

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA BEJAIA
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MASTER

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Fabrication mécanique et productive

Par :

BIROUK Koussaila

CHEKROUN Mounir

Thème

**Simulation numérique du comportement élastique d'un matériau
composite à trois phases**

Soutenu le 13 / 10 / 2020 devant le jury composé de:

Melle. HIMED

Président

Mr. S .BOUTAANI

Rapporteur

Melle. ADJOUADI

Examineur

Année Universitaire 2019-2020

Remerciement

Nos profonds remerciements à Monsieur S. BOUTAANI, enseignant à l'Université de Bejaia, encadreur de ce mémoire, pour son aide précieuse, sa confiance, ses encouragements, sa patience et son soutien favorable pour l'aboutissement de ce travail.

Nos remerciements vont également aux juges pour avoir accepté d'examiné et juger notre travail.

Nous tenons aussi à adresser nos vifs remerciements à tous les enseignants du département génie mécanique de l'université de Bejaia, ainsi que le personnel du hall technologie targa ouzemour.

En finale nous souhaitons remercier l'ensemble des étudiants génie mécanique et tous ceux qui nous ont aidé de près ou de loin.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

- Mes chères parents, pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leur prières tout au long de mes études.

- Mon grand père et ma grande mère qui m'ont toujours encouragé.

- Mon frère LAID et mes sœurs HAMIDA et MOUNIA.

- toute ma famille et mes proches.

- Tous mes ami(e)s et camarades de classe.

Koussaila

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

*A ceux qui ont tant éveillé la nuit, tant sacrifié de leurs temps
pour nous instruire et qui ont su faire face aux difficultés de tous
les jours avec vaillance et qui ont pu les surmonter malgré tout
et cela dans le seul souci de notre bien être,*

A vous mes très chers

Parent que dieu vous protège

A mes chers sœurs et Père

Toute ma famille et mes proches

A tous mes amis sans exception et tous ceux qui me sont chers.

Mounir

Sommaire

Introduction général	i
I GENERALITE SUR LES MATERIAUX COMPOSITES	1
I.1. Introduction.....	1
I.2. Définitions	1
I.3. Constituants des matériaux composites	2
I.3.1 Le renfort.....	2
I.3.2 La matrice.....	2
I.4 Type de renforts	2
I.4.1 Les fibres de verre	2
I.4.2 Les fibres de carbone.....	3
I.4.3 Les fibres d'aramide (Kevlar) ou de polypropylène	3
I.4.4 Les fibres végétales comme le chanvre ou le lin.....	3
I.5 Les types des matrices	5
I.6 Classification des matériaux composites	6
I.6.1 Classification suivant la forme des constituants	7
I.6.1.1 Composés à fibres	7
I.6.1.2. Composites à particules	7
I.6.2 Classification suivant la nature de la matrice	7
I.6.2.1 Composites à matrice organique (résine, charges)	8
I.6.2.2 Composites à matrice métallique.....	8
I.6.2.3 Composites à matrice minérale (céramique)	9
I.7 Les avantages et les inconvénients des matériaux composites.....	9
I.7.1 Les avantages.....	9
I.7.1.1 Facilité de mise en forme.....	9
I.7.1.2 Légèreté	10
I.7.1.3 Adaptabilité	10
I.7.1.4 Résistance à la corrosion ou à l'oxydation	10
I.7.1.5 Isolation électrique et thermique	10
I.7.2 Les inconvénients.....	10
I.7.2.1 Le Coût	11

I.7.2.2 Conception et analyse	11
I.7.2.3 Assemblage.....	11
I.7.2.4 Tolérance aux dommages	12
I.8 Procédés de fabrication	12
I.8.1 Mise en forme des composites à matrices organiques	13
I.8.1.1 Procédés manuels	13
I.8.1.2 Procédés mécanisés	14
I.8.2 Mise en forme des composites à matrices céramiques et métalliques	16
I.8.2.1 Composites à matrices céramiques.....	16
I.8.2.2 Composites à matrices métalliques.....	17
I.9.Conclusion	17
II. Etude bibliographique sur la micromécanique	18
II.1 Introduction	18
II.2 Généralité sur le comportement élastique du matériau	19
II.2.1 Elasticité linéaire	19
II.2.3 Matériau anisotrope	20
II.2.4 Matériau monoclinique.....	20
II.2.5 Matériau orthotrope	21
II.2.6 Matériau orthotrope à isotrope transverse	22
II.3 Matrice de rigidité effective d'un composite.....	22
II.4 Généralités sur les matériaux hétérogènes.....	24
II.4.1 Effet d'échelles dans les matériaux hétérogènes.....	24
II.5 Généralités sur les techniques d'homogénéisation	26
II.5.1 Notion de VER dans un matériau hétérogène.....	27
II.6 Approches d'homogénéisation analytique et numérique	28
II.6.1 Homogénéisation analytique.....	28
II.6.2 Homogénéisation numérique	30
II.6.2.1 Approches numériques basées sur les microstructures virtuelles	31
II.6.2.2 Approches numériques basées sur les microstructures réelles.....	34
II.7 Conditions aux limites	37
II.6Conclusion.....	37

III Comportement élastique d'un matériau composite à 3 phases.....	38
III.1 Introduction.....	38
III.2 Génération des particules en 3D dans un volume cubique	38
III.3 Matériaux et Méthodes.....	43
III.3.1 Description de la microstructure.....	43
III.3.2 Propriétés élastiques des phases	44
III.4 Maillage 3D des microstructures	44
III.5 Différentes méthodes de maillage.....	46
III.5.1 Maillage régulier.....	46
III.5.2 Maillage adaptatif.....	46
III.6 Problématiques liées au maillage éléments finis	46
III.7 Effet du nombre des éléments sur les valeurs du module de compressibilité k et module de cisaillement μ	47
III.8 Résultats et discussion.....	48
III.8.1 Fraction volumique 10%	48
III.8.2 Fraction volumique 20%	50
III.9 Effet de la fraction volumique sur les propriétés élastiques	51
III.10 CONCLUSION.....	52
Conclusion generale.....	53
Références Bibliographiques.....	54
A. Annexe	56
A.1 Propriétés physiques pour le cas 3D.....	56
A.2 Les limites de Hashin-Shtrikman (cas 3D).....	56
A.3 Modèle autcohérant.....	57

Chapitre I

Figure I.1 Schéma illustratif d'un matériau composite

Figure I.2 Exemples de tissus de renforts utilisés pour les CMO haute performance

Figure I.3 Principaux matériaux de renforts

Figure I.4 Différent type des matrices

Figure I.5 Fibres de verre courtes

Figure I.6 Particules (microbilles) de verre

Figure I.7 Quelques applications des CMO "haute performance"

Figure I.8 Alliages légers et ultra légers d'aluminium

Figure I.9 a) la tuyère d'un moteur spatial, (b) le disque à aubes d'une turbine, (c) un disque de frein

Figure I.10 Le moulage au contact

Figure I.11 Le moulage sous vide

Figure I.12 L'infusion

Figure I.13 Solidification de pré-imprégnés

Figure I.14 La RTM

Figure I.15 Schémas de procédé automatisé

Chapitre II

Figure. II.1 Plan de symétrie

Figure II.2 Matériau orthotrope

Figure II.3 Plan d'isotropie

Figure II.4 Exemple des matériaux hétérogènes multiphasiques obtenus par la tomographie

Figure II.5 La taille et les constituants des échelles dans un matériau de construction

Figure II.6 Principe de l'approche d'homogénéisation des matériaux hétérogènes

Figure II.7 Approche et principe de l'homogénéisation numérique

Figure II.8 Exemple de VER d'une microstructure hétérogène

Figure II.9 Méthodologie de l'utilisation de l'approche numérique

Figure II.10 Microstructures virtuelles utilisées pour la simulation

Figure II.11 Variation des propriétés effectives en fonction de : (a) VER et (b) fraction volumique

Figure II.12 Variation des propriétés effectives en fonction de la fraction volumique

Figure II.13 Microstructures de morphologie complexe pour l'approche numérique

Figure II.14 Microstructures (VERs) de morphologie réelle pour l'approche numérique

Figure II.15 Etape de préparation d'une microstructure réelle pour la simulation

Figure II.16 Schéma de la procédure de traitement d'une microstructure réelle pour la simulation

Figure II.17 Exemple de microstructures Macro et Micro périodiques d'un réseau hexagonal : (a) cire d'abeille et (b) microstructure électronique de Zr/Br₂

Figure II.18 Variation des modules avec les conditions aux limites imposées en fonction du V

Figure II.19 Correspondance des nœuds en PBC

Chapitre III

Figure III.1 Génération des particules en 3D dans une cellule cubique

Figure III.2 Propriétés géométriques de la cellule cubique

Figure III.3 Définition de la géométrie et du paramétrage des particules

Figure III.4 algorithme de génération aléatoire de particules en 3D dans un VE

Figure III.5 Les démentions de la microstructure 3D utilisé pour les fractions volumique 10% et 20%

Figure III.6 Interface du logiciel Comsol

Figure III.7 Maillage de microstructures hétérogènes : (a) microstructures utilisé, (b) maillage associé.

Figure III.8 module de compressibilité k en fonction de nombre d'élément

Figure III.9 module de cisaillement μ en fonction de nombre d'élément.

Figure III.10 Courbes de convergence des propriétés élastiques apparentes en fonction de la taille du domaine V. (a) évolution de k_{app} , (b) évolution de μ_{app} . Fr10%

Figure III.11 Courbes de convergence de module de Young en fonction de la taille du domaine v. Fr10%

Figure III.12 Courbes de convergence des propriétés élastiques apparentes en fonction de la taille du domaine V. (a) évolution de k_{app} , (b) évolution de μ_{app} . Fr20%

Figure III.13 Courbes de convergence de module de Young en fonction de la taille du domaine v Fr20%

Figure III.14 Effet de la fraction volumique sur le module de compressibilité K

Figure III.15 Effet de la fraction volumique sur le module de cisaillement μ

Chapitre I

Tableau I.1. Caractéristiques des fibres et renforts

Tableau I. 2. Principales différences entre matrices TP et TD

Chapitre II

Tableau II.1 Expression mathématique des approches d'homogénéisation analytique pour le coefficient de compression k

Tableau II.2 Expression mathématique des approches d'homogénéisation analytique pour le coefficient de cisaillement μ

Chapitre III

Tableau III. 1 Propriétés élastiques des composants

Symbole & Notations générales

$\boldsymbol{\sigma}$: est le tenseur des contraintes du second ordre

$\boldsymbol{\varepsilon}$: est le tenseur du second ordre

\mathbf{C} : est le tenseur de rigidité du quatrième ordre

E : est le module d'Young

G : est le module de cisaillement

K : est le module de masse

λ : Est Lamé constant

C_{eff} : est la rigidité effective d'un composite en N phases

$\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_{\mathbf{c}}$: est la contrainte moyenne du composite

$\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_{\mathbf{c}}$: est la déformation moyenne

\varnothing_r : est la fraction volumique de la phase r

C_r : est le tenseur de rigidité de la phase r

A_r : est appelé le tenseur de localisation des déformations de la phase r

d : est la taille caractéristique des hétérogénéités

L : est la taille caractéristique de la structure macroscopique

l : est la taille caractéristique du VER

2D : Deux dimensions

3D : Trois dimensions

VE : Volume élémentaire

VER : Volume élémentaire représentatif

CAL : conditions aux limites

KUBC : Conditions aux limites cinématiques

HS : Les bornes de Hashin-Shtrikman

HS+ : Les bornes supérieures de Hashin-Shtrikman

HS- : Les bornes inférieures de Hashin-Shtrikman

SC: Auto cohérent (Self-consistent)

MT : les bornes Mori-tanaka

VR : les bornes Voigt-Reuss

P, V : Fraction volumique

f_m : Fraction volumique de la matrice

f_i : Fraction volumique de l'inclusion

k₁, k₂ : Modules de compressibilités (*Bulk*) pour les deux phases (matrice + inclusion)

μ₁, μ₂ : Modules de cisaillement (*Shear*) pour les deux phases (matrice + inclusion)

f₁, f₂ : Fractions volumiques pour les deux phases.

Les signes + et - : désignent les bornes respectivement supérieures et inférieures

E_m et ***E_i*** : sont le tenseur élastique de la matrice et l'inclusion

L : est la longueur du volume

D : est le diamètre des particules

Introduction

Introduction générale

Depuis toujours, et de façon plus intense encore aujourd'hui, les sciences de l'ingénieur, au sens large, ont porté une attention particulière au comportement des matériaux sur plusieurs aspects : tenue thermomécanique (résistance, flexibilité, dilatation, ...), comportement chimique (corrosion, contact alimentaire, rejet biologique, ...), conductivité électrique (isolation,...), un riche domaine de recherche pour la mécanique des matériaux qui a vu apparaître le concept de modélisation de matériaux composites ou hétérogènes. Ce sont des matériaux qui ont l'aptitude d'être conçus à la carte suivant les besoins.

Aujourd'hui, on remarque une progression importante dans l'emploi des matériaux composites dans des domaines d'application aussi divers et variés.

Le but du présent travail est de prédire le comportement élastique apparent d'un matériau composites à 3 phases ainsi de déterminer les propriétés élastiques apparentes. Plusieurs réalisations sont effectuons pour différentes fractions volumiques, ces réalisations sont de forme d'un cube qui contient un certain nombre de sphères et avec défirrent géométrie. Le comportement élastique est évalué à l'aide d'un logiciel de simulation numérique (Comsol). ce travail est organisé de la manière suivante :

Le premier chapitre est consacré à une introduction sur les matériaux composites et leurs types ainsi que les procédés de fabrication des matériaux composites.

Le deuxième chapitre comporte une étude bibliographique sur la micromécanique ainsi une présentation générale des matériaux hétérogènes. Nous évoquerons en particulier une synthèse sur les différents travaux et contributions, analytiques et numériques, consacrés à l'étude d'un matériau hétérogène. Il expose aussi les techniques d'homogénéisation élastique en tenant compte les méthodes d'approche. Finalement on trouve dans ce chapitre les expressions mathématiques de quelques modèles analytiques utilisés pour l'homogénéisation des matériaux hétérogènes.

Finalement, le troisième chapitre présentera la génération des particules en 3D dans un volume cubique, il aborde aussi la technique de maillage des images virtuelles utilisée dans cette étude, finalement la modélisation par la méthode d'homogénéisation numérique à l'aide du logiciel Comsol multi-physique 5.5 et le calcul des propriétés élastiques effectives de composite en 3D ayant des particules sous forme sphérique, les résultats obtenus seront comparé aux deux modèles abordés (Hashin-Strikman et le modèle auto cohérent.

Chapitre I

Généralité sur les matériaux composites

I GENERALITE SUR LES MATERIAUX COMPOSITES

I.1. Introduction

Le développement de nouveaux matériaux performants (grande dureté, résistance à la corrosion, conductivité thermique optimale, etc.) est un enjeu industriel important de nos jours. Ces performances dépendent en grande partie des propriétés du matériau, mais aussi de l'optimisation de l'architecture des phases en présence.

Les composites sont des matériaux "techniques" qui intéressent beaucoup les industriels pour leurs caractéristiques de poids et de tenue mécanique. Cependant, pour les concepteurs, il y a toutefois des défis à relever. La rupture par délaminage et par fatigue, les microfissurations pouvant provoquer d'éventuelles ruptures, ainsi que d'autres mécanismes qui n'interviennent pas dans la conception de pièces métalliques, sont d'une importance primordiale pour ces matériaux. Ces phénomènes sont mal compris, et en raison du temps et du coût de fabrication, le recours à un prototype physique est encore moins pratique sans outil de calcul adéquat, le choix du matériau prend du temps et immobilise des ressources.

I.2. Définitions

Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux de natures différentes, se complètent et permettent d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément.

Ce type de matériau consiste à associer plusieurs matériaux de propriétés différentes, dites phases. Une phase matrice, généralement continue et les autres dites renforts sont habituellement dures de forme différente. La figure (I.1) schématise un exemple de composites hétérogènes biphasés avec différentes formes de renforts. Dans un composite on distingue deux types de renforts, un renfort fibre où sous forme particule. Ces renforts ont le caractère d'être compatible avec la Matrice afin d'avoir un comportement global homogène. Les composites permettent d'améliorer la qualité des matériaux pour une certaine utilisation. Du fait de leur légèreté, rigidité, etc. En raison de large utilisation de ces composites, un effort particulier pour la réduction des coûts, augmenter la durée de vie ou prévoir leur rupture et optimiser les propriétés d'usage [1].

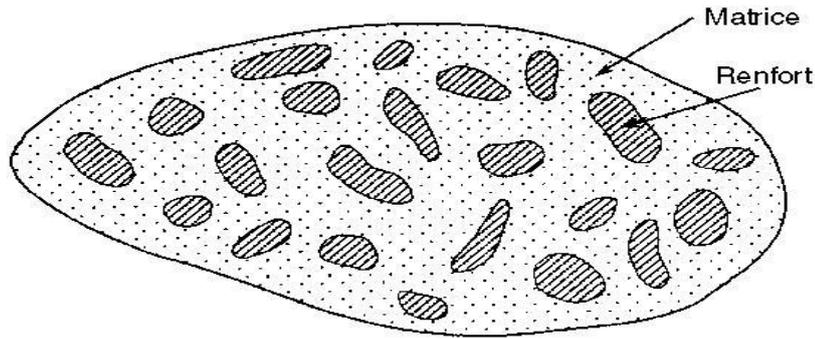


Figure I.1 Schéma illustratif d'un matériau composite.

I.3. Constituants des matériaux composites

I.3.1 Le renfort

Est une armature, ou squelette de la structure qui assure la tenue mécanique (résistance à la traction et rigidité). Souvent de nature filamentaire (des fibres organiques ou non organiques)

I.3.2 La matrice

La matrice est, avec les renforts, l'un des deux principaux constituants des matériaux composites. Dont le rôle est de maintenir les renforts en place et de leur assurer la cohésion et la protection. Elle permet également la transmission des efforts mécaniques vers les renforts. La matrice est généralement homogène et isotrope [2].

I.4 Type de renforts

Ils peuvent se présenter sous de nombreuses formes : fibres courtes ou fibres continues K (tissus ou textures multidirectionnelles) en fonction de l'application envisagée. Les fibres possèdent généralement une bonne résistance à la traction mais une résistance à la compression faible.

Différentes fibres peuvent être employées avec ces matrices. Les plus courantes sont : [2]

I.4.1 Les fibres de verre

Peu coûteuses et ultra-réplandues (95% des renforts) utilisées dans pratiquement toutes les applications « grande diffusion » et certaines applications « hautes performances ».

I.4.2 Les fibres de carbone

Plus onéreuses mais très performantes d'un point de vue mécanique, utilisées notamment en aéronautique, en construction industrielle et dans les sports et loisirs [2].

I.4.3 Les fibres d'aramide (Kevlar) ou de polypropylène

Plus résistantes aux chocs et plus tenaces que le carbone d'où leur utilisation entre autres, dans les gilets pare-balles et autres protections balistiques [2].

I.4.4 Les fibres végétales comme le chanvre ou le lin :

Assez peu coûteuses et renouvelables, qui commencent à faire leur apparition sur certaines pièces peu sollicitées mécaniquement.

Certains composites d'entrée de gamme, plus anciens, emploient des fibres de papier ou de coton les matériaux obtenus généralement appelés micarta (du nom de la compagnie les ayant commercialisés), sont de bons isolants thermiques et électriques [2].

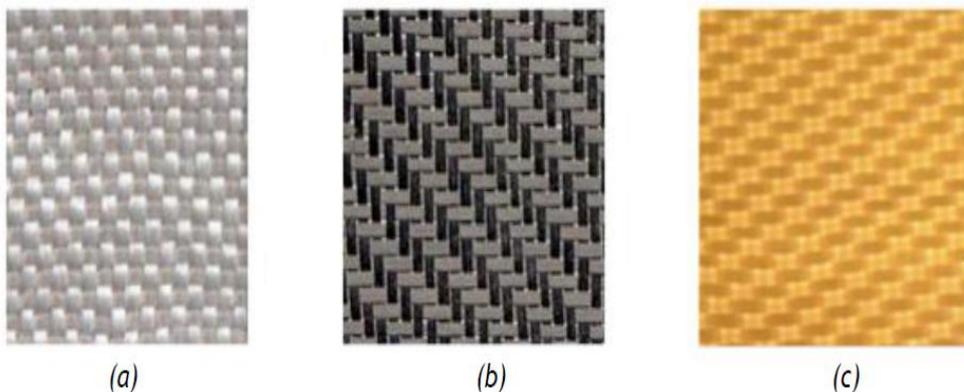


Figure I.2 Exemples de tissus de renforts utilisés pour les CMO haute performance

(a) verre, (b) carbone, (c) aramide (Kevlar) [2].

