

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique.

**Université Abderahmane Mira de Béjaïa**  
Faculté des Sciences Exactes  
Département de Recherche Opérationnelle



## Mémoire de fin de cycle

En vue de l'obtention du Diplôme de  
Master en Recherche Opérationnelle  
Option : Modélisation Mathématique et Évaluation des Performances des Réseaux

**Thème :**

*Analyse des Performances d'un Système de Gestion de Stocks  
à Produits Périssables par les RdPSG*

Présenté par : MEDJANI Djedjiga

Devant le jury composé de :

Président	Dr Khimoum Nourdine	M.C.B	Univ. de Béjaïa
Rapporteur	Dr Lekadir Ouiza	M.C.A	Univ. de Béjaïa
Co-rapporteur	Dr Ikhlef Lyes	M.C.B	Univ. d'Alger 1
Examineur	Dr Brahmi Belkacem	M.C.A	Univ. de Béjaïa
Examinatrice	Dr Hakmi Sedda	M.C.B	Univ. de Béjaïa

Béjaïa, 2020.

# Remerciements

Au terme de ce travail, je tiens à remercier le bon Dieu tout puissant de nous avoir donné la force et le courage pour réaliser ce modeste travail.

Je remercie vivement les membres du jury d'avoir accepté d'examiner ce travail. Leurs remarques et leurs conseils nous permettront sûrement de corriger et d'améliorer ce document.

Mon double remerciement vont à l'Entreprise Portuaire de Béjaïa (EPB), à sa tête **Monsieur KASMI Halim**, le Président Directeur Général et à l'Université Abderahmane Mira de Béjaïa particulièrement **la faculté des Sciences Exactes**, grâce à leurs accords, j'ai pu poursuivre cette formation universitaire.

Le plus fort de mes remerciements vont au **Docteur Lekadir Ouiza** pour avoir dirigé ce travail, sa patience, ses conseils précieux, ses critiques constructives, ses remarques pertinentes, pour sa très grande disponibilité et sa générosité qui m'ont permis de venir à bout de ce modeste travail. Mes remerciements vont également au **Docteur Ikhlef Lyes** pour sa précieuse collaboration, ses déplacements et ses explications.

Un double remerciement est adressé à mes parents, grâce à leur présence, amour, soutien ont permis d'alimenter ma persévérance, à tous ceux qui de près ou de loin ont contribué à l'aboutissement de ce travail.

# Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail*

*\* A l'Entreprise Portuaire de Béjaia.*

*\* A ma très chère mère et défunt père chéri, qui m'ont toujours encouragé et soutenu dans tous ce que j'entreprends,*

*\* A mon cher mari Khoudir pour sa patience et son soutien,*

*\* A mes chères soeurs, mes chers frères,*

*\* A toute ma famille,*

*\* A mon amie MOUHOUBI Zina qui m'a soutenue tout au long de cette année,*

*\* A tou(te)s mes ami(e)s,*

*\* A tous ceux qui m'aiment et croient en moi.*

*✧ Djedjiga MEDJANI✧*

# Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	iv
Liste des tableaux	v
<b>1 Notions générales sur la gestion de stocks</b>	<b>4</b>
1.1 Le stock . . . . .	4
1.2 Gestion des stocks . . . . .	5
1.2.1 Le système de gestion de stock . . . . .	6
1.3 Avantages et inconvénients de stock . . . . .	6
1.3.1 Raisons et utilités du stock . . . . .	6
1.3.2 Inconvénients du stock . . . . .	8
1.4 Coûts de la gestion d'un stock . . . . .	9
1.4.1 Coûts de stockage . . . . .	10
1.5 Méthodologies d'analyse des coûts de stockage . . . . .	12
1.6 Classification des stocks . . . . .	13
1.7 Analyse <b>ABC</b> . . . . .	14
1.8 Politique de la gestion des stocks : . . . . .	16
1.9 Modèle déterministe de la gestion de stock . . . . .	17
1.9.1 Modèle de Wilson . . . . .	17
1.9.2 Définition de la formule de Wilson . . . . .	17
1.9.3 Hypothèses et fonctionnement général du modèle de Wilson . . . . .	18
1.10 La gestion économique des stocks . . . . .	18
1.11 Formules : . . . . .	19
1.11.1 Les limites du modèle de Wilson . . . . .	22
1.12 Modèle stochastique de la gestion de stock . . . . .	23
1.12.1 Problème de marchand de journaux . . . . .	23

1.13	Modèle de gestion de stock avec rappel . . . . .	24
1.14	L'analyse des stocks de produits périssables . . . . .	24
<b>2</b>	<b>Réseaux de Petri stochastiques</b>	<b>26</b>
2.1	Introduction . . . . .	26
2.2	Définition d'un Réseau de Petri . . . . .	26
2.2.1	Notations matricielles . . . . .	28
2.3	Interprétation d'un réseau de Petri . . . . .	28
2.3.1	Evolution d'un réseau de Petri . . . . .	28
2.3.2	Conflit et parallélisme . . . . .	30
2.3.3	Propriétés d'un RdP . . . . .	31
2.4	Extension des RdP . . . . .	33
2.4.1	Réseaux de Petri à arcs inhibiteurs . . . . .	33
2.4.2	Réseaux de Petri colorés . . . . .	34
2.4.3	RdP temporisés et RdP temporels . . . . .	35
2.4.4	Réseaux de Petri stochastique (RdPS) . . . . .	36
2.5	Réseaux de Petri stochastique généralisés (RdPSG) . . . . .	36
2.6	Conclusion . . . . .	40
<b>3</b>	<b>Position du problème et résolution</b>	<b>41</b>
3.1	<b>RdPSG</b> associé au système de gestion de stock à produits périssable . . . . .	42
3.1.1	Description du Modèle . . . . .	42
3.2	Model <b>RdPSG</b> associé au système étudié . . . . .	43
3.3	Analyse qualitative et quantitative du RdPSG . . . . .	45
3.3.1	Arborescence et graphe des marquages accessibles du RdPSG . . . . .	45
3.3.2	La construction de la chaîne de Markov . . . . .	45
3.3.3	Les indices de performances . . . . .	49
3.3.4	Application numérique . . . . .	50
3.4	Résultats obtenus en variant le taux des arrivées $\lambda$ en utilisant le simulateur GRIF . . . . .	51
3.5	Résultats obtenus en variant le taux des arrivées $\mu_1$ en utilisant le simulateur GRIF . . . . .	53
3.6	Resultants obtenus en variant le taux des arrivées $\mu_2$ en utilisant le simulateur GRIF . . . . .	55
	<b>Conclusion générale</b>	<b>58</b>

**Table des matières** **iii**

---

**Bibliographie** **66**

# Table des figures

1.1	Le schéma synoptique d'un système de tenue et de gestion de stock. . . . .	7
1.2	Graphe de mouvement de la quantité suivant les coûts. . . . .	21
1.3	Variation du stock en cas de pénurie. . . . .	22
2.1	Exemple d'un réseau de Petri. . . . .	27
2.2	Exemple de Notation matricielle. . . . .	28
2.3	Exemple de graphe de marquages accessibles d'un RdP. . . . .	30
2.4	Exemple de parallélisme. . . . .	30
2.5	Conflits dans un réseau de Petri. . . . .	31
2.6	Représentation d'un arc inhibiteur. . . . .	33
2.7	RdP avec arc inhibiteur. . . . .	34
2.8	Exemples de RdP $T$ -temporisé et RdP $P$ -temporisé. . . . .	35
2.9	Représentation des transitions immédiates et temporisées . . . . .	37
2.10	Procédure à suivre pour l'analyse d'un RdPSG. . . . .	39
3.1	Système de gestion des stocks à produits périssables, à source finie et rappels. . . . .	43
3.2	Modèle $RdPSG$ associé au système de gestion des stocks à produits périssables, à source finie et rappels. . . . .	43
3.3	Arbre des marquages du $RdPSG$ associé au système de stocks à source finie, avec rappel, à produits périssables. . . . .	46
3.4	Chaîne de Markov associée au $RdPSG$ construit. . . . .	47
3.5	Interface de GRIF. . . . .	62
3.6	Barre d'icône sur GRIF. . . . .	63
3.7	Fenêtre de lancement des calculs Moca. . . . .	65

# Liste des tableaux

3.1	Distrutions stationnaires. . . . .	50
3.2	Variation des indices de performance en fonction de $\lambda$ avec le niveau de stock $S = 3$ . . . .	52
3.3	Variation des indices de performance en fonction de $\lambda$ avec le niveau de stock $S = 5$ . . . .	52
3.4	Variation des indices de performance en fonction de $\lambda$ avec le niveau de stock $S = 7$ . . . .	53
3.5	Variation des indices de performance en fonction de $\mu_1$ avec le niveau de stock $S = 3$ . . . .	54
3.6	Variation des indices de performance en fonction de $\mu_1$ avec le niveau de stock $S = 5$ . . . .	54
3.7	Variation des indices de performance en fonction de $\mu_1$ avec le niveau de stock $S = 7$ . . . .	55
3.8	Variation des indices de performance en fonction de $\mu_2$ avec le niveau de stock $S = 3$ . . . .	56
3.9	Variation des indices de performance en fonction de $\mu_2$ avec le niveau de stock $S = 5$ . . . .	56
3.10	Variation des indices de performance en fonction de $\mu_2$ avec le niveau de stock $S = 7$ . . . .	57



# Introduction générale

Avec la mondialisation de l'économie et la complexité des entreprises, le stock prend une place de plus en plus importante dans la société aussi bien dans le secteur privé que dans le secteur public et devient de plus en plus difficile à gérer.

En tant que partie intégrante de la logistique, la gestion des stocks s'effectue pendant la période comprise entre l'approvisionnement et la vente (la demande). La difficulté consiste à avoir suffisamment de marchandises en stock afin de pouvoir satisfaire le plus grand nombre de clients possible tout en évitant d'avoir trop de marchandises en stock, ce qui entraîne inévitablement une augmentation des coûts.

L'analyse des systèmes de gestion de stocks à produits périssables a été le thème de nombreux articles en raison de ses applications potentielles dans des secteurs comme l'alimentation, la chimie, les produits pharmaceutiques, la photographie et la gestion des banques de sang. Les articles de synthèse souvent cités [30, 35],[44, 40] fournissent d'excellents résumés sur ces efforts. La plupart de ces modèles traitent soit des systèmes avec rappel périodique avec des durées de vie fixes, soit des systèmes avec rappel continue avec l'approvisionnement instantané des commandes.

Dans le cas des modèles de gestion des stocks à produits périssables avec des durées de vie aléatoires pour les articles, la plupart des modèles supposent un approvisionnement instantané de la commande [13, 23, 21]. L'hypothèse de délais positifs accroît encore la complexité de l'analyse de ces modèles et, par conséquent, il n'existe qu'un nombre limité de documents traitant des délais positifs. En outre, ils sont principalement consacrés aux systèmes avec une politique de stock de base [4] ou un niveau de réapprovisionnement fixe [18]. Dans tous ces modèles, les auteurs ont supposé que les demandes survenues pendant la rupture de stock sont soit en retard, soit perdues, et le nombre de sources générées sont infinies.

Dans un système de stockage, le niveau de chaque stock est inspecté suivant la politique de gestion suivie. D'une manière générale, dès que le stock atteint un certain seuil prédéterminé, une commande d'une quantité de produits est passée pour réapprovisionner

le stock et le ramener à un niveau fixé. La commande engendre à son tour des opérations de transport ou de livraison pour accomplir le réapprovisionnement du stock.

Un système de gestion de stocks à produits périssables de source finie est motivé par l'installation de service avec des clients restreints, par exemple une cantine militaire fournissant des services aux soldats ou une cantine d'entreprise au service des membres de la communauté de travail spécifique dans la société. Les problèmes d'entretien des machines au sein d'une industrie sont également un problème qui a motivé pour créer les modèle stochastiques actuels.

Ainsi, le problème que nous considérons dans ce mémoire est plus que pertinent pour la situation de la vie réelle. En effet, on va modéliser et analyser un système de gestion de stocks à produits périssables via l'outil des réseaux de Petri.

Notre modèle est essentiellement défini comme un système d'inventaire de source finie, de produits périssables avec rappels.

En effet dans ce modèle, nous avons supposé que les demandes des clients qui se produisent pendant la rupture de stock entrent en orbite pour ressayer de reformuler leur demande ultérieurement après un temps aléatoire.

Pour répondre aux interrogations en liaison avec les demandes n'ayant pas acquis leurs service lors de la rupture de stock la théorie dite "retrial inventory models" a vue le jour. Cette théorie a été introduite par Artalejo dans [17], par la suite cette approche a été largement appliquée dans nombreux travaux de recherche (voir [29, 17, 19, 20, 33, 38, 42, 43, 32, 48]). Cependant dans ces travaux les auteurs ont souvent utilisé l'outil de la théorie de file d'attente comme outil de modélisation qui donne de très bon résultats cependant leurs formulation mathématique très compliquée rend leurs applicabilité très difficile, pour palier à cette difficulté on a opter dans ce mémoire à utiliser un autre outil de modélisation qui est celui des réseaux de Petri (RdP).

Depuis déjà plus d'une quarantaine d'années, les réseaux de Petri (RdP) ont été reconnus comme des outils puissants de modélisation, d'analyse et d'évaluation des systèmes à événements discrets dont font partie les systèmes de stockage. Le succès des *RdPs* est dû en particulier à leurs support à la fois graphique et mathématique performant aussi bien pour l'analyse et l'évaluation analytique que pour la simulation du système étudié. Les *RdP* ont été très largement exploités pour l'étude des systèmes flexibles de production.

Dans ce mémoire, il sera question d'étude et d'évaluation des performances d'un système de gestion de stocks à produits périssables, à source fini, avec rappels. Ce mémoire s'articulera autour de trois chapitres :

Dans le premier chapitre, l'objectif sera de présenter les notions générales sur la gestion de stocks et de voir l'utilité et les inconvénients de garder un stock et les coûts engendrés par

sa gestion, nous verrons les différentes classifications de la gestion de stocks et nous nous intéresseront en particulier à l'analyse *ABC*. Nous présenterons les différentes politiques de la gestion de stock et nous préciserons plus tard la politique choisie pour le modèle étudié, nous verrons deux principaux modèles de la gestion des stocks à savoir le modèle déterministe et le modèle stochastique. Nous verrons aussi les modèles de gestion de stock avec rappels. Enfin, nous terminerons ce chapitre par une conclusion.

Le deuxième chapitre est consacré à des rappels et définitions sur les *RdP*, leurs règles de fonctionnement, leurs propriétés qualitatives ainsi que leurs différentes extensions. Nous nous sommes intéressés particulièrement à la modélisation et à l'analyse des performances à l'aide de *RdPSG*

Dans le troisième chapitre, est établie la modélisation et l'analyse des performances du système de gestion de stocks, à source finie, avec rappel à l'aide des *RdPSG*. Nous avons mis en évidence la chaîne de Markov induites par l'arborescence de marquage associées. Les indices de performance proposés pour notre système avec rappels sont calculés par avec le logiciel Grif.

Ce mémoire se termine par une conclusion générale et une petite annexe où sera donné une idée générale sur le simulateur GRIF utilisé.

# Chapitre 1

## Notions générales sur la gestion de stocks

### Introduction

Comme énoncé dans l'introduction générale, ce premier chapitre a pour objet de donner des notions générales sur la gestion des stocks. Pour commencer, nous allons définir la notion de stock et expliquer les raisons pour lesquelles une entreprise doit détenir un stock, ensuite, nous aborderons les inconvénients des stocks et les coûts qu'ils engendrent. Comme ce mémoire s'intéresse à la modélisation et à l'analyse des performances d'un système de gestion des stocks, nous verrons quel en est l'objectif et quelles sont les classifications de la gestion de stocks et nous nous intéresseront en particulier à l'analyse *ABC* qui est une méthode de classification découlant du principe de Pareto, elle est fréquemment utilisée dans le domaine de l'analyse des stocks. Nous présenterons les politiques de la gestion de stock et nous préciserons plus tard la politique utilisée dans ce mémoire, nous examineront le modèle déterministe de la gestion des stocks à savoir le modèle de Wilson, suivi par le modèle stochastique de la gestion de stocks particulièrement le problème du marchand de journaux. Nous verrons aussi les modèles de gestion de stock avec rappels. Enfin, nous terminerons ce chapitre par une conclusion.

