

*République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de
L'enseignement supérieur et de la recherche scientifique*



Université Abderrahmane Mira-Bejaia

Faculté de technologie

Département de Génie électrique

Mémoire de fin cycle

En vue de l'obtention du diplôme master en automatique

Spécialité : Automatique et informatique industrielle

Thème

Commande optimale appliquée sur un système de chauffage bâtiment pour la régulation de température dans une pièce

Réalisé par :

M^{elle} ZEROUAL Meriem Thininan

M^{elle} YAZID Djegdjiga

Encadré par :

Dr LEHOUCHE. H

M^{elle} OUALI. N

Devant le jury composé de:

Pr MENDIL. B

Dr YAHYAOUI. F

Année universitaire :2019/2020

Remerciement

Nous tenons à remercier vivement Dr. LEHOUCHE Hocine et M^{elle} OUALI Nassima pour nous avoir honorés par leurs encadrements, leurs orientations, leurs précieux conseils et leurs encouragements qui nous ont permis de mener à bien ce travail.

On remercie aussi les membres de jury d'avoir accepté d'évaluer notre travail.

Un énorme merci à nos familles et amis pour leurs éternel soutien et la confiance qu'ils ont en nos capacités.

Dédicaces

On dédie ce modeste travail :

A nos chers parents que nous remercions énormément pour leurs aides et leurs patiences ;

A nos sœurs et frères qui nous souhaitent un avenir prospère ;

A nos familles sans exception ;

A nos enseignants ;

A toutes les personnes qui nous ont apporté de l'aide.

Table des matières

Liste d'abréviations.....	I
Liste des figures.....	II
Liste des tableaux.....	IV
Introduction Générale.....	1
CHAPITRE I Modélisation et simulation du système chauffage bâtiments.....	3
I.1 Introduction	3
I.2 Quelques caractéristiques des bâtiments liés à la température.....	3
I.3 La place du bâtiment dans la consommation globale d'énergie.....	4
I.4 La consommation d'énergie dans les bâtiments (résidence principales)	4
I.4.1 Le chauffage dans la consommation énergétique des bâtiments.....	5
I.4.2 Approches générales du secteur résidentiel-tertiaire	6
I.5 Généralités sur les chauffages.....	7
I.6 Type de chauffage inséré dans les bâtiments	7
I.6.1 Chauffage par radiateur	7
I.6.2 Chauffage par plancher chauffant.....	7
I.6.3 Chauffage par pompe à chaleur (PAC).....	7
I.6.4 Le chauffage électrique	8
I.7 Globalités sur le transfert thermique	8
I.7.1 Le transfert thermique dans les milieux	9
I.7.2 Définition du confort thermique	9
I.7.3 Paramètres du confort thermique.....	10
I.8 Modélisation.....	10
I.8.1 Actionneur et capteur.....	11
I.8.2 Conditions météorologiques.....	12
I.8.3 Modélisation des couplages par les sorties.....	14
I.9 Description de l'outil de simulation et le modèle de la pièce	14

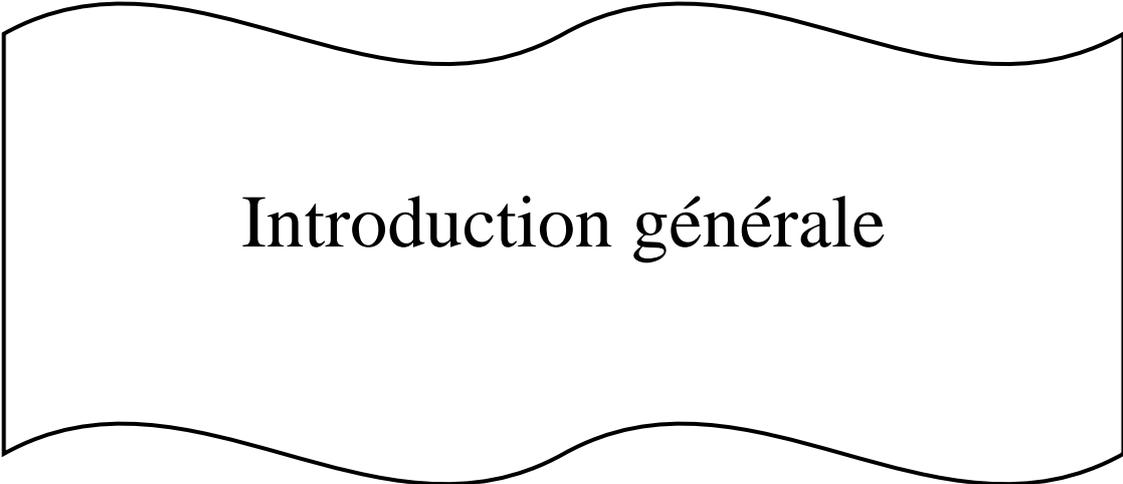
I.9.1	Présentation L'outil de simulation MATLAB SIMULINK / SIMBAD.....	14
I.9.2	Description du modèle de la pièce utilisée	15
I.10	Description du modèle de réchauffeur électrique.....	16
I.11	Caractéristiques de la pièce	18
I.12	Simulation du système en boucle ouverte (sans régulation)	18
I.13	conclusion.....	22
CHAPITRE II: Étude de la commande optimale approche LQR.....		23
II.1	Introduction	23
II.2	Définition de la commande optimale	23
II.3	Formulation du problème	23
II.4	Objectifs de la commande	25
II.4.1	Objectifs pour la commande des procédés continus	25
II.4.2	Objectifs pour la commande des procédés échantillonné	25
II.5	Rappel de principes fondamentaux	26
II.5.1	Le principe d'optimalité de Bellman	26
II.5.2	Le principe d'optimalité de Pontriaguine.....	26
II.5.3	Équation d'Euler-Lagrange	29
II.5.4	Commande bang-bang	30
II.6	Commande linéaire quadratique.....	30
II.6.1	Contrôleur linéaire quadratique à horizon fini.....	31
II.6.2	Contrôleur linéaire quadratique à horizon infini.....	34
II.6.3	Minimisation de l'énergie du contrôle	34
II.6.4	Minimisation de l'erreur du vecteur d'état	35
II.6.5	Minimisation de l'erreur en régime permanent du vecteur d'état.....	35
II.7	Régulateur linéaire quadratique.....	36
II.8	Structure des régulateurs	38
II.9	Choix des pondérations	39

II.10	Application de la commande optimale (LQR) sur un MCC	40
II.11	Conclusion.....	42
CHAPITRE III Application de la commande optimale pour la régulation thermique de la température ambiante dans un bâtiment.....		43
III.1	Introduction.....	43
III.2	Définition des objectifs	43
III.3	Avantages et inconvénients	44
III.4	Paramètres du système utilisé	45
III.5	Application de la commande optimale.....	46
III.6	Représentation graphique des différents indices	48
III.7	Étude de la robustesse de la commande	50
III.8	Conclusion.....	60
III.8	Conclusion générale	61
III.8	Bibliographie.....	62

ANNEXE

Liste des symboles

x_0	État initial
x_f	État final
$x(t)$	Vecteur d'état.
(t)	Vecteur de commande
H	Hamiltonien.
λ	Valeur propre le matrice.
q	Les cordonnées généralisées du système.
U	La commande
J	Fonction objectif ou critère
Q, R, S	Les matrices de pondération symétriques
J_{min}	Le critère de compromis
t	Variable du temps
θ	Temps
t_0	Instant initial
t_f	Instant final
ϕ	La matrice de transition d'état
P	La matrice de Riccati



Introduction générale

Introduction générale

Au cours des siècles, l'homme a fait évoluer son habitat en fonction de ses besoins et des techniques disponibles [1]. Lorsqu'on évoque le caractère agréable d'un bâtiment, le confort thermique est souvent le premier élément évoqué. Avoir suffisamment chaud l'hiver, mais pas trop l'été, tout en minimisant la consommation énergétique : voilà tout l'enjeu du confort thermique d'un bâtiment durable, qui va bien au-delà du simple contrôle de température. Car la sensation de confort thermique peut être influencée par toute une série de facteurs (activités des usagers, température des parois, ventilation, protections solaires, etc.) [2].

L'amélioration des performances énergétiques du bâtiment obtenu par une isolation importante de l'enveloppe et une bonne gestion de la ventilation ainsi que le choix de systèmes performants pour le chauffage, permettent d'avoir un confort meilleur avec une réduction des besoins en énergie.

Afin de réaliser ce travail, on va utiliser un modèle de simulation conçu par CSTB, ce modèle simule le chauffage d'une pièce à l'intérieur d'un bâtiment, en prenant en considération tous les facteurs qui influent sur la température de la pièce. Ce modèle nous donne un système à commander par une entrée reliée au radiateur et une sortie qui nous donne la température ambiante de la pièce.

Pour cela, on se demande : quelle est la technique optimale qui satisfera le compromis entre le confort et la consommation énergétique? Pour résoudre ce problème de contrôle de ce système complexe, la commande linéaire quadratique est proposée.

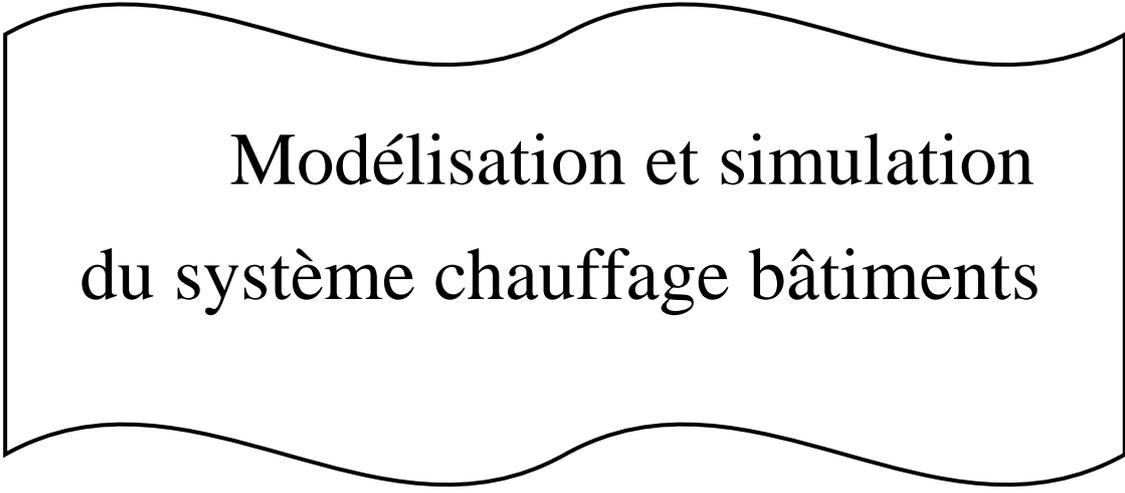
Ce travail est organisé en trois chapitres :

- Le premier chapitre concerne la modélisation et la simulation du système de chauffage bâtiment où l'outil de simulation et le modèle de la pièce à occuper seront étudiés ainsi que les facteurs qui influent sur le bâtiment.
- Le deuxième chapitre est consacré à l'étude théorique de la commande optimale illustrée par un exemple.
- Le troisième chapitre présente une application de la commande étudiée dans le deuxième chapitre pour affirmer le but de l'optimisation en garantissant un bon suivi de la température

désirée, ainsi de vérifier la robustesse de la commande optimale en réalisant des simulations puis interprétés les différents résultats.

- En fin, on terminera notre travail par une conclusion générale et prescriptives.

Chapitre I



Modélisation et simulation du système chauffage bâtiments

CHAPITRE I : Modélisation et simulation du système chauffage bâtiments

I.1 Introduction

Le confort thermique fait partie des notions fondamentales dans la thermique du bâtiment. En effet, il peut prédire de manière assez précise comment réagiront les personnes dans telle ou telle pièce d'un bâtiment en fonction de leur vêtue et de leur activité. Il est donc très intéressant d'inclure cette notion dans les logiciels de thermique du bâtiment. [3]

Dans ce premier chapitre nous allons présenter quelques caractéristiques concernant des bâtiments liés à la température par la suite on fera une modélisation et description du système chauffage qui y est le plus gros responsable, enfin on présentera la bibliothèque SIMBAD qui va nous permettre de simuler notre système chauffage bâtiment afin de voir l'influence des différents paramètres de la pièce traitée sur ce système.

I.2 Quelques caractéristiques des bâtiments liés à la température

Les bâtiments contribuent à hauteur de 45% à la consommation d'énergie totale française, et de 25% à l'émission de CO₂. En France, on construit chaque année environ 12,5 millions de m² de bâtiments tertiaires: bureaux, commerces, enseignement, santé... Des bâtiments qui, tout au long de leur vie ont un impact tant sur l'environnement que sur la santé et le confort des occupants. C'est dans cette logique que le **CSTB** a mis en place un projet visant à réduire la consommation d'énergie des bâtiments. L'objectif est de construire des bâtiments à *zéro énergie*, voire à *énergie positive* qui produira autant, voire plus d'énergie qu'ils en consomment [4]. Pour cela, les actions de recherche doivent suivre trois lignes directrices :

- Diminuer la contribution à l'effet de serre des bâtiments existants (méthode de réhabilitation). En effet les nouvelles constructions ne représentent que 1% des bâtiments.
- Construire une nouvelle génération de bâtiments consommant deux à trois fois moins que les Bâtiments neufs actuels.
- Préparer les bâtiments à énergie positive (nouveaux isolants, meilleur stockage, meilleur control...).

I.3 La place du bâtiment dans la consommation globale d'énergie

Les bâtiments représentés par les secteurs résidentiels et tertiaires sont les plus importants consommateurs d'énergie dans l'EU27 ainsi qu'en France [5], suivis par le secteur du transport et par l'industrie (voir la figure I.1). Le parc résidentiel compte environ 70% du parc immobilier européen [6]. Pourtant, les bâtiments non résidentiels sont loin d'être négligeables, ainsi le secteur résidentiel est responsable de 30% de la consommation d'énergie finale totale, tandis que le secteur tertiaire contribue à hauteur de 11% [6].

Par conséquent, les efforts de réduction de la dépense énergétique doivent viser toutes les catégories de bâtiments.



Figure I.1 : Consommation d'énergie finale par secteur en 2008 dans la zone EU27 (à gauche) et en France (à droite)

I.4 La consommation d'énergie dans les bâtiments (résidence principales)

Le secteur du bâtiment en général, qu'il soit résidentiel ou tertiaire, est fortement consommateur d'énergie. En conséquence, 44.9% d'énergie finale consommée dans le monde est due aux besoins dans les bâtiments (bureaux, commerces, hôpitaux, écoles, hôtels, etc.). La recherche permanente du confort, la croissance de la population ainsi que l'augmentation du temps passé dans les bâtiments sont les principales raisons qui ont fait que ce secteur dépasse le niveau de consommation du secteur des transports.

Pour les bâtiments résidentiels, c'est la taille et la localisation qui ont l'impact le plus fort sur la consommation d'énergie. La quantité et le type d'énergie utilisée dans les habitations sont non seulement liés aux conditions météorologiques, à la conception architecturale, aux systèmes énergétiques mis en œuvre, mais aussi au comportement des occupants. En général, les logements dans les pays développés utilisent plus d'énergie que ceux dans les pays aux économies émergentes.

Le secteur tertiaire couvre tous les bâtiments publics et commerciaux (bureaux, magasins, écoles, restaurants, hôtels, hôpitaux, musées, etc.) avec une grande variété d'activités et d'usages ayant un impact énorme sur la qualité et la quantité d'énergie nécessaire. Les bâtiments de bureaux et de commerce sont les plus énergivores, représentant en général plus de 50 % de l'énergie totale consommée par le secteur non résidentiel [7].

La croissance de la population implique une demande de services plus importante et requiert évidemment plus d'énergie.

I.4.1 Le chauffage dans la consommation énergétique des bâtiments

Si l'on considère la part des bâtiments dans la consommation énergétique européenne et française (plus de 40%), il convient d'affiner toujours plus l'analyse de ce secteur. Ainsi, la figure I.2 montre la distribution de la consommation dans les bâtiments résidentiels et tertiaires européens [8].

Le poste de chauffage est de loin le système le plus gourmand en énergie, étant responsable de plus de la moitié de la consommation. En France, la hiérarchie ne se modifie pas, mais les proportions sont encore un peu plus déséquilibrées [9], le chauffage dépassant même 65%.

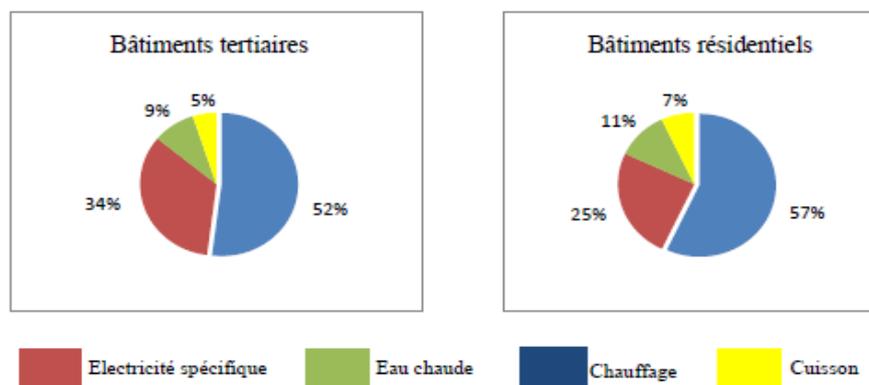


Figure I.2 : Répartition de la consommation énergétique dans les bâtiments résidentiels et tertiaires en Europe

- **Les facteurs qui influencent sur la quantité d'énergie dépensée par le poste de chauffage d'un bâtiment sont décrits ci-dessous**

1. Le climat est le facteur le plus important agissant sur la demande du chauffage dans un bâtiment. Évidemment, plus il fait froid, plus le besoin en énergie pour le chauffage augmente. Cette influence de la température extérieure sur la demande du chauffage est mesurée en

météorologie en degrés jour (DJ), qui représentent l'écart entre la température moyenne extérieure pendant une journée et un seuil de température préétabli. Le nombre de degrés jours unifiés (D_{ju}) est déterminé en utilisant comme température de référence la valeur de 19°C. Avec cette méthode très simple, on peut estimer la consommation d'énergie thermique. La demande énergétique peut être réduite selon l'intensité des apports solaires.

2. La géométrie du bâtiment joue un rôle non négligeable. Un rapport élevé volume / surface (une forme simple, de préférence un cube) induit une consommation plus faible du poste de chauffage, réduisant les pertes de chaleur à travers l'enveloppe.

3. Un autre facteur très important est la **performance thermique de l'enveloppe** du Bâtiment, autrement dit, les valeurs de coefficients U (coefficient de transmission thermique, exprimé en W/m²K) des parois et des fenêtres. Plus les valeurs U des éléments de construction extérieurs sont faibles, moins il y aura de chaleur perdue par échange avec l'extérieur.

4. La ventilation peut jouer un rôle clé, surtout en ce qui concerne les bâtiments à faibles besoins énergétiques ou les maisons passives. Pour réduire les pertes de chaleur, les systèmes de ventilation mécanique intégrant une récupération de la chaleur sont de plus en plus utilisés.

5. La consommation énergétique totale d'un bâtiment dépend également de l'**efficacité du système de chauffage**, c'est-à-dire, du rendement de transformation de l'énergie finale en chaleur.

6. La méthode de contrôle du système de chauffage joue à la fois sur le confort et la consommation énergétique. Ainsi, des écarts significatifs apparaissent entre les performances d'un système de chauffage contrôlé manuellement, un système piloté par une loi de commande simple (de type tout-ou-rien ou P/PI/PID) et un système piloté par une loi commande avancée (de type prédictif par exemple).

7. Le mode de vie des occupants a un effet décisif sur la facture énergétique. La négligence et les mauvaises habitudes peuvent réduire sensiblement les avantages liés aux mesures de rendement énergétique présentes dans le bâtiment.

8. Les apports de chaleur provenant des occupants ou des différents appareils électriques (autres que les équipements de chauffage) peuvent avoir un effet appréciable dans certaines situations (salles de théâtre, cinéma, écoles, salles serveurs, etc.) [8].

I.4.2 Approches générales du secteur résidentiel-tertiaire

a) Le secteur tertiaire est composé :

- Des services marchands comprenant les transports, les commerces, les activités financières et immobilières, les services aux entreprises et les services aux particuliers.

- Des services administrés qui comprennent l'éducation, la santé, l'action sociale et les administrations publiques.

b) Le secteur résidentiel regroupe l'ensemble des bâtiments de logements.

I.5 Généralités sur les chauffages

L'objectif de l'installation du chauffage ou de la climatisation d'une pièce est d'apporter un confort thermique aux occupants, quelles que soient les conditions climatiques extérieures.

Le chauffage est obtenu par :

a) Des convecteurs, plinthes chauffantes ou panneaux radiants admis à la marque NF Électricité, de catégorie A ou B qui est indiqué sur l'étiquette informative du produit.

b) Des plafonds ou des câbles chauffants bénéficient d'un avis technique du C.S.T.B [10].

I.6 Type de chauffage inséré dans les bâtiments

Un nombre important de paramètres, s'impliquent dans le choix d'installation adéquate de chauffage.