L'architecture de ces renforts doit elle aussi être adaptée aux fonctions techniques à remplir. Pour les applications « grande diffusion » on utilise souvent des fibres de verre courte les procédés de fabrication sont alors relativement proches de ceux que l'on emploie avec des polymères seuls. On peut également utiliser des fibres longues disposées en mats (c'est-à-dire « en vrac », sans orientation privilégiée). Les applications « hautes performances » utilisent quant à elles des fibres longues tissées (figure I.3) ou empilées en plis unidirectionnels, ce qui permet d'optimiser les propriétés mécaniques du composite. La mise en forme est alors, la plupart du temps, plus coûteuse [2].

Les composites artificiels sont souvent renforcés soit par des fibres, soit par des composants fabriqués à base de fibres (torons, assemblage de fibres tordues ensemble tissus ; mats, ou nappes). Chacune d'entre elles s'impose dans une application particulière en raison de ses propriétés spécifiques et de son prix. Les principaux matériaux de renforts, sont résumés dans l'organigramme suivant :

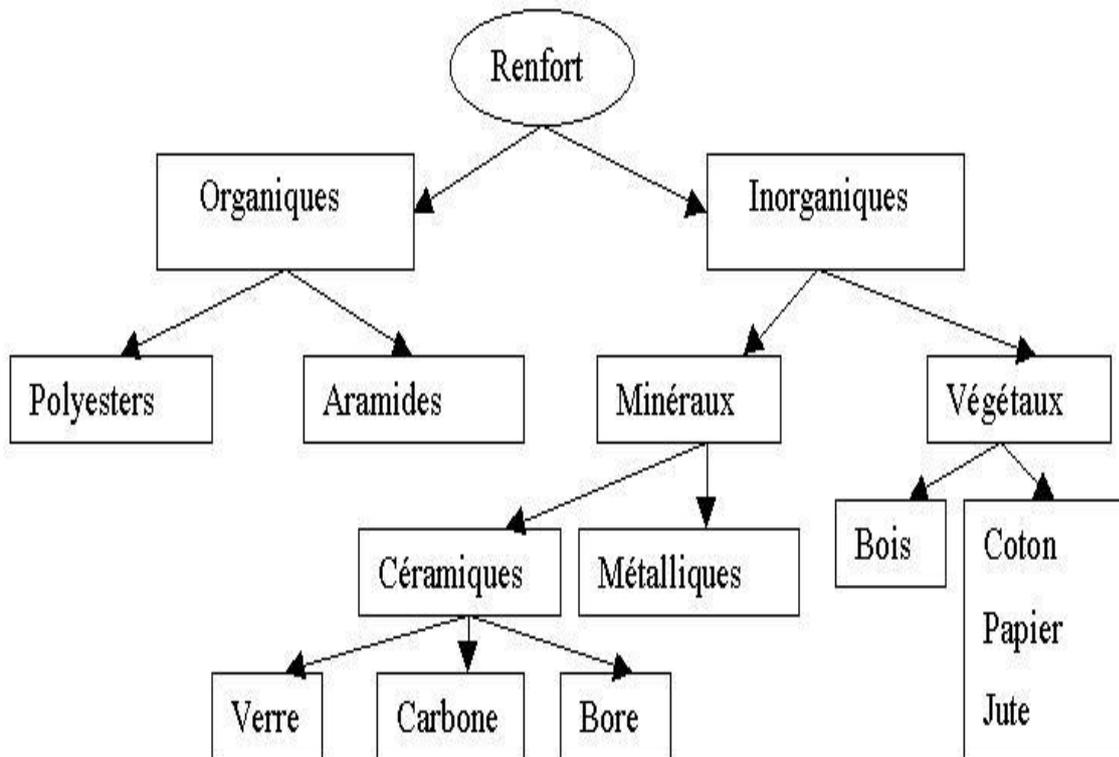


Figure I.3 Principaux matériaux de renforts.

Le tableau suivant présente les principales caractéristiques mécaniques de quelques renforts :

Tableau I.1 Caractéristiques des fibres et renforts [2].

Renforts	Diamètre du filament (µm)	Masse volumique (kg.m ⁻³)	Module d'élasticité longitudinal (MPa)	Module de cisaillement (MPa)	Coefficient de Poisson	Contrainte de rupture (traction) MPa	Allongement à rupture %	Coefficient de dilatation thermique °C ⁻¹
	d	Mv	E	G	k	C _r	A	α
Verre E	16	2 600	74 000	30 000	0,25	2 500	3,5	0,5*10 ⁻⁵
Verre R	10	2 500	86 000		0,2	3 200	4	0,3*10 ⁻⁵
Carbone HM	6.5	1 800	390 000	20 000	0,35	2 500	0,6	0,08*10 ⁻⁵
Carbone HR	7	1 750	230 000	50 000	0,3	3 200	1,3	0,02*10 ⁻⁵
Kevlar 49	12	1 450	130 000	12 000	0,4	2 900	2,3	-0,2*10 ⁻⁵
Bore	100	2 600	400 000			3 400	0,8	0,4*10 ⁻⁵
Silicate d'alumine	10	2 600	200 000			3 000	1,5	
Polyéthylène		960	100 000			3 000		

I.5 Les types des matrices

Il existe différents types des matrices qu'on utilise actuellement :

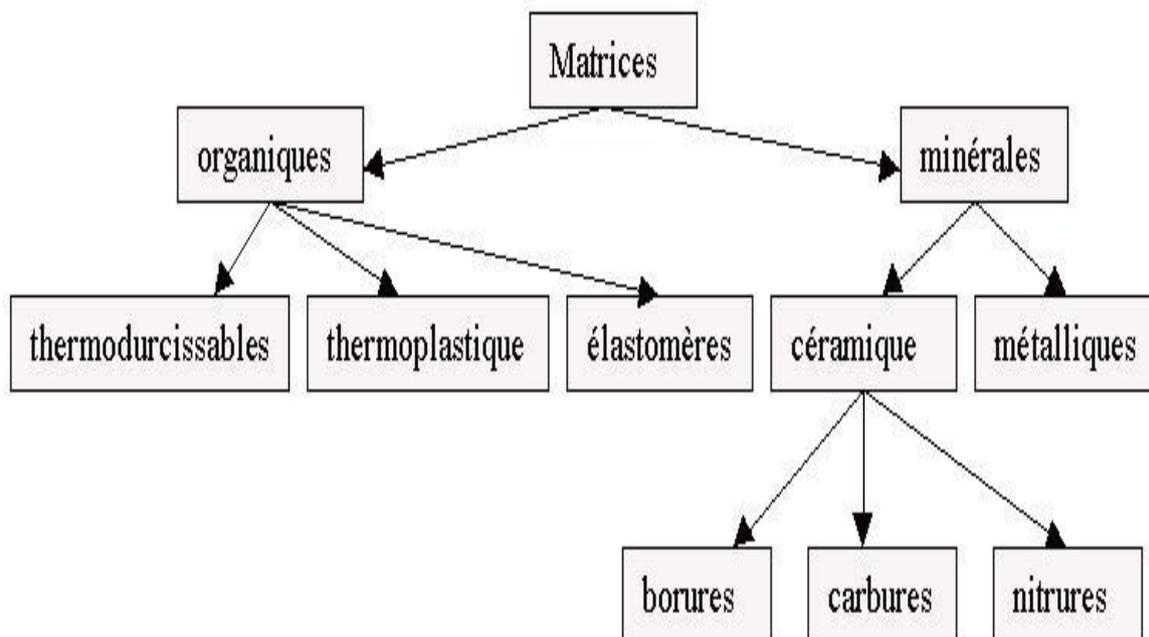


Figure I.4 Différent type des matrices [2].

Il est important de bien situer les différences fondamentales de ces deux types de matrices. La structure des thermoplastique (TP) se présente sous forme de chaînes linéaires, il faut les chauffer pour les mettre en forme (les chaînes se plient alors), et les refroidir pour les fixer (les chaînes se bloquent). Cette opération est réversible.

La structure des thermodurcissables (TD) a la forme d'un réseau tridimensionnel qui se pont (double liaison de polymérisation) pour durcir en forme de façon définitive, lors d'un échauffement. La transformation est donc irréversible.

Tableau I.2 Principales différences entre matrices TP et TD [2].

Matrices	Thermoplastiques TP	Thermodurcissables TD
Etat de base	solide prêt à l'emploi	liquide visqueux à polymériser
Stockage	Illimité	Réduit
Mouillabilité renforts	Difficile	Aisée
Moulage	chauffage + refroidissement	chauffage continu
Cycle	Court	Long
Tenue au choc	assez bonne	Limitée
Tenue thermique	Réduite	Bonne
Chutes et déchets	Recyclables	perdus ou recyclés en charges
Conditions de travail	Propreté	émanation pour "méthode humide"

I.6 Classification des matériaux composites

Les composites peuvent être classés suivant la forme des constituants ou suivant la nature des composants [3].

I.6.1 Classification suivant la forme des constituants

En fonction de la forme des constituants, les composites sont classés en deux grandes classes :

I.6.1.1 Composites à fibres

On appel composite à fibre, si le renfort se trouve sous forme de fibre (soit fibres continues, soit fibres discontinues, coupées ou courtes).



Figure I.5 Fibres de verre courtes.

I.6.1.2. Composites à particules

On appelle composite à particule, lorsque le renfort se trouve sous forme de particule. La particule n'a pas de dimension privilégiée. Les particules sont généralement utilisées pour améliorer certaines propriétés des matériaux ou des matrices, comme la rigidité, la tenue à la température, la résistance à l'abrasion...etc. mais dans de nombreux cas, les particules sont simplement utilisées comme charges pour réduire le coût du matériau, sans en diminuer les caractéristiques. Ce type de composite recouvre un domaine étendu dont le développement s'accroît sans cesse [3].

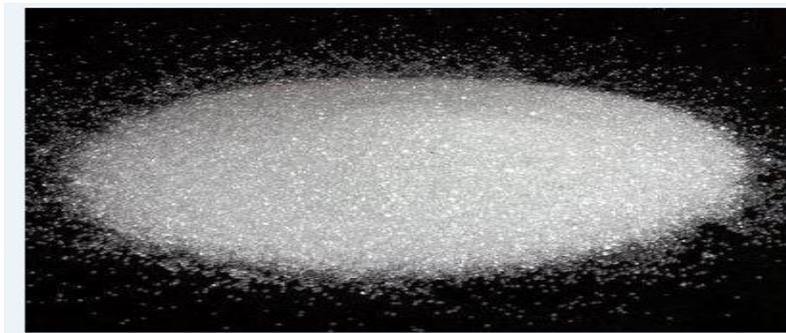


Figure. 6. Particules (microbilles) de verre.

I.6.2 Classification suivant la nature de la matrice

Selon la nature de la matrice les matériaux composites sont classés en :

I.6.2.1 Composites à matrice organique (résine, charges)

Il s'agit, de loin, des composites les plus répandus : ce sont en effet les seuls composites ayant, pour beaucoup d'entre eux, des coûts unitaires suffisamment réduits pour pouvoir être produits en grandes séries. Plus précisément, on distingue généralement deux types de composites à matrice organique (CMO) [3] :

➤ **Les composites à grande diffusion**

Peu coûteux et représentant près de 95% des CMO fabriqués, utilisés pour toutes sortes de pièces faiblement sollicitées [3].

➤ **Les composites à haute performance**

Plus onéreux mais présentant des qualités mécaniques supérieures, notamment employés dans l'aéronautique, le nautisme, les sports et loisirs ou encore la construction industrielle.



(a)



(b)



(c)

Figure I.7. Quelques applications des CMO "haute performance" : (a) un catamaran, (b) le support de la charge utile d'Ariane 5, (c) des skis de compétition.

I.6.2.2 Composites à matrice métallique

Alliages légers et ultra légers d'aluminium, de magnésium, de titane) domaine des températures jusqu'à 600°C.



Figure I.8. Alliages légers et ultra légers d'aluminium [3].

I.6.2.3 Composites à matrice minérale (céramique)

Domaine des températures jusqu'à 1000°C. Ce type de composite (matrice) peut être associé à divers renforts.



Figure I.9.a) la tuyère d'un moteur spatial, (b) le disque à aubes d'une turbine, (c) un disque de frein

I.7 Avantages et les inconvénients des matériaux composites**I.7.1 Les avantages****I.7.1.1 Facilité de mise en forme**

Le matériau durcit et prend un aspect de surface définitif alors qu'il est positionné sur le moule. Il est ainsi possible de réaliser en une seule opération des formes qui auraient nécessité plusieurs étapes en utilisant d'autres matériaux (exemple : découpe, formage, soudure, polissage pour des tôles métalliques). La réalisation de pièces par moulage au contact nécessite un matériel d'application peu onéreux. La réalisation des moules pour ce procédé est également simple et permet donc une grande liberté dans la création des formes qui est notamment mise en œuvre dans les applications liées à la carrosserie (voitures, camions, bateaux, ferroviaire, ...) [4].

I.7.1.2 Légèreté

Pour des propriétés mécaniques équivalentes, l'utilisation de matériau composite à la place de métaux permet un gain de poids de près de 50 %. Cette propriété est notamment mise à profit dans le secteur automobile [4].

I.7.1.3 Adaptabilité

Les caractéristiques mécaniques du composite peuvent être ajustées en jouant globalement sur le taux de fibres mais aussi localement en adaptant la quantité et le positionnement des fibres dans des zones soumises à de plus fortes contraintes mécaniques.

I.7.1.4 Résistance à la corrosion ou à l'oxydation

À cause de leur composition chimique à base de résine organique, les composites sont peu sensibles à la corrosion et sont très résistants aux attaques chimiques. Cette caractéristique leur donne un avantage important par rapport aux métaux pour la réalisation de réservoirs et d'équipements destinés à un usage extérieur ou en zone humide [4].

I.7.1.5 Isolation électrique et thermique

Le bon niveau d'isolation que procurent les matériaux composites pourrait conduire à une utilisation plus importante dans le bâtiment. Toutefois, leur emploi massif est freiné à cause de coûts élevés par rapport aux matériaux de construction traditionnels.

I.7.2 Les inconvénients

Bien que les avantages des matériaux composites soient impressionnants, ces matériaux ne sont pas une solution miracle pour toutes les applications. Des inconvénients ou des problèmes existent et peuvent empêcher leur usage. Les inconvénients les plus courants sont les suivants [4] :

I.7.2.1 Le Coût

Les matériaux composites hauts performances ont été développés principalement pour répondre aux besoins de la communauté aérospatiale où le coût élevé peut être toléré en échange de matériaux plus performants. Par conséquent, le transfert de la technologie des composites aux produits de grande consommation est lent, à quelques exceptions comme les équipements de sports où la performance prime également sur le coût [4].

I.7.2.2 Conception et analyse

Les matériaux composites sont souvent à la fois hétérogènes et anisotropes. Ces deux caractéristiques sont différentes des celles de la plupart des matériaux conventionnels. Elles nécessitent de nouvelles approches, généralement plus compliquées, pour la conception et l'analyse des structures. L'hétérogénéité impose l'analyse selon au moins deux points de vue. La micromécanique examine l'interaction des constituants à l'échelle microscopique. La macro mécanique suppose que le composite est homogène et s'intéresse aux propriétés apparentes du matériau [4].

Les matériaux anisotropes nécessitent plus de propriétés mécaniques que les matériaux isotropes pour établir les relations contrainte-déformation (les lois de comportement). Ces propriétés sont déterminées selon les directions principales du pli élémentaire (directions parallèle et perpendiculaire à l'orientation des fibres). Pour les stratifiés composites, les rigidités sont déterminées à l'aide de la théorie classique des stratifiés. La rupture des stratifiés composites se produit de plusieurs façons très complexes. Il est donc difficile d'établir une théorie de résistance qui tienne compte de tous les modes de rupture et de leurs interactions. Par conséquent, la détermination des résistances est plus compliquée et nécessite des vérifications expérimentales. De plus, la résistance d'un stratifié peut être influencée par les contraintes inter laminaires au voisinage des bords libres. La séquence d'empilement du stratifié doit être soigneusement déterminée afin de minimiser ces contraintes.

I.7.2.3 Assemblage

Les matériaux composites sont généralement plus fragiles que les matériaux métalliques conventionnels. Par conséquent, la redistribution des contraintes autour des sites de concentration telle que le trou est moins efficace. La résistance et la rigidité d'un stratifié ne peuvent pas toujours être entièrement transférés par un joint. Le trou est donc souvent renforcé par des inserts métalliques ou par l'augmentation de l'épaisseur du stratifié dans la partie trouée. De tels renforcements entraînent du poids supplémentaire pour la structure [4]. Le problème d'assemblage est donc critique pour le succès de l'emploi des matériaux composites.

I.7.2.4 Tolérance aux dommages

Un des points faibles les plus importants des matériaux composites est la tolérance aux dommages. Des dommages de diverses natures peuvent se produire dans la vie d'une structure, par exemple l'impact, soit en service ou pendant la maintenance, est inévitable. En règle générale, plus un matériau est ductile, plus il est capable de tolérer l'impact car la ductilité fournit la capacité d'absorber de l'énergie. Par conséquent, les structures métalliques ont tendance de se déformer plutôt que de se fracturer sous l'impact. Le caractère fragile des matériaux composites ne permet pas, par contre, de subir l'impact sans avoir d'endommagement. Les dommages sont souvent des fissurations internes de la matrice, indétectables sur la surface de la structure. Ce type de dommages diminue considérablement la résistance en compression de la pièce endommagée. Les dommages des fibres diminuent la

résistance en compression ainsi qu'en traction. Les outils pour évaluer la tolérance aux dommages des structures sont le programme d'inspection, l'analyse de la résistance résiduelle, et l'analyse de la propagation des dommages [4].

I.8 Procédés de fabrication

Les procédés de fabrication des matériaux composites sont nombreux et variés. Depuis des procédés essentiellement manuels, les techniques n'ont cessé d'évoluer pour répondre à l'utilisation croissante de ces matériaux. Les besoins de cadences de plus en plus élevées, ou encore de pièces aux caractéristiques mieux maîtrisées, optimisées, ont mené à différents types de procédés qui sont choisis en fonction du besoin (forme, cadence, série, caractéristiques mécaniques, etc.) [5].

Les principales caractéristiques des procédés de mise en forme de matériaux composites qui les différencient des procédés de fabrication des matériaux métalliques sont, selon [Rudd 1997] :

- La forme finale du produit ainsi que la géométrie des constituants moulés sont obtenues quasiment en même temps. ·
- Une variété de matériaux caractérisés par des propriétés différentes, des conditions opératoires et des coûts sont utilisés.
- Le déroulement opératoire a un rôle prédominant sur les caractéristiques mécaniques, la géométrie et les coûts de fabrication.

I.8.1 Mise en forme des composites à matrices organiques

De manière générale, la mise en forme des composites à matrices organiques s'effectue par moulage et comporte deux grandes étapes :

- Disposer les fibres et la matrice liquide dans un moule.
- Solidifier la matrice.

Les problématiques associées à ces procédés sont donc celles du moulage (assurer le remplissage sans bulles ou vides, limiter le retrait, garantir la forme de la pièce...), auxquelles s'ajoute le dosage correct des deux constituants, primordial pour assurer de bonnes propriétés mécaniques. Pour y répondre, de nombreux procédés ont été proposés, qui diffèrent par la nature du moule (ouvert ou fermé), le principe utilisé pour le remplir, l'ordre des différentes opérations... Nous en présentons ici quelques-uns l'accent est mis sur les matrices therm durcissables, qui sont majoritairement employées [6].

I.8.1.1 Procédés manuels

Certains procédés sont entièrement manuels, et utilisent un moule ouvert dans lequel un opérateur dépose les fibres et la matrice. Le plus simple d'entre eux est le moulage au contact : il s'agit de réaliser un stratifié en déposant, alternativement, des couches de résine liquide et des couches de tissu (figure I.10). L'opérateur comprime le tout avec un rouleau, ce qui permet d'imprégner le tissu de résine et de chasser l'air. Une fois la stratification terminée, l'ensemble est mis à solidifier dans une étuve ou à température ambiante.

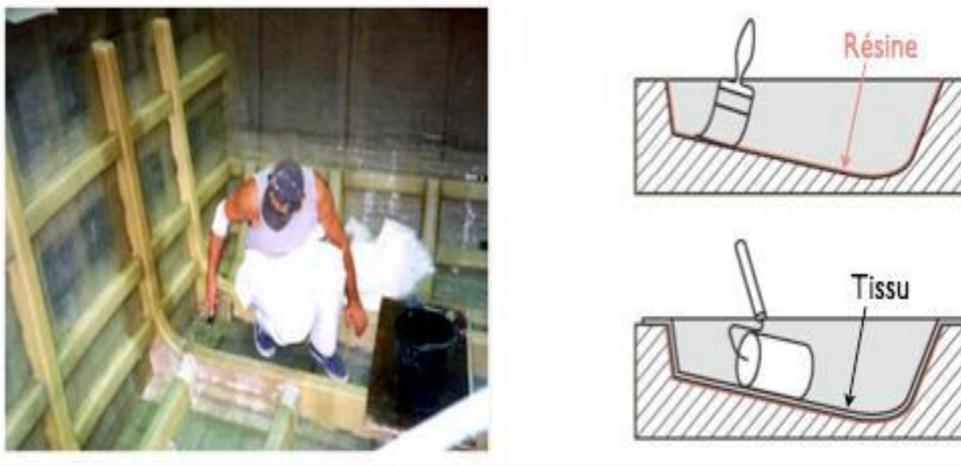


Figure I.10 Le moulage au contact.