### 1.1 Le stock

**Définition 1.1.** *Dans une acception générale, le stock peut être compris comme l'ensemble des marchandises ou des articles accumulés dans l'attente d'une utilisation future plus au moins proche en vue d'alimenter régulièrement les utilisateurs afin de leur éviter*

le désagrément et les prolongations des délais de livraison [27].

**Définition 1.2.** Une provision de **produits** en instance de **consommation**.

Deux termes importants apparaissent dans cette définition : ” **produits** ” et ” **consommation** ”.

Le vocable ” **produits** ” peut signifier :

- Les marchandises : produits achetés en vue d’être revendus plus tard dans le même état, c’est-à-dire sans transformation.
- Les matières premières : produits entrant dans la fabrication d’autres produits.
- Les matières consommables : produits qui contribuent directement ou indirectement à la fabrication.
- Les produits finis : produits fabriqués, prêts à la vente.
- Les emballages.
- Les déchets : ceux-ci proviennent de la fabrication ou de la récupération.

Quand on parle de **consommation**, pour un gestionnaire de stock, un produit est considéré comme ” consommé ” dès qu’il est sorti du stock.

## 1.2 Gestion des stocks

La gestion des stocks, fait partie des approvisionnements au même titre que les achats et magasinage. On s’interroge sur cette ” **gestion des stocks** ” qui peut concerner aussi bien un stock de confiture de la grand-mère que des stocks d’armes nucléaires, ainsi pour l’un ou l’autre, une saine gestion des stocks peut et doit être réalisée dans toutes les entreprises, qu’elle qu’en soit la taille, moyennant des méthodes aisées à mettre en œuvre.

Gérer un stock, c’est faire en sorte qu’il soit constamment apte à répondre aux demandes des clients. Bien géré, un stock doit satisfaire, dans des conditions économiques, à cette exigence.

La gestion des stocks ne constitue pas une cellule isolée dans l’entreprise, elle a des liaisons étroites avec d’autres fonctions, tant au sein des approvisionnements que dans l’entreprise entière.

Donnons quelques définitions de la gestion des stocks :

**Définition 1.3.** La gestion des stocks est l’ensemble des tâches, de la plus simple à la plus complexe, nécessaires à l’établissement et à la réalisation du programme d’approvisionnement de l’entreprise, au stockage des marchandises, à l’orientation des ventes dans les meilleures conditions économiques tout en évitant les ruptures de stocks, les sur-stockages et répondre aux demandes des clients.

**Définition 1.4.** *La gestion des stocks est l'ensemble des mesures qu'utilise une entreprise pour savoir quelle quantité commander et à quel moment, dans l'optique d'atteindre l'équilibre entre un coût de stockage faible et une capacité de réponse élevée face aux clients.*

### 1.2.1 Le système de gestion de stock

Le schéma synoptique d'un système de gestion de stock est représenté par la FIGURE1.1. On observe que la gestion du stock repose sur des informations internes et externes au système. Le gestionnaire doit connaître les caractéristiques du fournisseur, de la demande, les choix politiques de son entreprise et les variables de décision qui sont à sa disposition. L'information pour la gestion des approvisionnements se situe à deux niveaux : **le système de gestion du stock et le système de tenue du stock** définis comme suit :

- **Le système de gestion du stock** est l'ensemble des informations et des règles de décisions permettant de déclencher les approvisionnements et éventuellement des livraisons (cas de pénurie) qui satisfont au mieux les objectifs adoptés par l'entreprise.
- **Le système de tenue de stock** inspecte continuellement ou périodiquement les composantes de l'approvisionnement : le niveau du stock physique, les encours ou attendus (produits commandés mais non encore réceptionnés) disponibles à terme, les dus (partie du stock physique faisant l'objet d'engagement vis-à-vis du client) non disponibles. Le système de tenue de stock permet de mettre à jour la relation fondamentale suivante :

$$\text{Stock physique} = \text{Stock théorique} - \text{Encours} + \text{Dus}.$$

## 1.3 Avantages et inconvénients de stock

### 1.3.1 Raisons et utilités du stock

En quoi un stock est-il utile ? La constitution d'un stock s'explique par différentes raisons :

- La première raison est la non-coïncidence dans le temps et l'espace de la production et de la consommation. Effectivement, il est impossible de produire où et quand la demande se manifeste.
- L'existence d'un stock peut également se justifier afin de parer aux incertitudes, à la pénurie. Plusieurs incertitudes peuvent coexister : sur la demande, le délai de livraison

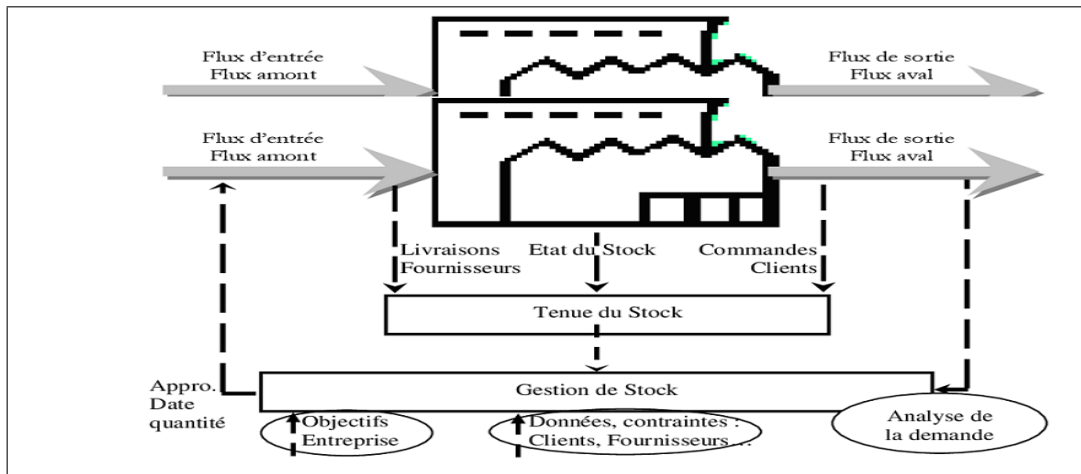


FIGURE 1.1 – Le schéma synoptique d'un système de tenue et de gestion de stock.

et l'offre. Ainsi, si la demande a tendance à fluctuer, il est possible que celle-ci soit inférieure à ce qui était prévu. Les unités invendues ou non consommées entraînent la constitution d'un stock. Ce stock constitue aussi une sécurité afin de répondre à la demande lorsque celle-ci sera plus forte. Le délai de livraison peut aussi être une incertitude. Suite à un retard de livraison, l'entreprise peut être en difficulté de production et ne pas savoir fournir les produits demandés. Le fait de disposer d'un stock permet de répondre à la demande immédiatement et donc d'éviter l'attente de la livraison. Pour faire face à ces deux incertitudes, l'entreprise a recours aux stocks de sécurité ; c'est dans ce but que le pharaon avait constitué des stocks de blé pendant les années d'abondance pour pallier l'insuffisance des récoltes pendant les années suivantes. C'est aussi dans ce but que les ménagères, à l'approche d'une crise, se précipitent chez l'épicier pour acheter de grandes quantités d'huile, de sucre, ... etc.

- Des stocks peuvent être aussi constitués dans un but spéculatif ; on achète à bas prix pour revendre à la hausse. C'est ce que font les spéculateurs de la bourse. Dans le même esprit, des organismes nationaux ou même internationaux font des stocks pour maintenir le prix de certains produits à un niveau à peu près constant ; c'est ainsi que, si le cours du cuivre augmente trop, les organismes stockeurs en lancent sur le marché tant que, s'il diminue trop, ils en achètent pour le raréfier et faire remonter le cours.
- Un stock permet aussi d'assurer une consommation régulière d'un produit bien que sa production soit irrégulière. En achetant par grande quantité, on bénéficie en général d'une réduction du prix unitaire ; on constitue alors un stock pour profiter de cet

avantage. Faute de pouvoir transporter pratiquement certains produits en petites quantités, on est conduit à faire effectuer des livraisons par wagons complet, par pleins camions, par bateaux entiers ce qui entraîne une constitution de stock. On en déduit que, lorsque le produit en question est un fluide livrable sans interruption par canalisation, il n'y a pas lieu de constituer de stock ; c'est ce qui se passe pratiquement pour le pétrole transporté par oléoduc entre la zone d'extraction et la raffinerie.

- L'existence d'un stock se justifie aussi par le souci légitime de parer aux aléas de consommation même si celle-ci reste à peu près constante.
- Un stock permet de parer rapidement aux conséquences fâcheuses d'accidents possibles qui peuvent se produire à n'importe quel moment ; dans une usine, ce stock comprend les stocks de sécurité qui serviront peut-être un jour à dépanner une machine si l'une des pièces venait à se casser.
- On stock si la production devient supérieure à la consommation (c'est ce qui s'est passé lors de la crise de 1929 aux états-Unis).

Lorsqu'un produit n'est pas disponible immédiatement, le stock permet d'en disposer dès que le besoin s'en fait sentir et d'éviter ainsi l'attente parfois longue de la livraison (c'est, à la limite, le cas des stocks de guerre).

Enfin, l'existence d'un stock évite le dérangement à des achats ou des livraisons trop fréquentes.

Voici donc en quoi un stock est utile ; nous remarquons que, quel que soit le but recherché, il existe une différence entre le rythme des livraisons et celui des utilisations. En résumé, le stock sert à réguler entre des livraisons et des utilisations qui se font suivant des rythmes différents. Mais, on peut dire que tout stock dépassant le strict nécessaire pour jouer ce rôle de régulateur serait inutile, et même source de frais dépensés en pure perte.

### 1.3.2 Inconvénients du stock

Après avoir examiné en quoi un stock est utile, il faut aborder quels en sont ses inconvénients. Un stock présente quelques inconvénients :

- Le premier qui vient à l'esprit tient au caractère périssable de certains produits, de nombreux produits ne se conservent pas ou peu ou mal ; il ne viendrait à l'idée d'aucun boulanger de constituer un stock de pain. Le ciment c'évente au bout de quelques jours ; les articles en caoutchouc ne se conservent pendant quelques mois qu'à condition d'être maintenus à température constante et à l'abri de l'humidité.
- Le deuxième inconvénient est relatif à l'immobilisation de la trésorerie. Effectivement, chaque unité en stock représente une immobilisation de capital. Tant que ces unités



restent en stock, aucun profit n'est réalisé et l'entreprise ne récupère pas non plus les coûts engagés pour disposer de ces unités.

- La rupture est, dans cette énumération, le troisième inconvénient des stocks. Pour un commerçant, la rupture entraîne un manque à la vente ; si elle se produit souvent, elle lui fera perdre sa clientèle. Dans une usine, c'est toute la fabrication qui risque de se trouver arrêtée.
- En plus d'occuper de l'espace, il faut également garder en tête qu'un stock doit être gardé, protégé des intempéries, de l'incendie, des inondations, des rongeurs, ce qui entraîne bien évidemment des coûts afin de garantir la sécurité des produits stockés. On parle d'ailleurs de coûts de possession. Ce type de coût des stocks sera expliqué plus loin dans les prochaines sections de ce chapitre.

Voici donc les inconvénients que présentent les stocks ; si nous les comparons à leurs utilités, nous nous rendrons compte que, malgré les inconvénients, un stock est utile. Malheureusement tout se paie, y compris les services rendus par les stocks, et nous allons voir qu'ils coûtent cher.

## 1.4 Coûts de la gestion d'un stock

Un stock trop important (sur-stockage) génère des coûts superflus de stockage. Selon les caractéristiques des produits (périssables, dangereux, taxables, ...), les charges de stockage augmentent proportionnellement aux quantités en stock (taxes à payer, obsolescence, avaries, mises au rebut).

Un stock trop faible (sous-stockage) augmente la probabilité que l'entreprise se retrouve en rupture de stock. Cela peut mener à l'arrêt total de la production. Et qui dit rupture de stock dit impossibilité de vendre.

Les irrégularités dans ce contexte sont diverses : mauvaise exploitation des ressources (personnel, équipements et espaces), avec un impact qui peut s'étendre le long de la chaîne logistique aval (*irrégularité des approvisionnements = anomalies au niveau de la production, perturbation des ventes, ruptures des stocks, perte de clients*).

Le but de la gestion des stocks est de maintenir le juste équilibre qui permette *d'optimiser les coûts d'approvisionnement*. Une démarche qui impose de s'intéresser particulièrement aux différents postes de dépense mis en jeu une fois que l'entreprise constitue un stock de marchandises.

### 1.4.1 Coûts de stockage

Le coût de stockage peut être défini comme l'ensemble des charges supportées et dues à la présence des stocks dans le magasin. Ces charges sont décomptées à partir de l'opération d'entrée marchandises jusqu'à l'opération de sortie marchandises. Le stockage des marchandises entraîne par conséquent les principales lignes de dépenses suivantes :

**a) Charges relatives aux personnels (magasiniers, caristes, personnels de surveillance, ...) :**

- salaires et rémunérations du personnel en charge des stocks ;
- charges patronales liées au personnel en charge des stocks.

**b) Charges relatives à l'infrastructure logistique :**

- charges de location des bâtiments ;
- primes d'assurances (risques d'incendie, de cambriolage et autres risques semblables) ;
- amortissements des installations de stockage ;
- intérêts du capital investi dans l'implantation ;
- charges d'entretien et de maintenance ;
- autres : (chauffage, électricité, eau, téléphone, ...).

**c) Charges relatives aux marchandises entreposées :**

- avaries, obsolescence, rebuts associés à des traitements non appropriés ou à un stockage prolongé ;
- primes d'assurances (responsabilité civile relative aux produits) ;
- coûts de l'immobilisation financière, intérêts du capital investi dans les marchandises (capital improductif).

**d) Charges relatives aux outils et autres matériels de travail utilisés :**

- amortissements pour la perte de valeur des outils, engins et autres matériels ;
- coûts d'entretien et des réparations ;
- coûts d'exploitation des engins (coûts administratifs, consommables, pièces de rechange, carburants, ...).

Ainsi, nous pouvons constater que malgré les inconvénients que présentent les stocks, néanmoins ils sont utiles et rendent des services. Cependant, ceux-ci engendrent différents

coûts. Pour avoir une bonne gestion des stocks, trois coûts sont à minimiser : *Coût d'acquisition ou coût de passation de commande (Ca)*, *Coût de possession (Cp)*, *Coût de rupture de stock (Cr)* :

► **Coût d'acquisition ou coût de passation de commande (Ca)** : Quand une commande est lancée, cela engendre un certain coût pour l'entreprise, appelé coût de lancement ou de façon plus générale, coût d'acquisition. Ce coût est composé de l'ensemble des dépenses annuelles indispensables pour passer et réceptionner des commandes. On peut par exemple citer la masse salariale des approvisionneurs, les consommations telles que l'électricité, les télécommunications, le chauffage, les frais informatiques liés à la gestion des commandes et au traitement des entrées en stock, etc.

Le coût de passation d'une commande peut être calculé en connaissant le coût total annuel nécessaire pour passer les commandes divisé par le nombre annuel de commandes. Au plus l'entreprise passe des commandes sur l'année, au plus le coût à la commande peut diminuer car les charges sont amorties sur un plus grand nombre de commandes. Toutefois, il n'est pas toujours possible de déterminer le coût moyen de passation d'une commande. En effet, c'est le cas de des entreprise où le service des achats ne passe pas uniquement des commandes mais réalise aussi d'autres tâches.