I.6.1 Chauffage par radiateur

Ce système de chauffage, classique, est le plus couramment utilisé, il s'agit d'un émetteur de chaleur de type plan ou à colonnes dans lequel circule un fluide caloporteur pouvant atteindre des températures de l'ordre de 80 °C, permettant des échanges de chaleur avec l'ambiance intérieure du local [11].

I.6.2 Chauffage par plancher chauffant

Le chauffage est assuré par un plancher chauffant à basse température (température de surface de l'ordre de 26 °C), où un circuit hydraulique est noyé dans une dalle en béton et dans laquelle circule un fluide caloporteur (température de l'ordre de 50 °C). Le système est moins répandu, vu le manque d'informations sur ses avantages et inconvénients autant qu'autour de sa mise en œuvre [11].

I.6.3 Chauffage par pompe à chaleur (PAC)

Le chauffage est assuré par une pompe à chaleur (PAC) de type air/air, où l'air chaud est soufflé à l'intérieur du local avant d'être repris afin de recyclage. Ce système de chauffage est devenu de plus en plus utilisé, vu qu'il est utilisé aussi pour le rafraîchissement (système réversible chaud/froid) [11].

I.6.4 Le chauffage électrique

Le chauffage électrique est un mode de chauffage utilisant l'énergie électrique. Soit directement par convecteur, panneau rayonnant électrique, plancher chauffant électrique, plafond rayonnant électrique, soit par un réseau de distribution d'eau chaude alimenté par une chaudière électrique, soit plus généralement par une pompe à chaleur [12].

Ce mode de chauffage ne nécessite pratiquement pas d'entretien et son fonctionnement est d'une grande simplicité, l'air ambiant est chauffé directement, contrairement au chauffage central à eau chaude, qui chauffe l'eau en premier puis l'air en deuxième.

Dans notre cas on veut utiliser ce type de chauffage dont sa puissance vaut 1500W.

I.7 Globalités sur le transfert thermique

I.7.1 Le transfert thermique dans les milieux

Le transfert de chaleur au sein d'une phase ou, plus généralement, entre deux phases, se fait de trois façons (figure I.3):

a) Par conduction :

Avec la présence d'un gradient de température entre deux molécules d'un solide. Le transfert de chaleur résulte d'un transfert d'énergie cinétique d'une molécule à une autre molécule adjacente, comme pour (les murs, les toits, ...)

b) Par convection :

Le transfert de chaleur se fait entre deux fluides (ou agrégats) ayant des températures différentes (le vent, l'air dans la chambre).

c) Par rayonnement :

Lorsqu'un rayonnement émis par un corps chauffé ou par le soleil, une partie peut être réfléchi, et l'autre transmise à travers le corps, et le reste est quantitativement absorbé sous forme de chaleur [13].

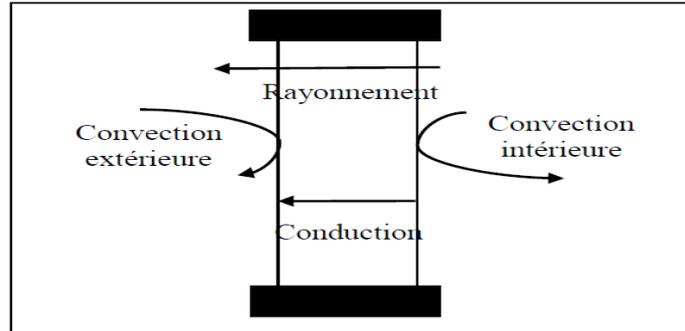


Figure I.3 : Les façons de transfert thermiques

I.7.2 Définition du confort thermique

C'est la sensation de bien-être physique résultant de l'équilibre thermique du corps. Or, le corps échange de la chaleur avec son environnement par convection, rayonnement et évaporation [13].

I.7.3 Paramètres du confort thermique

a. Température de l'air ambiant

Hiver : la réglementation datant de 1973 fixe comme température de confort 19°C au centre de la pièce à 1.5 m de hauteur du sol.

Été : en climat tempéré 27 à 28°C. Ces températures peuvent être modulées en fonction de l'affectation de la pièce et de l'heure de la journée [14].

b. Température des parois (murs et toit des pièces adjacentes)

L'écart avec la température ambiante doit rester inférieur de 2 à 3°C. Plus la paroi est froide plus elle absorbe de rayonnement. Pour remédier à ce problème, on utilise par exemple des rideaux, des parois opaques isolées, ou bien des parois à doubles vitrages [14].

c. Température résultante

Si pendant le temps t en seconde, le corps de surface S (les vêtements) échange avec son environnement une quantité de chaleur Q en joule (j), le flux de chaleur échangé est donné

par:

$$\varnothing = \frac{Q}{t} \quad (\text{I. 1})$$

Si T_a est la température de l'air du milieu environnant, T_p la température des parois environnantes et T la température des vêtements, le flux échangé simultanément par convection

avec l'air ambiant et par rayonnement avec les parois environnantes, est proportionnel avec les surfaces des vêtements (du corps) et à l'écart entre la température des vêtements et la température résultante externe T_r qui dépend à la fois de T_a et de T_p , [7].

$$\dot{Q} = h(T - T_r) \quad (I.2)$$

$$T_r \approx 0.49T_a + 0.51T_p \quad (I.3)$$

h : est le coefficient global d'échange thermique.

T_r : Appelée aussi température résultante de confort est souvent approchée à la moyenne arithmétique de T_a et T_p .

$$T_r = \frac{T_a + T_p}{2} \quad (I.4)$$

d. Homogénéité des températures d'une pièce

La température varie horizontalement de 2 à 3°C maximums d'écart toléré d'un point à un autre en largeur et en longueur de la pièce. Verticalement suivant la hauteur de la pièce ; écart maximum de 3°C, [14].

e. Vitesse de circulation de l'air

Elle doit rester comprise entre environ 0.1 et 0.2 m/s (ne jamais dépasser 0.5 m/s), car l'échange thermique augmente si la vitesse de l'air augmente.

L'objectif de l'installation de chauffage ou de climatisation d'une pièce est de satisfaire le confort thermique des occupants dans cette pièce quelles que soient les conditions climatiques extérieures, tout en respectant des impératifs d'économie d'énergie.

I.8 Modélisation

I.8.1 Actionneur et capteur

Les modèles des convecteurs électriques fournis par la bibliothèque SIMBAD sont représentées par des systèmes linéaires du premier ordre de constante de temps $T_{conv} = 180s$. La commande des convecteurs, u , prend des valeurs dans l'intervalle $[0, 1]$. Alors le gain exprime la puissance maximale du convecteur P_{max} .

La sortie du convecteur électrique de la pièce est connectée à la dernière entrée du modèle mono zone.

Les capteurs de température sont également modélisés de manière simple par un premier ordre, avec une constante de temps de $T_{capt} = 300s$.

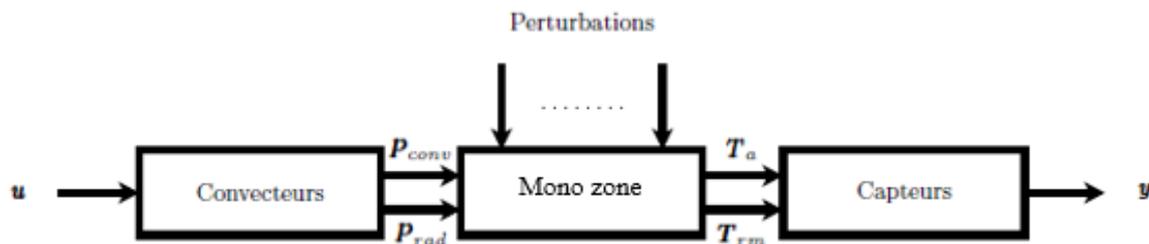


Figure I.4 : Schéma bloc du modèle de simulation

En incluant ces deux éléments, le schéma du modèle de simulation est représenté Figure I.4. Comme on peut l'observer, la puissance de chauffe du convecteur présente une partie convective (95 %) et une partie radiative (5 %). De même, le capteur de température mesure une moyenne entre la température de l'air de la zone et la température radiative moyenne (ce que l'on appelle également la température opérationnelle).

Par rapport aux dynamiques des températures de l'air et des parois, les dynamiques relativement rapides des actionneurs et des capteurs considérés sont négligées dans les modèles de commande utilisés dans ce manuscrit.

I.8.2 Conditions météorologiques

Les bâtiments virtuels considérés dans les simulations présentées tout au long de ce mémoire sont situés à Rennes, en France. Les données météo utilisées pour simuler l'environnement dans lequel sont placés les immeubles retracent les conditions climatiques mesurées à Rennes, en 1998.

La Figure I.5 illustre l'évolution des trois perturbations extérieures prises en compte par le modèle : la température de l'air extérieur, le rayonnement solaire direct et diffus, pour le mois de janvier de l'année considérée. Les trois signaux sont échantillonnés avec un pas de temps de 1 heure.

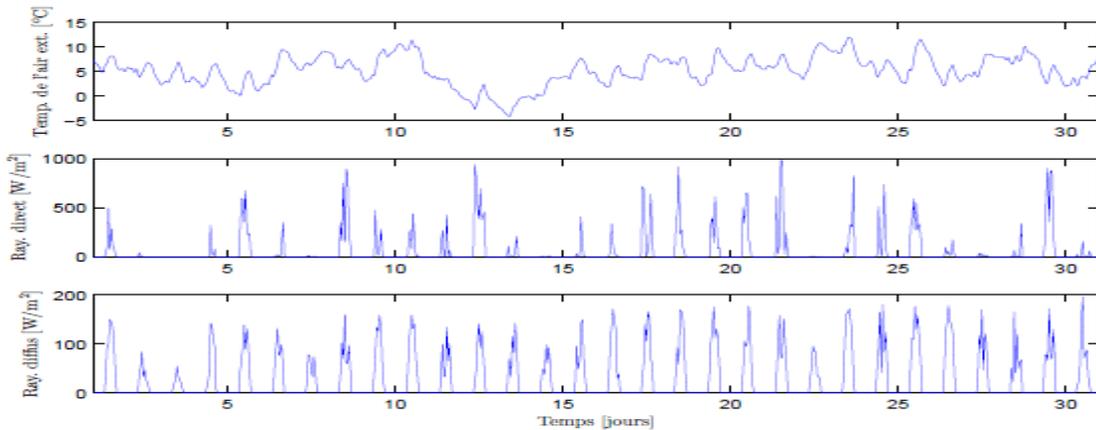


Figure I.5 : Conditions climatiques mesurées pour la ville de Rennes, en janvier 1998 : Température de l'air extérieur, rayonnement solaire direct et rayonnement solaire diffus

I.8.3 Modélisation des couplages par les sorties

Dans cette partie nous nous proposons d'illustrer le type de couplages par les sorties. Pour ce faire, nous considérons un bâtiment mono zone simple, composé d'une pièce.

Pour simplifier encore plus le développement, nous prenons en compte uniquement les échanges convectifs. Le modèle global peut alors s'écrire comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{a1} \frac{dT_{a1}(t)}{dt} = Q_1(t) + Q_c(t) - K_{w1}(T_{a1}(t) - T_{w1}(t)) \\ \quad - K_{e1}(T_{a1}(t) - T_e(t)) - K_{wi1}(T_{a1}(t) - T_{wi}(t)) \quad (I.5) \\ C_{w1} \frac{dT_{w1}(t)}{dt} = -K_{w1}(T_{w1}(t) - T_{a1}(t)) - K_{w1e}(T_{w1}(t) - T_e(t)) \quad (I.6) \\ C_{wi} \frac{dT_{wi}(t)}{dt} = -K_{wi1}(T_{wi}(t) - T_{a1}(t)) \quad (I.7) \end{array} \right.$$

Où les variables C représentent des capacités thermiques [$J/^\circ C$], T des températures [$^\circ C$], Q Des puissances de chauffe [W] et les paramètres K sont les coefficients de transfert thermique [$W/^\circ C$].

La figure I.6 illustre la distribution des indices sur les composantes du système thermique considère.

Comme on peut l'observer, nous avons considéré une seule couche pour chaque paroi.

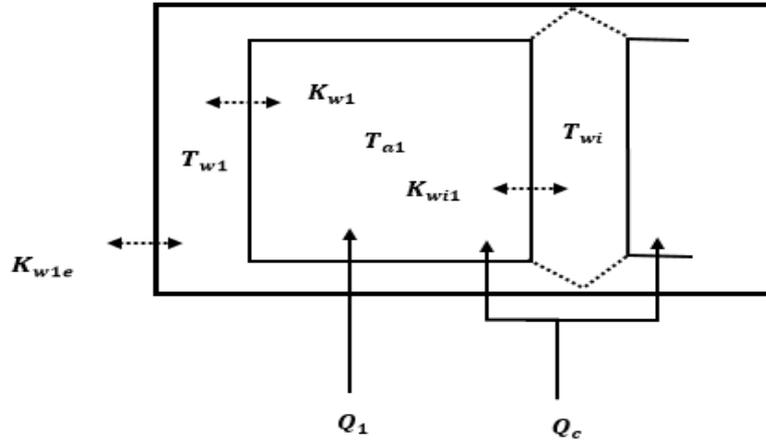


Figure I.6 : Schéma du bâtiment mono zones

A partir du système d'équations (I.5), (I.6), (I.7) et en choisissant les températures de l'air et les températures des parois comme les états du système, on peut identifier

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{T}_{a1}(t) \\ \dot{T}_{w1}(t) \\ \dot{T}_{wi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{11} & a_{13} & a_{15} \\ a_{31} & -a_{33} & 0 \\ a_{51} & 0 & -a_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{a1}(t) \\ T_{w1}(t) \\ T_{wi}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{12} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} Q_c(t) + \begin{bmatrix} b_{13} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} Q_1(t) \\ \quad + \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{13} \\ 0 \end{bmatrix} T_e(t) \end{cases} \quad (I.8)$$

$$\begin{cases} T_{a1}(t) = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} T_{a1}(t) \\ T_{w1}(t) \\ T_{wi}(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (I.9)$$

Avec :

$$a_{11} = (K_{w1} + K_{e1} + K_{wi1})/C_{a1}, \quad a_{13} = K_{w1}/C_{a1}, \quad a_{15} = K_{wi1}/C_{a1}, \quad a_{31} = K_{w1}/C_{w1}$$

$$a_{33} = (K_{w1} + K_{w1e})/C_{w1}, \quad a_{51} = K_{wi1}/C_{wi}, \quad a_{55} = K_{wi1}/C_{wi}, \quad b_{11} = K_{e1}/C_{a1}$$

$$b_{12} = 1/C_{a1}, \quad b_{13} = 1/C_{a1} \text{ [7].}$$

I.9 Description du l’outil de simulation et le modèle de la pièce

Afin d’avoir un bon contrôle sur la température interne d’une pièce, il faut connaître et prendre en considération tous les facteurs qui peuvent influencer sur cette dernière.

Ces facteurs peuvent être ; Les températures venant des pièces adjacentes,

- La température extérieure,
- Les gains de chaleur issus des équipements électriques à l’intérieur de la pièce,
- L’influence de la météo,
- Le nombre d’occupant et leur activité,
- Les radiations de la lumière du soleil et la position des rideaux qui peut diminuer l’influence de ces radiations sur la température.

Afin de réaliser notre étude sur le système de chauffage bâtiment, nous avons exploité le système de chauffage conçu par le CSTB.

I.9.1 Présentation L’outil de simulation MATLAB SIMULINK / SIMBAD

SIMBAD Building and HVAC Toolbox est un outil développé par le CSTB en réponse à la difficulté et au coût des essais réels dans le domaine bâtiment. C’est la première bibliothèque, destinée aux composants de génie climatique, pour l’environnement MATLAB/Simulink. Elle s’intègre dans le fonctionnement du laboratoire virtuel (SIMTEST) développé par le CSTB.

Pour le pôle AGE, ce logiciel est un outil essentiel pour l’optimisation des installations de génie climatique. SIMTEST permet de tester ces systèmes de régulation en les connectant à une interface reliée à un environnement virtuel (Par exemple une maison avec ses systèmes de chauffage, de ventilation, ...) [4].

a) Fonctionnalités de SIMBAD :

La boîte à outils est constituée de 11 groupes de modèles, entre autres:

- Bâtiment et zones (Bâtiment mono zone avec des paramètres prédéfinis, modèles avec description détaillée des parois et fenêtres ou description zonale de l’ambiance intérieure...).
- Production et de stockage (pompe à chaleur, chaudière, ballon ...).
- Distribution hydraulique et aéraulique (Centrale de traitement d’air, récupérateur à plaques, Registres, vannes, conduits...).

- Emission de chaleur (Ventilo-convecteurs, Boîte terminale DAV, Plancher chauffant, Radiateur)
- Éléments de régulation (Régulateur de convecteur, régulateur central de système de Chauffage à eau chaude, sondes...).
- modèles de communication avec des systèmes d'acquisition pour la mise en place de Laboratoires virtuels.
- scénarios météo, occupation...

Tous ces modèles sont développés en langage Matlab/Simulink, soit en code Matlab ou en langage C. Chacun des modèles peut être modifié par l'utilisateur, afin de mieux s'intégrer dans la modélisation [4].

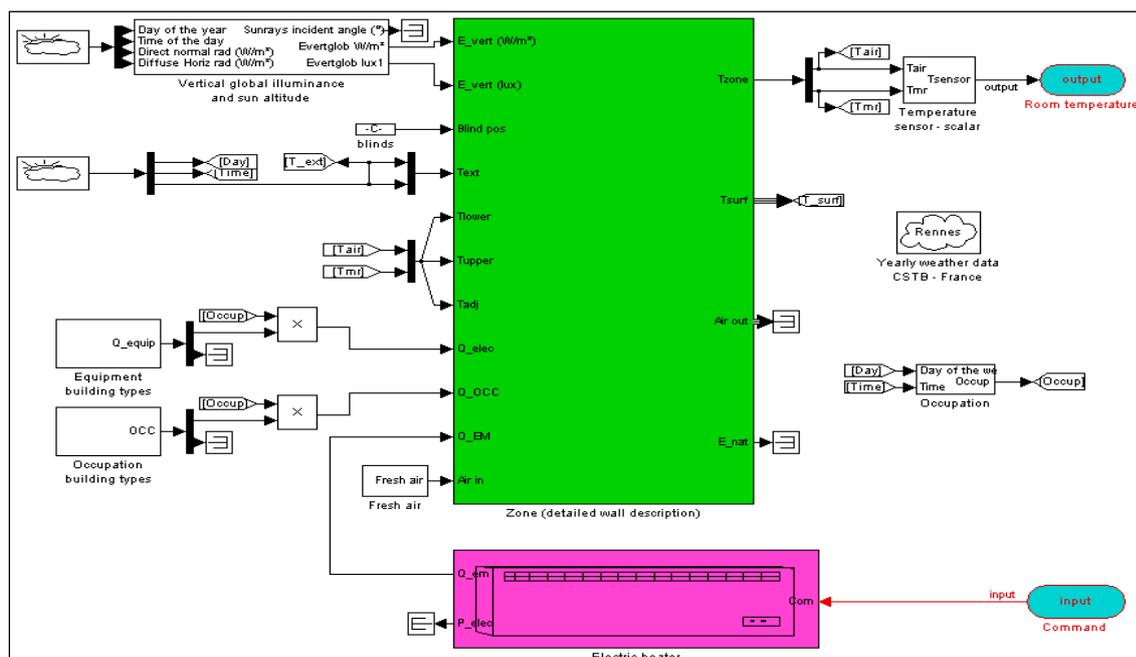


Figure I.7 : Le modèle de la pièce utilisée avec le réchauffeur électrique

I.9.2 Description du modèle de la pièce utilisée

Comme il se voit sur la figure I.7, plusieurs paramètres sont pris en compte par ce modèle, c.à.d. les facteurs ayant une possibilité d'influer sur la température de la pièce. Leurs définitions ainsi que leurs unités, elles seront données ci-dessous [4].

1. Entrées du modèle

- E_{vert} [W/m²] : rayonnement vertical global du soleil.
- E_{vert} [lux] : illumination verticale globale du soleil.
- $Blind\ pos$: position de l'abat-jour (rideau) : prenant une valeur entre 0 et 1. La position 0 correspond à l'abat-jour complètement ouvert et 1 fermé.
- T_{ext} [°C] : température venant du milieu extérieur.
- T_{lower} [°C] : la température résultante de la salle adjacente en contact avec le plancher de la salle traitée.
- T_{upper} [°C] : la température résultante de la zone adjacente en contact avec le plafond de la salle traitée.
- T_{adj} [°C] : la température résultante de la zone adjacente en contact avec les murs internes de la salle traitée.
- Q_{elec} [W] : gain de la chaleur d'équipements électriques à l'intérieur de la pièce.
- Q_{occ} [W] : gain de la chaleur des occupants dépend de leur activité dans la pièce et de leur nombre.
- Q_{em} [W] : gain de la chaleur du radiateur.
- Air_{in} [°C - g/kg - PA-kg/s] : vecteur décrivant la circulation d'air entrant dans la pièce.

