linéaire.....	96
V.4.1 Analyse de l'effet de la rigidité du sol.....	96
V.4.2 Effet du taux de remplissage (hauteur du liquide).....	103
V.4.3 Effet de la hauteur de la fondation (rapport $H_f/H_r$ ).....	108
V.4.4 Effet de la rigidité du réservoir (épaisseur de la paroi).....	113
V.5 Analyse non linéaire.....	119
V.5.1 Système réservoir–fondation.....	119
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>121</b>
<b>références.....</b>	<b>125</b>

## LISTE DES FIGURES

**Figure I.1** Effets sismiques

**Figure I.2** Comportement non linéaire du sol.

**Figure I.3** Déformation sous séisme d'un réservoir non ancré (soulèvement).

**Figure I.4** Stabilité des réservoirs ancrés et non ancrés.

**Figure (1)** Réservoirs cylindriques. Systèmes physiques et système mécanique équivalent.

**Figure (2)** Modèle à une masse passif  $m_i$  (impulsion) et deux masses actives  $m_{01}$ ,  $m_{02}$   
(Oscillation).

**Figure I.5** Modèle physique et modèle mécanique équivalent de HOUSNER-EPSTEIN

**Figure I.6** Modèle de VALESTOS et TANG.

**Figure II.1** Comportement: (a) axial (barre et poutres), (b) flexionnel (poutre).

**Figure II.2** Déplacements flexionnels d'une section a-b d'une poutre de Timochenko

**Figure II.3** Tronçon de poutre et ses forces (efforts intérieurs V et M ; Charges réparties  
Transversales  $q_y$

**Figure II.4** Géométrie de la plaque et forces extérieures.

**Figure II.5** Etat flexionnel d'une plaque : Charge répartie  $\tau$ , Moment de flexion  $M_x$ ,  $M_y$ , Moment  
De torsion  $M_{xy} = M_{yx}$ , Effort tranchant  $V_x$  et  $V_y$

**Figure II.6** Représentation des déplacements et des rotations dans une plaque.

**Figure II.7** Distribution des contraintes dans la plaque et efforts résultants.

**Figure II.8** Coque cylindrique de révolution

**Figure II.9** Forces agissant sur une coque cylindrique.

**Figure II.10** Plissement d'élément De coque cylindrique.

**Figure II.11** Application aux coques cylindriques circulaire.

**Figure III.1** Domaine  $\Omega$  et sa frontière divisée en deux parties disjointes  $\Gamma_u$  et  $\Gamma_\sigma$

**Figure III.2** modèle simplifié d'interaction sol-structure.

**Figure III.3** modèle d'interaction sol-structure.

**Figure III.4** Coefficient de masse effective.

**Figure 1V.1** Représentation du modèle RDM de la poutre circulaire creuse.

**Figure 1V.2** Schéma du maillage de la poutre circulaire creuse.

**Figure 1V.3** Déplacement au sommet selon le modèle numérique.

**Figure 1V.4** Convergence RDM-SAP.



**Figure V.1** Discrétisation en éléments finis de la poutre creuse.

**Figure V.1** Représentation du système réservoir - fondation (sol).

**Figure V.2** Système réservoir seul.

**Figure V.3** Maillage du réservoir.

**Figure V.5** Système réservoir – fondation.

**Figure V.6** Influence de la rigidité du milieu support sur les périodes naturelles.

**Figure V.7** Influence de l'épaisseur de la paroi sur les périodes naturelles

(Cas d'un réservoir long en acier).

**Figure V.8** Influence du taux de remplissage (réservoir long) sur la période fondamentale ( $T_1$ ).

**Figure VI.1** Carte du monde montrant les principales plaques tectoniques.

**Figure VI.2** L'accélération sismique considérée dans l'étude El Asnam 1980.

**Figure VI.3** Coefficient de masse effective.

**Figure VI.4** masse effective en fonction du rapport  $\frac{e_r}{R_r}$ .

**Figure VI.5** Evolution de l'accélération  $A_{cc}$  au sommet du réservoir.

**Figure VI.6** Evolution du déplacement  $U_x$  au sommet du réservoir.

**Figure VI.7** Evolution du déplacement  $U_x$  au milieu du réservoir.

**Figure VI.8** Evolution de la contrainte  $\sigma_{xx}$  à la base du réservoir.

**Figure VI.9** Evolution de la contrainte  $\sigma_{xx}$  au milieu du réservoir.

**Figure VI.10** Evolution de la contrainte  $\sigma_{yy}$  à la base du réservoir.

**Figure VI.11** Evolution de la contrainte  $\tau_{xy}$  à la base du réservoir.

**Figure VI.12** Evolution de l'intensité de contraintes à la base du réservoir.

**Figure VI.13** Evolution de la contrainte de Von Mises à la base du réservoir.

**Figure VI.14** Effet du taux de remplissage sur le déplacement  $U_x$  au sommet du réservoir.

**Figure VI.15** Effet du taux de remplissage sur l'accélération  $Acc$  au sommet du réservoir

**Figure VI.16** Effet du taux de remplissage sur la contrainte  $\sigma_{xx}$  à la base du réservoir.

**Figure VI.17** Effet du taux de remplissage sur la contrainte  $\sigma_{yy}$  à la base du réservoir.

**Figure VI.18** Effet du taux de remplissage sur les contraintes de Von Mises à la base du Réservoir.

**Figure VI.19** Effet du taux de remplissage sur l'intensité de contraintes à la base du réservoir.

**Figure VI.22** Effet de la hauteur de la fondation sur le déplacement  $U_x$  au sommet du réservoir.

**Figure VI.23** Effet de la hauteur de la fondation sur le déplacement  $U_x$  au milieu du réservoir.

**Figure VI.24** Effet de la hauteur de la fondation sur la contrainte  $\sigma_{xx}$  à la base du réservoir.

**Figure VI.25** Effet de la hauteur de la fondation sur les  $\sigma_{yy}$  à la base du réservoir.

**Figure VI.26** Effet de la hauteur de la fondation sur la contrainte  $A_{cc}$  au sommet du réservoir.

**Figure VI.27** Effet de la hauteur de la fondation sur les contraintes de Von mises au sommet  
Du réservoir.

**Figure VI.29** Influence de l'épaisseur de la paroi sur l'accélération  $A_{cc}$  au sommet du réservoir.

**Figure VI.30** Influence de l'épaisseur de la paroi sur l'accélération  $A_{cc}$  au milieu du réservoir.

**Figure VI.31** Influence de l'épaisseur sur les déplacements  $U_x$  au sommet du réservoir.

**Figure VI.32** Influence de l'épaisseur sur la contrainte  $\sigma_{xx}$  à la base du réservoir.

**Figure VI.33** Influence de l'épaisseur sur la contrainte  $\sigma_{xx}$  au milieu du réservoir.

**Figure VI.34** Influence de l'épaisseur sur la contrainte  $\sigma_{yy}$  à la base du réservoir.

**Figure VI.35** Influence de l'épaisseur sur l'intensité de contraintes à la base du réservoir.

**Figure VI.36** Influence de l'épaisseur sur les contraintes de Von mises à la base du réservoir.

**Figure VI.37** Déplacement  $U_x$  au sommet du réservoir.

**Figure VI.38** Déplacement  $U_x$  au milieu du réservoir.

**Figure VI.39** Accélération  $A_{cc}$  au sommet du réservoir

**Figure VI.40** Accélération  $A_{cc}$  au milieu du réservoir.

## LISTE DES TABLEAUX

**Tableau VI.1** Masse effective en fonction du rapport  $\frac{e_r}{R_r}$ .

**Tableau IV.1** Convergence de la période fondamentale RDM - Numérique.

**Tableau IV.2** Convergence de la flèche en fonction du maillage de la poutre creuse.

**Tableau IV.3** Convergence des périodes fondamentales : MEF-SAP.

**Tableau IV.4** Convergence MEF-SAP avec prise en compte du fluide.

**Tableau V.1** Périodes propres (sec) pour les deux types de réservoir(court).

**Tableau V.2** Périodes propres (sec) pour les deux types de réservoir (long).

**Tableau V.3** Périodes propres (sec) en fonction du maillage.

**Tableau V.4** Périodes propres (Sec) en fonction du réservoir utilisé.

**Tableau V.5** Périodes de vibration en fonction du module d'élasticité.

**Tableau V.6** Périodes propres (sec) en fonction du réservoir utilisé et de l'épaisseur de la paroi.

**Tableau V.7** Périodes propres (sec) en fonction de la hauteur du liquide.

**Tableau VI.1** Caractéristiques des matériaux.

**Tableau VI.2** Etat de l'accélération en fonction de la rigidité du sol.

**Tableau VI.3** Etat des déplacements en fonction de la rigidité du sol.

**Tableau VI.4** Etat des contraintes à la base du réservoir en fonction de la rigidité du sol.

**Tableau VI.5** Etat des contraintes au milieu du réservoir en fonction de la rigidité du sol.

**Tableau VI.6** Etat des contraintes à la base du réservoir en fonction du taux de remplissage.

**Tableau VI.7** Etat des contraintes au milieu du réservoir en fonction du taux de remplissage.

**Tableau VI.8** Etat de l'accélération au sommet du reservoir en fonction du taux de remplissage.

**Tableau VI.9** Etat des déplacements au sommet du reservoir en fonction du taux de Remplissage.

**Tableau VI.10** Etat des déplacements au sommet du reservoir en fonction du rapport

$$H_f / H_r .$$

**Tableau VI.11** Etat de l'accélération au sommet du reservoir en fonction du rapport

$$H_f / H_r .$$

**Tableau VI.12** Etat de l'accélération au sommet du reservoir en fonction de l'épaisseur du réservoir.

# *Introduction générale*



## INTRODUCTION GENERALE.

Les performances des réservoirs sous l'action des séismes sont relativement bien documentées dans la littérature spécialisée [33, 34, 35]. Une importance est réservée à ce sujet en raison des sérieux dégâts engendrés par la destruction et le non fonctionnement des réservoirs de stockage fréquemment rencontrés dans les systèmes d'approvisionnements en eau potable, dans l'industrie pétrolière, ainsi que dans les installations nucléaires. Ainsi des foyers d'incendie pourraient se propager de manière incontrôlée si l'alimentation en eau était coupée. Les fuites possibles de combustibles, ou de produits chimiques toxiques pourraient avoir des conséquences dramatiques aussi bien pour les habitants résidant au voisinage immédiat du site de construction que pour les populations avoisinantes. En outre la destruction des réservoirs et de leurs systèmes secondaires ainsi que le déversement possible des fluides stockés pourrait conduire à des pertes économiques considérables.

Les réservoirs cylindriques circulaires construits en acier et en béton armé (ou précontraint) constituent des structures de stockage très répandues du fait de leurs facilités d'exécution et de leurs efficacités dans la résistance aux pressions hydrostatiques et aux surpressions hydrodynamiques.

Baron et Skalak [3] présentent une étude mathématique du problème en étudiant des réservoirs simplement supportés sur une extrémité et libre à l'autre. Le mode de déformation de la coque vide a été utilisé comme coordonnée généralisée du système coque-fluide. Cette méthode est purement mathématique est d'une application très difficile pour des conditions aux limites beaucoup plus complexes.

Par ailleurs, un nombre important de problèmes d'engineering concerne les structures renfermant un fluide. La présence de ce dernier altère le comportement de la structure en mouvement et les déformations de la structure sont à l'origine de la modification des charges transmises par le fluide. Dans ce cas, on parle de système couplé et ce type de problèmes est appelé interaction fluide-structure.

Une des anciennes études des effets dynamiques sur les récipients cylindriques a porté sur la réponse sismique des réservoirs encastrés au sol. Ce travail a été réalisé dans les années

40 et 50 par Jacobson [1] et Jacobson et Ayre [2]. Dans ces investigations le réservoir a été considéré rigide et la réponse dynamique du fluide a été observée. Un traitement mathématique rigoureux de ce problème a été développé pour le cas des Petits déplacements du liquide. Il s'agissait de trouver une expression du potentiel de vitesse du liquide satisfaisant l'équation de Laplace et les conditions aux limites appropriées à la surface du liquide et à l'interface fluide-coque.

Le problème de l'interaction dynamique entre le liquide en mouvement et les déformations élastiques des parois des réservoirs est d'un intérêt fondamental dans un nombre important d'applications (génie civil, industrie pétrolière et aérospatiale, installation nucléaire etc.).

Dans l'analyse de ces structures, la connaissance de leurs caractéristiques dynamiques (fréquences propres et modes propres associés) constitue l'étape la plus importante dont dépend le reste de l'étude de la réponse sismique.

Les dégâts survenus aux réservoirs cylindriques soumis aux effets des séismes ont révélé différents modes de ruine. Pour les réservoirs en acier le mode de ruine le plus fréquemment observé, est le flambement des parois sous l'effet des contraintes compressives excessives causées par le moment de renversement, par suite des surpressions hydro sismiques induites. En ce qui concerne les réservoirs en béton, la fissuration représente le mode de ruine observé le plus préjudiciable. Elle est produite essentiellement par les contraintes circonférentielles de traction. Enfin, l'endommagement de la couverture du réservoir, fixée ou flottante, peut survenir si l'espace libre situé au dessus de la surface de liquide, ne peut accommoder la hauteur maximale des vagues.

La performance des systèmes coques- fluides durant les séismes d'Alaska (1964), Los Angeles (1971), Niigata (1971), Mont Diablo (1980) et Coalinga (1983) [31, 33, 34, 35] ont mis en évidence un comportement structural plus complexe de ces systèmes que prévu initialement. Bien que la méthode des éléments finis ait apporté des réponses relativement précises à un certain nombre de problèmes liés à la complexité du comportement sismique observé, le fait demeure que la méthode des éléments finis en tant que méthode d'analyse n'est pas toujours utilisée en pratique pour les problèmes dynamiques en raison des

formulations variationnelles complexes, de la préparation laborieuse des données, d'espace mémoire important et du coût parfois considérable qu'elle implique. De modélisation sophistiquées d'élément finis tridimensionnels [36, 37]. Couplés à des investigations expérimentales [15, 16, 38, 39, 40], l'état des connaissances du comportement dynamique des systèmes coques -fluides en zone de forte sismicité semble encore loin d'être maîtrisées.

Les avancées réalisées dans le domaine de la simulation numérique des systèmes mécaniques complexes permettent de traiter des modèles très détaillés de leurs comportements sous sollicitations extrêmes, statiques dynamiques. La difficulté majeure est alors de caractériser ces sollicitations ainsi que les nombreux paramètres qui interviennent dans ces modèles .En effet les incertitudes relatives aux chargements, aux propriétés mécaniques et physiques des matériaux, à la géométrie ou encore aux conditions aux limites, sont des caractéristiques intrinsèques de ces systèmes. La présente étude a pour objet l'évaluation de la réponse sismique des réservoirs de stockage en tenant compte du liquide stocké ainsi que du sol sur lequel repose le réservoir.

Ce manuscrit est organisé en Six chapitres. Une recherche bibliographique est présentée dans le premier chapitre axée sur les différentes méthodes d'analyse des réservoirs de stockage ainsi que les principaux modes de rupture susceptibles d'atteindre ce genre d'ouvrages , le deuxième chapitre est consacré à la modélisation des coques et les équations de mouvement régissant le fluide à l'intérieur du réservoir, le chapitre trois a pour objet l'interactions sol-structure et fluide-structure prise en compte par un modèle de sous-structure par contre l'action du fluide sur le réservoir a été prise en compte par le concept de masse effective , le quatrième chapitre est consacré à la modélisation numérique, le cinquième chapitre porte sur l'étude des vibration libres du système complet sol-reservoir-fluide , quant au sixième et dernier chapitre, il a pour objet l'étude de la réponse sismique du système complet reservoir-sol-fluide, et finalement, on terminera par une conclusion général.



*Recherche  
bibliographique*



## Chapitre I

# *Recherche bibliographique:*

**Introduction :**

Les progrès réalisés par la communauté scientifique concernant le comportement dynamique des réservoirs de stockages montre l'importance grandissante de ce type de structure.

Très tôt il était utilisé ce type de conteneur dans l'industrie du pétrole et dans les industries connexes ainsi que dans le stockage d'eau. Leur nombre et taille devinrent de plus en plus importantes et leur sensibilité à vibrer devient un problème majeur. Par exemple, la rupture possible d'un réservoir de matière toxique installé dans une région dense en population présente un risque majeur pour la société durant un séisme, sans parler du liquide contenu et des dommages causés à l'ouvrage.

L'effondrement d'un réservoir d'eau, Long Beach 1933 et les tremblements de terre de 1971 de San Ferando, provoquèrent la perte d'approvisionnement en eau public et eurent des conséquences graves. De même, l'endommagement des réservoirs stockant des matériaux combustibles, Niigata 1964 (Japon) et les tremblements de terres de 1964 en Alaska, menèrent aux feux non contrôlés.

Dans un passé assez récent, l'utilisation des réservoirs dans l'industrie nucléaire à conduit à des recherches approfondies dans l'étude de leur propriétés vibratoires.

Beaucoup de chercheurs ont étudié le comportement dynamique des réservoirs de stockage liquides théoriquement et expérimentalement. Des investigations ont été conduites pour chercher des améliorations possibles de la conception de tels réservoirs pour résister à des tremblements de terre. La recherche intensive sur le sujet a commencé vers la fin des années 40, principalement aux USA, dans les domaines de la technologie aérospatiale.

**I.1 Calculs numériques :**

Un calcul rigoureux du phénomène d'interaction dynamique entre le mouvement du liquide contenu, la déformation des parois du réservoir et celle du sol ( fondation), incluant le soulèvement possible, représente un problème d'une complexité analytique considérable exigeant des moyens de calcul et des efforts très souvent incompatibles avec les impératifs industriels.

Malgré le fait que des solutions, pour les cas les plus simples de réponses sismiques des réservoirs, soient connues depuis les années soixante dix, le traitement des cas plus complexes est toujours incomplet même si des progrès ont été réalisés et sont toujours en cours à ce jour. Les récents développements dans le domaine de l'analyse numérique associés à l'évolution des puissances de calculs apportés par les ordinateurs ont permis d'améliorer considérablement l'approche des problèmes complexes comme les calculs dynamiques dans le domaine non linéaire.

La méthode des éléments finis est utilisée pour prédire le comportement et l'état de contraintes attendus lors d'un séisme.

Plusieurs approches numériques sont mises à la disposition du designer, de la plus simple à la plus sophistiquée faisant appel à des capacités de calculs pouvant êtres très importantes et souvent associées à des temps de calcul qui ne sont pas toujours compatibles avec les impératifs du monde industriel.

Les méthodes disponibles permettant d'appréhender le comportement dynamique de ces réservoirs sont de plusieurs types, Méthodes spectrales, Méthode par intégration directe, etc...

**I.2 Interface fluide/structure :**

La solution complète de l'équation de Laplace pour le mouvement du liquide contenu dans un cylindre rigide, peut être exprimée comme la somme de deux contributions différentes, dénommées respectivement « Impulsive » et « Convective ». La composante « Impulsive » de la solution satisfait exactement les conditions limites aux parois et au fond du réservoir (compatibilité entre les vitesses du liquide et du réservoir), mais donne (de manière incorrecte à cause de la présence des ondes) une pression nulle à la surface libre du liquide. Pour cette raison, un second terme doit être ajouté, qui ne doit pas altérer ces conditions limites déjà satisfaites, et qui rétablit la condition correcte d'équilibre à la face supérieure.

La modélisation du comportement dynamique du fluide, sous un séisme horizontal, est prise en compte suivant l'approche développée par HOUSNER.

Basé sur la théorie développée par HOUSNER, la modélisation du fluide pour une excitation horizontale est prise en compte en décomposant le fluide en deux masses distinctes, une masse dite « convective » et une autre appelée « impulsive » (la somme des deux représente la masse totale du fluide).

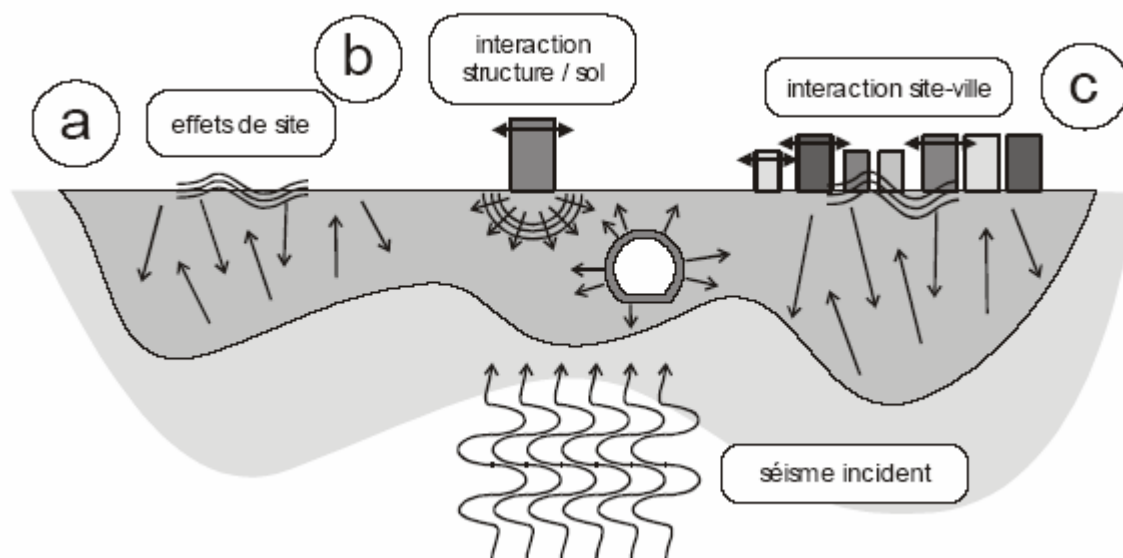
La masse convective représente les mouvements induits à la surface libre du liquide (effet de vague), alors que la seconde, impulsive, modélise la partie du liquide mis en mouvement par la structure. Cette partie du liquide est supposée bouger à l'unisson avec le mur lui-même, en d'autres termes les champs de déplacements, vitesses et d'accélération à l'interface fluide/structure sont strictement identiques.

De plus nous devons prendre en compte l'effet vertical, celui-ci appelé aussi mode de respiration verticale du liquide (breathing mode) est considéré par une masse, Il est important de noter maintenant que la théorie développée par HOUSNER est basée sur un corps indéformable, corps rigide.

La prise en compte de cette singularité affecte de façon non négligeable le mode de répartition de la pression dynamique engendrée par le mode impulsif. Il est admis que le mode convectif et le mode vertical ne sont pas affectés, ou très peu, par cette hypothèse.

### I.3 Effet de site :

Lors d'un événement sismique, les ondes sont émises depuis le foyer et se propagent jusqu'à la surface à travers divers milieux. Les mouvements d'un site donné, lors d'un tremblement de terre, est généralement gouverné par trois facteurs principaux: la source, le trajet parcouru par les ondes sismiques et les conditions géotechniques locales.



**Figure I.1** Effets sismiques.

L'effet de site est cette caractéristique qu'à chaque site géologique, selon sa composition physique et sa géométrie, de répondre différemment aux sollicitations produites par un séisme (accélération, déformations, contraintes...). Ce phénomène est capital dans la construction d'ouvrages résistants aux tremblements de terre. Chaque site doit être étudié de façon particulière dans cette optique [84].

Les tremblements de terre antérieurs comme Lima (Pirou) en 1974, Loma Prieta (Etats unis) en 1989 et Northridge (Etats unis) en 1995, ont démontré le rôle que joue un site donné dans la modification et le changement des caractéristiques des ondes sismiques, la nature du sous sol influence la réponse sismique des structures en amplifiant Les ondes sismiques transmises à la structure lors du passage de celles-ci par les couches mou du sol. Les effets de sites peuvent causer des différents dommages à un même endroit.

Dans le tremblement de terre de Lima, les valeurs maximales des accélérations mesurées dans les régions très endommagées étaient de l'ordre de 0.7 à 0.8g et dans les

régions moins endommagées de 0.3g à 0.6g. Les mouvements ont été amplifiés par un facteur de 1.5 à 2 fois dans les zones qui ont subi de très grands dommages.

#### **I.4 Effets de L'interaction Sol/ Structure :**

Pour les réservoirs fondés sur des sols relativement déformables, le mouvement de la base résultant du séisme peut être sensiblement dû mouvement en champs libre et il inclut en général une composante de balancement, en complément à une composante de translation modifiée.

Des solutions précises du problème d'interaction entre réservoir, liquide et sol n'ont été mises au point que récemment, notamment pour le cas des réservoirs ayant des fondations rigides sur des sols homogènes. Les solutions sont basées sur la méthode de sous structure, par laquelle la réponse du réservoir déformable et de sol de fondation sont exprimées d'abord séparément pour une excitation consistant en un mouvement horizontal et un mouvement de balancement : les conditions d'équilibre et de compatibilité imposées à l'interface, fournissent un système de deux équations pour les composantes inconnues du déplacement du sol.

Des calculs effectués sur des réservoirs de diverses géométries, confirment ce qui était déjà connu grâce à des études antérieures sur des bâtiments à savoir :

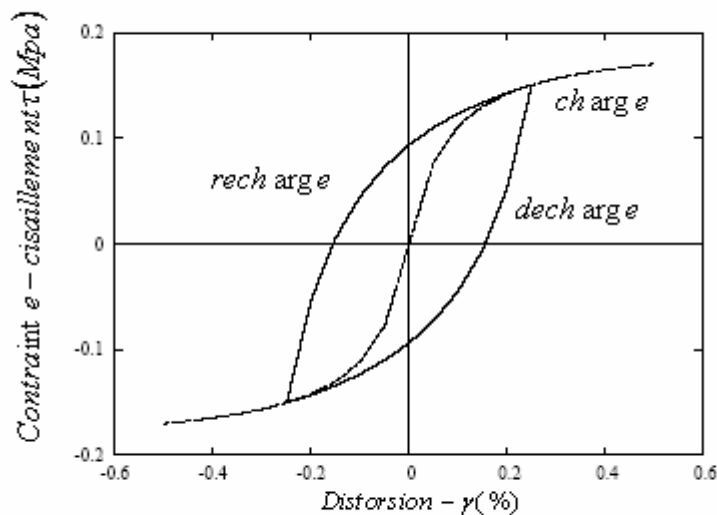
- ✓ L'augmentation de la flexibilité du milieu support, allonge la période système réservoir/liquide, réduit le pic de la réponse (pour les mêmes données d'entrée) grâce à une augmentation de l'amortissement total. Pour une flexibilité du sol donnée.
- ✓ l'augmentation de la période fondamentale est plus prononcée dans le cas des réservoirs hauts, élancés, puisque la contribution de la composante de balancement est plus grande pour ces structures que pour les réservoirs courts et larges. Néanmoins la réduction du pic de réponse est en général moins significative pour les réservoirs hauts, puisque l'amortissement associé au balancement est plus faible que l'amortissement associé à une translation horizontale.

**Remarque :** les premiers modes propre sol/structure est toujours inférieurs à 1s. Ceci doit être nuancé quand un système d'isolation sismique est utilisé (appui néoprène par exemple).

### I.5 Comportement non linéaire du sol :

Il ressort des constatations expérimentales que l'hypothèse d'un comportement élastique linéaire du sol, qui est communément utilisée, ne constitue qu'une approximation relativement grossière de la réalité. En effet, sous les sollicitations cycliques, le sol montre souvent un comportement inélastique, non linéaire et hystérique. Le domaine d'élasticité correspond à une gamme de déformation très faible.

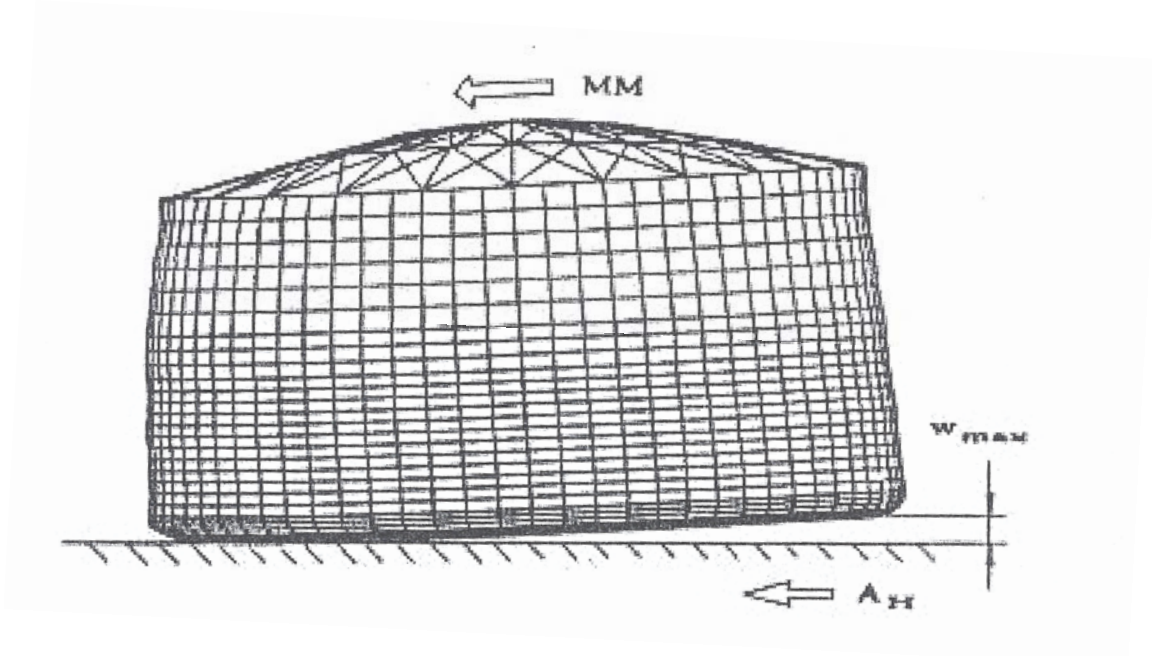
Sur la figure suivante est illustré le comportement typique en cisaillement d'un sol pour un cycle de contrainte, on trouve que les deux propriétés mécaniques les plus importantes, le module de cisaillement  $G$  et le coefficient d'amortissement  $D$  (qui caractérise l'énergie dissipée par le matériau lors d'un cycle), dépend fortement du niveau de déformation.



**Figure I.2** Comportement non linéaire du sol.

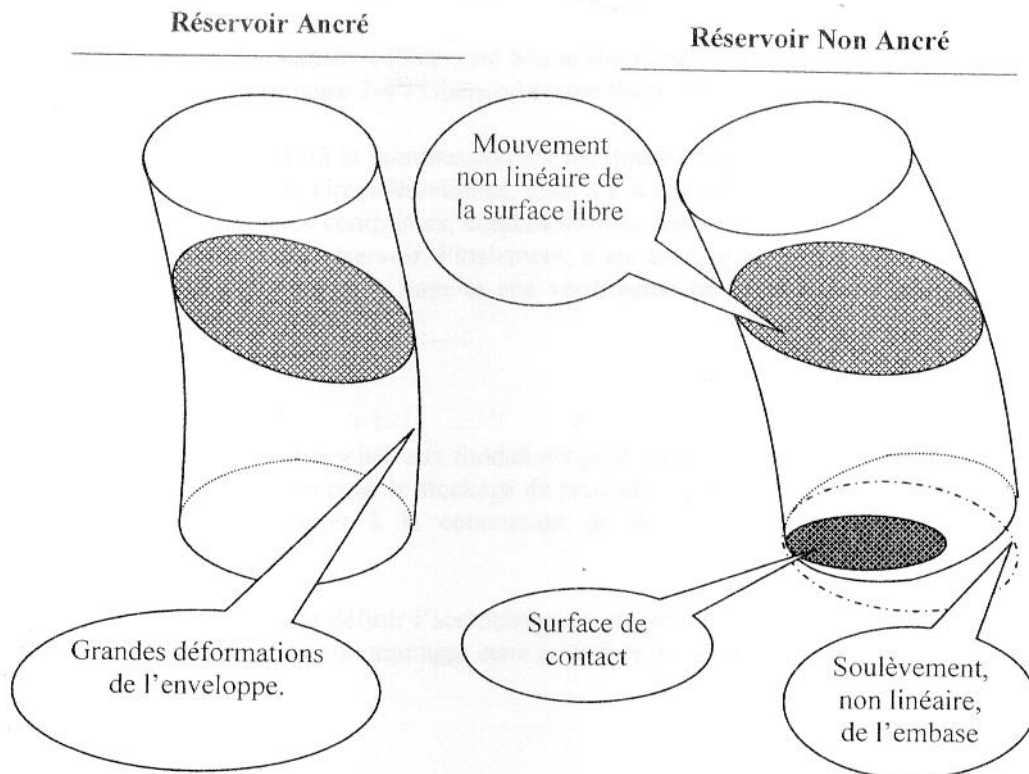
**I.6 Stabilité des réservoirs :**

Le type de déformations provoqué lors d'un séisme est différent et cela dépend de l'ancrage du réservoir dans le sol ou non (voir Figure 1.4 et Figure 1.5)



**Figure I.3** Déformation sous séisme d'un réservoir non ancré (soulèvement).





**Figure I.4** Stabilité des réservoirs ancrés et non-ancrés.

### I.6.1 Réservoirs non-ancrés :

Les réservoirs sont souvent construits, pour des raisons d'économie, avec des parois non ancrées aux fondations. Si en cas de séisme, le moment de renversement dû aux forces hydrodynamiques est supérieur au moment de stabilité il se produit un certain soulèvement.

Dans ce cas, il est difficile d'éviter des déformations plastiques dans le réservoir, au moins dans la plaque de fond. Néanmoins la fuite du liquide peut être empêchée par un dimensionnement approprié. Le mécanisme de soulèvement du réservoir est manifestement complexe et très sensible à plusieurs paramètres.

Dans la majorité des cas, les effets exercés par le soulèvement, et le mouvement de balancement qui l'accompagne, sur l'amplitude et sur la distribution des pressions sont négligés, et on utilise les pressions calculées pour un réservoir ancré. Ceci est estimé être dans bien des cas une démarche prudente, car le balancement ajoute de la flexibilité au système réservoir/liquide, et déplace ainsi la période dans un domaine de moindre amplification.

L'effet principal du soulèvement est d'augmenter la contrainte de compression vertical dans la coque, qui est critique en ce qui concerne les modes de rupture par flambement. Les

risque de flambement sont le plus souvent, le flambement en « patte d'éléphant » (Elephant foot buckling) ou en « pointe de diamant » (Diamond Shape Buckling).

Du côté opposé de la paroi, là où la compression est maximale, se produisent dans la coque des contraintes de compression circonférentielles, dues à l'action de membrane de la plaque de fond. Toutefois ces dernières contraintes, combinées avec les autres composantes ne sont pas critiques pour la stabilité du réservoir. Finalement, il est accepté que la plastification par flexion se produise dans la plaque de base et une vérification de la contrainte de traction maximale est appropriée.

### **I.6.2 Réservoirs ancrés :**

Les réservoirs ancrés doivent être reliés aux fondations pour empêcher le soulèvement en cas de tremblement de terre. De plus pour le stockage de produits liquéfiés, ces ancrages doivent être dimensionnés pour s'adapter à la contraction de la cuve tout en empêchant le soulèvement de sa base.

De plus, il est toujours délicat de définir l'accrochage de ces ancrages sur la paroi de la cuve pour éviter que ceux-ci viennent endommager cette cuve lors du soulèvement de la base sous un effort sismique.

**I.7 Différents modèles d'analyse des réservoirs :****I.7.1 Modèles mécaniques :****I.7.1.1 Modèle de HOUSNER :****Introduction :**

Ce modèle bien connu permet d'aboutir à des expressions des efforts résultants relativement plus simples, l'action du liquide est décomposé en deux types

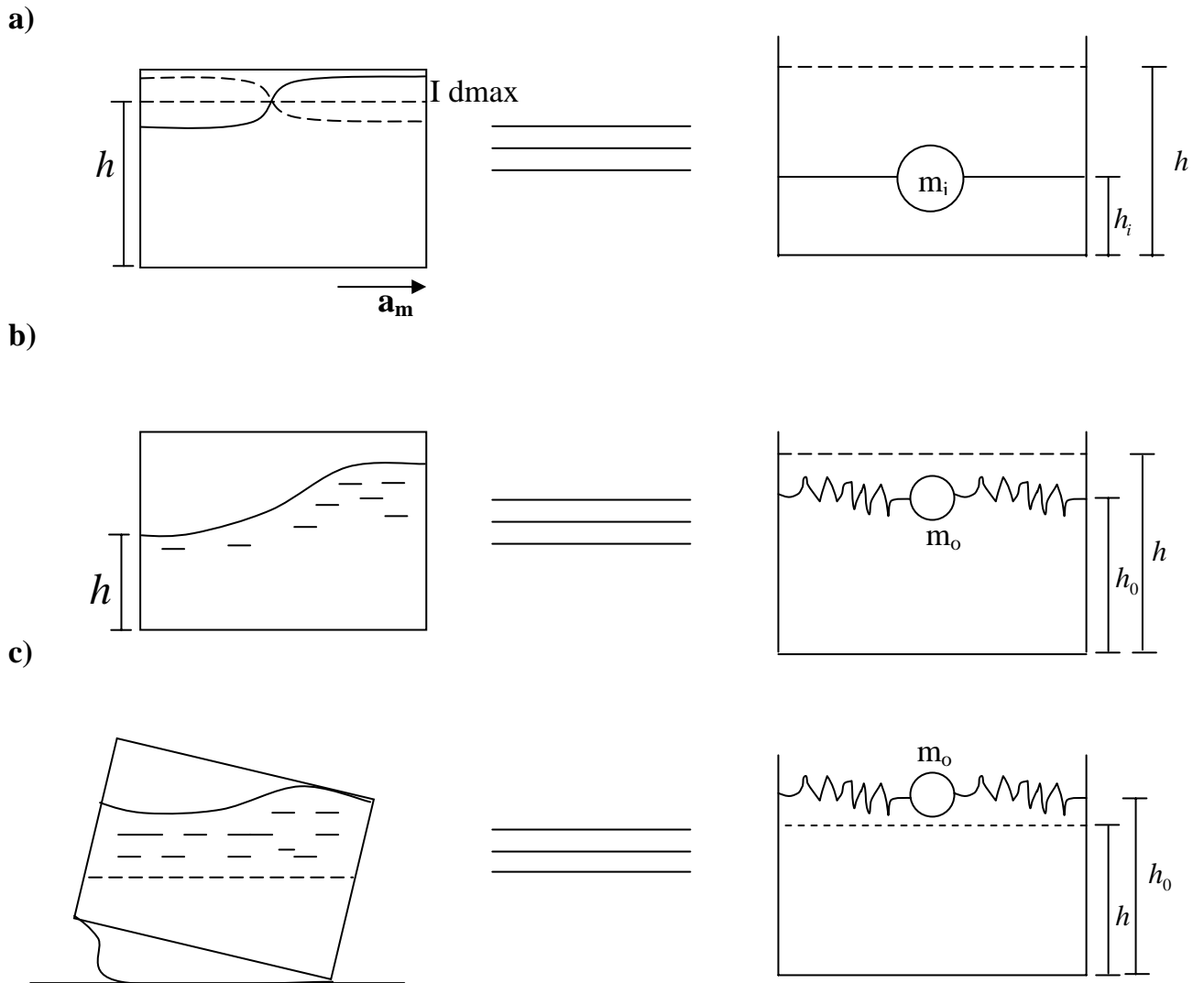
- Une action passive provoquant des efforts d'impulsion.
- Une action active provoquant des efforts d'oscillation.

Les efforts d'impulsion proviennent de ce qu'une partie de la masse du fluide, dite masse passive, réagit par inertie, à la translation des parois du réservoir. Le système mécanique équivalent est obtenu en considérant une masse  $m_i$ , liée rigidement au réservoir à une hauteur  $h_i$  telle qu'elle exerce sur les parois les mêmes efforts horizontaux que la masse du liquide équivalente.