► **Coût de possession (Cp)** : Le coût de possession est composé de deux types de charges. La première charge est liée aux frais de financement des capitaux pour l'achat du stock. Cela correspond à l'intérêt du capital immobilisé dans le stock, souvent de l'ordre de 5 à 7% de la valeur du stock moyen par an. La deuxième charge est liée au stockage physique. Cela inclut le loyer et l'entretien des locaux de stockage, les assurances, les frais de personnel et de manutention, le gardiennage, etc. Pour cette seconde charge, l'ordre de grandeur est de 10 à 30 % du stock moyen par an et dépend de la nature du stock, par exemple si le stock est automatisé, cette charge sera plus élevée.

En pratique, nous pouvons déterminer le coût de possession moyen en divisant le coût total des frais de possession par la valeur du stock moyen. Ce taux varie généralement entre 15 et 35 % de la valeur du stock moyen de l'entreprise. Ces frais dépendent aussi des conditions de stockage. Ainsi, un produit devant être stocké dans un endroit très frais aura un coût de possession plus élevé.

► **Coût de rupture de stock (Cr)** : Si à un moment donné, le stock ne permet pas de satisfaire la demande, l'entreprise fait face à des frais de rupture de stock. Dans le cas où le stock est nul, on ne parle pas forcément de rupture de stock. On en parle uniquement lorsque la demande ne peut pas être satisfaite. Ainsi, un vendeur d'antigel peut avoir son stock nul en été sans que l'on parle de rupture de stock.

Les coûts de rupture de stock sont souvent difficiles à évaluer mais sont généralement élevés. Les conséquences d'une rupture sont différentes suivant que nous parlons d'une demande interne ou externe. Dans le cas d'une demande externe, deux cas peuvent se présenter :

- Soit le client ira chez un concurrent pour avoir ce qu'il souhaitait. Dans ce cas, on parle de "lost sales" ou en français de ventes manquées. Le coût de rupture est la marge bénéficiaire perdue suite à la non fourniture d'une unité.
- Soit le client reviendra plus tard pour acheter ce qu'il n'a pas eu. On parle d'ailleurs de "backorder" ou en français de commandes différées. Si l'entreprise propose de donner en location un produit de remplacement, le coût de rupture correspond à la prise en charge de la location par l'entreprise.

Lorsque la demande est interne, dans le cas d'un stock de fabrication, une rupture de stock peut causer l'arrêt des machines, un chômage technique ou des changements dans le planning de production. Le coût de rupture correspond aux frais occasionnés par la rupture comme les frais d'arrêt des machines, le coût financier du chômage technique. Une rupture de stock peut également mener à la perte d'un client, une pénalité de retard de livraison, un impact sur l'image de marque, etc.

## 1.5 Méthodologies d'analyse des coûts de stockage

### a) Méthode comptable :

La méthode d'analyse comptable préconise la séparation des coûts de stockage en deux types de coûts : *les coûts fixes* et *les coûts variables* :

- **Les coûts fixes** englobent l'ensemble des charges de stockage qui n'ont aucune relation avec la variation des stocks. Que les stocks baissent ou augmentent, leur variation est moindre et voire quasi nulle. Elle évolue cependant par palier et selon la dimension du magasin. Dans cette catégorie, on peut citer : les charges relatives au personnel, les charges relatives aux infrastructures et les charges relatives aux outils et matériels utilisés.
- **Les coûts variables** englobent l'ensemble des charges de stockage qui varient en fonction de l'évolution des stocks. La corrélation est forte avec les quantités de marchandises stockées. Ils augmentent lorsque le stock augmente et baissent lorsque le stock diminue. Dans cette catégorie nous pouvons classer les charges relatives aux marchandises entreposées.

**b) Méthode du taux de possession :**

En règle générale, lors de l'entrée marchandise, le stock est valorisé au coût d'acquisition. Durant la période de stockage, des charges additionnelles viennent s'ajouter à la valeur initiale et augmentent ainsi la valeur de ce stock au moment de la sortie marchandise.

$$\text{Valeur à la sortie} = \text{coût acquisition} + \text{coût de stockage}$$

**Le taux de possession** représente la part du coût de stockage dans la valeur du stock lors de la sortie marchandise. Il est généralement exprimé en % de la valeur totale de l'article. Il englobe l'ensemble des postes de charges relatives au stockage des marchandises. **L'évaluation du taux de possession** est faite sur une période définie (généralement annuelle). Lorsqu'il est connu, on peut utiliser cette formule :

*Coût de possession (de la période) = Taux de possession × stock moyen (de la période).*

## 1.6 Classification des stocks

Afin de garantir le succès de la mise en oeuvre d'une gestion de stocks, il faut d'abord débiter pour une classification par nature pouvant nécessiter des règles de gestion différentes. Les articles en stock peuvent être classés en diverses catégories liées à la nature du produit à distinguer :

- Les articles de consommation courante, relativement régulières et continues, même si elle est saisonnière ;
- Stocks de produits finis "achetés (trading) et standard" : marchandises acquises puis revendues en état.
- Stocks de composants, de matières premières, de matières et fournitures diverses, de consommables (carburants, papeteries).
- Stocks de fournitures de bureau (autres que papeteries, bics, feutres, ...)
- Stocks d'emballages (boîtes, cornières,...) récupérables ou pas.
- Stocks d'outillages.
- Stocks de pièces de rechange de sécurité, destinées à la maintenance à , à remplacer sur une machine ou dans une installation donnée, des pièces qui risquent de casser et donc à parer aux conséquences d'incidents à caractère aléatoire, la présence dans le stock de ces pièces se justifie par le souci d'assurer au mieux la continuité ou la sécurité de l'exploitation en éliminant du délai de dépannage ou de réparation, le délai d'approvisionnement de la pièce nécessaire..

- Stocks de produits d'entretien
- Stocks de produits dédiés à la sécurité (extincteurs, ...)
- Stocks de récupération (en attente de remise en état)
- Stocks de produits génériques
- Retours, rebuts, déchets...
- Article de transit, approvisionnés en vue de l'exécution de travaux bien déterminés et non renouvelables, et qui doivent séjourner que très peu de temps en magasin

Ces stocks sont donc achetés ou produits. Tous ceux-ci doivent être gérés et optimisés.

Il est également possible de classer les "articles" en fonction de la demande. Nous pouvons distinguer deux types d'articles : à demande dépendante et à demande indépendante. Une demande est dépendante si elle peut être déduite de la demande d'un autre article. Elle sera indépendante dans le cas contraire, c'est-à-dire provenant du client. Prenons des exemples significatifs :

- Les produits finis et les pièces de rechange sont à demande indépendante.
- Les composants d'un produit fini sont à demande dépendante. La connaissance des nomenclatures et des caractéristiques de fabrication du produit fini permet de déduire les quantités exactes de chacun des composants dont il faut assurer la fabrication et l'approvisionnement. De la demande de produit fini, on peut donc déduire la demande de chacun des composants et, pour l'ensemble des demandes indépendantes, les besoins, en nombre et dans le temps, des articles à demande dépendante

## 1.7 Analyse ABC

La gestion des stocks absorbe beaucoup de temps administratif, elle coûte cher et immobilise de gros moyens de trésorerie. Elle doit être sélective et les moyens doivent être consacrés en priorité aux articles coûteux et importants. Il existe différentes méthodes de gestion des stocks. De manière générale, tous les produits ne sont pas gérés de la même manière. La complexité des méthodes de gestion est fonction de l'importance (économique, stratégique ; ...) du composant considéré. Pour faciliter les regroupements de produits d'importances similaires, on utilise très fréquemment la méthode dite de classification ABC : Méthode de priorisation permettant de se concentrer sur les actions qui auront le plus grand effet.

L'analyse ABC est une méthode de catégorisation des stocks, elle consiste à classer les articles selon un critères d'importance, en divisant les produits en trois catégories, *A*, *B* et *C*. (*A*) représentant les produits les plus importants et (*C*) les produit les moins importants.

Cette méthode a pour but d'attirer l'attention des responsables sur les quelques produits (*A*) cruciaux et non sur les nombreux produits (*C*) sans importance.

L'approche *ABC* affirme que, lors de l'examen des stocks, une entreprise devrait noter ses produits de (*A*) à (*C*), en se basant sur les règles suivantes :

- Les produits **A** sont les marchandises ayant la valeur de consommation annuelle la plus élevée. **10%** des articles en stock représentent **70%** des consommations (famille **A**).
- Les produits **C**, au contraire, sont ceux dont la valeur de consommation est la plus faible. Les derniers **5 %** de la valeur de consommation annuelle correspondent généralement à **50 %** du total des produits en stock (famille **C**).
- Les produits **B** sont intermédiaires, ils ont une valeur de consommation moyenne. Ces **15 - 25 %** de la valeur de consommation annuelle correspondent généralement à **30%** du total des items en stock (famille **B**).

La classification *ABC* permet de porter une attention particulière aux articles qui le méritent et d'adapter des règles de gestion pour chaque groupe. Cette classification est également très utile pour définir les fréquences d'inventaires tournants. Elle permet également de définir la localisation des articles au sein des entrepôts.

Il existe différentes appellations pour cette méthode :

- Méthode des 80 – 20(ou des 20 – 80).
- Méthode ABC (parfois étendue à ABCD).
- Loi de Pareto.

Pour les stocks, cette classification peut porter sur plusieurs critères : la valeur du stock, la consommation annuelle, le CA (Chiffre d'affaires) de vente, le CA d'achat la rotation de stocks, l'espace consommé, les heures de manutention, la marge générée, la criticité... ou la combinaison de ceux-ci : on parle d'analyse multicritères.

Cette classification sera réalisée un à deux fois par an suivant les fluctuations de la demande.

L'hypothèse de base de la méthode ABC est la suivante :

- Quand un processus est distribué selon un grand nombre de variantes, la probabilité est forte qu'environ 20 % de ces variantes représentent quelques 80 % des occurrences.
- D'un point de vue pratique, on utilise souvent un classement en trois groupes (80 – 15 – 5) au lieu de deux ce qui limite les effets de bords, d'où l'appellation *ABC*

## 1.8 Politique de la gestion des stocks :

La gestion des stocks est une fonction très importante notamment les entreprises de production. Une mauvaise politique de réapprovisionnement soit crée des stocks inutiles, soit perturbé, voire arrête la production d'une entreprise. Un stock très important génère un coût de stockage et un éventuel coût d'obsolescence. Un stock faible génère des ruptures et des retards. Une politique de gestion a pour objectifs principaux de définir le niveau de stock indispensable pour faire face à la consommation, de définir les tailles des quantités à commander et les délais entre deux réapprovisionnements pour maintenir le niveau de stock souhaité. Elle peut se définir par les réponses qu'elle apporte aux deux questions de base suivantes :

- **Quand déclencher l'approvisionnement ?** ou bien à quelle fréquence doit-on passer la commande pour approvisionner le stock ? Il existe trois méthodes de base pour répondre à cette question :
  - *En gestion de stock par le point de commande*, l'approvisionnement du stock est déclenché lorsqu'on observe que le stock descend au-dessous d'un niveau fixé appelé point de commande.
  - *En gestion calendaire*, l'approvisionnement du stock est déclenché à des intervalles réguliers, par exemple, chaque semaine ou chaque mois.
  - *En gestion calendaire conditionnelle*, l'approvisionnement du stock est déclenché à des intervalles réguliers, mais uniquement lorsqu'on observe que le stock descend en-dessous d'un certain seuil, le point de commande.
- **Combien faut-il commander ?** ou bien quelle quantité doit-on commander pour approvisionner le stock ? Il existe deux méthodes de base qui permettent de répondre à cette question :
  - *Approvisionnement par quantité fixe* : chaque commande porte sur la même quantité fixe. C'est le cas notamment lorsqu'il y a des contraintes de conditionnement ou de transport (palette complète, conteneur, camion complet ; ...) ou des seuils tarifaires qui impliquent un achat minimum.
  - *Approvisionnement par quantité variable* : lors de chaque commande, le stock théorique est mesuré pour commander une quantité qui permet de re-compléter ce stock (tenter de le ramener à son niveau initial).



Les différentes politiques de gestion de stocks les plus utilisés en pratique :

- **(s, S)** : Dans cette politique, dès que le niveau du stock descend en dessous d'un seuil fixé  $s$ , une commande d'approvisionnement du stock est passée immédiatement pour tenter de ramener le niveau du stock à son niveau initial  $S$ .
- **(R, S)** : Dans cette politique, à chaque  $R$  unités de temps, une commande d'approvisionnement du stock est passée pour tenter de ramener le niveau du stock à son niveau initial  $S$ .
- **(R, s, S)** : Dans cette politique, à chaque  $R$  unités de temps, le niveau du stock est contrôlé et si il est en dessous d'un seuil fixé  $s$ , une commande d'approvisionnement du stock est passée pour tenter de ramener le niveau du stock à son niveau initial  $S$ .
- **(s, Q)** : Dans cette politique, dès que le niveau du stock est en dessous d'un seuil fixé  $s$ , une commande d'approvisionnement d'une quantité fixe  $Q$  est passée.
- **(R, s, Q)** : Dans cette politique, à chaque  $R$  unités de temps, le niveau du stock est contrôlé et si il est en dessous d'un seuil fixé  $s$ , une commande d'approvisionnement d'une quantité fixe  $Q$  est passée.
- **(S-1, S)** : C'est un cas particulier de la politique  $(s, S)$  avec  $s = S - 1$  et un contrôle continu du niveau du stock.

## 1.9 Modèle déterministe de la gestion de stock

### 1.9.1 Modèle de Wilson

Savoir gérer ses stocks c'est trouver un compromis entre coût et disponibilité des articles. La méthode de Wilson apporte une réponse pour arbitrer entre coût de commande d'approvisionnement et coût de stockage en définissant la quantité économique optimale à commander.

Le modèle de Wilson concerne essentiellement les stocks de distribution (produits finis ou composants gérés comme des marchandises) et suppose une permanence de la consommation du produit concerné de période en période.

### 1.9.2 Définition de la formule de Wilson

La Formule de Wilson (créée en 1934) permet de calculer la quantité de commande optimale et le temps entre deux commandes d'un produit pour une entité donnée (usine, centre logistique, ...). Introduite pour la première fois en 1913 par Harris, elle porte parfois le nom de formule de Harris-Wilson.

### 1.9.3 Hypothèses et fonctionnement général du modèle de Wilson

Afin d'alléger la présentation, nous avons choisi de présenter les différentes hypothèses qui expliquent le fonctionnement du modèle sous forme de liste :

- L'horizon de gestion de stocks est illimité ; par conséquent, on considère que le processus est constant dans le temps.
- La demande est continue, connue et homogène dans le temps ; selon ce concept, on suppose que la consommation annuelle est de  $X$  unités/année.
- Le délai d'approvisionnement,  $D$ , est constant et connu.
- Les ruptures de stock ne sont pas acceptées.
- Le prix variable d'acquisition semble constant,  $CA/unit$ .
- L'entrée de la commande dans le système est instantanée une fois le délai d'approvisionnement passé.
- On considère un coût de lancement  $CL/commande$  et un prix de possession de stock égal à  $CP/unit$ .
- Le lot aura toujours la même taille, pour garder les paramètres du modèle constants. la période (l'évolution du stock sera donc matérialisée par une droite) ;

## 1.10 La gestion économique des stocks

Pour optimiser ses coûts, le logisticien doit trouver un équilibre entre le nombre de commandes d'approvisionnement et la quantité stockée :

- réapprovisionner fréquemment lui permet de réduire le niveau de stocks, mais grève le coût des commandes
- réduire le nombre d'approvisionnements allège le coût des commandes mais augmente le coût de possession de stock. En effet, pour faire face aux sorties, il est obligé d'augmenter les quantités stockées vu l'espacement entre chaque réapprovisionnement.