2. Sorties du modèle

- T_{zone} [°C] : la température de zone.
- T_{surf} [°C] : vecteur des températures de surface internes dans la zone.
- Air_{out} [°C, g/kg, PA, kg/s] : vecteur d'air partant de la pièce.
- E_{nat} [lux] : éclairage normal dans la zone.

I.10 Description du modèle de réchauffeur électrique

C'est un modèle du premier ordre d'un réchauffeur électrique [15].

1. Entrée:

- COM : signal de commande qui a un coefficient de variation linéaire de la puissance donnée au réchauffeur, on le prend entre 0 et 1, où 1 signifie la puissance nominale de réchauffeur.

2. Sorties:

- $Flux\ de\ la\ chaleur$: la chaleur distribuée aux environnements [W].
- P_{elec} : elle nous informe sur la consommation électrique du réchauffeur [W].

3. Paramètres du réchauffeur (radiateur):

- *Type de réchauffeur* : liste de réchauffeur typique.
- *Norme* : réchauffeur électrique commun (radiateur).
- *Réponse rapide* : réchauffeurs électriques dans des enroulements de ventilateur, air manipulant des unités...
- *Puis_nom* : puissance nominale du réchauffeur (radiateur).

Valeurs communes de puissance nominale : 500, 750, 1000, 1250, 1500, 1750, 2000.

Tableau I.1 : Représentation des caractéristiques de la pièce à occuper

Désignation et facteur de transfert thermique	Dimension
Longueur de zone	4m
Largeur de zone	3m
Taille de zone	3m
Longueur de fenêtre	2m
Taille de fenêtre	1m
Coefficient de transfert thermique de mur	0.384261W/m ² /K
Coefficient de transfert thermique de plancher	0.4252315 W/m ² /K
Coefficient de transfert thermique de plafond	0.3301951 W/m ² /K
La température initiale	9°C
La température de référence pendant l'occupation	19°C
Puissance nominal de réchauffeur électrique	1500W

I.11 Caractéristiques de la pièce

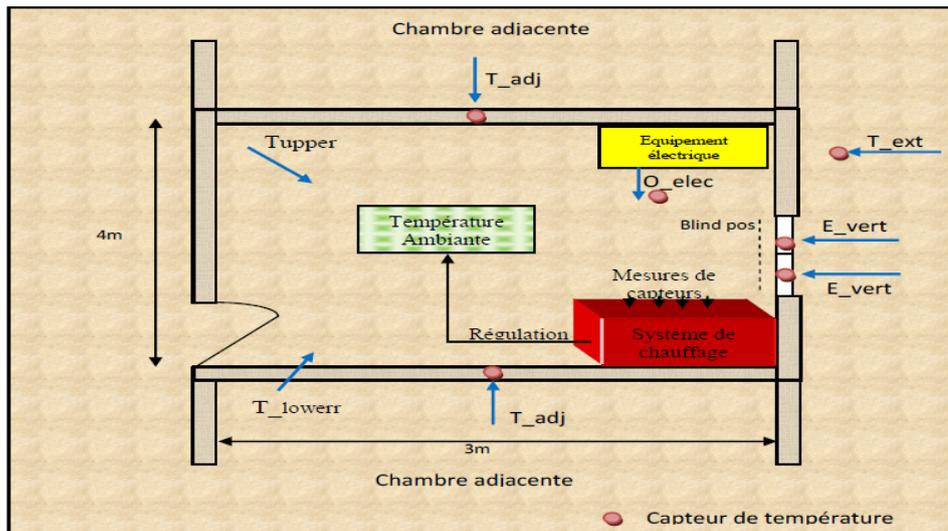


Figure I.8 : Plan descriptif de la pièce

Cette figure nous montre aussi comment une régulation peut se faire à partir des mesures faites par des capteurs de température, des rayonnements de soleil et des gains de chaleurs dégagés par les équipements électriques. Les mesures issues de ces capteurs seront reliées au système de chauffage afin de réaliser une régulation sur la température interne de la pièce.

I.12 Simulation du système en boucle ouverte (sans régulation)

L'objectif de la simulation en boucle ouverte est d'observer la réponse du système de chauffage qui est la température ambiante de la pièce traitée par rapport au signal d'entrée (puissance de chauffage) ainsi qu'aux variations des différents facteurs qui agissent sur le système.

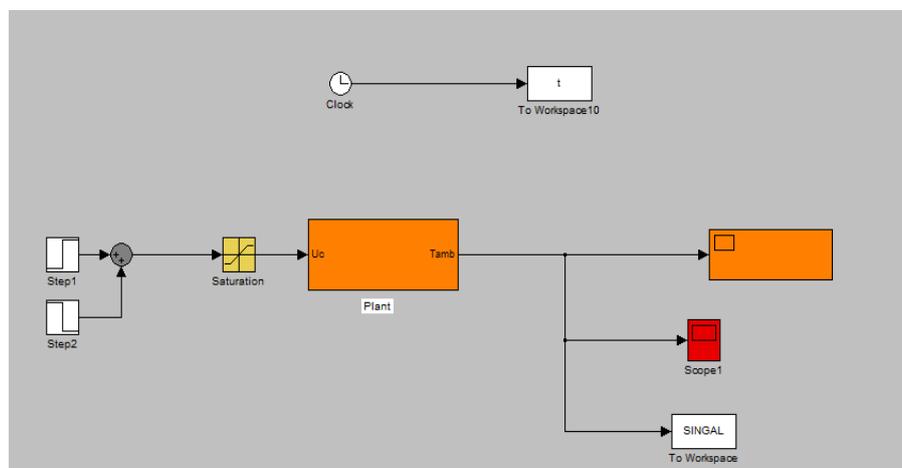


Figure I.9 : Simulation en boucle ouverte

➤ Influence de certain paramètre

Le système est relié aux fichiers météorologiques, donc on a l'influence de tous les facteurs sur la température ambiante de la pièce dont le rayonnement soleil, ainsi la variation de la température extérieure; la variation de la température des murs ; du plafond et la pénétration d'air dans la pièce.

Tableau I.2 : Représente les entrées du système utilisées (les entrées variables)

Entrées	Valeurs
E_vert [W/m ²], E_vert [lux]	connectées à la météo
Blind_pos	1 ouvert la journée 0 fermé la nuit
(T_ext , T_upper, T_lower, T_adj) [°C]	connectées (variable)
Q_elec [W], Q_occ [W]	connectées (variable)
Air_in	connectées (variable)
Intervalle d'occupation	8h00 : 17h00
Temps de simulation	1 jour et 5 jours
Données de la météo	Rennes
Saturation	0.5

Après la simulation, on a obtenu les figures suivantes :

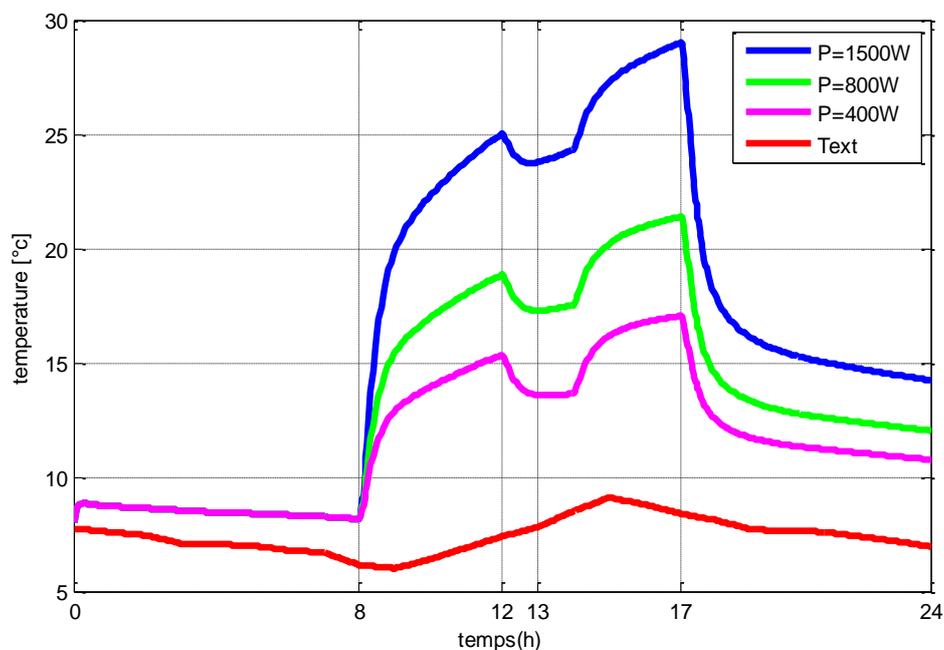


Figure I.10 : Allure de la sortie du système en boucle ouverte (1 jour)

Avec la variation de la puissance

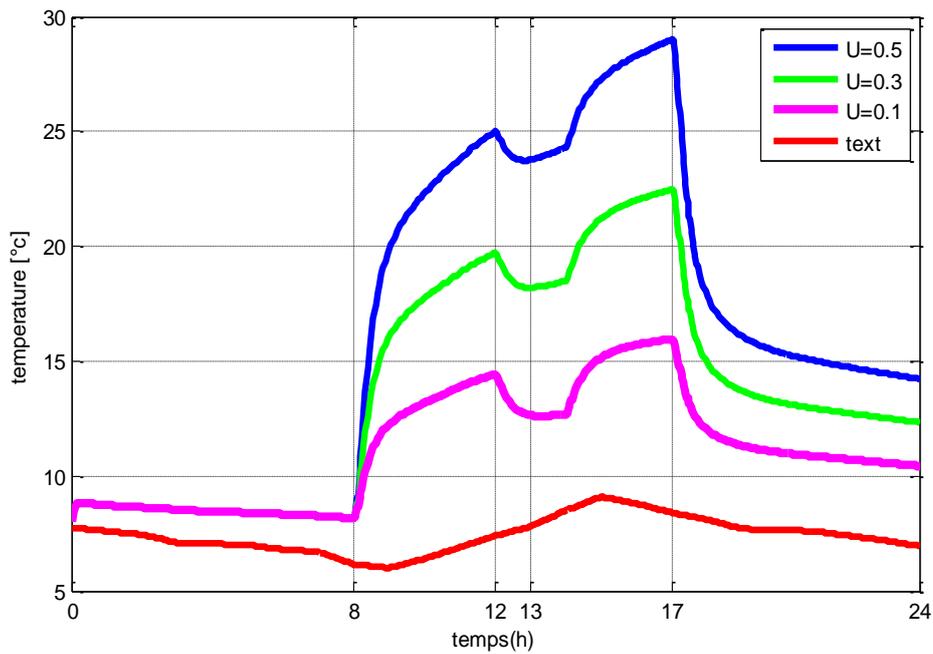


Figure I.11 : Allure de la sortie du système en boucle ouverte (1 jour)
Avec la variation de la saturation

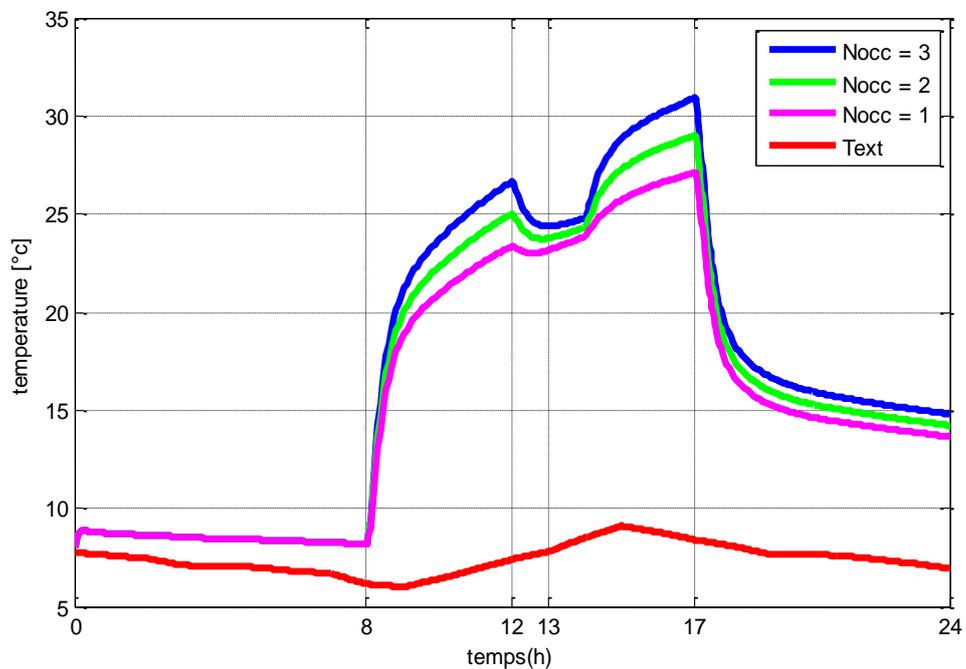


Figure I.12 : Allure de la sortie du système en boucle ouverte (1 jour)
Avec la variation du nombre d'occupant.

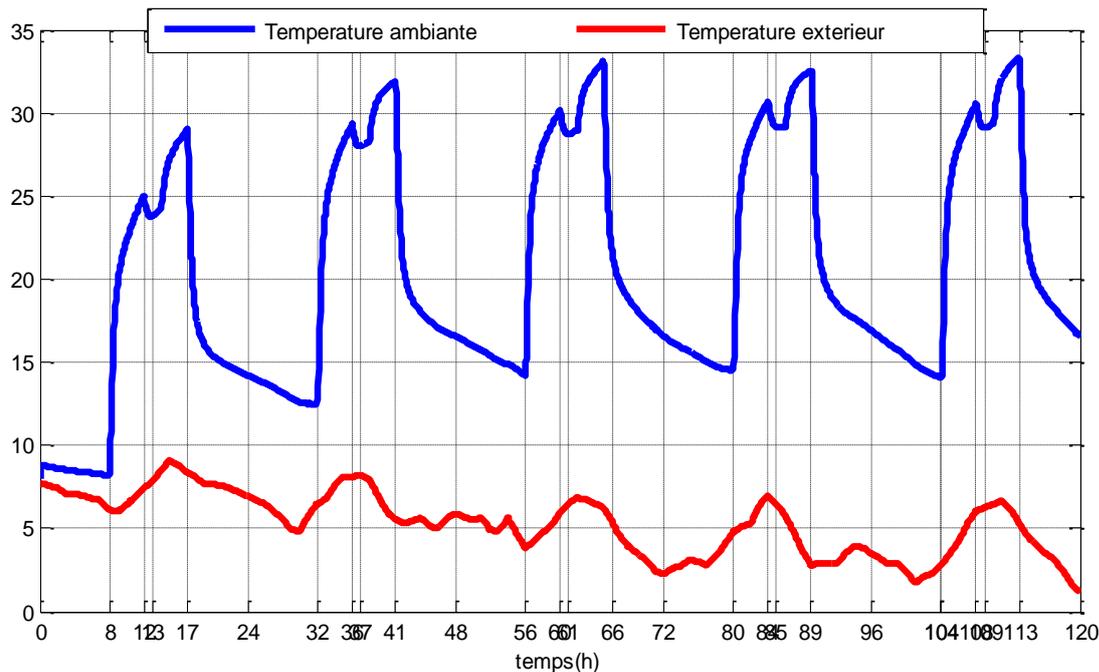


Figure I.13 : Allure de la sortie du système (5 jours).

avec Texte tant la température extérieur

➤ Discussion des résultats

- D'après les figures I.10, I.11 et I.12 :

Dans le cas de la première figure (ou la puissance =1500W) on voit que la température de la pièce avant l'allumage des chauffages est de (9°C) après à partir de (8h) elle commence à augmenter pour atteindre une valeur (25°C) à midi et cela est due aux entrées variables qui dépendent de la température extérieure qui est reliée à la météo, après elle chute de (1.25°C) entre (midi et 13h) car on a l'absence des occupants. À partir de 13h elle continue d'augmenter jusqu'à une valeur maximale qu'est (29°C).

Lorsqu'on diminue la puissance du chauffage à 800W et 400W, on remarque que la courbe a la même allure que la précédente mais avec des valeurs atténuées respectivement de (7.6°C) et (12°C) par rapport à la première courbe.

Dans le cas des figures I.11 et I.12 on voit bien que la réponse du système en variant saturation et le nombre d'occupants est similaire à la réponse du système en variant la puissance.

C'est à dire en variant ces paramètres la température ambiante varie.

- D'après les figures I.13 :

On voit bien que la réponse du système pour cinq jours est similaire à la réponse pour une journée, juste une légère différence des valeurs initiales et maximales, cela est dû à la chaleur

gardée par la pièce de la journée précédente, ce qui nous ramènes à l'augmentation de la valeur maximale.

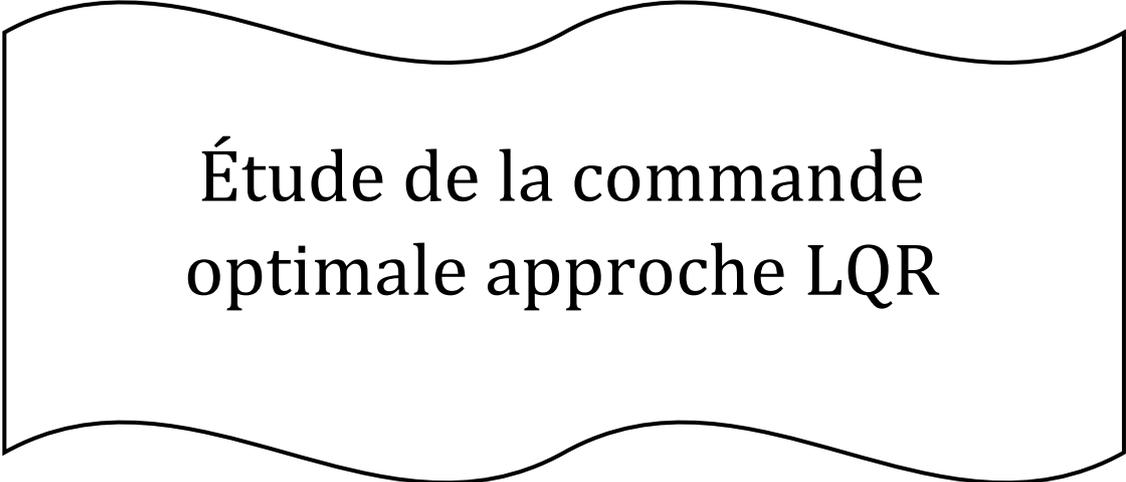
I.13 conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les système chauffage bâtiments dans le but d'optimisation de l'énergie et de rendre la vie de l'être humain plus confortable.

Le logiciel SIMBAD nous permet de reproduire le système de chauffage en utilisant les différents blocs, après la simulation en boucle ouverte, on constate que plusieurs paramètres peuvent influencer sur la température de la pièce et que la sortie du système subit des variations importantes au court du temps qui sont dues à des paramètres climatiques et géométriques.

Pour remédier à ce problème on fait appel à la commande optimale qui fera l'objet du chapitre qui suit.

Chapitre II



Étude de la commande optimale approche LQR

CHAPITRE II: Étude de la commande optimale approche LQR

II.1 Introduction

Depuis toujours, lorsque les gens sont amenés à faire un choix entre plusieurs possibilités, ils cherchent à choisir la meilleure, ils doivent alors résoudre certains problèmes d'optimisation, trouver le maximum ou le minimum [16].

La théorie de la commande optimale est le dernier avatar du calcul des variations qui est représenté en Mathématique, et plus précisément en Analyse fonctionnelle, un ensemble de méthodes permettant de minimiser une fonctionnelle. A cet égard on pourra dire que l'objectif de la commande optimale est bien que la résolution d'un problème de commande exigeant l'optimisation d'un critère de performances et le respect de certaines conditions [17].

On s'intéressera dans la première partie de ce chapitre à la commande optimale telle qu'elle est posée initialement et dans le cas des systèmes les plus généraux. Dans la seconde partie, on s'intéressera plus particulièrement aux systèmes linéaires dans le cas d'un critère quadratique, cas connu sous le nom de commande linéaire quadratique, et qui s'exprime sous la forme d'un retour statique d'état.

II.2 Définition de la commande optimale

La commande optimale c'est une technique développée qui garantit un fonctionnement satisfaisant d'un processus indépendamment des incertitudes existantes tant au niveau du processus lui-même que les perturbations susceptibles d'agir sur le processus au cours de son évolution [16].

L'objectif de cette commande est de minimiser une fonction de coût basée sur les énergies de commande et énergie de sortie.

II.3 Formulation du problème

Le système à temps continu de représentation d'état est donné par l'équation suivante :

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (\text{II. 1})$$

La condition initiale $x(t_0) = x_0$, où $t \in \mathbb{R}$, $u \in \mathbb{R}^m$ et $x \in \mathbb{R}^n$. Les signaux x et t sont des fonctions de \mathbb{R} vers respectivement \mathbb{R}^n et \mathbb{R}^m . Pour la condition initiale x_0 et la commande u , l'équation d'état (II.1) définit une trajectoire unique x pour l'état sur $[t_0, t_f]$.