La figure (a) définit le système équivalent lorsque on néglige les oscillations du liquide.

Quant aux efforts d'oscillations, ils proviennent de ce qu'une partie de la masse du fluide, dite masse active, se met en mouvement d'oscillation sous l'action du séisme, son équivalent mécanique s'obtient en considérant  $n$  masses  $m_{on}$  retenues par des ressorts de raideurs  $k_n$  à des niveaux  $h_{on}$  dont les oscillations horizontales exercent les mêmes efforts vibratoires que la masse active du fluide, les raideurs  $k_n$  sont déterminées sur la base des pulsations

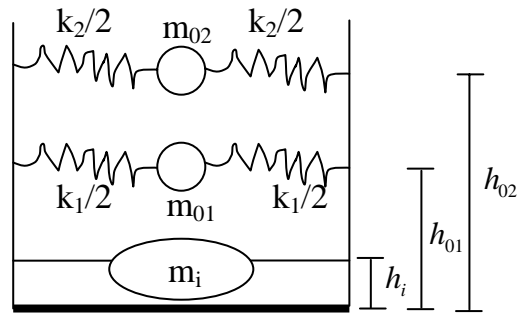
$$W_n = \sqrt{\frac{k_n}{m_{on}}} \text{ Associées aux } n \text{ modes d'oscillation du fluide.}$$



**Figure (1)** Réservoirs cylindriques. Systèmes physiques et système mécanique équivalent.

- (a) équivalent mécanique des pressions d'impulsion.
- (b) équivalent mécanique des pressions d'oscillation action sur les parois.
- (c) équivalent mécanique des pressions d'oscillation action sur les parois et sur la base.

Le modèle mécanique de HOUSNER est donne par la figure (2) suivante :



**Figure (2)** Modèle à une masse passif  $m_i$  (impulsion) et deux masses actives  $m_{01}$ ,  $m_{02}$  (oscillation).

### I.7.1.2 Modèle de HOUSNER - EPSTEIN :

Soit un réservoir de rayon  $R_r$  et de hauteur  $H_r$ , on désigne par  $\alpha$  le taux de remplissage avec :

$$\alpha = H_r / R_r$$

- **Réservoirs peu profonds :**  $\alpha \leq 1,5$

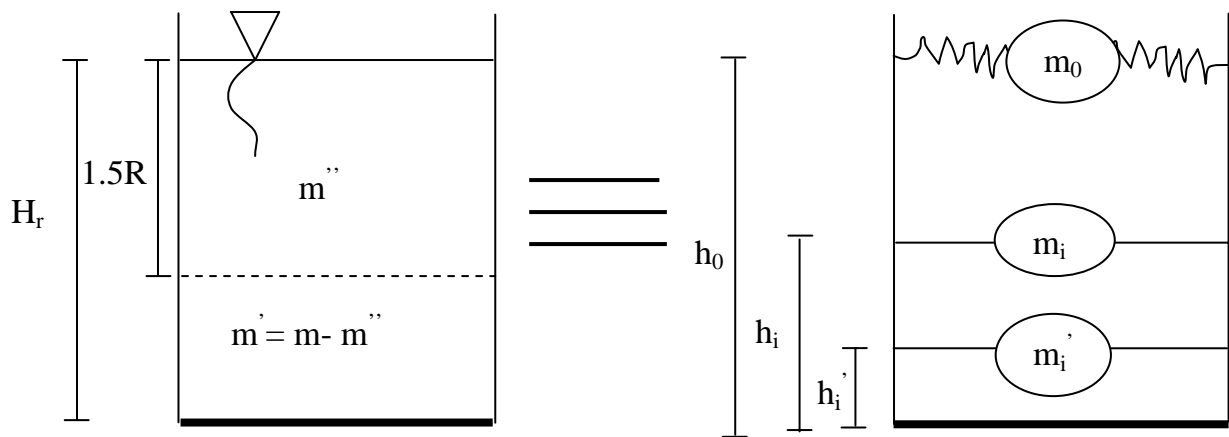
Les hypothèses décrites dans le modèle de HOUSNER restent valables (c'est-à-dire prendre la hauteur totale du fluide)

- **Réservoirs profonds :**  $\alpha > 1,5$

On considère un réservoir avec un fond fictif à  $1,5.R$

Soit  $m''$  la masse du fluide contenu dans le réservoir fictif de hauteur  $1,5 R$  et soit  $m'_i$  la masse restante du fluide.

Dans ce qui suit le signe ["] désigne la valeur à  $\alpha = 1,5$  et le signe ['] est associée à la région où  $\alpha > 1,5$  comme le montre la figure (4) qui suit.



**Figure I.5** Modèle physique et modèle mécanique équivalent de HOUSNER-EPSTEIN.

### I.7.1.3 Modèle de VALESTOS ET TANG :

La superstructure représente un réservoir de rayon  $R$  et de hauteur  $H$ , de module de Young  $E$  et de masse volumique  $\rho$  contenant un liquide incompressible de masse volumique  $\rho_l$ , ce système est encastré au sol supposé infiniment rigide.

Ce système ainsi défini est idéalisé par un système masse –ressort-amortissement.

$m_i$ ,  $K_i$ ,  $C_{di}$  et  $X_i(t)$  représentent respectivement la masse, la raideur, l'amortissement du mode impulsif, et  $m_c$ ,  $K_c$ ,  $C_{dc}$  et  $X_c(t)$  ceux du mode convectif. le système comme le montre la figure ci-dessous.

Le système est excité par un séisme à la base  $X_g^{**}(t)$ , comme le montre la figure I.6.

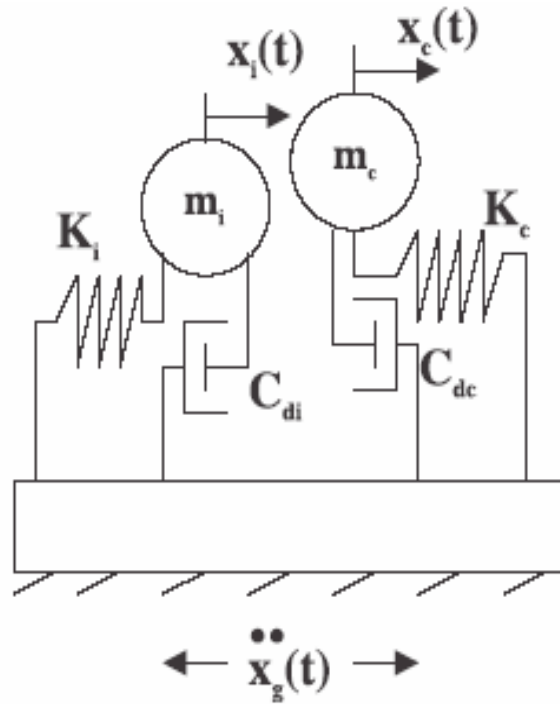


Figure I.6 Modèle de VALESTOS et TANG.

les deux équations représentant les modes impulsif et convectif sont respectivement :

$$\begin{cases} m_i X_i''(t) + C_{di} X_i'(t) + K_i X_i(t) = -m_i X_g''(t) & (a) \\ m_c X_c''(t) + C_{dc} X_c'(t) + K_c X_c(t) = -m_c X_g''(t) & (b) \end{cases}$$

en divisant (a) et (b) sur  $m_i$  et  $m_c$  respectivement, avec :

$$\frac{K_i}{m_i} = \omega_i^2 \quad \text{et} \quad \frac{C_{di}}{m_i} = 2\zeta_i \omega_i \quad , \quad \frac{K_c}{m_c} = \omega_c^2 \quad \text{et} \quad \frac{C_{dc}}{m_c} = 2\zeta_c \omega_c$$

On obtient alors :

$$\begin{cases} X_i''(t) + \omega_i^2 X_i(t) + 2\zeta_i \omega_i X_i'(t) = -X_g''(t) \\ X_c''(t) + \omega_c^2 X_c(t) + 2\zeta_c \omega_c X_c'(t) = -X_g''(t) \end{cases}$$

Les pulsations des deux modes sont données par (VALASTOS et TANG 1990) :

$$\omega_i = \frac{C_i}{H} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{et} \quad \omega_c = 2\Pi \sqrt{\lambda_1 \tanh\left(\lambda_1 \cdot \frac{H}{R}\right) \frac{g}{R}}$$

$g$  est l'accélération en raison de la gravité, et  $\lambda_1$  est la première racine de la première dérivée de fonction de Bessel de premier genre et de premier ordre.

## **I.7.2 Modèles numériques :**

### **I.7.2.1 méthode des éléments finis :**

La méthode des éléments finis a été employée pour étudier la réponse sismique des réservoirs de stockage dans les années 1969 [6] par N.W Edwards, jusqu'à présent, elle est encore la méthode la plus utilisée. Les avantages indiscutables de cette méthode, par rapport aux autres méthodes numériques, résident dans la capacité de modéliser efficacement des domaines complexes comme : la géométrie complexe, l'hétérogénéité, l'inélasticité et la non linéarité des sols constituant le réservoir.

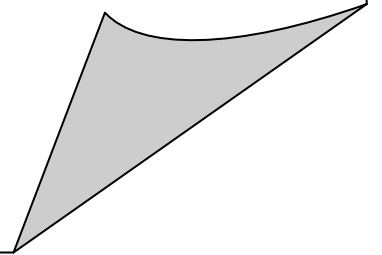
Elle combine à la fois les avantages de la modélisation en masses concentrées et celle de la modélisation à l'aide de déplacements généralisés. Cette méthode est applicable à tout type de structure. La structure est subdivisée en un nombre arbitraire d'éléments, de dimensions quelconques. Les noeuds du système représentent le système de coordonnées généralisées. Le déplacement de la structure est exprimé en fonction de ces coordonnées généralisées à l'aide de fonctions de déplacement. Ces fonctions sont appelées fonctions d'interpolation car elles définissent le déplacement entre les noeuds considérés.

L'emploi de la méthode des éléments fini pour la résolution de tel problème est un outil essentiel, le calcul dynamique de la réponse linéaire des réservoirs par élément finis est généralement effectué selon les étapes suivantes :

- 1- maillage du réservoir et de sa fondation.
- 2- évaluation des matrices élémentaires de raideur, d'amortissement et de masse.
- 3- assemblage et construction des matrices globales du système.
- 4- calcul des modes et des fréquences propres du réservoir
- 5- calcul de la réponse sismique du réservoir.



*Théorie des coques et  
équation de  
mouvement du fluide*



## Chapitre II

# *Théorie des coques et équation de mouvement du fluide:*

**Introduction :**

Les coques sont des structures très performantes, largement utilisées depuis longtemps. Les publications concernant aussi bien leur comportement statique que dynamique sont abondantes.

Aron, en 1874 a été le premier à présenter une formulation d'une théorie de structures mince, en partant des équations générales de l'élasticité. Il a été suivi par Love en 1888, et sa théorie est communément appelée « approximation de Love ».

Depuis ce temps et jusqu'à nos jours, les chercheurs n'ont pas cessé d'examiner et de réexaminer la théorie élastique des coques minces. [60]

Les coques cylindriques, ont fait l'objet d'études particulières. A cet effet, Arnold et Waburton [55] ont dérivé les équations dynamiques des coques cylindriques uniformes en utilisant les méthodes énergétiques, les relations contraintes déformations de Timoshenko et les équation de Lagrange.

Dans l'analyse de ces structures, la connaissance de leurs caractéristiques dynamiques (fréquences propres et modes propres associés) constitue l'étape la plus importante dont dépend le reste de l'étude de la réponse sismique.

Pour analyser les structures, il est de coutume de travailler avec un système mécanique équivalent avec un degré de liberté. Housner [4, 5] a développé en 1963 un modèle simplifié largement utilisé dans les applications du Génie Civil pour la prédiction des effets sismiques des réservoirs, rectangulaires et cylindriques, de stockage des liquides. La pression hydrodynamique est divisée en deux composantes:

- Une pression impulsive due à la partie du liquide rigidement attachée à la coque;
- Une pression convective due à la partie du liquide en oscillation (mouvement de vagues, ballottement) dans le réservoir.

Ainsi, le modèle de Housner consiste en deux masses et un ressort attaché au réservoir rigide. Les valeurs des paramètres de ce modèle mécanique dépendent des dimensions du réservoir et de la densité et la hauteur du liquide.

Le séisme d'Alaska de 1964 a causé des dégâts trop importants aux réservoirs de conception moderne. Ceci est à l'origine de l'accélération des recherches dans ce domaine en vue de mieux appréhender leurs comportements. L'effet de la flexibilité des parois sur la réponse sismique des réservoirs a été introduit. D'autre part le développement de la micro informatique, et la mise au point de nouveaux algorithmes de résolution des problèmes d'engineering par les méthodes numériques a permis aux chercheurs et ingénieurs intéressés au sujet de proposer d'autres approches et contributions pour l'analyse de ces structures en utilisant notamment la méthode des éléments finis.

L'une des premières études dans ce sens, est celle de N.W Edwards en 1969 [6] utilisant la méthode des éléments finis. Il a calculé les contraintes et les déplacements induits par les séismes dans les réservoirs cylindriques remplis de liquides dont le rapport de la hauteur au rayon est inférieur à 1. Le problème de l'interaction entre la paroi élastique et le liquide est traité dans cette étude.

Une approche similaire a été développée par H. Hsiung et V. Weingarten [7] pour analyser le comportement des coques cylindriques minces, à symétrie axiale, en vibration libre, partiellement remplis de liquide. Le liquide est discrétisé en éléments annulaires à sections rectangulaires. Deux simplifications ont été introduites, la première suppose que la masse de la coque est négligeable et la seconde suppose que les mouvements de la surface libre sont sans effet.

S. Shabane et W. Nash [8] utilisent la même démarche pour étudier la réponse sismique des réservoirs cylindriques par la M.E.F.

Une généralisation de cette méthode a été établie par Balendra et W. Nash [9] en incluant un dôme au sommet du réservoir. L'effet du ballottement a été négligé et en

conséquence le problème se réduit à celui d'un réservoir cylindrique vide avec une matrice masse augmentée d'une masse ajoutée représentant l'effet du liquide contenu dans le réservoir.

Une approche différente pour la solution du problème de l'effet de flexibilité des parois a été développée par Veletsos [15,16]. Elle présente une simple procédure pour l'évaluation des forces hydrodynamiques induites dans les réservoirs à liquide. Les hypothèses considérées dans ce modèle sont:

- Le réservoir se comporte comme un oscillateur à un seul degré de liberté ;
- Les vibrations s'effectuent dans un mode donné et Les sections circulaires restent circulaires durant la vibration.

Le moment de renversement, l'effort tranchant à la base, la magnitude et la distribution des forces hydrodynamiques ont été évalués pour différents modes de vibration. Par la suite Veletsos et Yang [11] utilisent la théorie des coques de Flûgee pour l'analyse des réservoirs. Les composantes de déplacements d'un point arbitraire de la coque ont été exprimées en termes du mode de vibration naturelle d'une poutre cantilever avec rigidité flexionnelle, et de cisaillement. L'effet du liquide contenu est considéré en supposant qu'une partie de la masse de ce liquide est attachée à la coque. Il a été constaté que, pour les réservoirs avec rigidités réelles, les forces impulsives sont considérablement plus grandes que celles trouvée pour les réservoirs rigides. La même observation a été confirmée par Kana et Dodge. [17]

Une autre approche d'analyse des réservoirs en vibration a été développée par C. Wu. T. Mouzakis, W. Nash et J. Colonell. [12] Une solution analytique du problème a été obtenue par une procédure itérative. Cependant l'hypothèse prise dans cette analyse suppose que les formes de vibration des réservoirs sont difficiles à les justifier notamment dans le cas des réservoirs longs. Aussi, les fréquences naturelles et les formes modales des modes  $\cos(n\theta)$  ont été évaluées en négligeant l'effet de la précontrainte dû à la pression hydrostatique.

Les recherches dans ce domaine se sont poursuivies [14- 22] et ont conduit à une meilleure connaissance du comportement de ce type de problème.

## **II.1 Théorie des plaques :**

Avant 1960, la notion de plaque n'était pas complètement maîtrisée. On utilisait alors uniquement les théories des poutres. S'inspirant de ces dernières, Kirchhoff et Mindlin, ont travaillé sur les plaques, et ont pu élaborer quelques théories spécifiques à celles-ci.

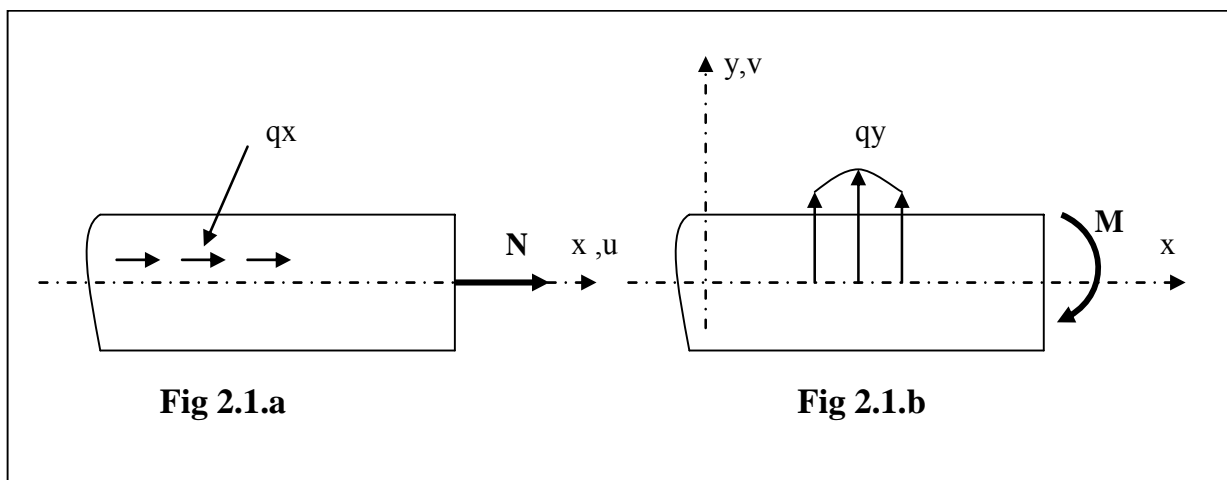
Cependant, la définition de la notion de plaque reste toujours d'actualité, notamment pour connaître toutes les équations d'équilibres qui la régissent, ainsi que les courbes qui en découlent. On commencera par rappeler brièvement les relations principales sur les théories des poutres, ensuite, on expliquera les théories des plaques, pour aboutir enfin à une équation de type biharmonique qui décrira la flexion de la plaque.

### II.1.1 Notions sur la théorie des poutres :

Il existe deux formulations pour les poutres, à savoir : la théorie de Bernoulli et la théorie de Timoshenko, qui se basent toutes les deux sur la déformée des sections.

#### II.1.1.1 Théorie de Bernoulli :

Les structures d'épaisseur mince, obéissent à la théorie de Bernoulli où les sections droites initialement planes et perpendiculaires à l'axe, restent planes dans la configuration déformée. On prendra comme référence géométrique l'axe de la poutre, ( $EA$  et  $EI$  sont constantes), ce qui nous permettra d'étudier les deux comportements, axial et flexionnel. (Fig 2.1.)[7, 9,13].



**Fig II.1** Comportement: (a)axial (barre et poutres),  
(b) flexionnel (poutre).

#### a. Comportement axial (Fig 2.1.a) :

Après une étude statique, pour avoir les équations d'équilibres, et en connaissant la relation entre le déplacement et la déformation, on peut utiliser la loi de Hooke afin d'aboutir

à une équation différentielle du second ordre, qui décrira le comportement axial. Les trois relations sont :

$$\frac{dN}{dx} + q_x = 0 \quad \varepsilon = \frac{du}{dx} \quad N = EA\varepsilon \quad (\text{II.1})$$

Des trois relations précédentes on a l'équation différentielle :

$$EA \frac{d^2 u}{dx^2} + q_x = 0 \quad (\text{II.2})$$

### **b. Comportement flexionnel (Fig. 2.1.b) :**

Après les mêmes étapes on aura les équations suivantes :

$$\frac{d^2 M}{dx^2} + q_y = 0 \quad \psi = -\frac{d^2 v}{dx^2} \quad M = EI\psi \quad (\text{II.3})$$

Des trois relations précédentes on déduit :

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} - q_y = 0 \quad (\text{II.4})$$

L'équilibre de la poutre sous forme variationnelle faible résulte directement du principe des travaux virtuels. Pour un élément fini de longueur  $L_e$ , on a :

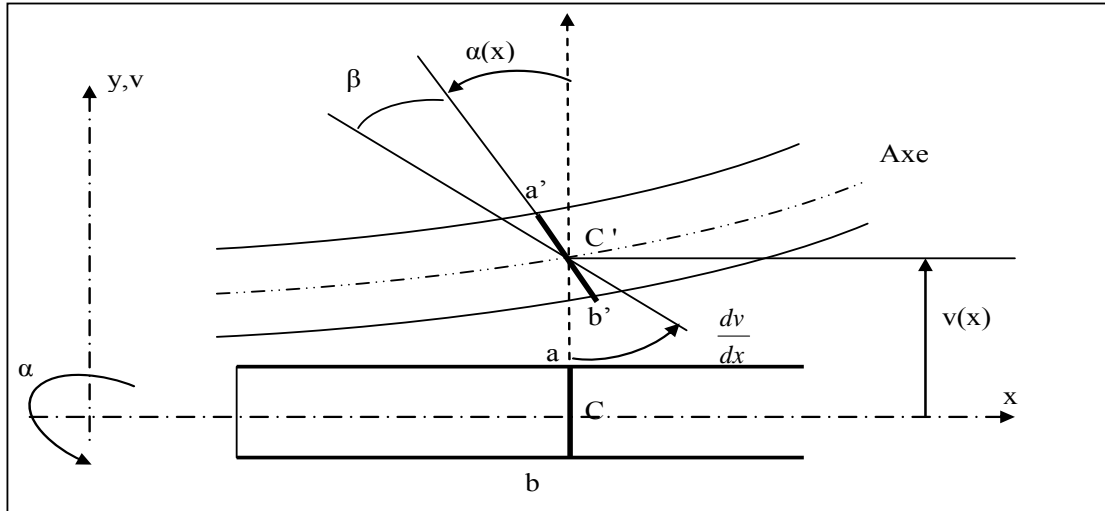
$$\int_{L_e} (N\delta\varepsilon + M\delta\psi) dx = \int_{L_e} \delta\varepsilon^T \sigma dx = \int_{L_e} (q_x \delta u + q_y \delta v) dx + \delta d^T r = \int_{L_e} \delta u^t q dx + \delta d^T r \quad (\text{II.5})$$

#### **II.1.1.2 Théorie de Timochenko :**

Les structures sont dites d'épaisseur modérée quand, en comportement flexionnel, l'hypothèse de Bernoulli ne s'applique plus : en configuration déformée, les normales de la configuration initiale ne sont plus perpendiculaire à la référence géométrique et peuvent même gauchir. Pour cette théorie Timochenko ne néglige pas l'effort tranchant  $V$ , car en

configuration déformée, l'angle entre la perpendiculaire à l'axe et  $(a' - b')$ , est le glissement moyen  $\beta$  caractérisant la déformation par effort tranchant  $V$  (Fig 2.2) [7, 9,13].

Où  $G$  est le module de glissement et  $B$  l'aire réduite



**Fig II.2** Déplacements flexionnels d'une section a-b d'une poutre de Timochenko

Si on prend un point D dans la poutre, l'état de déformation en ce point sera :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_D}{\partial x} = -y \frac{d\alpha}{dx} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u_D}{\partial y} + \frac{\partial v_D}{\partial x} = \frac{dv}{dx} - \alpha \quad (\text{II.6})$$

Et l'état de contrainte vaudra :

$$\sigma = E \varepsilon_x \quad \tau = G \gamma_{xy} \quad (\text{II.7})$$

Dans une section droite, le glissement  $\gamma_{xy}$  est constant et correspond au glissement moyen  $\beta$  ; la contrainte tangentielle  $\tau$  est alors une moyenne qui, agissant sur l'aire réduite  $B$ , garantit l'équilibre

$$V = \int_R \tau \cdot dA = GB \cdot \left( \frac{dv}{dx} - \alpha \right) \quad M = \int_A \sigma y \cdot dA = -EI \frac{d\alpha}{dx} \quad (\text{II.8})$$

On remarque l'apparition des déformations suivantes :

- Le glissement moyen :

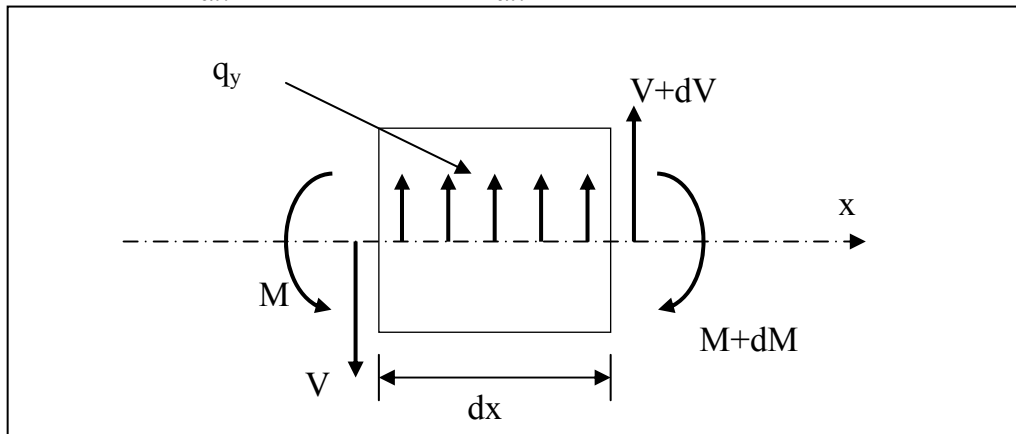
$$\beta = \frac{dv}{dx} - \alpha$$

- la courbure, pour épaisseur

$$\text{modérée : } \kappa = -\frac{d\alpha}{dx}$$

L'équilibre d'un tronçon  $dx$  de poutre, s'obtient comme pour les poutres minces, représenté sur la figure (2.3). Donc on aura [6]:

$$\frac{dV}{dx} + q_y = 0 \quad -\frac{dM}{dx} + V = 0 \quad (\text{II.9})$$



**Fig II. 3** Tronçon de poutre et ses forces (efforts intérieurs  $V$  et  $M$  ; Charges réparties transversales  $q_y$ )

Des deux relations on peut extraire les équations d'équilibres suivantes :

$$GB \left( \frac{d^2v}{dx^2} - \frac{d\alpha}{dx} \right) + q_y = 0 \quad EI \frac{d^2\alpha}{dx^2} + GB \left( \frac{dv}{dx} - \alpha \right) = 0 \quad (\text{II.10})$$

Et L'équilibre de l'élément fini s'écrira comme suit :

$$(\text{II.11})$$



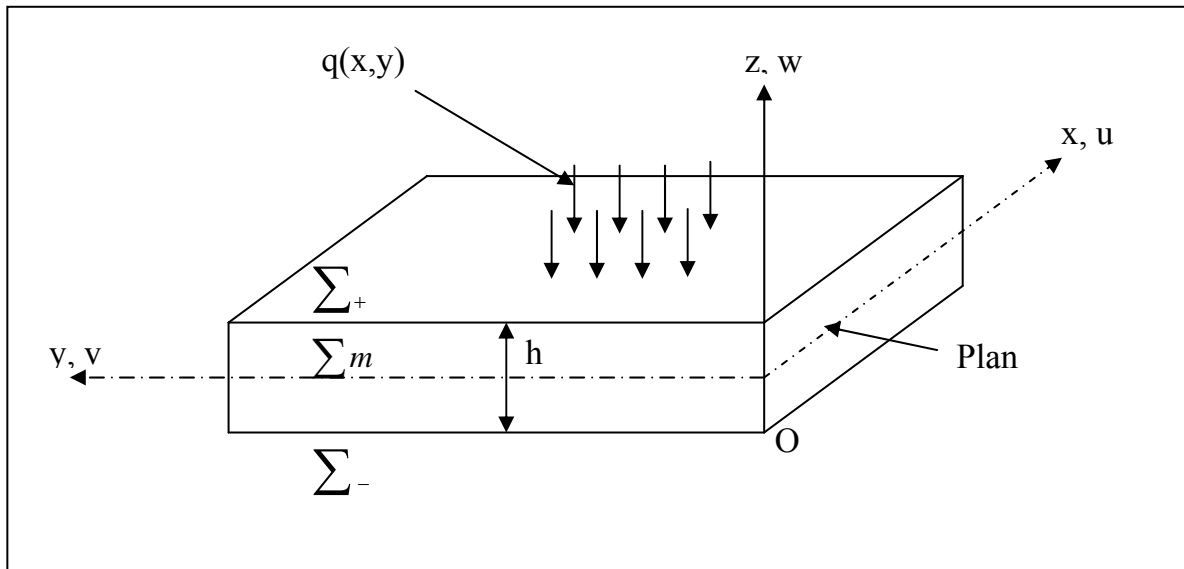
$$\int_{L_e} (N\delta u + V\delta\beta + M\delta\kappa)dx = \int_{L_e} \delta\varepsilon^T \sigma \cdot dx = \int_{L_e} (q_x\delta u + q_y\delta v)dx + \delta l^T r = \int_{L_e} \delta u' q dx + \delta l^T r$$

### II.1.2 Exposé de la théorie des plaques :

Après avoir eu un aperçu sur les théories des poutres, on s'intéressera maintenant à celles des plaques :

#### II.1.2.1 Définition et notations générales :

Une plaque est un solide tridimensionnel élastique, dont la dimension, selon son épaisseur  $h$ , est très inférieure aux deux autres, et qui généralement comporte un plan de symétrie au milieu de l'épaisseur que nous appellerons surface moyenne  $\Sigma_m$ .



**Fig II.4** Géométrie de la plaque et forces extérieures

Par convention, cette surface moyenne sera parallèle au plan  $xy$ , et l'axe  $oz$  correspond à l'axe transverse selon l'épaisseur.

Les plaques sont classées en 2 catégories :

- Plaques épaisses, avec  $(1/20 < h/L < 1/4)$ .
- Plaques minces, avec  $(h/L < 1/20)$ .

**II.1.2.2 Hypothèses Fondamentales :**

Les théories des plaques reposent fondamentalement sur les hypothèses suivantes [9,7] :

**Hypothèse 1 :** les contraintes normales  $\sigma_{zz}$  sont négligeables par rapport aux autres composantes de contrainte :  $\sigma_{zz} = 0$

**Hypothèse 2 :** les pentes et les surfaces moyennes après déformation  $\Sigma_m$ , sont supposées petites par rapport à l'unité.

**Hypothèse 3:** On néglige l'interaction des phénomènes de membrane à la flexion due aux grands déplacements. En d'autres termes on néglige les contraintes dans la surface moyenne induite par la déformation transverse (flexion)

**Hypothèse 4:** Les points situés sur une normale à la surface moyenne, avant déformation, restent sur cette normale au cours de la déformation. Ceci revient à négliger l'effet du cisaillement transverse. On a donc dans ce cas :  $\mathcal{E}_{zx} = \mathcal{E}_{zy} = 0$ .

**Hypothèse 5:** La prise en compte d'une loi de comportement de cisaillement transversale CT, dépend de facteurs de correction, qui sont déterminés a priori par des considérations énergétiques ; en généralisant la démarche utilisée pour les poutres et en s'inspirant de la théorie de Reissner.

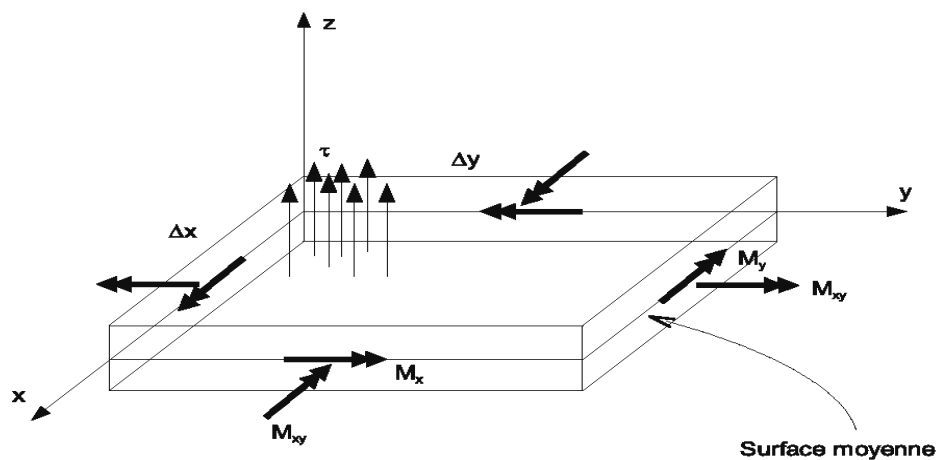
**Remarque :**

La théorie de Kirchhoff (hypothèses : 1, 2, 3,4) ou théorie linéaire des plaques sans cisaillement transversal. Cette théorie est valable dans le cas des plaques minces et lorsque les caractéristiques du cisaillement transversal du matériau ne sont pas très importants. Par contre la théorie de Mindlin (hypothèses : 1, 2, 3, et 5) ou théorie linéaire des plaques avec cisaillement transversal. Dans ce cas il faut prendre en compte les déformations de cisaillement transversal. La théorie est valable dans le cas des plaques épaisses.

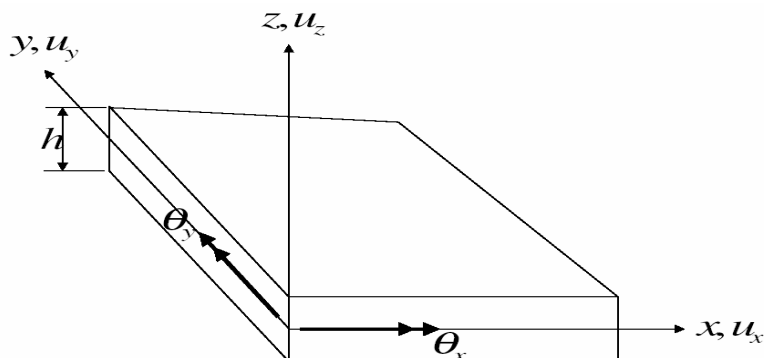
**II.1.2.3 Plaques minces :**

Les plaques minces sont celles dont la normale reste rectiligne et perpendiculaire au plan moyen, en configuration déformée du comportement flexionnel ; en conséquence de cela, les déformations dues à l'effort tranchant sont négligées, et le glissement (moyen) associé est

nul. On ne tiendra pas compte ici de l'effet membrane c'est-à-dire les forces appliquées dans le plan [7].



**Fig II.5** Etat flexionnel d'une plaque : Charge répartie  $\tau$ , Moment de flexion  $M_x$ ,  $M_y$ , Moment de torsion  $M_{xy} = M_{yx}$ , Effort tranchant  $V_x$  et  $V_y$



**Fig II.6** Représentation des déplacements et des rotations dans une plaque.

### II.1.2.3.1 Cinématique et lois constitutives :

Les hypothèses cinématiques de la plaque de Kirchhoff sont absolument similaires aux hypothèses cinématiques relatives aux poutres de Bernoulli. La ligne connectant les surfaces (supérieure et inférieure) de la plaque et normale au plan  $xy$  reste normale à la surface neutre après déformation. On a:

$$U(x, y, z) = U(x, y) + z \beta_x(x, y) \quad (\text{II.12})$$

$$V(x, y, z) = V(x, y) + z \beta_y(x, y)$$

$$W(x, y, z) = W(x, y)$$

On ne considère que les déformations par flexion et on aura :

$$U(x, y, z) = z \beta_x(x, y)$$

$$V(x, y, z) = z \beta_y(x, y) \quad (\text{II.13})$$

$$W(x, y, z) = W(x, y)$$

Donc, en terme de déplacement :

$$U = -z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (\text{II.14})$$

$$V = -z \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$W = W(x, y)$$

On écrira alors le vecteur des déformations plane :

$$\varepsilon_{xx} = -Z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (\text{II.15})$$

$$\varepsilon_{yy} = -Z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$2\varepsilon_{xy} = -2Z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

### II.1.2.3.2 Forces et moments agissant dans la plaque :

La figure II.7, montre la distribution des contraintes dans l'épaisseur de la plaque. Dans la théorie des poutres, nous avons employé des résultantes des forces dans la section : On a défini le moment de flexion  $M$ , l'effort tranchant  $T$  et l'effort normal  $N$ . Dans la théorie des plaques minces, on définit des distributions de forces par unité de longueur (Contraintes intégrées sur l'épaisseur de la plaque).

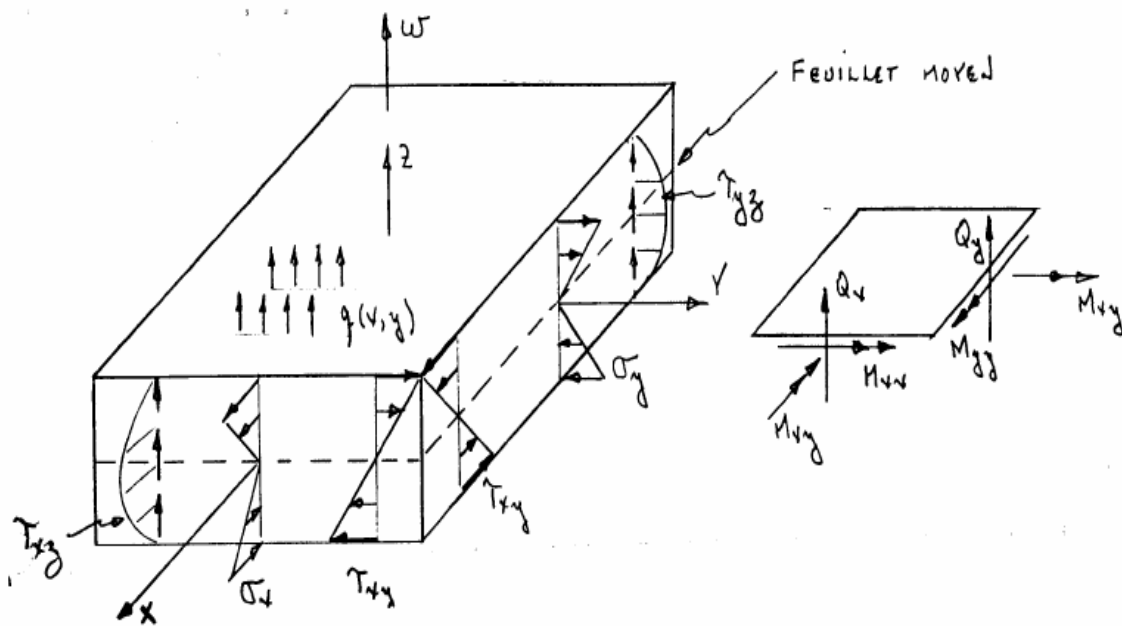


Fig II.7 Distribution des contraintes dans la plaque et efforts résultants

$$M_{xx} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{xx} z dz = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{E}{(1-\nu^2)} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy}) z dz$$

$$= -\frac{E}{(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 dz = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$M_{xx} = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.16})$$

Même chose pour  $M_{yy}$  et  $M_{xy}$  :

$$M_{yy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{yy} z dz = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (\text{II.17})$$

$$\text{Et} \quad M_{yy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{yy} z dz = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} (1-\nu) \frac{\partial w^2}{\partial x \partial y} = -D(1-\nu) \frac{\partial w^2}{\partial x \partial y} \quad (\text{II.18})$$

Le facteur D est appelé rigidité flexionnelle de la plaque. On a donc la relation de comportement pour les plaques qui s'écrit de la façon suivante :

$$M = \begin{pmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{pmatrix} = -\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \frac{2\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{pmatrix} \quad (\text{II.19})$$

### II.1.2.3.3 Equilibre et forme forte :

Les équations exprimant l'équilibre de l'élément plaque sont :

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - V_x = 0 \quad \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - V_y = 0 \quad \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + q = 0 \quad (\text{II.20})$$

En éliminant l'effort tranchant on aura l'équation d'équilibre totale :

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + q = 0 \quad (\text{II.21})$$

En y introduisant moment et courbures, on obtient l'équation différentielle de la plaque, biharmonique, dite équation de Lagrange :

$$\frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) - q = 0 \quad (\text{II.22})$$

Pour exprimer l'équilibre sous forme faible, il n'est pas nécessaire de dériver la forme forte, il suffit d'écrire le principe des déplacements virtuels. Pour un élément fini, on obtient la forme usuelle ( $dA = dx dy$ ) [8] :

$$\int_{A_e} (M_x \delta \psi_x + M_y \delta \psi_y + M_{xy} \delta \chi) dA = \int_{A_e} \delta \varepsilon^T \sigma dA = \int_{A_e} q \delta w dA + \delta d^T r \quad (\text{II.23})$$

**II.1.2.4 Plaques épaisses :**

Les plaques sont dites d'épaisseur modérée quand, en comportement flexionnel, l'hypothèse de Kirchhoff ne s'applique plus : en configuration déformée les normales de la configuration initiale ne sont plus perpendiculaires à la référence géométrique. ça en gendre un effort tranchant qui est pris en compte.