Dans le cas de commandes à périodicité fixe et quantité identique, la formule de Wilson permet de calculer le lot économique (quantité par commande) et le nombre optimal de commandes d'approvisionnement pour minimiser le coût global des stocks.

## 1.11 Formules :

Le plus économique, dans ces conditions, est qu'un lot rentre dans le système au moment où le niveau des stocks est à zéro. Cela suppose que la commande doit être faite à un moment où le niveau de stock est suffisant pour fournir la demande durant le délai d'approvisionnement. Ce niveau de stock précis s'appelle le **Point de commande**  $Pc$  :

- Le point de commande  $Pc$  est calculé de la manière suivante :  $Pc = X * D / Q$  est la quantité de chaque commande.
- Le nombre de commandes annuelles nécessaires pour satisfaire la demande, la fréquence de réapprovisionnement ( $N$ ), sera :  $N = X/Q$ . L'inverse de  $N$  est le temps qui s'écoule entre deux commandes ; il s'agit, en définitive, du temps d'un cycle qui se répète tout au long de l'horizon de gestion.

Ce temps s'appelle le temps de cycle d'approvisionnement ( $TC$ ).

► Calcul de la quantité économique :

$$Q = \sqrt{\frac{2D \times CC}{CS}}$$

### Les paramètres de la formule :

- $D$  : **La Demande** (ou consommation) en quantité sur la période considérée ;
- $CC$  : **Le Coût d'une Commande ou coût de lancement intégrant :**  
coût de passation de commande + coût de transport + coût de réception);
- $CS$  : **Le Coût unitaire de possession** de Stock.

### Calcul du nombre optimal de commandes :

Pour connaître le nombre de commandes, il suffit de **diviser la demande  $D$  par la quantité économique  $Q$** .

Il est également possible de l'obtenir directement à l'aide de la formule suivante :

$$N = \sqrt{\frac{Dv \times i}{2 \times Cc}}$$

avec :

- $N$  : Le Nombre optimal de commandes ;
- $Dv$  : La Demande en valeur sur la période considérée ;
- $i$  : le taux de possession

**Calcul du taux de possession  $i$  :  $i = \text{Coût de possession} / \text{Valeur du stock}$**

**Paramètres et variable du modèle :****1. Les paramètres :**

- $C_s$  : le coût de possession (coût de stockage) ;
- $Cl$  : coût de lancement d'une commande ;
- $t$  : taux de possession ; ;
- $D$  : la consommation sur une période ;
- $P$  : le prix unitaire d'un produit ;
- $\theta$  : nombre d'unités de temps dans la période ;
- $S$  : stock actif en cas de pénurie.

**2. Les variables :**

- $Q$  : la quantité à commander ;
- $N$  : la cadence de demande ;
- $T$  : le temps de lancement de commande.

L'objectif consiste à déterminer soit le volume  $Q_{ec}$  d'une commande, soit le nombre  $N_{ec}$  de commandes, ou bien la durée optimale  $T_{ec}$  séparant deux commandes qui minimise le coût total de gestion du stock.

**◆ Modèle de Wilson sans pénurie****Fonction de coût et minimisation :**

Il est maintenant possible d'explicitier la fonction de coût notée  $CT$ , somme du coût total de possession et du coût de passation (lancement d'une commande). Ce dernier doit s'appliquer sur le stock moyen et non sur la quantité approvisionnée. De même, l'usage de  $C_s$  ou de  $t$  est lié aux circonstances. Nous poserons la fonction ainsi :

$$CT = C_s + Cl.$$

**Remarque 1.1.**

Suivant la variable recherchée en priorité, cette fonction pourra dépendre de  $Q$ , de  $N$ , ou de  $T$ .

Si on cherche la quantité optimale à commander, on écrit la fonction de coût total en fonction de  $Q$ .

**Remarque 1.2.**

1. Une fois que l'on a obtenu la valeur optimale  $Q_{ec}$ , On peut calculer aisément :

- Le nombre optimal de commandes :  $N_{ec} = \frac{D}{Q_{ec}}$  ;
  - Le coût total minimum ;
  - la durée de la période de réapprovisionnement :  $T_{ec} = \frac{\theta}{N_{ec}} N_{ec}$ .
2. Notons que la détermination du stock d'alerte est indépendante de la détermination de  $Q_{ec}$ . En effet, le point de commande ne dépend que de la vitesse d'écoulement du stock et du délai de la livraison, et non des coûts associés au stockage.
3. Notons que le coût de possession ou de stockage  $C_s(Q)$  est une fonction linéaire et le coût de lancement  $Cl(Q)$  est une fonction inverse.
- Le graphe donné dans la FIGURE(1.2) suivante fournit une étude des deux fonctions :

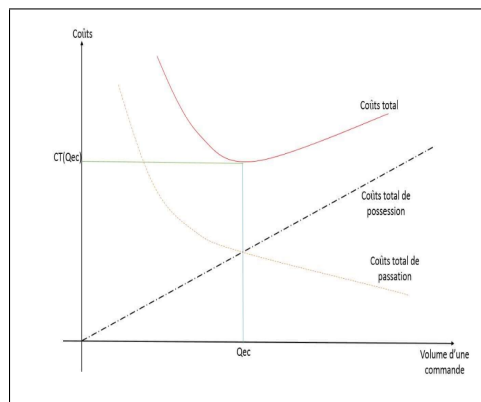


FIGURE 1.2 – Graphe de mouvement de la quantité suivant les coûts.

### ◆ Modèle de Wilson avec pénurie

**Fonction de coût et minimisation :** Il est maintenant possible d'explicitier la fonction de coût, notée  $CT$ , somme des trois coûts :

Coût total de passation, coût total de possession et coût total de pénurie :

$$CT = C_s + C_p + C_r$$

$$CT(Q, S) = \frac{S}{2} \times cs \times T_1 + cp + \frac{Q - S}{2} cr \times T_2$$

Pour minimiser le coût total, nous devons passer par la démonstration mathématique des formules en s'appuyant sur le schéma suivant qui résume le mouvement du stock en cas actif et en cas de pénurie (FIGURE 1.3) :

- $D$  : demande (unité) ;
- $N$  : nombre de commandes ;

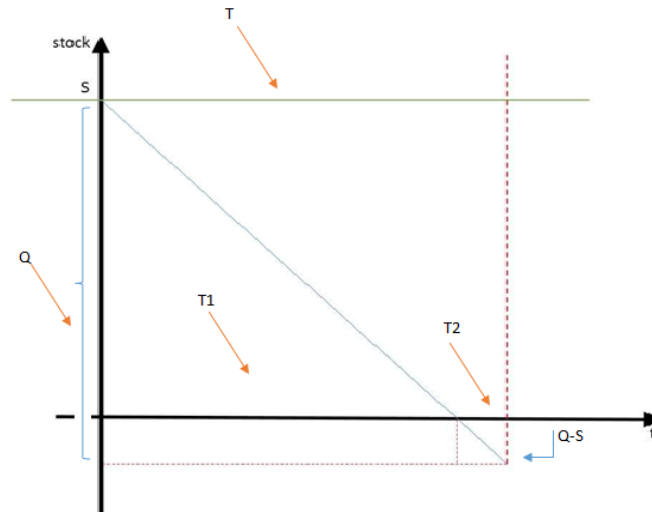


FIGURE 1.3 – Variation du stock en cas de pénurie.

- $Q$  : quantité commandé ;
- $\theta$  : la durée de gestion de stock (année, mois,...) ;
- $C_s$  : coût de possession par article et unité de temps ( $T_1$ ) ;
- $C_r$  : coût de pénurie par article et unité de temps ( $T_2$ ) ;
- $C_p$  : coût de lancement de commande ;
- $T$  : durée de temps pendant que le stock est actif ;
- $T_2$  : durée de temps pendant que le stock est en pénurie.

Le théorème suivant donne la quantité économique à commander pour un modèle avec pénurie.

### 1.11.1 Les limites du modèle de Wilson

Cette méthode a pour limite de considérer que les différents paramètres composant la formule sont stables ou linéaires dans le temps et que les délais d'approvisionnement soient inexistant. Or avec l'accélération des exigences clients et de la pression de la concurrence, il est de plus en plus difficile de conserver ces variables constantes. De même considérer les délais d'approvisionnement nuls c'est se reposer sur les performances logistiques de ses fournisseurs. Attention à bien maîtriser ce risque, en jouant sur le stock de sécurité par exemple, un levier non pris en compte par Wilson.

## 1.12 Modèle stochastique de la gestion de stock

La demande d'un client peut être unique ou répétitif, constante ou variable, certaine ou aléatoire, discrète ou continue. Les modèles de gestion de stock se construisent selon le type de demande concernée. Pour les stocks de fabrication on considère en générale que la demande est certaine. Pour les stocks de distribution la demande est aléatoire. On modélise le comportement de celle-ci par. Dans le cas d'un modèle déterministe, la demande et le délai de réapprovisionnement sont connus à l'avance par l'entreprise. A cause de l'impossibilité de l'existence d'une rupture de stock, cela rendait inutile la constitution d'un stock de sécurité. Dans la réalité, la demande est souvent aléatoire ce qui conduit à introduire dans le raisonnement un stock de sécurité afin de se prémunir contre les ruptures de stock.

### 1.12.1 Problème de marchand de journaux

Le problème dit "*problème du vendeur de journaux*" est un modèle mathématique simple en recherche opérationnelle concernant le volume optimal du stock d'un bien qui sera proposé à une demande aléatoire.

Au début de sa journée, un vendeur itinérant achète un certain nombre de journaux au prix unitaire afin de les vendre à la criée aux passants des rues, ceci à un prix unitaire (hypothèse). Ne connaissant pas précisément le volume de ses ventes, le vendeur cherche à déterminer la quantité lui permettant de *maximiser l'espérance* de son profit acquis durant sa journée.

L'analyse de ce problème montre que, lorsque des phénomènes stochastiques interviennent dans les données d'un problème d'optimisation, le fait de remplacer ces variables aléatoires par leurs espérances respectives dénature les résultats et conduit à une sous-optimisation. La simplification avantageuse (en termes de résolution) d'une formulation déterministe d'un problème qui ne l'est pas peut induire des prises de décision erronées et coûteuses.

#### Formulation du problème

Au début de sa journée, un vendeur itinérant achète un certain nombre  $q$  de journaux au prix unitaire  $c$  afin de les vendre à la criée aux passants des rues, ceci à un prix unitaire  $p > c$  (hypothèse).

Ne connaissant pas précisément le volume de ses ventes, le vendeur cherche à déterminer la quantité  $q$  lui permettant de maximiser l'espérance de son profit acquis durant sa journée :

- s'il choisit  $q$  trop grand, il lui restera des journaux invendus qu'il aura achetés au prix  $c$  pour les jeter en fin de journée.

- s'il choisit  $q$  trop petit, il restera des acheteurs potentiels, soit autant de ventes perdues.

La fonction objectif (à maximiser) est l'espérance du profit qui, en fonction de la quantité  $q$  choisie, s'écrit :

$$\Phi_s(q) = \int_0^q v\rho(v)dv + pq \int_0^q \rho(v)dv - cq$$

où  $\rho(v)$  la densité de probabilité de la variable aléatoire de la demande.

Les deux premiers termes répertorient les situations où la demande est inférieure (respectivement supérieure) aux disponibilités; le troisième terme concerne les coûts d'acquisition. Le maximum de  $\Phi_s(q)$  est atteint pour le choix optimal  $\hat{q}$  défini par la relation implicite :

$$F(\hat{q}) = 1 - (c/p);$$

où  $F(v)$  est la fonction de répartition cumulative de la demande  $v$  définie par :

$$F(v) = \int_0^v \rho(\omega)d\omega$$

## 1.13 Modèle de gestion de stock avec rappel

La théorie des rappels dans les systèmes de gestion des stocks avec demandes insatisfaites a été largement appliquée dans nombreux travaux de recherche [29, 17, 19, 20, 33, 38, 42, 43, 32, 48], pour répondre aux interrogations en liaison avec les demandes n'ayant pas acquis leurs service lors de la rupture de stock. Artalejo a été le premier à appliquer la théorie des rappels dans les systèmes de gestion des stocks dans [17].

## 1.14 L'analyse des stocks de produits périssables

L'analyse des systèmes d'inventaire de produits périssables a fait l'objet de nombreux articles en raison de ses applications potentielles dans des secteurs comme l'alimentation, la chimie, la pharmacie, la photographie et la gestion des banques de sang. Les articles suivants [17, 18, 19, 12] donnent d'excellents résumés des efforts de modélisation réalisés dans ce domaine.

Dans le cas des modèles d'inventaire de produits périssables à révision continue avec des durées de vie aléatoires pour les articles, la plupart des modèles supposent un approvisionnement instantané de la commande [23, 21, 13]. L'hypothèse de délais de livraison positifs



accroît encore la complexité de l'analyse de ces modèles et il n'existe donc qu'un nombre limité de documents traitant des délais positifs. En outre, ils sont principalement consacrés aux systèmes avec une politique de stock de base [18] ou un niveau de réapprovisionnement fixe [4]. Dans tous ces modèles, les auteurs ont supposé que les demandes survenant pendant la rupture de stock sont soit en attente, soit perdues et que le nombre de sources qui génèrent des demandes est infini. Dans ce mémoire, nous assouplissons ces hypothèses. Nous supposons que les demandes qui se sont produites pendant la rupture de stock entrent dans orbite et réessayent leurs demandes après un temps aléatoire. Le concept de rappels dans l'inventaire a été introduit dans [17] et seuls quelques documents [47, 42] ont été publiés dans ce domaine et dans ce mémoire on fait appel à un autre outil de modélisation autre que celui des files d'attente à savoir l'outil des réseaux de Petri.

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons introduit les notions générales de la gestion des stocks et nous avons présenté les différents types de stock avec leurs classifications. Par ailleurs on a donné les modèles principaux de la gestion de stock (déterministes et stochastiques). Le chapitre suivant sera dédié aux notions générales de l'outil de modélisation "Réseaux de Petri" que nous allons utiliser pour la modélisation d'un système de gestion de stocks.

# Chapitre 2

## Réseaux de Petri stochastiques

### 2.1 Introduction

Depuis longtemps déjà, l'homme a ressenti le besoin de comprendre le fonctionnement du monde qui l'entoure. C'est ainsi que très rapidement, il lui a fallu modéliser les phénomènes physiques afin d'en isoler les principaux ressorts. La modélisation lui a permis d'analyser des rapports de cause à effet, d'établir des lois de comportement aboutissant à une prédiction possible de ces phénomènes. C'est dans cette esprit que Carl Adam Petri a inventé l'outil des réseaux de Petri (RdP) en 1962 dans une partie de sa thèse de doctorat : *Kommunikation mit Automaten* (Communication par les automates) à l'université technologique de Darmstadt. Cet outil, initialement utilisé pour décrire le fonctionnement des systèmes informatiques, possède des propriétés structurelles que l'on peut facilement mettre en évidence et qui sont immédiatement transportables sur les systèmes réels [3, 28] Très rapidement cet outil a été doté d'extensions et a vu son domaine d'application s'étendre, on cite par exemple le domaine de l'évaluation des performances des systèmes de production fait aujourd'hui largement appel aux RdPs.

### 2.2 Définition d'un Réseau de Petri

Un réseau de Petri (RdP) est un graphe biparti orienté, composé de deux types de noeuds : les places et les transitions. Graphiquement les places sont représentées par des cercles et les transitions par des traits. Les places et les transitions sont reliées par des arcs. Chaque place contient un nombre entier  $n \geq 0$  de jetons. L'état du système modélisé par un RdP est représenté par le marquage du réseau qui est un vecteur et qui donne la distribution des jetons dans les places du réseau.