Soit le critère suivant:

$$J(x_0, t_0, u) = \theta(t_0, t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \phi(x, u, t) dt \quad (\text{II. 2})$$

avec $x_f = x(t_f)$. Les fonctions θ et ϕ ainsi que les instants t_0 et t_f étant donnés, ce critère ne dépend que de x_0 et de u sur $[t_0, t_f]$. L'application qui au signal de commande u associe le critère scalaire $J(x_0, t_0, u)$ est une fonctionnelle. On peut noter que différents critères existent dans la littérature :

➤ Problème de Lagrange:

$$J(t_f, u) = \int_{t_0}^{t_f} \phi(x(t), u(t), t) dt \quad (\text{II. 3})$$

➤ Problème de Mayer:

$$J(t_f, u) = \theta(x_f, t_f) \quad (\text{II. 4})$$

➤ Problème de Bolza:

$$J(t_f, u) = \theta(x_f, t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \phi(x, u, t) dt \quad (\text{II. 5})$$

Éventuellement au moyen d'une augmentation d'état du système, il est intéressant de noter qu'ils sont équivalents. En plus de l'équation d'état qui lie les trajectoires de u et de x , d'autres contraintes peuvent intervenir (sans pour autant remettre en cause le critère choisi). Typiquement:

- L'instant final peut être imposé ou libre.
- La commande peut appartenir à un ensemble $u \in U \neq \mathbb{R}^m$
- Des contraintes peuvent exister sur l'état final : $x_f \in X$

Le problème de la commande optimale consiste alors à trouver la commande minimisant $J(x_0, t_0, u)$:

$$\tilde{u} = \min_{u \in U} J(x_0, t_0, u) \quad (\text{II. 6})$$

On notera alors la trajectoire correspondante de l'état et $\tilde{J}(x_0) = J(x_0, t_0, \tilde{u})$ la valeur du critère.[18]

II.4 Objectifs de la commande

L'objectif final de tout projet d'automatisation d'une unité de production est une optimisation de son fonctionnement. C'est une notion complexe, qui intègre le respect des paramètres de qualité du produit, la réduction de l'influence des facteurs perturbateurs, la réduction de la consommation de matières premières, l'augmentation de la productivité horaire, la réduction de l'usure du matériel, etc...

II.4.1 Objectifs pour la commande des procédés continus

Les procédés continus fonctionnent la plupart du temps en régime stabilisé. Les objectifs de la commande peuvent être divisés en statiques et dynamiques, et traités séparément.

Les objectifs statiques concernent la détermination du meilleur point de fonctionnement, d'un point de vue économique, et s'expriment à travers les consignes pour les principales variables

Les objectifs dynamiques sont subordonnés aux objectifs statiques (poursuite des consignes, rejet des perturbations) et sont essentiellement de nature technique.

II.4.2 Objectifs pour la commande des procédés échantillonnés

Les procédés discontinus et semi continus fonctionnent en régime transitoire. L'absence d'un point de fonctionnement fait que la séparation en objectifs statiques et dynamiques n'est pas possible. Selon Trystram et Courtois (1994), il existe en pratique trois approches pour la commande des procédés discontinus.

- Commande basée sur le temps uniquement.
- Commande basée sur le suivi des consignes déterminées à l'avance.

- Détermination en ligne de la stratégie à suivre [19].

II.5 Rappel de principes fondamentaux

II.5.1 Le principe d'optimalité de Bellman

Soit un système d'équation d'état défini par la relation :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, t) & (II.7) \\ x(t_0) &= x_0 \end{aligned}$$

L'indice de performance équivalent au système (II.7) :

$$J(x_0, t_0, u) = \theta(x_0, t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \phi(x, u, t) dt \quad (II.8)$$

Sur un intervalle de temps $[t_0, t_f]$, la commande optimale \tilde{u} , nous donne un critère optimisé :

$$J(x_0, t_0) = \min_u (t_0, t_f) J(x_0, t_0, u) = \tilde{J}(x_0, t_0, \tilde{u}) \quad (II.9)$$

Soit $t_1 \in [t_0, t_f]$, Le principe d'optimalité de Bellman énonce que la trajectoire optimale sur l'intervalle $[t_0, t_f]$, possède logiquement la trajectoire optimale sur $[t_1, t_f]$, partant cette fois de la condition initiale $x_1 = x(t_1)$

Le critère peut dès lors s'écrire sous la forme :

$$\tilde{J}(x_0) = \min_u \left[[t_0, t_f], x_1 + \int_{t_0}^{t_1} \phi(x, u, t) dt + \tilde{J}(x_1) \right] \quad (II.10)$$

Ce résultat permet d'obtenir une solution optimale en découplant l'intervalle d'optimisation et en résolvant récursivement le problème.

II.5.2 Le principe d'optimalité de Pontriaguine

L'Hamiltonien correspondant est donné par :

$$H(x, u, \lambda, t) = \phi(x, u, t) + \lambda^t f(x, u, t) \quad (\text{II. 11})$$

Où λ est appelé vecteur d'état adjoint.

Le principe du minimum de Pontriaguine stipule que la trajectoire optimale minimise L'Hamiltonien du système :

$$H(\tilde{x}, \tilde{u}, \tilde{\lambda}, t) \leq H(x, u, \lambda, t) \forall u \in U \quad (\text{II. 12})$$

En faisant appel au calcul des variations, on définit un certain nombre d'équations permettant de résoudre le problème de commande optimale.

Ces équations correspondent aux équations canoniques de Hamilton qui commandent les dynamiques de l'état et de l'état adjoint, et sont présentés par :

- Pour l'état :

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = \dot{x} \quad (\text{II. 13})$$

- Pour l'état adjoint :

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\dot{\lambda} \quad (\text{II. 14})$$

En ajoutant les conditions aux limites (en t_0 et en t_f), dénommés équations de Transversalité :

$$\left(H(t_0) + \frac{\partial \theta}{\partial (t_0)} \right) \delta t_0 + \left(-\lambda(t_0) + \frac{\partial \theta}{\partial x_0} \right) \delta x_0 = 0 \quad (\text{II. 15})$$

À l'arrivée

$$\left(H(t_f) + \frac{\partial \theta}{\partial (t_f)} \right) \delta t_f + \left(-\lambda(t_f) + \frac{\partial \theta}{\partial x_f} \right) \delta x_f = 0 \quad (\text{II. 16})$$

En fonction de la nature du problème considéré, on peut aussi préciser d'autres relations additionnelles :

Si aucune contrainte (de type saturation) n'est imposée sur $u(t)$ à l'instant t , on a :

$$\frac{\partial H}{\partial u}(t) = 0 \quad (\text{II. 17})$$

Si H n'est pas une fonction explicite du temps, on a:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{dH}{dt} = 0 \quad (\text{II. 18})$$

➤ **Lien avec le calcul des variations:**

Il s'agit d'un problème d'optimisation sous contrainte égalité $f(x, u, t) - \dot{x} = 0$. En s'appuyant sur le calcul des variations [10], on est amené à introduire un multiplicateur de Lagrange λ , qui est une fonction du temps, et l'Hamiltonien :

$$H(x, u, \lambda, t) = \phi(x, u, t) + \lambda^t f(x, u, t) \quad (\text{II. 19})$$

Le critère s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \tilde{J} &= \theta(x_f, t_f) + \int_{t_0}^{t_f} (\phi(x, u, t) + \lambda^t (f(x, u, t) - \dot{x})) dt \\ &= \theta(x_f, t_f) + \int_{t_0}^{t_f} (H(x, u, \lambda, t) - \lambda^t \dot{x}) dt \\ &= \theta(x_f, t_f) + \int_{t_0}^{t_f} H(x, u, \lambda, t) dt - \int_{t_0}^{t_f} \lambda^t \dot{x} dt \\ &= \theta(x_f, t_f) + \int_{t_0}^{t_f} H(x, u, \lambda, t) dt + \int_{t_0}^{t_f} \dot{\lambda}^t dt - \lambda^t(t_f)x(t_f) + \lambda^t(t_0)x(t_0) \\ &= \tilde{\theta}(x_0, t_0, x_f, t_f) + \int_{t_0}^{t_f} (H(x, u, \lambda, t) + \dot{\lambda}^t x) dt \end{aligned} \quad (\text{II. 20})$$

$$\text{Où } \tilde{\theta}(x_0, t_0, x_f, t_f) = \theta(x_f, t_f) - \lambda^t(t_f)x(t_f) + \lambda^t(t_0)x(t_0)$$

Le calcul des variations permet de donner des conditions nécessaires pour résoudre ce problème.

Prenons la première variation de \tilde{J}

$$\delta \tilde{J} = \delta_t^x \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} - \lambda \right) + \int_{t_0}^{t_f} (\delta_t^x \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} - \dot{\lambda} \right) + \left(\frac{\partial H}{\partial u} \right)) \quad (\text{II. 21})$$

Où δx et δu sont des variations de x et de u , l'état et la commande optimaux. L'optimum est atteint quand la première variation est nulle, ceci implique que :

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial x} = -\dot{\lambda} \\ \frac{\partial H}{\partial u} = 0 \end{cases} \quad (\text{Équation Hamilton-Jacobi})$$

$\delta_T^x \left(\frac{\partial H}{\partial x} - \dot{\lambda} \right) = 0$ à $t = t_0$ et $t = t_f$, Qui sont des conditions de transversalité.

II.5.3 Équation d'Euler-Lagrange

L'équation d'Euler-Lagrange, bien connue en mécanique, peut être retrouvée à partir du principe du minimum. En notant T , l'énergie cinétique et U l'énergie potentielle d'un système mécanique, le principe de moindre action énoncé par Maupertuis postule que le système évolue en minimisant l'intégrale :

$$\int_{t_0}^{t_f} (T - U) dt \quad (\text{II. 22})$$

Notons q les coordonnées généralisées du système. Soit $L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q)$ le lagrangien, avec le critère:

$$J(q_0, t_0, \dot{q}) = \int_{t_0}^{t_f} L(q, \dot{q}) dt \quad (\text{II.23})$$

On considère un système dont on commande la vitesse, l'équation d'état du système s'écrivant alors simplement :

$$\dot{q} = u \quad (\text{II. 24})$$

L'hamiltonien s'écrit alors :

$$H(q, \dot{q}) = L(q, \dot{q}) + p^T \dot{q} \quad (\text{II. 25})$$

Et le principe du minimum donne les deux équations suivantes :

$$\frac{\partial H}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = -p = 0 \quad (\text{II. 26})$$

$$\frac{\partial H}{\partial q} = \frac{\partial L}{\partial q} + p = 0 \quad (\text{II. 27})$$

En dérivant la seconde équation par rapport au temps puis en remplaçant p grâce à la première, on obtient l'équation d'Euler-Lagrange :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0 \quad (\text{II. 28})$$

II.5.4 Commande bang-bang

Une des versions particulièrement connue de la commande optimale est la commande à temps minimal. Ce type de commande est appliqué généralement lorsqu'on veut amener un véhicule d'un point initial d'arrêt à un point d'arrivée, également à l'arrêt, dans le temps le plus court possible. Si on considère un mouvement en ligne droite, on pense intuitivement à une commande optimale appliquée sur l'accélération de façon à ce qu'elle soit maximale jusqu'à un certain instant à partir duquel il faudra freiner au maximum.

On l'appelle commande bang-bang puisqu'elle est toujours saturée entre sa valeur minimale et sa valeur maximale. Cependant, ce genre de commande n'est pas recommandable de point de vue robustesse de la commande. En effet, lorsque la masse du véhicule n'est pas parfaitement estimée, cette commande est incapable de remplir sa mission de manière précise [20] [21].

II.6 Commande linéaire quadratique

La Commande linéaire quadratique est souvent appelée LQ ou LQR pour "*Linear quadratic regulator*". Cette appellation provient du fait que le système est linéaire et que le critère est quadratique.

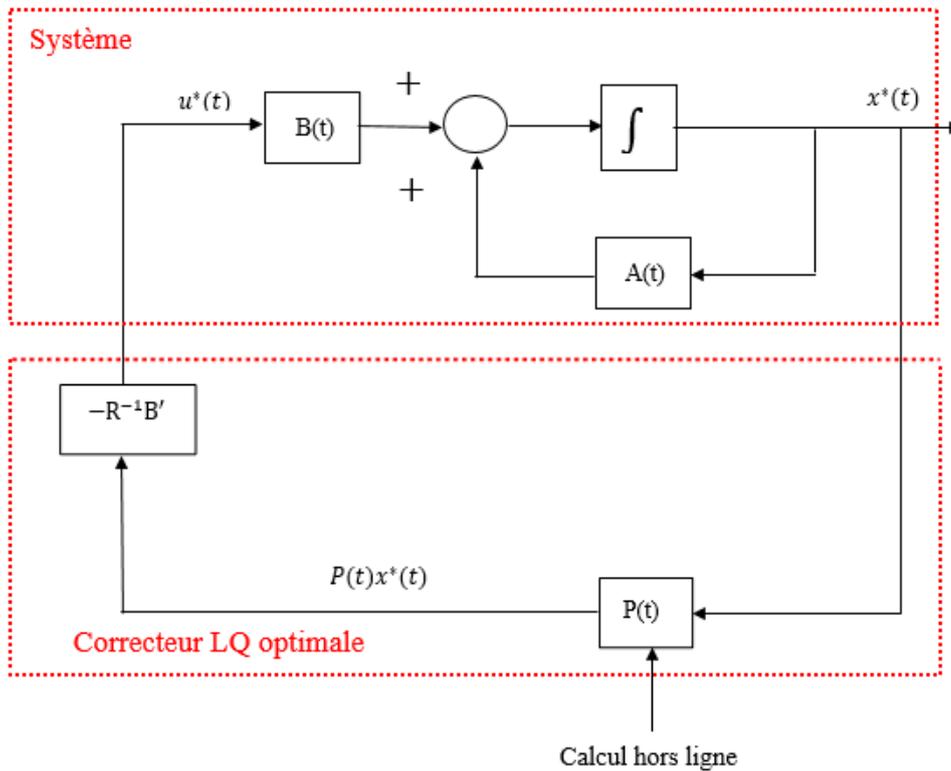


Figure II.1 : Schéma bloc de la commande linéaire quadratique.

II.6.1 Contrôleur linéaire quadratique à horizon fini

Considérons dans cette partie le problème de commande optimale du système décrit par les équations ci-dessous

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u \quad (\text{II. 29})$$

On considère aussi l'ensemble des critères s'écrivant sous une forme quadratique comme suit:

$$J(x_0, t_0, u) = \frac{1}{2} x_f^T S x_f + \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} (x^T Q(t) x + u^T R(t) u) dt \quad (\text{II. 30})$$

Où Q, R et S sont des matrices de pondération symétriques définies non négatives et $R > 0$. En écrivant $\lambda = P(t)x$ l'hamiltonien est donné par :

$$H(x, u, t) = P(t)^T A(t)x + P(t)^T B(t)u + \frac{1}{2} (x^T Q(t)x + u^T R(t)u) \quad (\text{II. 31})$$

L'équation (II.31) vérifie les conditions suivantes :

- L'équation de l'état adjoint

$$\dot{p} = -\frac{\partial L}{\partial x} = -A^T(t)p - Q(t)x \quad (\text{II. 32})$$

- La condition de transversalité

$$p(t_f) = Sx_f \quad (\text{II. 33})$$

- L'absence de contrainte sur la commande

$$\frac{\partial L}{\partial u} B^T(t)p + R(t)u = 0 \quad (\text{II. 34})$$

Ainsi la commande

$$u = R^{-1}B^T P(t)p \quad (\text{II. 35})$$

De ce fait, l'équation dynamique du système s'écrit comme suit :

$$\dot{x} = A(t)x - B(t)R^{-1}(t)B^T(t)p \quad (\text{II. 36})$$

On peut réécrire sous forme matricielle appelée système hamiltonien :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(t) & -B(t)R^{-1}(t)B^T(t) \\ -Q(t) & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix} \quad (\text{II. 37})$$

En nous inspirant de (II. 32), nous écrivons $p = P(t)x$ avec la condition finale $P(t_f) = S$ et en la dérivant nous obtenons :

$$\dot{p} = \dot{P}(t)x + P(t)\dot{x} \quad (\text{II. 38})$$

Ainsi l'équation (II. 39) s'écrit alors :

$$\dot{p} = -(A^T(t)P(t) + Q(t))x \quad (\text{II. 39})$$

En intégrant les équations précédentes l'équation d'état du système:

$$(\dot{P} + PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q)x = 0 \quad (\text{II. 40})$$

La solution est obtenue en résolvant l'équation différentielle de Riccati donnée comme suit :

$$(\dot{P} + PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q) = 0 \quad (\text{II. 41})$$

Par la suite, le critère coût s'écrit alors comme suit :

$$J(x_0, t_0, u) = \frac{1}{2}x_f^T S x_f - \int_{t_0}^{t_f} \frac{d}{dt} (x^T P x) dt \quad (\text{II. 42})$$

En appliquant la condition de transversalité $S = P(t_f)$ sur le critère, le minimum du critère est donc :

$$\tilde{J}(x_0) = J_0(t_0, x_0, \tilde{u}) = \frac{1}{2}x_0^T P(t_0)x_0 \quad (\text{II. 43})$$

La commande optimale obtenue est identique à un retour d'état donné par :

$$u = -K(t)x \quad (\text{II. 44})$$

Où

$$K = -R^{-1}B^T P \quad (\text{II. 45})$$

Cependant, K varie dans le temps. Même dans le cas d'un système à temps invariant, c'est-à-dire que les matrices A, B, Q et R ne dépendent pas du temps, la matrice P (t) reste dépendante du temps dans le cas d'un critère à temps fini.

II.6.2 Contrôleur linéaire quadratique à horizon infini

Nous nous intéressons dans cette section aux systèmes multi variable linéaires à temps variant précédent où le critère est donné par :

$$J(x_0, t_0, u) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} \frac{1}{2} (x^T Q(t)x + u^T R(t)u) dt \quad (\text{II. 46})$$

Si le système est stabilisable à tout instant t , on arrive à montrer que ce critère est fini. Ainsi on montre qu'à chaque instant il existe un $K(t)$. D'autre part, sur un horizon infini, l'état final tend vers zéro si le système bouclé est stable.

Dans le cas d'un système linéaire à temps invariant, la commande optimale est exprimée sous forme de retour d'état statique $u = -Kx$ ou $K = -R^{-1}B^T P$
 P vérifie l'équation algébrique de Riccati donnée par :

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (\text{II. 47})$$

II.6.3 Minimisation de l'énergie du contrôle

Dans cette section on considère le critère coût J_u représentant la sommation de l'énergie quadratique requise pendant une période déterminée par $\delta t = t_f - t_0$ donnée par:

$$J_u = \int_{t_0}^{t_f} u^T(t) R u(t) dt$$

Où $u^T R u(t) > 0 \quad (\text{II. 48})$

La condition de la dernière équation est réalisable, si et seulement si, les deux conditions suivantes sont satisfaites :

- Le vecteur d'entrée $u(t) > 0$,
- La matrice de pondération est symétrique définie positive ($R > 0$).

Le terme $u^T(t)Ru(t)$ permet de mesurer la consommation de l'énergie du système. Le but du concepteur est de trouver le bon compromis entre la minimisation de ce terme tout en respectant la contrainte de performance. Dans la littérature du domaine de contrôle moderne, l'optimisation de l'énergie est proportionnelle à la diminution du terme J_u .

II.5.4 Minimisation de l'erreur du vecteur d'état

Le critère J_e représente dans cette section l'erreur quadratique du vecteur d'état $x(t)$ [39]:

$$J_e = \int_{t_0}^{t_f} e^T(t)Qe(t)dt \quad \text{avec} \quad e^T(t)Qe(t) \geq 0 \quad (\text{II. 49})$$

Avec $e(t) = x_d(t) - x(t)$, $x(t)$ représente le vecteur d'état et $x_d(t)$ représente le vecteur d'état désiré.

La condition de l'équation (II. 50) est réalisable, si et seulement si, la matrice de pondération Q est définie non négative ($Q \geq 0$).

Le terme quadratique $e^T(t)Qe(t)$ a été pris en considération afin d'accumuler l'erreur transitoire du vecteur d'état. Ce critère permet de mesurer la performance optimale du système.

II.6.5 Minimisation de l'erreur en régime permanent du vecteur d'état

Le critère J_f représente l'erreur minimale en régime permanent du vecteur d'état, il est exprimé par :

$$J_f = e^T(t_f)Se(t_f)e^T(t_f)Se(t_f) \geq 0 \quad (\text{II. 50})$$

L'équation (II. 50) est réalisée si et seulement si, la matrice de pondération S est symétrique définie positive. Le terme quadratique $e^T(t_f)Se(t_f)$ doit être pris en considération afin de forcer la valeur finale du vecteur d'état de s'approcher du point d'équilibre du système au maximum pour diminuer l'erreur en régime permanent [22][23][24].

II.7 Régulateur linéaire quadratique

Le régulateur linéaire quadratique se base sur la méthode de retour d'état. La figure(II. 2) présente un schéma bloc du régulateur linéaire quadratique.