Les mêmes étapes de calcul nous donnent la relation de comportement suivante :

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ V_x \\ V_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D & \nu D & 0 & 0 & 0 \\ \nu D & D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D(1-\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Gt & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Gt \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \frac{2\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \theta_y \\ \frac{\partial w}{\partial y} + \theta_x \end{Bmatrix} \quad (\text{II.24})$$

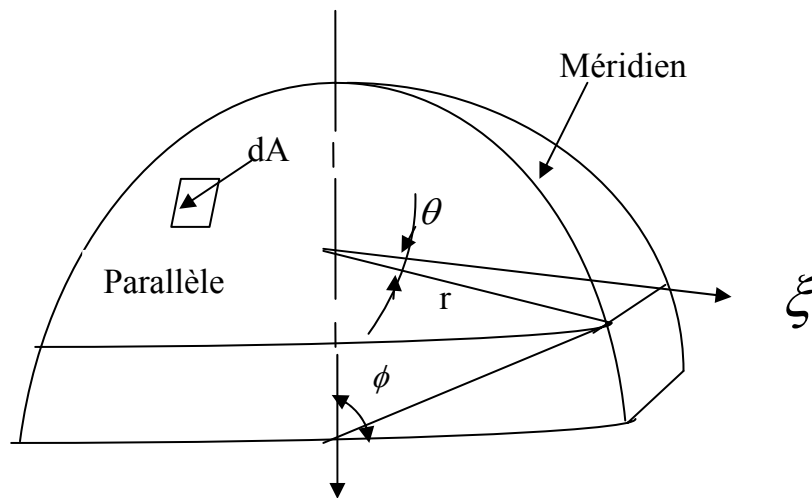
Avec  $G$  : le module de glissement et  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  est la raideur flexionnelle de la plaque

[7].

**II.2 Théorie des coques cylindriques de révolution :****II.2.1 Définition :**

Une coque est un solide dont la géométrie est entièrement définie par la spécification de la forme de sa surface moyenne et de son épaisseur en chaque point.

Pour décrire la forme de la surface moyenne, il est nécessaire de présenter quelques propriétés géométriques importantes de la surface, une de ces propriétés peut être la symétrie axiale, on parle alors de surface de révolution.



**Figure II. 8** Coque cylindrique de révolution

Une surface de révolution est obtenue par rotation d'une courbe plane autour d'un axe situé dans le plan de cette courbe, cette dernière est appelée le méridien et son plan, le plan méridien. L'intersection de la surface avec des plans perpendiculaires à l'axe de révolution forme des cercles parallèles qu'on appelle les parallèles. Une coque cylindrique circulaire est un réservoir circulaire.

Un réservoir est une enveloppe contenant un liquide. Ce liquide peut être soit de l'eau potable (réservoir d'eau des distributions publiques), usée (eau d'égouts) soit d'autres liquides tels que le lait, les hydrocarbures (Tanks), .....etc.

### **II.2.2 Hypothèses fondamentales :**

Des hypothèses simplificatrices sont en général introduites dans le calcul des coques minces :

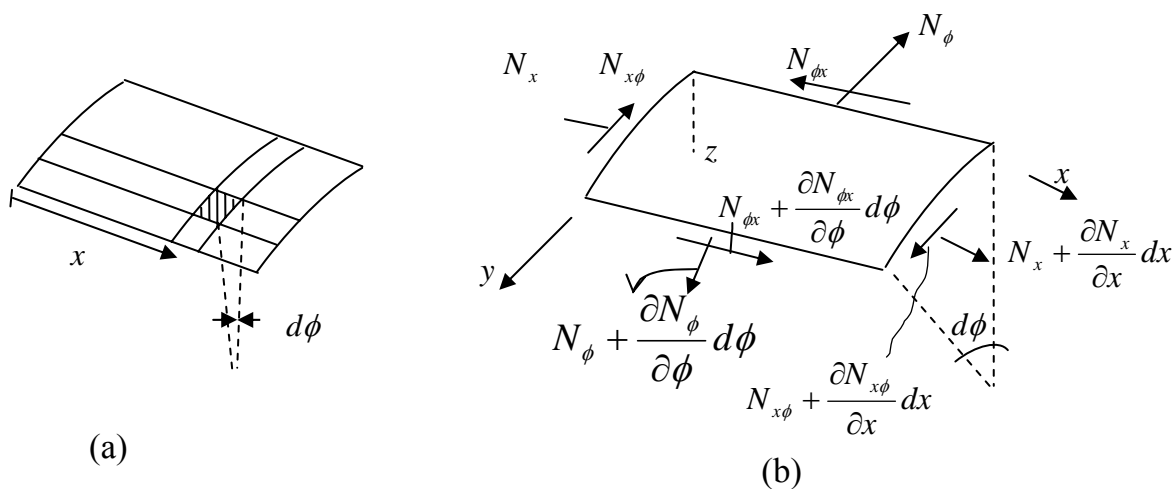
- 1-le matériau constructif est supposé continu, homogène, isotrope et élastique
- 2-Les déformations sont petites par rapport à l'épaisseur de la coque. On introduit aussi les hypothèses de love qui sont la transposition des hypothèses de Bernoulli relatives aux poutres et celle de kirchoff relatives aux plaques et qui sont :



- 3-Les points situés sur une normale à la surface moyenne non déformée restent sur une normale à la surface moyenne déformée.
- 4-Les dilatations normales à la surface moyenne sont négligées.
- 5-Les contraintes normales agissant sur des facettes parallèles à la surface moyenne sont négligées.

**II.3 Théorie membranaire :**

**II.3.1 Equations d'équilibres :**



**Figure II.9** Forces agissant sur une coque cylindrique.

Dans l'étude d'une coque cylindrique Fig (II.9) on suppose que la génératrice de la coque est horizontale et parallèle à l'axe x. on découpe un élément de cette coque par deux génératrices adjacentes et deux plans transversaux perpendiculaires à l'axe x, sa position est définie par l'abscisse x et l'angle phi. Les forces agissant sur les cotés de l'élément sont indiquées sur la figure (b). De plus, une charge est répartie sur la surface de l'élément, les composantes de l'intensité de cette charge sont X, Y et Z.

Considérons l'élément en équilibre et sommions les forces suivant x, on obtient :

$$\frac{(\partial N_x)}{(\partial x)} R d\phi dx + \frac{\partial N_{\phi x}}{\partial \phi} d\phi dx + X R d\phi dx = 0 \tag{a}$$

De même, les forces suivant la tangente à la section droite, c'est-à-dire suivant  $y$ , donnent l'équation d'équilibre :

$$\frac{\partial N_{(\phi x)}}{\partial x} R d\phi dx + \frac{\partial N_{\phi}}{\partial \phi} d\phi dx + Y R d\phi dx = 0 \quad (\text{b})$$

Les forces suivant la normale à la coque, c'est-à-dire suivant  $z$ , donnent :

$$N_{\phi} . d\phi dx + Z . R . d\phi dx = 0 \quad (\text{c})$$

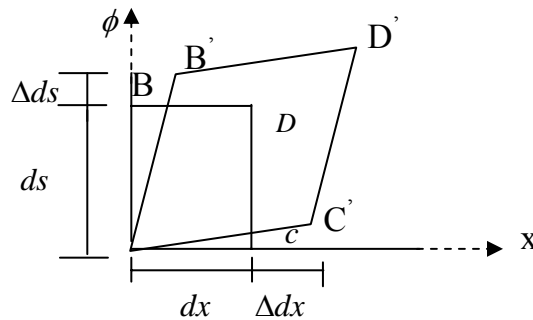
Après simplification, les trois équations d'équilibre s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial N_{\phi x}}{\partial \phi} &= -X \\ \frac{\partial N_{\phi x}}{\partial \phi} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial N_{\phi}}{\partial \phi} &= -Y \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

$$N_{\phi} = -ZR$$

Equation d'équilibre d'une coque cylindrique (Théorie membranaire)

### II.3.2 Déformation :



**Figure II.10** Plissement d'élément de coque cylindrique

Partant de la figure (II.10) qui représente un élément de coque avant et après la déformation, nous définirons :

$$e_{\phi} = \frac{(\Delta ds)}{ds}$$

$$e_x = \frac{(\Delta dx)}{dx}$$

$$\gamma_{(x\phi)} = B\hat{A}C - B'\hat{A}C'$$

Où  $e_{\phi}$ ,  $e_x$  et  $\gamma_{\phi x}$  représentent respectivement la dilatation annulaire, la dilatation axiale et le glissement.

Nous désignons par  $u$ ,  $v$ ,  $w$  les trois déplacements, où on compte positivement :  $u$  dans le sens des  $x$ ,  $v$  dans le sens des  $\phi$  et  $w$  normalement à la coque vers l'extérieur. Visiblement la dilatation longitudinal  $e_x$  provient seulement de ce que le bord droit de l'élément de ligne  $dx$  de la génératrice a reçu un déplacement supérieur de

$\Delta dx = \partial u / dx$  au déplacement du bord gauche :

$$e_x = \frac{\Delta dx}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{(a)}$$

De la même manière  $(1/r) \cdot (\delta v / v \phi)$  fournit son apport à la dilatation annulaire, mais ce n'est pas le seul car le déplacement  $w$  le rayon  $r$  de la coque s'agrandit de  $r$  à  $r + w$  et le périmètre croît aussi proportionnellement. Si l'on divise cet accroissement  $2\pi r$  par la précédente valeur  $2\pi r$  on obtient la deuxième contribution à la dilatation annulaire, soit au total

$$e_{\phi} = \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial V}{\partial \phi} + \frac{W}{R} \quad \text{(b)}$$

Le glissement s'obtient par la rotation du rebord BA d'un angle  $\delta u / r \delta \phi$  et par la rotation de CA de l'angle  $\delta v / \delta x$  :

$$\gamma_{x\phi} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \phi} \quad \text{(c)}$$

**II.3.3 Application aux coques cylindriques circulaires :**

Dans le cas d'un réservoir, c'est-à-dire une coque cylindrique circulaire chargée symétriquement par rapport à l'axe de révolution on aura :

$$V = 0 \quad \text{et} \quad \delta / \delta \phi = 0$$

Ce qui conduit à :

$$e_x = \delta u / \delta x \quad \text{et} \quad e_\phi = W / r \quad (y_{x\phi} = 0)$$

La loi de l'élasticité nous donne :

$$N_x = \frac{Et}{(1-\nu^2)}(e_x + \nu.e_\phi) \quad N_\phi = \frac{Et}{(1-\nu^2)}(e_\phi + \nu.e_x)$$

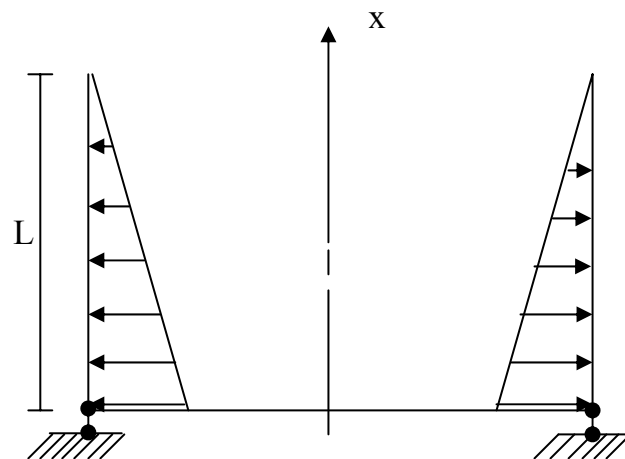
On détermine les efforts à l'aide des équations d'équilibres qui sont :  $N_x = 0$  et  $N_\phi = \gamma.r.(L-x)$  (figure II.11) et pour les déformations à l'aide de la loi de l'élasticité et enfin les déplacements à l'aide des relations déformations et déplacements, en résumé on aura :

$$N_x = 0$$

$$N_\phi = \gamma \cdot R(L - X)$$

$$W = \gamma \cdot \frac{R^2}{Et} \cdot (L - X)$$

$$\beta = \frac{\partial w}{\partial x} = -\gamma \cdot \frac{R^2}{Et}$$



**Figure II.11** Coque cylindrique circulaire.

Les conditions aux limites sont compatibles avec les hypothèses de la théorie des membranes. Ce sont des appuis simples qui permettent aux bordures des coques de se dilater librement sans apparition de moment de flexion ou d'effort tranchant dans la coque, et les réactions des appuis sont tangentes aux méridiens.

Pour de tels appuis, les contraintes calculées par la théorie des membranes représentent avec une grande exactitude les contraintes réelles de la coque, mais les appuis qu'on utilise, en général, ne vérifient pas ces conditions.

#### **II.4. Equation de mouvement du fluide :**

L'équation de base gouvernant le mouvement du liquide à l'intérieur du réservoir sera développée après un rappel des hypothèses fondamentales. L'approche utilisée est basée sur l'équation différentielle du potentiel de vitesse compte tenu des conditions aux limites du problème.

##### **II.4.1 Hypothèses fondamentales :**

Une solution "exacte" du problème générale d'oscillation du fluide dans les réservoirs est extrêmement difficile. L'analyse qui suit, sera basée sur tes hypothèses simplificatrices suivantes :

1. Le liquide est homogène, incompressible; l'écoulement est non visqueux. Le champ d'écoulement est irrotationnel. En effet, l'incompressibilité du liquide est en général vérifiée comme le confirment les travaux de Westergaard qui a montré que l'erreur introduite dans le calcul des pressions hydrodynamiques dans le cas des liquides incompressibles reste inférieure à 4%.
2. Il n'existe pas de cavités ni sources dans le champ d'écoulement;
3. La vitesse du fluide est petite et par conséquent le carré de la vitesse est négligeable.

**II.4.2 Equation du mouvement :**

Compte tenu des hypothèses simplificatrices énoncées ci-dessus, il existe un potentiel de vitesse satisfaisant l'équation de Laplace dans le domaine occupé par le fluide c-à-d: ( $0 \leq r \leq R; 0 \leq \theta \leq 2\pi; 0 \leq z \leq H$ ):

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (\text{II.26})$$

Dans un système de coordonnées cylindriques l'équation (II.26) s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II.27})$$

Le vecteur vitesse du fluide est le gradient du potentiel vitesse et par conséquent les conditions aux limites peuvent s'écrire comme suit:

**II.4.3 Conditions aux limites:**

1) Au niveau de la base rigide  $z=0$ , la vitesse du liquide dans la direction verticale est nulle :

$$\frac{\partial \phi}{\partial z}(r, \theta, 0, t) = 0 \quad (\text{II.28})$$

2) Le liquide en contact avec la paroi du réservoir se déplace radialement avec la vitesse de déplacement de la paroi. (dans le cas contraire, le contact entre la surface de la coque et la couche périphérique du liquide ne serait pas réalisé)

$$\frac{\partial \phi}{\partial r}(R, \theta, z, t) = \frac{\partial w}{\partial t}(\theta, z, t) \quad (\text{II.29})$$

Où  $w(\theta, z, t)$  est le déplacement radial de la coque

3) A la surface libre du liquide :  $z = H + \xi(r, \theta, t)$ , une particule du fluide à un instant  $t$  reste toujours sur la surface libre (condition cinématique).

Cette condition s'écrit:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z}(r, \theta, H, t) = \frac{\partial \xi}{\partial t}(r, \theta, t) \quad (\text{II.30})$$

4) Une autre condition à la tête obtenue en exprimant que la pression est nulle (c'est la condition dynamique). Ceci se traduit par l'équation de Bernoulli :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho_1} + \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi + g(z - H) = 0 \quad (\text{II.31})$$

Où :

$p$  est la pression du liquide

$\rho_1$  est la densité du liquide, et

$g$  est l'accélération de la pesanteur

Du fait que  $P = 0, \nabla \phi \cdot \nabla \phi = 0$  , alors :

$$\rho_1 \frac{\partial \phi}{\partial t}(r, \theta, H, t) + \rho_1 g \xi(r, \theta, t) = 0 \quad (\text{II.32})$$

Les équations (II.31), (II.32) se combinent pour donner une seule condition en terme du potentiel de vitesse telle:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}(r, \theta, H, t) + g \frac{\partial \phi}{\partial z}(r, \theta, H, t) = 0 \quad (\text{II.33})$$

La distribution de la pression peut être déterminée à partir de l'équation de Bernoulli :

$$p(r, \theta, z, t) = -\rho_1 \frac{\partial \phi}{\partial t} + \rho_1 g(H - z) \quad (\text{II.34})$$

Où le terme non linéaire  $\nabla \phi \cdot \nabla \phi$ , est négligé

Il est à noter que la pression  $P$  de l'équation (II.34) est la somme de :

De la pression hydrostatique dont la manifestation n'est pas liée au mouvement du liquide:

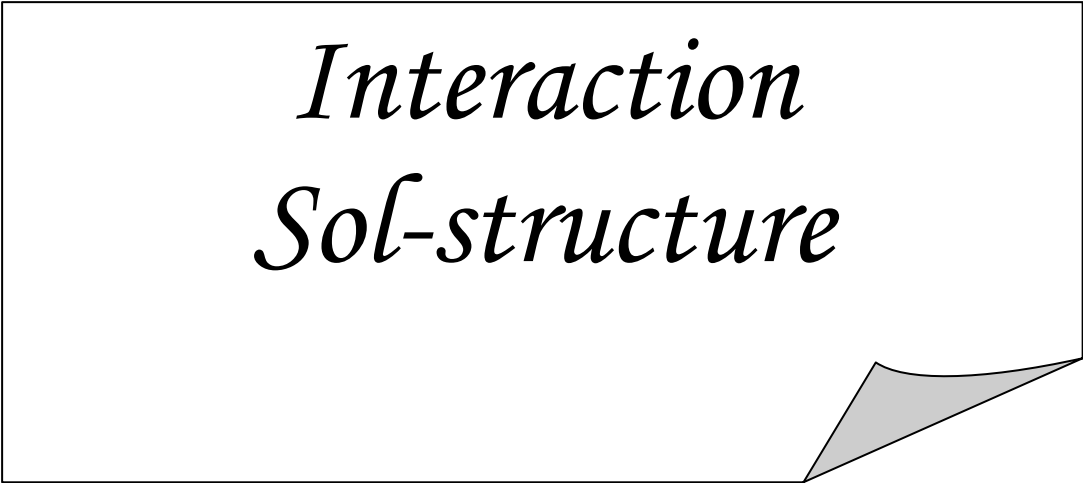
$$P_s = \rho_1 g(H - z) \quad (\text{II.35})$$

- De la pression dynamique dont la manifestation est consécutive à un mouvement du liquide donnée par:

$$P_d = -\rho_1 \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (\text{II.36})$$



*Interaction*  
*Sol-structure*



## Chapitre III

# *Interaction Sol – Structure :*

## **III.1 Introduction :**

La prise en compte des phénomènes d'interactions sol- structure et fluide-structure constitue à la fois une opération importante et délicate de l'analyse de tous système sol- structure-fluide.

L'interaction sol structure a été identifiée comme facteur important dans la dynamique des structures, depuis les années soixante, elle affecte d'une manière significative la réponse relative de la structure, le mouvement de sa base et le mouvement du sol environnant [46]. Parmi les manifestations importantes engendrées par l'interaction, on cite :

- La réduction des contraintes et des forces dans la structure à la résonance.
- Elle peut causer une rotation significative de la base de la structure.
- Une modification dans les fréquences de la réponse à la crête.

Jusqu'à un passé relativement récent, les ouvrages soumis aux séismes étaient supposés encastrés à leurs fondations et soumis au mouvement enregistré au champ libre [10]. Les exigences rigoureuses de sécurité imposée à la conception d'ouvrage stratégique, tel ,les centrales nucléaires, les barrages, les réservoirs de gaz liquéfié, et l'apparition de moyen de calcul puissant, ont permis de développer des méthodes d'analyse plus précises. Cette hypothèse, est quelque fois très conservatrice et ne tient pas compte d'éventuelle sollicitation additionnelle, comme le balancement et la rotation de la fondation. En effet la présence d'un ouvrage enterré dans le sol modifie substantiellement le mouvement initial au champ libre à cause de la rigidité de la fondation par rapport au sol [59]. La fondation se présente comme un objet opaque diffractant les ondes sismiques incidentes et modifie localement le mouvement du sol, ce phénomène est appelé interaction cinématique et dépend de plusieurs paramètres, dont la géométrie de la fondation, la stratigraphie et les caractéristiques du sol. Le mouvement

de la masse de l'ouvrage transmet des forces d'inertie au sol, produisant le phénomène d'interaction inertielle [59].

Les propriétés géotechniques complexes du sol, la géométrie des fondations, la nature compliquée des tremblements de terre, combinent pour faire de l'interaction sol structure un problème extrêmement complexe. Il est nécessaire, en général, de poser des hypothèses simplificatrices dans tous les aspects du problème avant que les calculs puissent être effectués. Dans la plupart des études, le sol est supposé linéaire, homogène, isotrope et milieu continu élastique (Sato et Yamaguchi, 1960; Parmelee, 1967; Sarrazin, 1970 ; Scavuzzo et autres, 1971). La structure, est assimilée à une masse, un ressort et un amortisseur, la fondation reposant sur le sol et son interaction avec celui-ci, est supposée représenter un ensemble de ressorts et d'amortisseurs indépendant de la fréquence [20, 33, 36, 50, 49].

L'interaction sol structure est étudiée par plusieurs auteurs, pour des fondations de différentes formes ancrées dans un demi espace homogène ou stratifié, et excitées par différents types d'ondes. Loco et Westmann (1971), Veletsos et Virbio (1973), Thau et Umeç (1974), Luco et autres (1975), Thau (1976), Apsel et Luco (1976), Day et Frazier (1979), Igichi (1984), et Pais et Kausel (1989). La modélisation de la fondation par des ressorts et des amortisseurs est une approche attrayante, car le système résultant est similaire au système habituel : structure à base fixe (encastrée) [59, 51, 45].

L'utilisation des méthodes numériques tel que la méthode des éléments finis et la méthode des éléments de frontière [53, 10, 58, 57, 56, 53, 57, 55], peut éviter quelques hypothèses ci-dessus, qui sont principalement géométriques, mais la simplification du modèle de sol et l'excitation sismique est encore requise à moins que l'approche tridimensionnelle soit utilisée, ou à la limite une modélisation bidimensionnelle du problème, en déformation plane.

Dans ce chapitre, on va s'intéresser aux différentes méthodes de prise en compte des l'interactions sol structure et fluide-structure, tout en donnant un petit rappel sur la mécanique du solide. Par la suite on passe à la formulation de l'interaction sol structure, en donnant en premier lieu le modèle analogique simplifié, puis à la méthode de prise en compte de l'interaction fluide-structure.

### **III.2 Rappel sur la mécanique du solide (Elasticité) :**

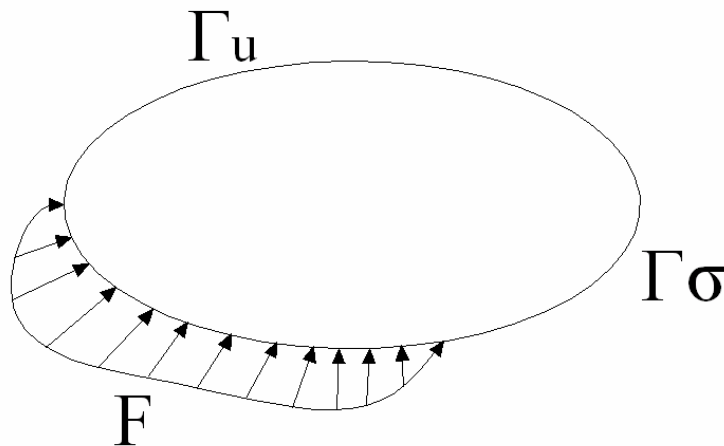
Le problème de la mécanique du milieu continu se pose de la façon la plus générale. On considère un domaine  $\Omega$  de l'espace à trois dimensions  $\mathcal{R}^3$  et on se donne pour but d'étudier la déformation  $\varepsilon$  et les efforts internes (ou contrainte)  $\sigma$  ( $\text{N/m}^2$ ) à l'intérieur de ce corps quand il est soumis à des chargements volumiques  $F_v$  ( $\text{N/m}^3$ ) et surfacique  $F$  ( $\text{N/m}^2$ )

L'écriture directe de l'équilibre dynamique d'un solide élastique (**Fig. III.1**) est donné par le principe de d'Alembert (deuxième loi de Newton) [11] : le taux d'accroissement de la quantité de mouvement d'un solide de masse  $M$  est égale à la force qui lui est appliquée

$$P(t) = \frac{d}{dt} \left( M \frac{dU(t)}{dt} \right) \quad (\text{III.1})$$

$U(t)$  : Vecteur position de la masse  $M$  en fonction du temps  $t$ .

$P(t)$  : La résultante des forces extérieures appliquées au solide.



**Figure III.1** Domaine  $\Omega$  et sa frontière divisée en deux parties disjointes  $\Gamma_u$  et  $\Gamma_\sigma$

La forme forte (ou locale) du problème de l'élasticité linéaire s'écrit comme suit. Il s'agit de trouver en chaque point  $x$  de  $\Omega$  les champs de déplacement  $U_i(x)$ , de déformation  $\varepsilon_{ij}(x)$  et de contrainte  $\sigma_{ij}(x)$  solution des équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} + F_i = \frac{d}{dt} \left( \rho \frac{dU(t)}{dt} \right) \quad \text{sur } \Omega \quad \text{(III.2.a)} \\ \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x_i} U_j + \frac{\partial}{\partial x_j} U_i \right) = U_{(i,j)} \quad \text{(III.2.b)} \\ \sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad \text{(III.2.c)} \\ U_i = U_i^0 \quad \text{sur } \Gamma_u \quad \text{(III.2.d)} \\ \sigma_{ij} n_j = F_i \quad \text{sur } \Gamma_\sigma \quad \text{(III.2.e)} \end{array} \right.$$

Les équations **(III.2.a)**, au nombre de trois (une par direction de l'espace), expriment l'équilibre en volume entre contraintes (efforts intérieurs) et les forces extérieures  $F_i$ . Les équations **(III.2.b)** expriment la compatibilité des déplacements. Plus précisément, un champ de déplacement  $U_i$  est compatible s'il est suffisamment continu i.e. si son application au domaine  $\Omega$  n'introduit pas dans celui-ci de singularités. Le fait de définir un champ de déplacement, suffisamment continu entraîne automatiquement la compatibilité. A partir de ce champ de déplacement, **(III.2.b)** définit les déformations comme une combinaison de dérivées de déplacement. Ici, on utilise en fait l'hypothèse de petites déformations. Finalement, **(III.2.c)** est une loi de comportement de type élastique linéaire [29, 37, 39, 40]. Dans le cas isotrope, la loi se simplifie comme suit :

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{mn} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad \text{(III.3)}$$

Avec les coefficients de Lamé :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{(III.4)}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{(III.5)}$$

$E$  et  $\nu$  sont le module de Young et le coefficient de Poisson du matériau.

On a finalement les conditions aux limites **(III.2.d)** de type déplacements imposés  $U_i^0$  qui expriment la compatibilité en surface et les conditions de tractions de surfaces imposées  $F_i$  **(III.2.e)** qui expriment l'équilibre en surface. L'équilibre global du système sol

structure, est assuré par des conditions de continuité, ou de transmission, des champs de déplacements et des vecteurs contraintes à l'interface entre les deux domaines sol et structure, qui traduisent la conservation de la masse et de la quantité de mouvement. L'équilibre cinématique traduit la continuité de la vitesse normale à l'interface sol structure [25], la matière ne pouvant pas la traverser. L'adhérence parfaite au niveau de l'interface  $\Gamma_{bf}$  s'écrit :

$$U_b(x) = U_f(x) \quad \forall x \in \Gamma_{bf} \quad (\text{III.6})$$

$\Gamma_{bf}$  : l'interface entre le sol et la structure

Le problème maintenant, est bien posé et possède une solution unique pour autant que le domaine  $\Gamma_u$  soit suffisamment étendu pour exclure les modes rigides cinématiques.

La loi de comportement est inversible, on peut écrire :

$$\varepsilon_{ij} = D_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (\text{III.7})$$

Ou plus précisément :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (\text{III.8})$$

Si le tenseur d'ordre 4 d'identité s'écrit :

$$I_{ijkl} = \frac{1}{2} ( \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} ) \quad (\text{III.9})$$

Alors, on a :

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + 2\mu I_{ijkl} \quad (\text{III.10})$$

Et

$$D_{ijkl} = \frac{1+\nu}{E} I_{ijkl} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \delta_{kl} \quad (\text{III.11})$$

On peut écrire les équations de l'élasticité linéaire en termes de déplacements. On introduit pour cela (III.2.b) et (III.2.c) dans (III.2.a). Ce sont les équations de Navier-Lamé :

$$(\lambda + \mu) \partial_{ki} U_k + \mu \partial_{kk} U_i + f_i = 0 \quad (\text{III.12})$$

qui sont trois équations elliptiques du deuxième ordre couplées.

La loi de Hooke liant les contraintes et les déformations pour un matériau élastique linéaire peut s'écrire sous forme indicielle **(III.2.a)**. On peut aussi utiliser la symétrie des tenseurs des contraintes et des déformations et représenter les contraintes et les déformations sous forme d'un vecteur colonne à 6 composantes. La loi de Hooke s'écrit dès alors :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{xz} \\ 2\varepsilon_{yz} \end{pmatrix} \quad \text{(III.13)}$$

Ou sous forme compacte :

$$\sigma = D\varepsilon \quad \text{(III.14)}$$

Avec **D** matrice d'élasticité qui peut avoir la forme suivante :

$$D = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & 0 \\ d_2 & d_1 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{bmatrix} \quad \text{(III.15)}$$

Avec, pour le cas d'un problème en contraintes planes :

$$d_1 = \frac{E}{1-\nu^2} ; d_2 = \nu d_1 \quad \text{(III.16)}$$

Et pour le cas d'un problème en déformations planes :

$$d_1 = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} ; d_2 = \frac{\nu d_1}{1-\nu} \quad \text{(III.17)}$$

Dans les deux cas, de contraintes ou de déformations planes, **d<sub>3</sub>** est défini par :

$$d_3 = \frac{1}{2} (d_1 - d_2) \quad \text{(III.18)}$$

L'expression du tenseur des contraintes peut être réduit, du fait de la symétrie, à :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} ; \sigma_{xy} = \sigma_{yx} \quad (\text{III.19})$$

et celle du tenseur des déformations à :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{1}{2} \varepsilon_{xy} \\ \frac{1}{2} \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} \end{bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} ; \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} \quad (\text{III.20})$$

La relation déformations déplacements s'écrit par :

$$\varepsilon = S U \quad (\text{III.21})$$

Avec S opérateur de différenciation :

$$S = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (\text{III.22})$$

### III.3. Principe des travaux virtuels :

Le matériau étudié est un matériau élastique car la densité d'énergie interne de déformation par unité de volume ( $\text{W/m}^3$ ) :

$$e = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{ij} \quad (\text{III.23})$$

est une forme quadratique de déformations, on a :

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial e}{\partial \varepsilon_{ij}} \quad (\text{III.24})$$

L'énergie de déformation  $U$  du solide est l'intégrale de la densité d'énergie de déformation :



$$U = \int_{\Omega} e d\Omega \quad (\text{III.25})$$

Elle correspond au travail de toutes les forces internes. Les charges conservatives (indépendantes des déplacements) externes appliquées sur la structure sont soit des charges de volume d'intensité  $F$  soit des charges de surfaces ayant pour intensité  $t$ , dont le travail est :

$$P = \int_{\Omega} U^t F d\Omega + \int_{\Gamma} U^t t d\Gamma \quad (\text{III.26})$$

L'énergie potentielle totale de la structure est  $\Pi(U)$  est égale à  $U - P$ . Elle ne dépend que du champ du déplacement, qui doit vérifier les conditions de continuité. Elle ne change pas, au second ordre près, lorsque la structure passe d'une configuration d'équilibre à une autre configuration infiniment voisine quelconque : sa variation première est nulle. On dit que l'énergie potentielle totale d'un corps en équilibre est stationnaire [6].

Le théorème des travaux virtuels consiste à imposer un déplacement cinématiquement admissible arbitraire  $\delta u$  sur la structure et à évaluer les travaux des efforts externes et internes pour trouver la condition d'équilibre. Le travail des forces internes s'écrit pour les matériaux élastiques :

$$W_{\text{int}} = \int_{\Omega} \delta \mathcal{E}^t \sigma d\Omega \quad (\text{III.27})$$

Le travail des forces externes s'écrit :

$$W_{\text{sur}} = \int_{\Gamma} \delta u \cdot \sigma \cdot \vec{n} d\Gamma \quad (\text{III.28})$$

$$W_{\text{vol}} = \int_{\Omega} \delta u F d\Omega \quad (\text{III.29})$$

$$W_{\text{ine}} = \int_{\Omega} \delta u \rho \dot{U} d\Omega \quad (\text{III.30})$$

Avec :

$W_{\text{sur}}$  : le travail des forces de surface.

$W_{\text{vol}}$  : le travail des forces de volume.

$W_{ine}$  : le travail des forces d'inertie.

Le solide est en équilibre dynamique si le travail virtuel des forces internes égale au travail des forces externes :

$$\int_{\Omega} \delta \mathcal{E}' \sigma d\Omega = \int_{\Gamma} \delta u_i \sigma_i \bar{n} d\Gamma + \int_{\Omega} \delta u F d\Omega + \int_{\Omega} \delta u_i \rho \ddot{u}_i d\Omega \quad (\text{III.31})$$

On réécrivant l'équation (III.31) en déplacement, on aura :

$$\int_{\Omega} \delta u S du DS U d\Omega + \int_{\Omega} \delta u_i \rho \ddot{u}_i d\Omega + \int_{\Omega} \delta u F d\Omega = 0 \quad (\text{III.32})$$

L'équation (III.32), qui va être discrétiser dans le chapitre suivant. Elle représente la forme intégrale de l'équilibre dynamique d'un solide donné.

#### III.4 Formulation de l'interaction sol-structure :

Avant d'examiner les différentes méthodes de prise en compte de l'interaction sol structure, il est utile de formuler de façon générale le problème. Désignant par M, C, K les matrices de masse, amortissement et de raideur du système, l'équilibre dynamique de l'ensemble s'écrit :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = Q_f \quad (\text{III.33})$$

Comme la source du mouvement (foyer du séisme) n'est généralement pas incluse dans le modèle, le vecteur de charge  $Q_f$  n'a de valeur non nulle que sur la frontière extérieure du modèle. En absence de structure, l'équation du mouvement du champ libre est analogue de par sa forme à l'équation (III.33) ; les indices f désignant les matrices masses, amortissement et raideur relative au seul champ libre, cette équation s'écrit :

$$M_f \ddot{U}_f + C_f \dot{U}_f + K_f U_f = Q_f \quad (\text{III.34})$$

Posant :

$$U = U_i + U_f \quad (\text{III.35})$$

L'équation (III.33) définit le déplacement d'interaction  $U_i$  qui satisfait l'équation :

$$M\ddot{U}_i + C\dot{U}_i + KU_i = -Q_i \quad (\text{III.36})$$

Avec :

$$Q_i = [M - M_f]\ddot{U}_f + [C - C_f]\dot{U}_f + [K - K_f]U_f \quad (\text{III.37})$$

Le vecteur de charge  $Q_i$  est déterminé à partir des déplacements en champ libre. L'équation (III.37) met clairement en évidence le fait qu'il y a interaction dès qu'il y a différence de masse (*interaction inertielle*) ou de raideur (*interaction cinématique*) entre le sol et la structure [3].

### III.5 Méthodes de prise en compte de l'interaction sol structure :

Parmi les méthodes de prise en compte de l'interaction sol structure on peut distinguer les méthodes globales, qui résolvent, comme son nom l'indique, le problème global (considération du système complet), et celles qui s'appuient sur une décomposition du système en sous systèmes, ces méthodes sont désignées sous le nom de méthodes de sous structure.

#### III.5.1 Méthode globale :

La méthode globale consiste à résoudre l'équation d'équilibre dynamique suivante, en une seule étape :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = -MI\ddot{U}_g \quad (\text{III.38})$$

Avec :

U : représente le vecteur des déplacements relatifs du système par rapport à l'assise.

I : le vecteur unité, donnant la direction de la sollicitation  $\ddot{U}_g$

M, K et C : les matrices masse, rigidité et amortissement du système.

Le mouvement sismique de dimensionnement, est connu (spécifié) à la surface du sol, en champ libre. Le déplacement, est calculé à la base inférieure du modèle, choisie à une profondeur suffisante pour que la présence d'une structure en surface n'affecte pas ce

déplacement, cette étape est connue sous le nom de déconvolution du mouvement sismique. Le mouvement déconvolué, est imposé uniformément à la base du système sol structure et la réponse est calculée par résolution de l'équation (III.38).

La difficulté de la résolution par éléments finis des problèmes dynamiques d'interaction sol structure, réside dans le traitement des conditions aux limites. Pour résoudre ce problème, on introduit des frontières absorbantes, dont le rôle est de rétablir les conditions de contraintes et de déplacements à la frontière. Dans la pratique, ces frontières, sont représentées par des amortisseurs, dont les caractéristiques, sont fonction de celles du milieu extérieur au modèle. Ces éléments ne constituent une solution exacte au problème que dans le domaine fréquentiel, dans le domaine temporel, elles ne représentent qu'une solution approchée [3, 21, 24].

### **III.5.2 Méthode de sous structure :**

Le principe de la méthode sous structure, est de reformuler le problème global de transmission en un problème global posé uniquement sur les interfaces entre les sous domaines, et des problème locaux à chaque sous domaine. L'inconnue est le champ sur les interfaces. Pour de raisons évidentes, les sous domaines envisagés sont constituées d'une part par le sol, et d'autre part par la structure. Par la suite, on écrit les équations d'équilibre de chaque sous domaine, puis les conditions de compatibilité à l'interface : continuité du déplacement et du vecteur contrainte. Afin de déterminer effectivement le champ d'interface, il convient d'imposer maintenant la réciprocité des contraintes sur l'interface sol structure. Pour cela, on introduit les opérateurs d'impédance et de force induite qui traduisent respectivement l'action d'un sous domaine sur son interface avec l'autre sous domaine, et l'action des sollicitations imposées dans un sous domaine sur cette interface. Une fois connu le champ d'interface, de couplage entre les sous domaines le champ des déplacement rayonnés, sur chaque sous domaines, est recomposé [20, 25, 51].