**Définition 2.1.** [28] Un RdP est défini par un quadruplet  $R = (P, T, Pre, Post)$ , où :

- $P$  est un ensemble fini de places  $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$  ;
- $T$  est un ensemble fini de transitions  $T = \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_m\}$  ;
- $Pre : P \times T \rightarrow \mathbb{N}$  est l'application d'incidence avant ;  $Pre(p, t)$  ;
- $Post : P \times T \rightarrow \mathbb{N}$  est l'application d'incidence arrière ;  $Post(p, t)$ .

On note par  $C$  la matrice d'incidence du réseau de Petri qui est définie par :

$$C = Post - Pre;$$

► **Réseau de Petri marqué :**

Un marquage  $M_j$  d'un RdP est une application,  $M_j : P \rightarrow \mathbb{N}$ , qui associe à chaque place  $p \in P$  du RdP un marquage  $M_j(p)$  qui est le nombre de jetons dans cette place. Le couple  $N = (R, M_0)$  est dit RdP marqué. où :

- $R$  est un un réseau de Petri,
- $M_0$  est le marquage initial.

## Exemple de réseau de Petri

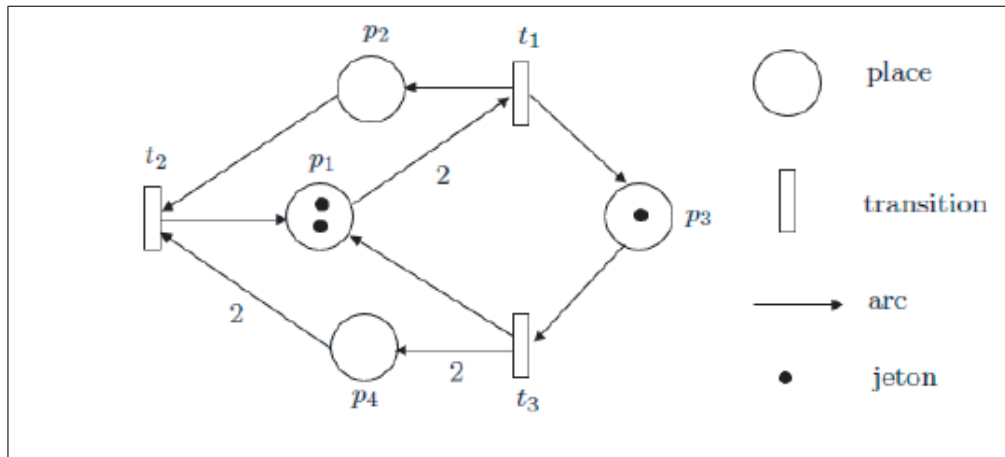


FIGURE 2.1 – Exemple d'un réseau de Petri.

La FIGURE (2.1) représente un RdP marqué défini par ses places  $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$  et transitions  $T = \{t_1, t_2, t_3\}$  ainsi que les arcs les reliant.

Le marquage  $M$  du réseau illustré dans la figure est défini par le vecteur :

$$M = (M(p_1); M(p_2); M(p_3); M(p_4)) = (2; 0; 1; 0).$$

### 2.2.1 Notations matricielles

Les fonctions  $Pre$ ,  $Post$  et  $C$  peuvent être présentées par des matrices dont le nombre de lignes est égal au nombre de places et le nombre de colonnes est égal au nombre de transitions.

Dans la FIGURE (2.2) de l'exemple précédent on a :

$$M_0 = (2, 0, 1, 0), \quad Pre = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad Post = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

FIGURE 2.2 – Exemple de Notation matricielle.

## 2.3 Interprétation d'un réseau de Petri

### 2.3.1 Evolution d'un réseau de Petri

L'évolution du marquage par franchissement des transitions dans un RdP traduit l'évolution du système modélisé dans ces différents états après l'occurrence de certains événements [5].

**Proposition 2.1.** *Chaque place d'un réseau de Petri peut avoir deux états : elle est marquée ou non marquée.*

**Définition 2.2.** [Sensibilisation et franchissement des transitions]

Une transition  $t$  est dite sensibilisée (franchissable, tirable, activée, validée) pour un marquage  $M$  si et seulement si :

$$\forall p \in P : M(p) \geq Pre(p, t); \quad \text{et on note } M(t > .$$

Si  $t$  est franchissable pour le marquage  $M$ , le franchissement de  $t$  donne le nouveau marquage  $M'$  tel que :

$$\forall p \in P; M' = M(p) - Pre(p, t) + Post(p, t); \quad \text{et on note } M(t > M'.$$

Dans le RdP donné dans la FIGURE (2.1), deux transitions  $t_1$  et  $t_3$  sont sensibilisées avec le marquage initial  $M_0 = (2, 0, 1, 0)$ . Si on tire  $t_1$  en premier, on obtient alors un nouveau marquage  $M_1 = (0, 1, 2, 0)$ , et si on tire par la suite  $t_3$  on obtient le marquage  $M'_1 = (1, 1, 1, 0)$ . Par contre si on tire  $t_3$  en premier on obtient le Marquage  $M_2 = (3, 0, 0, 0)$ , et si on tire par la suite  $t_1$  on obtient le marquage  $M'_2 = (1, 1, 2, 0)$ .

**Définition 2.3. [Séquence de franchissement]** [7, 5]

Une suite finie de transitions  $s = \langle t_1, t_2, \dots, t_k \rangle$  est franchissable à partir du marquage  $M$  s'il existe des marquages  $M_2, M_3, \dots, M_k$ , tels que :

$$M_1[t_1 > M_2[t_2 > M_3 > \dots > [t_{k-1} > M_k.$$

On dit que  $s$  est une séquence de franchissement allant de  $M$  à  $M_k$ . On note  $M[s > M_k$ .

**Définition 2.4. [Marquage accessible]**[49]

Un marquage  $M$  est dit accessible (ou atteignable) depuis le marquage initial  $M_0$  s'il existe une séquence de franchissement  $s$  telle que :  $M_0(s > M$ .

**Définition 2.5. [Ensemble des marquages accessibles]**

L'ensemble des marquages accessibles, noté  $A(M_0)$ , est l'ensemble des marquages atteints à partir du marquage initial  $M_0$  par une séquence de franchissement  $s$ .

**Définition 2.6. [Graphe des marquages accessibles]**

Le graphe des marquages noté  $G(R; M_0)$  est un graphe orienté qui a pour sommets l'ensemble des marquages accessibles  $A(M_0)$ . Un arc relie deux sommets  $M_i$  et  $M_j$  si et seulement si il existe une transition  $t \in T$  telle que :  $M_i(t > M_j$ . Chaque arc est étiqueté par le nom de la transition correspondante.

La FIGURE (2.3) suivante représente le graphe de marquages accessibles de l'exemple précédent (voir la FIGURE(2.1))

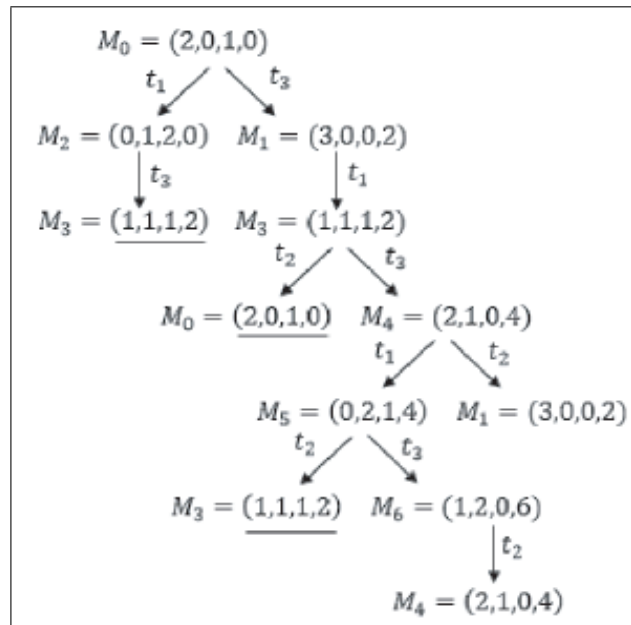


FIGURE 2.3 – Exemple de graphe de marquages accessibles d'un RdP.

### 2.3.2 Conflit et parallélisme

L'avantage des RdP réside dans leur capacité à modéliser un grand nombre de comportements dans les systèmes complexes. Parmi ces comportements, nous trouvons le parallélisme, la synchronisation, le partage de ressources, les conflits,  $\dots$  etc [3]; on va expliquer deux de ces comportements dont la définition est souvent ambiguë.

#### ► Le parallélisme :

Le parallélisme est défini comme l'évolution simultanée de plusieurs processus dans un même système. Dans un RdP, le parallélisme est déclenché avec une transition ayant plusieurs places de sortie, comme présenté dans la FIGURE (2.4) suivante :

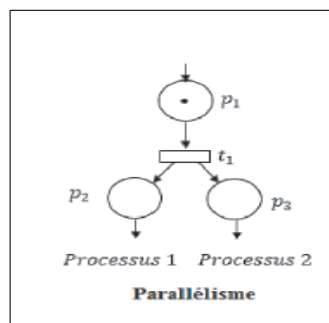


FIGURE 2.4 – Exemple de parallélisme.

► **Le conflit :**

Le conflit est l'existence d'une place qui a au moins deux transitions de sortie. La notion de conflit modélise un choix ou une décision. Deux sortes de conflit existent : conflit structurel et conflit effectif.

**Définition 2.7.**

- Deux transitions  $t_1$  et  $t_2$  sont en conflit structurel si et seulement si elles ont au moins une place d'entrée en commun, i.e. :

$$\exists p \in P : Pre(p, t_1) \times Pre(p, t_2) \neq 0.$$

- Deux transitions  $t_1$  et  $t_2$  sont en conflit effectif pour un marquage  $M$  si et seulement si elles sont en conflit structurel et que :

$$M \geq Pre(., t_1); M \geq Pre(., t_2) \text{ et } \exists p \in P : M(p) < Pre(p, t_1) + Pre(p, t_2).$$

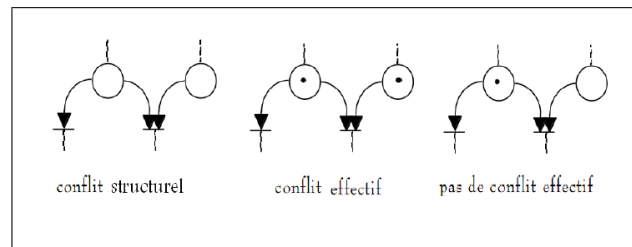


FIGURE 2.5 – Conflits dans un réseau de Petri.

### 2.3.3 Propriétés d'un RdP

L'analyse du comportement d'un système modélisé par l'outil des RdP passe par l'étude des propriétés de cet outil. Nous définissons dans ce qui suit quelques unes de ces propriétés [7, 16] :

► **Bornitude d'un RdP :**

La bornitude d'un RdP exprime le fait que le nombre d'états que peut prendre le système modélisé par ce RdP est fini.

Lorsque le RdP n'est pas borné, le nombre d'états est infini et ceci est dû au fait que certains paramètres de ce système sont non bornés. Par exemple si on modélise un système de file d'attente via les RdP, alors le paramètre "Taille de la file" peut être non limité ce qui introduira la non bornitude du modèle [41].

**Définition 2.8. [Place  $k$ -bornée]**

Une place  $p \in P$  est dite  $k$ -bornée pour un marquage initial  $M_0$ , si et seulement si :

$$\exists k \in \mathbb{N}, \forall M' \in A(M_0), M'(p) \leq k;$$

où :  $A(M_0)$  est l'ensemble des marquages accessibles. Si  $k = 1$ , on dit que la place  $p$  est sauf.

**Définition 2.9. [RdP  $k$ -borné]**

Un RdP est dit  $k$ -borné (ou borné) pour un marquage initial  $M_0$ , si et seulement si toutes ses places sont  $k$ -bornées. Le RdP 1-borné est appelé RdP binaire (sauf).

**► Réseau sans blocage :**

Un RdP est sans blocage si pour atteindre tout marquage accessible, il existe au moins une transition franchissable, i.e. :

$$\forall M \in A(M_0), \exists t \in T : M(t) > .$$

**Définition 2.10. [Marquage puit]**

- Un marquage  $M$  est dit marquage puit (mort) si aucune transition n'est franchissable à partir de ce marquage.
- Un RdP est dit sans blocage si tout marquage accessible depuis  $M_0$ , n'est pas un marquage "puits".

**► Vivacité d'un RdP**

La vivacité est une propriété importante pour traduire le bon fonctionnement d'un système.

**Définition 2.11.** Une transition  $t$  d'un RdP est vivante si pour tout marquage accessible à partir de  $M_0$ , il existe une séquence de franchissement  $s$  qui contient  $t$  et telle que :

$$\forall M \in A(M_0), \exists s : M(s, t) > .$$

Un RdP est vivant si et seulement si toutes ses transitions sont vivantes. Ainsi, un réseau vivant modélise un système en fonctionnement permanent sans aucun blocage.

**► état d'accueil**

**Définition 2.12.** Un RdP admet un état d'accueil si et seulement si il existe un marquage accessible à partir de n'importe quel autre marquage accessible :

$$\forall M' \in A(M_0), \exists s \in T/M' (s > M).$$



**Définition 2.13. [Rdp réinitialisable]**

Un RdP est réinitialisable (réversible, propre) pour un marquage initial  $M_0$  si  $M_0$  est un état d'accueil.

Toutes ces propriétés ont donné lieu à différents formalismes de l'outil de modélisation 'RdP'. Dans la section suivante on donnera une idée générale sur ces principaux formalismes existants.

## 2.4 Extension des RdP

Depuis les années 70, le concept RdP classique a été largement développé par de nombreux auteurs dans le monde entier en intégrant particulièrement l'aspect temporel et stochastique dans le modèle initial. Les paragraphes suivants sont consacrés à la présentation de quelques extensions et à la définition initiale des réseaux de Petri.

### 2.4.1 Réseaux de Petri à arcs inhibiteurs

Un arc inhibiteur est un arc orienté qui part d'une place  $P$  pour aboutir à une transition  $t$ . Son extrémité est marquée par un petit cercle (voir FIGURE 2.6). L'arc inhibiteur entre

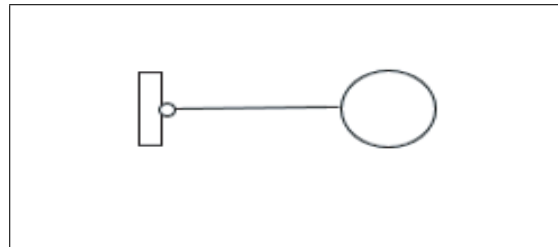


FIGURE 2.6 – Représentation d'un arc inhibiteur.

la place  $P$  et la transition  $t$  signifie que la transition  $t$  n'est validée que si la place  $P$  ne contient aucune marque. Le franchissement de  $t$  consiste à retirer une marque dans chaque place d'entrée de  $t$  à l'exception de  $P$ , et à ajouter une marque dans chaque place de sortie de  $t$ . On utilise aussi les expressions "test à zéro" et "RdP étendus".

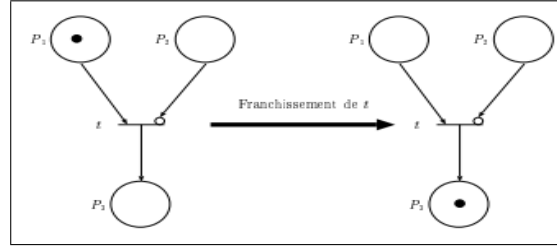


FIGURE 2.7 – RdP avec arc inhibiteur.

**Remarque 2.1.** Dans le cas général, un RdP à arc inhibiteurs ne peut pas être transformé en RdP ordinaire.

**Définition 2.14.** Un RdP à arcs inhibiteur est défini par un 5-uplet  $R = (P; T; Pre; Post; Inh)$ , où :

- $P$  est un ensemble fini de places et  $T$  un ensemble fini de transitions ;
- $Pre : P \times T \rightarrow \mathbb{N}$  et  $Post : P \times T \rightarrow \mathbb{N}$  sont les fonctions d'incidence avant et d'incidence arrière respectivement ;
- $Inh : P \times T \rightarrow \mathbb{N}/\{0\}$  est la fonction d'inhibition.