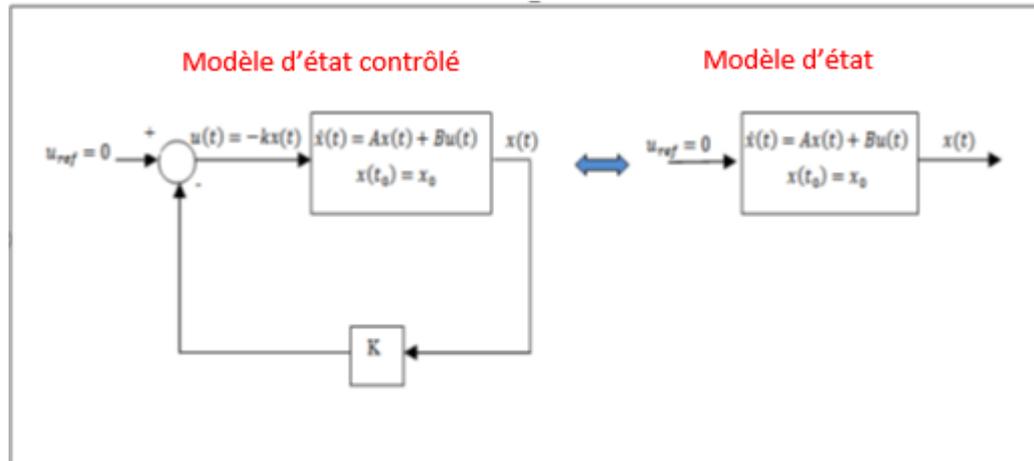


Figure II.2: Schéma bloc simplifié du régulateur linéaire quadratique
Tirée de A. Drouot (2013).

De point de vue mathématique, le critère de compromis performance-consommation minimal peut être calculé par :

$$J_{min} = \frac{1}{2} e^T(t_f) S e(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} e^T(t) Q e(t) + u^T(t) R u(t) dt \quad (\text{II. 52})$$

En supposant que le vecteur d'état désiré est nul ($x_d(t) = 0$), l'équation (II.51) devient [5] :

$$J_{min} = \frac{1}{2} x^T(t_f) S x(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t) dt \quad (\text{II. 53})$$

On rappelle que l'objectif principal est de minimiser le critère de compromis J_{min} . Il est possible de réaliser cet objectif en utilisant la méthode de calcul des variations maximales et minimales, ce qui nous permet de définir la matrice hamiltonien [25] :

$$H(x, u, \lambda, t) = \frac{1}{2} x^T(t) Q x(t) + \frac{1}{2} u^T(t) R u(t) + \lambda^T(t) [A(x(t) + Bu(t))] \quad (\text{II. 54})$$

Où λ est le multiplicateur de Lagrange. L'étape suivante consiste à réécrire le critère J_{min} sous la forme suivante:

$$J_{min}^1 = J_{min} + \lambda^T(t)[A(x(t) + Bu(t) - \dot{x}(t))] \quad (\text{II. 55})$$

En nous basant sur l'équation (II. 55) et en la substituant dans (J_{min}^1), on obtient :

$$J_{min}^1 = \frac{1}{2} x^T(t_f)Sx(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [H(x, u, \lambda, t) - \lambda^T(t)x(t)]dt \quad (\text{II. 56})$$

Afin d'avoir la valeur maximale ou minimale du critère de compromis, J, il faut satisfaire la condition ($\delta J_{min}^1 = 0$) en opérant sur les paramètres suivants : $x(t), u(t), Q, R, S$ et en respectant les relations suivantes [27] :

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\lambda(t) = Qx(t) + A^T \lambda(t) \quad (\text{II. 57})$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 = Ru(t) + B^T \lambda(t) \quad (\text{II. 58})$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{II. 59})$$

$$\left. \frac{1}{2} \frac{\partial (x^T(t)Sx(t))}{\partial x} \right|_{t=t_f} = Sx(t_f) = \lambda(t_f) \quad (\text{II. 60})$$

On peut calculer le vecteur d'entrée [5] donné par :

$$u(t) = -R^{-1}B^T \lambda(t) \quad (\text{II. 61})$$

II.8 Structure des régulateurs

Lorsque des signaux de consigne y^* sont données pour certaines composantes y de x , comment les intégrer à la loi de commande ? Imaginons que les consignes concernent les premières composantes de x et décomposons x et K ainsi :

$$Kx = [K_y K_z] \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} \quad (\text{II. 62})$$

Alors la loi de commande sera :

$$u = K_y(y^* - y) - K_z z \quad (\text{II. 63})$$

Si y est donné par une loi de type équation de sortie, $y = Cx$, on peut exécuter un changement d'état de sorte que le nouveau vecteur d'état contienne y , par exemple en utilisant la forme canonique d'observabilité.

La commande LQ est de type proportionnelle. Dans le but d'améliorer les performances en régulation en présence de perturbations constantes, il est souhaitable d'ajouter un effet intégral. Imaginons, à titre d'exemple, que la première composante x_1 de x doive être asservie à x_1^* sans erreur statique.

Construisons l'état supplémentaire :

$$I_1 = \int_0^t (x_1(\tau) - x_1^*(\tau)) d\tau \quad (\text{II. 64})$$

Avec l'équation correspondante :

$$\dot{I}_1 = x_1 - x_1^* \quad (\text{II. 65})$$

En considérant x_1^* comme une perturbation constante et, de ce fait, en ne l'intégrant pas dans le modèle, l'équation d'état du système augmente de son nouvel état I_1 s'écrit :

$$\dot{x}_e = A_e(t)x + B_e(t)u \quad (\text{II. 66})$$

Où le vecteur d'état augmenté est :

$$x_e = \begin{bmatrix} x \\ I_1 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 67})$$

Et les matrices d'état sont :

$$A_e = \begin{bmatrix} A & O_{n \times 1} \\ [1 \ O_{1 \times n-1}] & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 68})$$

$$B_e = \begin{bmatrix} B \\ O_{1 \times m} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 69})$$

Sur ce modèle, un régulateur $\in \mathbb{R}^{m \times n+1}$ de type LQ peut être synthétisé.

Décomposons K_e selon :

$$K_e x_e = [K \ K_1] \begin{bmatrix} x \\ I_1 \end{bmatrix} \quad (\text{II. 70})$$

Le régulateur obtenu, d'entrées x_1 et x_1^* et de sortie u est un système dynamique d'ordre 1 de modèle d'état :

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = x_1 - x_1^* \\ u = -K_1 I_1 - Kx \end{cases} \quad (\text{II. 71})$$

La consigne x_1^* peut aussi être retranchée à x_1 ; d'autres consignes peuvent être intégrées de la même manière en retranchant leur valeur à l'état correspondant.

Si une commande en boucle ouverte (feed-forward) est disponible, elle peut être également intégrée ; la commande sera alors la somme de la commande en boucle fermée et de la commande en boucle ouverte [26].

II.9 Choix des pondérations

Il est intéressant de remarquer d'abord que la multiplication des pondérations Q et R par un même scalaire laisse inchangé le gain K . En effet, soit P solution de (II.48) et soit le nouveau problème basé sur les pondérations $\hat{Q} = \lambda Q$ et $\hat{R} = \lambda R$. On vérifie que $\hat{P} = \lambda P$ est solution de l'équation de Riccati correspondante. En effet :

$$\hat{K} = -\hat{R}^{-1} B^T \hat{P} = -R B^T P = K \quad (\text{II. 72})$$

Sans restriction, les pondérations peuvent être choisies symétriques. Elles sont généralement choisies diagonales. Ainsi, on se ramène au choix de n scalaires pour l'état et de p scalaires pour

la commande. Voici une méthode simple de choix et de médication des pondérations en vue d'aboutir à un correcteur satisfaisant.

1. Au départ, on choisit généralement des pondérations égales aux matrices identité.
2. Dans une seconde étape, on accélère ou d'décélère globalement le système en multipliant la matrice Q par un scalaire λ (accélération avec $\lambda > 1$ et décélération avec $\lambda < 1$), jusqu'à obtenir une dynamique moyenne adaptée.
3. Dans le cas où certains états auraient des dynamiques trop lentes par rapport à d'autres, on peut choisir d'augmenter la pondération de Q correspondant aux premiers.
4. Dans le cas où certains actionneurs seraient trop sollicités par rapport à d'autres, on peut choisir d'augmenter la pondération de R leur correspondant.

Les étapes 2, 3 et 4 peuvent être réitérées dans l'ordre souhaite jusqu'à obtenir un correcteur satisfaisant le cahier des charges [19].

II.10 Application de la commande optimale (LQR) sur un MCC

Pour l'évaluation de la commande optimale considérons le modèle du MCC à excitation indépendante donné ci-dessous:

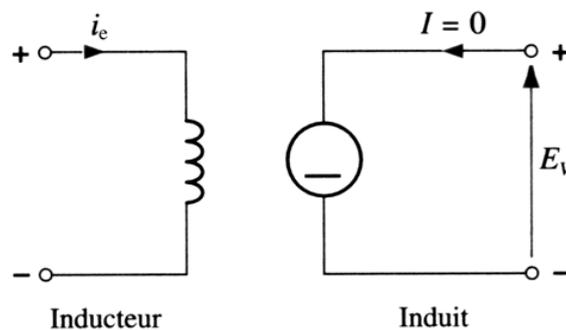


Figure II.3 : MCC à excitation indépendante.

➤ Le modèle d'état de système:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -f/j & k_e \\ 0 & 0 & -R/l \end{bmatrix} \quad B = [0 \quad 0 \quad 1/l] \quad C = [1 \quad 0 \quad 0] \quad D = 0$$

Avec :

$$R = 0.1 \Omega; k_e = 0.1 \text{ N/m}; k_c = 0.1 \text{ N/m}; l = 0.5 * 10^{-3} \text{ h}; j = 10^{-2} \text{ kg/m}^2; f = 10^{-3} \text{ Nm/(rad/s)}$$

La loi de la commande appliquée est celle de Riccati équation (II.47) :

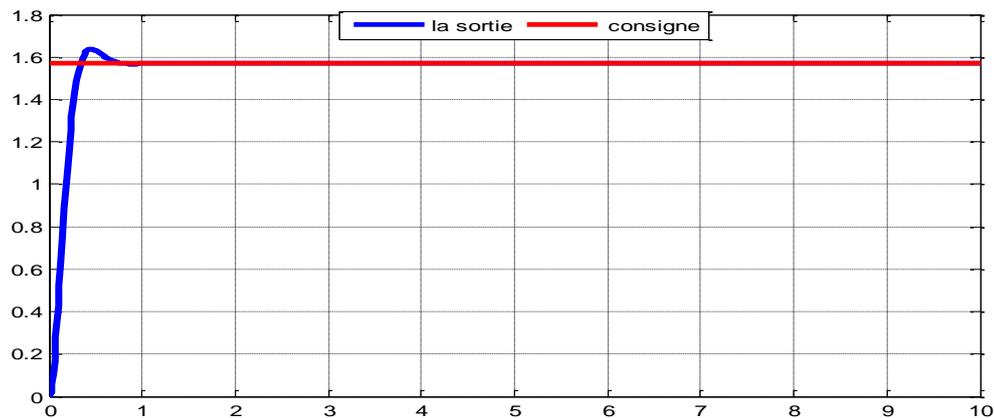
$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$$

Avec :

$$R=1 \text{ et } Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Après l'application de notre commande nous avons obtenu les figures suivantes :

- **Premier cas : sans perturbation**



FigureII.4: Réponse du système régulé en position sans perturbation.

- **Deuxième cas : avec perturbation**

On applique une perturbation pour la position entre 0.5s et 1s.

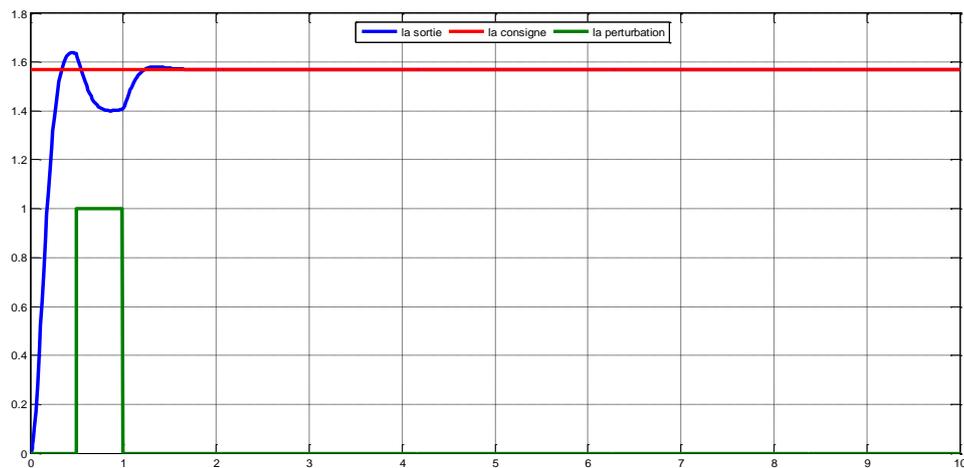


Figure II.5 : Réponse du système régulé en position avec perturbation.

➤ **Discussion des résultats**

- D'après la Figure II.4, on remarque que la réponse en position du système régulé avec LQR suit parfaitement la consigne.
- D'après la Figure II.5, on constate que la consigne est gardée en présence de la perturbation, la commande est capable de ramener le système à son état de stabilité.

II.11 Conclusion

Dans ce chapitre, on a décrit les caractéristiques de la commande optimale grâce l'énumération de certains critères d'optimalité. Ensuite, on s'est intéressé plus particulièrement à l'une de ses applications: le contrôleur linéaire quadratique.

Enfin, pour valider ces performances, LQR a été appliquée sur un MCC ; les résultats de simulation montrent que le régulateur LQR a un bon suivi de la consigne et on peut commander notre système et le stabiliser. Pour cela nous allons l'appliquer dans le chapitre suivant.

Chapitre III

Application de la commande optimale pour la régulation thermique de la température ambiante dans un bâtiment

CHAPITRE III : Application de la commande optimale pour la régulation thermique de la température ambiante dans un bâtiment

III.1 Introduction

Ce troisième chapitre consiste à adapter la commande élaborée dans le chapitre précédent, pour la stabilisation de la température de la pièce et de la maintenir autour d'une valeur désirée en réduisant la consommation électrique de système de chauffage.

Les paramètres du système de chauffage varient fortement en fonction des conditions extérieures. Pour remédier à cela, dans ce chapitre en exploitant un modèle qui représente le comportement du système, on a appliqué l'algorithme de la commande optimale approche régulateur LQR sur notre modèle.

III.2 Définition des objectifs

L'objectif primordial du système de commande du chauffage dans un bâtiment est d'assurer un certain niveau de confort thermique tout en minimisant la consommation d'énergie nécessaire pour le réaliser.

a) Objectif de confort : maintenir le confort des occupants autour d'une température qui est égale à la température de référence $T_{réf}$.

b) Objectif de consommation : qui est la réduction de l'énergie consommée.

c) Stabilité de la température : diminuer les oscillations (fluctuations) de la température.

Pour cela nous allons définir quelques indices :

- **L'indice de confort :** il pénalise l'écart entre la température de la pièce et la température de référence, mais uniquement lors des périodes d'occupation de la pièce, il est donné par la relation suivante :

$$I_C = \int_{t_0}^{t_f} |y_{réf}(t) - y(t)| dt \text{ [}^\circ\text{C.h]} \quad (\text{III. 1})$$

Avec :

$[t_0 t_f]$: la période d'occupation.

$y_{\text{réf}}(t)$: signal du modèle de référence.

$y(t)$: sortie du système de chauffage.

- **L'indice de consommation** : pour mesurer la consommation énergétique dans le but de réduire cet indice, on a la relation suivante :

$$I_w = \int_{t_0}^{t_f} P(t) dt \text{ [KWh]} \quad (\text{III. 2})$$

$P(t)$: Puissance électrique consommée par le radiateur.

- **L'indice de stabilité de la température** : il mesure les oscillations de la température et se construit à partir des écarts entre les maximums locaux de la température de la pièce et de la température désirée, pour chaque période d'occupation θ_i . Ce qui donne en $^{\circ}\text{C}$:

$$\text{TSI} = \sum_i \text{local max}_{t \in \theta_i} |y_{\text{réf}}(t) - y(t)| \quad (\text{III. 3})$$

- **L'indice de stabilité de la commande** : Correspondant à une moyenne pondérée de la variation de commande, il dépend de la période d'échantillonnage T_s , il est donné par la relation suivante :

$$\text{CSI} = \text{moy}_t (|u(t+1) - u(t)|) \quad (\text{III. 4})[7].$$

III.3 Avantages et inconvénients

Dans sa forme la plus générale, la commande optimale permet de prendre en compte explicitement les objectifs ultimes de la commande (optimisation économique), les contraintes, les non linéarités et l'aspect dynamique, ce qui est particulièrement intéressant pour les procédés discontinus. La formulation du problème est assez intuitive, ce qui facilite l'acceptation et la formulation des objectifs par des non spécialistes.

Les principales limites de la commande optimale sont la difficulté de la mise en œuvre, l'applicabilité aux procédés lents uniquement et la nécessité de disposer d'un modèle dynamique du procédé suffisamment précis et rapide à simuler, pour rendre l'optimisation en temps réel efficace [19].

III.4 Paramètres du système utilisé

les différents paramètres utilisés sont illustrés dans le tableau ci-dessous.

Tableau III.1 : Paramètre du système

Entrées	Valeurs
E_vert [W/m ²], E_vert [lux]	Connectées à la météo
Blind_pos	1 ouvert 0 fermé
T_ext [°C]	La température extérieure.
T_upper[°C]	La température extérieure.
T_lower[°C]	La température résultante de la zone adjacente en contact avec le plancher.
T_adj[°C]	La température résultante de la zone adjacente en contact avec le mur.
Q_elec[W]	Gain de chaleur des équipements électriques
Q_occ[W]	Gain de chaleur des occupants
Air_in	Connecté à la météo (variable)
Saturation	[0.5 1]

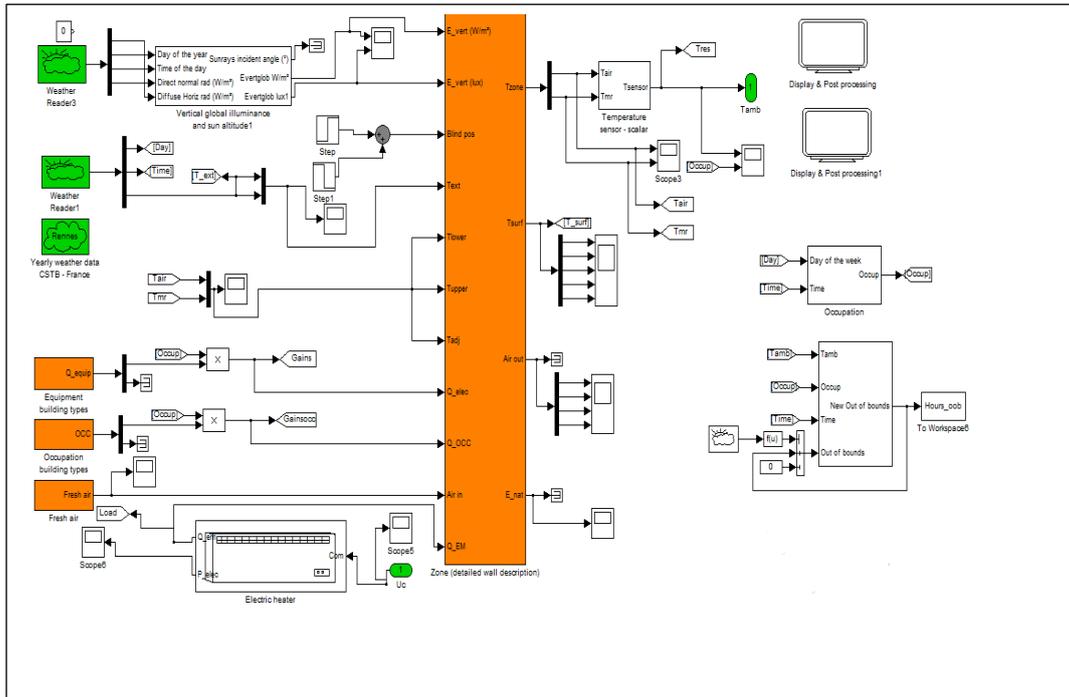


Figure III.1 : Chauffage d’une pièce avec des entrées reliées à la météo

III.5 Application de la commande optimale

Rappelant le but de la commande qui est de réguler la température ambiante de la pièce à la valeur de température souhaitée, et de satisfaire le compromis entre le confort et la consommation. On définit quelques paramètres qui seront utilisés par la suite dans l’application de la commande.

Tableau III.3 : Représentation des paramètres prises pour la simulation

Donnée météorologique	Rennes, France
Nombre d’occupant	2 personnes
Temps de simulation	24 h
Période d’occupation	8h00 : 17h00

Pour la mise en œuvre d’une commande optimale, le système chauffage se définit comme un système non linéaire et lent. Par conséquent on a pris un modèle linéaire qui représente parfaitement le comportement du système chauffage qui est le modèle d’État présenté dans le

premier chapitre (équations (I.8) et (I.9)), qui sera utilisé dans ce qui suit pour l'application de la commande optimale.