Dans l'hypothèse d'une fondation rigide, il est pertinent de scinder le problème global en trois sous problèmes [3]:

- Détermination du mouvement d'une fondation rigide sans masse soumise à la sollicitation sismique.
- Détermination de la matrice d'impédance de la fondation.

- Calcul de la réponse dynamique de la structure reliée à la matrice d'impédance et sujette à son support au mouvement d'interaction cinématique.

### **III.6 Modélisation de l'interaction sol structure :**

Dans cette section, on va exposer le modèle analogique simplifié.

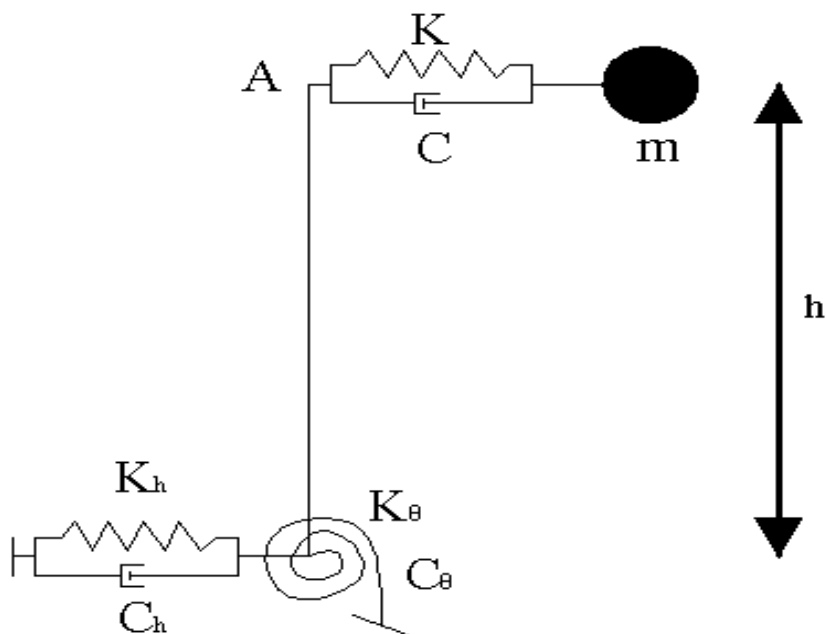
#### **III.6.1 Modèle analogique simplifié :**

L'influence de l'interaction sol structure sur la réponse d'un ouvrage peut être illustré à l'aide du modèle analogique de la figure (III.2). La structure, est assimilée à une masse  $m$  et un ressort, placés une hauteur  $h$  au dessus de la fondation. La liaison entre la structure et la fondation, est réalisée par une barre rigide. La fondation repose sur le sol et son interaction avec celui-ci, est modélisée par le biais des fonctions d'impédance. On admettra pour l'instant que les fonctions d'impédances, c'est à dire les réactions exercées par le sol sur la fondation, peuvent être représentées par un ensemble de ressorts et d'amortisseurs indépendants de la fréquence ; l'amortisseur rend théoriquement compte à la fois de l'amortissement radiatif, c'est dire de la dissipation d'énergie par les ondes s'éloignant de la fondation, et de l'amortissement propre du matériau sol, appelé amortissement matériel. Dans un souci de simplification de la présentation, on supposera que l'amortissement matériel, est négligeable devant l'amortissement radiatif (comportement élastique du sol), ce qui est valide pour un milieu homogène et des sollicitations sismiques d'amplitudes faibles à moyennes [3].

Le système de la figure (III.2) possède 3 degrés de liberté :

- Le déplacement horizontal  $U$  de la masse,
- Le déplacement horizontal  $U_0$  de la fondation,
- La rotation  $\theta$  de la fondation autour d'un axe horizontal.

Il est soumis à un déplacement horizontal du sol support, harmonique de pulsation  $\omega$  et d'amplitude  $U_g$ .



**Figure III.2** Modèle simplifié d'interaction sol-structure

Les équations d'équilibre dynamique du système, s'obtiennent aisément à partir des équations de Lagrange en prenant comme variables généralisées  $q_i$  :

- $q_1 = U$  : le déplacement relatif de la masse par rapport à A,
- $q_2 = U_0$  : le déplacement d la fondation,
- $q_3 = \theta$  : la rotation de la fondation.

On a la relation évidente entre le déplacement absolu  $U^t$  de la masse  $m$  et les variables précédentes :

$$U^t = U_g + U_0 + h\theta \quad (\text{III.39})$$

Désignant par  $T$  l'énergie cinétique totale :

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{U}_g + \dot{U}_0 + h\dot{\theta})^2 \quad (\text{III.40})$$

Par  $V$  l'énergie potentielle :

$$V = \frac{1}{2} (kU^2 + k_h U_0^2 + k_\theta \theta^2) \quad (\text{III.41})$$

Et par  $\delta W$  le travail des forces non conservatives (forces d'amortissement) :

$$\delta W = - (C\dot{U} \delta U + C_h \dot{U}_0 \delta U_0 + C_\theta \dot{\theta} \delta \theta) \quad (\text{III.42})$$

Les équations de Lagrange s'écrivent :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \left( \frac{\partial T}{\partial q_i} \right) + \left( \frac{\partial V}{\partial q_i} \right) = \frac{\delta W}{\delta q_i} \quad (\text{III.43})$$

Soit avec les notations précédentes en tenant compte des relations entre accélération vitesse et déplacement :

$$\dot{x} = i\omega x \quad , \quad \ddot{x} = -\omega^2 x \quad (\text{III.44})$$

Et on introduisant les pourcentages d'amortissement critique :

$$\xi = \frac{i\omega C}{2k} \quad \xi_h = \frac{i\omega C_h}{2k_h} \quad \xi_\theta = \frac{i\omega C_\theta}{2k_\theta} \quad (\text{III.45})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -m\omega^2(U_0 + U + h\theta) + k(1 + 2i\xi)U = m\omega^2 U_g \quad (\text{III.46}) \\ -m\omega^2(U_0 + U + h\theta) + k_h(1 + 2i\xi_h)U_0 = m\omega^2 U_g \quad (\text{III.47}) \\ -mh\omega^2(U_0 + U + h\theta) + k_\theta(1 + 2i\xi_\theta)\theta = mh\omega^2 U_g \quad (\text{III.48}) \end{array} \right.$$

En introduisant les notations suivantes :

$$m\omega_s^2 = k \quad m\omega_h^2 = k_h \quad mh^2\omega_\theta^2 = k_\theta \quad (\text{III.49})$$

et en éliminant  $U_0$  et  $\theta$  entre les trois équations précédentes, il vient :

$$\left[ 1 + 2i\xi - \frac{\omega^2}{\omega_s^2} - \frac{\omega^2}{\omega_h^2} \frac{1 + 2i\xi}{1 + 2i\xi_h} - \frac{\omega^2}{\omega_\theta^2} \frac{1 + 2i\xi}{1 + 2i\xi_\theta} \right] U = \frac{\omega^2}{\omega_s^2} U_g \quad (\text{III.50})$$

Tenant compte du fait que  $\xi, \xi_h, \xi_\theta \ll 1$ , l'équation précédente devient :

$$\left[ 1 + 2i\xi - \frac{\omega^2}{\omega_s^2} - \frac{\omega^2}{\omega_h^2} (1 + 2i\xi - 2i\xi_h) - \frac{\omega^2}{\omega_\theta^2} (1 + 2i\xi - 2i\xi_\theta) \right] U = \frac{\omega^2}{\omega_s^2} U_g \quad (\text{III.51})$$

Considérant maintenant un oscillateur simple à un degré de liberté de même masse  $m$ , de pulsation propre  $\tilde{\omega}$  et d'amortissement  $\tilde{\xi}$  soumis à un déplacement harmonique  $\tilde{U}_g$  de pulsation  $\omega$  à sa base (cas de la structure encastree à sa base). La réponse harmonique de cet oscillateur est :

$$\left(1 + 2i\tilde{\xi} - \frac{\omega^2}{\tilde{\omega}^2}\right)U = \frac{\omega^2}{\tilde{\omega}^2}\tilde{U}_g \quad (\text{III.52})$$

L'oscillateur équivalent aura la même réponse que la structure de la figure (III.2) si les équations suivantes sont vérifiées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\tilde{\omega}^2} = \frac{1}{\omega_s^2} + \frac{1}{\omega_h^2} + \frac{1}{\omega_\theta^2} \\ \tilde{\xi} = \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_s^2}\xi + \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_h^2}\xi_h + \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_\theta^2}\xi_\theta \\ \tilde{U}_g = \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_s^2}U_g \end{array} \right. \quad (\text{III.53})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\xi} = \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_s^2}\xi + \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_h^2}\xi_h + \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_\theta^2}\xi_\theta \end{array} \right. \quad (\text{III.54})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{U}_g = \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_s^2}U_g \end{array} \right. \quad (\text{III.55})$$

Les équations précédentes sont obtenues en égalant partie réelle et partie imaginaire des équation (III.51) et (III.52) et pour (III.55) en se plaçant la résonance ( $\omega = \tilde{\omega}$ ).

Il résulte des équations (III.53, III.54, III.55) que l'interaction sol structure a pour effet :

- De diminuer la pulsation propre  $\omega_s$  de la structure à base encastree ( $\tilde{\omega} < \omega_s$ ).
- D'augmenter l'amortissement du système ( $\tilde{\xi} > \xi$ ) par rapport à la structure à base encastree.
- De diminuer la sollicitation incidente effective à la base de la structure ( $\tilde{U}_g < U_g$ ).



**III.7 Prise en compte de l'interaction fluide-réservoir :****III.7.1 Coefficient de masse effective [69]. :**

Pour une analyse sismique de la réponse des systèmes réservoirs-fluides, l'effet dynamique du fluide est en général, simplifié en introduisant une masse virtuelle a effet d'inertie, par conséquent la densité équivalente du matériau constituant la structure en incluant la masse ajoutée du fluide peut être écrite sous la forme suivante :

$$\rho_e = \rho_s + \frac{1}{2} \frac{R_r}{e_r} \frac{H_{rem}}{H_r} \rho_l \cdot C_{eff}. \quad \text{(III.56)}$$

Formule dans laquelle :

$\rho_e$  : Densité équivalente.

$\rho_s$  : Densité de la coque du réservoir.

$R_r$  : Rayon du réservoir.

$e_r$  : Épaisseur du réservoir.

$H_{rem}$  : Hauteur de remplissage.

$H_r$  : Hauteur du réservoir.

$\rho_l$  : Densité du liquide.

$C_{eff}$  : Coefficient effectif de masse.

Le coefficient de masse effective représente le rapport entre masse ajoutée et la masse totale du fluide contenu dans le réservoir.

L'effet de la variation du paramètre  $\frac{H_{rem}}{H_r}$  sur le coefficient est représenté sur la figure

suivante et ce pour différents valeurs de l'élancement  $\frac{H_r}{R_r}$ .

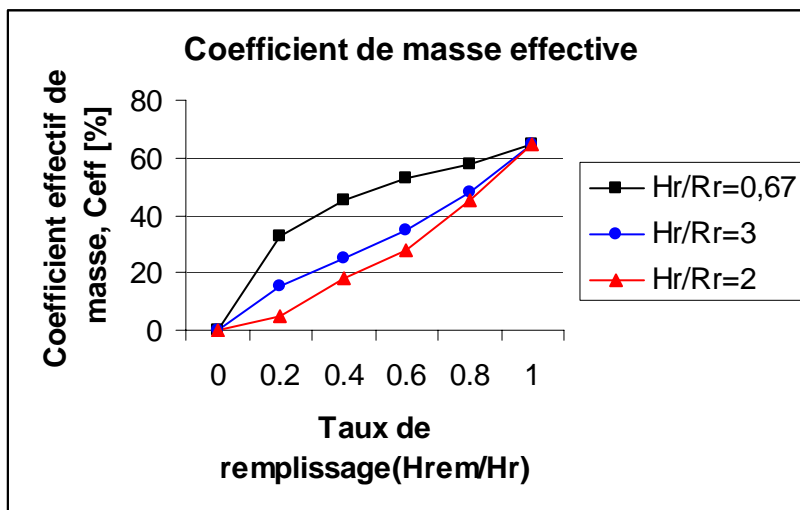


Figure III.3 Coefficient de masse effective.

L'examen de ces courbes appelle les observations suivantes :

- En aucun cas, la masse totale du fluide participe dans la vibration ;
- Le coefficient de masse effective est pratiquement indépendant du rapport d'élanement dans le cas des réservoirs pleins ;
- Le coefficient de masse effective du fluide en vibration ( $C_{eff}$ ), augmente avec l'augmentation du taux de remplissage et ce d'autant plus que le réservoir est court ;
- Par ailleurs, le rapport  $\frac{e_r}{R_r}$  n'a pas d'influence significative sur la variation de la masse effective comme le montre le tableau suivant :

Tableau III.1 Masse effective en fonction du rapport  $\frac{e_r}{R_r}$ .

$\frac{H_{rem}}{H_r}$	Masse effective du liquide [%]			
	$\frac{e_r}{R_r} = 0,001$	$\frac{e_r}{R_r} = 0,002$	$\frac{e_r}{R_r} = 0,003$	$\frac{e_r}{R_r} = 0,004$
1	65,35	65,86	65,8	65,73
0,8	44,65	44,48	44,06	43,78
0,6	29,16	28,30	27,53	27,12
0,4	17,81	15,79	14,11	12,81
0,2	7,16	3,54	2,31	1,96

**III.8 Linéarité -Non linéarité :**

Dans un matériau déformable, l'action d'un certain nombre de forces conduit à un certain nombre de déformations. Si l'on connaît la relation entre les deux, à savoir la relation entre le tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$  et le tenseur des déformations  $\varepsilon_{ij}$ , on est capable de caractériser et de prévoir le comportement mécanique du matériau. Cette relation est appelée loi constitutive du matériau.

Le cas le plus simple, correspondant à un grand nombre de matériaux réels pour de faibles déformations, consiste à faire l'hypothèse que cette relation est élastique et linéaire. Élastique indique que l'état des déformations ne dépend que de l'état présent des contraintes, ce qui revient à supposer que les forces internes au matériau n'agissent que par contact immédiat et que leur rayon d'action est proche de zéro. Un matériau élastique qui a été déformé sous l'action de certaines forces regagne son état initial une fois que ces forces ont disparu, et il peut restituer toute l'énergie qu'il a absorbée, sa forme ne dépend pas de l'historique de ses déformations,

Dans le modèle élastique linéaire, l'hypothèse de linéarité est faite deux fois. Dans une première étape, les termes du second ordre du tenseur des déformations sont négligés. Lorsqu'il est calculé de façon rigoureuse, ce tenseur comporte des termes quadratiques : si l'on néglige ces termes pour ne garder que les termes linéaires, on fait implicitement l'hypothèse que les déformations sont faibles. Les vecteurs de forces intérieures dues aux déformations sont alors proportionnels aux vecteurs de déplacements, on peut parler dans ce cas de linéarité géométrique. Une conséquence de cette approximation est de conduire à des distorsions lorsqu'une partie du système subit une rotation, si on considère les termes de second ordre on parle alors de non linéarité géométrique

La deuxième hypothèse du modèle élastique linéaire consiste à supposer que le tenseur des contraintes est proportionnel à celui des déformations, on parle alors de linéarité physique, si ce n'est pas le cas on parle alors de non linéarité physique ou matérielle.

**III.8.1 Non linéarité géométrique:**

Dans le modèle élastique linéaire, l'hypothèse de linéarité géométrique consiste à considérer seulement deux termes du tenseur de déformation c'est-à-dire qu'on fait implicitement l'hypothèse de petites déformations, tandis que dans le modèle non linéaire

géométrique on tiens compte des termes de second ordre inclus dans le tenseur de déformation, on parle alors de non linéarité géométrique, ce dernier deviens alors:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial x_i} U_j + \frac{\partial}{\partial x_j} U_i + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} U_{i,j} \right) \quad (\text{III.57})$$

### III.9 Caractérisation du champ sismique incident :

Le champ sismique incident, appelé encore champ libre de site, est défini comme le champ des déplacements qui régnerait dans le demi espace sol en l'absence de la fondation lorsque celui-ci subit un tremblement de terre. Il est en toute rigueur généré par des sources de type volumique ou surfacique à supports compacts, telles que des forces réparties ou des dipôles associant deux forces de sens opposées et de points d'application très proche. Ces modèles permettent de représenter différents mécanisme de source sismique, par exemple une explosion ou une rupture de faille sur laquelle apparaît un saut des déplacements. Si l'on connaît une telle description de la source sismique, ainsi que de la géométrie et des caractéristiques mécaniques du sous sol en son voisinage, alors le champ incident vérifié une équation d'équilibre dynamique, mais s'appliquant dans le domaine sol avant construction de la structure [25].

Généralement, le mécanisme de source du tremblement de terre est a priori indéterminé, le temps de déclenchement du séisme, est inconnu, mais on connaît éventuellement quelques enregistrement passés et données statistiques sur l'interface sol non remanié (avant construction de la structure), et l'air ambiant. De fait que, la source, est souvent très éloignée du site étudié, il est classique d'approcher le champ incident par un train d'ondes (planes) équivalent provenant de l'infini, ce qui se justifie par le fait que suffisamment loin de la source la courbure des fronts d'ondes est faible [25].

### III.10 Condition de radiation :

Si l'on définit pas de condition initiales, pour le champ diffracté total, on peut par contre introduire des conditions sur l'allure du champ des déplacements sur  $\Gamma_{f.o.}$ . Elles expriment le fait qu'en dehors d'un champ incident provenant éventuellement d'une source très lointaine (c'est-à-dire à l'infini pour notre modèle) il n'existe pas d'onde se propageant depuis l'infini vers l'intérieur de  $\Omega_f$ . Une condition équivalente pour un milieu homogène non borné consiste à supposer qu'à l'infini le champ diffracté vérifie la relation d'impédance d'une onde plane liant le champ de vecteur contrainte sur une facette de normale extérieure  $\mathbf{n}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} / \|\mathbf{x}\|$  au champ des déplacements,

dans les directions radiale et transverse par rapport à cette facette. Ces conditions, appelées conditions de Sommerfeld [25].

### **III.11 Conclusion :**

Nous avons ici présenté les différentes méthodes possibles pour le traitement du problème d'interactions sol-structure, sous un champ incidents donné, et avec des caractéristiques du sol adjacent à la fondation aléatoire, ainsi que la prise en compte de l'interaction fluide-structure par l'intégration du concept de masse effective.

Tout en se basant sur une formulation variationnelle du problème dynamique d'un élasto-dynamique, on peut ressortir le système d'équations différentielles régissant le milieu continu, en tenant compte des conditions, initiales, de continuité à l'interface sol structure et aux limites.

La méthode sous structure permet le traitement local du problème d'interaction, mais son utilisation dans le domaine temporelle pose plusieurs difficultés. Cependant la méthode globale traite le problème complet, et prend du temps et d'espace mémoire, mais elle est plus simple à utiliser.

*Modélisation  
numérique*



## Chapitre IV

# *Modélisation numérique :*

**Introduction :**

La méthode des éléments finis est une généralisation de la méthode de déformation pour les cas de structure ayant des éléments plans ou volumineux. La méthode considère le milieu solide, liquide ou gazeux constituant la structure comme un assemblage discret d'éléments finis. Ces sont connectés entre eux par des nœuds situés sur les limites de ces éléments. Les structures réelles sont définies par un nombre infini de nœuds.

La structure étant ainsi subdivisée, elle peut être analysée d'une manière similaire à celle utilisée dans la théorie des poutres. Pour chaque type d'éléments, une fonction de déformation (fonction de forme) de forme polynomiale qui détermine la relation entre la déformation et la force nodale peut être dérivée sur la base de principe de l'énergie minimale, cette relation est connue sous le nom de la matrice de rigidité de l'élément. Un système d'équation algébrique linéaire peut être établi en imposant l'équilibre de chaque nœud, tout en considérant comme inconnues les déformations aux niveaux des nœuds. La solution consiste donc à déterminer ces déformations, en suite les forces et les contraintes peuvent être calculées en utilisant les matrices de rigidité de chaque élément.

A l'heure actuelle, on dispose de nombreux programmes basés sur la méthode des éléments finis M.E.F permettant le calcul automatique de structures diverses. L'ingénieur pourrait donc ignorer les principes de la M.E.F, il lui suffirait de savoir utiliser les programmes de calcul et de connaître les règlements en vigueur. Seulement, cet utilisateur serait incapable de se rendre compte de la correction des résultats donnés par l'ordinateur.

Il est donc indispensable que tout ingénieur connaisse les bases de la M.E.F, et comprenne également le processus de la phase de solution. Cette compétence ne peut être

acquise que par l'étude analytique du concept de la M.E.F et la connaissance des techniques en rapport avec l'utilisation de ces outils de calcul.

Ce dernier pourra alors en tenant compte des considérations précédentes, formuler son problème de calcul de structure et contrôler presque sans effort les résultats fournis par l'ordinateur.

Le logiciel permet d'effectuer les étapes de modélisation (définition de la géométrie, conditions aux limites, chargements de la structure, etc.) de façon totalement graphique, numérique ou combinées, en utilisant les innombrables outils disponibles.

En effet, une structure peut être composée en sous schémas (portiques, treillis, dalle, voile) chacun défini dans sa base graphique correspondante, ensuite assemblée en schéma final de calcul, pendant que la compatibilité des connections s'effectue automatiquement.

Par ailleurs, les éléments finis, associés à une des bases graphiques de génération de schéma (base de treillis, de portique, de trame de poutre, de dalle, de voile, de coque, etc.), sont directement paramétrés, pour le cas de réservoir on utilisera des éléments voiles (shells), le logiciel permet d'assembler différents sous ensembles pour le cas de structures complexes ou pour la modélisation de coupe sol-structure

Le pré processeur numérique qui traduit automatiquement les données saisies graphiquement, offre une assistance permanente pour l'extension ou la correction des documents générés. Ces données numériques sont traduites dans un fichier.

#### **IV.1 Etude du cas d'une poutre creuse encastrée :**

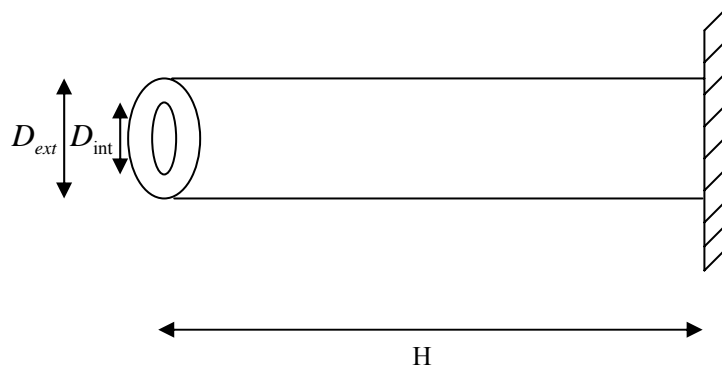
On s'intéressera à l'étude d'une poutre circulaire creuse, car cette dernière correspond d'une manière significative au comportement d'un réservoir (encastré) développé dans les deux chapitres suivants.

##### **IV.1.1 Calcul par la résistance des matériaux :**

###### **IV.1.1.1 Détermination de la période :**

Dans ce qui suit, on se propose de calculer la période de vibration fondamentale d'un réservoir en considérant un modèle RDM de type poutre creuse.





**Figure 1V.1** Représentation du modèle RDM de la poutre circulaire creuse.

La masse de la poutre est donnée par :

$$M = \rho \cdot (V_{ext} - V_{int})$$

$$\text{Avec : } V_{ext} = H \cdot \frac{\pi \cdot D_{ext}^2}{4} \quad \text{et} \quad V_{int} = H \cdot \frac{\pi \cdot D_{int}^2}{4}$$

Sa rigidité par :

$$K = \frac{3 \cdot E \cdot I}{H^3} \tag{IV.1}$$

$$\text{Avec : } I = \frac{\pi}{64} (D_{ext}^4 - D_{int}^4)$$

La période de vibration est calculée par la formule suivante :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{K}{M}} \tag{IV.2}$$

Soit une poutre creuse de dimensions suivantes :

$$H = 3m ; D_{ext} = 0,3m ; D_{int} = 0,26m ; e_p = 2cm .$$

$$E = 3,24 \cdot 10^7 \text{ Kpa} ; \nu = 0,2 ; \rho_s = 2,4 \cdot 10^3 \text{ Kg} / m^3 .$$

On a :

$$V_{ext} = 3 \cdot \frac{\pi \cdot (0,3)^2}{4} = 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,09}{4} = 0,212057504m^3$$

$$V_{int} = 3 \cdot \frac{\pi \cdot (0,26)^2}{4} = 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,067}{4} = 0,159278747m^3$$

$$M = 126,7$$

$$I = \frac{\pi}{64} (D_{ext}^4 - D_{int}^4) = \frac{\pi}{64} ((0,30)^4 - (0,26)^4) = 0,00017329m^4$$

$$K = \frac{3.E.I}{H^3} = \frac{3.3,24.10^{11}.0,00017329}{(3)^3} = 6238440 N/m$$

$$T = 0.0302 \text{Sec}$$

Les résultats comparatifs sont illustrés dans le tableau suivant :

**Tableau IV.1** Convergence de la période fondamentale RDM - Numérique.

Période [sec]	RDM	Numérique	Erreur
T	0.0302	0.0390	22,56%

Cette erreur très est du essentiellement a la prise en compte de flexibilité de la poutre creuse circulaire dans le calcul numérique, ce qui n'est pas le cas dans le calcul exacte (RDM), néanmoins une erreur inférieure ou égale à 30% dans le calcul des périodes est tolérable.

#### IV.1.1.2 Détermination de la flèche :

La flèche est donnée par l'expression suivante :

$$U = \frac{F}{K}. \quad (\text{IV.3})$$

Considérant la même poutre définie précédemment, la poutre est soumise à une force appliquée en son extrémité libre  $F_x$

$$F_x = 160 \text{KN}$$

Cela donne une flèche  $U_x$  égale à :

$$U_x = \frac{F_x}{K} = \frac{160}{623,844} = 0,2564 \text{m}$$

#### IV.1.1.3 Modèle numérique :

Dans le but de montrer la convergence de la solution numérique vers la solution analytique (RDM), on effectuera plusieurs maillages de la poutre et on comparera avec la solution exacte.

La poutre est représentée dans la figure suivante :



**Figure 1V.2** Schéma du maillage de la poutre circulaire creuse.

La flèche telle que montrée par le modèle numérique est représentée dans la figure suivante :

Joint Displacements			
Joint Object	243	Joint Element	243
	1	2	3
Trans	0.21917	5.066E-05	-0.01145
Rotn	-5.749E-04	0.10909	4.688E-04

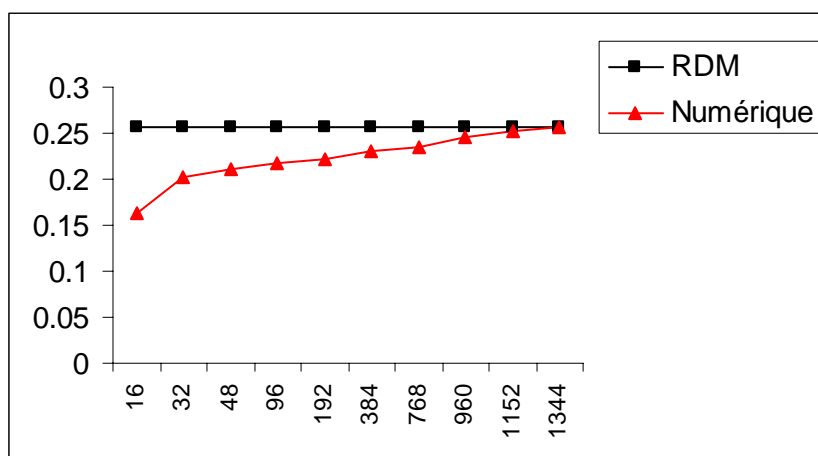
**Figure 1V.3** Déplacement au sommet selon le modèle numérique.

Les résultats obtenus pour différents maillages sont illustrés dans le tableau ci-après :

**Tableau IV.2** Convergence de la flèche en fonction du maillage de la poutre creuse.

Nbre d'éléments	Nbre de noeuds	RDM [m]	Sap2000 [m]	Erreur [%]
16	32	0,2564	0,1640	36,03
32	48	0,2564	0,2031	20,78
48	62	0,2564	0,2117	17,30
96	112	0,2564	0,2182	14,76
192	208	0,2564	0,2192	14,50
384	416	0,2564	0,2205	14,00
768	800	0,2564	0,2330	09,12
960	992	0,2564	0,2465	03,86
1152	1184	0,2564	0,2513	01,98
1344	1376	0,2564	0,2559	00,19

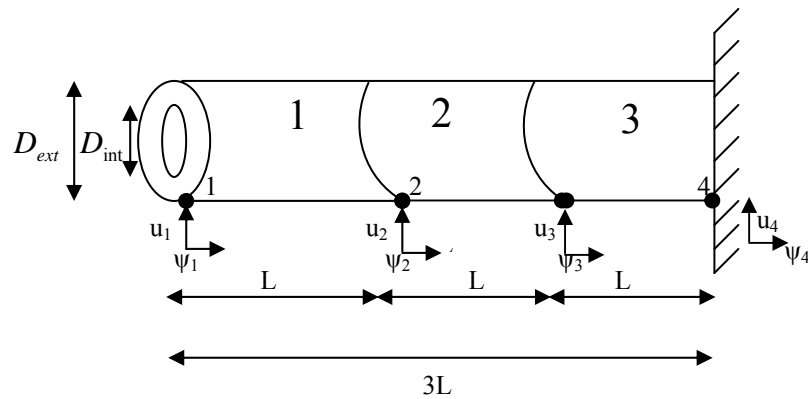
Ces résultats illustre la convergence entre les résultats obtenus par le modèle numérique vers la solution exacte (RDM), et ce en raffinant le maillage, on peut ainsi dire que pour obtenir des résultats acceptables, il faudrait avoir un maillage d'au moins égale à 96 éléments voiles (shells), soit 112 nœuds, comme le montre la figure ci-dessous.

**Figure 1V.4** Convergence de la flèche : RDM-Numérique.

## IV.1.2 Vérification par la méthode des éléments finis :

### IV.1.2.1 Discrétisation :

Soit une poutre circulaire creuse dont les dimensions sont définies ci dessous, cette dernière est composée de trois éléments finis (poutres), chaque élément possède quatre degrés de liberté (deux déplacement et deux rotations), comme montré sur la figure suivante.



**Figure IV.5** Discrétisation en éléments finis de la poutre circulaire creuse.

Les fonctions de formes d'un élément poutre sont données par :

$$N_1 = \frac{(1 - 3x^2) \cdot L^3}{L + 2x^3} \quad (\text{IV.4.a})$$

$$N_2 = \frac{(x - 2) \cdot x^2 \cdot L^2}{1 + x^3} \quad (\text{IV.4.b})$$

$$N_3 = \frac{3x^2 \cdot L^3}{L^2 - 2x^3} \quad (\text{IV.4.c})$$

$$N_4 = \frac{x^3 \cdot L}{L^2 - x^2} \quad (\text{IV.4.d})$$

Les matrices élémentaires de rigidité et de masse sont calculées à partir des relations suivantes:

$$K_e = EI \int_0^L (d^2 N^t \cdot d^2 N) \cdot dx \quad (\text{IV.5})$$

$$M_e = \rho A \int_0^L (N^t \cdot N) \cdot dx \quad (\text{IV.6})$$

D'où les matrices élémentaires suivantes :

$$K_e = \frac{EI}{L^3} \begin{pmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{pmatrix}.$$

$$M_e = \rho AL \begin{pmatrix} 13/35 & (11/210) \cdot L & 9/70 & (-13/420) \cdot L \\ (11/210) \cdot L & (1/105) \cdot L^2 & (13/420) \cdot L & (-1/140) \cdot L^2 \\ 9/70 & (13/420) \cdot L & 13/35 & (-11/210) \cdot L \\ (-13/420) \cdot L & (-1/140) \cdot L^2 & (-11/210) \cdot L & (1/105) \cdot L^2 \end{pmatrix}.$$

Ces matrices élémentaires sont assemblées, nous obtenons alors les matrices globales suivantes :

$$K_g = K_{e1} + K_{e2} + K_{e3} \quad \text{(IV.7)}$$

$$K_g = 3EI \begin{pmatrix} 12 & 6 & -12 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & -6 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -12 & -6 & 24 & 0 & -12 & 6 & 0 & 0 \\ 6 & 2 & 0 & 8 & -6 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12 & -6 & 24 & 0 & -12 & 6 \\ 0 & 0 & 6 & 2 & 0 & 8 & -6 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -12 & -6 & 12 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 2 & -6 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$M_g = \begin{pmatrix} 13/35 & 11/210 & 9/70 & -13/420 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 11/210 & 1/105 & 13/420 & -1/140 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 9/70 & 13/420 & 26/35 & 0 & 9/70 & -13/420 & 0 & 0 \\ -13/420 & -1/140 & 0 & 2/105 & 13/420 & -1/140 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9/70 & 13/420 & 26/35 & 0 & 9/70 & -13/420 \\ 0 & 0 & -13/420 & -1/140 & 0 & 2/105 & 13/420 & -1/140 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9/70 & 13/420 & 13/35 & -11/210 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -13/420 & -1/140 & -11/210 & 1/105 \end{pmatrix}$$

En appliquant les conditions aux limites :  $U_4 = 0$  et  $\Psi_4 = 0$ , on obtient alors :

$$K_g = 3EI \begin{pmatrix} 12 & 6 & -12 & 6 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & -6 & 2 & 0 & 0 \\ -12 & -6 & 24 & 0 & -12 & 6 \\ 6 & 2 & 0 & 8 & -6 & 2 \\ 0 & 0 & -12 & -6 & 24 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 2 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

$$M_g = 3\rho A \begin{pmatrix} 13/35 & 11/210 & 9/70 & -13/420 & 0 & 0 \\ 11/210 & 1/105 & 13/420 & -1/140 & 0 & 0 \\ 9/70 & 13/420 & 26/35 & 0 & 9/70 & -13/420 \\ -13/420 & -1/140 & 0 & 2/105 & 13/420 & -1/140 \\ 0 & 0 & 9/70 & 13/420 & 26/35 & 0 \\ 0 & 0 & -13/420 & -1/140 & 0 & 2/105 \end{pmatrix}.$$

#### IV.1.2.2 Détermination des périodes de vibrations :

En vibrations libres, les forces extérieures sont nulles, le mouvement est alors régi par les conditions initiales, dans ce cas les équations d'équilibre dynamique s'écrivent comme suit :

$$[M_g]\{U''\} + [K_g]\{U\} = 0 \quad (\text{IV.8})$$

Par analogie au système à 1 degré de liberté, nous supposons que le mouvement est harmonique qui s'exprime sous la forme :

$$U(t) = A \cdot \sin(\omega t + \theta) \quad (\text{IV.9})$$

A : représente les modes de déformation possibles du système.

$$U''(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + \theta) = -\omega^2 U(t) \quad (\text{IV.10})$$

En rapportant (IV.9) et (IV.10) dans (IV.8) on obtient :

$$[-\omega^2 M + K]\{A\} \sin(\omega t + \theta) = 0.$$

Cette équation doit être vérifiée quelque soit t, donc pour toutes les valeurs de la fonction Sinus, alors :

$$[-\omega^2 M + K]\{A\} = 0 \quad (\text{IV.11})$$

La solution de l'équation (IV.11) est possible si :

$$\det[K - \omega^2 M] = 0.$$

Cette équation est appelé équation aux fréquences du système, en développant ce déterminant, on obtient une équation polynomiale de degré N en  $\omega^2$  pour un système à N degrés de liberté, les N solutions  $(\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_N^2)$  sont les carrés des fréquences de N modes de vibrations possibles.

Le mode correspondant à la fréquence la plus basse est appelé mode fondamentale ou 1<sup>er</sup> mode, le second mode correspond à la fréquence suivante.

Les résultats correspondants à la poutre creuse dont les dimensions sont définies précédemment sont illustrés dans le tableau suivant :

**Tableau IV.3** Convergence des périodes fondamentales : MEF-SAP.

Période [Sec]	MEF		Numérique (48 éléments)	Différence [%]	
	Masse répartie	Masse concentrée		Numérique/Masse répartie	Numérique/Masse concentrée
T <sub>1</sub>	0,0442	0,0465	0,04336	1,53	06,40
T <sub>2</sub>	0,0070	0,0082	0,00732	4,76	10,36
T <sub>3</sub>	0,0023	0,0033	0,00260	10,85	21,21

De l'analyse de ses résultats il ressort ce qui suit :

- les périodes de vibrations données par le modèle éléments finis et celui donné par le modèle numérique sont sensiblement identiques avec une différence acceptable.

#### IV.1.3 Prise en compte de la hauteur du liquide :

Dans le but de démontrer la validité de la méthode de coefficient de masse effective exposée ultérieurement dans la prise en compte de l'effet du fluide, nous effectuerons une étude comparative entre le modèle numérique et celui en éléments finis.

Soit une poutre circulaire creuse en béton dont les caractéristiques sont les suivantes :

$$H = 3m ; D_{ext} = 0,3m ; D_{int} = 0,26m ; e_p = 2cm.$$

$$E = 3,24.10^7 Kpa ; \nu = 0,2 ; \rho_s = 2,4.10^3 Kg / m^3 ; \rho_f = 1,0.10^3 Kg / m^3.$$

On considérera la poutre creuse comme étant pleine avec un fluide (eau).

Les résultats obtenus sont illustrés dans le tableau suivant :



**Tableau IV.4** Convergence MEF-Numérique avec prise en compte du fluide.

Période [Sec]	MEF		RDM	Numérique (48 éléments)		Différence [%]		
	Masse Ajoutée	Densité Equivalente	Masse ajoutée	Masse Ajoutée	Densité Equivalente	Num/MEF (Masse Ajoutée)	Num/MEF (Densité Equivalente)	RDM/SAP (Masse ajoutée)
T <sub>1</sub>	0,0472	0,0499	0.04253	0,04352	0,04908	8,13	1,64	2,27
T <sub>2</sub>	0,0075	0,0079	/	0,00735	0,00830	2,40	4,81	/
T <sub>3</sub>	0,0027	0,0028	/	0,00258	0,00304	4,44	7,89	/

L'analyse de ces résultats démontre ce qui suit:

- ❖ une augmentation de la période de vibration fondamentale dans le cas de la poutre creuse circulaire pleine par rapport à celle vide, ceci est tout à fait logique du fait de la masse ajoutée du fluide.
- ❖ Une erreur acceptable est enregistrée entre le modèle numérique et le modèle éléments finis MEF.
- ❖ La méthode de la densité équivalente fournit des résultats satisfaisants avec une différence acceptable.

*Analyse des vibrations  
libres*



## Chapitre V

# *Analyse des vibrations libres :*

**Introduction :**

A fin de prévoir et de comprendre le comportement dynamique d'une structure donnée, on doit connaître ses paramètres modaux : les fréquences et les modes propres. Leurs déterminations pour des systèmes physiques de grandes dimensions, tels que les barrages, constituent souvent, une tâche difficile, notamment lorsqu'il s'agit d'un système couplé, qui tient compte des interactions fluide sol structure. Plusieurs investigations numériques ont été menées dans ce sens, on cite les travaux de Wilson [30], Chapra et Chakrabarti, sur le barrage Pine Flat, « influence de la dissipation sur les fréquences de résonance dans un bassin semi-fini » Kadri, Hamidou et Tahakourt [80], Tiliouine et Moussaoui, et Seghir sur le barrage de Oued Fodda [75], ainsi que d'autres auteurs. Les résultats obtenus par ces auteurs, ont permis de mieux comprendre le phénomène d'interaction sol structure.