Ce procédé est peu coûteux, bien adapté aux petites séries, et permet la fabrication de très grandes pièces (coques de bateaux, piscines, réservoirs...). Un de ses inconvénients est qu'il est difficile de bien doser et de bien répartir la résine ; la qualité de la pièce dépend donc fortement de l'habileté de l'opérateur, et est dans tous les cas assez peu contrôlable.

Pour une qualité optimale, il est possible d'utiliser des pré-imprégnés, eux aussi disposés à la main dans un moule ; l'opérateur n'a alors plus à se soucier de contrôler le taux de résine, qui est en principe connu avec précision. La solidification s'effectue à haute température et sous pression, dans un sac à vide mis au four (Figure I.11.a) ou à l'autoclave (Figure I.11.b). Le coût élevé de ce procédé le réserve aux applications exigeantes (éléments structurels en aéronautique, voitures ou bateaux de compétition...)

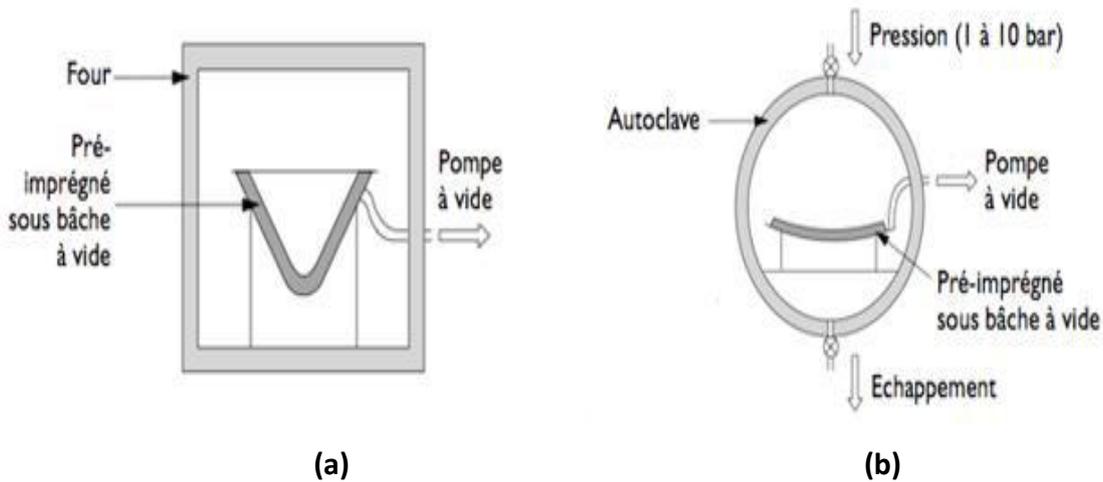


Figure I.11 Solidification de pré-imprégnés : (a) au four (à chaud), (b) à l'autoclave (à chaud et sous Pression.)

I.8.1.2 Procédés mécanisés

D'autres procédés utilisent des outillages plus lourds et sont donc réservés aux séries plus importantes. Par exemple, la RTM (pour Resin Transfer Molding) consiste à disposer les fibres au sein d'un moule fermé dans lequel on injecte la résine sous pression, à l'aide d'une pompe. Il en existe deux variantes : la RTM « standard » qui utilise un moule très rigide et lourd, et la RTM « éco » ou « light » qui utilise un moule semi-rigide et s'effectue donc à des pressions moins élevées, une pompe à vide fournit alors une assistance supplémentaire pour aspirer la résine. Par rapport à l'infusion, l'emploi d'un moule fermé permet un meilleur contrôle de l'épaisseur des pièces, moyennant un outillage nettement plus coûteux.

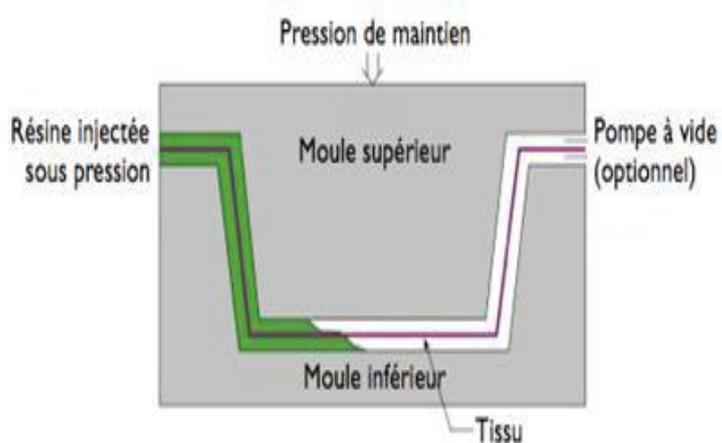


Figure I.12 La RTM

Il existe en outre des procédés complètement automatisés, fonctionnant de manière ininterrompue mais dédiés à des géométries particulières. Citons par exemple l'enroulement filamentaire destiné à fabriquer des tubes (souvent cylindriques de révolution, mais pas toujours), qui consiste à enrouler des fibres imprégnées de résine autour d'un mandrin jouant le rôle d'un moule intérieur. Un autre exemple important est la pultrusion (figure I.13), destinée à créer des profils de sections quelconques, qui consiste à faire passer des fibres imprégnées de résine à travers une filière d'extrusion, en les « tirant » à l'aide de rouleaux (d'où son nom, combinaison de l'anglais to pull et de extrusion) [7].

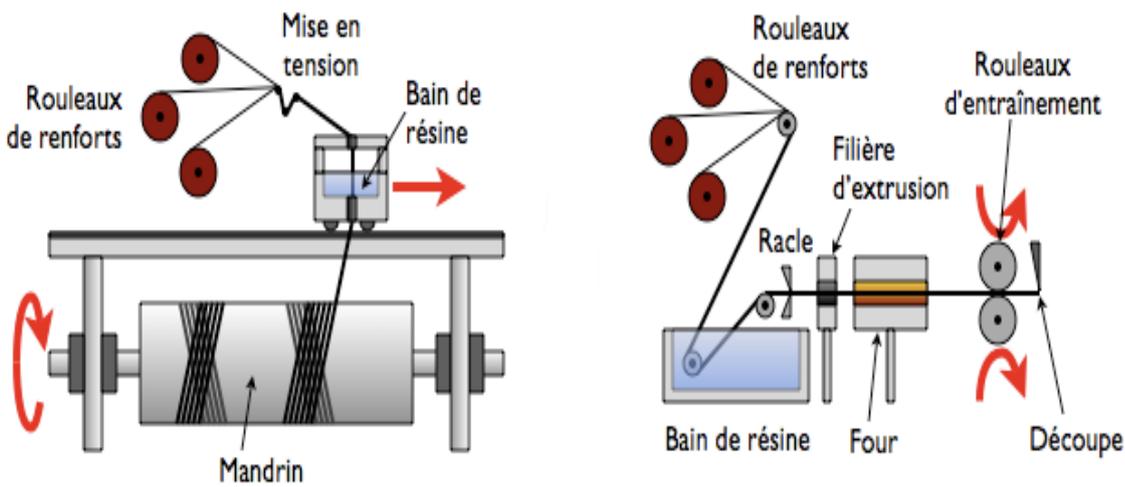


Figure I.13. Schémas de procédés automatisés: (a) l'enroulement filamentaire, (b) la pultrusion.

Ces procédés donnent des pièces de bonne qualité et sont adaptés aux productions en grande série. Leurs principales limitations, outre les contraintes sur la géométrie des pièces, portent sur les directions des renforts ainsi mis en place. En effet, la pultrusion installe des renforts axiaux (ce qui conduit à des comportements fortement anisotropes), tandis que l'enroulement filamentaire installe des renforts obliques ou circonférentiels. Le choix de l'un de ces procédés doit donc dépendre de l'application visée. Par exemple, un même tube cylindrique pourrait être réalisé :

- Par pultrusion : s'il est principalement sollicité en traction ou en flexion (poutres...).
- Plutôt par enroulement filamentaire : s'il est principalement soumis à une pression interne (réservoirs, tuyaux...).

Pour des applications spécifiques, il est en outre possible de « personnaliser » ces procédés par exemple, le pull-wading consiste à effectuer un enroulement filamentaire autour d'une

âme obtenue par pultrusion et permet donc d'obtenir deux directions de renforts. Naturellement, le choix d'un tel procédé doit être fait en amont, lors de la définition de l'orientation des renforts.

I.8.2 Mise en forme des composites à matrices céramiques et métalliques

Les composites à matrices céramiques (CMC) et métalliques (CMM) sont des matériaux de pointe, dont les volumes de fabrication sont nettement plus réduits que ceux des composites à matrices organiques (CMO). Nous nous limitons à mentionner les principales voies d'obtention de ces composites, sans entrer dans le détail des différents procédés [8].

I.8.2.1 Composites à matrices céramiques

Les composites à matrices céramiques, contrairement à leurs homologues organiques, ne sont pas mis en forme par moulage, mais plutôt par dépôt de matière. De manière générale, les procédés employés comportent deux étapes :

- Fabriquer une préforme, c'est-à-dire un tissu de mèches de fibres ayant la forme de la pièce.
- Densifier cette préforme, c'est-à-dire déposer la matrice dans les « vides » du tissu, entre les mèches et également au sein des mèches (entre les fibres).

Pour déposer la matrice céramique au sein du tissu, on infiltre des précurseurs, c'est-à-dire des substances qui vont réagir chimiquement pour former la matrice directement sur place. Ces précurseurs peuvent être liquide ou gazeux ; la voie liquide est relativement rapide mais donne des matrices poreuses et de qualité moyenne, tandis que la voie gazeuse offre un très bon contrôle de la composition des matrices (grande pureté, possibilité de réaliser des matrices multicouches pour intégrer davantage de fonctions techniques...) mais est extrêmement lente et coûteuse, ce qui la réserve aux applications les plus exigeantes.

I.8.2.2 Composites à matrices métalliques

Enfin, les composites à matrices métalliques sont souvent mis en forme par moulage sous pression : les fibres sont disposées dans un moule fermé et préchauffé où l'on injecte ensuite la matrice, en l'occurrence du métal fondu. Le tout est alors compacté sous une presse jusqu'à solidification. Des techniques comme la pultrusion peuvent également être utilisées.

I.9. Conclusion

Ce chapitre a fait l'objet de généralités sur les matériaux composites, leurs propriétés physiques et mécaniques, le processus de fabrication des pièces en matériaux composites tel que le processus manuels et mécanisés, leur utilisation dans le secteur industriel. Par ailleurs, nous avons décrit les différents types ainsi que les avantages et les inconvénients et la classification de matériaux composite les plus utilisées dans l'industrie.

Chapitre II

Etude bibliographique sur la micromécanique

Chapitre II Etude bibliographique sur la micromécanique

II.1 Introduction

La micromécanique a été une approche largement adoptée pour la prédiction des propriétés efficaces d'un matériau composite. La plupart des méthodes de micromécanique des matériaux sont basées sur la mécanique du continu plutôt que sur des approches atomistiques telles que la dynamique moléculaire. Depuis plus d'un siècle, les chercheurs ont utilisé la mécanique du continu pour trouver diverses expressions mathématiques, y compris des règles de mélanges [9] (Voigt (1887) et Reuss (1929)), et des méthodes de champ moyen (par exemple Eshelby (1957)) menant à la dérivation de formules semi-empiriques (Halpin et Tsai (1969)), comme modèles pour le calcul des propriétés effectives approximatives.

Un problème avec les formules semi-empiriques est qu'elles ne sont pas basées sur des observations et des expériences, mais sur une théorie combinée avec des analyses. Si ces modèles se sont avérés plus ou moins précis dans la plupart des cas, le besoin d'une expression entièrement empirique se fait sentir comme celui d'un modèle de substitution, qui est construit uniquement sur la base de données collectées à l'aide de simulations. La micromécanique examine l'interaction des matériaux constitutifs à une échelle microscopique et étudie leur effet sur les propriétés globales du composite. Par conséquent, l'étude de la micromécanique est une approche basée uniquement sur les matériaux constitutifs d'un composite et sur la manière dont diverses proportions et agencements des matériaux constitutifs peuvent aider à obtenir les propriétés souhaitées. Ce faisant, une approche micromécanique peut fournir un meilleur aperçu des interactions entre la fibre et la matrice, fournissant ainsi un modèle plus précis pour analyser le comportement du composite. Dans certains cas, les constituants comprennent l'interface entre la fibre et la matrice, où se produit la transition des propriétés. Cette interface (parfois également appelée interphase) joue un rôle crucial dans le comportement du composite.

Un avantage important posé par un modèle micromécanique par rapport à un modèle macromécanique est la capacité de la micromécanique à capturer la déformation physique et les dommages à une échelle plus fondamentale. Cela permet de mieux saisir les taux de contrainte et de déformation multi-axiaux. Sans oublier que la micromécanique utilise des modèles constitutifs de constituants isotropes plus simples et des critères de défaillance [4]. Il

est important de noter que l'échec a tendance à se produire principalement au niveau micromécanique, ce qui rend difficile la capture au niveau macroscopique. Les propriétés qui peuvent être prédites en utilisant la micromécanique comprennent les constantes thermo-élastiques, les propriétés viscoélastiques, les propriétés de résistance, la fonction d'élasticité, la ténacité à la rupture, les conductivités thermiques et les propriétés électromagnétiques [5]. Il convient de souligner que la micromécanique est encore une approximation de tout modèle composite réel, le plus significativement l'approximation de la géométrie de la fibre dans un composite.

II.2. Généralité sur le comportement élastique du matériau

II.2.1 Elasticité linéaire

La loi de comportement d'un matériau est généralement donnée comme [10]

$$\sigma = C \varepsilon \quad (\text{II.1})$$

La relation d'élasticité linéaire peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

Avec

$$\begin{aligned} \sigma_{ii} &= \sigma_{\alpha} & \varepsilon_{ii} &= \varepsilon_{\alpha} & \alpha &= 1 \\ \sigma_{ij} &= \sigma_{\beta} & \varepsilon_{ij} &= \varepsilon_{\beta} & \beta &= 9 - i - j \end{aligned}$$

II.2.2 matériaux élastiques isotropes

À cinq constantes matérielles, c'est-à-dire le module d'Young E, le module de cisaillement G, le module de masse K, Lamé constant λ , et le coefficient de Poisson ν , sont couramment utilisés. Cependant, seuls deux d'entre eux sont nécessaires pour décrire complètement la caractéristique de C. Par exemple, en utilisant les valeurs de K et G, C peut être représenté comme :

$$C = 3KI^V + 2GI^d \quad (\text{II.3})$$

Dans l'équation (II.3), I^V et I^d désignent respectivement la partie volumétrique et la partie déviatorique d'un tenseur à quatre ordres [11].

Le nombre de constantes d'élasticité indépendantes est donc réduit à 2, et conduit à la matrice de rigidité

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

II.2.3 Matériau anisotrope

Dans le cas le plus général, la matrice de rigidité et la matrice de souplesse sont déterminées chacune par 21 constantes indépendantes. Ce cas correspond à un matériau ne possédant aucune propriété de symétrie. Un tel matériau est appelé matériau triclinique ou matériau anisotrope [10].

II.2.4 Matériau monoclinique

Un matériau monoclinique est un matériau qui possède un plan de symétrie.

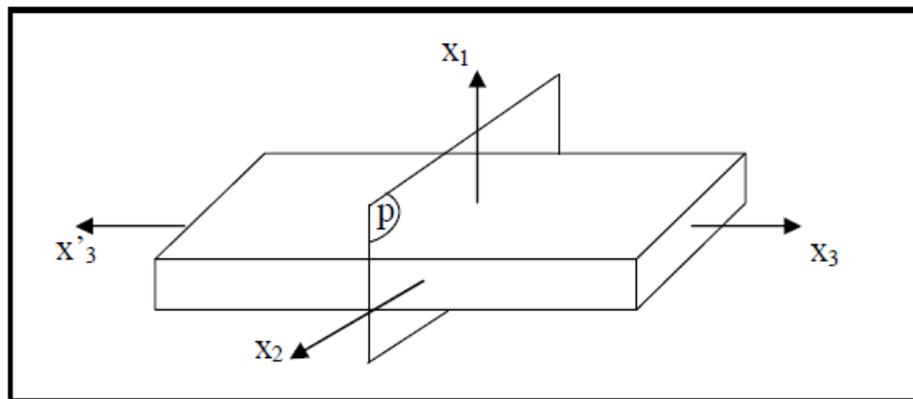


Figure II.1 Plan de symétrie

La forme de la matrice de rigidité (ou souplesse) doit être telle qu'un changement de base effectué par symétrie par rapport à ce plan ne modifie pas la matrice. Dans le cas où le plan de symétrie est le plan (1,2), l'exploitation des changements de base conduit à une matrice de rigidité de la forme :

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

II.2.5 Matériau orthotrope

Un matériau orthotrope possède trois plans de symétrie, perpendiculaires deux à deux. Il est à noter que l'existence de deux plans de symétrie perpendiculaires implique l'existence du troisième.

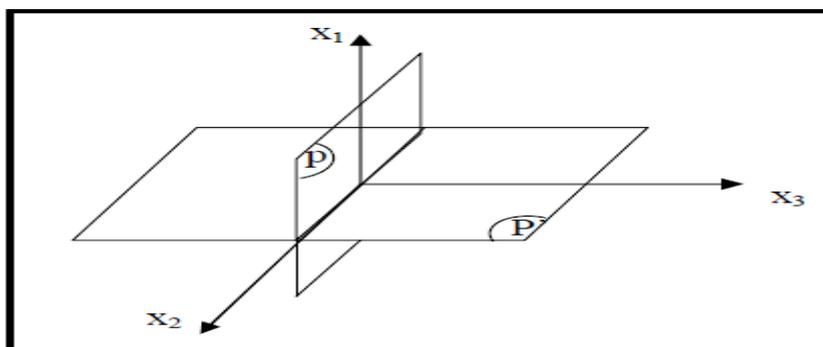


Figure II.2 Matériau orthotrope

La forme de la matrice de rigidité est donc obtenue en ajoutant au matériau monoclinique un plan de symétrie perpendiculaire au précédent. L'invariance de la matrice dans un changement de base effectué par symétrie par rapport à ce deuxième plan conduit à une matrice de rigidité de la forme :

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

La matrice de souplesse a la même forme. Le nombre de constantes d'élasticité indépendantes est ramené à 9.

II.2.6 Matériau orthotrope à isotrope transverse

Le matériau se comporte donc comme un matériau orthotrope possédant de plus un axe de révolution. Le matériau est alors appelé matériau orthotrope de révolution ou isotrope transverse. Il en résulte qu'un changement de base effectué par rotation quelconque autour de cet axe doit laisser inchangée la matrice de rigidité (ou souplesse).

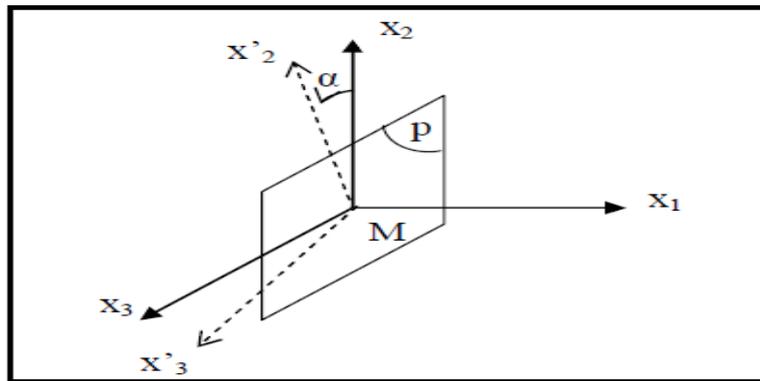


Figure II.3 Plan d'isotropie

La matrice de rigidité s'écrit donc suivant :

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{22} - C_{23}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

La matrice de souplesse a la même forme. Les propriétés du matériau orthotrope à isotrope transverse sont déterminées par 5 constantes d'élasticité indépendantes.