Comme on l'a déjà vu dans le chapitre précédant le cas d'un système linéaire à temps invariant, la commande optimale est exprimée sous forme de retour d'état statique $u = -Kx$ ou $K = -R^{-1}B^T P$

P vérifie l'équation algébrique de Riccati donnée par :

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (\text{III. 9})$$

Les paramètres du régulateurs LQR

$$K_{W1} = K_{W1e} = K_{e1} = K_{wi1} = 5/20\text{W/m}^2/\text{K}$$

$$C_{a1} = 1000\text{j/kg.k} \quad C_{wi} = 920\text{j/kg} \quad C_{w1} = 1000\text{j/kg.k}$$

$$R=1.5 \quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Le temps de réponse en boucle fermée est un paramètre essentiel dans la régulation de notre modèle qui a été fixé par la variation de la température initiale.

Pour avoir des résultats performants on a testé de différentes valeurs du gain K_g et R du régulateur. Ce qui nous conduira à une commande très active et plus stable.

Après simulation on a obtenu les résultats donnés par les figures suivantes:

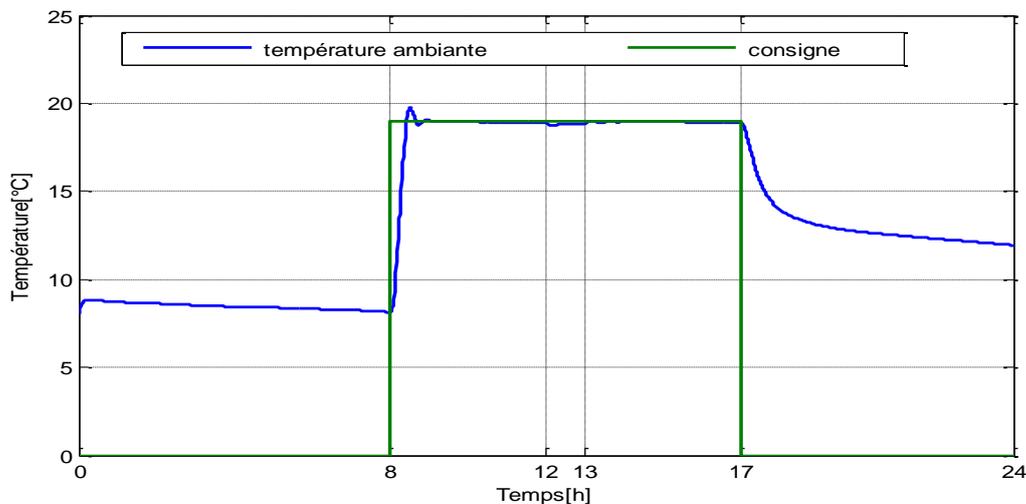


Figure III.3 : allure de la sortie du système et de la consigne

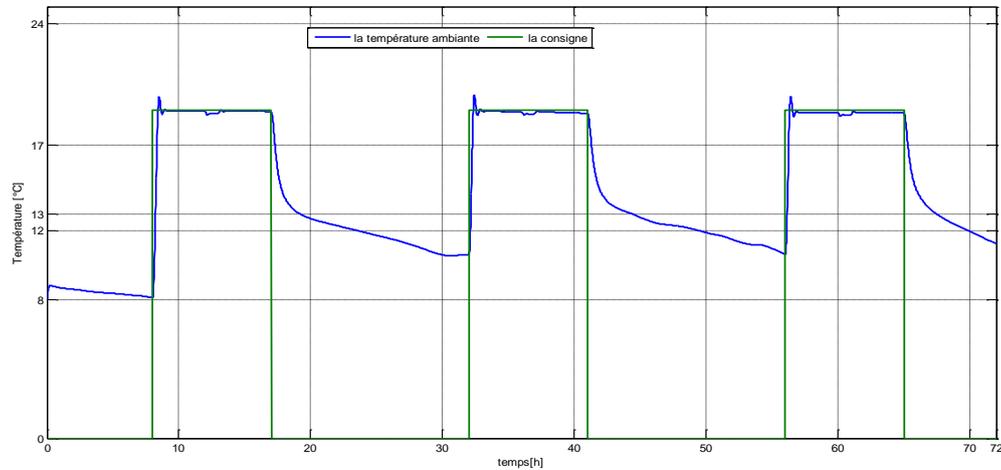


Figure III.4 : allure de la sortie du système et de la consigne pour trois jours

- **Interprétation des résultats**

- La figure (III.3) montre l'allure de la sortie du système qui représente la température ambiante de la pièce ainsi que la consigne ; on remarque qu'à partir de 8h au début de la période d'occupation elle atteint rapidement la température de référence qui est 19°C et reste stable pendant toute la période d'occupation (jusqu'à 17h); par conséquent le confort des occupants est maintenu.
- La figure (III.4) montre la simulation pour trois jours, on constate que la sortie du système suit aussi parfaitement la consigne et reste au voisinage de cette dernière durant toute la période d'occupation.

III.6 Représentation graphique des différents indices

Ce sont des indices qui nous informent sur le confort et la stabilité de la commande appliquée ainsi que sur la consommation d'énergie.

Les différents indices sont donnés par les figures (III.5, III.6 et III.7)

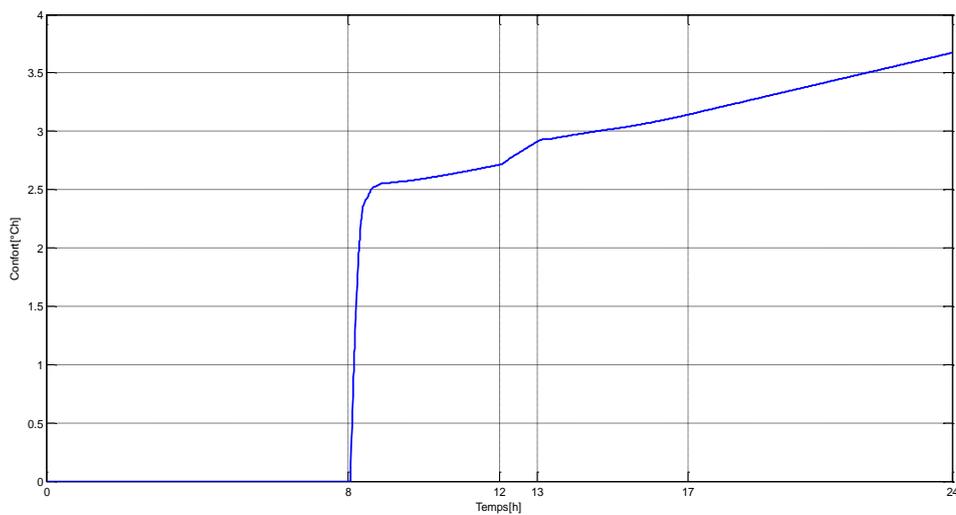


Figure III.5 : Représentation graphique de l'indice de confort

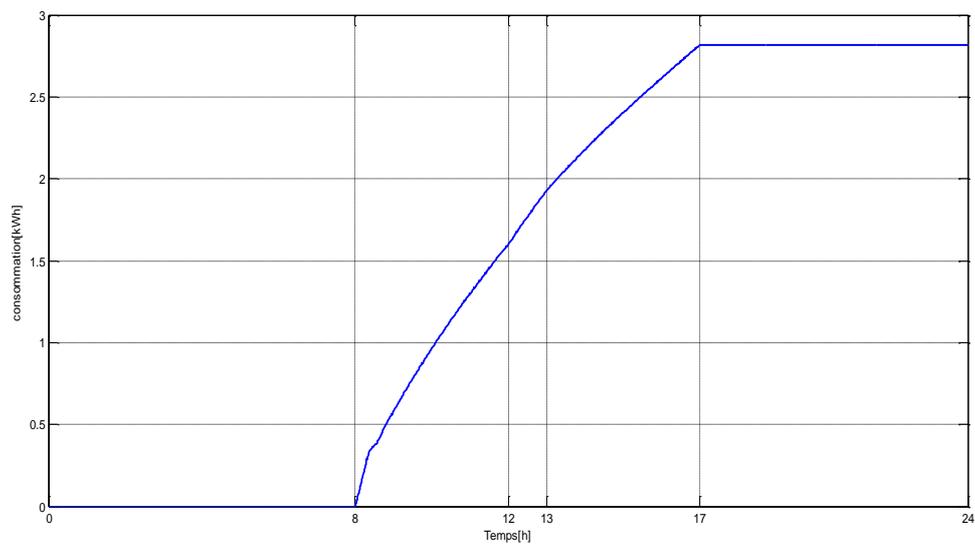


Figure III.6 : Représentation graphique de l'indice de consommation

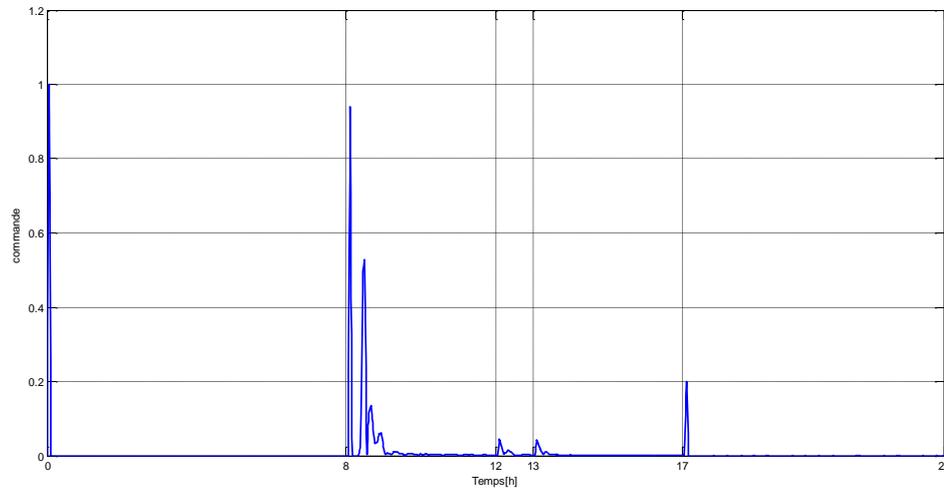


Figure III.7 : Représentation graphique de l'indice de stabilité de la commande

- **Interprétation des résultats**

- D'après les figures (III.5) et (III.6) qui montrent la représentation graphique de l'indices de confort ainsi que l'indice de la consommation, on constate qu'à partir de 8h, les valeurs de ces indices augmentent cela est dû à l'activation du chauffage puis ils se stabilisent à une valeur fixe.

On peut donc déduire qu'avec une consommation minimale qui est égale à 2.8 kWh, on a assuré un bon confort pour les occupants.

- D'après la figure (III.7) qui représente la représentation graphique de l'indice de stabilité de la commande, on remarque au début de la période d'occupation seulement la commande présente des faibles oscillations pour cela, on conclut que la commande est stable.

III.7 Étude de la robustesse de la commande

Afin d'étudier la robustesse de la commande optimale, on doit traiter les cas suivants :

- Changement de la température initiale.
- Changement des coefficients de transmission.
- Variation de la saturation.
- Variation des dimensions de la pièce.

Après la simulation, on a obtenu les allures suivantes (allures de la sortie du système avec le modèle de référence et allures de l'indice de confort avec l'indice de consommation).

1^{er} cas : Changement de la température initiale

Dans ce cas nous allons varier la température initiale et garder les autres paramètres (coefficients de transmission, la saturation et dimensions de la pièce) fixes.

Les figures ci-dessous représentent les résultats de simulation :

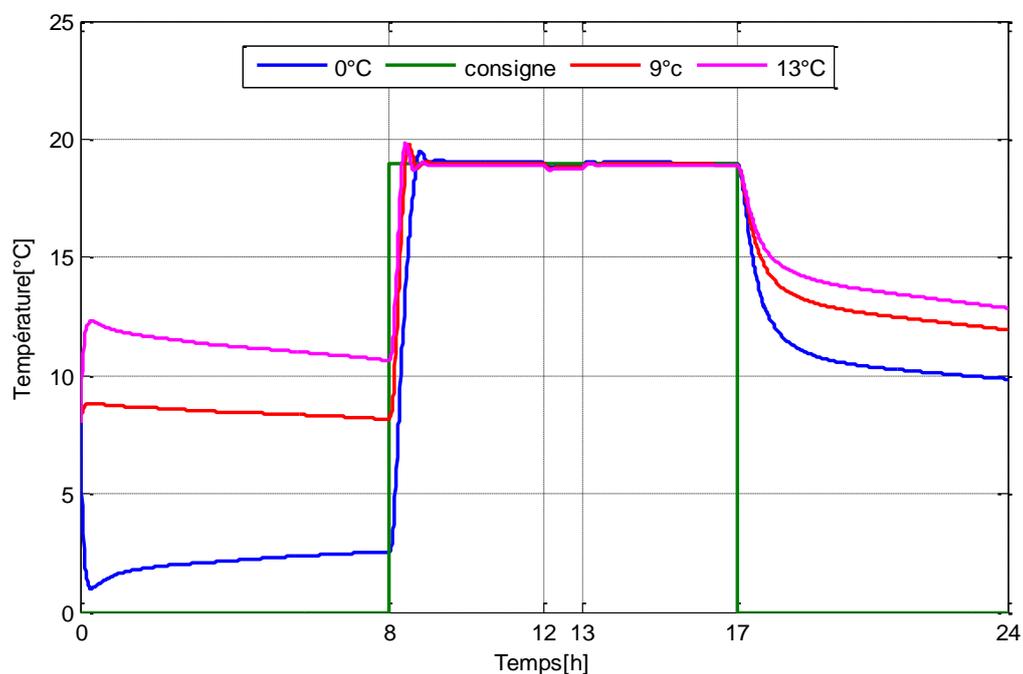


Figure III.8 : Allures de la température ambiante de la pièce et la consigne pour en variant la température initiale

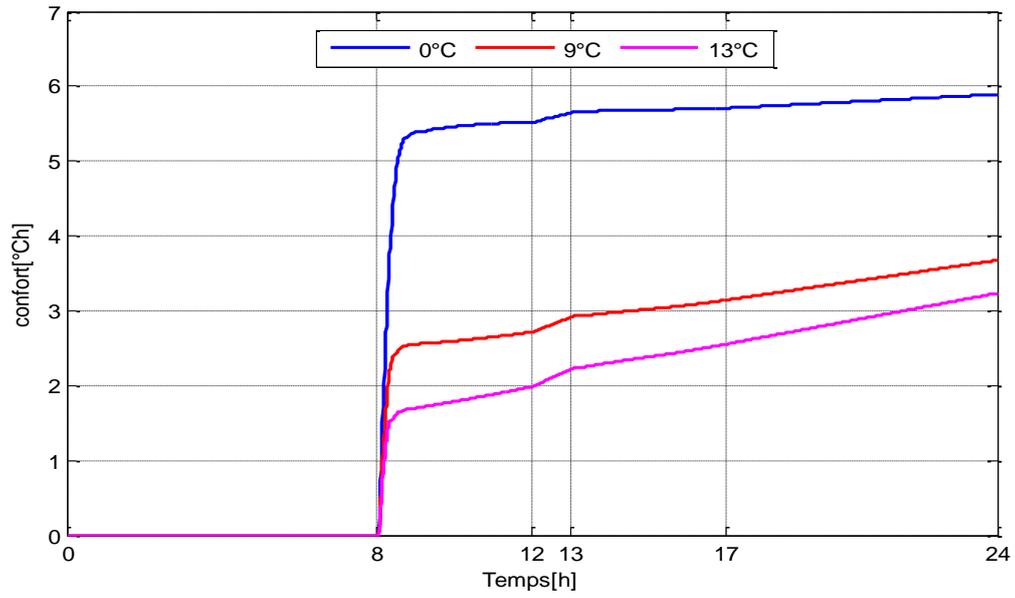


Figure III.9 : Allures des indices de confort en variant la température initiale

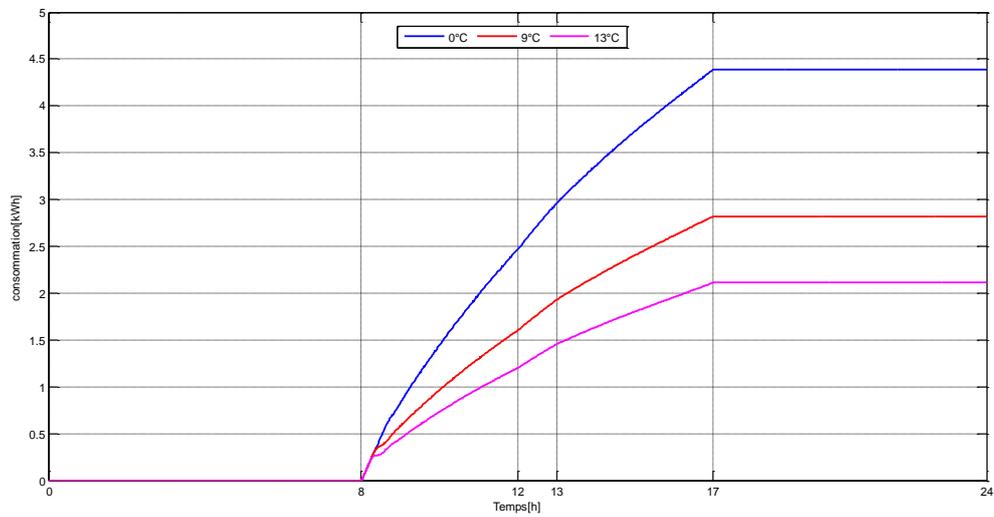


Figure III.10 : Allures des indices de consommation en variant la température initiale

Tableau III.4 : résultats obtenus en variant la température initiale

température initiale (°C)	Temps de réponse (min)	Confort (°Ch)	Consommation (kWh)
0°C	46	5.9	4.4
9°C	25	3.7	2.9
13°C	19	3.2	2.1

- **Interprétation des résultats**

➤ D'après la figure (III.8) qui représente Allures de la température ambiante de la pièce et la consigne pour en variant la température initiale, on remarque que pour une température initiale égale à 0°C, la réponse du système est un peu lente et cela est dû à l'inertie de la pièce, en augmentant la valeur de la température de 9°C, le temps de réponse est réduit par rapport à la température précédente ; et pour une température initiale égale à 13°C qui est proche de la température désirée (19°C) on a un temps de réponse plus petit.

En augmentant la température initiale le temps de réponse diminue, pour cela on conclut que cette dernière influe sur la réponse du système.

➤ D'après les figures (III.9) et (III.10) qui représentent les Allures des indices de confort et consommation en variant la température initiale ; pour une température initiale égale à 0°C, on a un confort de 5.9°Ch avec une consommation d'énergie de 4.4kWh, en augmentant sa valeur à 9°C on a un bon confort (3.7°Ch), et une consommation diminuée (2.9kWh); et pour une température de 13°C on a un très bon confort d'une valeur de 3.2°Ch et une consommation minimale (2.1kWh).

On conclut qu'en augmente la température initiale, on assure un bon confort et une consommation restreinte.

2^{ème} cas : Changement des coefficients de transmission

Nous allons effectuer des changements sur les coefficients de transmission, en gardant les autres paramètres constants.