La résolution du problème aux fréquences et modes propres d'un modèle d'éléments finis, correspond au problème de valeurs et de vecteurs propres d'un système matriciel. Ce qui consiste à trouver les racines d'un polynôme caractéristique du même ordre que le système matriciel. Parmi les méthodes de résolutions on cite : la méthode de Jacobi [11, 44] qui permet de déterminer les valeurs et les vecteurs propres d'un système matriciel de petites dimension, dont les matrices doivent être définies positives et symétriques. La méthode de sous espaces [53, 44], qui est utilisée pour la détermination des valeurs et des vecteurs propres des systèmes matriciels de grandes dimensions, tout en se basant sur la méthode de Jacobi pour des systèmes de dimensions plus réduites, ainsi que la méthode de Ritz [11, 44, 53].

L'objet de notre travail, étant l'étude de la réponse sismique des réservoirs de stockages, dans ce qui suit, une étude paramétrique sera effectuée afin de mieux appréhender le comportement dynamique des réservoirs de stockage.

Dans cette section nous étudions le réservoir.

Deux cas sont examinés : l'un considère un réservoir, encastré à sa base, l'autre concerne le même réservoir reposant sur une couche de sol sédimentaire au dessus d'un massif rocheux.

Dans ces exemples, les matériaux du réservoir, et celui du sol sont tous considérés homogènes, isotropes, élastiques linéaires.

### **V.1. Fréquences et modes propres de vibration :**

La fréquence propre d'un système est définie comme la fréquence à laquelle oscille un système si la fonction forçant est nulle.

Pour un système simple masse ressort, il y a une seule valeur propre, pour les systèmes de masses réparties, un nombre infini de valeurs propre existe.

La plus basse fréquence modale est désignée habituellement sous le nom de fréquence fondamentale, elle a le plus bas potentiel ou énergie de tension. Cette dernière est habituellement la plus intéressante pour les ingénieurs d'étude, car la plus part des ouvrages sont conçu pour fonctionner au dessous d'elle.

Les valeurs propres sont connues en tant que racines de polynôme caractéristique, la racine carrée de la valeur propre est appelée fréquence normale de résonance. Il y a également un certain nombre de termes pour décrire les formes des modes de vibration, qu'on désigne par vecteurs propres ou vecteurs caractéristiques.

Résoudre un problème aux valeurs propres consiste à déterminer les couples  $(\lambda_i, \phi_i)$  qui sont solution du problème aux valeurs propres régit par la relation :

$$K\phi = \lambda.M.\phi \quad (\text{V.1})$$

Cette équation interprète mathématiquement un problème de vibration de structure tel que :

$K$  : La matrice de rigidité.

$\phi$  : Les vecteurs des déplacements de la structure définissant les modes propres de celle ci

$\lambda$  : Les carrées des pulsations propres.

$M$  : La matrice de masse.

### **V.2 Propriétés fondamentales des systèmes propres :**

#### **V.2.1 Valeurs propres :**

L'équation précédente ne peut avoir de solutions non triviales que si la matrice  $(K - \lambda M)$  est singulière.

$$\text{C'est-à-dire : } \text{Det}(K - \lambda M) = 0. \quad (\text{V.2})$$

Ainsi la recherche des valeurs et vecteurs propres  $\lambda_i$  est identique à la détermination des racines d'un polynôme d'ordre  $n$  de  $\lambda$ , appelé polynôme caractéristique. Celui-ci s'avère impossible dès que  $n$  dépasse 4, d'où l'utilisation des méthodes itératives.

### **V.2.2 Vecteurs propres :**

Les vecteurs propres sont seulement définis par leurs directions dans l'espace à  $n$  dimensions considérés.

Cependant les vecteurs propres satisfont la relation d'orthogonalité suivante :

-orthogonalité vis-à-vis de la matrice  $K$  :

$$\phi_i^T . K . \phi_j = \lambda_i . \delta_{ij} \quad (\text{V.3})$$

-orthogonalité vis-à-vis de la matrice  $M$  :

$$\phi_i^T . M . \phi_j = \delta_{ij} \quad (\text{V.4})$$

### **V.3 Méthode de calcul des fréquences et de modes propres :**

La connaissance des fréquences et des modes propres de vibration constitue une phase délicate, et souvent la plus coûteuse du processus de l'analyse dynamique de la structure.

Toutes les méthodes de résolution de tel problème sont alors de nature itérative [26], puisque cela revient en principe au calcul des racines d'un polynôme caractéristique du même ordre que le système matriciel et qui est d'ordinaire supérieur à quatre. La difficulté majeure de résolution d'un problème aux modes et fréquences propres réside dans la taille des matrices d'éléments finis correspondantes ; en effet la modélisation par élément finis entraîne couramment un nombre de d.d.l de quelques milliers.

Un certain nombre de méthodes de calcul de valeurs propres ont été mises au point, permettant de résoudre les problèmes de grande taille.

Parmi ces méthodes on peut citer : la méthode de Jacobi la méthode de l'itération polynomiale, la méthode de transformation et la méthode de sous espaces.

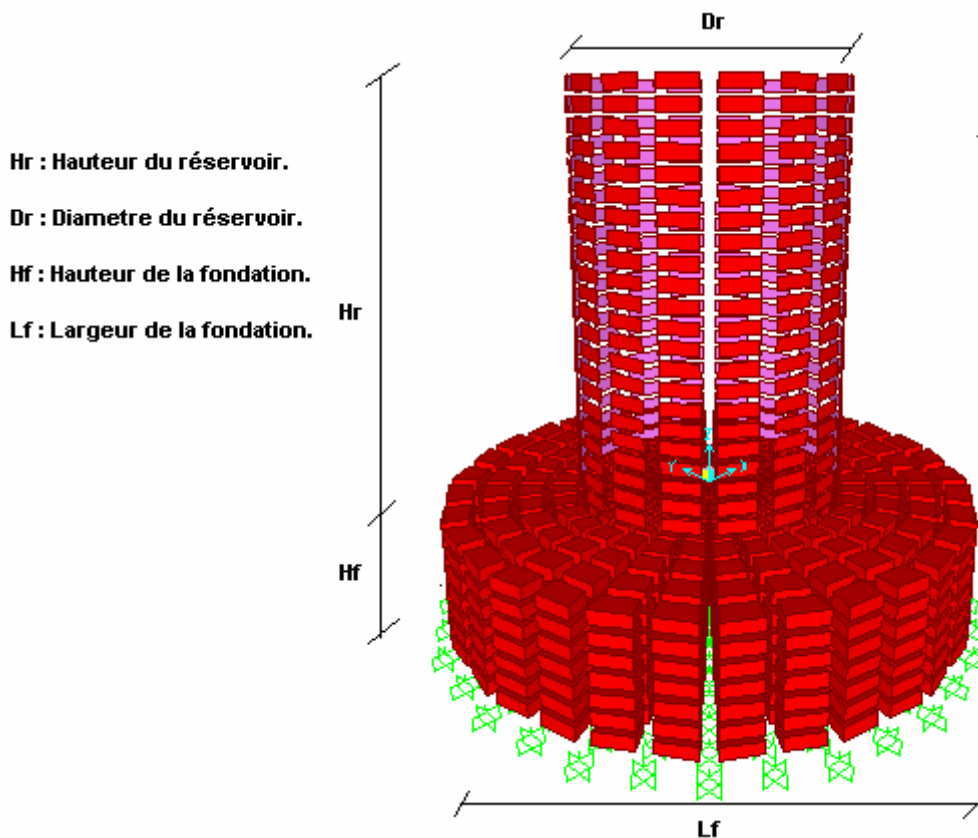
Deux techniques robustes sont d'utilisation fréquente : la méthode de recherche de déterminant et la méthode d'itérations par sous espaces.

La méthode de Jacobi permet de calculer les  $n$  valeurs propres et vecteurs propres d'un système de dimension inférieur à 100 dont les matrices doivent être définies positives et

symétriques. Son principe est de substituer un vecteur  $\phi_1$  dans le second membre de l'équation  $(K\phi(1/\lambda_1)) = M\phi$  et on calcule  $\lambda_1$  à partir du premier membre si la convergence n'est pas atteinte, on détermine une nouvelle valeur propre en itérant le vecteur calculé de la même manière.

La méthode de sous espace est largement utilisée pour calculer des valeurs propres d'un système de grande dimension. Elle utilise la méthode de Jacobi pour le calcul des valeurs propres et vecteurs propres d'un système de dimension plus réduite.

A cet effet on se propose d'étudier un réservoir, dont les caractéristiques sont représentées sur la figure suivante :

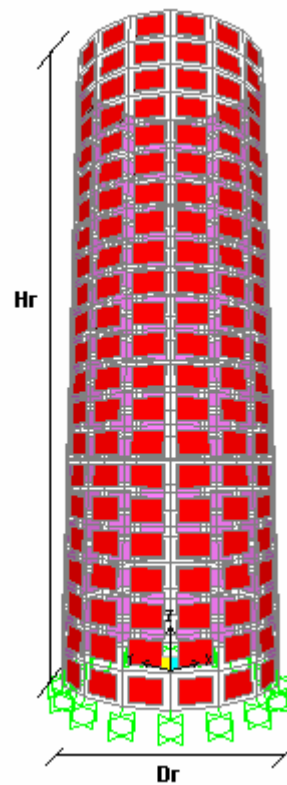


**Figure V.1** Représentation du système réservoir - fondation (sol)

**V.4 Analyse du réservoir :****V.4.1 Système réservoir seul :**

**Hr** : Hauteur du reservoir;

**Dr** : diamètre du reservoir.

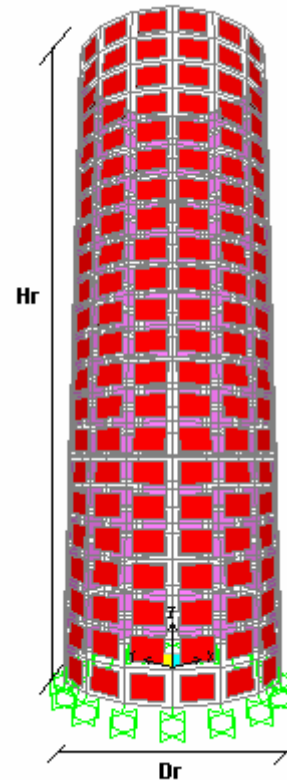


**Figure V.2** Système réservoir seul.

**a) Discrétisation géométrique ou maillage :**

Le réservoir est subdivisé en éléments quadratique, telle que montrer sur la figure suivante :

**Hr : Hauteur du reservoir;**  
**Dr : diamètre du reservoir.**



**Figure V.3** Maillage du réservoir.

### b) Analyse des vibrations libres :

La réponse dynamique la plus simple d'un système à plusieurs degrés de liberté se produit lorsque le système est en vibrations libres. Ces dernières sont le résultat uniquement des conditions initiales (déplacement ou vitesse) sans excitation dynamique externe. La réponse en vibration libre est très importante pour déterminer les caractéristiques fondamentales du système qui sont les périodes naturelles des modes de vibration.

Le comportement en vibration libre d'un système à plusieurs degrés de liberté (cas du barrage) est déterminé à partir de la résolution du problème aux valeurs propres de l'équation du mouvement de la structure sans la prise en compte des termes d'amortissement et de chargement.

En supposant les déplacements de la structure harmoniques d'amplitude  $\omega$  et exprimés par :

$$U = \Phi e^{i\omega t}; i^2 = -1 \quad (\text{V.5})$$

L'équation en vibrations libres du réservoir s'écrit alors :

$$K_s \phi - \omega^2 M_s \phi = 0 \quad (\text{V.6})$$



La solution de cette équation constitue l'ensemble des vecteurs propres  $\varphi_i$  représentant chacun une configuration géométrique du barrage et vibrant avec une amplitude  $\omega_i$ . Néanmoins, comme dans la plus part des cas d'études, les résultats sont exprimés et discutés en termes de périodes propres correspondantes  $T_i = \frac{w_i}{2\Pi}$

#### V.4.1.1 Réservoir court :

Dans le but de déterminer l'influence de l'élancement du réservoir autrement dit le rapport  $H_r/D_r$ , une étude est réalisée suivant le type du réservoir qu'il soit en béton armé ou en acier, dans ce qui suit cela concerne un réservoir court comme suit :

- Le réservoir en acier à pour caractéristiques :

$$H_r = 12,2m ; R_r = 18,3m ; e_r = 2,54cm .$$

$$E_r = 21,00.10^7 Kpa ; \nu = 0,3 ; \rho_r = 7,85.10^3 Kg / m^3 .$$

- Le réservoir en béton à pour caractéristiques:

$$H_r = 5m ; R_r = 12m ; e_r = 7cm .$$

$$E_r = 3,24.10^7 Kpa ; \nu = 0,2 ; \rho_r = 2,4.10^3 Kg / m^3 .$$

Les résultats sont rapportés dans le tableau ci-dessous:

**Tableau V.1** Périodes propres (sec) pour les deux types de réservoir(court).

Modes de vibration	Réservoir en acier	Réservoir en béton
<b>1</b>	0,12407	0,05994
<b>2</b>	0,11793	0,05771
<b>3</b>	0,11793	0,05771
<b>4</b>	0,10262	0,05197
<b>5</b>	0,10262	0,05197
<b>6</b>	0,08406	0,04480
<b>7</b>	0,08406	0,04480
<b>8</b>	0,06626	0,03773
<b>9</b>	0,06626	0,03773
<b>10</b>	0,05072	0,03142

A partir du tableau, on tire les remarques suivantes :

- La différence entre les périodes calculés des deux types de réservoirs est assez importante.
- D'autre part, les périodes des deux premiers modes de vibration dans les deux cas sont sensiblement identiques.

On note que la valeur de la période propre fondamentale dans le cas du réservoir en acier est largement supérieure à celle du réservoir en béton.

Cela peut s'expliquer par la différence d'inertie entre les deux types de réservoirs.

#### V.4.1.2 Réservoir long :

Dans ce qui suit cela concerne un réservoir long comme suit :

- le réservoir en acier a pour caractéristiques :

$$H_r = 22m ; R_r = 5m ; e_r = 2,54cm.$$

$$E_r = 21,00.10^7 Kpa ; \nu = 0,3 ; \rho_r = 7,85.10^3 Kg / m^3.$$

- Le réservoir en béton a pour caractéristiques:

$$H_r = 10m ; R_r = 12m ; e_r = 10cm.$$

$$E_r = 3,24.10^7 Kpa ; \nu = 0,2 ; \rho_r = 2,4.10^3 Kg / m^3.$$

Les résultats sont rapportés dans le tableau ci-dessous:

**Tableau V.2** Périodes propres (sec) pour les deux types de réservoir (long).

Modes de vibration	Réservoir en acier	Réservoir en béton
<b>1</b>	0,31714	0,08990
<b>2</b>	0,31714	0,08990
<b>3</b>	0,30158	0,08258
<b>4</b>	0,30158	0,08258
<b>5</b>	0,24087	0,05865
<b>6</b>	0,24087	0,05865
<b>7</b>	0,22544	0,05719
<b>8</b>	0,19926	0,05719
<b>9</b>	0,19926	0,04297
<b>10</b>	0,18549	0,04297

A partir du tableau, on tire les remarques suivantes :

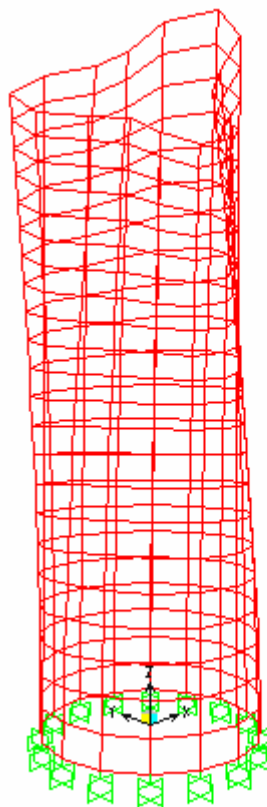
- La différence entre les périodes calculés entre les deux types de réservoirs est toujours assez importante.
- Une augmentation des périodes de vibrations dans les deux cas d'étude.
- D'autre part, les périodes des deux premiers modes de vibration dans les deux cas sont sensiblement identiques.

On note que la valeur de la période propre fondamentale dans le cas du réservoir en acier est largement supérieure à celle du réservoir en béton.

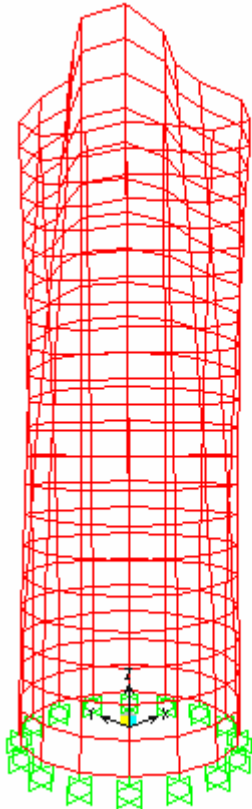
Cela peut s'expliquer par la différence d'initie entre les deux type de réservoirs, ainsi que la contribution de la composante de balancement est plus grande pour ces structures que pour les réservoirs courts et larges

- **Les modes de déformation du réservoir :**

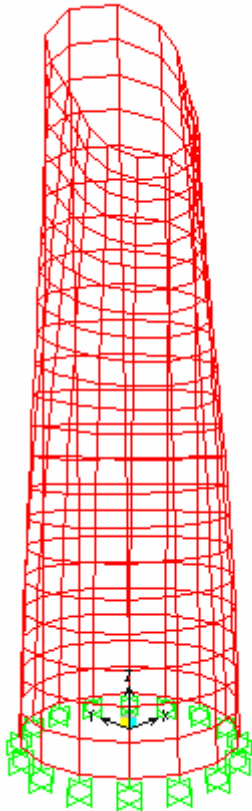
1<sup>er</sup> MODE DE VIBRATION



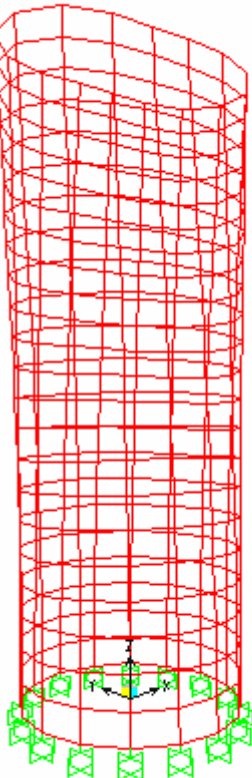
2<sup>eme</sup> MODE DE VIBRATION



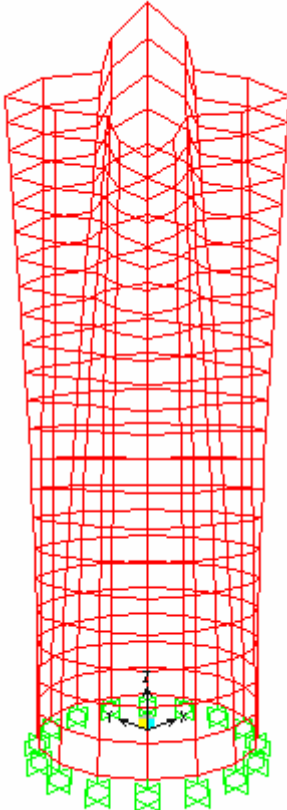
3<sup>eme</sup> MODE DE VIBRATION



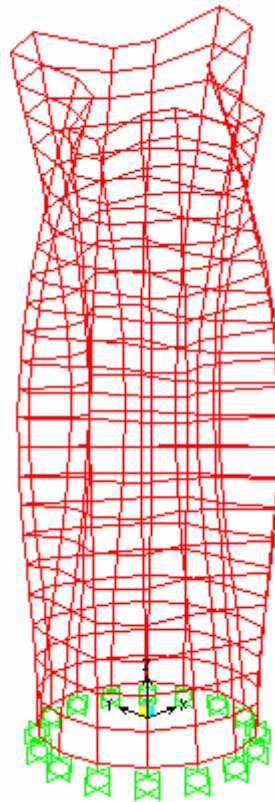
4<sup>eme</sup> MODE DE VIBRATION



5<sup>eme</sup> MODE DE VIBRATION



6<sup>ème</sup> MODE DE VIBRATION



#### V.4.2 Système réservoir-fondation :

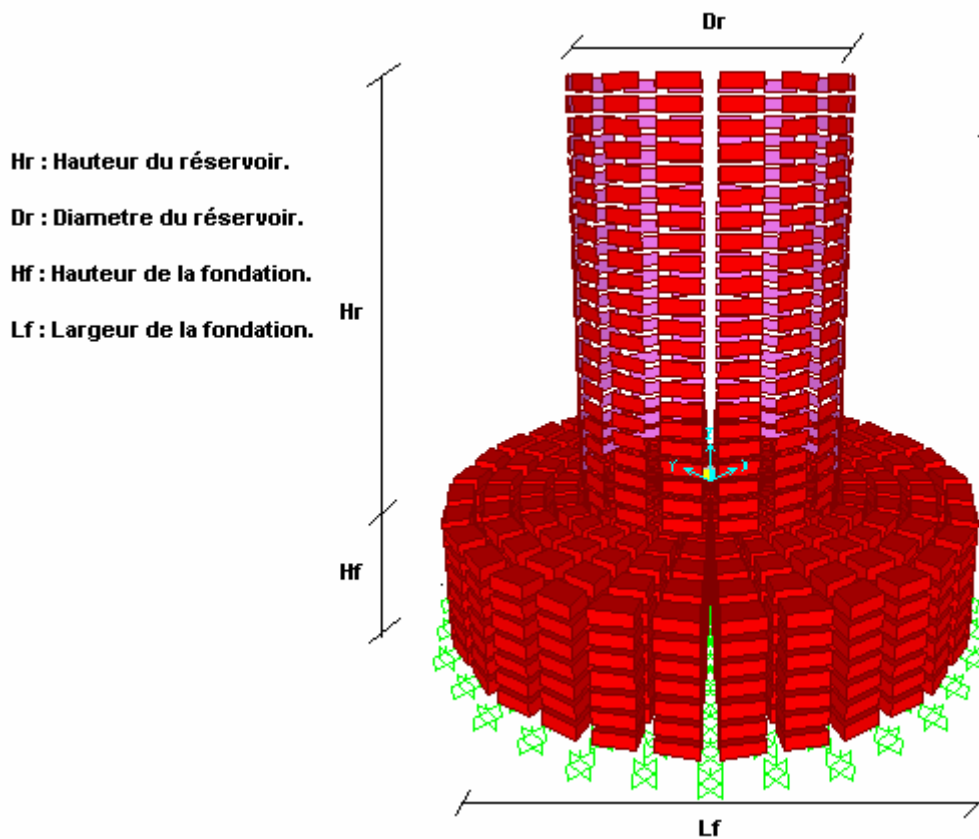


Figure V.4 Système réservoir – fondation.

Dans le but de déterminer l'influence de la discrétisation, une étude du maillage optimum est effectuée sur le modèle d'éléments finis du réservoir. Les résultats les plus intéressants obtenus pour les périodes des dix premiers modes de vibration d'un réservoir réservoir long en acier, sont reportés dans le tableau ci après.

$$L_f = 24m, H_f = 11m.$$

Pour ce faire nous avons effectués quatre maillages différents du réservoir ; les résultats concernant les périodes propres correspondantes sont récapitulés dans le tableau suivant :

**Tableau V.3** Périodes propres (sec) en fonction du maillage.

Modes	Eléments	64	144	344	496
	Noeuds	130	211	452	595
<b>1</b>	0,34201		0,32705	0,32310	0,32175
<b>2</b>	0,34201		0,32705	0,32310	0,32175
<b>3</b>	0,32800		0,30973	0,30485	0,30308
<b>4</b>	0,32800		0,30973	0,30485	0,30308
<b>5</b>	0,26339		0,24693	0,24264	0,24123
<b>6</b>	0,26339		0,24693	0,24264	0,24123
<b>7</b>	0,24131		0,23318	0,23121	0,23108
<b>8</b>	0,24131		0,23318	0,23121	0,23108
<b>9</b>	0,21920		0,20431	0,20053	0,19939
<b>10</b>	0,21920		0,20431	0,20053	0,19939

A partir des résultats du tableau ci-dessus, on tire les remarques suivantes :

-la différence entre les périodes de vibrations en raffinant le maillage, reste négligeable.

- D'autre part, on peut affirmer qu'un maillage constitué de  $N_{el} = 144$  éléments, et de  $N_n = 211$  noeuds, est largement suffisant pour la modélisation du réservoir

On remarque aussi que la valeur de la période propre fondamentale n'est pratiquement pas sensible au raffinement du maillage.

La sensibilité est d'autant plus importante lorsque on considère les modes de vibrations supérieurs.

Dans ce qui suit on va observer les périodes de vibration du système réservoir-sol en fonction du type de réservoir utilisé (acier ou béton).

Béton :  $L_f = 20m, H_f = 5m$ .

Acier :  $L_f = 24m, H_f = 11m$ .

On considérera dans les deux cas un réservoir long, dont les caractéristiques sont rapportées dans la partie **V.4.1.2.**

Les résultats obtenus sont illustrés dans le tableau suivant :

**Tableau V.4** Périodes propres (Sec) en fonction du réservoir utilisé.

<b>Modes de vibration</b>	<b>Réservoir en acier</b>	<b>Réservoir en béton</b>
<b>1</b>	0,32175	0,09217
<b>2</b>	0,32175	0,09217
<b>3</b>	0,30308	0,08319
<b>4</b>	0,30308	0,08319
<b>5</b>	0,24123	0,05909
<b>6</b>	0,24123	0,05909
<b>7</b>	0,23108	0,05873
<b>8</b>	0,23108	0,05873
<b>9</b>	0,19939	0,04297
<b>10</b>	0,19939	0,04297

A partir des résultats du tableau ci-dessus on tire les conclusions suivantes :

- Les réservoirs en aciers sont plus sensibles aux effets de l'interaction sol-structure que ceux en béton car la diminution des périodes de vibrations est nettement plus significative pour le premier type d'ouvrage que pour le second.
- On remarque une diminution des périodes de vibrations dans les deux cas, mais cette diminution s'affaiblit lorsqu'on considère les modes supérieurs.
- les périodes de vibrations entre les deux types d'ouvrage est très importantes, cela est principalement dû à la différence d'inertie existante entre ces deux types de réservoirs, et indique une interaction plus importante entre le sol et un réservoir en acier qu'avec un réservoir en béton.

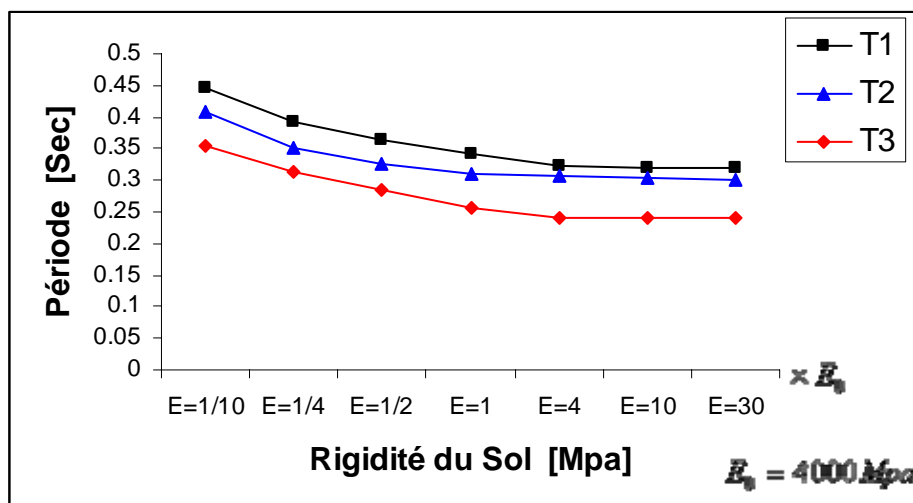


Dans ce qui suit on va observer les périodes de vibration en fonction du module d'élasticité du sol, on considérera le cas d'un réservoir long en acier, car plus sensible aux variations de la rigidité du milieu support et dont les caractéristiques ont été définies précédemment :

On prendra comme valeur de départ  $E_0$ , et on fera varier cette dernière en la multipliant par des scalaires, les résultats obtenus sont dans le tableau V.5 et la figure V.6 : La valeur de départ  $E_0 = 4000 \text{ Mpa}$  .

**Tableau V.5** Périodes de vibration en fonction du module d'élasticité.

Modes	Rigidité du sol						
	$E=1/10.E_0$	$E=1/4.E_0$	$E=1/2.E_0$	$E=E_0$	$E=4.E_0$	$E=10.E_0$	$E=30.E_0$
1	0,44472	0,39323	0,36295	0,34272	0,32416	0,32000	0,31810
2	0,44472	0,39323	0,36295	0,34272	0,32416	0,32000	0,31810
3	0,42929	0,33015	0,31499	0,30932	0,30377	0,30248	0,30189
4	0,42929	0,33015	0,31499	0,30932	0,30377	0,30248	0,30189
5	0,33438	0,32279	0,28433	0,25706	0,24137	0,24108	0,24094
6	0,33438	0,32279	0,28433	0,25706	0,24137	0,24108	0,24094
7	0,24866	0,24572	0,24393	0,24263	0,23385	0,22885	0,22658
8	0,24866	0,24572	0,24393	0,24263	0,23385	0,22885	0,22658
9	0,24839	0,20089	0,20028	0,19984	0,19943	0,19933	0,19929
10	0,24839	0,20089	0,20028	0,19984	0,19943	0,19933	0,19929



**Figure V.5** Influence de la rigidité du milieu support sur les périodes naturelles.

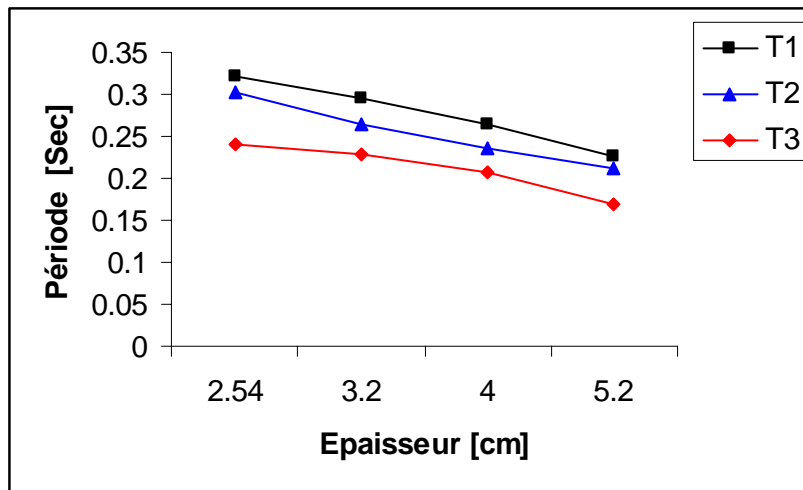
- L'augmentation du module d'élasticité du sol conduit à une réduction des périodes de vibration du réservoir et cette réduction est plus importante pour le mode fondamentale par rapport aux modes supérieurs.
- Les périodes de vibrations augmentent avec l'augmentation de la flexibilité du milieu support.
- Les périodes de vibrations se stabilisent dès qu'on se rapproche du cas d'une fondation rigide (à partir de  $4 \times E_0$ ).

#### V.4.3 Influence de l'épaisseur de la paroi du réservoir:

Pour étudier l'influence de l'épaisseur sur les périodes de vibration des réservoirs, on considère un réservoir long en acier et un autre en béton avec différentes épaisseurs de la paroi de ce dernier, le sol est considéré comme étant rigide, les résultats obtenus sont illustrés dans les tableaux ci-dessous :

**Tableau V.6** Périodes propres (sec) en fonction du réservoir utilisé et de l'épaisseur de la paroi.

Modes	Réservoir en acier				Réservoir en béton			
	Epaisseur [cm]							
	2,54	3,20	4	5,20	10	15	20	25
<b>1</b>	0,32175	0,29538	0,26518	0,22624	0,09217	0,08008	0,06895	0,05969
<b>2</b>	0,32175	0,29538	0,26518	0,22624	0,09217	0,08008	0,06895	0,05969
<b>3</b>	0,30308	0,25379	0,22602	0,21963	0,08319	0,05943	0,05920	0,05884
<b>4</b>	0,30308	0,25379	0,22602	0,21963	0,08319	0,05943	0,05920	0,05884
<b>5</b>	0,24123	0,22921	0,21043	0,16642	0,05909	0,05928	0,04580	0,03713
<b>6</b>	0,24123	0,22921	0,21043	0,16642	0,05909	0,05928	0,04580	0,03713
<b>7</b>	0,23108	0,19496	0,15776	0,12630	0,05873	0,03979	0,03012	0,03043
<b>8</b>	0,23108	0,19496	0,15776	0,12630	0,05873	0,03979	0,03012	0,03043
<b>9</b>	0,19939	0,15958	0,12833	0,12240	0,04297	0,02999	0,03003	0,02410
<b>10</b>	0,19939	0,15958	0,12833	0,12240	0,04297	0,02999	0,03003	0,02410



**Figure V.6** Influence de l'épaisseur de la paroi sur les périodes naturelles  
(Cas d'un réservoir long en acier).

De ces résultats il ressort les observations suivantes :

- ✓ Une diminution des périodes de vibrations pour les deux cas d'étude.
- ✓ La diminution des périodes de vibrations est plus importante pour les réservoirs en acier que celle enregistrées pour les réservoirs en béton.
- ✓ La période de vibration est inversement proportionnelle à la l'épaisseur de la paroi du réservoir et de ce fait à l'inertie de la structure.
- ✓ L'élancement du réservoir influence les périodes de vibration qu'il soit en béton ou en acier.

De ce fait on déduit l'importance de la flexibilité de la paroi du réservoir sur les périodes de vibration ainsi que sur le comportement de ce dernier.

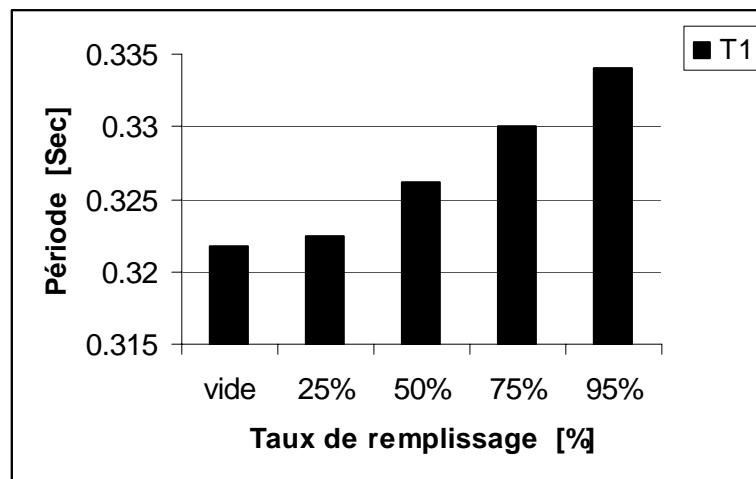
#### **V.4.4 Influence de la hauteur du liquide sur les périodes naturelles :**

Sur la base de l'étude paramétrique précédente du modèle d'éléments finis, le comportement en vibrations libres du réservoir avec la variation du taux de remplissage peut être analysé pour déterminer l'influence du taux de remplissage sur la réponse du réservoir, pour ce faire on considérera le cas d'analyse pour un réservoir en acier long :

**Tableau V.7** Périodes propres (sec) en fonction de la hauteur du liquide.

Modes	Taux de remplissage				
	Réservoir vide	0.25H	0.5H	0.75H	0.95H
1	0,32175	0,32277	0,32622	0,33004	0,33401
2	0,32175	0,32277	0,32622	0,33004	0,33401
3	0,30308	0,30404	0,30729	0,31089	0,31463
4	0,30308	0,30404	0,30729	0,31089	0,31463
5	0,24123	0,24200	0,24459	0,24746	0,25043
6	0,24123	0,24200	0,24459	0,24746	0,25043
7	0,23108	0,23181	0,23430	0,23704	0,23989
8	0,23108	0,23181	0,23430	0,23704	0,23989
9	0,19939	0,20002	0,20217	0,20453	0,20699
10	0,19939	0,20002	0,20217	0,20453	0,20699

Pour mieux apprécier le comportement de ce type de réservoirs compte tenu de la hauteur de remplissage, la figure suivante est établie.




**Figure V.7** Influence du taux de remplissage (réservoir long) sur la période fondamentale ( $T_1$ ).

De l'analyse de ces résultats on déduit :

- ✓ La période de vibration est proportionnelle aux taux de remplissage du réservoir.
- ✓ On observe une augmentation significative des périodes de vibration.
- ✓ Cette augmentation est d'autant plus importante pour la période du mode fondamentale que celle des modes supérieurs.
- ✓ L'augmentation concerne aussi bien les réservoirs courts que longs.
- ✓ L'augmentation des périodes de vibration est proportionnelle à l'élancement du réservoir.
- ✓ L'influence du taux de remplissage est quasiment négligeable pour une hauteur du liquide inférieure à 25 % (0.25H) pour les réservoirs longs.

Ces résultats sont logiques et attendus car la masse du système augmente du fait de la masse du fluide, tandis que la rigidité de la structure reste inchangée.

*Etude de la réponse  
sismique*



# *Etude de la réponse sismique :*

## **Introduction :**

La prévision du comportement dynamique des structures de grandes dimensions, telles que les réservoirs, est équivalente à l'analyse sismique. L'aspect aléatoire des séisme, dû en partie à la méconnaissance des phénomènes physiques et mécaniques, traduit également de multiple aléas : lieu et date d'occurrence, intensité et magnitude, durée, amplitude et fréquence des signaux (déplacement, vitesse et accélération) avec les dépendances éventuelles entre ces variables. En dynamique des structures, les déplacements du système physique correspondent à des accélérations qui traduisent des forces d'inerties, opposées à ces mêmes accélérations.

Pour un modèle d'éléments finis, la détermination de la réponse sismique, revient à résoudre un système d'équations différentielles de second ordre obtenu par la discrétisation des formes intégrales. Pour résoudre ce système, deux grandes méthodes peuvent se présenter : la première consiste à utiliser la notion de mode de vibration, il s'agit de la méthode de superposition modale. La seconde est de regarder les systèmes traduisant l'équilibre dynamique au temps  $t$  comme un système d'équation différentielle ordinaire, à coefficients constants, et de leur appliquer la procédure classique d'intégration numérique, c'est la méthode directe, dans ce dernier cas la solution est connue à chaque instant [11, 44, 53].

Chacune de ces méthodes, présente des avantages et des inconvénients et limites. Il est clair, dès à présent, que la méthode d'intégration directe, est coûteuse en temps de calcul et stockage d'information. A priori, elle n'est donc à employer que si le temps de la réponse est bref, mais il peut y avoir d'autres raisons, les principales étant l'existence de non linéaire qui remettent en cause la notion de modes.