### 2.4.2 Réseaux de Petri colorés

Pour un réseau de Petri de base, on ne distingue pas les différents jetons. Dans un réseau de Petri coloré, on associe une valeur à chaque jeton. Pour plusieurs outils associés aux réseaux de Petri colorés, les valeurs des jetons sont typées, et peuvent être testées et/ou manipulées avec un langage fonctionnel [1].

**Définition 2.15.** [15].

Un RdP coloré est un 6-uplet,  $R = (P; T; C_{oul}; C_{sec}; W; M_o)$ ; où :

- $P$  est un ensemble fini de places ;
- $T$  est un ensemble fini de transitions ;
- $C_{oul}$  est un ensemble fini de couleurs ;
- $C_{sec}$  est la fonction qui à chaque place et à chaque transition associe un sous ensemble de  $C_{oul}$  :

$$C_{sec} : P \cup T \rightarrow \mathcal{P}(C_{oul});$$

- $W$  est la fonction d'incidence  $C = Post - Pre$  :

$$W(p; t) : C_{sec}(t) \times C_{sec}(p) \rightarrow \mathbb{N};$$

- $M_o$  est le marquage initial, pour chaque place et pour chaque couleur possible dans cette place. Il associe un nombre de jetons.

$$M_o(p) : C_{sec}(p) \rightarrow \mathbb{N}.$$

### 2.4.3 RdP temporisés et RdP temporels

Les réseaux de Petri temporisés introduisent la notion de temps dans le parcours du réseau qui permettent de décrire un système à événements discrets dont le fonctionnement dépend du temps. Il existe deux principales familles d'extension temporelle des réseaux de Petri : les réseaux de Petri temporisés introduits par Ramchandani [36] et les réseaux de Petri temporels introduits par Merlin [26]. Pour les réseaux de Petri temporisés, les temporisations ont d'abord été associées aux transitions ( $T$ -temporisés), puis aux places ( $P$ -temporisés).

**Les réseaux de Petri  $T$ -temporisés :** Dans les RdP  $T$ -temporisés, une durée de franchissement est affectée aux transitions. A chaque transition  $T_j$  est associée une temporisation  $d_j$  constante. Cette particularité permet de décrire des systèmes dont le fonctionnement est dépendant du temps.

**Les réseaux de Petri  $P$ -temporisés :** L'aspect temporel est ici affecté aux places. Ainsi, à chaque place  $P_i$  est associé une temporisation  $d_i$  constante.

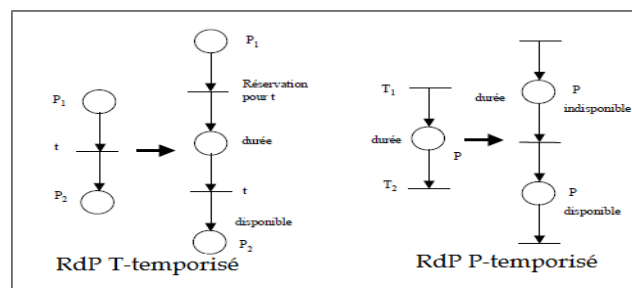


FIGURE 2.8 – Exemples de RdP  $T$ -temporisé et RdP  $P$ -temporisé.

**Les réseaux de Petri temporels [26] :** L'extension temporelle s'exprime sous la forme d'un intervalle associé principalement aux transitions ( $T$ -temporel) ou aux places ( $P$ -temporel). Contrairement aux RdP  $P$ -temporisés et  $T$ -temporisés, l'expressivité des RdP  $T$ -temporels et  $P$ -temporels n'est pas équivalente.

### 2.4.4 Réseaux de Petri stochastique (RdPS)

Les réseaux de Petri stochastiques ont été introduits par Florin dès 1978 pour répondre à certains problèmes d'évaluation liés à la sûreté de fonctionnement des systèmes informatiques. Ces problèmes faisant intervenir des phénomènes aléatoires, les transitions du réseau de Petri ont comporté des temps de franchissement aléatoires, distribués par une loi exponentielle. Cette distribution exponentielle permet d'exploiter les propriétés mathématiques d'un processus de Markov.

**Définition 2.16.** Un réseau de Petri stochastique est le couple  $(R; \Lambda)$  avec :

- $R = (P; T; A; M_0)$  est un réseau de Petri ;
- $\Lambda$  est une fonction qui à chaque transition  $t$  associe un taux de franchissement  $\lambda_t = \Lambda(t)$ .

Dans les RdPS la durée de sensibilisation est une variable aléatoire  $\theta$ , avec une distribution de probabilité, dans le cas de distribution exponentielle :

$$P_\theta(x) = P[\theta \leq x] = 1 - e^{-x}.$$

La fonction  $P_\theta(x)$  d'écrit la probabilité pour la durée de sensibilisation soit inférieure ou égale à  $x$ .

Avec les *RdPS*, on pourra par exemple, calculer le temps de bon fonctionnement entre deux défaillances, le temps de réparation ou dans certains cas la durée opérationnelle d'une machine, les taux de production, l'évolution des stocks, etc.[41]

## 2.5 Réseaux de Petri stochastique généralisés (RdPSG)

Cette classe de réseaux de Petri est introduite par Ajmone Marsan[25].

### Définition des RdPSG

L'ensemble des transitions  $T$  est subdivisé en  $T_I$  (transitions Immédiates) et  $T_E$  (transitions Exponentielles). L'ensemble des transitions  $T$  est subdivisé en  $T_I$  (transitions Immédiates) et  $T_E$  (transitions Exponentielles). A chaque transition  $T_j \in T_E$  ( $j \in \mathbb{N}$ ) est rattaché à un temps de franchissement. Le temps est distribué exponentiellement avec une vitesse  $F(M, T_j)$  dépendant du marquage  $M \in R[M_0]$  considéré. Les transitions immédiates sont prioritaires sur les transitions exponentielles.



FIGURE 2.9 – Représentation des transitions immédiates et temporisées

**Définition 2.17.** Un réseau de Petri stochastique généralisé est un huit-uplet :

$$(P; T; Pre; post; Inh; pri; W; M_0)$$

où

- $P$  est l'ensemble des places ;
- $T$  est l'ensemble des transitions temporisées et des transitions immédiates ;
- $Pre, Post, Inh : P \times T \rightarrow \mathbb{N}$  sont les fonctions d'incidence avant, d'incidence arrière et d'inhibition respectivement ;
- $pri : T \rightarrow \{0, 1\}$  est la fonction de priorité qui associe à chaque transition temporisée la valeur 0 et à chaque transition immédiate la valeur 1 ;
- $W : T \rightarrow \mathbb{R}^+$  est une fonction qui associe à chaque transition temporisée un taux de franchissement ;
- $M_0 : P \rightarrow \mathbb{N}$  est le marquage initial du réseau.

Les avantages des *RdPSG* sont nombreux :

- leur puissance de modélisation et en particulier leur aptitude à prendre en compte les différents types de dépendances qui caractérisent le comportement d'un système : la concurrence, le parallélisme et la synchronisation,
- leur puissance d'analyse des propriétés du système et de validation du modèle établi,
- leur aptitude à évaluer des mesures du comportement du système en particulier des indices de performances.

Suite à ces avantages les *RdPSG* ont été explicités pour l'analyse des performances des systèmes de files d'attente compliqués. Citons à titre d'exemple les travaux de N.Gharbi [9, 10]. Dans sa thèse de doctorat[9], l'auteur s'est intéressée à l'évaluation de performances et de la fiabilité de systèmes d'attente avec rappels exponentiels via les RdPSG. Les travaux de S.Hakmi[41]. Dans sa thèse de doctorat l'auteur s'est intéressée à l'évaluation des Performances des Systèmes Prioritaires à l'aide des *RdPSG*.

**Définition 2.18. (Marquage évanescent)**

Un marquage  $M_j$  est dit évanescent (fugitif, instable, virtuel) si et seulement si, il existe une transition immédiate franchissable à partir de  $M_i$  (i.e. au moins une transition immédiate est sensibilisée).

**Définition 2.19. (Marquage tangible)**

Un marquage  $M_i$  est dit tangible si et seulement si, il n'est pas évanescent (i.e. seules les transitions temporisées sont sensibilisées).

**1.5.8.3 Analyse des  $RdPSG$** 

L'analyse des  $RdPSG$  est basée sur deux aspects essentiels :

► **Analyse qualitative** : consiste à vérifier les propriétés de la vivacité, la bornitude, les états d'accueil, ...etc.

► **Analyse quantitative** : Cette partie d'analyse consiste à calculer les probabilités stationnaires et les indices de performances. Elle est basée sur la chaîne de Markov associée au  $RdPSG$ . Cette chaîne peut être construite à partir du graphe des marquages accessibles de la manière suivante : la première étape consiste à éliminer tous les états évanescents. À partir de ce nouveau réseau, on cherche le graphe des marquages relatif aux états tangibles. Le graphe de Markov possède alors la même structure que le graphe des marquages. Il ne reste plus qu'à étiqueter les arcs par les taux de franchissement dépendants des taux de transition du réseau de Petri et du marquage. On obtient le générateur infinitésimal  $Q$  de cette  $CTMC$  qui est alors une matrice carrée de dimension  $(r \times r)$  ( $r$  le nombre fini de marquages tangibles du  $RdPSG$ ) qui regroupe l'ensemble des taux de transition d'un marquage vers un autre.

La distribution de probabilité  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$  à l'état stationnaire sur les marquages tangibles peut alors être obtenue par la résolution de système d'équation linéaire suivant :

$$\begin{cases} \pi Q = 0. \\ \sum_{i=1}^r \pi_i = 1. \end{cases}$$

**Proposition 2.2.** *Le graphe de marquage d'un  $RdPSG$  est isomorphe à une chaîne de Markov à temps continue.*

**Théorème 2.1.** *Un  $RdPSG$  bornée et tel que son graphe des marquages accessibles est fortement connexe est ergodique.*

**Théorème 2.2.** *Un RdPSG bornée et ergodique s'il admet le marquage initial comme état d'accueil.*

**Remarque 2.2.** : Le processus stochastique engendré par un RdPSG borné avec le marquage initial comme état d'accueil, peut être classé comme un processus semi-markovien à temps continu, à espace d'états fini, stationnaire et irréductible.

L'analyse d'un RdPSG est schématisé dans l'organigramme donné par la FIGURE 2.10 :

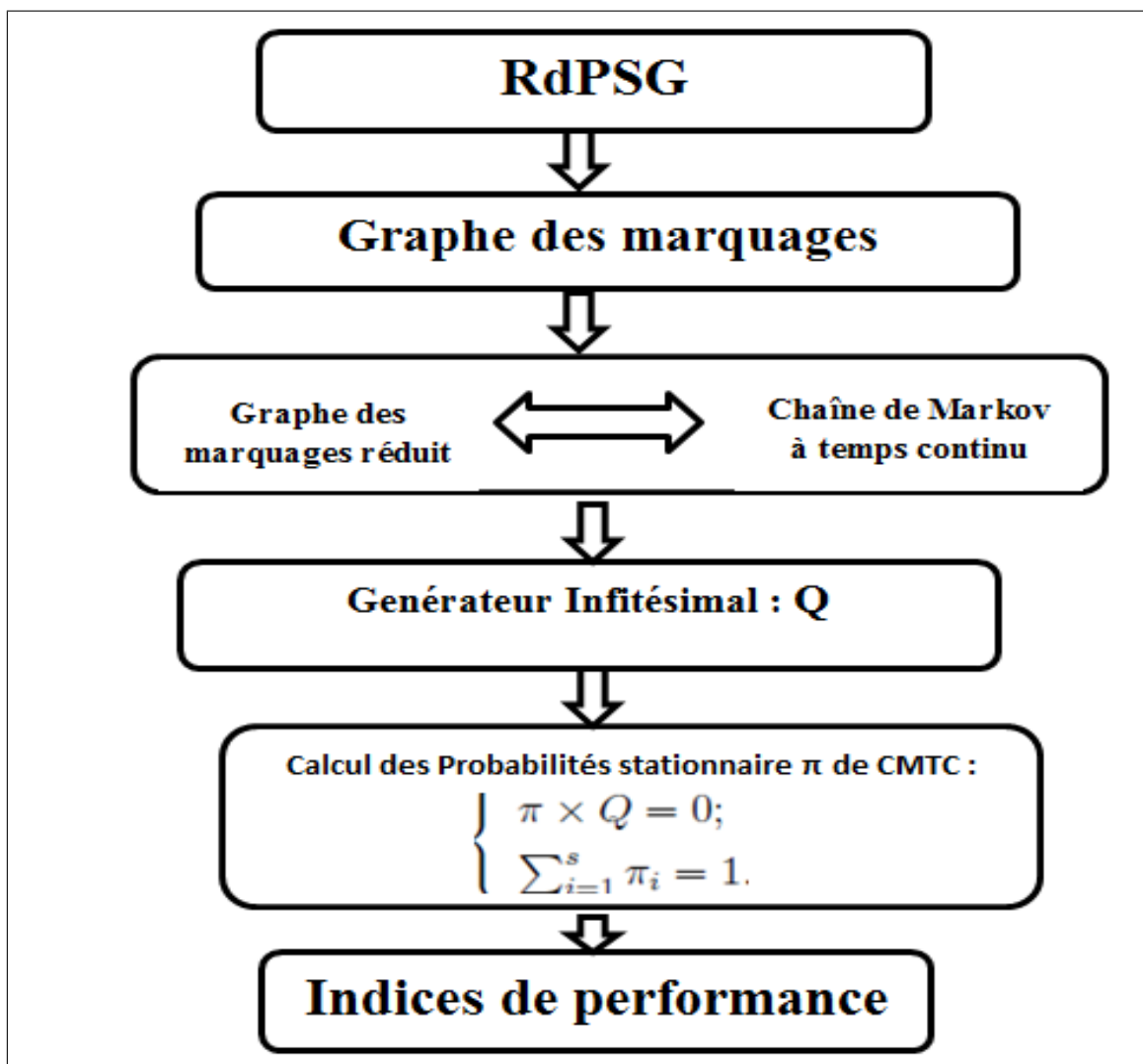


FIGURE 2.10 – Procédure à suivre pour l'analyse d'un RdPSG.

### 1.5.8.4 Evaluation des indices de performances

Une fois le modèle est obtenu, on vérifie ses propriétés qualitative pour déduire son ergodicité pour faire de l'analyse quantitative. Si le modèle est ergodique, alors la distribution de probabilité des marquages à l'état stationnaire existe et elle est unique [22]. Plusieurs indices de performances peuvent être calculé. Parmi ces indices les plus important on cite :

- **Fréquence moyenne de franchissement d'une transition** : On appelle fréquence moyenne (débit moyen) de franchissement d'une transition  $t_i$ , le nombre moyen de tirs de  $t_i$  en une unité du temps. Elles est calculée par :

$$\bar{\lambda}(t_j) = \sum_{M_j \in E(t_i)} \lambda_i(M_j) \pi_j. \quad (2.1)$$

où :  $E(t_i)$  est l'ensemble des marquages où la transition  $t_i$  est franchissable.  $\lambda(M_j)$  est le taux de franchissement de  $t_i$  en  $M_j$

- **Nombre moyen de marques dans une place** : Le nombre moyen de marques dans une place  $p$  est calculé en appliquant la formule :

$$E[T] = \frac{E[N]}{E[\beta]}. \quad (2.2)$$

où :

$E[T]$  : est le nombre moyen de jetons dans  $S$ .

$E[\beta]$  : est le taux d'arrivée effectif des jetons dans  $S$ .