Les figures ci-dessous montrent les résultats de simulation :

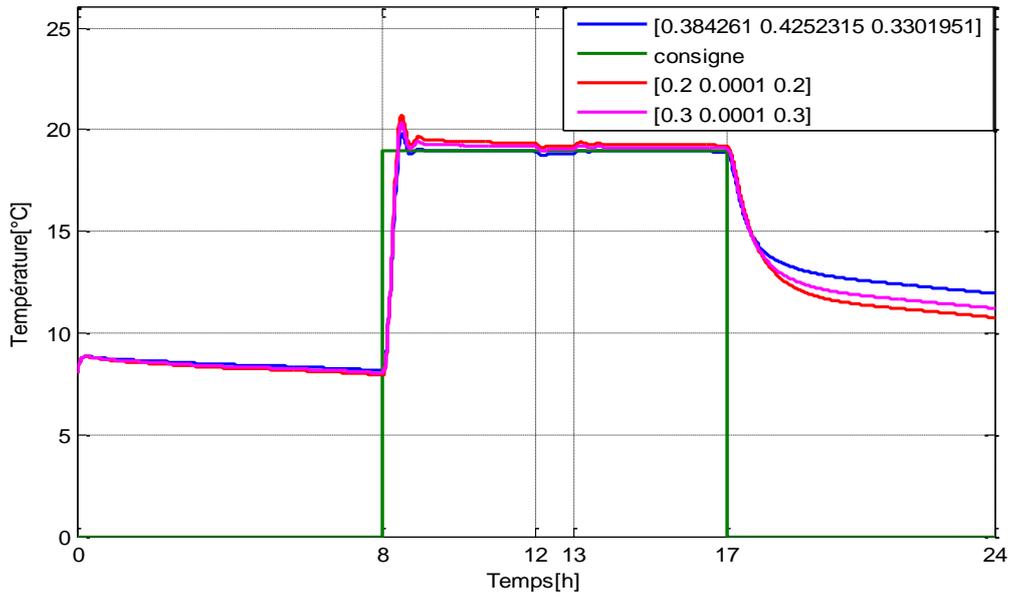


Figure III.11 : Allures de la température ambiante de la pièce et la consigne en variant les

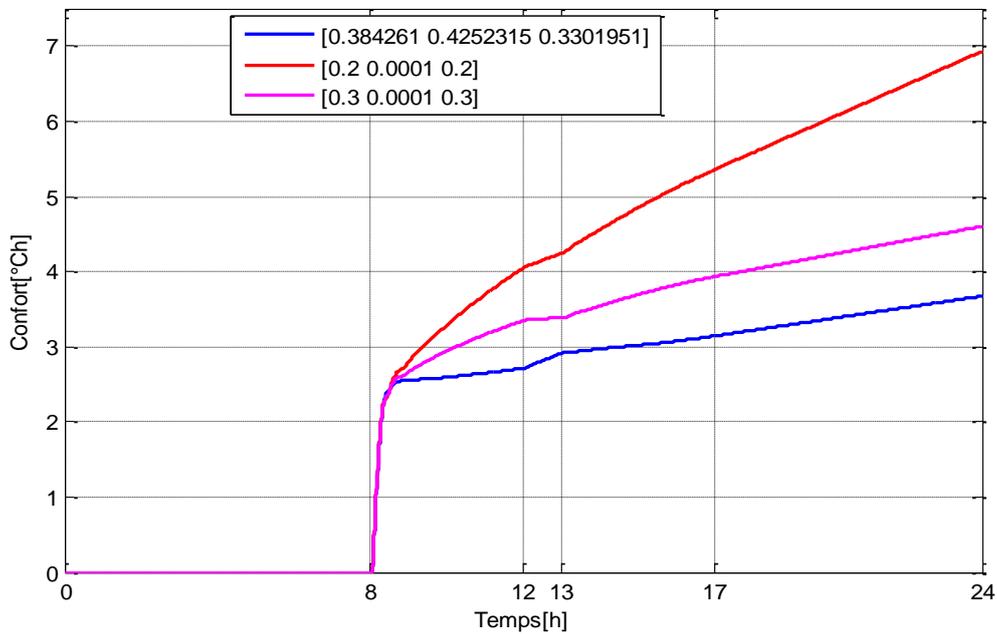


Figure III.12 : Allures des indices de confort en variant les coefficients de transmission

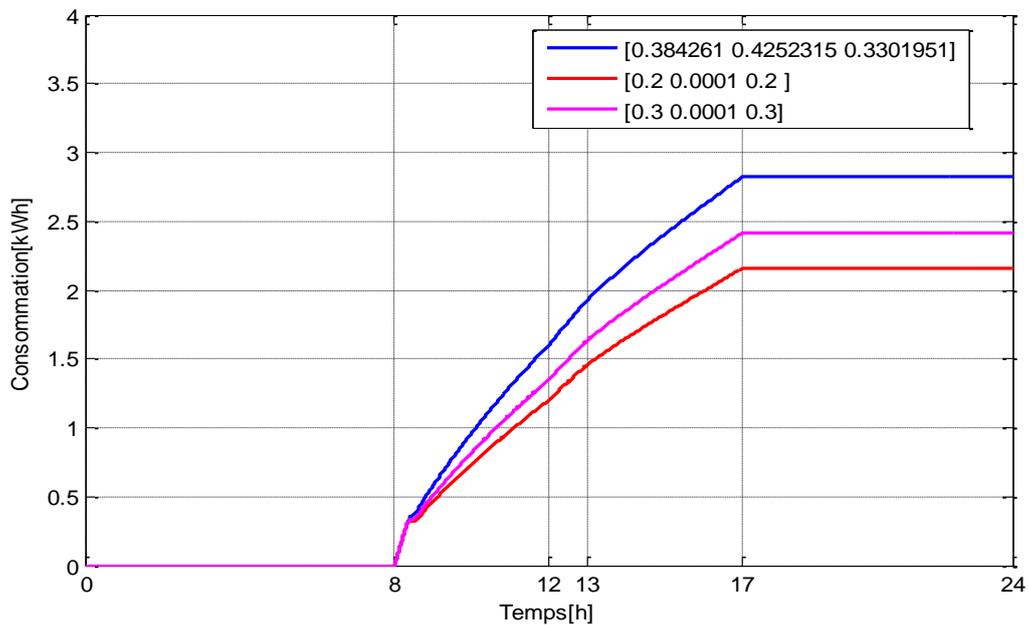


Figure III.13 : Allures des indices de consommation en variant les coefficients de transmission

Tableau III.5 : résultats obtenus en variant les coefficients de transmission

Coefficients de transmission (W/m ² /K)	Temps de réponse (min)	Confort (°Ch)	Consommation (kWh)
[0.384261 0.4252315 0.3301951]	24	3.7	2.8
[0.2 0.0001 0.2]	22	6.9	2.2
[0.3 0.0001 0.3]	23	4.6	2.4

- **Interprétation des résultats**

- D'après la figure (III.11) qui représente les allures de la température ambiante de la pièce et la consigne en variant les coefficients de transmission ; on constate que pour des coefficients de transmission les moins élevés, la réponse atteint rapidement la température de référence (19°C°), cela est dû au faible échange thermique entre la pièce et le milieu extérieur. Et un temps de réponse du système légèrement élevé pour des coefficients de transmission plus grandes.

Pour cela on conclut que les coefficients de transmission influent sur le temps de réponse.

D'après les figures (III.12) (III.13) qui montrent les allures des indices de confort et de consommation en variant les coefficients de transmission, lorsque on a des coefficients faibles cela implique un confort de (6.9°Ch) avec une faible consommation d'énergie (2.2kWh), et si on augmente les valeurs de ces coefficients on a un meilleur confort de (3.7°Ch) mais avec une augmentation de la consommation (3.7kWh).

On déduit qu'une bonne isolation (l'échange thermique avec le milieu extérieur) nécessite un bon arrangement entre le confort thermique et la consommation d'énergie.

3^{eme} cas: Variation de la Saturation

Pour faire monter l'influence de la saturation sur la sortie de notre système, on a effectué des changements sur sa valeur en gardant les autres paramètres fixe.

Les figures ci-dessous montrent les résultats de simulation:

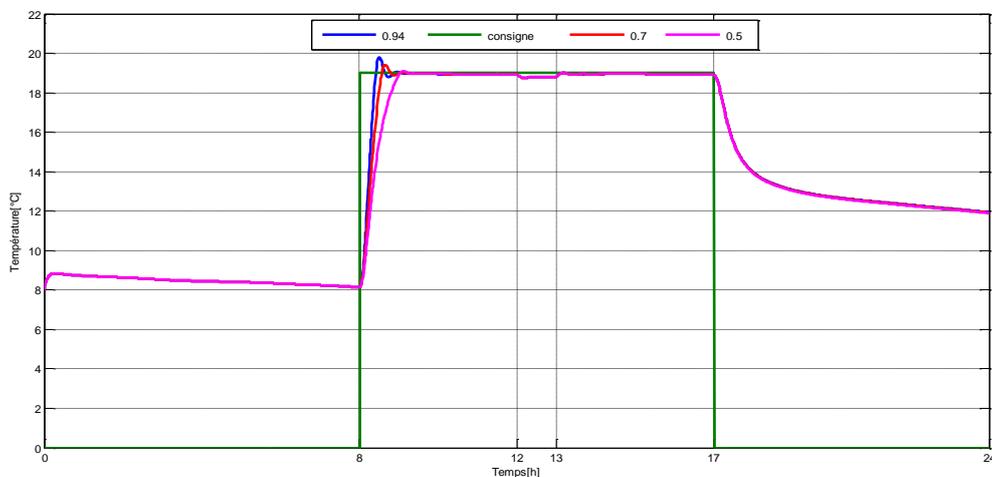


Figure III.14: Allures de la température ambiante de la pièce et la consigne en variant la saturation

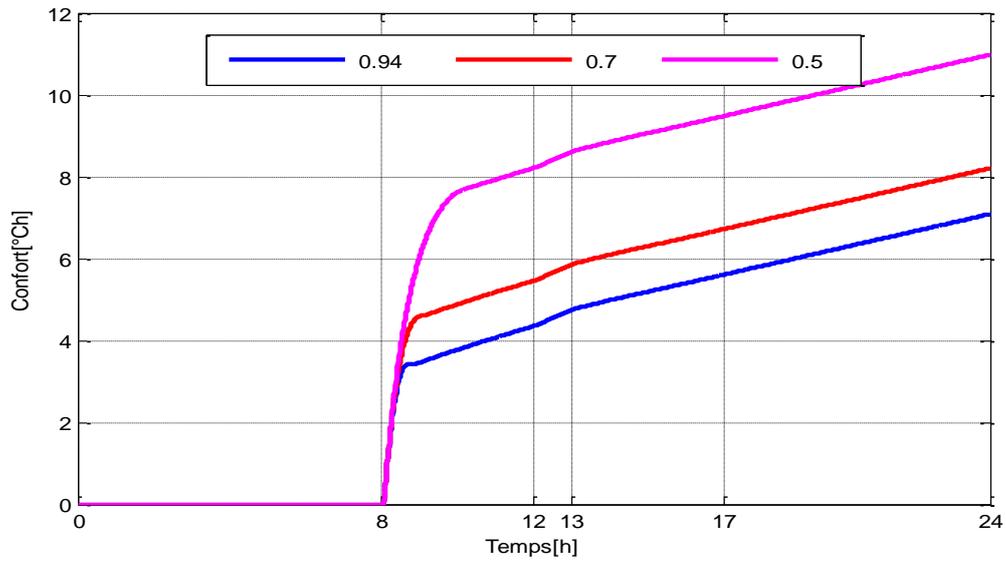


Figure III.15: Allures des indices de confort en variant la saturation

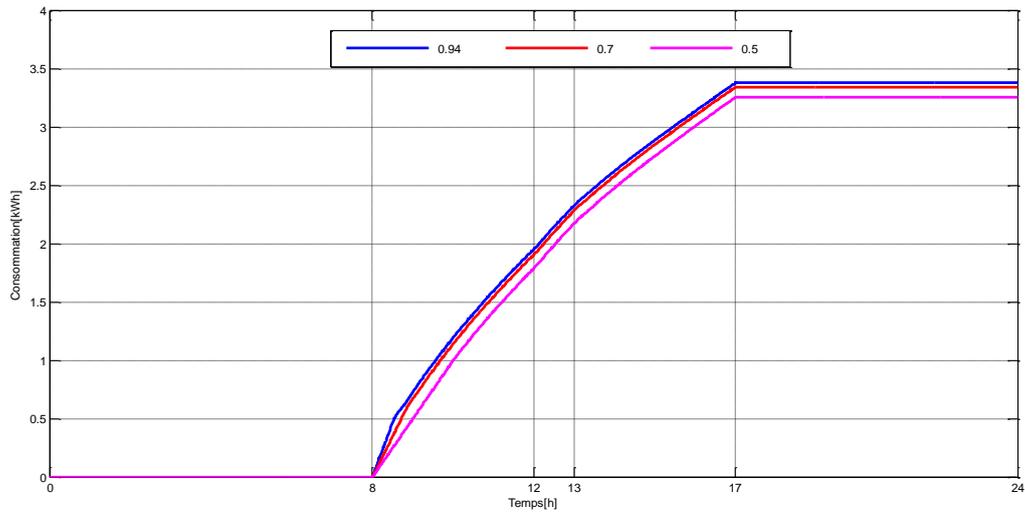


Figure III.16: Allures des indices de consommation en variant la saturation

Tableau III.5: résultats obtenus en variant la saturation

La saturation	Temps de réponse (min)	Confort (°Ch)	Consommation (kWh)
0.5	62.52	7.084	3.376
0.7	34.5	8.201	3.341
0.94	24.96	10.97	3.253

- **Interprétation des résultats**

- D'après la figure (III.14) qui représente les allures de la température ambiante de la pièce et de la consigne en variant la saturation, on constate que pour une faible saturation (0.5) le temps de réponse du système est élevé, lorsqu'on l'augmente à une valeur de (0.7), le système répond rapidement par rapport au cas précédent et en fin pour une valeur qui égale à (0.94) la réponse suit parfaitement la consigne et atteint rapidement la température de référence.
- D'après les figures (III.15) et (III.16) qui représentent allures des indices de confort et de consommation en variant la saturation, on conclut quelle 'a une influence sur la sortie du notre système,

Donc une saturation de (0.94) assure un meilleur confort pour les occupants mais avec une consommation un peu élevée.

4^{eme} cas: Variation des dimensions de la pièce

Afin de voir l'influence de la géométrie de notre pièce sur la température ambiante et les différents indices, on a varié ses dimensions et on a fixé les autres paramètres. Les dimensions de la pièce traitée sont considérées comme un vecteur composé de longueur et largeur de la fenêtre, longueur, largeur et hauteur de la pièce.

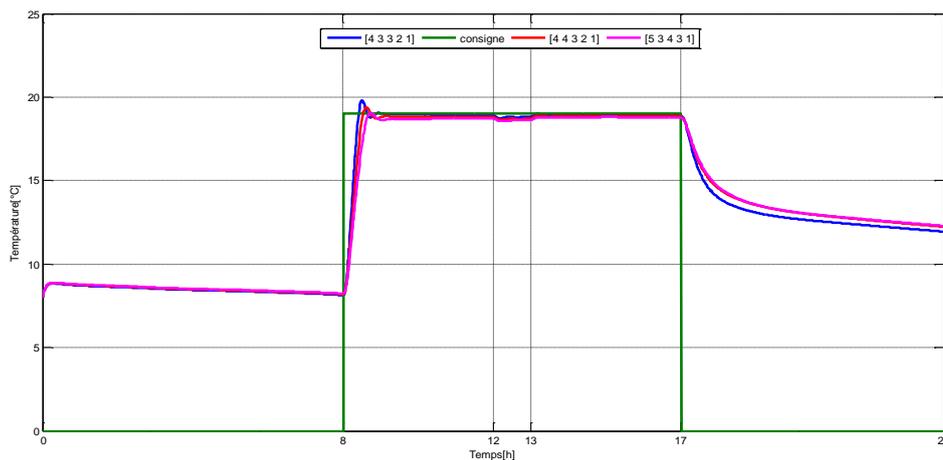


Figure III.17: Allures de la température ambiante de la pièce et la consigne en variant des dimensions de la pièce

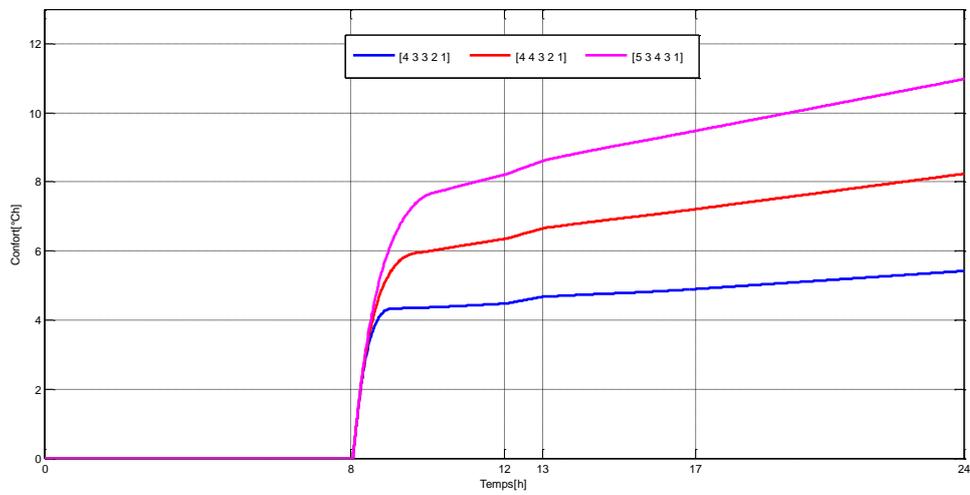


Figure III.18: Allures des indices de confort en variant des dimensions de la pièce

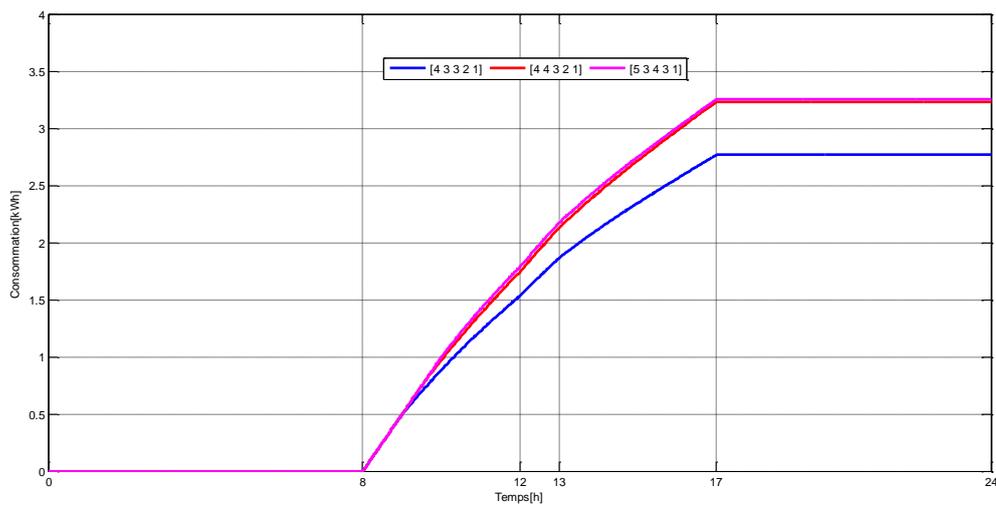


Figure III.19: Allures des indices de consommation en variant les dimensions de la pièce

Tableau III.6: résultats obtenus en variant les dimensions de la pièce

les dimensions de la pièce (m)	Temps de réponse (min)	Confort (°Ch)	Consommation (kWh)
[4 3 3 2 1]	25.14	5.42	2.766
[4 4 3 2 1]	57.96	8.23	3.032
[5 3 4 3 1]	41.52	10.97	3.253

- **Interprétation des résultats**

- A partir de la figure (III.17) qui montre l'influence de la géométrie sur la température ambiante, on constate que lorsqu'on augmente les dimensions de la pièce traitée la réponse atteint lentement la température de référence (temps de réponse élevé) ; Par contre lorsqu'on les diminue, le système atteint rapidement la température désirée (19°C).
- A partir des figures (III.18) et (III.19) qui montrent les allures des indices de confort et consommation on remarque que lorsqu'on augmente les dimensions de la pièce, la consommation d'énergie augmente en assurant un confort considérable.

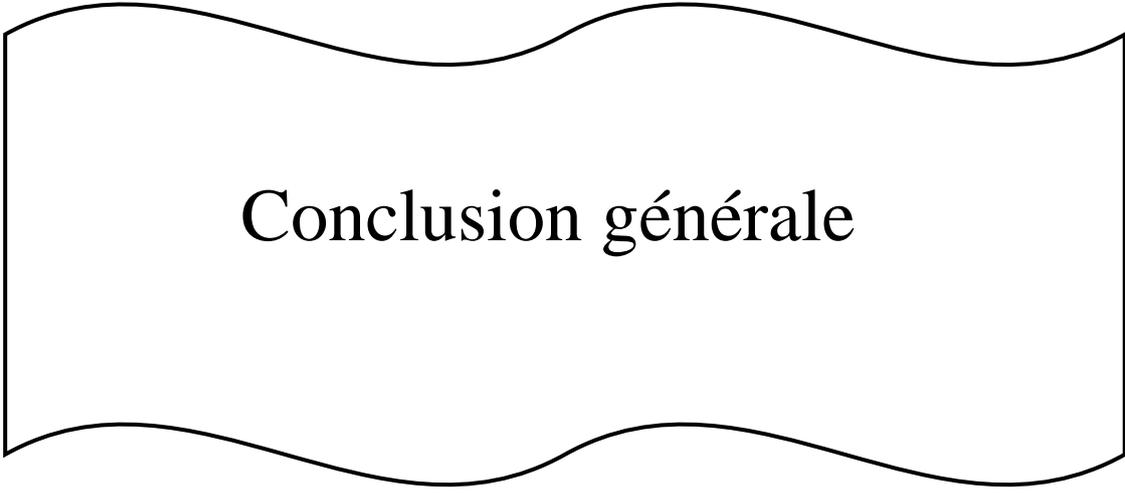
Pour cela on peut dire que pour des petites dimensions ont une consommation d'énergie réduite avec un meilleur confort.

II.8 Conclusion

Dans ce dernier chapitre on a appliqué la commande optimale plus précisément régulateur LQR à notre modèle d'état qui représente parfaitement notre système chauffage bâtiment.

Les résultats de simulation de cette commande ont dévoilé les compétitivités de cette commande pour la satisfaction de confort thermique, la régulation la température de la pièce et de la maintenir autour de la valeur désirée.

La commande LQR peut être utilisée dans la commande des procès industriels et robustes.