II.3 Matrice de rigidité effective d'un composite

Selon l'équation (II.1) dans les modèles micromécaniques basés sur la mécanique des milieux continus, la rigidité effective C_{eff} d'un composite en N phases est définie en utilisant la contrainte du composite σ_c et la déformation ϵ_c :

$$\boldsymbol{\sigma}_c = \mathbf{C}_{\text{eff}} : \boldsymbol{\varepsilon}_c \quad (\text{II.8})$$

Les valeurs de $\boldsymbol{\sigma}_c$ et $\boldsymbol{\varepsilon}_c$ pour un volume V donné d'un élément de volume représentatif (VER) peuvent être décrites par l'équation (II.9) et (II.10).

$$\boldsymbol{\sigma}_c = \sum_{r=1}^N \varnothing_r \boldsymbol{\sigma}_r \quad (\text{II.9})$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_c = \sum_{r=1}^N \varnothing_r \boldsymbol{\varepsilon}_r \quad (\text{II.10})$$

Où \varnothing_r est la fraction volumique de la phase r dans le VER, qui est définie comme

$$\varnothing_r = V_r / V \quad (\text{II.11})$$

Pour chaque phase, on sait également que $\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_r$ et $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_r$ satisfont à la loi de comportement

$$\boldsymbol{\sigma}_r = \mathbf{C}_r : \boldsymbol{\varepsilon}_r \quad (\text{II.12})$$

Où \mathbf{C}_r est le tenseur de rigidité de la phase r . En remplaçant les équations (II.8) et (II.12) dans l'équation (II.10), la valeur de \mathbf{C}_{eff} peut être liée aux valeurs de \mathbf{C}_r

$$\mathbf{C}_{\text{eff}} : \boldsymbol{\varepsilon}_c = \sum_{r=1}^N \varnothing_r \mathbf{C}_r : \boldsymbol{\varepsilon}_r \quad (\text{II.13})$$

L'équation (II.13) montre une relation typique entre $\boldsymbol{\varepsilon}_r$ et $\boldsymbol{\varepsilon}_c$ qui est utilisée dans les modèles micromécaniques basés sur le continuum :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_r = \mathbf{A}_r : \boldsymbol{\varepsilon}_c \quad (\text{II.14})$$

Où \mathbf{A}_r est appelé le tenseur de localisation des déformations de la phase r . En combinant les équations (II.13) et (II.14) la valeur de \mathbf{C}_{eff} est en outre exprimée comme:

$$\mathbf{C}_{\text{eff}} = \sum_{r=1}^N \varnothing_r \mathbf{C}_r : \mathbf{A}_r \quad (\text{II.15})$$

L'équation (II.15) peut être facilement dérivée une fois que l'équation (II.14) est substituée dans l'équation (II.13)

$$\sum_{r=1}^N \phi_r A_r : I \quad (\text{II.16})$$

Les équations (II.14) et (II.16) montrent que les valeurs de ϕ_r , C_r et A_r doivent être déterminées ou estimées pour obtenir la valeur de C_{eff} . En général, les constituants d'un composite sont connus, ce qui signifie que les valeurs de ϕ_r et C_r peuvent être soit déterminées en laboratoire, soit facilement disponibles dans la littérature [12]. Il est souligné ici que, bien que la valeur de A_r , dans une certaine mesure, puisse également être mesurée par des technologies sophistiquées telles que le traitement d'images numériques, les capteurs intelligents, etc., ils ne sont pas fréquemment disponibles pour les ingénieurs et chercheurs en chaussée. L'idée centrale derrière CBMM principalement est calculé la valeur de A_r .

II.4 Généralités sur les matériaux hétérogènes

Les matériaux hétérogènes sont des matériaux qui possèdent deux (biphase) ou plusieurs phases (multiphase), figure (II.4). L'avantage essentiel de ce type de matériaux est les propriétés structurales importantes, que leurs constituants élémentaires ne possèdent pas individuellement, et leur permettre de remplir de nombreuses fonctions techniques. Les exemples sont nombreux : les composites fibreux ou particulaires, les matériaux poreux, les matériaux granulaires, les mousses métalliques ou céramiques, les matériaux de construction en génie civil et les matériaux vivants [13].

Pratiquement tous les matériaux hétérogènes sont constitués d'éléments discontinus appelés hétérogénéités, noyés dans une phase continue appelée matrice.



Figure II.4 Exemple des matériaux hétérogènes multiphasiques obtenus par la Micro-Tomographie.

II.4.1 Effet d'échelles dans les matériaux hétérogènes

On présente dans cette section la méthodologie et les concepts généraux de l'approche de changement d'échelle et les lois de comportement entre les différentes échelles d'une microstructure hétérogène. Une microstructure peut être décrite dans le cadre de la mécanique par trois échelles :

- échelle dite macroscopique où le comportement est homogène.
- échelle mésoscopique (intermédiaire) où le comportement est hétérogène.
- échelle microscopique où le comportement est hétérogène.

Ce type de description semble être particulièrement adapté aux matériaux hétérogènes qui sont caractérisés par leur nature multi-échelle qui permet de distinguer successivement l'échelle de la structure, l'échelle du renfort ou de l'hétérogénéité et finalement l'échelle des constituants Figure (II.5). Sur cette figure, on présente le cas d'un matériau en béton avec ses échelles de caractérisation. On présente aussi les constituants et les compositions de chaque échelle. On remarque que la composition du matériau hétérogène dépend généralement des dimensions de l'échantillon [14].

Il faut d'abord pouvoir distinguer trois échelles de variations. La première, dite microscopique, c'est-à-dire l'échelle locale. Cette échelle permet de suivre les particules dans leurs distributions, orientations, contacts, etc. Cette échelle doit être suffisamment faible pour ne pas gommer les éléments de la microstructure responsables de propriétés macroscopiques. Aussi également élevée pour que les outils classiques de la mécanique des milieux continus soient utilisables. Il faut noter qu'il n'existe pas de critères universels pour fixer cette dimension. La seconde échelle est de nature mésoscopique dont laquelle l'effet des particules sur la réponse globale reste mineur par rapport à l'échelle microscopique. A cette échelle, on trouve les microstructures dans lesquelles on parle de grain, fibre, pore ou charge.

La troisième dimension est la taille du volume à partir duquel le comportement macroscopique est calculé en tenant compte des informations mésoscopique ou microscopiques disponibles. Cette échelle est l'échantillon dans son état naturel.

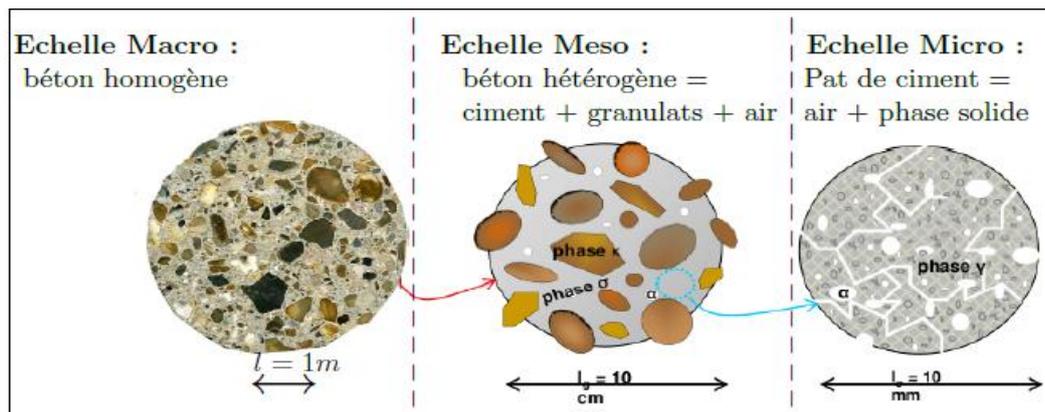


Figure II.5 La taille et les constituants des échelles dans un matériau de construction

Le passage d'une échelle vers une autre plus grande nécessite l'opération d'homogénéisation. Cette opération est définie par plusieurs étapes chacune gouvernée par un ensemble d'équations. Dans ce qui suit, on présente le principe, les techniques et la méthodologie de l'homogénéisation d'un matériau hétérogène. On présente aussi l'ensemble des équations et les comportements qui régissent chaque échelle.

II.5 Généralités sur les techniques d'homogénéisation

L'approche d'homogénéisation consiste à définir le comportement d'un matériau hétérogène à partir de la connaissance des comportements (thermique, mécanique, électrique et autres) de ses différents composants élémentaires.

Le matériau hétérogène peut être remplacé par un milieu homogène équivalent qui a les mêmes propriétés effectives calculées. Le calcul des contraintes moyennes ou effectives ainsi que les déformations moyennes ou effectives du milieu homogène équivalent est l'analyse de niveau globale. Le terme « homogénéisation » est le processus dont lequel sont calculées les propriétés effectives,[15]. Un autre terme utilisé est la « localisation » pour déterminer la déformation et la contrainte locale ; ils peuvent être calculés en employant le rapport entre la contrainte moyenne et locale obtenue de l'analyse locale,[16].

Les figures (II.6) et (II.7) montrent la description de l'approche d'homogénéisation et les éléments nécessaires pour le passage Micro-Macro et pour l'analyse multi-échelle. On note bien que la méthode d'homogénéisation consiste à substituer un matériau hétérogène par un matériau homogène, dit matériau homogène équivalent (MHE), qui répond globalement à un chargement quelconque de la même façon. Bien sûr, ces méthodes s'appliquent à de nombreux problèmes de la physique et de mécanique tels que la conduction thermique, l'élasticité linéaire, la plasticité, la viscoplasticité, l'électromagnétisme, etc.

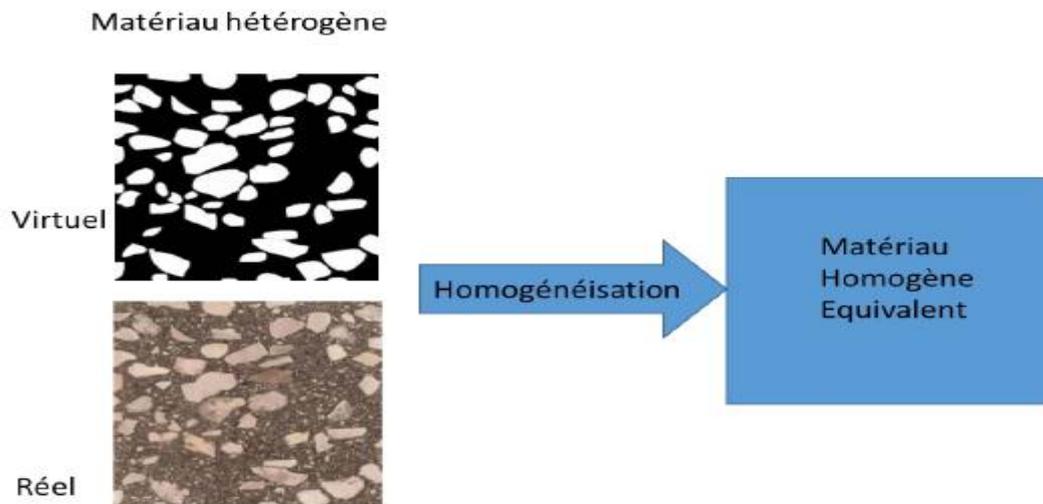


Figure II.6 Principe de l'approche d'homogénéisation des matériaux hétérogènes.

L'application de la procédure d'homogénéisation est basée sur le choix d'un plus petit volume élémentaire qui doit être représentatif du comportement macroscopique au niveau microscopique. Ce volume est appelé volume élémentaire représentatif (VER), qui est décrit dans la méthode d'homogénéisation selon les conditions d'échelles suivantes, figure (II.7) :

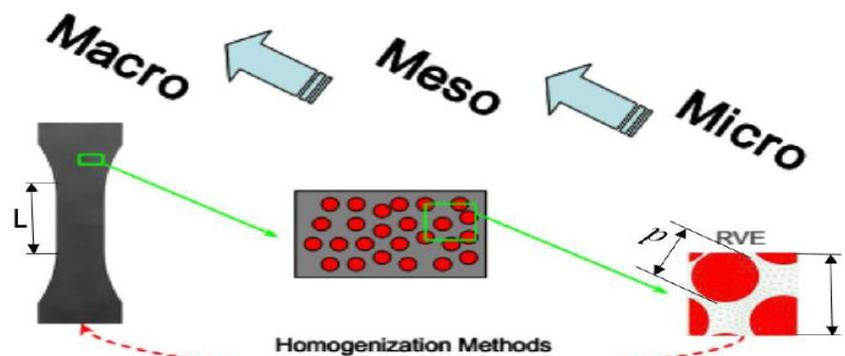


Figure II.7 Approche et principe de l'homogénéisation numérique

Si d est la taille caractéristique des hétérogénéités, et L la taille caractéristique de la structure macroscopique considérée, alors la taille caractéristique l du VER est soumise à deux conditions :

$l \ll L$: c'est la condition pour qu'on puisse traiter le matériau comme un milieu continu et y déterminer des champs continus de contraintes et de déformations.

$l \gg d$: c'est la condition nécessaire pour pouvoir affecter au VER un comportement macroscopique homogène malgré son hétérogénéité méso/microscopique

II.5.1 Notion de volume élémentaire représentatif dans un matériau hétérogène

La description d'un matériau doit être suffisamment riche et réaliste pour estimer correctement les comportements macroscopiques. Pour cela, on doit définir une taille optimale pour la description géométrique suffisante de la microstructure représentative pour la propriété que l'on souhaite estimer. On parle ici de volume élémentaire représentatif VER.

Le VER est capital pour l'évaluation de la réponse globale dans un matériau hétérogène. La connaissance de la taille du VER est un élément essentiel lors de la prédiction des propriétés effectives thermiques ou mécaniques. Cette taille dépend de la nature et des constituants du matériau.

Dans la littérature, Plusieurs définitions sont proposées pour le concept VER, il suffit de consulter le travail de Gitman *et all* [16]. La taille du VER doit d'être beaucoup plus grande que la plus grosse des hétérogénéités et en plus négligeable aussi devant la taille de la microstructure. Il faut noter que l'emploi des méthodes d'homogénéisation requière la connaissance de la taille du VER. La figure II.8 montre des exemples de VER dans une microstructure à 2-phases. Dans le même exemple de microstructure, on distingue différentes situations, dites réalisations, pour représenter la taille d'un VER. La différence entre ces exemples de réalisations concerne le nombre d'hétérogénéités dans le volume, la morphologie, la disposition des hétérogénéités et finalement leurs distributions et leur nature.

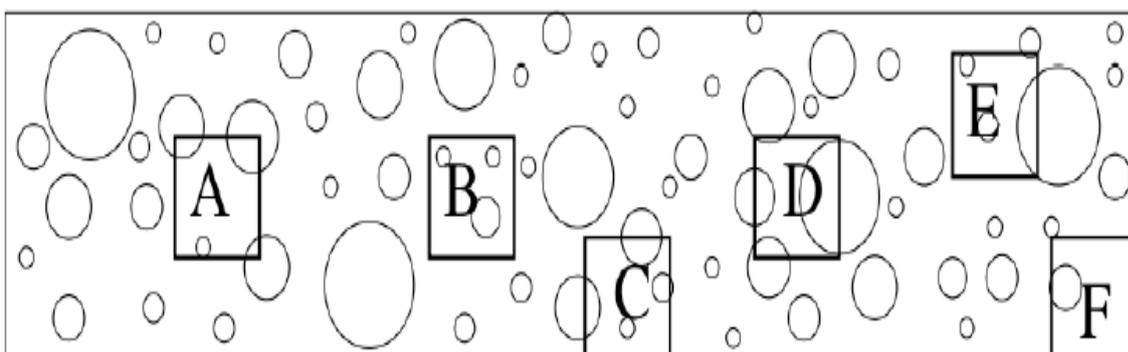


Figure II.8 Exemple de VER d'une microstructure hétérogène.

II.6 Approches d'homogénéisation analytique et numérique

Nous proposons dans cette partie une présentation générale des différentes approches et méthodes d'homogénéisation. On choisit de classer ces méthodes en deux grandes familles, les méthodes d'homogénéisation analytiques et les méthodes d'homogénéisation numériques.

II.6.1 Homogénéisation analytique

Les méthodes d'homogénéisation analytiques sont classées en deux groupes : les bornes et les modèles. Les démonstrations mathématiques de chaque approche, mécanique ou thermique, sont présentées dans le livre intitulé *Micromechanics of heterogeneous materials*, par [18].

Pour estimer les propriétés mécaniques effectives d'un matériau hétérogène, il existe beaucoup de méthodes d'homogénéisation dans la bibliographie. On propose ici de présenter les expressions de quelques bornes et modèles analytiques utilisés pour la modélisation analytique. L'étude se limite au cas d'un matériau biphasé renforcé par des inclusions de comportement linéaire discontinu et de fraction volumique p , dispersées dans une matrice homogène, linéaire et continue.

On considère un milieu élastique, composé d'une matrice isotrope de module de compression k_m , de module de cisaillement μ_m , de coefficient de poisson ν_m et d'un module de Young E_m renforcé par une distribution aléatoire des inclusions de modules k_i , μ_i , ν_i et E_i . Nous donnons les expressions des bornes de différents ordres et les modèles disponibles dans la littérature. Nous avons présenté les méthodes suivantes : les bornes d'ordre 0, les bornes d'ordre 1 de Voigt(1889) et Reuss(1929) et les bornes d'ordre 2 de [19] Hashin and Shtrikman(1963) (HS) ainsi que la solution diluée présentée dans [17] Aboudi(1991), le modèle Auto-cohérent de Mori et Tanaka (1973) (MT) et le modèle Auto-cohérent généralisé de Christensen and Lo(1979) (GSC).

Le tableau II.1 regroupe l'expression de quelques approches analytiques utilisées pour l'estimation de coefficient de compression k . Dans le cas de coefficient de cisaillement μ , les expressions mathématiques sont présentées respectivement sur le tableau II.2 .La description

générale de chaque approche et les constantes A , B , C , α et β sont données dans la partie *Annexe* de cette thèse. On rappelle que dans le cas d'un matériau hétérogène avec n -phase, l'expression des approches citées sont données dans [20] Tucker(1999),Zaoui(1999) et Bornert et al. (2001).

Tableau II.1 Expression mathématique des approches d'homogénéisation analytique pour le coefficient de compression k .

	Nom des modelés	Expression mathématique
Barnes	Ordre 0	$\min(k_i, k_m) < k < \max(k_i, k_m)$
	Ordre 1 : Voigt-Reuss(VR)	$k^{voigt} = pk_i + (1 - p)k_m$ $k^{Reuss} = \frac{k_i k_m}{(1 - p)k_i + pk_m}$
	Ordre 2 : Hashin-Strikman (HS)	$k^{HS^-} = k_m + \frac{p}{1/(k_i - k_m) + 3(1 - p)/(3k_m + 4\mu_m)}$ $k^{HS^+} = k_i + \frac{1 - p}{1/(k_m - k_i) + 3p/(3k_i + 4\mu_i)}$
Modelés	Mori-tanaka (MT)	$k^{MT} = k_m \left(1 + \frac{p(k_i - k_m)}{k_m + \alpha(1 - p)(k_i - k_m)}\right)$
	Dilué	$k^{SD} = k_m \left(1 + \frac{p(k_i - k_m)}{k_m + \alpha(k_i - k_m)}\right)$
	Auto-cohérent généralisé (GSC)	$k^{GSC} = k_m + \frac{p(k_i - k_m)}{1 + (1 - p) \frac{k_i - k_m}{k_m + \frac{4}{3}\mu_m}}$

Tableau II.2 Expression mathématique des approches d'homogénéisation analytique pour le coefficient de cisaillement μ .

	Nom des modelés	Expression mathématique
Barnes	Ordre 0	$\min(\mu_i, \mu_m) < \mu < \max(\mu_i, \mu_m)$
	Ordre 1 : Voigt- Reuss(VR)	$\mu^{voigt} = p\mu_i + (1-p)\mu_m$ $k^{Reuss} = \frac{\mu_i\mu_m}{(1-p)\mu_i + p\mu_m}$
	Ordre 2 : Hashin- sctrikman (HS)	$k^{HS^-} = \mu_m + \frac{p}{1/(\mu_i - \mu_m) + 6(1-p)(k_m + 2\mu_m)/5\mu_m(3k_m + 4\mu_m)}$ $k^{HS^+} = \mu_i + \frac{1-p}{1/(\mu_m - \mu_i) + 6p(k_i + 2\mu_i)/5\mu_i(3k_i + 4\mu_i)}$
Modelés	Mori-tanaka (MT)	$\mu^{MT} = \mu_m \left(1 + \frac{p(\mu_i - \mu_m)}{\mu_m + \beta(1-p)(\mu_i - \mu_m)}\right)$
	Dilué	$\mu^{SD} = \mu_m \left(1 + \frac{p(\mu_i - \mu_m)}{\mu_m + \beta(\mu_i - \mu_m)}\right)$
	Auto- cohérent généralisé (GSC)	$A \left(\frac{\mu^{GSC}}{\mu_m}\right)^2 + B \left(\frac{\mu^{GSC}}{\mu_m}\right)^2 + C = 0$

II.6.2 Homogénéisation numérique

La mécanique des matériaux hétérogènes s'est longtemps limitée aux approches analytiques. Les progrès considérables des moyens de calcul ont favorisé l'utilisation de la simulation numérique. Trois types de microstructures ont été utilisés dans cette approche. Une microstructure virtuelle générée par les algorithmes de la morphologie mathématique, une microstructure réelle obtenue par le microscope ou par la tomographie et une microstructure périodique basée sur des cellules élémentaires. La figure (II.9) présente la méthodologie et le principe de l'homogénéisation numérique basée sur la notion du VER. On remarque que la première étape consiste au choix du VER puis la définition de la géométrie globale du matériau et finalement vient le maillage et la simulation numérique du comportement.