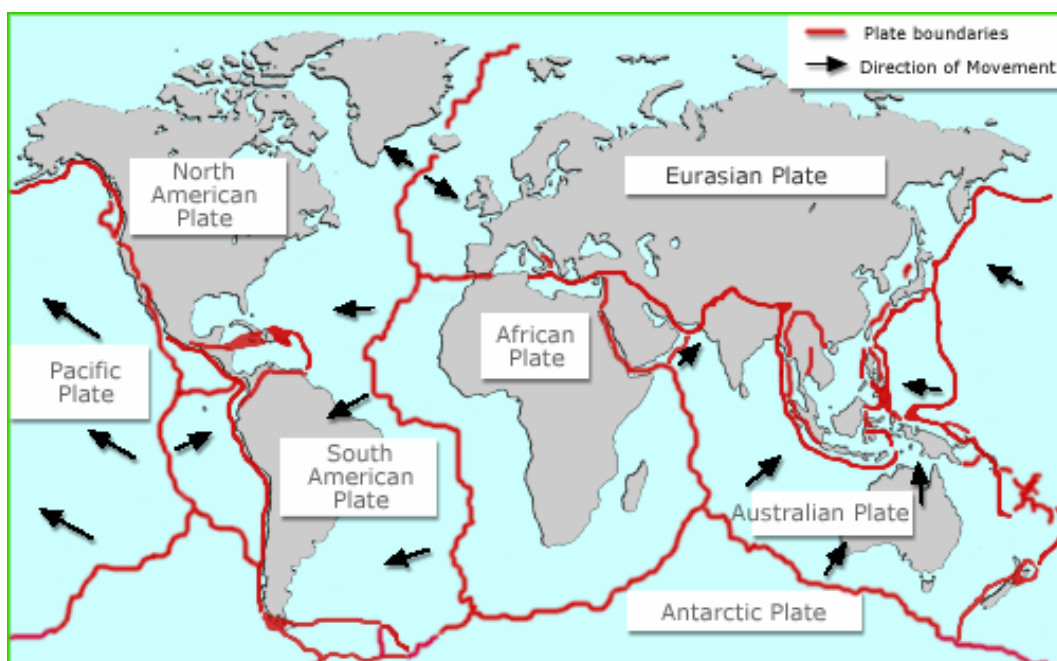
Dans ce chapitre, on va s'intéresser au premier lieu à la détermination de la réponse sismique en terme de déplacement du réservoir encastré. Par la suite, on passe au système couplé sol structure tout en se basant sur la discrétisation en éléments finis, et pour les deux

En dernier lieu on va effectuer une étude paramétrique, en faisant varier la largeur du massif de sol et sa profondeur. Et on donne l'histoire de la réponse en déplacement et les accélérations en crête du barrage ainsi que les contraintes.

### VI.1 Le phénomène physique :

Les séismes majeurs sont liés à l'existence de mouvements tectoniques globaux continuellement en action qui soulèvent des chaînes de montagnes et creusent des tranchées océaniques à la surface de la terre. Ces mouvements affectent une quinzaine de "plaques" sphéroïdales et engendrent des contraintes sur les lignes de contact des plaques. Lorsque ces contraintes deviennent trop élevées et supérieures à la «résistance au frottement », une rupture brutale se produit : c'est un tremblement de terre, à la suite duquel un nouvel état provisoire de stabilité est réalisé.

Il résulte de cette description qu'il existe des régions du monde à plus ou moins haut risque sismique, suivant qu'elles sont plus ou moins proches des zones de jonctions des "plaques". Figure VI.1.



**Figure VI.1** Carte du monde montrant les principales plaques tectoniques.



**VI.2 Caractérisation des séismes :**

On peut caractériser la "taille" du tremblement de terre par différents paramètres :

**La magnitude M** (échelle de RICHTER) est une évaluation de l'énergie libérée au foyer du tremblement de terre. Comme telle, cette quantité n'est pas utilisable par l'ingénieur des constructions qui s'intéresse à un mouvement en surface et dans une zone géographique donnée. Le foyer peut se trouver à plusieurs kilomètres sous la surface et à plusieurs centaines de kilomètres de la zone donnée.

**L'intensité I** (échelle de MERCALLI) est une caractérisation de l'importance des effets matériels observés en surface et de la perception par la population. Cette description vaut pour une zone géographique donnée, mais est assez qualitative. L'intensité en un point dépend non seulement de la taille du séisme (magnitude) mais aussi de la distance au foyer, de la géologie locale et de la topographie.

Un paramètre important pour l'évaluation des effets des séismes à un endroit donné est l'**accélération maximale**  $\alpha_g$  du sol ou accélération de pointe, PGA (Peak Ground Accélération) en anglais. Son ordre de grandeur est de 0,4 g à 0,6g en zone très sismique (Japon, Turquie) et de 0 à 0,1g en zone faiblement sismique. L'amplitude de l'accélération maximale du sol permet de se faire une idée de la résultante de force  $F$  appliquée à la construction de masse  $m$  :  $F = m \cdot \alpha_g$  si la construction est indéformable et bouge comme le sol (en général  $F > m \cdot \alpha_g$ ).

Un autre paramètre utile pour l'évaluation des effets des séismes à un endroit donné est le **déplacement maximal**  $d_g$  du sol, qui donne une idée de l'ordre de grandeur du déplacement relatif du centre de gravité de la structure par rapport à la base de la structure : quelques cm en zone faiblement sismique, jusqu'à un m en zone très sismique.

La **durée** du tremblement de terre est un paramètre significatif dans les processus de fissurations et dégradations progressives des éléments d'une construction. Elle est liée à la magnitude du séisme. Cette durée est au maximum de l'ordre de 60 s en zone très sismique, mais n'est que de quelques secondes en zone peu sismique.

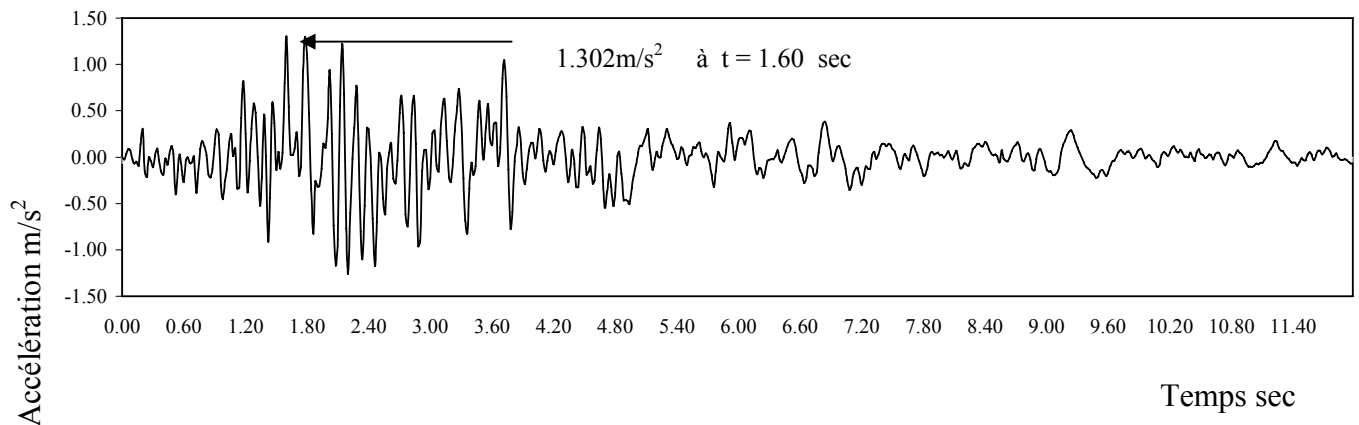
La caractérisation la plus explicite d'un tremblement de terre est évidemment constituée d'**accélérogrammes** enregistrés dans la zone géographique considérée, qui contiennent à la fois les aspects accélérations, durée et contenu

fréquentiel. Les accélérogrammes constituent une donnée d'action directement utilisable par la dynamique des structures.

Enfin, **les spectres de réponse** constituent la caractérisation des tremblements de terre la plus couramment utilisée par l'ingénieur des constructions. Ils sont des sous-produits des accélérogrammes et permettent un calcul simple des efforts internes dans une structure soumise à séisme.

### VI.3 Excitation dynamique considérée :

Les excitations dynamiques considérées dans cette étude, sont les enregistrements accélérométriques des composantes horizontales de la réplique d'El-Attaff du 29-10-1980, du séisme d'El-Asnam, et celle du tremblement de terre de Loma Preita 1989. Les deux séismes sont représentés sur la figure suivante :



**Figure VI.2** L'accélération sismique considérée dans l'étude El Asnam 1980

**VI.3.1 Analyse de la réponse du réservoir :**

Dans une première étape on va analyser la réponse du réservoir sur une fondation surmontant un substrat rocheux.

On prendra comme exemple un réservoir possédant comme caractéristiques :

- ✓ Hauteur : 22 m ;
- ✓ Rayon : 7.31m ;
- ✓ Epaisseur : 2.54cm.

- **Caractéristiques mécaniques** : Pour ce cas on prendra les valeurs suivantes :

**Tableau VI.1** Caractéristiques des matériaux.

Ouvrage	E [Kpa]		$\nu$	$\rho$ (KN)
Réservoir	2,1 .10 <sup>8</sup>		0,30	7.85
Sol	Rigide	5.10 <sup>8</sup>	0,30	2
	Flexible	1.10 <sup>7</sup>	0,30	1,9

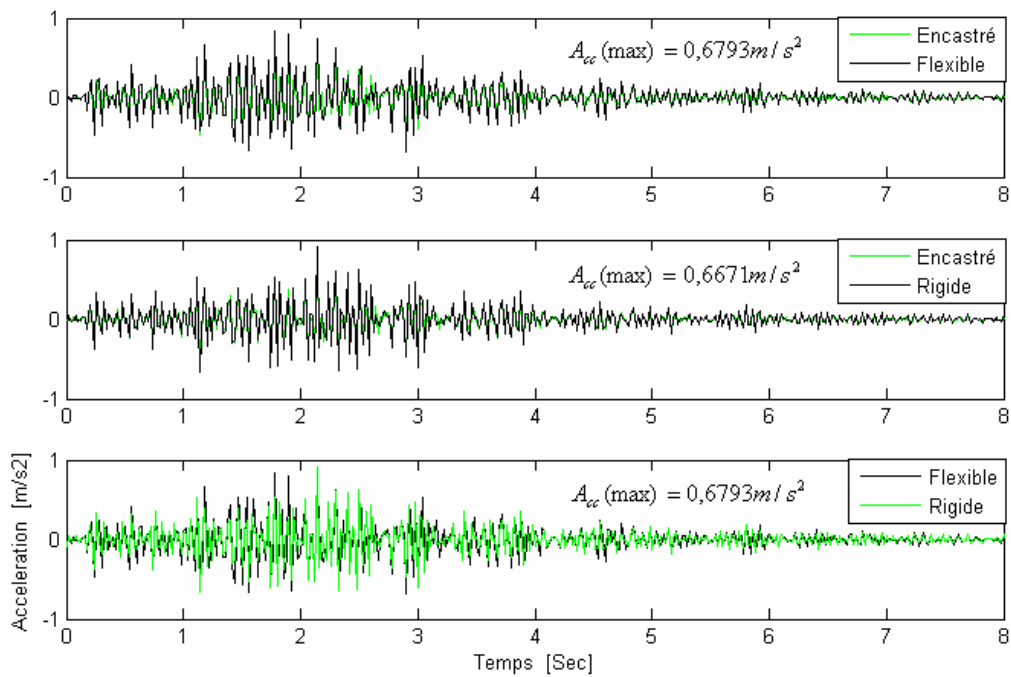
- **Amortissements** :

- ❖ **Amortissement de la structure** : pour ce qui concerne le reservoir, ce dernier etant un reservoir long et ductile, la plupart des codes de calcul préconise un amortissement  $\xi_r = 5\%$ .
- ❖ **Amortissement de la fondation** : l'amortissement varie en fonction de la nature du sol et de l'intensité de la secousse, la valeur communément admise est  $\xi_f = 20\%$

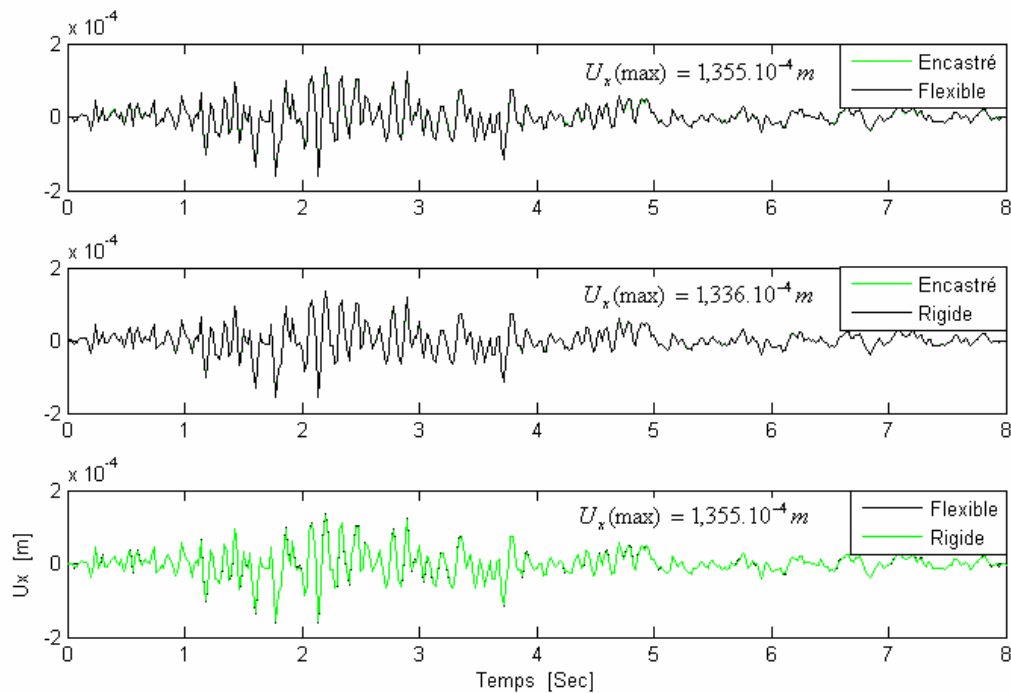
**VI.4 Analyse lineaire :****VI.4.1 Analyse de l'effet de la rigidité du sol :**

Dans cette partie on s'intéressera à l'effet de la rigidite du sol sur les déplacements, acceleration, et les contraintes dans le reservoir

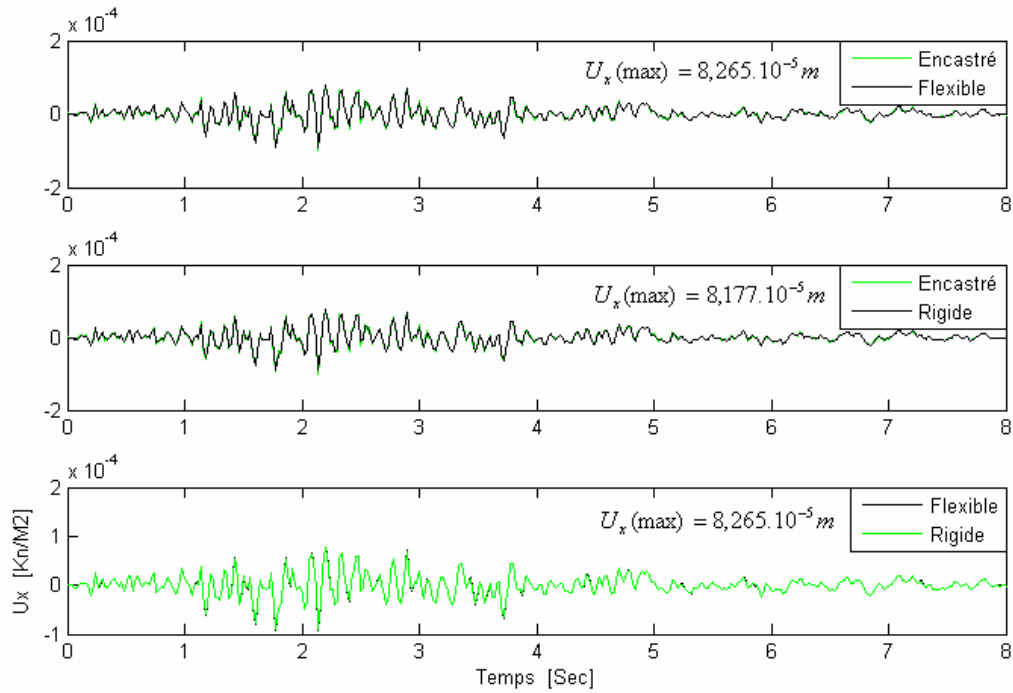
Les résultats obtenus sont illustrés dans les courbes suivantes :



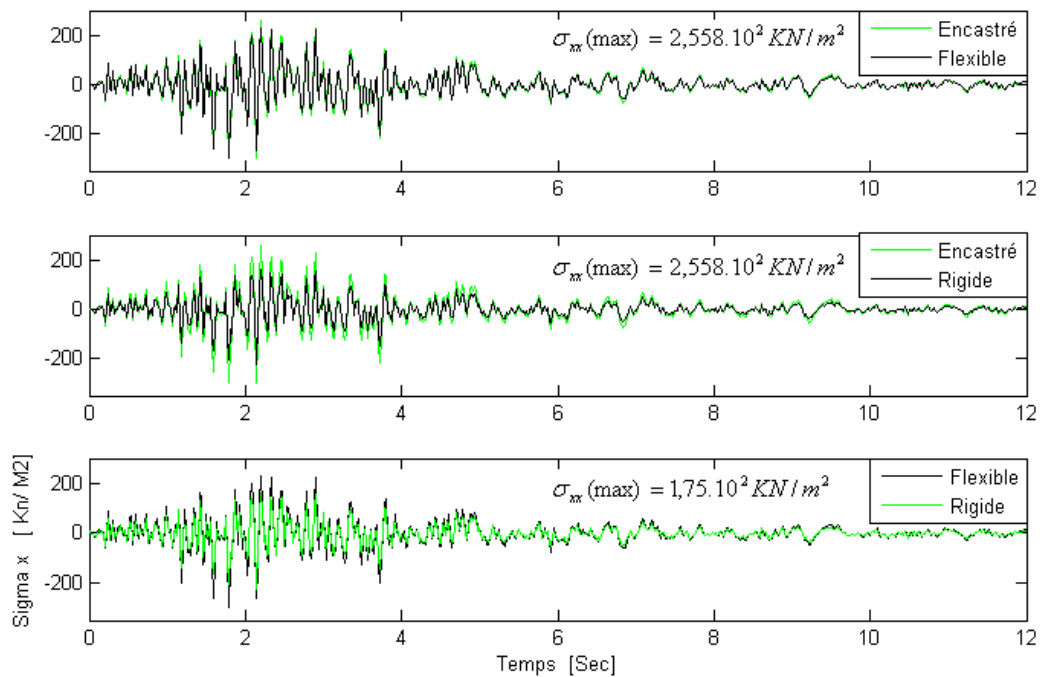
**Figure VI.5** Evolution de l'accélération  $A_{cc}$  au sommet du réservoir.



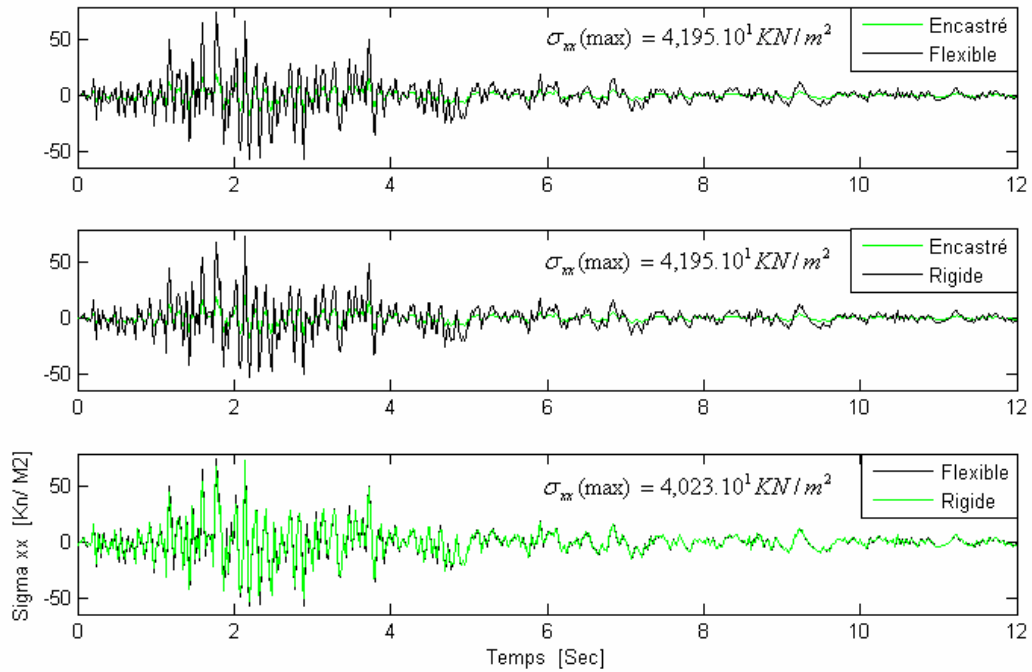
**Figure VI.6** Evolution du déplacement  $U_x$  au sommet du réservoir.



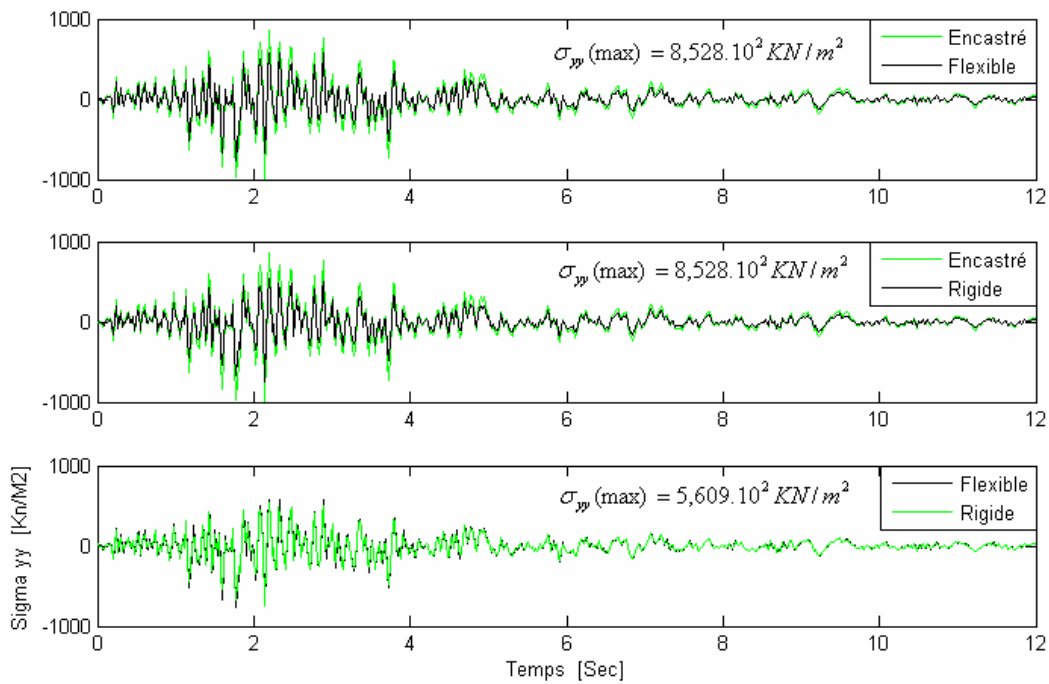
**Figure VI.7** Evolution du déplacement  $U_x$  au milieu du réservoir.



**Figure VI.8** Evolution de la contrainte  $\sigma_{xx}$  à la base du réservoir.



**Figure VI.9** Evolution de la contrainte  $\sigma_{xx}$  au milieu du réservoir.



**Figure VI.10** Evolution de la contrainte  $\sigma_{yy}$  à la base du réservoir.

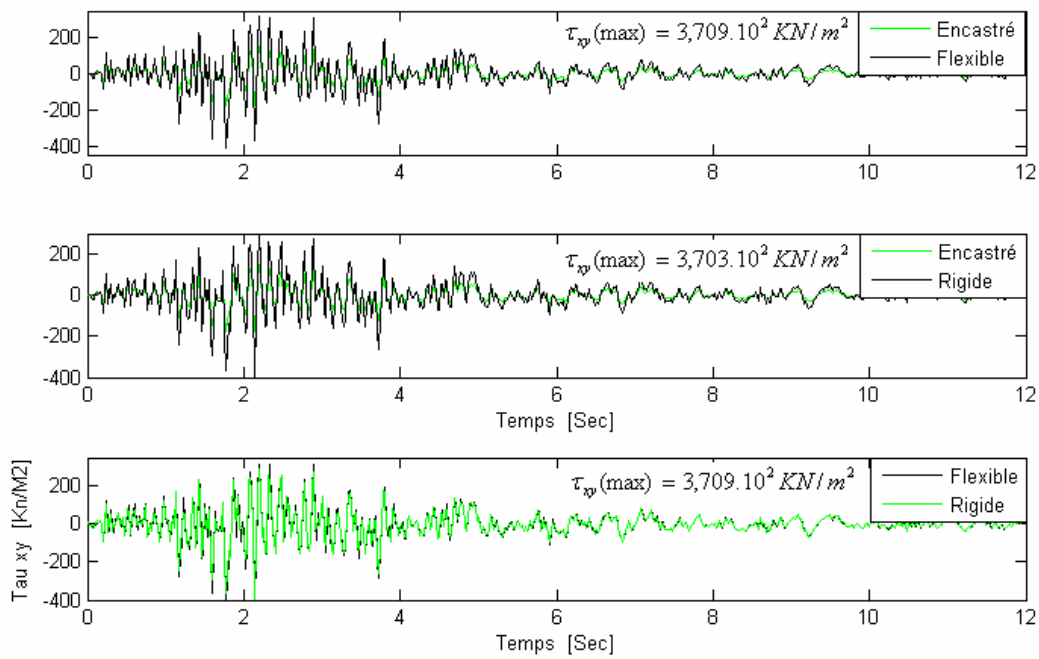


Figure VI.11 Evolution de la contrainte  $\tau_{xy}$  à la base du réservoir.

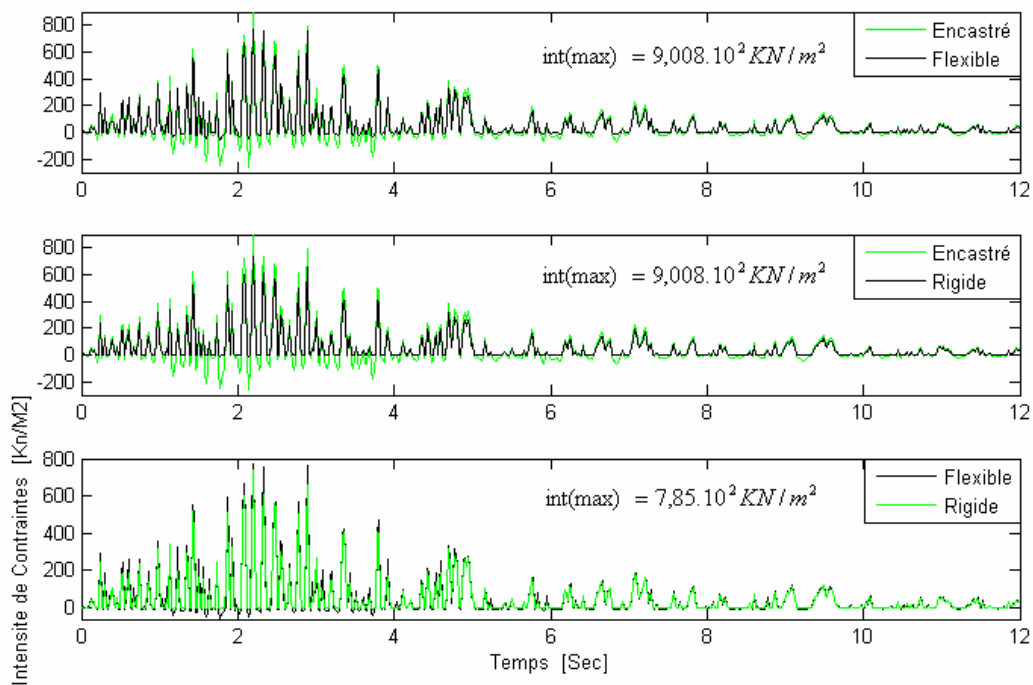
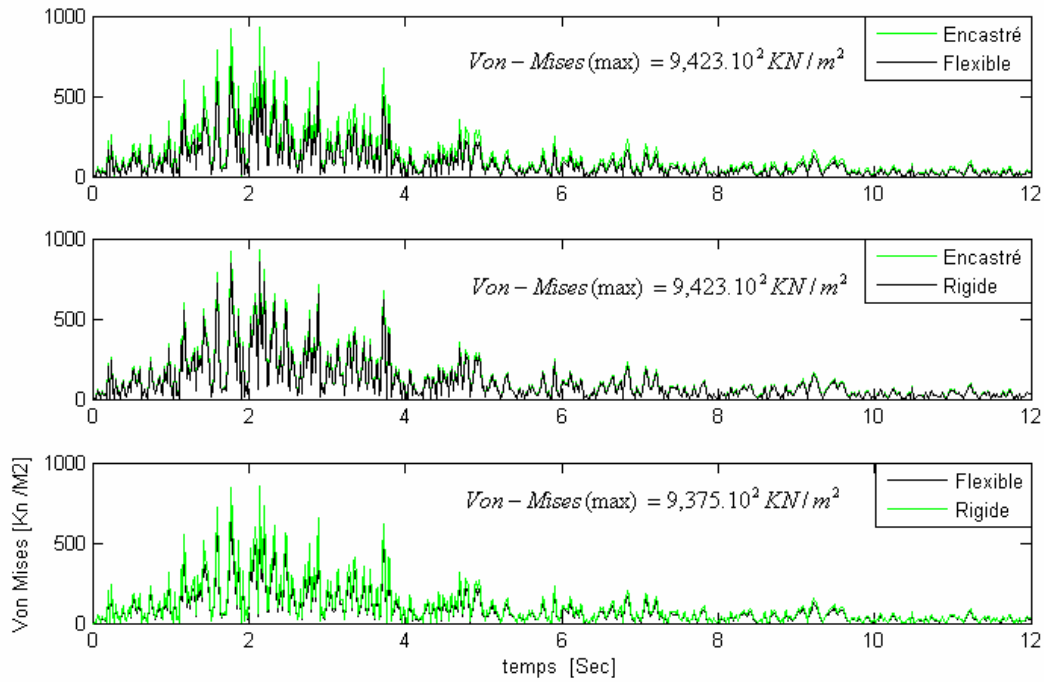


Figure VI.12 Evolution de l'intensité de contraintes à la base du réservoir.



**Figure VI.13** Evolution de la contrainte de Von Mises à la base du reservoir.

Les resultats sont racapitulés dans les tableaux suivants :

**Tableau VI.2** Etat de l'accération en fonction de la rigidité du sol.

Accélération [m/s <sup>2</sup> ]	Fléxible		Rigide		Encastré	
	Sommet	Milieu	Sommet	Milieu	Sommet	Milieu
$A_{cc}$	0,6793	0,3670	0,6671	03606	0,6641	0,3233

**Tableau VI.3** Etat des déplacements en fonction de la rigidité du sol.

Déplacement [m]	Fléxible		Rigide		Encastré	
	Sommet	Milieu	Sommet	Milieu	Sommet	Milieu
$U_x$	$1,355.10^{-4}$	$8,265.10^{-5}$	$1,341.10^{-4}$	$8,177.10^{-5}$	$1,336.10^{-4}$	$7,496.10^{-5}$
$U_y$	$1,364.10^{-6}$	$2,376.10^{-6}$	$1,374.10^{-6}$	$2,387.10^{-6}$	$1,376.10^{-6}$	$2,624.10^{-6}$



**Tableau VI.4** Etat des contraintes à la base du réservoir en fonction de la rigidité du sol.

Contraintes max [KN/m <sup>2</sup> ]	Flexible	rigide	encastré
$\sigma_{xx}$	1,750.10 <sup>2</sup>	1,710.10 <sup>2</sup>	2,558.10 <sup>2</sup>
$\sigma_{yy}$	5,559.10 <sup>2</sup>	5,609.10 <sup>2</sup>	8,528.10 <sup>2</sup>
$\tau_{xy}$	3,706.10 <sup>2</sup>	3,703.10 <sup>2</sup>	1,760.10 <sup>2</sup>
Intensite de Contraintes	7,850.10 <sup>2</sup>	7,844.10 <sup>2</sup>	9,008.10 <sup>2</sup>
Von Mises	9,375.10 <sup>2</sup>	9,254.10 <sup>2</sup>	9,423.10 <sup>2</sup>

**Tableau VI.5** Etat des contraintes au milieu du réservoir en fonction de la rigidité du sol.

Contraintes max [KN/m <sup>2</sup> ]	Flexible	rigide	encastré
$\sigma_{xx}$	4,023.10 <sup>1</sup>	3,986.10 <sup>1</sup>	4,195.10 <sup>1</sup>
$\sigma_{yy}$	1,390.10 <sup>2</sup>	1,494.10 <sup>2</sup>	1,496.10 <sup>2</sup>
$\tau_{xy}$	2,089.10 <sup>2</sup>	2,113.10 <sup>2</sup>	2,116.10 <sup>2</sup>
Intensite de Contraintes	2,848.10 <sup>2</sup>	2,873.10 <sup>2</sup>	2,866.10 <sup>2</sup>
Von Mises	4,710.10 <sup>2</sup>	4,727.10 <sup>2</sup>	4,720.10 <sup>2</sup>

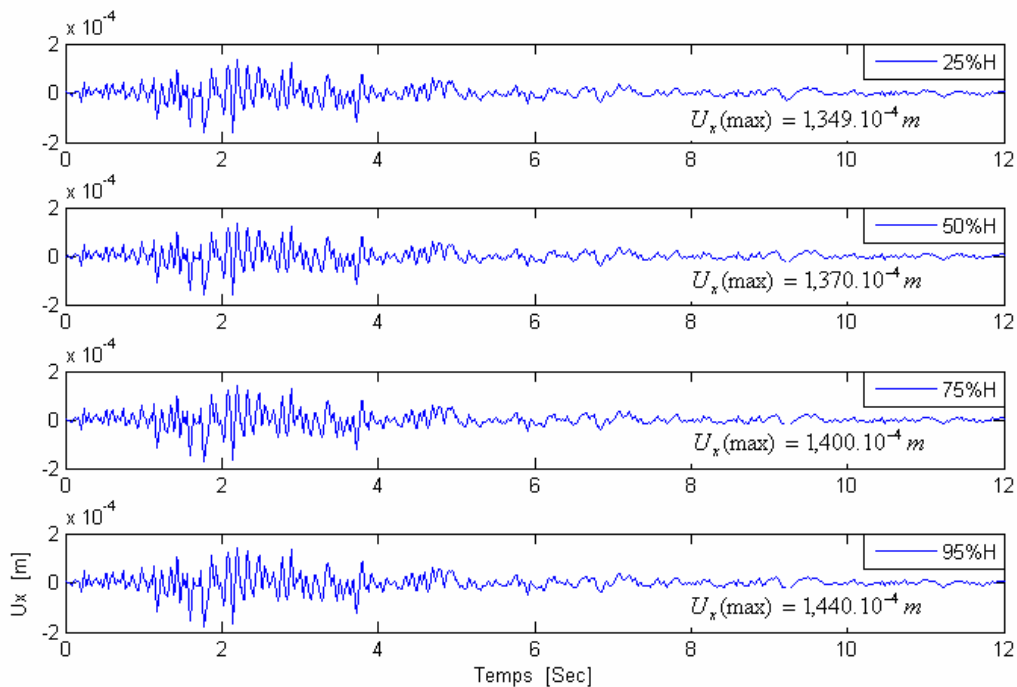
Il ressort de l'analyse de ces courbes et resultats ce qui suit :

- ✓ Les déplacements sont maximaux qu'ils soient longitudinaux ou transversaux au sommet du réservoir et ascendants du bas vers le haut de ce dernier, ce qui est logique.
- ✓ les déplacements longitudinaux sont important par rapport à ceux transversaux , ce qui est attendu car le sens du seisme etant le sens longitudinal
- ✓ Les accelerations sont maximun au sommet du reservoir et sont proportionnelles à la flexibilité du milieu support, car plus ce dernier est flexible plus les accélérations sont importante.
- ✓ l'augmentation des contraintes normales se fait d'une manière croissante du haut vers le bas, ceci est dû essentiellement au contraste inertielle reservoir-fondation (sol).
- ✓ Les contraintes tangentielles sont plus importantes au milieu du reservoir , ceci est du essentiellement à la flexibilité du reservoir.

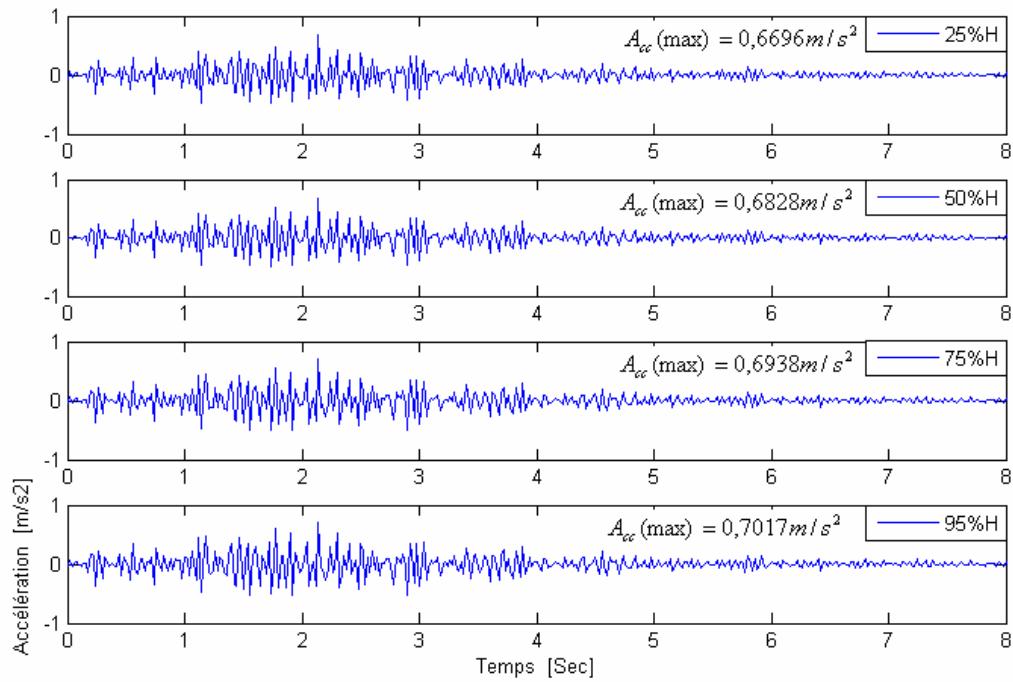
- ✓ A la base du reservoir les contraintes sont les plus importantes car les efforts y sont les plus importants.
- ✓ Au milieu du reservoir les contraintes sont plus importantes pour le cas flexible , ceci est du à la flexibilité du reservoir(paroi mince).

#### VI.4.2 Effet du taux de remplissage(hauteur du liquide) :

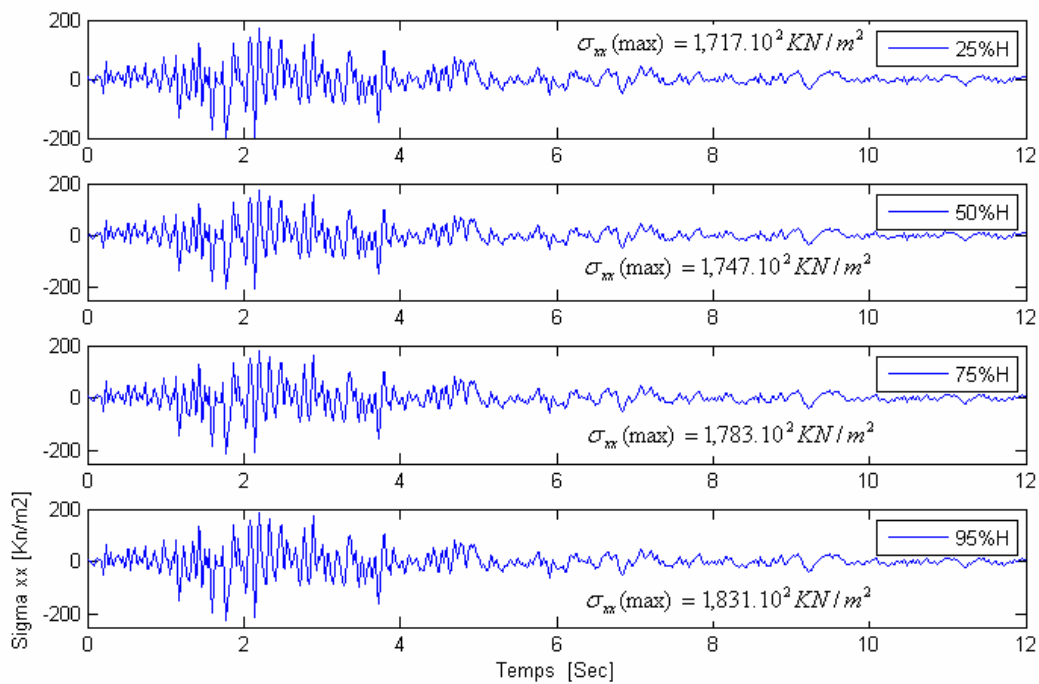
Dans le souci d'analyser l'effet du taux de remplissage(hauteur du liquide) sur la reponse sismique de ce dernier une etude parametrique est realise dans ce sens concernant le reservoir defini précédement, les resultats obtenus sont illustrés dans les courbes suivantes.