## 2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'outil *RdP* ses extensions (*RdPS*, *RdPSG*, ...). Un intérêt particulier est donné pour les *RdPSG* en donnant leurs notions de bases et leur méthode d'analyse. Le chapitre suivant sera consacré à la modélisation et l'analyse des performances d'un système de gestion de stocks via les *RdPSG*.



# Chapitre 3

## Position du problème et résolution

### Introduction

Les réseaux de pétri ont été intégrés dans la modélisation et l'évaluation des performances de divers systèmes informatiques, réseaux de communication, systèmes de production, etc. Grâce à tous ces développements, les réseaux de pétri notamment les réseaux de pétri stochastiques sont aujourd'hui largement utilisés et leurs applications sont multiples.

L'étude et l'analyse des systèmes de gestion de stocks à produits périssables a été le thème de nombreux articles en raison de ses applications potentielles dans des secteurs comme l'alimentation, la chimie, les produits pharmaceutiques et la gestion des banques de sang. Les travaux dans ce domaine souvent cités ou récents, fournissent d'excellents résumés de nombre de ces efforts de modélisation. Le point commun de ces travaux dans le domaine est que, des études préliminaires et des analyses de paramètres doivent être effectuées pour évaluer et analyser les performances du système. La plupart de ces modèles traitent soit des systèmes d'examen périodique à durée de vie fixe, soit des systèmes d'examen continu avec approvisionnement instantané des commandes. Dans le cas d'un examen continu des modèles d'inventaire périssables avec des durées de vie aléatoires pour les articles, la plupart des modèles supposons la fourniture instantanée de la commande. L'hypothèse de délais positifs augmente encore la complexité l'analyse de ces modèles et, par conséquent, il n'existe qu'un nombre limité d'articles traitant des délais positifs, de plus ils sont principalement consacrés aux systèmes avec une politique de stock de base ou un niveau de réapprovisionnement fixe. Dans tous ces modèles, les auteurs supposés que les demandes survenues pendant la rupture de stock sont soit en retard, soit perdues et que le nombre de sources qui générer des demandes sont infinies. Dans ce chapitre, nous assouplissons ces hypothèses. Nous supposons que les demandes survenues lors d'une rupture de

stock entrent dans l'orbite et réessayer pour leurs demandes après un temps aléatoire.

L'objectif de ce chapitre est de montrer comment les *RdPSG* peuvent aider à modéliser et analyser les performances des systèmes de gestion de stocks avec rappel à produits périssables et à apporter des informations sur leur comportement et les effets de leurs paramètres.

Dans un premier temps, nous proposeront une méthodologie de modélisation et d'analyse des systèmes de Gestion de Stocks à l'aide des *RdPSG*. Dans le second temps nous construirons le graphe de marquage à partir de ce modèle. Dans le troisième temps nous construirons la chaîne de Markov associée et sa matrice génératrice  $Q$ . Il s'agit d'un système de gestion de stocks géré par la politique dite  $(s, S)$  avec rappel, les demandes des clients sont stochastiques.

Dans la dernière partie de ce document et après la modélisation de ces systèmes, deux approches d'analyse de performance sont proposées et illustrées au travers de deux applications distinctes, à savoir une approche analytique et une approche par simulation. Nous terminerons par une conclusion.

## 3.1 RdPSG associé au système de gestion de stock à produits périssable

### 3.1.1 Description du Modèle

On considère le système de gestion des stocks à produits périssables, à source finie et rappels que nous allons étudier et dont les hypothèses sont les suivantes (voir FIGURE 3.1) :

- Le stock est géré par la politique  $(s, S)$ ,
- La demande est stochastique telle que son processus d'arrivée est poissonnien de taux  $\lambda$ ;
- Si une demande arrive alors que le stock est vide, elle rejoint l'orbite pour rappeler ultérieurement suivant une loi exponentielle de paramètre  $\mu_1$ .
- La durée de vie des produits de ce système est exponentielle de paramètre  $\mu_2$ ;
- Lorsque le niveau du stock est inférieur strictement au seuil  $s$ , une commande de réapprovisionnement de quantité  $Q = (S - s)$  sera lancée pour ramener le niveau de stock à  $S$ . Le délai d'approvisionnement du stock est exponentiel de paramètre  $\mu_3$ .

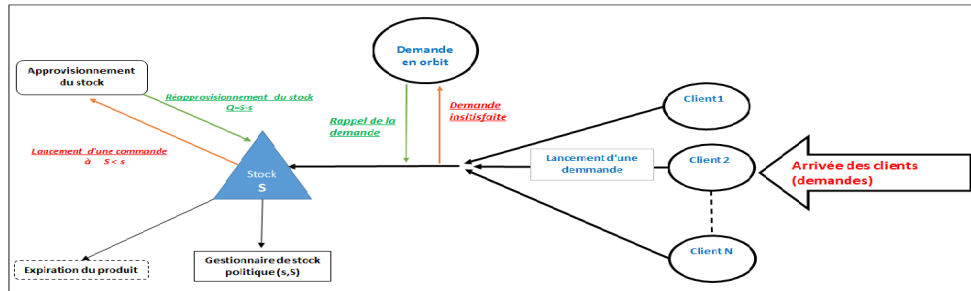


FIGURE 3.1 – Système de gestion des stocks à produits périssables, à source finie et rappels.

### 3.2 Model RdPSG associé au système étudié

Via les RdPSG, on a pu modélisé notre système tel qu'il est illustré dans la FIGURE (3.2) suivante :

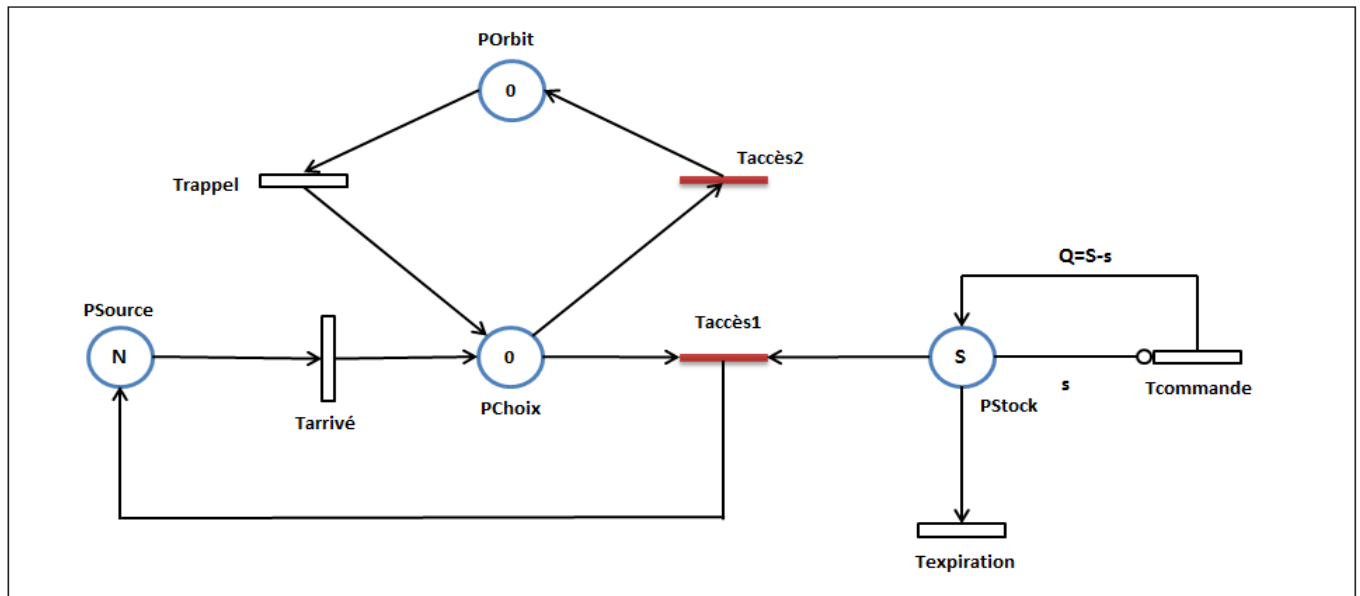


FIGURE 3.2 – Modèle RdPSG associé au système de gestion des stocks à produits périssables, à source finie et rappels.

Tel que :

- **Psource** : représente les demandes de capacité maximum  $N$  ;
- **Pchoix** : c'est la place où, le choix entre rejoindre l'orbite ou recevoir le service, doit se faire ;
- **Porbit** : est une place qui représente les demandes non satisfaites ;
- **Pstock** : Cette place représente le stock des produits de notre système ;

- Les transitions temporisées **Tarrive**, **Trappel**, **Texpiration** et **Tcommande** représentent respectivement : l'arrivée d'un client (la demande), le rappel de la demande, l'expiration d'un produit et enfin le lancement d'une commande d'un produit ;
- Les deux transitions **Tacces1**, **Tacces2** sont des transitions *immédiates* qui représentent respectivement le service immédiat et le fait de rejoindre l'orbite.

Le marquage de ce *RdPSG* est donné par :

$$\mathbf{M} = (\mathbf{M}(\mathbf{Psource}), \mathbf{M}(\mathbf{Pchoix}), \mathbf{M}(\mathbf{Porbit}), \mathbf{M}(\mathbf{Pstock}))$$

avec son marquage initial :

$$\mathbf{M}_0 = (\mathbf{N}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{S}).$$

- La transition temporisée **Tarrive** est sensibilisée lorsque la place **PSource** contient au moins un jeton. Le franchissement de la transition **Tarrive** consiste à détruire un jeton dans la place **PSource** et à construire un jeton dans la place **PChoix**. Cela signifie qu'une demande arrive.
- La transition immédiate **Tacces1** est sensibilisée lorsque les deux places **Pchoix** et **PStock** contiennent respectivement au moins un jeton. Le tir instantané de la transition immédiate **Tacces1** consiste à détruire un jeton dans la place **PChoix**, un jeton dans la place **PStock** et à construire un jeton dans la place **PSource**, cela signifie que la demande du client est satisfaite.
- La transition immédiate **Tacces2** est sensibilisée lorsque les places **Pchoix** contient au moins un jetons et que la place **PStock** est vide. Le tir instantané de la transition immédiate **Tacces2** consiste à détruire un jeton dans la place **PChoix** et à construire un jeton dans la place **POrbit**, cela signifie que le client n'a pas reçu sa demande et rentre en orbit.
- La transition temporisée **Trappel** est sensibilisée lorsque la place **Porbit** contient au moins un jeton. Le franchissement de la transition **Trappel** consiste à détruire un jeton dans la place **POrbit** et à construire un jeton dans la place **PChoix**. Cela signifie que le client se trouvant dans l'orbit vient de rappeler.
- La transition temporisée **Texpiration** est sensibilisée lorsque la place **PStock** contient au moins un jeton. Le franchissement de la transition **Texpiration** consiste à détruire un jeton dans la place **PStock**. Cela signifie que le produit est périmé.
- La transition temporisée **TCommande** est sensibilisée lorsque le nombre de jetons dans la place **PStock** est inférieur à  $s+1$ . Le franchissement de la transition **TCommande** consiste à construire  $Q=S-s$  jetons dans la place **PStock** (cela est représenté par l'arc *inhibiteur* reliant la place **PStock** et la transition **TCommande**), cela signifie qu'on a réapprovisionné le stock.

### 3.3 Analyse qualitative et quantitative du RdPSG

Dans cette section on détermine les différentes caractéristiques de performances du modèle de *RdPSG* proposé. Une fois que le modèle de *RdPSG* est construit, son analyse consiste d'une part à définir ses propriétés qualitatives telles que la bornitude, la vivacité, l'absence de blocage, etc, d'autre part, à calculer ses paramètres de performance. En fait, l'analyse quantitative n'a de sens que si une analyse qualitative a été préalablement menée.

#### 3.3.1 Arborescence et graphe des marquages accessibles du RdPSG

L'analyse des systèmes par les *RdPSG* basé principalement sur l'élaboration du graphe des marquages accessibles qu'il décrit complètement l'ensemble des états du système. A partir du *RdPSG*, on obtient une arborescence des marquages accessibles qui nous permet une meilleure vision de tous les états possibles du système à partir du marquage initial. Vu la complexité de l'analyse, on va prendre comme exemple  $N = 2$ ,  $S = 3$ ,  $s = 1$ . A partir du *RdPSG* représenté dans FIGURE (3.2), nous obtenons l'arborescence d'accessibilité qui décrit tous ses marquages possibles (voir FIGURE 3.3). En utilisant la théorie de graphes dans la FIGURE (3.3), on a déduit les propriétés suivantes :

- Le réseau est borné.
- Le réseau est sans blocage.
- Le réseau est vivant.
- Le *RdPSG* obtenu est réinitialisable (admet  $M_0$  comme état d'accueil).

Puisque le réseau est borné et admet  $\mathbf{M}_0$  comme état d'accueil donc il est ergodique, par conséquent, la distribution stationnaire  $\pi$  existe et elle est unique, l'évaluation des performances à l'état stationnaire est possible.

Pour le calcul des différents paramètres de performances du *RdPSG* correspondant, il faut tout d'abord calculer les probabilités d'état en régime permanent, i.e. les probabilités de se situer dans un marquage bien précis.

#### 3.3.2 La construction de la chaîne de Markov

Une CMTC peut être construite à partir du graphe des marquages accessibles associé au *RdPSG* où les états de la chaîne de Markov sont les marquages tangibles du graphe des marquages accessibles. Les marquages évanescents sont fusionnés avec leurs successeurs

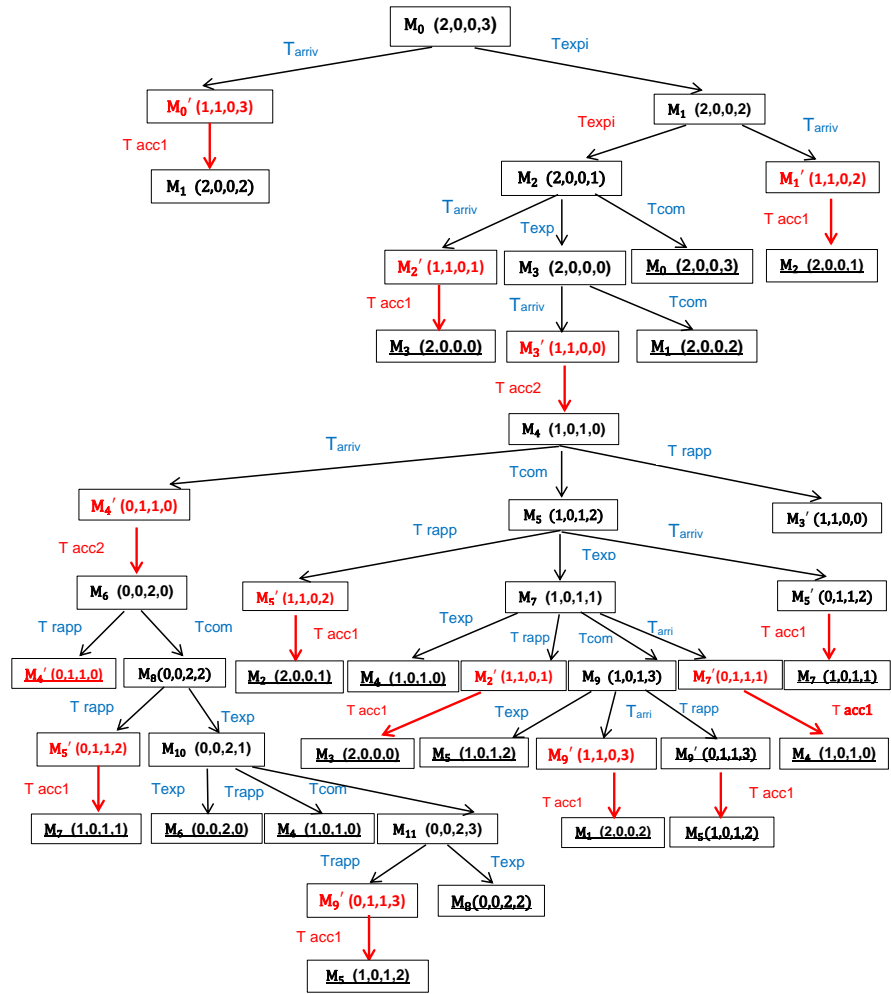


FIGURE 3.3 – Arbre des marquages du RdPSG associé au système de stocks à source finie, avec rappel, à produits périssables.