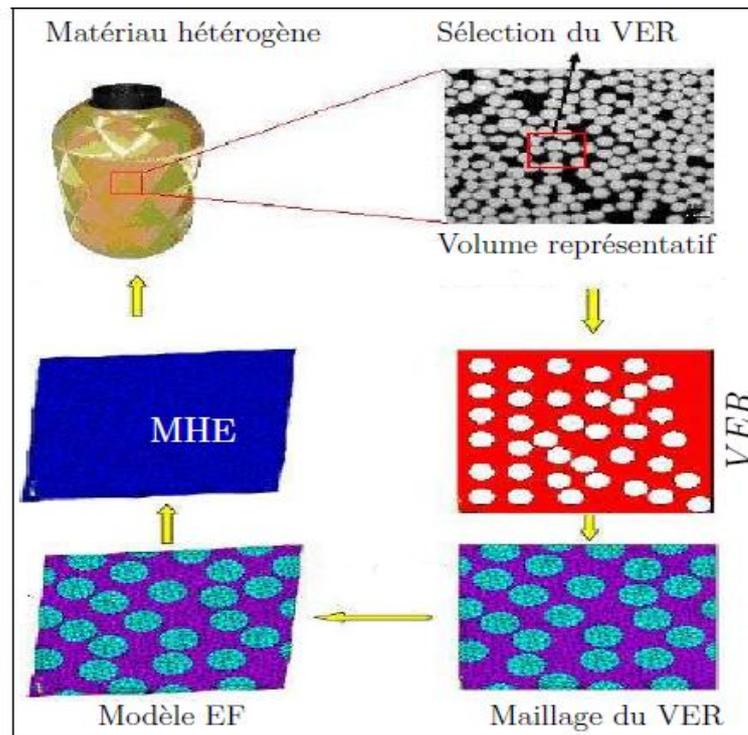


Figure (II.9) Méthodologie de l'utilisation de l'approche numérique.

II.6.2.1 Approches numériques basées sur les microstructures virtuelles

En ce qui concerne l'étude du comportement mécanique des milieux hétérogènes par les approches numériques basées sur la notion du VER, on peut citer les travaux de ; Segurado and [21] Llorca(2002), Segurado and Llorca(2003), [25] Minshnaevsky Jr (2004), Segurado and Llorca(2006), Kari et al.(2007a), Kari et al.(2007b) and Kari et al. (2008). Ces travaux se sont intéressés plus particulièrement au comportement élastique des matériaux renforcés par des particules sphériques dures ou sous forme de vide (pores). Ils mettent en évidence le fait que la taille du VER et de la fraction volumique, ont une influence remarquable sur les propriétés effectives, comparées aux autres paramètres de la microstructure. L'étude se fait sur des volumes du matériau finis contenant une vingtaine des particules sphériques (figure II.10). On note que les propriétés élastiques augmentent avec l'augmentation de la fraction volumique. L'erreur obtenue sur les propriétés effectives diminue avec l'augmentation de la taille du VER. La convergence est alors assurée par des volumes de grande taille avec une erreur absolue faible. A partir de ces contributions, et pour les inclusions fibreuses, un rapport entre la longueur du volume L et le diamètre des particules D a été proposé pour une bonne

convergence. On note qu'un rapport de $L/D > 10/3$ est largement suffisant pour estimer une propriété effective.

L'effet de la nature des particules sur le comportement élastique des matériaux hétérogènes a été identifié par Segurado and Llorca(2002). Deux types des particules sphériques ont été considérées : particules rigides et d'autre sous forme des pores. La variation des modules élastiques en fonction de la proportion des particules a été étudiée. La (figure II.11) présente l'ensemble des résultats obtenus par la simulation. On remarque que dans le cas des particules rigides, les propriétés élastiques augmentent avec l'augmentation de la fraction volumique. A l'inverse des pores où le comportement macroscopique diminue en fonction de la proportion. Dans d'autres investigations, l'influence de la distribution des inclusions sur les propriétés effectives a été envisagée par [22] Han et al.(2001) puis Segurado and Llorca (2003), en utilisant les approches numériques. La distribution des particules est purement aléatoire, mais les positions des particules sphériques changent dans chaque microstructure. Aucun contact entre les sphères voisines n'est considéré. Les simulations numériques ont montré que l'influence de la distribution de renfort sur le comportement macroscopique est faible. De même dans Segurado and Llorca(2006) la distribution spatiale des particules sur le comportement élasto-plastique du matériau a une influence négligeable.

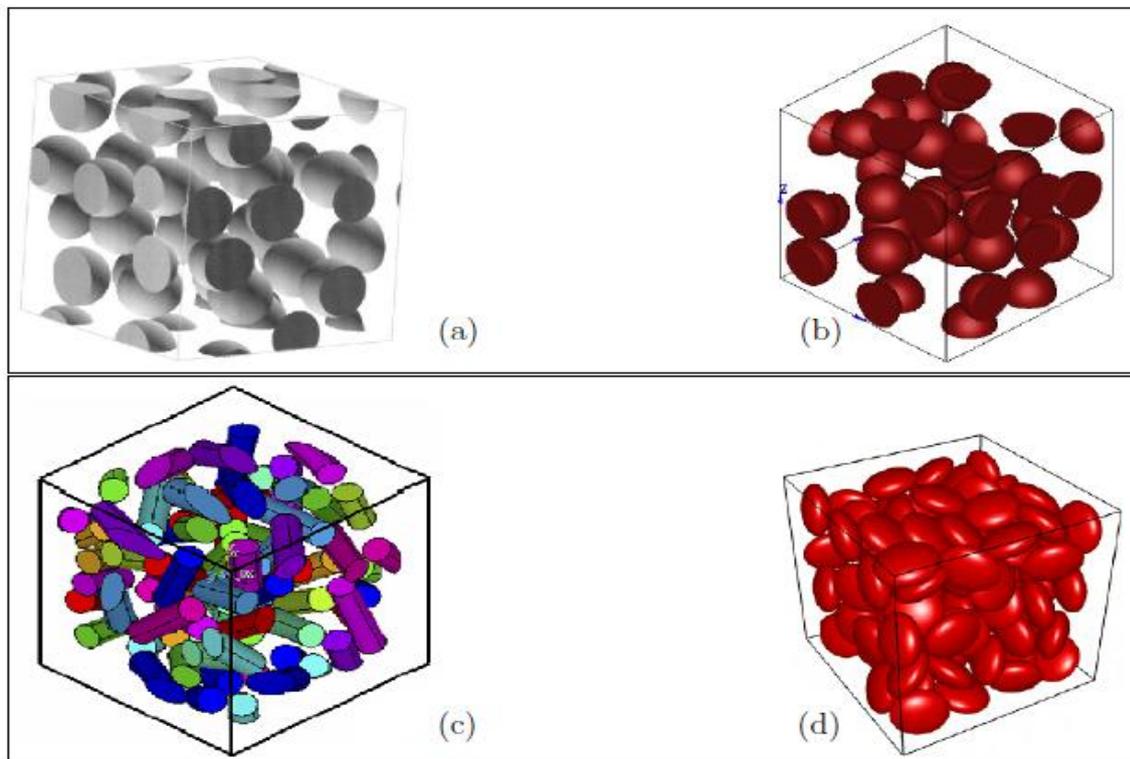


Figure II.10 Microstructures virtuelles utilisées pour la simulation : (a) González et al. (2004), (b) Guo et al. (2014), (c) Kari et al. (2007b) et (d) Tawerghi and Yi(2009)

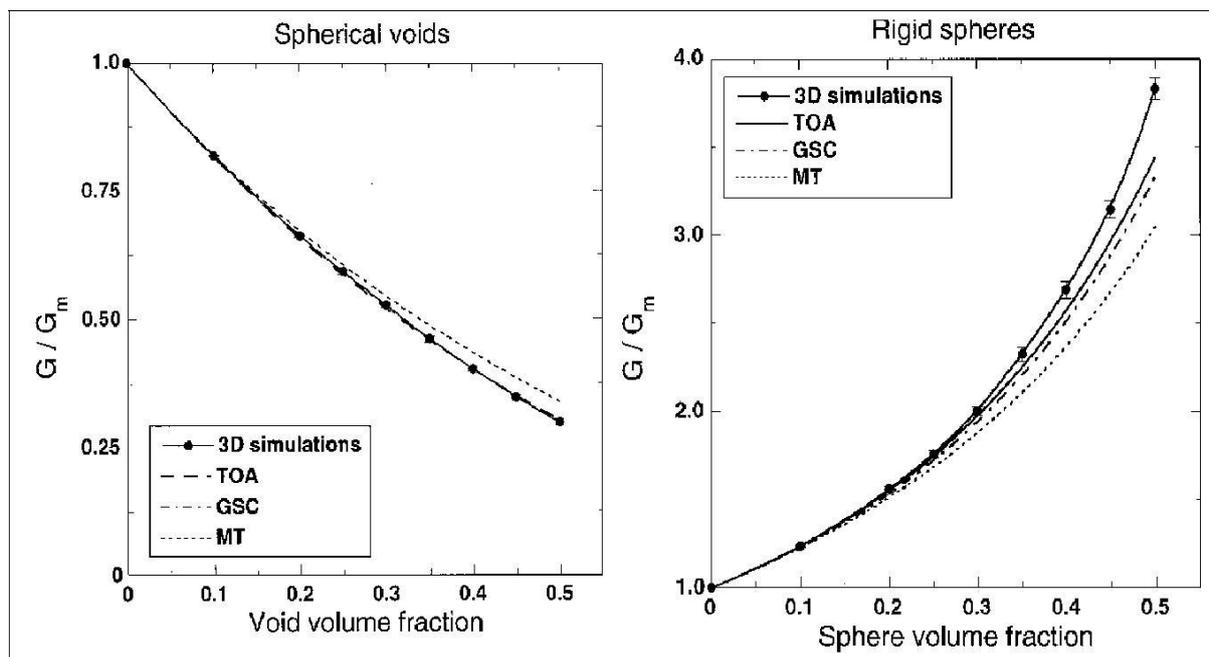


Figure II.11 Variation des propriétés effectives en fonction de la fraction volumique, Segurado and Llorca(2002).

On peut cependant noter que les approches numériques basées sur la méthode des éléments finis ont été utilisées pour d'autres types de microstructures virtuelles, comme le cas des mosaïques de Voronoi étudié par [21] Kanit et al.(2003), figure (II.12) (a) et l'étude de la plasticité macroscopique des polycristaux par Barbe et al.(2001a) et Barbe et al.(2001b), figure (II.12) (b).

Récemment, la caractérisation des matériaux par l'approche numérique a été utilisée pour d'autre type de microstructures hétérogènes avec une morphologie très compliquée et architecturée figure (II.12) (c). Par exemple, [25] Minh et al.(2011) et Minhet al. (2013) ont étudié le comportement d'un matériau hétérogène représenté par une microstructure architecturée, pour des applications dans le domaine des balistiques.

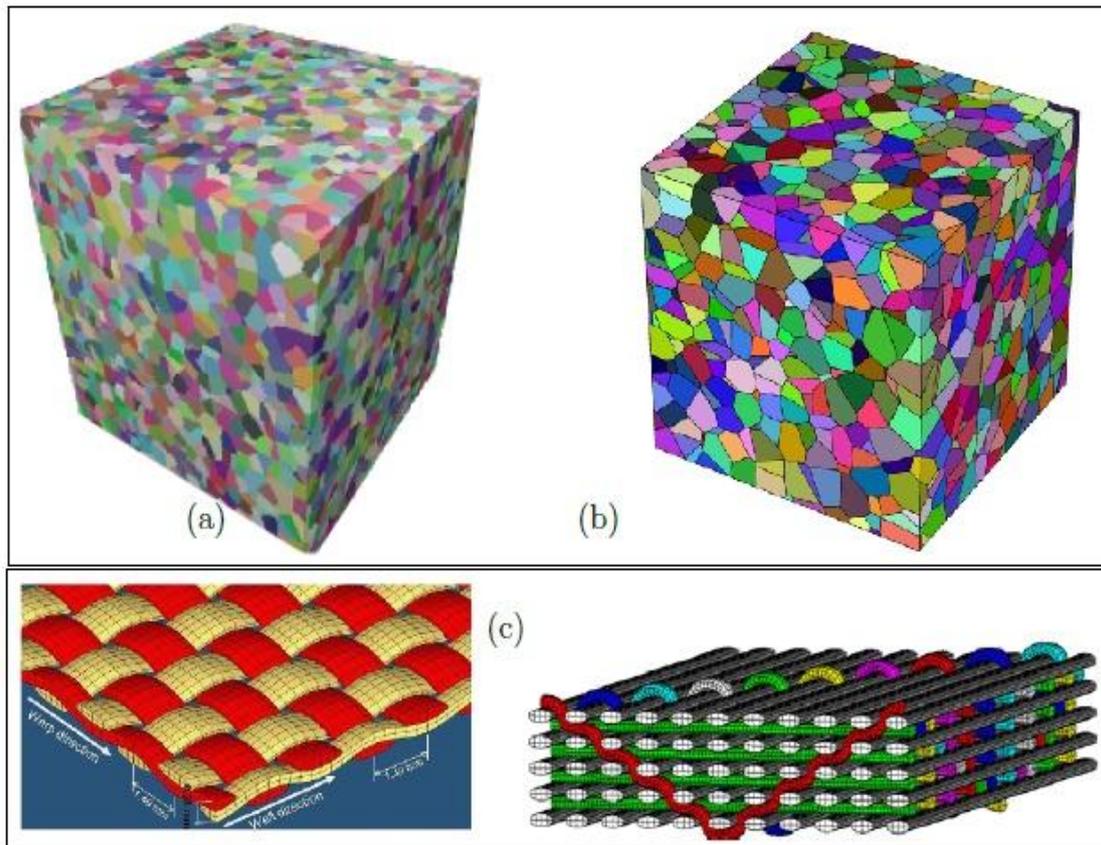


Figure II.12 Microstructures de morphologie complexe pour l'approche numérique, (a) Kanit et al.(2003), Quey et al.(2011) et (c) Minh et al.(2013).

II.6.2.2 Approches numériques basées sur les microstructures réelles

Les observations microscopiques fournissent des vues bidimensionnelles (2D) d'un échantillon. Elles produisent également des informations sur la distribution des hétérogénéités dans la matrice. Dans le cas général, la microstructure des matériaux hétérogènes contient un grand nombre d'hétérogénéités, exige un effort considérable. Cependant, la tomographie peut être aussi utilisée.

Les microstructures réelles sont obtenues par des mesures expérimentales. C'est le cas par exemple des travaux de [21] Kanit et al.(2006) qui s'intéressent à la modélisation numérique des microstructures hétérogènes de la crème glacée. L'image 3D de la crème est obtenue par le polissage successif des éprouvettes. Ils ont proposé une nouvelle démarche pour estimer les propriétés apparentes et effectives en utilisant des approches numériques couplées avec les moyennes des paramètres statistiques.

Lors de sa thèse, [22] Jean(2009) s'est intéressée au cas des élastomères chargés par le noir du carbone, de la nanostructure au macro-comportement global. Dans cette investigation, deux types de microstructures ont été modélisés par les approches numériques. La première est réelle obtenue par le MEB, et la seconde est obtenue par les modèles aléatoires de type schéma Booléen. La taille du VER numérique de l'élastomère, dans les deux microstructures, a été déterminée en utilisant des lois statistiques. La figure (II.13) montre un exemple des microstructures réelles (VER), obtenues par la tomographie ou par le MEB. Ces microstructures ont été utilisées dans la simulation numérique des comportements mécaniques.

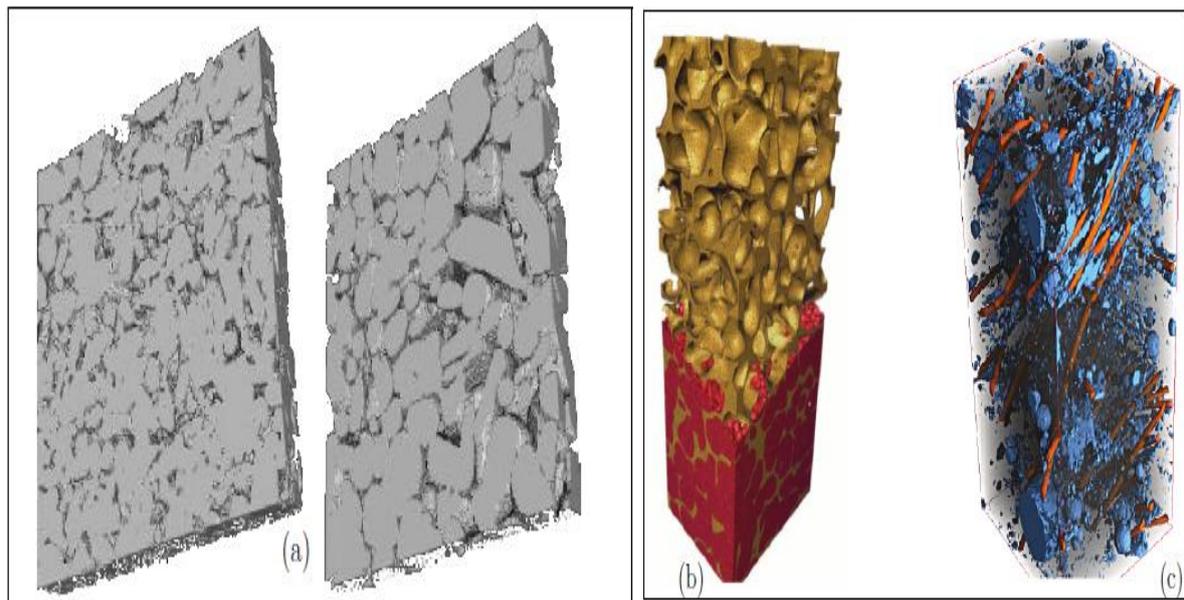


Figure II.13 Microstructures (VER s) de morphologie réelle pour l'approche numérique (a) Kanit et al.(2006), (b) Ding(2012) et (c) Altendorf(2011).

Pour introduire les microstructures réelles dans une approche numérique, un ensemble des étapes de binarisation et de segmentation sont nécessaires, en utilisant des algorithmes dédiés à l'amélioration des images réelles. La figure (II.14) montre l'ensemble des opérations pour préparer une microstructure réelle pour effectuer une simulation numérique. L'organigramme de la figure(II.15) donne un aperçu de traitement d'une image réelle pour le maillage et pour la simulation numérique.

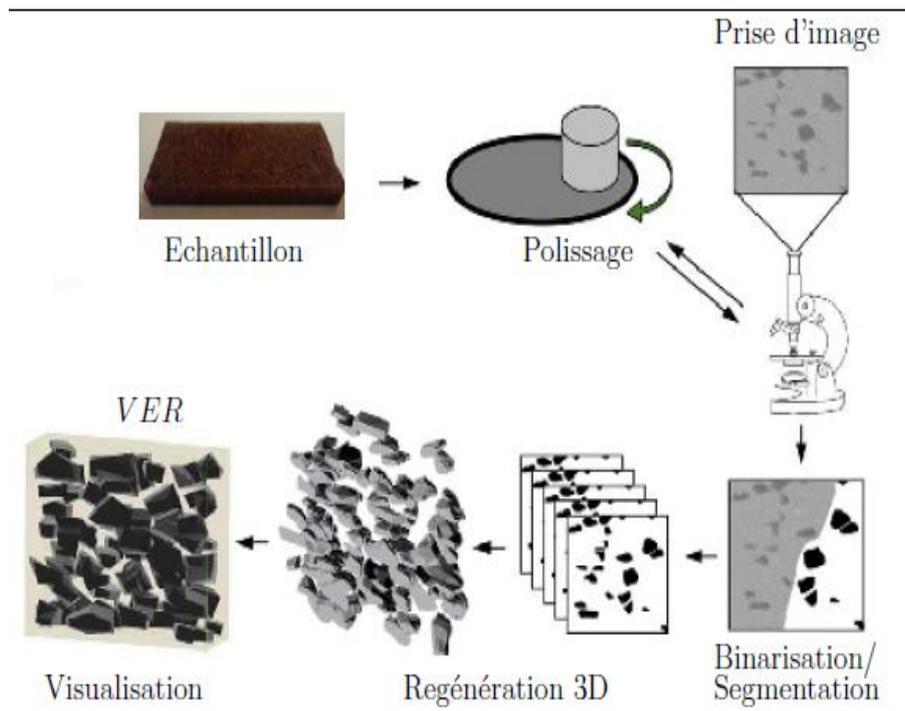


Figure II.14 Etape de préparation d'une microstructure réelle pour la simulation.