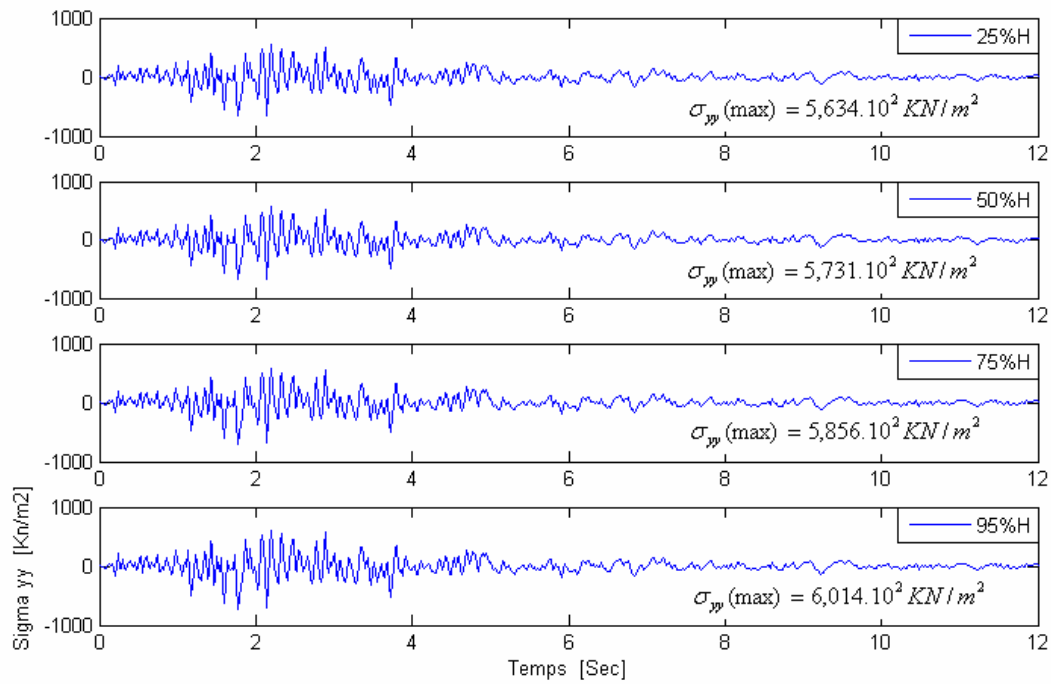
**Figure VI.14** Effet du taux de remplissage sur le déplacement  $U_x$  au sommet du reservoir



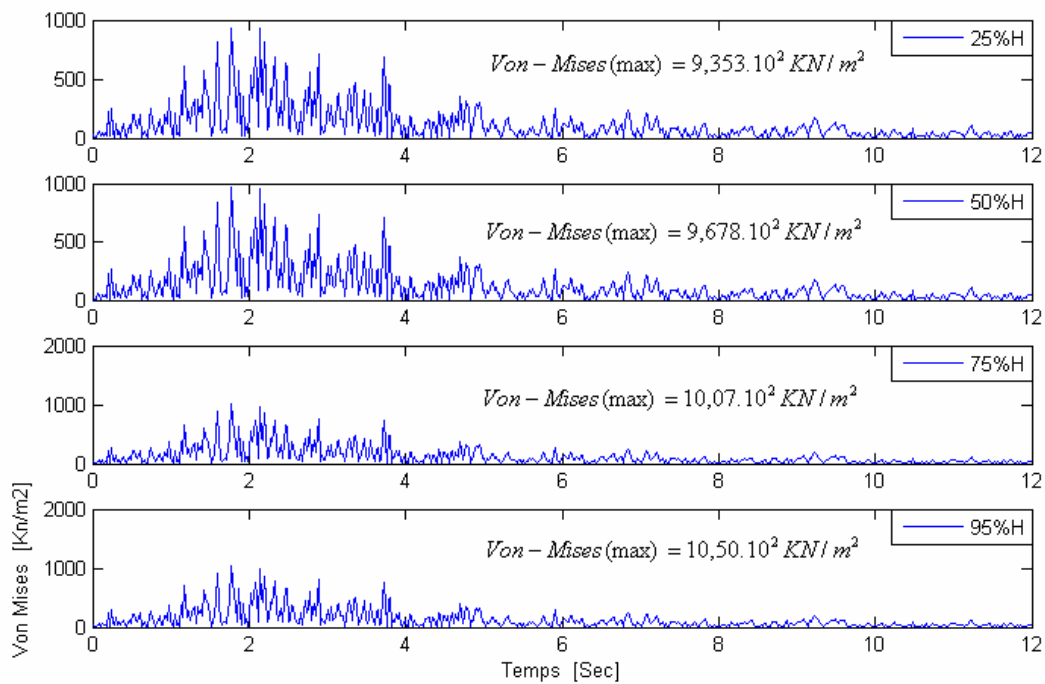
**Figure VI.15** Effet du taux de remplissage sur l'accélération  $A_{cc}$  au sommet du reservoir



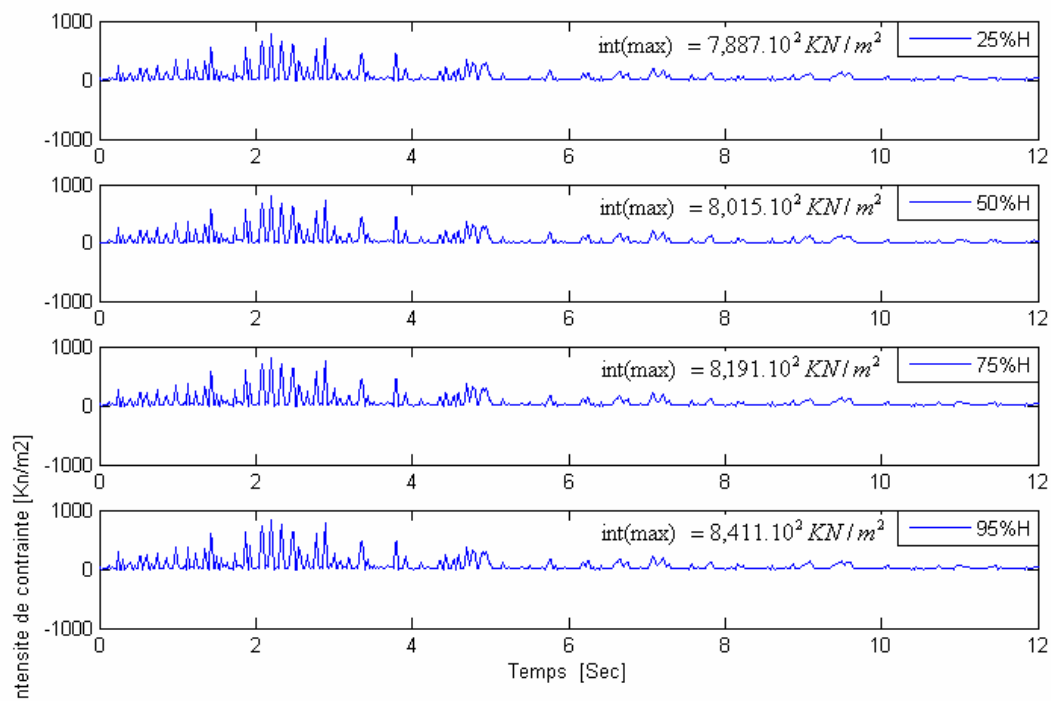
**Figure VI.16** Effet du taux de remplissage sur la contrainte  $\sigma_{xx}$  à la base du reservoir.



**Figure VI.17** Effet du taux de remplissage sur la contrainte  $\sigma_{yy}$  à la base du reservoir.



**Figure VI.18** Effet du taux de remplissage sur les contraintes de Von Mises à la base du reservoir.



**Figure VI.19** Effet du taux de remplissage sur l'intensité de contraintes à la base du réservoir.

Pour mieux illustrés ces résultats, les tableaux suivants sont élaborés :

**Tableau VI.6** Etat des contraintes à la base du réservoir en fonction du taux de remplissage.

Contraintes max [KN/m <sup>2</sup> ]	Vide	25%	50%	75%	95%
$\sigma_{xx}$	$1,708.10^2$	$1,717.10^2$	$1,745.10^2$	$1,783.10^2$	$1,831.10^2$
$\sigma_{yy}$	$5,611.10^2$	$5,634.10^2$	$5,731.10^2$	$5,856.10^2$	$6,014.10^2$
$\tau_{xy}$	$3,705.10^2$	$3,724.10^2$	$3,784.10^2$	$3,868.10^2$	$3,971.10^2$
Intensité de contrainte	$7,847.10^2$	$7,887.10^2$	$8,015.10^2$	$8,191.10^2$	$8,411.10^2$
Von Mises	$9,245.10^2$	$9,353.10^2$	$9,678.10^2$	$10,07.10^2$	$10,50.10^2$

**Tableau VI.7** Etat des contraintes au milieu du reservoir en fonction du taux de remplissage.

Contraintes max [KN/m <sup>2</sup> ]	Vide	25%	50%	75%	95%
$\sigma_{xx}$	$3,985.10^1$	$4,022.10^1$	$4,133.10^1$	$4,268.10^1$	$4,420.10^1$
$\sigma_{yy}$	$1,495.10^2$	$1,502.10^2$	$1,526.10^2$	$1,559.10^2$	$1,607.10^2$
$\tau_{xy}$	$2,114.10^2$	$2,125.10^2$	$2,160.10^2$	$2,206.10^2$	$2,266.10^2$
Intensite de contrainte	$2,875.10^2$	$2,889.10^2$	$2,935.10^2$	$2,999.10^2$	$3,081.10^2$
Von Mises	$4,720.10^2$	$4,756.10^2$	$4,900.10^2$	$5,113.10^2$	$5,347.10^2$

**Tableau VI.8** Etat de l'accélération au sommet du reservoir en fonction du taux de remplissage.

Acceleration max [m/s <sup>2</sup> ]	Vide	25%	50%	75%	95%
$A_{cc}$	0,6642	0,6696	0,6828	0,6938	0,7017

**Tableau VI.9** Etat des déplacements au sommet du reservoir en fonction du taux de remplissage

Déplacement [m]	Vide	25%	50%	75%	95%
$U_x$	$1,342.10^{-4}$	$1,349.10^{-4}$	$1,370.10^{-4}$	$1,400.10^{-4}$	$1,440.10^{-4}$
$U_y$	$1,375.10^{-6}$	$1,382.10^{-6}$	$1,405.10^{-6}$	$1,447.10^{-6}$	$1,521.10^{-6}$

L'analyse de ses resultats permet de deduire ce qui suit :

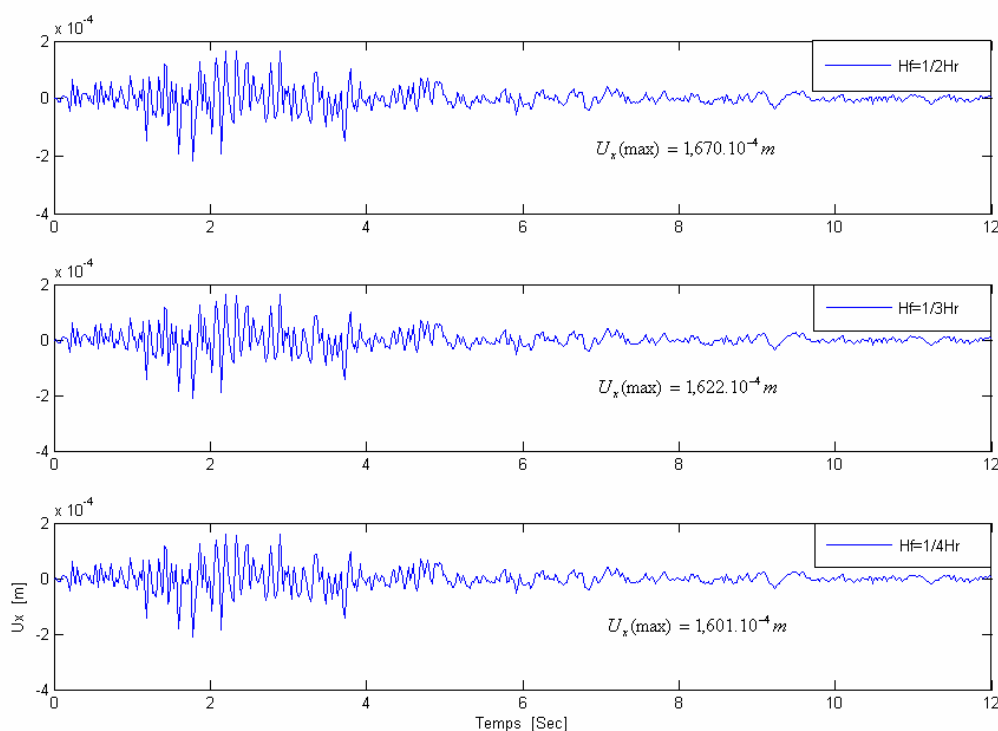
- L'augmentation du taux de remplissage( hauteur du liquide) à pour effet d'augmenter les déplacements, les accélérations ainsi que les contraintes dans le reservoir.
- L'effet du taux de remplissage est pratiquement négligeable pour des hauteurs du liquide inferieurs à 25% pour les reservoirs court, ce qui n'est pas le cas pour les reservoirs elancés, ceci peut s'expliquer par l'influence des pressions hydrodynamiques, de plus l'augmentation est plus importante lorsque on atteint 50% de remplissage , ceci est du aux effet de balottement qui accentu les contraintes au niveau de la paroi du reservoir.

- L'augmentation des déplacements ainsi que les contraintes est proportionnelle à l'élanement du réservoir.
- Le fluide contenu dans le réservoir a pour effet d'augmenter les déplacements ainsi que les contraintes et ce à cause de la masse hydrodynamique ajoutée.
- L'effet de la flexibilité des parois n'est pas négligeable dans le cadre d'une analyse de la réponse sismique des réservoirs de stockage, les forces hydrodynamiques sur les parois sont amplifiées par rapport à ceux correspondant aux réservoirs à parois rigides.

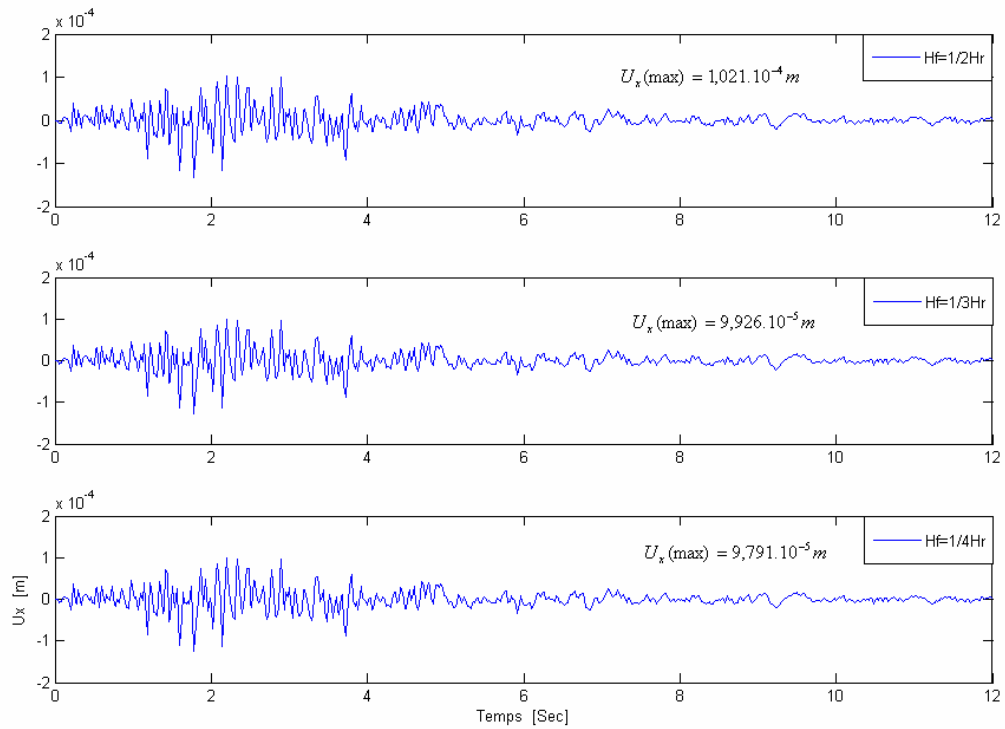
Ces résultats sont logiques et attendus car la masse du système augmente du fait de la masse du fluide, tandis que la rigidité de la structure reste inchangée.

#### VI.4.3 Effet de la hauteur de la fondation (rapport $H_f/H_r$ ) :

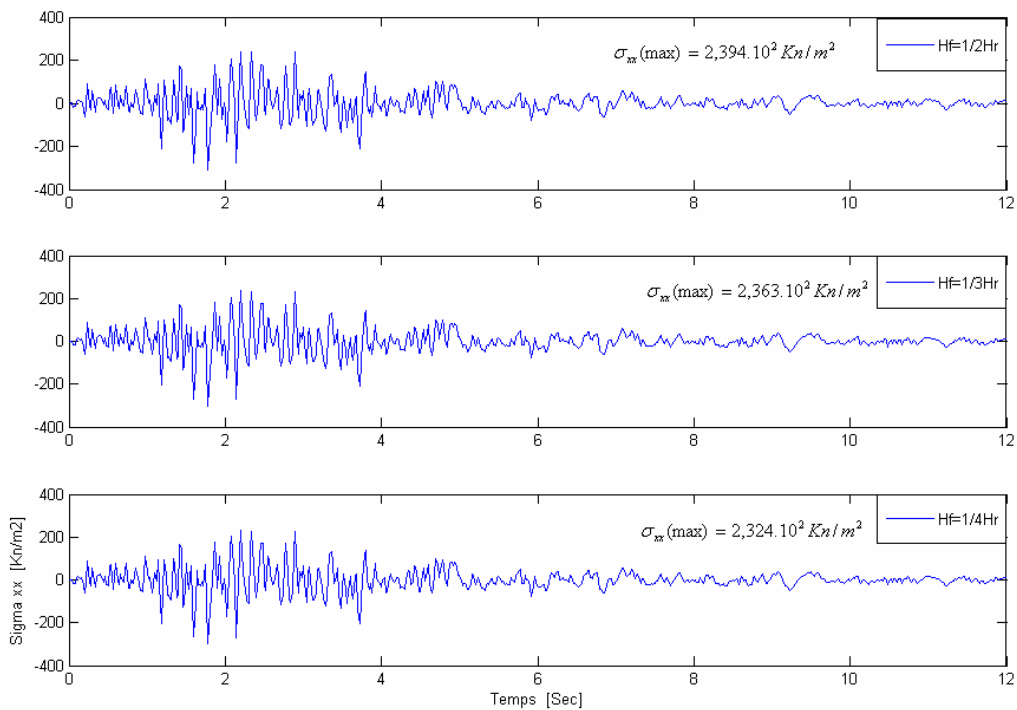
Dans le but d'analyser l'effet de la hauteur de la fondation prise en compte dans la modélisation sur l'interaction sol-structure ainsi que sur la réponse sismique du réservoir, nous avons réalisé une étude paramétrique dans ce sens avec différentes hauteurs de fondation, les résultats obtenus sont représentés dans les figures ci-dessous :



**Figure VI.22** Effet de la hauteur de la fondation sur le déplacement  $U_x$  au sommet du réservoir.

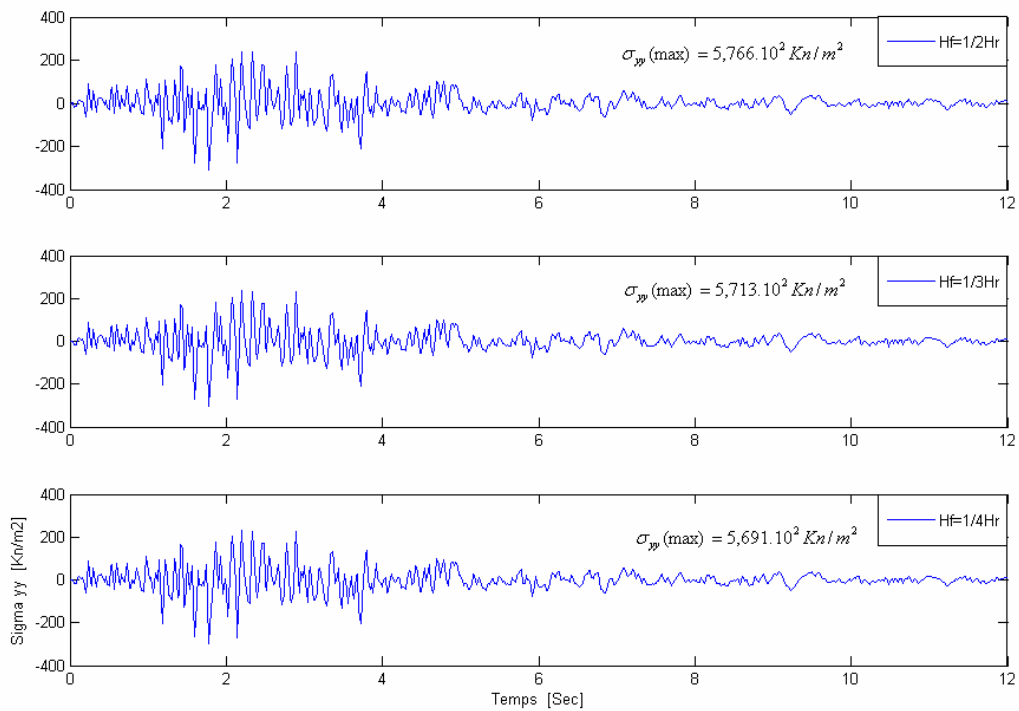


**Figure VI.23** Effet de la hauteur de la fondation sur le déplacement  $U_x$  au milieu du reservoir.

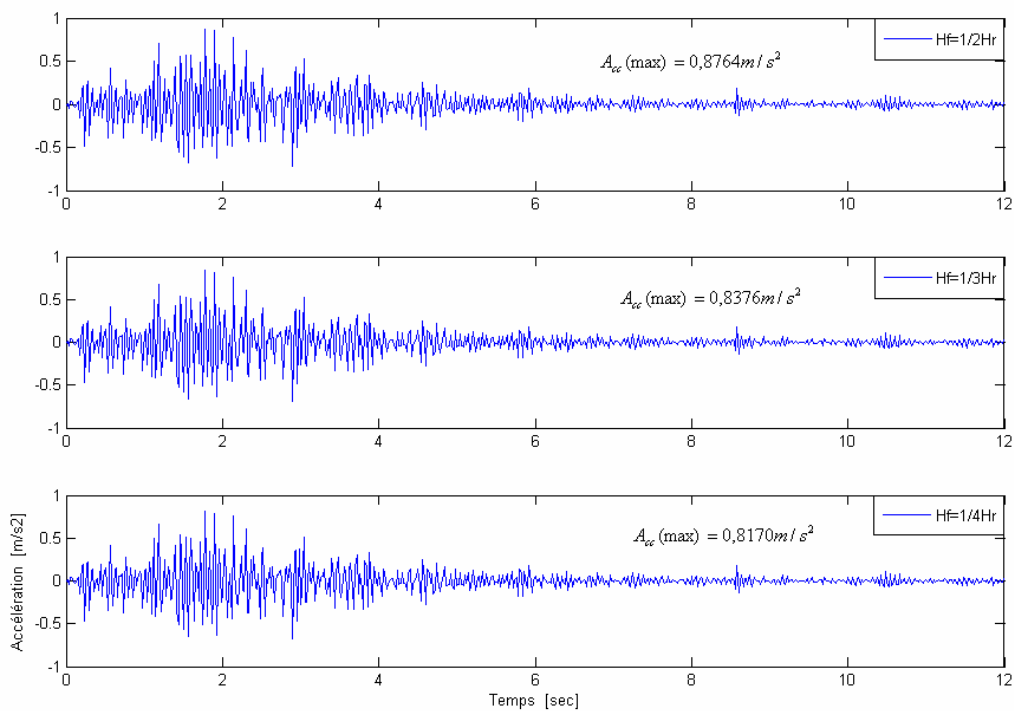


**Figure VI.24** Effet de la hauteur de la fondation sur la contrainte  $\sigma_{xx}$  à la base du reservoir.

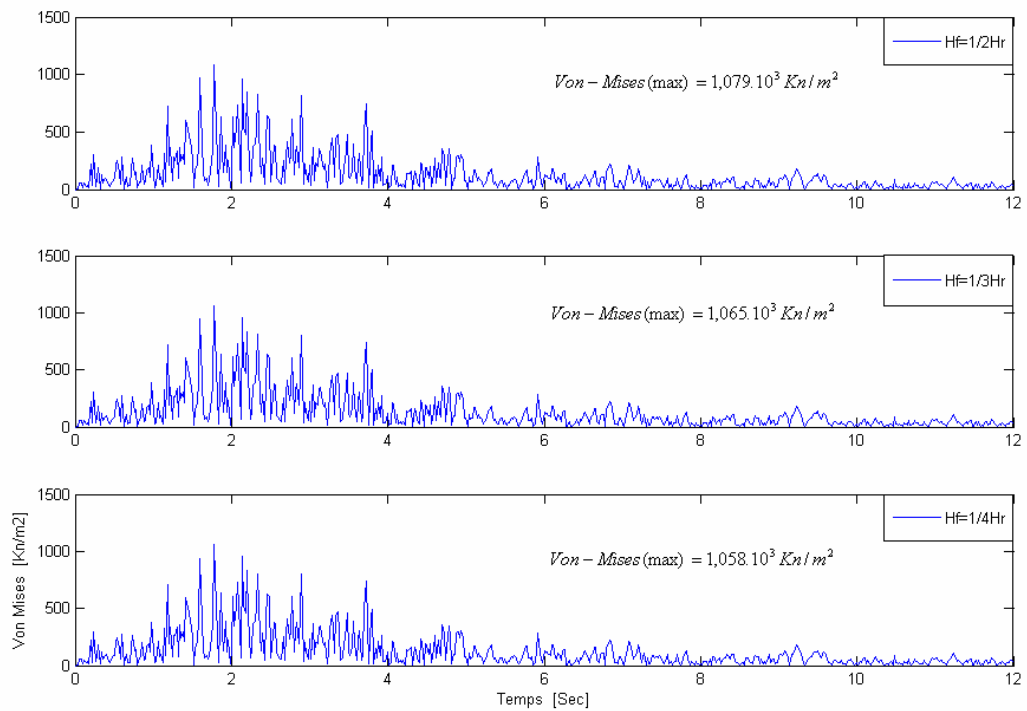




**Figure VI.25** Effet de la hauteur de la fondation sur la contrainte  $\sigma_{yy}$  à la base du réservoir.



**Figure VI.26** Effet de la hauteur de la fondation sur l'accélération  $A_{cc}$  au sommet du réservoir.



**Figure VI.27** Effet de la hauteur de la fondation sur les contraintes de Von mises au sommet du reservoir.

Pour de plus amples illustrations, les tableaux ci –dessous sont etablies :

**Tableau VI.10** Etat des déplacements au sommet du reservoir en fonction du rapport

$$\frac{H_f}{H_r} .$$

Déplacement [m]	$H_f = 1/2.H_r$		$H_f = 1/3.H_r$		$H_f = 1/4.H_r$	
	Sommet	Milieu	Sommet	Milieu	Sommet	Milieu
$U_x$	$1,670.10^{-4}$	$1,021.10^{-4}$	$1,622.10^{-4}$	$9,926.10^{-5}$	$1,601.10^{-4}$	$9,791.10^{-5}$
$U_y$	$1,523.10^{-6}$	$2,451.10^{-6}$	$1,499.10^{-6}$	$2,436.10^{-6}$	$1,486.10^{-6}$	$2,436.10^{-6}$

**Tableau VI.11** Etat de l'accélération au sommet du réservoir en fonction du rapport

$$\frac{H_f}{H_r} .$$

Accélération [m/s <sup>2</sup> ]	H <sub>f</sub> =1/2.H <sub>r</sub>		H <sub>f</sub> =1/3.H <sub>r</sub>		H <sub>f</sub> =1/4.H <sub>r</sub>	
	Sommet	Milieu	Sommet	Milieu	Sommet	Milieu
A <sub>cc</sub>	0,8764	0,4925	0,8376	0,4686	0,8170	0,4562

D'après les courbes précédentes on déduit ce qui suit :

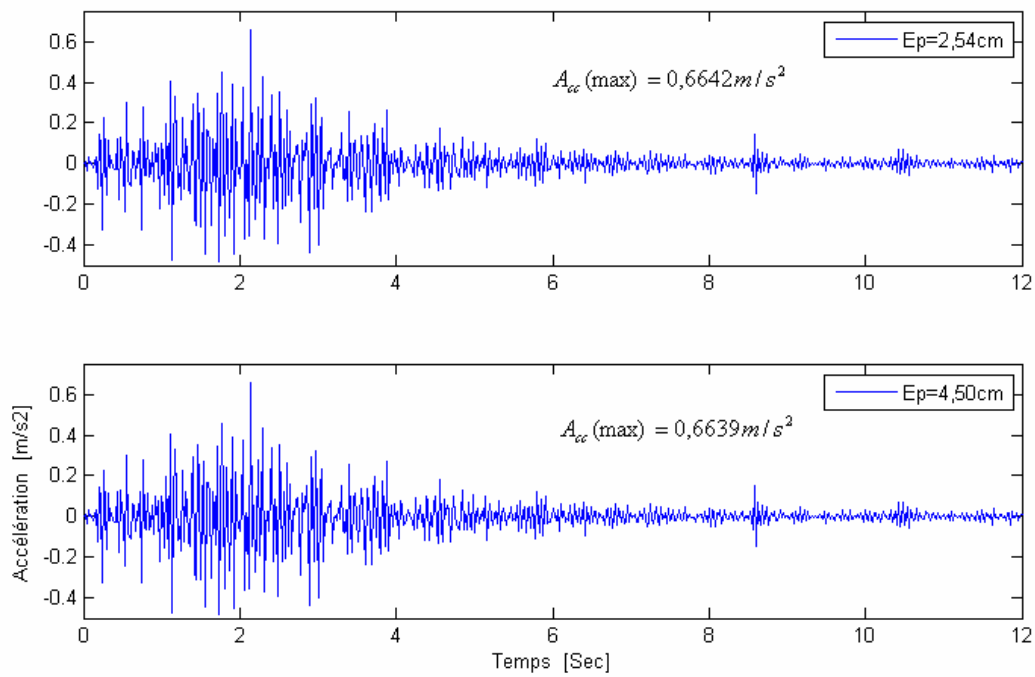
- ✓ Les déplacements sont peut influencables par le rapport  $\frac{H_f}{H_r}$ , varient peut, mais plus ce rapport augmente plus ces derniers augmentent aussi, d'autant plus est le sol est flexible, ceci peut s'expliquer par l'interaction sol-structure, et le contraste sol-structure
- ✓ Les contraintes quelles soit normales et tangentielles augmentent avec l'augmentation du rapport  $\frac{H_f}{H_r}$ .
- ✓ Le rapport  $\frac{H_f}{H_r}$  influence d'avantage les contraintes ainsi que l'accélération que les déplacements du réservoir.
- ✓ Les accélérations diminues avec la diminution du rapport  $\frac{H_f}{H_r}$ , ce qui est attendu, ceci est du a la diminution de l'interaction sol-structure, vu qu'on se rapproche du cas d'un réservoir encastré(rigide).

Ceci peut s'expliquer par le contraste inertielle entre la fondation et le réservoir.

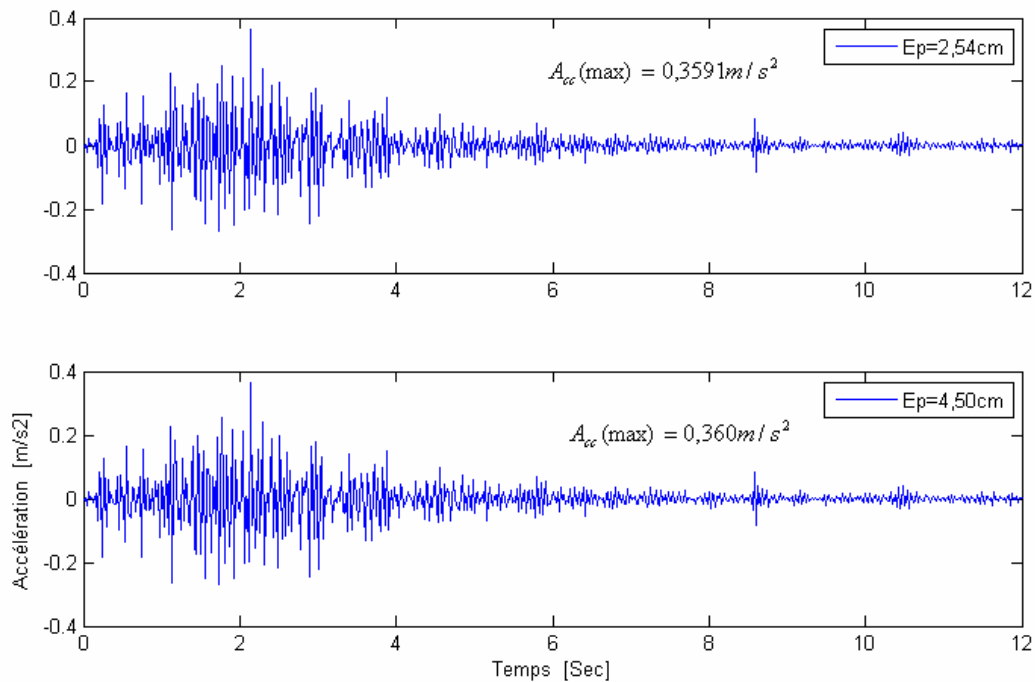
#### **VI.4.4 Effet de l'inertie du réservoir (épaisseur de la paroi) :**

Dans le but d'analyser l'effet de la rigidité du réservoir (inertie du réservoir), autrement dit l'influence de l'épaisseur de la paroi du réservoir sur la réponse sismique de ce dernier.

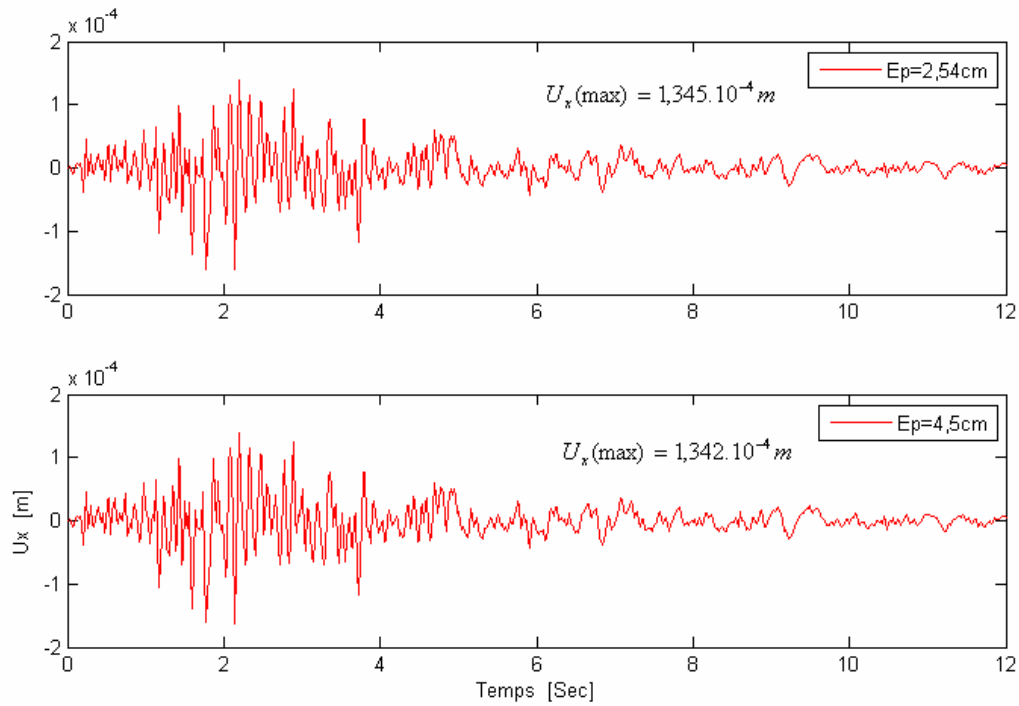
Les résultats obtenus sont illustrés dans les courbes suivantes :



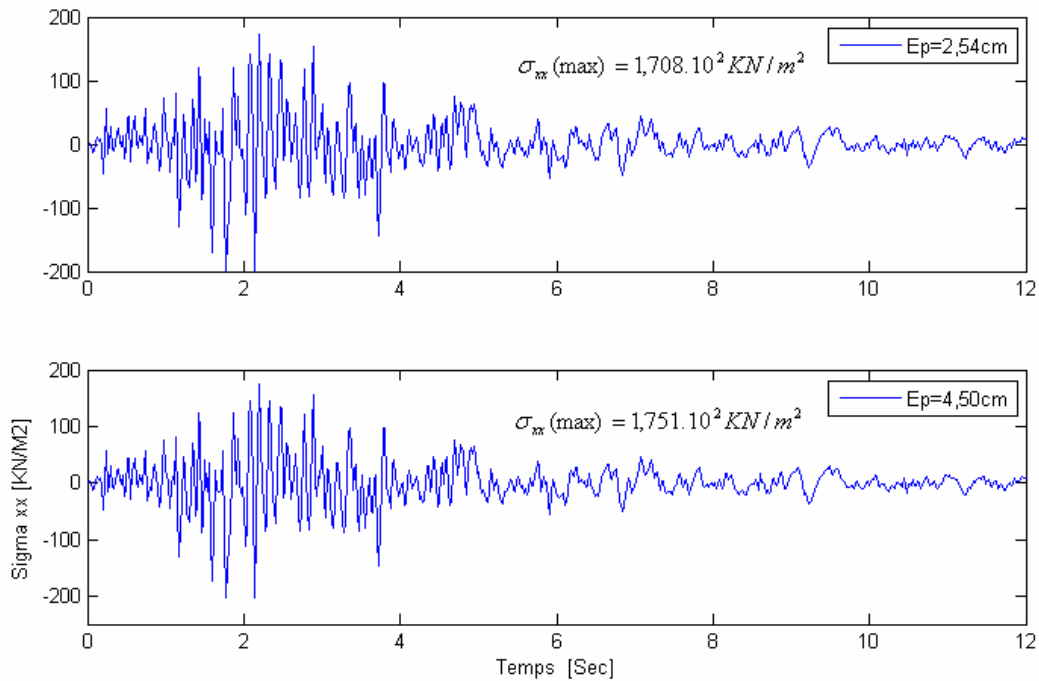
**Figure VI.29** Influence de l'épaisseur de la paroi sur l'accélération  $A_{cc}$  au sommet du réservoir.