Conclusion générale

Conclusion générale

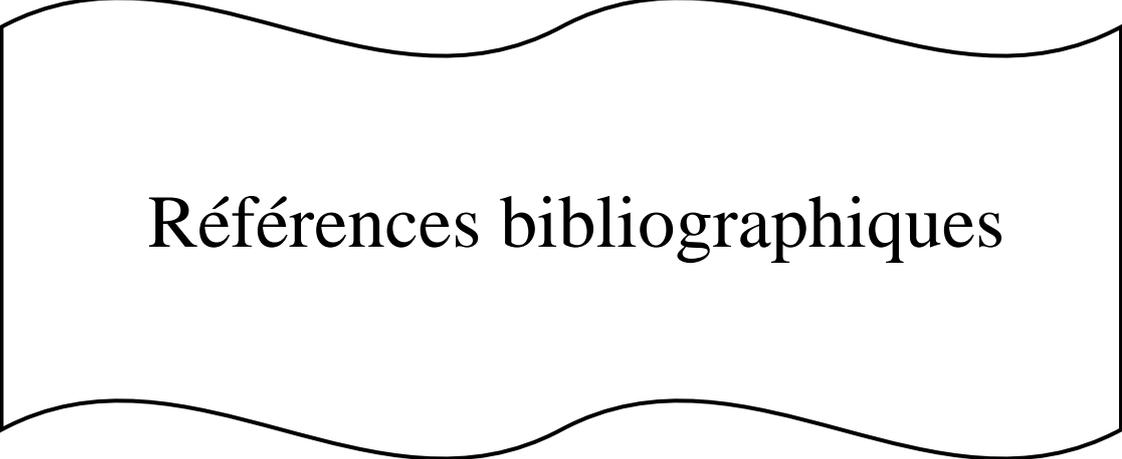
On a vu à travers le travail réalisé dans ce projet que l'application de la commande optimale peut fournir des résultats satisfaisant en termes de poursuite de la trajectoire désirée. Si tous les paramètres sont correctement définis, le contrôleur peut être implémenté dans la régulation de la température ambiante du chauffage bâtiment, afin de maintenir un certain niveau de confort en minimisant la consommation d'énergie. Certes, il existe d'autres contrôleurs plus robustes et plus performants face à la non-linéarité du système dynamique, cependant le contrôleur linéaire quadratique est plus simple et plus économique en terme d'énergie consommée lors d'une mission de poursuite.

Dans le premier chapitre, après la description du chauffage bâtiment et la présentation de l'outil de simulation Matlab Simulink / SIMBAD, la modélisation et la simulation en boucle ouverte permettent d'observer que la température à l'intérieur de la pièce est dépendante de plusieurs paramètres géométriques, climatiques, énergétique.

Dans le chapitre suivant, la commande optimale a été proposée afin de répondre à l'objectif mentionné. Cette dernière a été détaillée tout au long de ce chapitre. Afin de valider notre approche un exemple a été étudié.

Pour terminer notre étude, dans le troisième chapitre on a appliqué la commande LQR sur le chauffage bâtiment pour réguler la température de la pièce tout en respectant le compromis entre le confort thermique et la consommation. Pour ce faire, nous avons utilisé le modèle d'état d'un bâtiment mono zone simple, composé d'une pièce élaborer dans le premier chapitre.

Comme perspective et afin de réduire de plus en plus la consommation et d'augmenter le confort, nous envisageons par la suite de notre étude l'extension de la commande optimale fonctionnelle à un modèle du bâtiment multizone pour arriver à gérer mieux plusieurs pièces, l'utilisation de la commande intelligente.



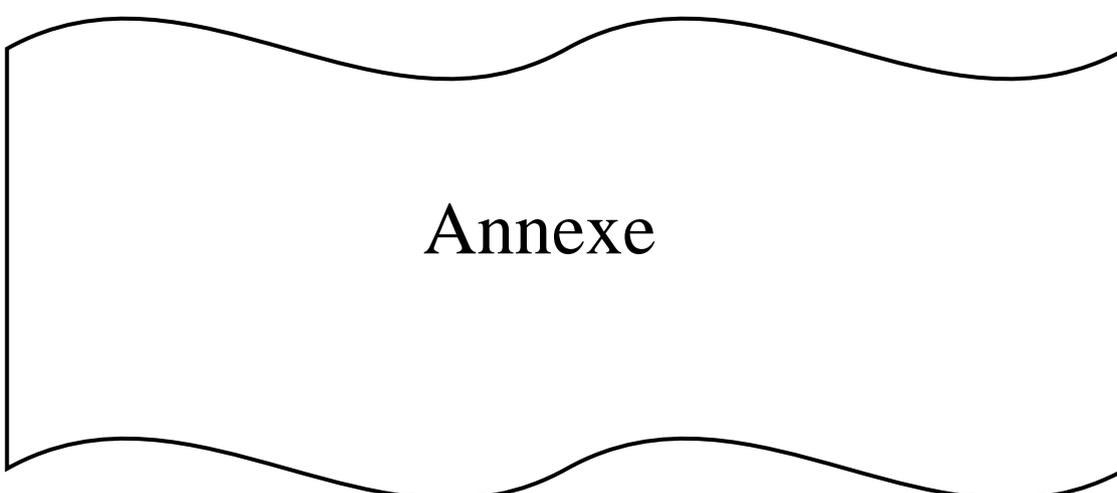
Références bibliographiques

Bibliographie

- [1] Mala ENDRAVADAN« Régulation des systèmes de chauffage et de climatisation basée sur la sensation thermique humaine. Impact sur la consommation d'énergie dans les bâtiments»UniversitéToulouse IIIthèse de doctorat, 2006.
- [2] Site internet :<https://www.guidebatimentdurable.brussels/fr/assurer-le-confort-thermique.html?IDC=117&IDD=4559>
- [3] Dr R.Cantin, B. Moujalled, Dr HDR G. Guarracino , 6 ème congrès Européen de Science des Systèmes Paris 19-22 septembre 2005.
- [4] Zorzi Julien Evaluation par simulation de régulateurs appliqués aux systèmes solaires combinés, Stagiaire Département Développement DurableCSTB Marne-la-Vallée
- [5] JaroslavaŽilková, Jaroslav Timko, Peter Girovský«Nonlinear System Control Using Neural Networks» Department of Electrical Drives and Mechatronics Technical University of Košice, Vol. 3, No. 4, 2006.
- [6] L. Itard, F. Meijer, E. Vrinr, and H. Hoiting. Building renovation and modernization in Europe : state of the art review. Technical report, 2008.
- [7] Petru-Daniel, Morosan. «Commande prédictive distribuée. Approches appliquées à la regulatintermique des batiments.» Dans *Thèse de Doctrat*. supélec, France, 2011.
- [8] Towardsenergy efficient buildings in Europe. Technical report, EuroACE, 2004.
- [9] Les chiffres clés du bâtiment 2007. Technical report, ADEME, 2007
- [10] Thierry GALLAUZIAUX, David FEDULLO, *Le chauffage électrique et l'isolation thermique et le chauffage électrique*, Edition EYROLLES, France 2009.
- [11] F. BOUDALI ERREBAI, L. DERRADJI, Y. MAOUDJ, M. AMARA, A. MOKHTARI, « Confortthermique d'un local d'habitation : Simulation thermoaéraulique pour différents systèmes de chauffage. » Centre National d'Études et de Recherches Intégrées du Bâtiment, "CNERIB", Faculté d'Architecture et de Génie-Civil, "USTO" B.P. 1505, El

- M'Naouar, Oran, Algérie, mars 2012.
- [12] Site internet : http://www.xpair.com/lexique/definition/chauffage_electrique.htm.
- [13] N.Hannachi-Belkadi «Développement d'une méthodologie d'assistance au commissionnement des bâtiments à faible consommation d'énergie » Université Paris Est, thèse de doctorat, 2008.
- [14] S. Bekkouche « Modélisation du comportement Thermique de Quelques Dispositifs Solaires » Université de Tlemcen, thèse de doctorat, 2009.
- [15] N.Hannachi-Belkadi «Développement d'une méthodologie d'assistance au commissionnement des bâtiments à faible consommation d'énergie » Université Paris Est, thèse de doctorat, 2008.
- [16] Blondel, V., Gevers, M. and Lindquist, A. (1995). Survey on the state of systems and control. *European Journal of Control*
- [17] Boillereaux, L. (1996). Estimation d'état de procédés non linéaires: méthode à horizon glissant avec indicateur de qualité. *Thèse*. INP Grenoble.
- [18] **Abdelkader Merakeb**, "Optimisation multicritères en contrôle optimal : Application au véhicule électrique". Thèse de Doctorat. Spécialité : mathématique. Université Mouloud Mammeri, Tizi Ouzou. Soutenue le : 14/06/2011.
- [19] Trelea, I. C., Court ois, F. and Trystram, G. (1997c). Dynamics analysis and control strategy for mixed flow corn dryer. *Journal of Process Control* 7(1): 57-64.
- [20] Draguna Vrabie, Vassilis L. Syrmos, Optimal control, John Wiley & Sons, 2012-01 04 - 552 pages.
- [21] A. P. Sage and C. C. White. Optimum Systems Control. Prentice Hall, 1977.
- [22] **Desineni Subbaram Naidu**, " Optimal Control Systems". Idaho State University Pocatello. Idaho, USA. June 2002.
- [23] **Edouard Laroche**, " Commande Optimale ". Ecole Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg. Anne 2009-2010.
- [24] **Z.Rémi Vial**, "Vers un dimensionnement optimal structure-commande de système multi-convertisseurs. Application aux réseaux de tramways". Thèse pour obtenir le grade de Docteur de l'Université de Grenoble. Spécialité : Génie électrique. Soutenue le : 26/01/2012.

- [25] L. Pontriaguine, V. Boltianski, G. Gamkrelidze, and E. Michtchenko, *Théorie Mathématique des Processus Optimaux*, Moscou : Mir, 1974.
- [26] A. P. Sage and C. C. White. *Optimum Systems Control*. Prentice Hall, 1977.



Annexe

Annexe

Le CSTB en bref :

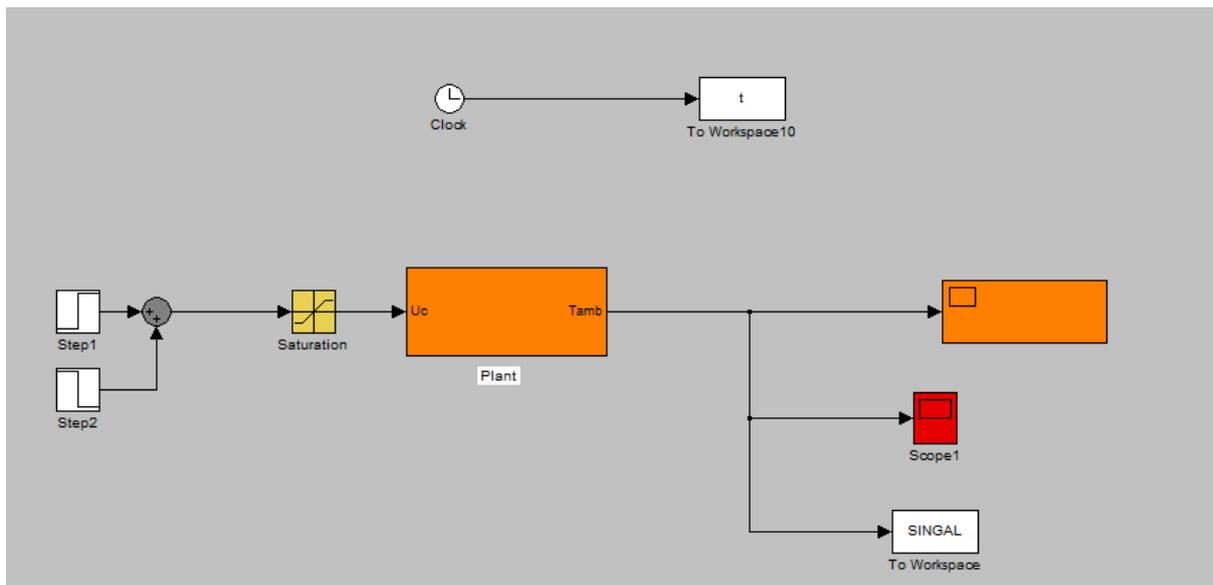
Le CSTB est un établissement public (Français) à caractère industriel et commercial (Épic), placé sous la tutelle du ministre en charge du logement. Il est chargé de procéder à des études et recherches scientifiques et techniques intéressant le bâtiment, la construction et plus largement le cadre de vie urbanisé. Les priorités dans ses champs d'activités relèvent du thème du développement durable par la qualité environnementale et la maîtrise de l'énergie, les énergies renouvelables, "la santé et le bâtiment" avec le pilotage de l'Observatoire de la qualité de l'air intérieur, de la sécurité, en terme de structure et de protection contre l'incendie, du patrimoine bâti et de la réhabilitation, de l'innovation technologique en particulier dans le champ des nouvelles technologies de l'information et de la communication.

Son effectif dépasse 750 personnes.

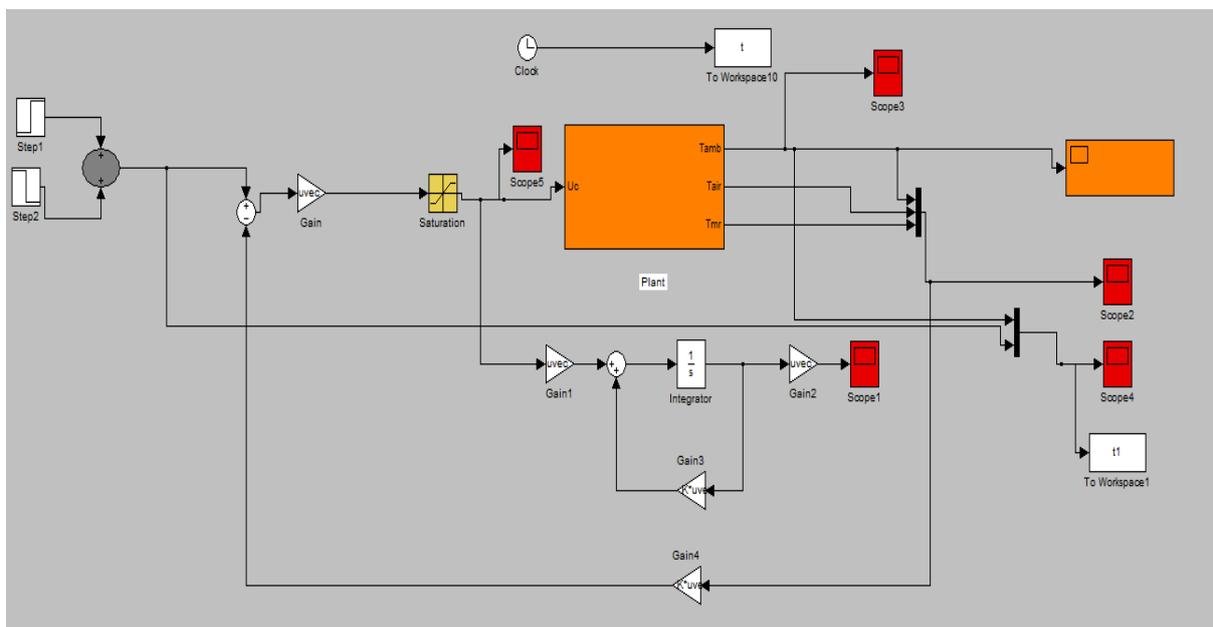
Composition des parois du bâtiment

Type	Composition	Epaisseur [m]	Densité [kgm-3]	Cap. therm. [Jkg-1k-1]	Cond. therm. [Wm-1k-1]	Coef. d'échange [Wm-2k-1](i/e)
Mur Extérieur	Plaque de plâtre	0.010	1000	1000	0.430	5/20
		0.080	20	1450	0.047	
	Polystyrène expansé	0.200	950	920	0.46	
	Parpaings					
Plancher Bas	Plastique	0.020	270	1400	0.100	5/∞
	Hourdis creux	0.200	1400	920	1.330	
		0.100	20	1450	0.047	
	Polystyrène expansé	0.075	1200	1800	0.250	
		0.150	1800	910	2.000	
	Polyuréthane					
Toiture	Plaque de plâtre	0.010	1000	1000	0.430	5/20
		0.080	20	1450	0.047	
	Polystyrène expansé	0.200	1400	920	1.330	
		0.075	1200	1800	0.250	
	Hourdis creux	0.010	1240	2140	0.230	
	Polyuréthane					
	Néoprène					

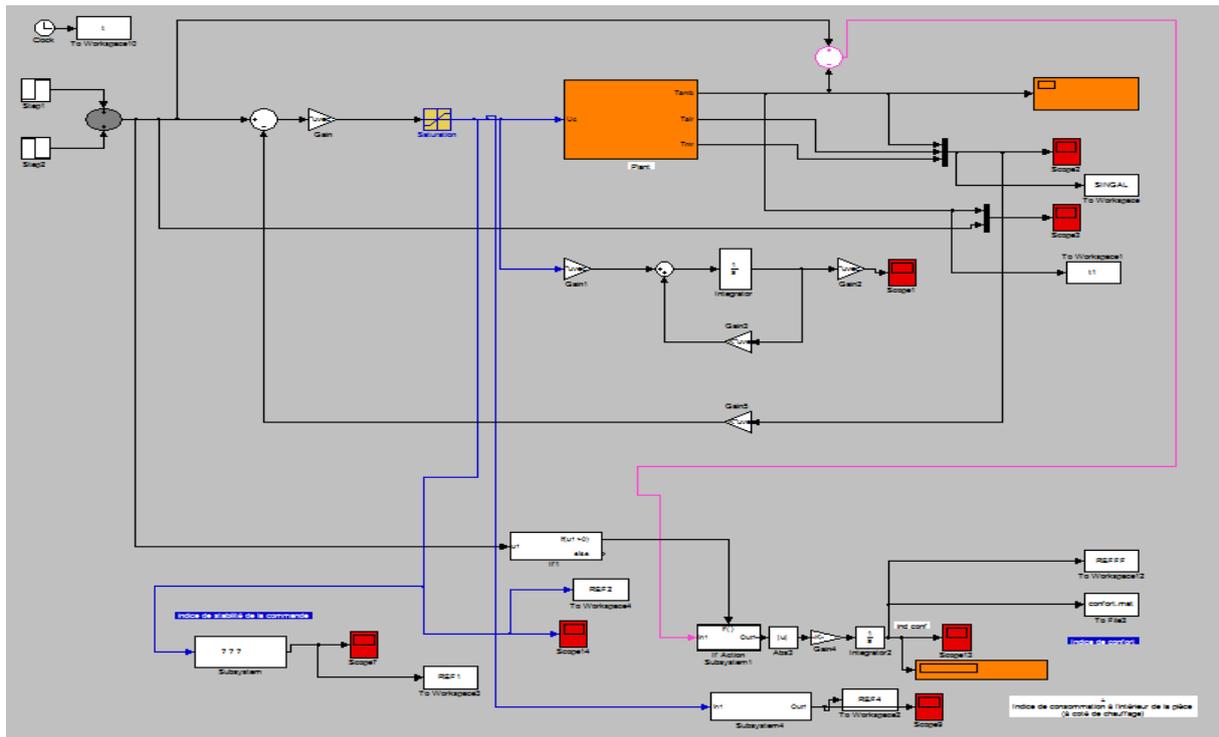
Simulation en boucle ouverte



Commande optimale (approche LQR)



Commande optimale (approche LQR) avec indices



Script de la commande optimale approche LQR

```

clc
clear all
close all
%parametre de notre modele
kw1=5/20;
kwle = 5/20;
ke1=5/20;
kwil=5/20;
ca1=1000;
cwi=920;
cw1=1000;
a11=(kw1+ke1+kwil)/ca1;
a13=kw1/ca1;
a15=kwil/ca1;
a31=kw1/cw1;
a33=(kw1+kwle)/cw1;
a51=kwil/cwi;
a55=kwil/cwi;
b12=1/ca1;

%modele d'etat
A=[-a11 a13 a15;a31 -a33 0;a51 0 -a55];
B=[b12 0 0]';
C=[1 0 0];
D=0;
T=ss(A,B,C,D)
Tf=tf(T)

%commande optimale
R=1.5;
Q=[1 0 0;0 1 0;0 0 1];
[K,S,E] = LQR(A,B,Q,R)

```

Commande optimale appliquée sur un système de chauffage bâtiment pour la régulation de température dans une pièce

Résumé:

Le but principal de ce projet est de mettre en application la commande optimale, plus particulièrement le régulateur linéaire quadratique pour la régulation de la température ambiante du chauffage bâtiment, afin de maintenir un certain niveau de confort en minimisant la consommation d'énergie.

La commande a été appliquée à un modèle d'état qui représente parfaitement le dispositif de chauffage électrique tout en prenant en compte les différentes contraintes (conditions météorologique et géométriques). Pour cela en a utilisé la boîte à outils SIMBAD, plusieurs simulations ont été effectuées et interprétées par la suite qui montrent la validité et la robustesse de cette commande.

Mots clés:

Confort thermique, consommation d'énergie, commande optimale, régulateur LQR.

Optimal control of a building heating system for temperature regulation in a room

Abstract:

The main goal of this project is to implement the optimal control, more specifically the linear quadratic regulator for the regulation of the ambient temperature of the building heating, in order to maintain a certain level of comfort while minimizing the energy consumption. The command was applied to a state model which perfectly represents the electric heating device while taking into account the various constraints (meteorological and geometric conditions). For this, the SIMBAD toolbox was used, several simulations were carried out. and interpreted subsequently which show the validity and robustness of this command.

Keywords:

Thermal comfort, energy consumption, optimal control, LQR regulator.