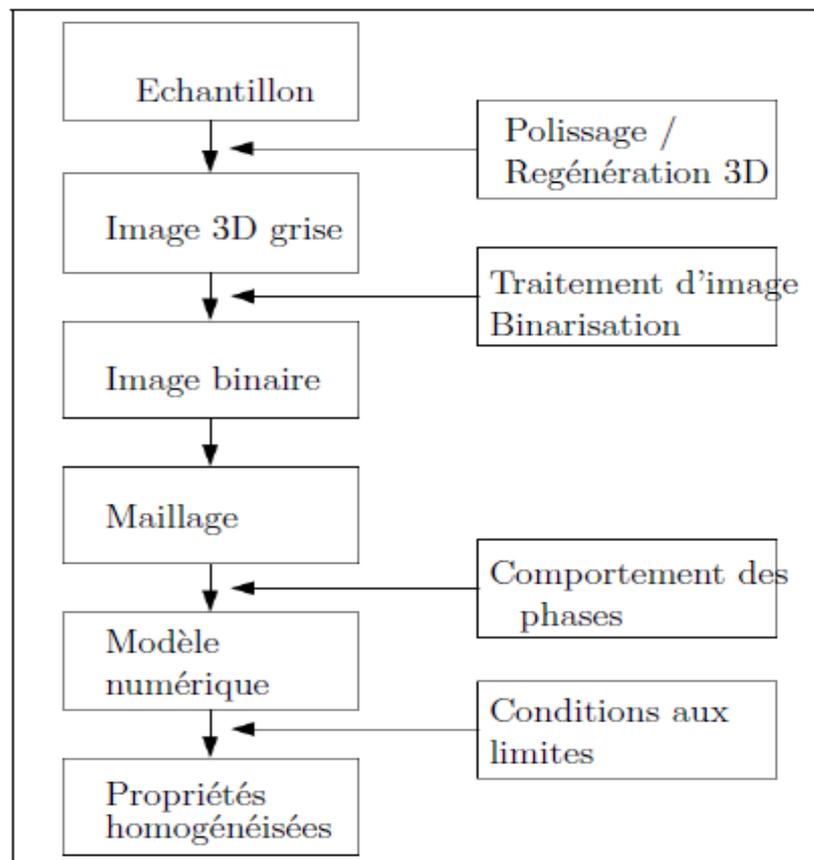


Figure II.15 Schéma de la procédure de traitement d'une microstructure réelle pour la simulation

II.7 Conditions aux limites

Deux types de conditions aux limites (CAL) sont considérés et doivent être appliquées sur un élément de volume V . Dans le cas d'élasticité linéaire, ces conditions sont des conditions aux limites uniformes cinématiques (KUBC) et des conditions de périodicité. La taille minimale du VER exigée pour estimer les propriétés effective est inférieure pour des conditions aux limites périodiques que pour le KUBC. Les résultats obtenus par les conditions aux limites périodiques convergent plus rapidement que ceux obtenus par KUBC. Ont démontrés que les conditions aux limites périodiques fournissent les évaluations les plus raisonnables parmi la classe des états de conditions aux limites possibles pour des matériaux statistiquement homogènes.

II.6 Conclusion

Dans ce chapitre, une généralité sur le comportement élastique du matériau et la matrice de rigidité effective d'un composite a été présentée, en suite nous avons donné une généralité sur les matériaux hétérogènes ainsi que la notion de volume élémentaire représentatif (VER), par la suite nous avons défini les méthodes d'homogénéisation analytique (les bornes et les modèles) et les méthodes d'homogénéisation numérique.

Chapitre III

Comportement élastique d'un matériau composite à 3 phases

Chapitre III

Comportement élastique d'un matériau composite à 3 phases

III.1 Introduction

Le matériau élastique représente une classe très importante des matériaux avec une large variété d'applications s'étendant des structures aérospatiales, des cartes électronique et des équipements électroniques. Les propriétés élastiques effectives des matériaux hétérogènes dépendent essentiellement des propriétés des phases et de leurs fractions volumiques. Tous les matériaux industriels sont hétérogènes puisque chaque constituant présente différentes propriétés suivant l'orientation et peut lui-même être hétérogène à quelques plus petites échelles de longueur.

Il est délicat de déterminer les caractéristiques globales macroscopiques d'un matériau hétérogène dans beaucoup d'applications de technologie. D'une perspective de réduction de temps et de coût, effectuer des mesures expérimentales sur un certain nombre de matériau, pour différentes propriétés des phases, des fractions de volume et le chargement est une tâche à peine faisable. Pour surmonter ce problème plusieurs techniques d'homogénéisation ont émergées pour la prédiction des propriétés élastiques effectives des matériaux hétérogènes. Ceci peut être résolu au moyen de techniques numériques telles que des simulations sur des échantillons de composites, ou en employant des méthodes analytiques. C'est un fait connu que les propriétés mécaniques effectives des matériaux hétérogènes dépendent fortement de la morphologie de chaque phase et de leur distribution dans l'espace.

III.2 Génération des particules en 3D dans un volume cubique

Dans cette partie, on introduit le concept lié à la génération des microstructures à deux phases dans le but d'effectuer l'analyse micromécanique. La génération des microstructures se fait à l'aide des scripts programmés à l'aide d'un langage de programmation au sein d'un outil de graphisme 3D. L'idée de ces scripts est basée sur l'algorithme du schéma d'addition séquentielle aléatoire (RSA). Dans ce cas un algorithme est utilisé pour la génération 3D Figure (III.1).

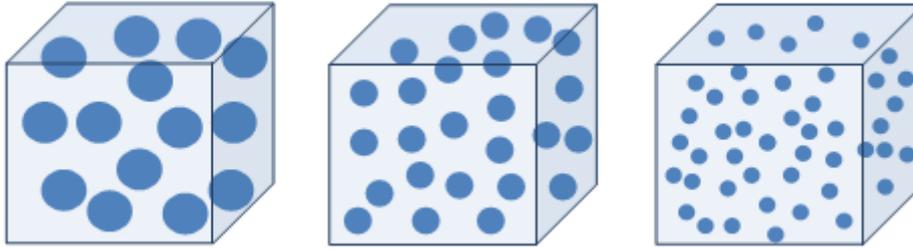


Figure III.1 Génération des particules en 3D dans une cellule cubique

Afin de pouvoir générer un modèle de répartition aléatoire de particules 3D dans une cellule élémentaire VE cubique nous avons développé par la suite l'algorithme (Figure II.9) permettant un tirage pseudo aléatoire du centre des particules en prenant en compte l'utilisation des contraintes de répartition et non collision de ces particules entre elles et entre les parois de cette cellule.

La génération de cet algorithme permet de créer des cellules en 3D pour des modèles représentatifs. Le concept de génération de particules dans les cellules qui sont distribuées aléatoirement dans cette cellule, consiste à introduire les contraintes géométriques suivantes :

- Les particules sont de même taille (diamètre).
- Les particules ne doivent pas chevaucher entre elles.
- Les particules ne doivent pas touches les parois de la cellule.

L'algorithme est basé aussi sur le paramètre de la cellule qui est sa taille l . Le volume de la cellule et le volume des particules sont relié entre elles en fonction de la fraction volumique des particules avec la relation :

$$f_{particule} = N_{particule} \times S_{particule} / S_{cellule} \quad (III.1)$$

Avec :

$f_{particule}$ est la fraction volumique des particules

$S_{particule}$ et $S_{cellule}$ représentant l'aires de particule et de la cellule

Le nombre de particule N_p , la taille de la particule d_p et la fraction volumique des particules f_p dans la cellule.

Les données initiales de l'algorithme sont : le choix de type de particules, leur nombre, leur fraction volumique dans la cellule élémentaire et le type d'arrangement de ces particules Figure (III.2).

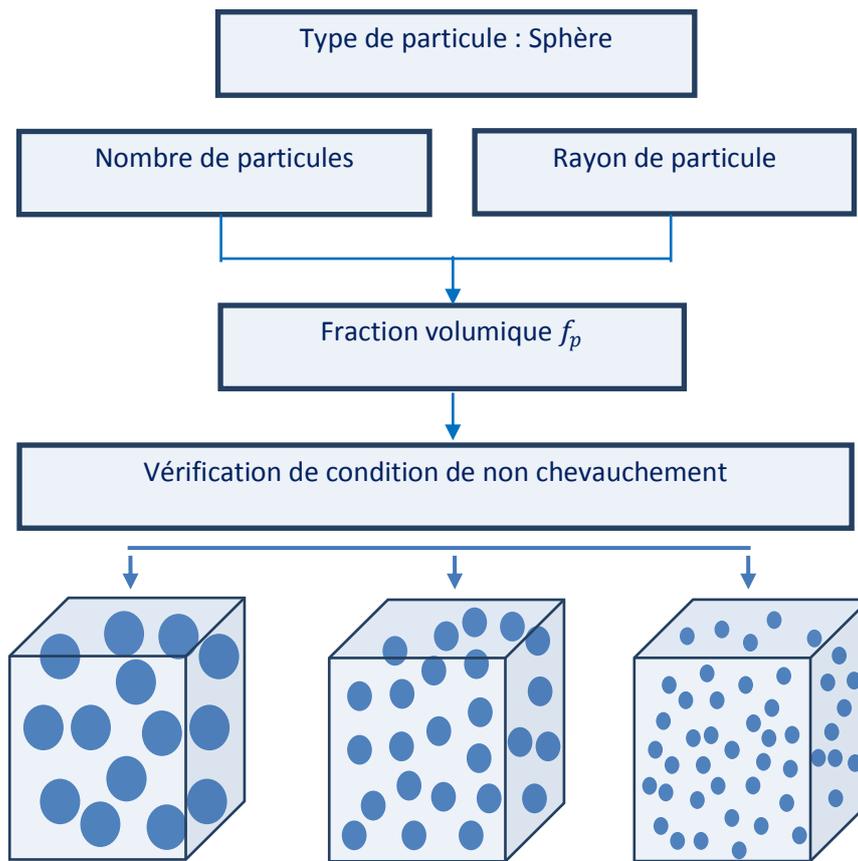


Figure III.2 Propriétés géométriques de la cellule cubique

La Figure (III.3) donne un schéma sur les particules et la distance entre deux géométries (cercle-cercle). Les coordonnées des centres des particules, $O_1(x_1, y_1, z_1)$ et $O_2(x_2, y_2, z_2)$ sont tirées aléatoirement. Afin de vérifier la condition de non collision des particules, nous recherchons deux points p_1 et p_2 de deux particules.

La particule 1 de coordonnées (x_1, y_1, z_1) et la particule 2 de coordonnées (x_2, y_2, z_2) doivent justifier la condition la distance entre les deux centres des particules soit :

$$D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \tag{III.2}$$

Ainsi la condition de la collision d'une particule avec la paroi de la cellule cubique doit être justifiée, c'est à dire. si le paramètre D est inférieur au diamètre des sphères il y a collision. Si le paramètre D est supérieur au diamètre des sphères il n'y a pas collision.

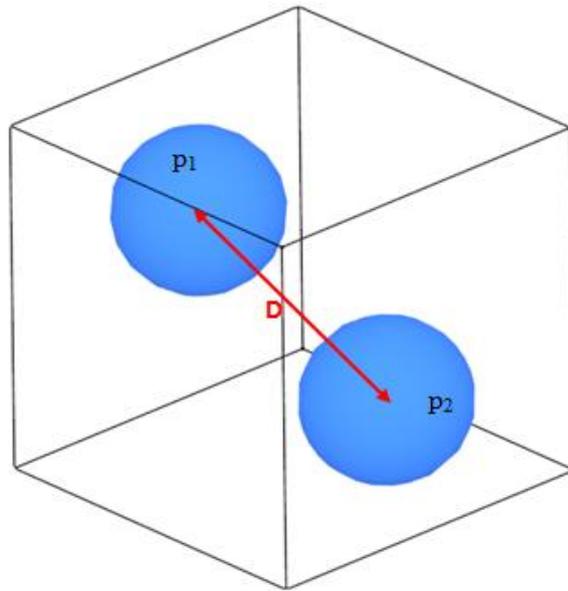


Figure III.3 Définition de la géométrie et du paramétrage des particules

Pour la génération des modèles de répartition aléatoire de particules (sphères, cubes et ellipsoïdales) dans une cellule cubique nous avons développé un algorithme Figure (III.4) permettant un tirage pseudo-aléatoire du centre des sphères en prenant en compte un paramètre de non collision entre les particules afin d'éviter toute interférence des particules entre elles, et la condition de non collision de ces particules avec la cellule. La dispersion de nos particules dans le VER étant considérée aléatoire, la création géométrique du VER est faite avec le code Python.

La dispersion des particules dans la cellule élémentaire VE étant considérée aléatoire, la création géométrique du VE qui contient ces particules est basée sur la programmation d'un script comme dans le cas d'une cellule à deux dimensions, mais avec quelques changements dans l'algorithme. Les données initiales de la génération sont ; la taille de la cellule L , la taille de la particule et leur orientation pour les formes ellipsoïdales et cubiques, et la fraction volumique des particules. L'algorithme présenté dans la Figure (III.4) a donc été développé grâce à une programmation en base de Python.

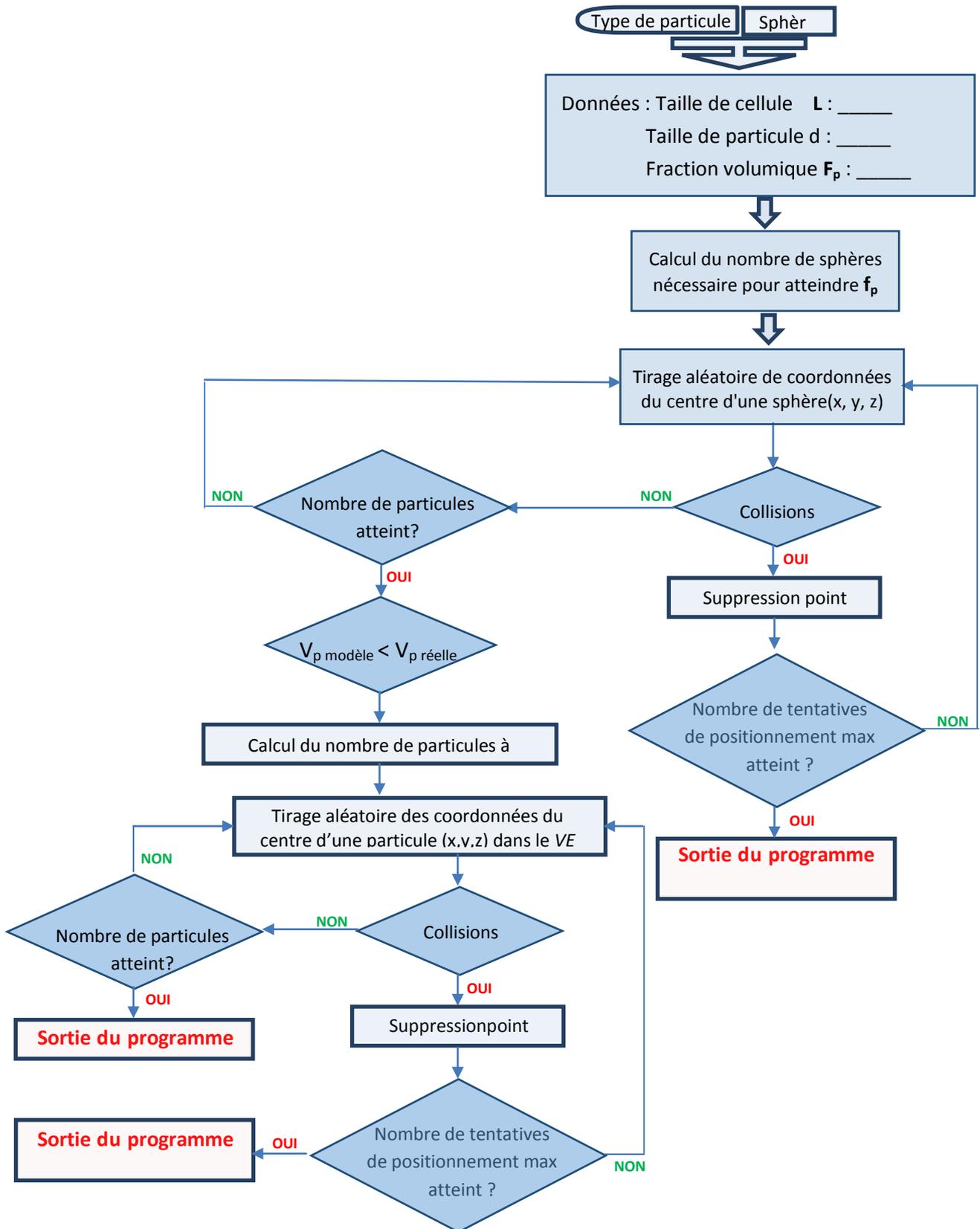


Figure III.4 Algorithme de génération aléatoire de particules en 3D dans un VE [26]

III.3 Matériaux et Méthodes

III.3.1 Description de la microstructure

La microstructure utilisée dans ce travail est un cube constituée de 3 phases, une matrice m , l'inclusion 1 et l'inclusion 2. Deux fractions volumiques différentes de matrice sont considérées fractions volumiques $P=10\%$, 20% . Les deux phases (inclusion 1 et 2) ont les mêmes fractions volumiques $P_1 = P_2 = 10\%$, 20% le même nombre d'inclusions $M_1 = M_2$, les mêmes diamètres $R_1 = R_2$ et différentes propriétés élastiques

Le Volume représentatif pour différents fractions volumiques (10, et 20%) et pour différentes dimensions $V_7 (200 \times 200 \times 200)$, $V_6 (150 \times 150 \times 150)$, $V_5 (100 \times 100 \times 100)$, $V_4 (80 \times 80 \times 80)$, $V_3 (50 \times 50 \times 50)$, $V_2 (20 \times 20 \times 20)$, $V_1 (10 \times 10 \times 10)$ sont comme suit :

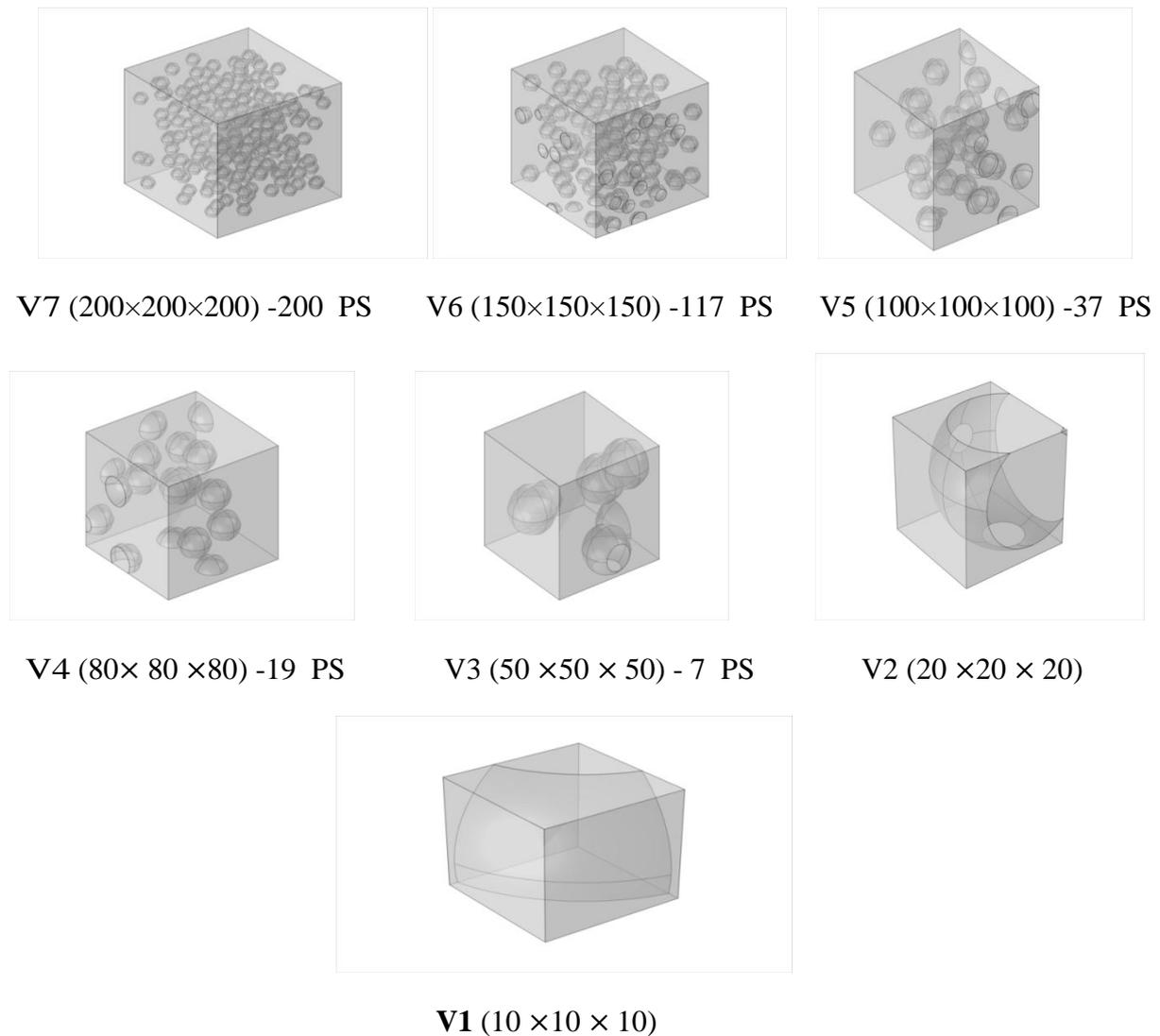


Figure III.5 Les tailles de volume de la microstructure 3D utilisé pour les fractions volumique 10% et 20%.