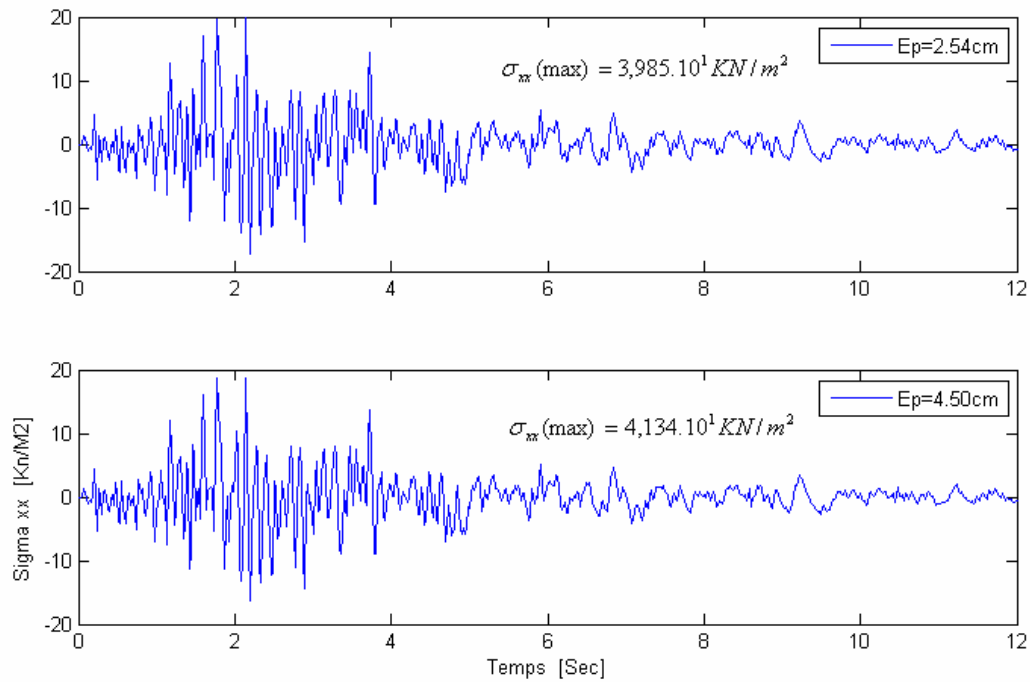
**Figure VI.30** Influence de l'épaisseur de la paroi sur l'accélération  $A_{cc}$  au milieu du réservoir.



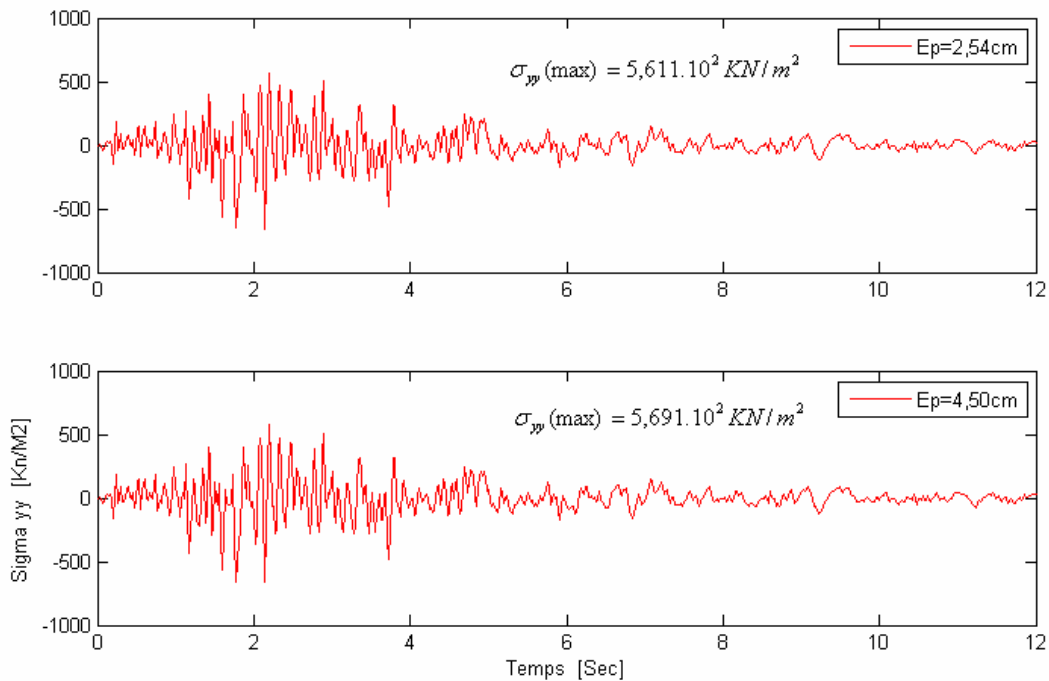
**Figure VI.31** Influence de l'épaisseur sur le déplacement  $U_x$  au sommet du réservoir.



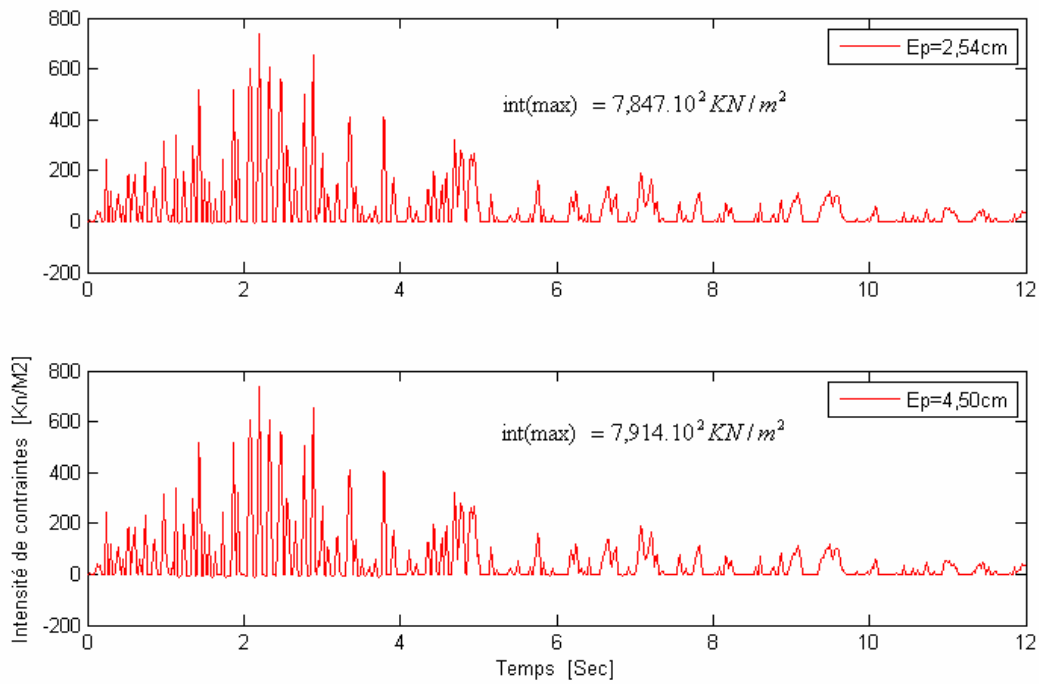
**Figure VI.32** Influence de l'épaisseur sur la contrainte  $\sigma_{xx}$  à la base du réservoir.



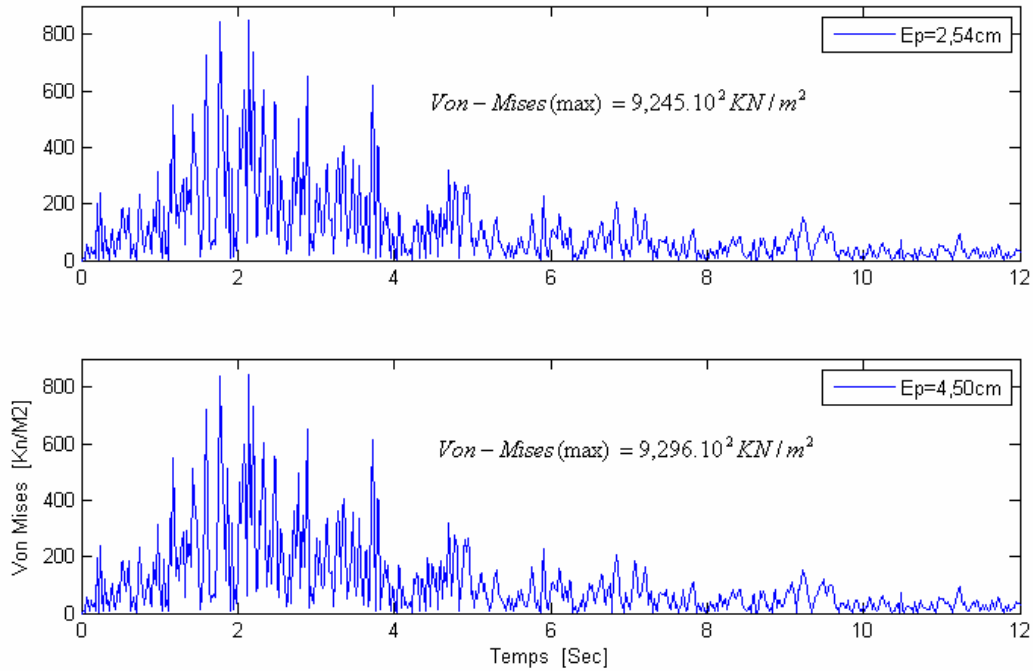
**Figure VI.33** Influence de l'épaisseur sur la contrainte  $\sigma_{xx}$  au milieu du réservoir.



**Figure VI.34** Influence de l'épaisseur sur la contrainte  $\sigma_{yy}$  à la base du réservoir.



**Figure VI.35** Influence de l'épaisseur sur l'intensité de contraintes à la base du réservoir.



**Figure VI.36** Influence de l'épaisseur sur les contraintes de Von mises à la base du réservoir.

Pour illustrés ces resultats ,les tableaux suivants sont etablies :

**Tableau VI.12** Etat de l'accélération au sommet du reservoir en fonction de l'épaisseur du réservoir.

Accélération [m/s <sup>2</sup> ]	Epaisseur(Ep)=2,54cm		Epaisseur(Ep)=4,50cm	
	Sommet	Milieu	Sommet	Milieu
$A_{cc}$	0,6642	0,3591	0,6639	03600

**Tableau VI.13** Etat de deplacment  $U_x$  au sommet du reservoir en fonction de l'épaisseur du réservoir.

Déplacement [m]	Epaisseur(Ep)=2,54cm	Epaisseur(Ep)=4,50cm
$U_x$	$1,342.10^{-4}$	$1,345.10^{-4}$

**Tableau VI.14** Etat des contraintes a la base du reservoir en fonction de l'épaisseur du réservoir.

Contraintes max [KN/m <sup>2</sup> ]	Epaisseur(Ep)=2,54cm	Epaisseur(Ep)=4,50cm
$\sigma_{xx}$	$1,708.10^2$	$1,751.10^1$
$\sigma_{yy}$	$5,611.10^2$	$5,691.10^2$
$\tau_{xy}$	$3,705.10^2$	$3,701.10^2$
Intensite de contrainte	$7,847.10^2$	$7,914.10^2$
Von Mises	$9,245.10^2$	$9,296.10^2$

L'analyse des ces courbes et tableaux permet d'avoir les observations suivantes :

- Les déplacements sont plus importants dans les réservoirs à paroi mince que ceux dans les dans les réservoirs à paroi rigide (épaisse), cela peut s'expliquer par la différence d'inertie entre les réservoirs, mais reste negligeeable vu que l'inertie du reservoir ne varie pas d'une manière importante ( $I = \frac{\pi}{64}(D_{ext}^4 - D_{int}^4)$ ).
- Les déplacements sont maximaux au sommet du réservoir tandis que les contraintes le sont à la base, ceux qui est attendu et logique.



- La flexibilité des parois du réservoir est un paramètre à effet non négligeable sur le comportement sismique des réservoirs notamment ceux présentant un élancement important surtout vis-à-vis des contraintes.
- Les déplacements, les accélérations et les contraintes sont inversement proportionnelles à l'épaisseur du réservoir.

### VI.5 Analyse non linéaire :

Dans cette partie on se contentera d'exposer les résultats comparatif entre l'analyse linéaire et non linéaire en déplacements et accélération.

#### VI.5.1 Système réservoir-Fondation :

Les courbes montrant les résultats obtenus sont illustrés ci-dessous :

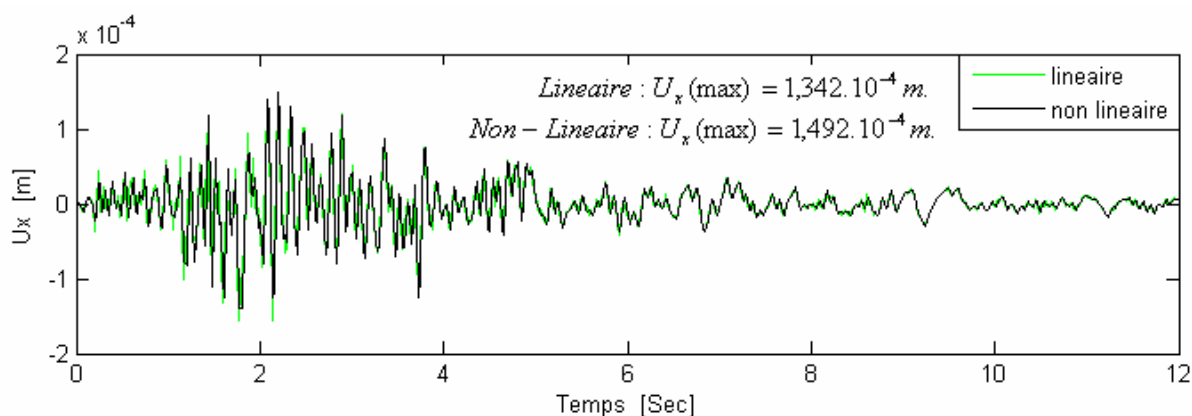


Figure VI.37 Déplacement  $U_x$  au sommet du réservoir.

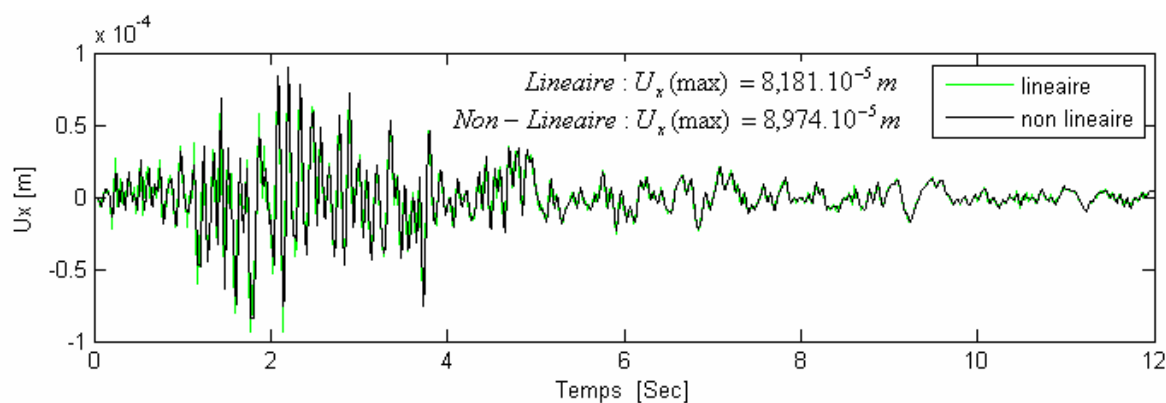
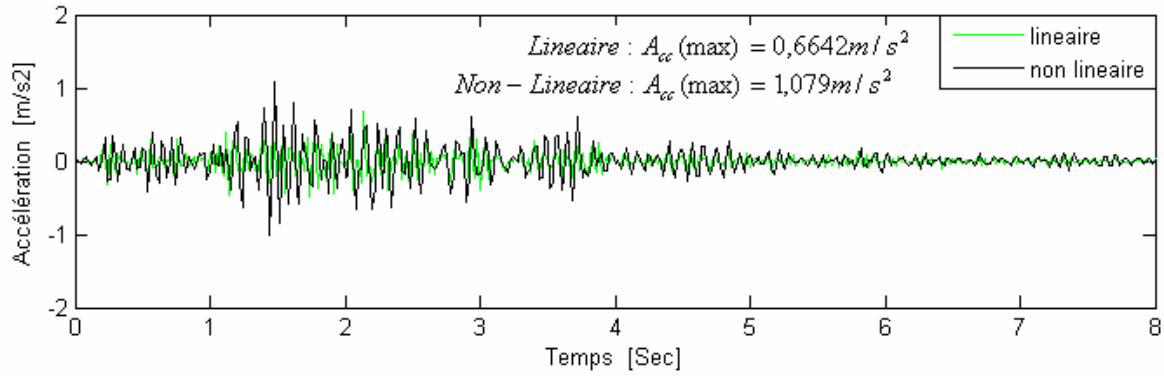
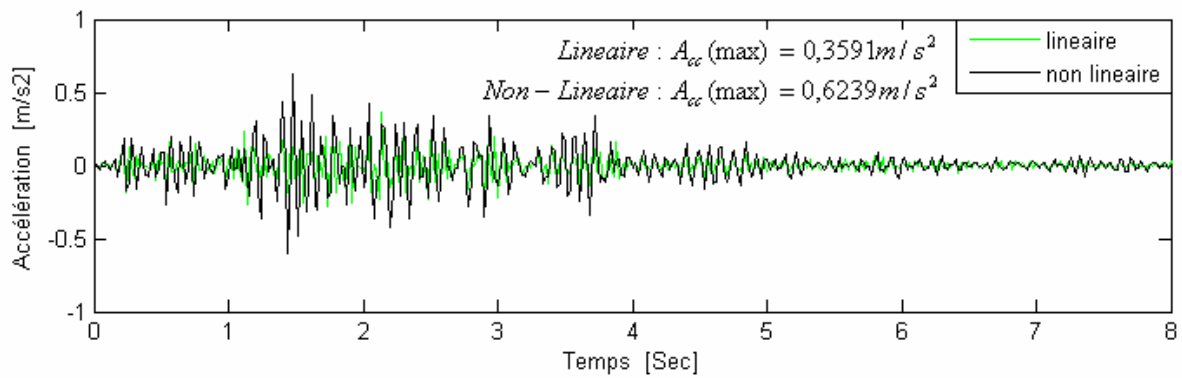


Figure VI.38 Déplacement  $U_x$  au milieu du réservoir.



**Figure VI.39** Accélération  $A_{cc}$  au sommet du reservoir.



**Figure VI.40** Accélération  $A_{cc}$  au milieu du reservoir.

Les tableaux VI.14 et VI.15 sont aussi établis :

**Tableau VI.15** Etat de l'accélération.

Accélération [ $m/s^2$ ]	Lineaire		Non-Lineaire	
	Sommet	Milieu	Sommet	Milieu
$A_{cc}$	0,6642	0,3591	1,079	0,6239

**Tableau VI.16** Etat des déplacements.

Déplacement [m]	Lineaire		Non-Lineaire	
	Sommet	Milieu	Sommet	Milieu
$U_x$	$1,342 \cdot 10^{-4}$	$0,8181 \cdot 10^{-4}$	$1,492 \cdot 10^{-4}$	$8,974 \cdot 10^{-5}$
$U_y$	$1,375 \cdot 10^{-6}$	$2,389 \cdot 10^{-6}$	$1,669 \cdot 10^{-6}$	$2,477 \cdot 10^{-6}$

L'analyse de ces résultats nous permet d'observer que :

- les accélérations et les déplacements obtenus par l'analyse non linéaire sont supérieurs à ceux obtenus par l'analyse linéaire, ceci est dû au terme de second ordre inclus dans l'analyse non linéaire géométrique.

# *Conclusion générale*



# *Conclusion générale*

Dans ce présent travail, nous avons fait une investigation des effets de l'interaction sol-structure et fluide-structure, sur la réponse sismique des réservoirs de stockage, avec un modèle numérique basé sur la méthode des éléments finis.

Dans ce mémoire nous avons exposé les principaux éléments et facteurs qui peuvent affectés la réponse sismique des réservoirs de stockage, pour ce faire nous avons présenté les principales méthode et modèles utilisés pour l'analyse de ce genre d'ouvrage, une analyse de l'interaction sol structure ainsi que la prise en compte du fluide par le concept de masse effective a été effectué

L'étude des vibrations libres basée la méthode de superposition modale, montre que :

- le fluide contenu dans le réservoir a un effet d'augmentation de la fréquence naturelle de vibration du système et ce à cause de la masse ajoutée du fluide.
- la fréquence naturelle réservoir augmente avec la diminution du rapport d'élanement  $H_r/D_r$ .
- la flexibilité des parois des réservoirs est un paramètre non négligeable sur le comportement des réservoirs notamment ceux présentant un élanement important.
- un raffinement du maillage du système permet d'avoir des résultats de meilleure convergence.
- la notion de coefficient de masse effective a été abordée, outre le fait qu'elle permettra de calculer les réservoirs en interaction avec les fluides qu'ils contiennent en se basant sur les résultats de calcul des réservoirs vides, il a été montré qu'en aucun cas le volume du fluide participe dans sa totalité dans la vibration latérale du réservoir. Le coefficient de masse effective exprime la portion de la masse du fluide rentrant en vibration en fonction de quelques paramètres.
- L'augmentation de la flexibilité du milieu support, allonge la période du système.
- l'augmentation de la période fondamentale est plus prononcée dans le cas des réservoirs hauts, élancés, puisque la contribution de la composante de balancement est plus grande pour ces structures que pour les réservoirs courts et larges. Néanmoins la réduction du pic de réponse est en général moins significative pour les réservoirs

hauts, puisque l'amortissement associé au balancement est plus faible que l'amortissement associé à une translation horizontale.

- On note que la valeur de la période propre fondamentale dans le cas du réservoir en acier est largement supérieure à celle du réservoir en béton, Cela peut s'expliquer par la différence d'initie entre les deux type de réservoirs.
- la diminution du module d'élasticité du sol conduit à une augmentation des périodes de vibration du réservoir et cette augmentation est plus importante pour le mode fondamentale par rapport aux modes supérieurs.
- L'effet du taux de remplissage est pratiquement négligeable pour des hauteurs du liquide inférieur à 25% pour les réservoirs longs, ceci peut s'expliquer par l'influence des pressions hydrodynamiques.
- Les déplacements ainsi que les contraintes sont inversement proportionnelles à l'épaisseur du réservoir.

L'étude de l'influence des interactions sol-structure fluide-structure sur la réponse sismique du barrage, en terme de déplacements, accélérations et contraintes, nous a conduit à faire les conclusions suivantes :

- La prise en compte de l'effet d'interaction sol-structure, conduit à l'augmentation des valeurs des déplacements et des contraintes
- l'augmentation des contraintes se fait d'une manière croissante du haut vers le bas, ceci est dû essentiellement au contraste inertiel reservoir-fondation (sol), ainsi qu'à l'augmentation des pressions hydrodynamiques.
- L'effet de la flexibilité des parois n'est pas négligeable dans le cadre d'une analyse de la réponse sismique des réservoirs de stockage, l'effet du fluide sur les parois est amplifié par rapport à celui correspondant aux réservoirs à parois rigides.
- Le fluide contenu dans le réservoir à pour effet d'augmenter les déplacements ainsi que les contraintes et ce à cause de la masse ajoutée du fluide.
- Les contraintes quelles soit normales ou tangentielles ainsi que les déplacements sont aussi inversement proportionnelles au rapport  $\frac{H_f}{H_r}$ , Ceci peut s'expliquer par le contraste inertielle entre la fondation et le réservoir et l'interaction sol-structure.

- Les déglacements et accélération en analyse non linéaire sont plus importants que ceux en analyse linéaire, ceci est du au terme d second ordre inclus dans l'analyse non linéaire géométrique.
- La prise en compte de l'effet hydrodynamique, conduit à l'augmentation des valeurs du déplacement au sommet du réservoir.
- Les dimensions de la fondation à prendre en compte jouent un rôle important sur la réponse sismique du réservoir.

Cette étude nous a permis de constater la grande importance de ce genre d'ouvrage dans le domaine du génie civil, ainsi que sa vulnérabilité vis-à-vis du séisme, vu que son comportement est très complexe car dépendant de plusieurs paramètres (rigidité à la fois du réservoir et du milieu support, le phénomène d'interaction sol –structures donc le contraste inertielle sol-structure et l'interaction fluide-structure , l'influence du fluide contenu dans le réservoir dans le phénomène vibratoire de ce dernier, .....etc.).

#### ➤ **Perspectives et Recommandations :**

L'évaluation de la réponse sismique des réservoirs de stockage reste un domaine très complexe et un champ d'investigation très large vu les différents paramètres entrant dans l'appréhension du comportement de ce genre d'ouvrage, il est à signaler la possibilité de prendre en compte :

- ❖ La prise en compte des ondes de vibrations du fluide contenu.
- ❖ L'analyse non linéaire à la fois géométrique que matériel du problème peut s'avérée plus efficace.
- ❖ L'influence de la variation de la rigidité au niveau des extrémités du réservoir due à la présence d'une couverture rigide au sommet ou la forme généralement courbe de la base mérite d'être étudiée.
- ❖ Il est à noter aussi que l'hypothèse des fluides incompressibles pourrait être relaxée, et une obtention d'une solution dans le cas des fluides compressibles est possible, ce résultat pourrait être très intéressant dans le cas des chargements de hautes fréquences.
- ❖ Envisager la prise en compte dans le dimensionnement des réservoirs de stockage des liquides de l'effet de précontrainte du à la pression hydrostatique du fluide.

- ❖ Les réservoirs non ancrés dans le sol d'assise accusent un soulèvement de leur base, dans ce cas une analyse linéaire du système n'est pas tout à fait indiquée, le recours à une analyse non linéaire est indispensable.



# *Références*



## *Références.*

- [1]- Jacobsen , L.S, 'Impulsive hydrodynamics of fluid inside a cylindrical tank and of fluid surrounding a cylindrical pie', Bulletin seism. Soc. America, VI.39, 1949, PP.189-204
- [2]- Jacobsen,L.S, and AYRE, R.S "cylindrical tanks subjected to transient motions " , Bulletin seism, Soc.America, Vol 41,1951,PP.313-346
- [3]- Baron, M.L, and Shalak, R "free vibrations of fluid filled cylindrical shells", Journal of the engineering mechanics division, ASCE, Vol 88,N° EM3, Proc, Paper, 3159,June 1962, PP.17-43
- [4]- Housner, G.W, "The dynamic pressures on accelerated fluid containers", Bulletin seism.Soc.America, Vol. 47,N° 1,PP.15-35
- [5]- Housner, G.W, "The dynamic behavior of water tanks », Bulletin seism.Soc.America,Vol.53,N° 1,1963, PP.381-387.
- [6]- Edwards, N.N, " A procedure for dynamic analysis of this walled cylindrical liquids storage tanks subjected to lateral ground motions", D4.D thesis, University of Michigan, Ann, Arbor, Michignan 1969.
- [7]- Hsiung, H.H,and weingarten,VI. "Dynamic analysis of hydroelastic systems using the FEM." .Department of Civil Engineering, University of Southern, Californian report USCCE 013, NOV 1973
- [8]- Shaaban, S.H, and Nash ,W.A , "Finit element analysis of seismically excited cylindrical storage tank, ground supported and partially filled with liquid.", University of Massachussetts, Report to National Science Foundation.August 1975
- [9]- Shaaban, S.H, and Nash ,W.A , "Reponse of empty cylindrical ground supported liquid storage tank to base excitation", University of massachusetts science foundation, august 1975
- [10]- Christian Soize, " Dynamique des structures ", Université de Marne La Vallée.
- [11]- Yang , J.Y "Dynamic behavior of fluid-tank system" Ph. D Theses, Rice university Houton, Texas 1976
- [12]- Mouzakis, W.U, C.I ,T ,Nash,W.A,"and Colonnell, J.M." "Natural frequencies of cylindrical liquid storage containers". Departement of Civil Engineering, University of Massachussetts, June 1975

- [13]- Balendra, T, and Nash, W.A “ Earthquake analysis of cylindrical liquid storage tank with a dome by F.E.M’”, Departement of Civil Engineering, University of Massachussets, Amherst, Massachussets , May 1975.
- [14]- Valestos, A.S, “Seism effects in flexible liquid storagetanks.’’,Proceedings of the international Association on Earthquake Engineering, Fifth World Conference ?Rome,Italie,1974, Vol.1,PP.630-639
- [15]- Valestos, A.S, “Seism effects in flexible liquid storagetanks.’’,Proceedings of the international Association on Earthquake Engineering, Fifth World Conference ?Rome,Italie,1974, Vol.1,PP.630-639
- [16]- Valetsos, A.S, and Yang. J.Y, “Earthquake reponse of liquid storage tanks.’’ , Advances in Civil Engineering Mechanics Proceedings of the annal EMD speciality Conferences, releigh. NC, ASCE, 1977, PP.1-24
- [17]- Kana, D.D and Dodge, F.T, ”Design support modelling of liquid slosh in storage tanks subject to seismic excitation.’’.Proc. ASCE Conf. Struct. Des. Nucl. Plant Facilities, PP.307-337 (1975)
- [18]- Haroun, M.A , and Housner , G.W, “ Seismic design of liquid storage tanks’’, Journal of Technical Councils, ASCE, Vol 107, N°TCI, April 1981, PP.191-207
- [19]- Balendra, T ang, K.K.Paramasivan,P, and LEE, S.L, ”Seismic design of flexible cylindrical liquid storage tanks’’, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.10 ,1982, PP.477-496
- [20]- Do Kie Kim, Time domain earthquake reponse analysis method for 2D soil structure interaction systeme.
- [21]- Kennedy, J.M, and Belytschko. T.’’ A survey of computational methods of flui structure analysis of reaction safety’’. Nuclear Engineering, Dec 69, (1982), PP 379-398
- [22]- Haroun, M.A, and Housner, G.W, “ Dynamic characteristics of liquid storage tanks’’, Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.108, N° EM5, 1982, PP.783-800.
- [23]- Yun, C.B, ‘’ Fluid structure interaction analysis for spent fuel storage structure’’, Proceedings of the tenth world conference of earthquake engineering, Madrid, Spain, July 1992, Vol19, PP4975-4980
- [24]- Tang, Y, ”Study of dynamic reponse of liquid storage tanks’’.thesis presented to rice university, Houston TX, in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctorat of philosophy.1986

- [25]- Pearge, H.T., "Some experiments with the F.E analysis of the vibration of liquid filled tank". Proceeding of the conference of F.E methods in South Africa, 1995, PP.90-105
- [26]- N,Ungureanu , and Negoica, " About the earthquake reponse of the flexible storage tanks",Proceedings of the tenth world conference on earthquake engineering, Vol.9,July 1992 ; PP.4989-4993
- [27]- Novozhilov, V.V, " Thin shell theory". P.Noordhof LTD, Croningen, The Netherlands, 1994
- [28]- Gibert, R.J., "Vibration des structures,Interactions avec les fluides",Editions Eyrolles, 1988
- [29]- Zienkiewics.o.c,"The finite element" ;McGraw-Hill Book, Company, third edition 1977
- [30]- Wilson. E.L,and Khalfati M,"Finite elements for the dynamic analysis of fluid-solid systems". International Journal for numerical methods in engineering , Vol 19, PP. 1657-1668 , 1983
- [31]- Hwang, I.T.and Ting. K ,"Boundary element method for fluid-structure interaction problems in liquid storage tanks", Journal of pressure vessel technology, Nov 1989 , Vol. 111/435
- [32]- Stuart. Et al ," Dynamic analysis of high-level waste storage tanks", computer and structures. Vol. 56 N<sup>o</sup>2/3, PP 415-424, 1995
- [33]- H.M.Westergard, " Water pressure on dams during earthquake ", Transaction ASCE 98, 418-472-1933.
- [34]- Peek, R, "Analysis of unanchored liquid storage tanks under lateral loads" , Earthquake engineering and structural dynamics, Vol ,16 ,PP 1087-1100. 1988
- [35]- Veletsos, A.S, and Yang, Y, " Rocking response of liquid storage tanks", Journal of Engineering mecanics, Vol.113, N<sup>o</sup>.11, Nov.1987, ASCE .PP 1774-1792.
- [36]- Izuru.Takewaki, "Bound of earthquake input energy to soil structure interaction systeme", Soil.Dynamics and Earthquake Engineering 20, (2005), 741-752.
- [37]- Ghali.A, " Circular storage tanks and silos" PP 124-127, E, and F.N, Spon, London 1979.
- [38]- Westergaard, M, "Water pressures on dams during earthquakes" Transaction of the American Society of Civil Engeneers, Vol / 98, 1993.
- [39]- Epstein,H.J, " Seismic effects in flexible liquid storage tanks", Proceeding of 5 th W.C.E.E, Vol/1, PP 630-639, Rome, Italy 1974

- [40]- Abramson, H.N "The dynamic behavior of liquid moving containers", NASA SP6160, National Aeronautic and space Administration, Washington, D.C. 1966
- [41]-Arya, A.S, Thakkar, S.K , and Goyal, A.C, "Vibration analysis of thin cylindrical containers",J.of the Eng Mech Div , ASCE Vol/97, PP 317-333, 1971
- [42]-Valestos, A.S and Yang , J.Y, " Dynamics of fixed base liquid storage tanks", Proceeding of U.S-Japan Seminar for Earthquake Engineering Research with emphasis on lifeline systems, PP 317-341, Tokyo. Japan 1976.
- [43]-Tedesco, J.W., Kosten C.N, and Kalnins A., "free vibrations analysis of cylindrical liquid tanks", Comput, struct., Vol 26 .PP.957-964,1989.
- [44]- Tedesco, J.W, Landis D.W and C.N.Kostem "seismic analysis of cylindrical storage tanks" Comput, struct., Vol 32 .PP.1165-1174,1989.
- [45]- Chiba.M,"experimental studies on a non linear hydroelastic vibration of a clamped Cylindrical tank partielly filled with liquid"J.of press.Vess.Techno., Vol115,PP 381-388,1993.
- [46]- Leeds, D.J., "'imperial contry, California earth.october 15,1979".reconnaissance report, earth eng, research.inst, Berkeley, cal.,1978.
- [47]- Kalnins A."Vibration of fluid filled thin steel". Trans 5<sup>th</sup> int.Conf.Structural Mechanics In reactor technology. Paper B4/8, Berlin, germany,1978.
- [48]- Maria.I.Todorovska and Mihaila.D.Trifunac, " Radiation damping during two Dimentional IN-Plane Building soil interaction ", University of Southern California Report.No.CE. 90-01 1991.
- [49]- Mansanbu Tohdo, " Study on the dynamic characteeristics of an actuel large size wall Foundation by Experiments and Analyses ", Proceedings third UJNR Workshop on soil structure Interaction, March 29-30, 2004, Menlo Park, California, USA.
- [50]- Jonathan.P.Stewart and Gregory.Fenvers, " System identification for evaluating soil structure interaction effets in buildings from strong motion recordings ", Earthquake Engineering and Structural Dynamics 27, 869-885, 1998.
- [51]- D. Kull et G.Meschke, " Finite element method in lincar structural mechanics ", Ruhr, University.Bochum, Edition 2003.
- [52]- Chopra, A.K & Gupta.S, " Hydrodynamic and foundation interaction effects in earthquake reponse of concrete gravity dams ", J.Structural Division, ASCE, 107, ST8, August 1981.

- [53]- M.Hesham El Naggar, “ Seismic response of structures with Underground Storeys”, Departement of Civil & Environnemental Engineering the University of Western Ontario, January 2003.
- [54]- R.J.Jardine, D.M.Potts, A.B.Fourie and J.B.Burland “ Studies of the influence of non-linear stress-strain characteristics in soil-structure interaction”, 1986, Géotechnique 36, No.3, 377-396.
- [55]- S.Ray.Chaudhuri, V.R.Gupta, “ Variability in seismic response of secondary systems due to uncertain soil properties ”, Engineering structures.24 (2002) 1601-1613.
- [56]- E.Celebi, S.Firat, I.Cankaya, “ The evaluation of impedance fuctions in the analysis of fondations vibrations using boundary element method ”, Applied Mathematics and Computation 2005.
- [57]- E.B.Becker, G.F.Carey and J.Toden, “ Finite element III ”, Computational aspect.Prentice Hall Englewood. Chiffs.H.5.1980.
- [58]- D.Clouteau, D.Andry. “ Coupling fiite and sem infinite domains with applications to soil structure interaction ”, Int.Conf.on.Science and Enginneering. Barcelona, 2005.
- [59]- André Fortin et André Garon, Les elements finis de la théorie à la pratique, Ecole polytechnique de montréal 1997,98,99,2000.
- [60]- Timoshenco,P.S, “ Théorie des plaques et coques ,Béranger 1961.
- [61]- F.G, Rammersorfer, et al, “ storage Tanks under earthequake loading”.Appl.Mech.Rev,ASME. 43 PP 261-282 (1990).
- [62]- A.S.Veletsos, Y.Tang, “ Dynamic Response of flixibility supported liquid storage tanks”, J.Stuct, Engng ASCE.118 PP 264-283 (1992).
- [63]- Malhotra and A.S Veletsos, “ uplifting response of unanchored liquid storage tanks”, J.Stuct, Engng ASCE.120 PP 3525-3547 (1994).
- [64]- J.K, Kim, H.M, Koh, “ Dynamic response of rectangular flexible fluid container” J.Mech.Engng.ASCE.122 PP 807-817 (1996).
- [65]- Abdellah Yahiaoui, “Analyse statique et dynamique des systemes fluides-coques cylindriques”, these de magister, Ecole National Polytechnique, 1995.
- [66]- O.R.Jaiswal, Durghesh C Rai, Sudhir K Jain,”review of code provisions on design seismic forces for liquid storage tanks”, Departement of Civil Engineering, Indian institute of technology Kampur.
- [67]- Laurent Ducoup,”analyse sismique des réservoirs”, Universite de Marne la vallée, Master Professionnel en Genie Parasismique.
- [68]- KHENNA.A : Méthode des éléments finis énoncé des principes de base. Office des

publications universitaires.

[69]- BATHE, K.J. & WILSON, E.L. "*Numerical methods in finite element analysis*", Prentice Hall, 1976.

[70]- BENLATRECH .L et BENSALIM .K , "comportement d'un voile sous l'effet des actions cinématiques" mémoire d'ingénieur université de Bejaia « 2001-2002 ».

[71]-Zienkiewicz,O.C:The finite element method.Troisième Edition ,McGraw Hill,Londres 1977.

[72]- Zienkiewicz,O.C ;Taylor,R.L : The finite element method.Quatrième Edition,Tomes I et II McGraw Hill,Londres,1989

[73]- S.P. TIMOSHENKO –THEORY OF ELASTICITY, edition New York Mc.Graw-hill company.

[74]- André Fortin et André Garon, Les elements finis de la théorie à la pratique, Ecole polytechnique de montréal 1997,98,99,2000.

[75]- Seghir.A :investigation des effets d'interaction sismiques fluide structure par couplage éléments finis –éléments infinis.

[76]- HAMIDOU M., KADRI M., TAHAKOURT A. Influence de la dissipation sur les fréquences de résonance dans un bassin semi fini. 4<sup>ème</sup> journées de mecanique,EMP Alger 2004.

[77]- A.Seghir,"*Notes de cours d'élasticité*", Département de G. Civil, Université A. Mira Bejaia, 2003/2004.

[78]- A.Seghir,"*Notes de cours d'éléments finis*", Département de G. Civil, Université A. Mira, Bejaia, 2005/2006.

[79]- F. Frey, «*Analyse des structures et milieux continus, mécanique des solides*», Traité de génie civil de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Volume 3.

[80] : Marc KHAM « propagation d'ondes sismiques dans les bassins sédimentaires ».

Thèse de doctorat Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.