III.3.2 Propriétés élastiques des phases

Les cellules représentent la microstructure d'un matériau poreux à étudier. Chaque phase est caractérisée par ces propriétés mécanique (le module de Young (E) et le coefficient de Poisson (ν) qui seront utilisées dans les simulations numériques. Les propriétés élastiques du matériau étudié sont indiquées dans le Tableau suivant :

Constitution	E [MPa]	ν
Matrice	1000	0,3
Inclusion 1	100	0,3
Inclusion 2	1	0,3

Tableau III. 1 Propriétés élastiques des composants

III.4 Maillage 3D des microstructures

Le choix des méthodes numériques pour résoudre le problème de microstructure nécessite la génération d'un maillage discrétisant la géométrie. La méthodologie pour créer et mailler un volume de matériau hétérogène s'articule principalement autour de trois étapes :

- représentation surfacique de matériau.
- maillage surfacique.
- maillage volumique (passage de surface vers le volume).

Dans ce travail, la représentation des modèles en 3D se fait en utilisant le script de génération des particules. Pour faire le maillage de ces modèles, on utilise le logiciel Comsol (Figure III.6). Cet outil est un outil de simulation numérique qui permet de faire plusieurs études des problèmes physiques.

Les étapes suivre pour la modélisation de notre problème avec l'outil Comsol est les suivantes (Voir l'annexe) :

- Importer le modèle générer avec l'extension supporté par Comsol (extension STL)
- Ajouter une étude stationnaire
- Ajouter un physique (Transfert de chaleur dans des solides)
- Introduire un matériau pour chaque phase
- Ajouter un maillage pour la structure
- Faire le calcul éléments finis (MEF)

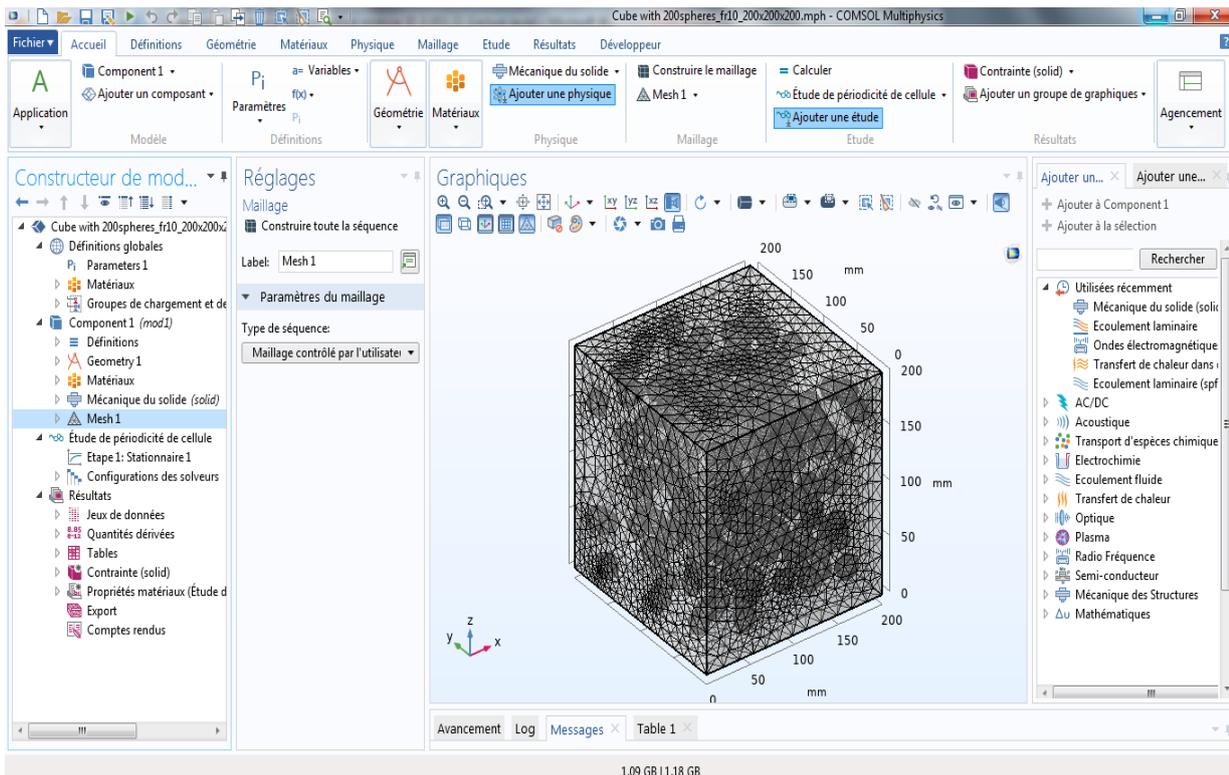
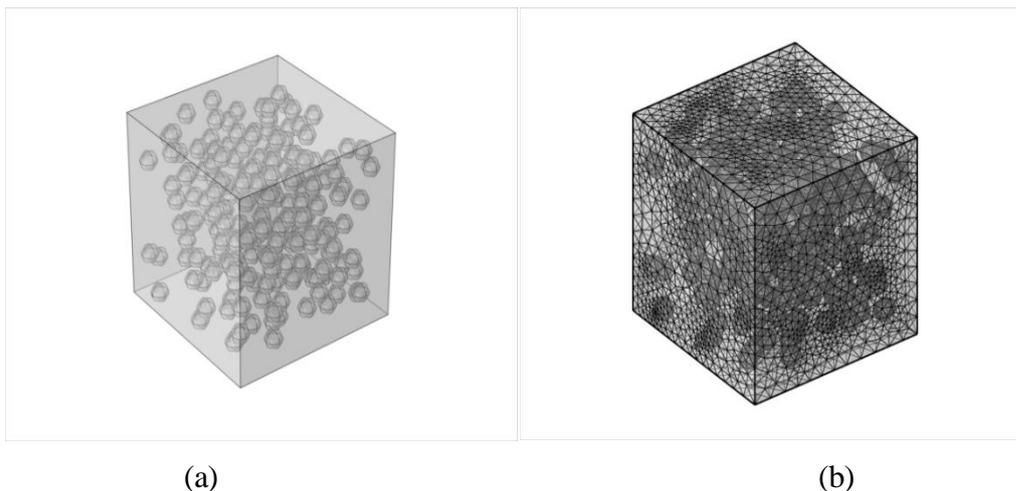


Figure III.6 Interface du logiciel Comsol

Le maillage EF associé pour chaque microstructure est obtenu à l'aide de la méthode des éléments multiphase, qui est présenté par Figure (III.7).



(a)

(b)

Figure III.7 Maillage de microstructures hétérogènes : (a) microstructures utilisé, (b) maillage associé.

III.5 Différentes méthodes de maillage

Il existe plusieurs types de maillage pour le cas des microstructures, parmi ces type on cite : le maillage régulier et le maillage adaptatif.

III.5.1 Maillage régulier

Il s'agit de construire un maillage simple régulier du volume 3D de l'échantillon et d'attribuer aux éléments finis les caractéristiques de la phase dans laquelle ils sont situés. Il est également possible d'utiliser des éléments "multi phases" où l'attribution des propriétés de chaque phase se fait sur les points d'intégration des éléments selon la phase dans laquelle ils sont situés. On trouvera plus de détails sur les éléments multi phases, ainsi que des exemples d'utilisation dans les références (Steinkopff et Sautter, 1995a, b ; Lippmann et al. 1997 ; Kanit et al. 2003 ; Khdir, 2013 ; El moumen 2014). L'avantage majeur de cette méthode réside dans la simplicité et la rapidité avec laquelle est créé le milieu hétérogène. De plus, la méthode est applicable à tout type de milieu hétérogène.

III.5.2 Maillage adaptatif

Cette méthode consiste à utiliser un maillage initial quelconque (libre ou régulier), suffisamment fin, et à déplacer certains nœuds du maillage pour les faire coïncider avec les interfaces. La méthode permet de conserver la topologie des interfaces de la microstructure. (Steinkopff et Sautter, 1995a,b) proposent une méthode d'adaptation du maillage en identifiant les nœuds les plus proches des frontières et en imposant des déplacements de ces nœuds dans les directions normales aux frontières. L'algorithme d'adaptation est détaillé dans la référence (Steinkopff, 1993).

III.6 Problématiques liées au maillage éléments finis

La modélisation des matériaux hétérogènes par des techniques numériques est basée sur la construction d'un maillage représentatif. Face à ce problème, l'approche la plus naturelle consiste à traiter en premier lieu les surfaces de la microstructure (c'est-à-dire de mailler des surfaces pour un problème tridimensionnel). Bien que de nombreux efforts aient été réalisés depuis plusieurs années dans le but de développer de nouveaux algorithmes, les temps de maillage et la mémoire demandée sont de l'ordre de plusieurs heures. Obtenir des estimations réelles avec la MEF nécessite une mémoire de RAM importante, divisée sur plusieurs processeurs.

III.7 Effet du nombre des éléments sur les valeurs du module de compressibilité k et module de cisaillement μ

La taille des éléments finis doit donc être adaptée si l'on souhaite obtenir une bonne précision du calcul. Une étude de vérification de nombre d'éléments en fonction des propriétés mécaniques (k et μ) dans le cas d'une cellule 3D ont été fait pour justifier le maillage Figure(III.8), Figure(III.9).

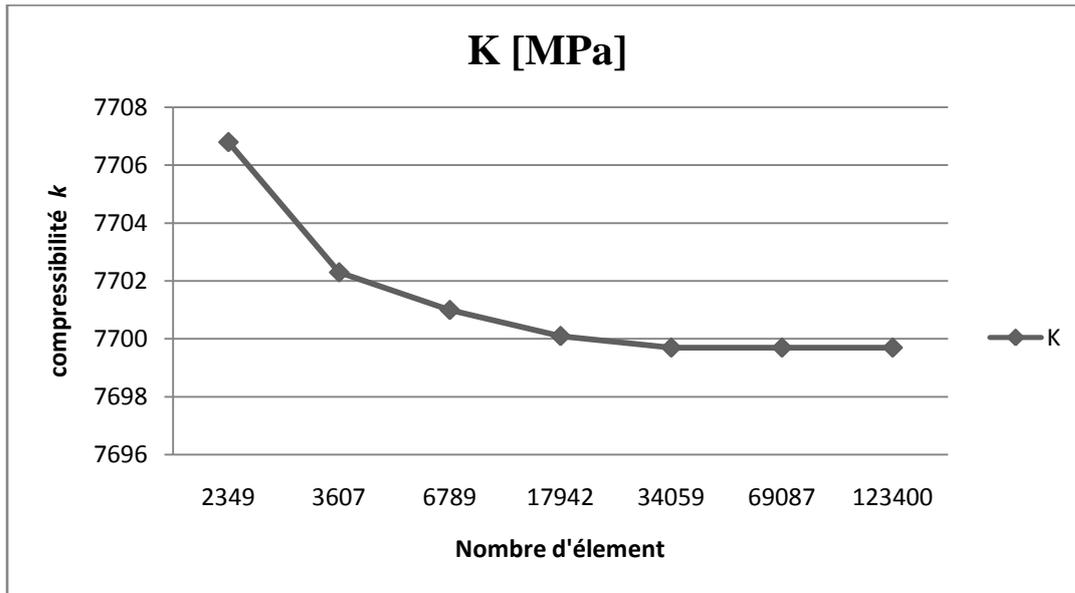


Figure III.8 module de compressibilité k en fonction de nombre d'élément

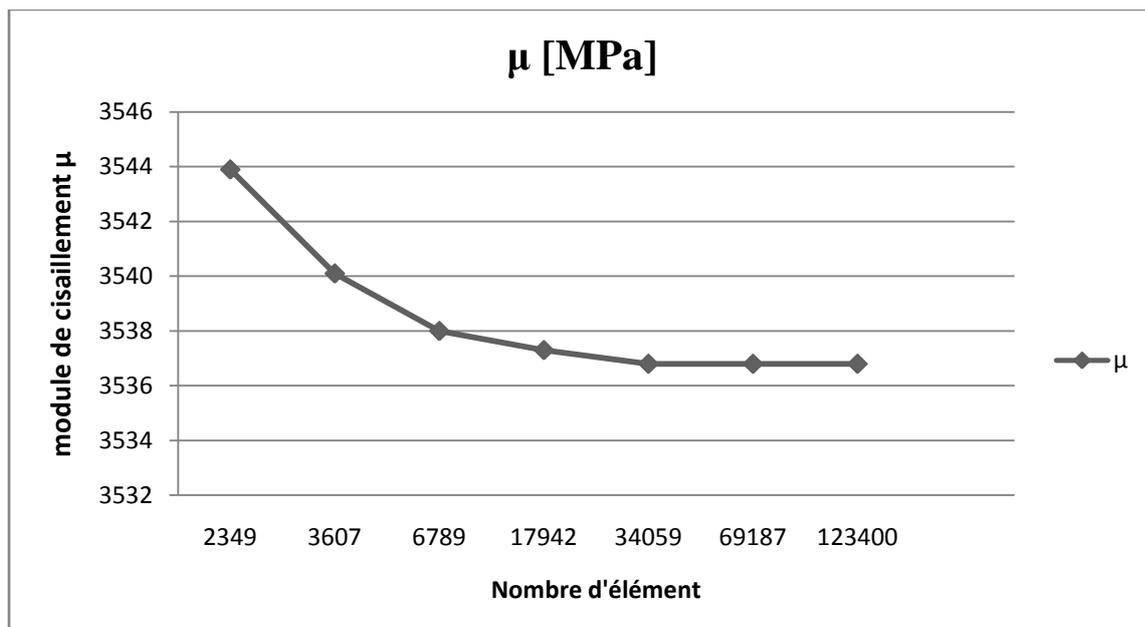


Figure III.9 module de cisaillement μ en fonction de nombre d'élément.

III.8 Résultats et discussion

Dans cette partie, et pour la détermination du module de compressibilité et du module de cisaillement de tous les volumes représentatifs du matériau composite étudié, on a utilisé le logiciel de simulation numérique « Comsol multi physique ». Les résultats d'étude pour les deux fractions volumiques sont représentés dans les figures suivants.

III.8.1 Fraction volumique 10%

Les graphes suivants représentent les résultats numériques des propriétés élastiques obtenues à partir de notre simulation dans le cas de fraction volumique 10%. Les résultats sont comparé a la borne supérieur Hashin- Shtrikman hs^+ et le modèle auto-cohérent coh , déduit analytiquement en utilisant les résultats moyens de tous les volumes étudiés de module de compressibilité k , et le module de cisaillement μ .

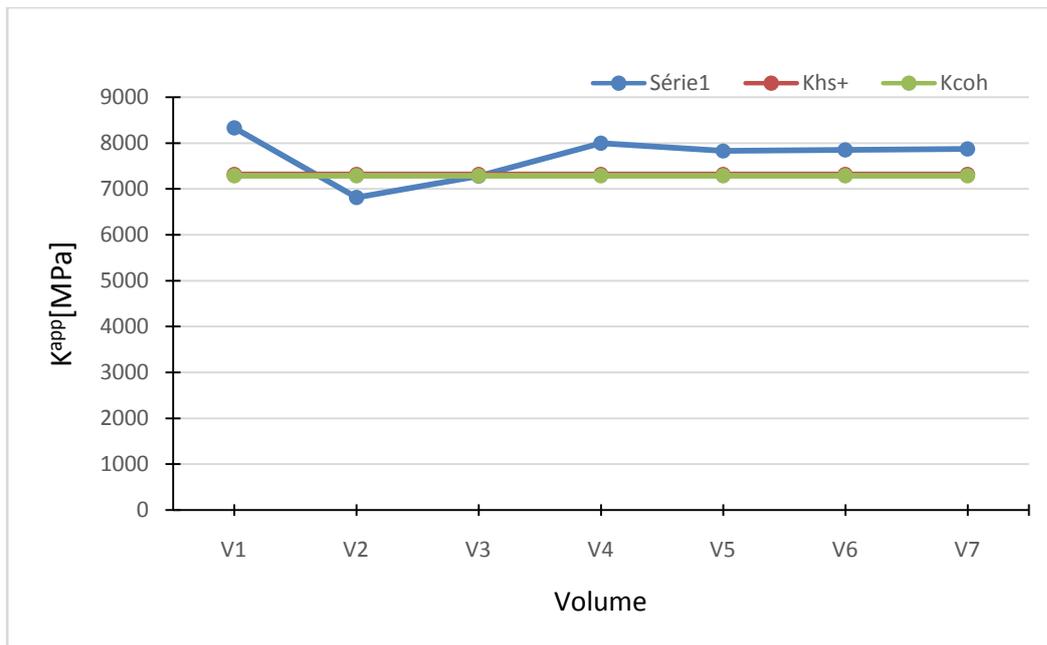


Figure III.10 Courbes de convergence de module de compressibilité apparent k_{app} en fonction de la taille du domaine V. Fr10%

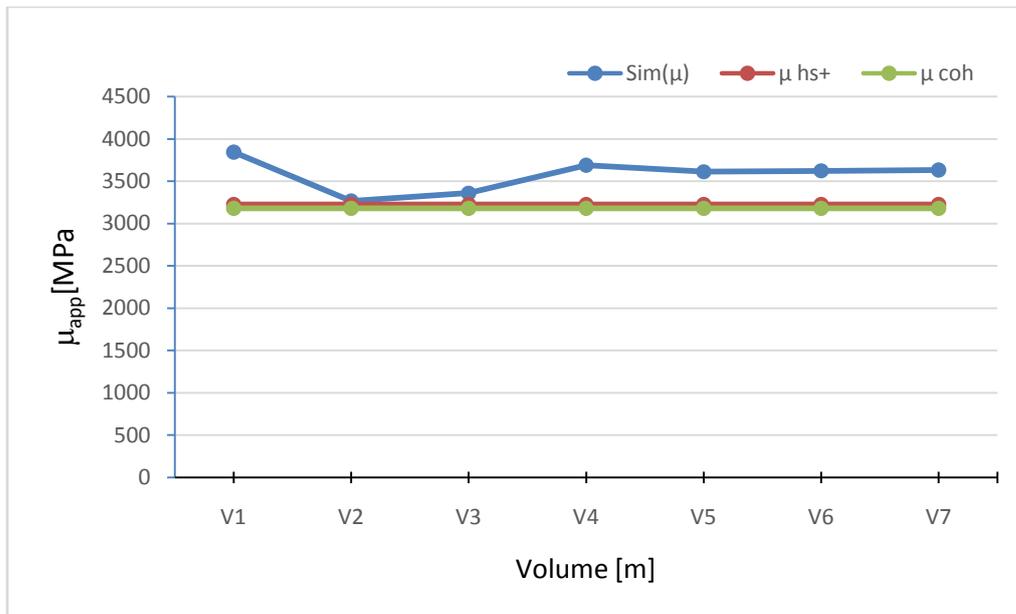


Figure III.10 Courbes de convergence de module de cisailment apparent μ_{app} en fonction de la taille du domaine V. **Fr10%**

L'étude simulation nous a permet aussi d'obtenir la variance des valeurs de module de Young en fonction de la taille de volume v les résultats sont présenté dans le graphe suivant :

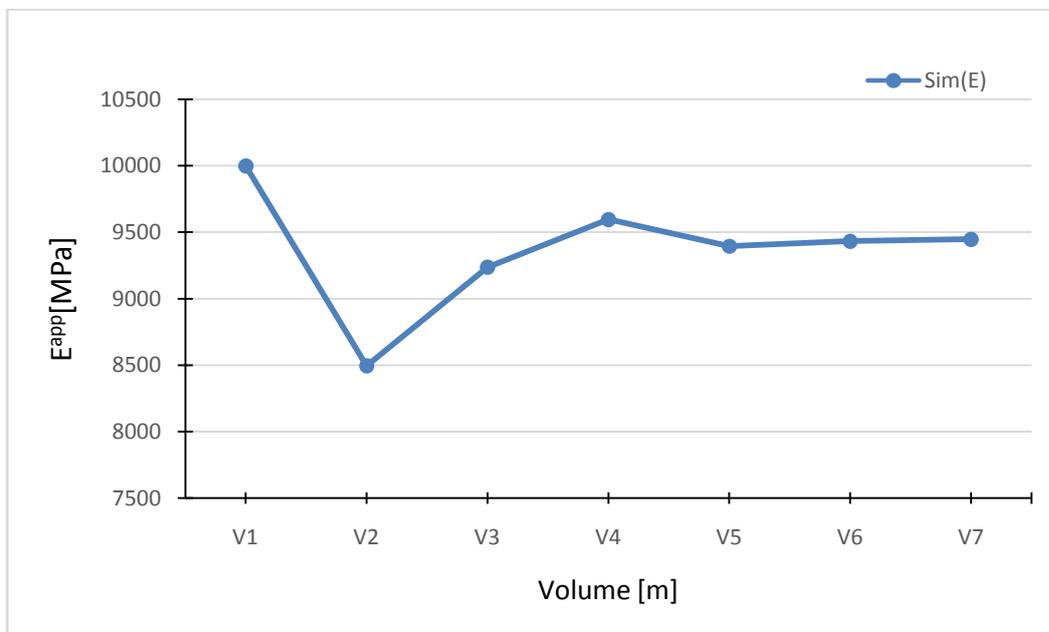


Figure III.11 Courbes de convergence de module de Young en fonction de la taille du domaine v. **Fr10%**

III.8.2 Fraction volumique 20%

Les graphes suivants représentent les résultats numériques des propriétés élastiques obtenues à partir de notre simulation dans le cas de fraction volumique **20%**. Les résultats sont comparé a la borne supérieur Hashin- Shtrikman **hs+** et le modèle auto-cohérent **coh**, déduit analytiquement en utilisant les résultats moyens de tous les volumes étudiés de module de compressibilité k , et le module de cisaillement μ

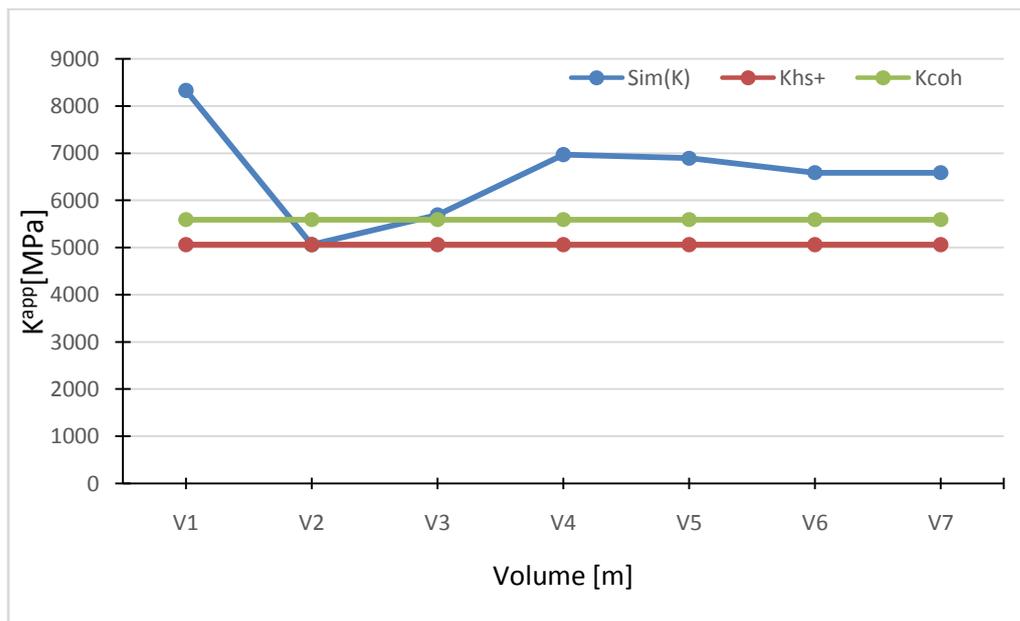


Figure III.10 Courbes de convergence de module de compressibilité apparent k_{app} en fonction de la taille du domaine V . Fr20%

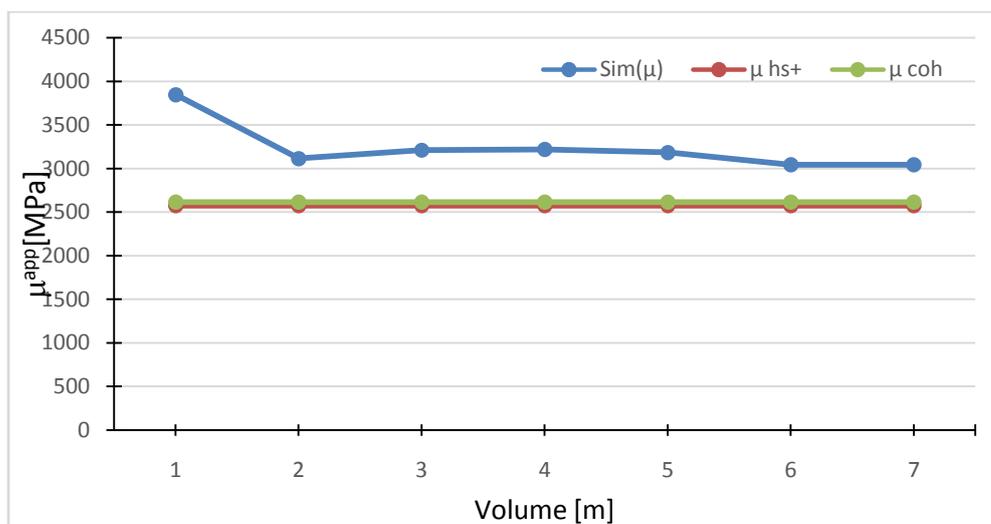


Figure III.10 Courbes de convergence de module de cisaillement apparent μ_{app} en fonction de la taille du domaine V . Fr20%

La variance des valeurs de module de Young en fonction de la taille de volume v poue la fraction volumique 20% est représenté dans le graphe suivant :

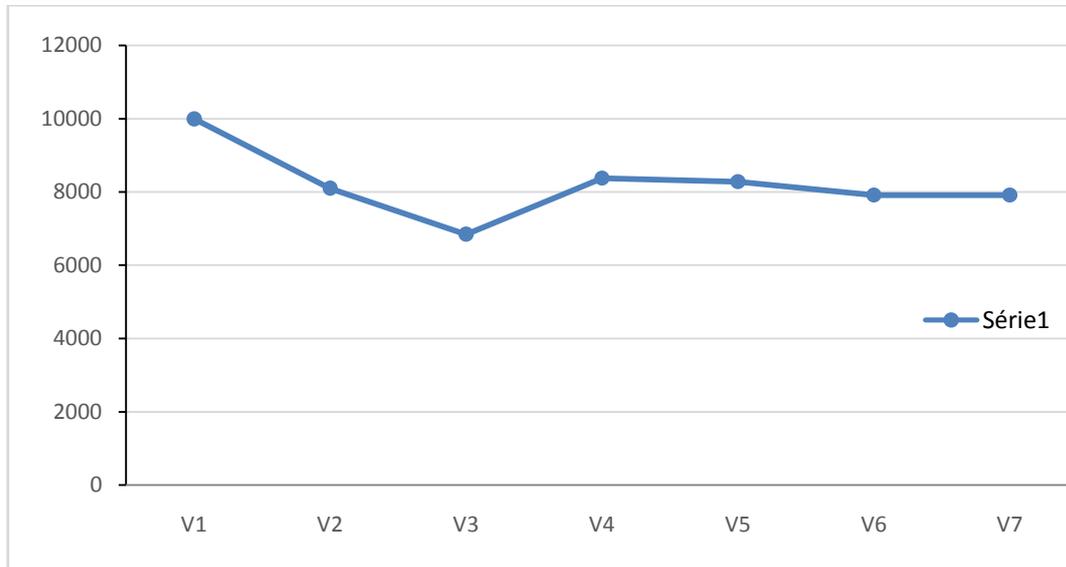


Figure III.13 Courbes de convergence de module de Young en fonction de la taille du domaine v Fr20%

III.9 Effet de la fraction volumique sur les propriétés élastiques

Afin d'étudier l'effet de la fraction volumique sur le module de compressibilité K et le module de cisaillement μ , différentes fractions volumiques ont été prises (10% ET 20%). Les résultats obtenu affirme que le module de compressibilité K et le module de cisaillement μ diminuent avec l'augmentation de la fraction volumique.

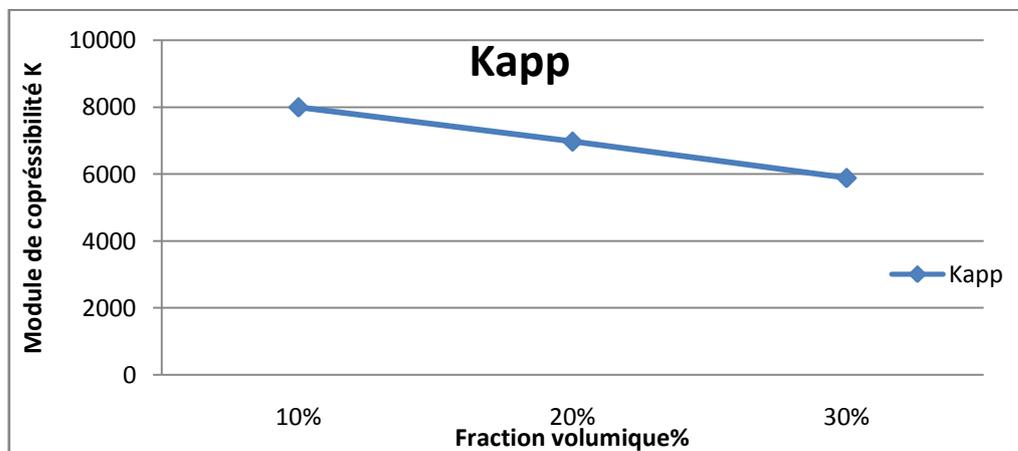


Figure III.14 Effet de la fraction volumique sur le module de compressibilité K

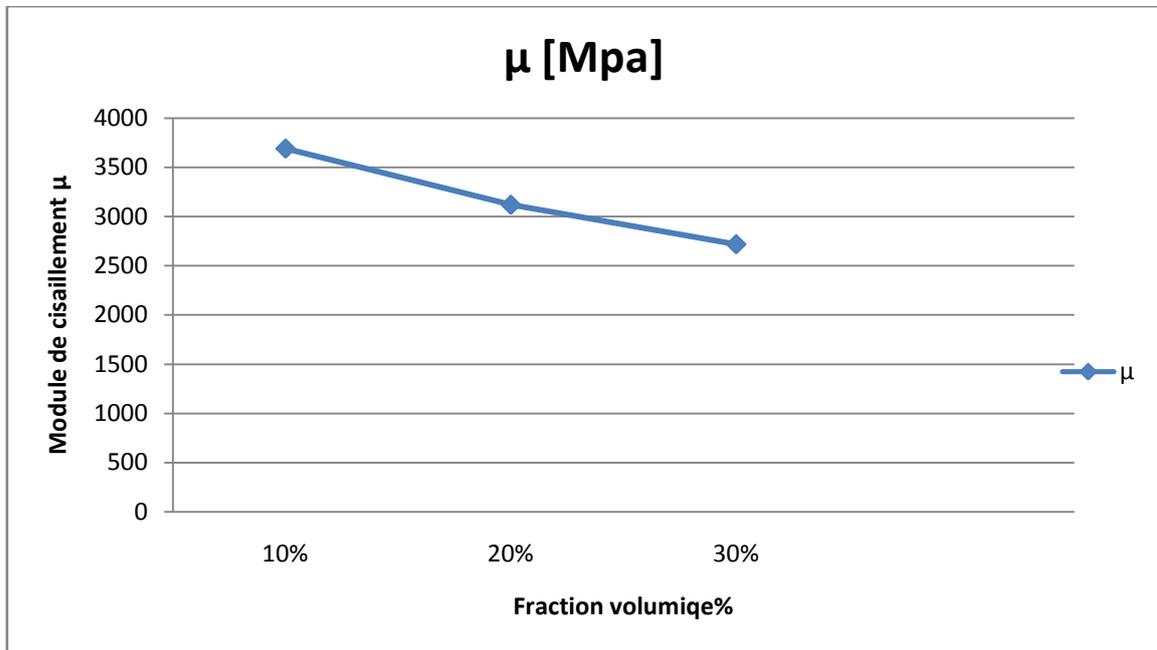


Figure III.15 Effet de la fraction volumique sur le module de cisaillement μ

III.10 CONCLUSION

Dans ce chapitre on a défini les étapes que nous avons suivies pour la simulation numérique du comportement élastique d'un matériau composite à 3 phase, en commençant par la première étape qu'est la génération des particules en 3D dans un volume cubique, ensuite on a décrit la microstructure utilisée et les propriétés élastiques de chaque phase.

En deuxième étape on a représenté le maillage comme une opération obligatoire dans la simulation numérique.

Dans la dernière étape une étude sur le comportement élastique d'un matériau composite à 3 phase avec deux fractions volumiques (10% et 20%) est menée, dont le but est de déterminer les propriétés élastiques apparentes de ce matériau. Cette étude est basée sur la simulation à l'aide de logiciel Comsol, Les résultats obtenus sont comparés avec la borne supérieure de Hashin-Strikman (HS^+) et le modèle autocohé

Conclusion Générale

Conclusion générale

Ce travail a pour objectif l'étude des comportements élastique des matériaux composites à 3 phases. Cette étude a mis en évidence la variation des propriétés élastique en fonction de taille de maillage ainsi l'intérêt d'une détermination rigoureuse de la taille du volume élémentaire représentatif (VER) d'une microstructure, celle-ci doit tenir compte de plusieurs paramètres comme : le nombre de phase, la fraction volumique, le type de la propriété et la morphologie des particules.

Cette étude a mis en évidence l'intérêt de l'utilisation des scripts de génération des structures aléatoires de particules avec des tailles du volume élémentaire représentatif (VER) variables, celle-ci doit tenir compte de plusieurs paramètres comme : le nombre de phase, la fraction volumique et la morphologie des particules.

De ce fait, nous avons déterminé la variation des propriétés élastiques apparentes du matériau composite l'évaluation de ces propriétés est basée sur l'utilisation des approches numériques (logiciel Comsol). L'ensemble des résultats numériques obtenus ont été validés par les approches analytiques et statistiques.

Les bornes de Hashin-Strikman et l'estimation Auto-cohérente (Self-Consistent) ont donnés de bons résultats dans le cas de comportement linéaire pour l'évaluation des deux propriétés effectives (k et μ) des matériaux hétérogènes à structure aléatoire.

Référence bibliographie

Référence bibliographiques

- [1] Berthelot J.M., Matériaux composites - Comportement mécanique et analyse des structures, Ed.
- [2] Glossaire des Matériaux Composites. Centre d'Animation Régional en Matériau Actives -CARMA -
- [3] Stephen W. Tsai – Introduction to Composite Materials. A Technomic Publishing Company book
Includes index p.453 .Congress Card n° 80-51965 Lancaster, Pennsylvania 17604 U.S.A
1980
- [4] PASTOR J, OHAYON J et DISDIER C 6 Homogénéisation périodique et composites à fibres actives
- [5] <http://www.cvm.qc.ca/geoffrio/index/materiau/cours13/cours13.html>
- [6] http://www.ssicomposites.com/processes_vb.html
- [7] http://www.hexcel.com/Resources/DataSheets/Brochure-Data-Sheets/Prepreg_Technology.pdf
- [8] <http://www.netcomposites.com/guide/pultrusion/55>
- [9] Reuss, A., 1929. Berechnung der fließgrenz von mischkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristalle. Z. Angew. Math. Mech. 9, 49–58.
Eshelby, J.D. 1957.
- [10] Glossaire des Matériaux Composites. Centre d'Animation Régional en Matériau Actives CARMA
- [11] Dormieux, L., Kondo, D., & Ulm, F.-J. 2006. "Microporomechanics". John Wiley & Sons.
- [12] Eshelby, J.D. 1957. "The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems." In Proc. R. Soc. Lond. A: The Royal Society, 376-396.
- [13] Ding, Y. Analyse morphologique de la microstructure 3D de réfractaires élec-trofondus à très haute teneur en zircon : relations avec les propriétés mécaniques, chimiques et le comportement pendant la transformation quadratique monoclinique. Rapport de thèse 2012.
- [14] Musielak, M., Marcoux, M., Quintard, M. Détermination des paramètres de transfert du TCE à travers le béton. Journées techniques 2013.
- [15] J. Chaboche, P. Suquet, 1998. Endommagement, interfaces. Ecole d'été méthodes d'homogénéisation en mécanique des Matériaux. La Londe-les-Maures.
- [16] I. Gitman, H. Askes, L. Sluys, 2007. Representative volume: Existence and size determination. Engineering fracture mechanics 74, 2518–2534.

- [17] Aboudi, J., 1991. A unified micromechanical approach, mechanics of composite materials. Elsevier.
- [18] Buryachenko, V., 2006. Micromechanics of heterogeneous materials. Springer.
- [19] Hashin, Z., Shtrikman, S., 1963. A variational approach to the theory of the elastic behavior of multiphase materials. *J. Mech. Phys. Solids* 11, 127–140.
- Zaoui. Matériaux hétérogènes et composites. Ecole Polytechnique Paris 1999.
- [20] Minshnaevsky Jr, L. 2004. Three-dimensional numerical testing of microstructures of particle reinforced composites. *Acta Mater.* 52, 4177–4188.
- [21] Kanit, T., N’Guyen, F., Forest, S., Jeulin, D., Reed, M., Singleton, S., 2006. Apparent and effective physical properties of heterogeneous materials : Représentativité of samples of two materials from food industry. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 195, 3960–3982.
- [22] Jean, Etude d’un élastomère chargé, de la nanostructure au macro-comportement. Thèse de doctorat 2009.
- [23] Altendorf, H., 2011. 3D morphological analysis and modelling of random fiber networks. Rapport de thèse.
- [24] Willot, F., Jeulin, D., 2009. Elastic behavior of composites containing boolean random sets of inhomogeneities. *Int. J. Eng. Sci.* 47, 313–324.
- [25] Michel, J. C., Moulinec, H., Suquet, P., 1999. Effective properties of composite materials with periodic microstructure : A computational approach. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 172, 109–143
- [26] S.boutaani 2018

Annexes

A. Annexe

A.1 Propriétés physiques pour le cas 3D

Le tenseur d'élasticité est défini par son module de compression k et son module de cisaillement ou de manière équivalente, par son module d'Young E et son coefficient Poisson

$$\begin{cases} 3k = \frac{E}{1 - 2\nu} \\ 2\mu = \frac{E}{1 + \nu} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E = 9 \frac{k\mu}{3k + \mu} \\ 2\mu = \frac{3k - 2\mu}{2(3k + \mu)} \end{cases}$$

A.2 Les limites de Hashin-Shtrikman (cas 3D)

La détermination de ces limites est basée sur des principes variant supposée infinie et aucune information géométrique des constituants et considérés. Les limites de Hashin-Shtrikman sont les meilleures estimations pour l'obtention de l'analyse des propriétés efficaces de matériau isotrope macroscopique. Les limites pour les propriétés effectives des matériaux isotropes résultant sont établies par les expressions dans le cas 3D :

$$k^{HS\pm} = k_m + \frac{f_i}{(k_i - k_m)^{-1} + f_m \left(k_m + \frac{4}{3}\mu_m\right)^{-1}}$$

$$\mu^{HS\pm} = \mu_m + \frac{f_i}{(\mu_2 - \mu_1) + \frac{2f_m(k_m + 2\mu_m)}{5\mu_m \left(k_m + \frac{4}{3}\mu_m\right)}}$$

Avec: $k_m > k_i$; $\mu_i > \mu_m$; $V_i + V_m = 1$

Où (k_1, k_2) et (μ_1, μ_2) sont respectivement les modules de compressibilités et de cisaillement pour les deux phases f_1 et f_2 sont les fractions volumiques pour les deux phases les signes + et - désignent respectivement les bornes supérieures et inférieures.

A.3 Modèle auto cohérent

L'homogénéisation auto-cohérente a été développée à l'origine pour estimer la rigidité équivalente des polycristaux et considérer l'interaction de la matrice et des grains suivant la formulation d'Eshelby. Et s'est concentrée sur les particules sphériques et les fibres alignées continues. Une approche cohérente de l'homogénéisation est basée sur l'idée que l'existence d'une seule inhomogénéité ne modifie pas les propriétés matérielles effectives dans un système avec de nombreuses inclusions. Par conséquent, les inclusions interagissent les unes avec les autres à travers le milieu efficace, ce qui signifie que les tenseurs de localisation seront basés sur les propriétés du milieu effectif plutôt que sur les propriétés du matériau de la matrice. L'interaction locale des inclusions avec le matériau de la matrice environnante reste inchangée.

$$k = \frac{k_m(\mu_m + k_f) + \mu_m V_f (k_f - k_m)}{(\mu_m + k_f) + V_f (k_m - k_f)}$$

$$\mu = \mu_m \left(1 + \frac{V_f}{\frac{\mu_m}{\mu_f - \mu_m} + \frac{k_m + 2\mu_m}{2(k_m + \mu_m)} (1 - V_f)} \right)$$

Avec :

$$k_i = \frac{E_i}{2(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} , \quad \mu_i = \frac{E_i}{2(1+\nu_i)} , \quad i = m , f$$