(marquages tangibles). Les taux de transition de la CMTC sont les taux de tir des transitions du *RdPSG*.

D'après le graphe des marquages réduit donné dans la FIGURE 3.3, on a obtenu la chaîne de Markov suivante (voir FIGURE 3.4) :

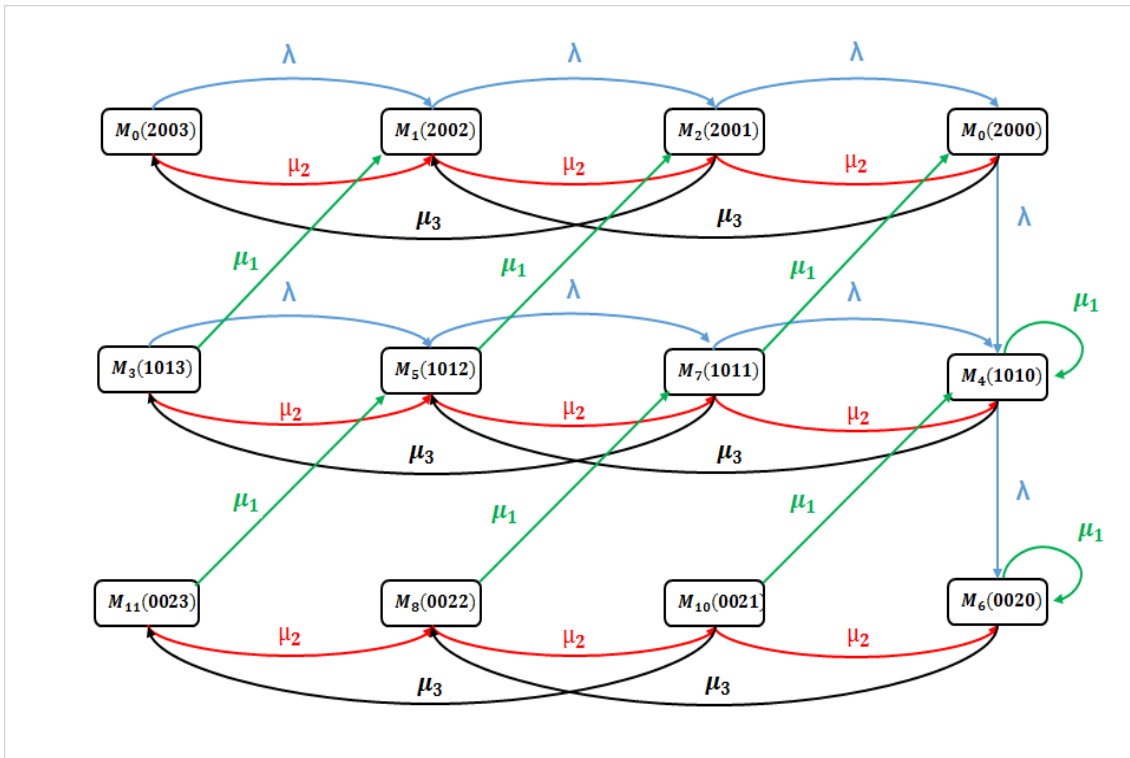


FIGURE 3.4 – Chaîne de Markov associée au *RdPSG* construit.

Le générateur infinitésimal  $Q$  de notre *RdPSG* est donné par :

$$Q = \begin{pmatrix} -(\lambda + \mu_2) & (\lambda + \mu_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(\lambda + \mu_2) & (\lambda + \mu_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_3 & 0 & -(\lambda + \mu_2 + \mu_3) & (\lambda + \mu_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_3 & 0 & -(\lambda + \mu_3) & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(\lambda + \mu_3) & \mu_3 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_1 & 0 & 0 & -(\lambda + \mu_1 + \mu_2) & 0 & (\lambda + \mu_2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu_3 & 0 & \mu_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_1 & (\lambda + \mu_2) & 0 & 0 & -(\lambda + \mu_1 + \mu_2 + \mu_3) & 0 & \mu_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & -(\mu_1 + \mu_2) & 0 & \mu_2 & 0 \\ 0 & \mu_1 & 0 & 0 & 0 & (\lambda + \mu_2) & 0 & 0 & 0 & -(\lambda + \mu_1 + \mu_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & 0 & \mu_2 & 0 & 0 & 0 & -(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) & \mu_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & 0 & 0 & \mu_2 & 0 & 0 & -(\mu_1 + \mu_2) \end{pmatrix}$$

Cette matrice carrée est de dimension  $(12 \times 12)$ , où 12 est le nombre de marquages tangibles du *RdPSG* qui regroupe l'ensemble des taux de transitions d'un marquage vers un autre.

Le vecteur des probabilités stationnaires pour cet exemple :  $\pi = (\pi_0, \pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_6, \pi_7, \pi_8, \pi_9, \pi_{10}, \pi_{11})$  est la solution du système d'équation, telle que  $\pi$  est la probabilité que le processus soit à l'état  $M_i$  :

$$\begin{cases} \pi Q = 0 \\ \sum_{i=0}^{11} \pi_i = 1 \end{cases}$$



c'est-à-dire :

$$\left\{ \begin{array}{l} -(\lambda + \mu_2)\pi_0 + (\lambda + \mu_2)\pi_1 = 0 \\ -(\lambda + \mu_2)\pi_1 + (\lambda + \mu_2)\pi_2 = 0 \\ \mu_3\pi_0 - (\lambda + \mu_2 + \mu_3)\pi_2 + \lambda\mu_2 = 0 \\ \mu_3\pi_1 - (\lambda + \mu_3)\pi_3 + \lambda = 0 \\ -(\lambda + \mu_3)\pi_4 + \mu_3\pi_5 + \lambda\pi_6 = 0 \\ \mu_1\pi_2 - (\lambda + \mu_1 + \mu_2)\pi_5 + (\lambda + \mu_2)\pi_7 = 0 \\ -\mu_3\pi_6 + \mu_3\pi_8 = 0 \\ \mu_1\pi_3 + (\lambda + \mu_2)\pi_4 - (\lambda + \mu_1 + \mu_2 + \mu_3)\pi_7 + \mu_3\pi_9 = 0 \\ \mu_1\pi_7 - (\mu_1 + \mu_2)\pi_8 + \mu_2\pi_{10} = 0 \\ \mu_1\pi_1 + (\lambda + \mu_2)\pi_5 - (\lambda + \mu_1 + \mu_2)\pi_9 = 0 \\ \mu_1\pi_4 + \mu_2 - \mu_1 + \mu_2 + \mu_3\pi_{10} + \mu_3\pi_{11} = 0 \\ \mu_1\pi_5 + \mu_2\pi_8 - (\mu_1 + \mu_2)\pi_{11} = 0 \\ \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 + \pi_6 + \pi_7 + \pi_8 + \pi_9\pi_{10} + \pi_{11} = 1 \end{array} \right.$$

### 3.3.3 Les indices de performances

En ayant le vecteur de probabilité stationnaire  $\pi$ , divers indices de performance intéressants peuvent être calculés.

Parmi les caractéristiques les plus importantes, que l'on souhaite évaluer sont :

- Le taux moyen de génération de l'arrivée  $\bar{\lambda}$ ,
- Le taux moyen d'expiration  $\bar{\mu}_2$ ,
- Le nombre moyen de clients dans l'orbit  $n_O$ ,
- Le temps moyen de réponse dans le système  $\omega$ .

Ainsi pour notre réseau nous avons obtenu les caractéristiques suivantes :

- *Le taux moyen de génération de l'arrivée  $\bar{\lambda}$  :*

$$\bar{\lambda} = \lambda(\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 + \pi_5 + \pi_6 + \pi_7 + \pi_9)$$

- *Le taux moyen d'expiration  $\bar{\mu}_2$  :*

$$\bar{\mu}_2 = \mu_2(\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 + \pi_5 + \pi_7 + \pi_8 + \pi_9 + \pi_{10} + \pi_{11})$$

- *Le nombre moyen de clients dans l'orbit  $\bar{n}_O$  :*

$$n_O = 1(\pi_4 + \pi_5 + \pi_7 + \pi_9) + 2(\pi_6 + \pi_8 + \pi_{10} + \pi_{11})$$

- *Le temps moyen de réponse dans le système  $\bar{\omega}$  :*

$$\omega = \frac{n_O}{\lambda}$$

### 3.3.4 Application numérique

En utilisant le logiciel Matlab et pour des valeurs données pour les taux d'arrivées et de services on obtient la distribution stationnaire et on calcul théoriquement les paramètres de performances de notre réseau, ainsi pour :

- Le taux de génération de l'arrivée,  $\lambda = 1$
- Le taux de rappel  $\mu_1 = 0.5$
- Le taux d'expiration  $\mu_2 = 2$
- Le de commande  $\mu_3 = 5$

Ainsi, nous obtenons la distribution stationnaire  $\pi_i = (\pi_0, \pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_6, \pi_7, \pi_8, \pi_9, \pi_{10}, \pi_{11})$ , les indices de performances concernant notre réseau :

#### a) La distribution stationnaire

La distribution stationnaire de la chaîne de Markov associée au *RdPSG* modélisant notre réseau est donnée par le vecteur  $\pi$  dont les composantes sont données dans le tableau suivant :

$\pi_0 = 0.2242$	$\pi_1 = 0.3466$	$\pi_2 = 0.1345$	$\pi_3 = 0.0695$
$\pi_4 = 0.0259$	$\pi_5 = 0.0727$	$\pi_6 = 0.0083$	$\pi_7 = 0.0273$
$\pi_8 = 0.0288$	$\pi_9 = 0.0391$	$\pi_{10} = 0.0077$	$\pi_{11} = 0.0154$

TABLE 3.1 – Distrutions stationnaires.

#### b. Les indices de performances concernant le réseau

En ayant le vecteur de probabilité stationnaire  $\pi$ , divers indices de performance intéressants peuvent être calculés :

- *Le taux moyen de génération de l'arrivée  $\bar{\lambda}$  :*

$$\bar{\lambda} = 1(0.2435+0.3758+0.1455+0.07521+0.0251+0.06616+0.0058+0.0241+0.0352) = \mathbf{0.9481}$$

### 3.4 Résultats obtenus en variant le taux des arrivées $\lambda$ en utilisant le simulateur GRIF51

- *Le taux moyen d'expiration  $\bar{\mu}_2$  :*

$$\bar{\mu}_2 = 2(0.2435+0.3758+0.1455+0.06616+0.0241+0.0073+0.0352+0.0019+0.0055) = \mathbf{1.7908}$$

- *Le nombre moyen de clients dans l'orbit  $\bar{n}_O$  :*

$$\bar{n}_O = 1(0.0251+0.06616+0.0241+0.0352)+2(0.0058+0.0073+0.0019+0.0055) = \mathbf{0.2546}$$

- *Le temps moyen de réponse dans le système  $\bar{w}$  :*

$$\bar{w} = \frac{0.2546}{0.9481} = \mathbf{0.2685}$$

### 3.4 Résultats obtenus en variant le taux des arrivées $\lambda$ en utilisant le simulateur GRIF

Dans cette sous-section, nous varions le taux des arrivées  $\lambda$  et nous fixons Le taux d'expiration  $\mu_2$ , le taux de rapp'l  $\mu_1$  et le taux de commande  $\mu_3$ , Le nombre de clients dans la sources  $N$  et la quantité du stock  $S$  vont prendre différentes valeurs à chaque variation du taux  $\lambda$ . Les résultats sont obtenus dans le tableau suivant :

Pour  $S$  fixe  $S = 3$  et en variant à chaque fois  $N : N = 2, N = 4, N = 6$  et  $N = 10$  : D'après les résultats obtenues dans le tableau précédent, nous remarquons :

- la variation du taux d'arrivé  $\lambda$  n'influe pas sur le nombre de clients dans l'orbit ni sur le temps moyen de reponse dans le système ;
- par contre on faisant varier la taille de la source  $N$ , le nombre de clients dans *l'orbit augmente* et le temps moyen de *reponse* dans le système **augmente légèrement**, cela veut dire que les client passent du temps dans l'orbit.

les mêmes résultats sont constatés ici, en effet :

- la variation du taux d'arrivé  $\lambda$  n'influe pas sur le nombre de clients dans l'orbit ni sur le temps moyen de reponse dans le système ;
- par contre on faisant varier la taille de la source  $N$ , le nombre de clients dans *l'orbit augmente* et le temps moyen de *reponse* dans le système **augmente légèrement**, cela veut dire que les client passent du temps dans l'orbit.

la même interprétation des résultat pour ce tableau.

D'après les résultats des trois tableaux précédents, on remarque que la variation (l'augmentation) de la quantité de stock et la variation du taux des arrivées  $\lambda$ , n'influence pas sur le séjours des clients dans l'orbit ni sur le temp moyen de réponse dans le système, par contre l'augmantation des clients dans la source provoque une augmentation très rapide

### 3.4 Résultats obtenus en variant le taux des arrivées $\lambda$ en utilisant le simulateur GRIF52

$S$	$N$	$\lambda$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$no$	$\varpi$
3	2	1	0,5	2	5	1,999	10001,08
3	2	1,5	0,5	2	5	1,999	10000,80
3	2	2	0,5	2	5	1,999	10000,75
3	4	1	0,5	2	5	3,998	10004,44
3	4	1,5	0,5	2	5	3,999	10002,97
3	4	2	0,5	2	5	3,998	10002,10
3	6	1	0,5	2	5	5,997	10006
3	6	1,5	0,5	2	5	5,997	10005,13
3	6	2	0,5	2	5	5,997	10003,25
3	10	1	0,5	2	5	9,993	10009,45
3	10	1,5	0,5	2	5	9,995	10006,93
3	10	2	0,5	2	5	9,996	10005,54

TABLE 3.2 – Variation des indices de performance en fonction de  $\lambda$  avec le niveau de stock  $S = 3$ .

$S$	$N$	$\lambda$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$no$	$\varpi$
5	2	1	0,5	2	5	1,999	10001,19
5	2	1,5	0,5	2	5	1,999	10000,86
5	2	2	0,5	2	5	1,999	10000,65
5	4	1	0,5	2	5	3,998	10003,01
5	4	1,5	0,5	2	5	3,998	10003,16
5	4	2	0,5	2	5	3,999	10002,34
5	6	1	0,5	2	5	5,997	10005,97
5	6	1,5	0,5	2	5	5,997	10004,70
5	6	2	0,5	2	5	5,998	10003,40
5	10	1	0,5	2	5	9,993	10009,14
5	10	1,5	0,5	2	5	9,994	10007,17
5	10	2	0,5	2	5	5,996	10005,75

TABLE 3.3 – Variation des indices de performance en fonction de  $\lambda$  avec le niveau de stock  $S = 5$ .

### 3.5 Résultats obtenus en variant le taux des arrivées $\mu_1$ en utilisant le simulateur GRIF53

$S$	$N$	$\lambda$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$no$	$\varpi$
7	2	1	0,5	2	5	1,999	10001,34
7	2	1,5	0,5	2	5	1,999	10000,82
7	2	2	0,5	2	5	1,999	10000,65
7	4	1	0,5	2	5	3,998	10003,38
7	4	1,5	0,5	2	5	3,998	10002,95
7	4	2	0,5	2	5	3,999	10001,86
7	6	1	0,5	2	5	5,997	1005,79
7	6	1,5	0,5	2	5	5,997	10004,57
7	6	2	0,5	2	5	5,998	10002,78
7	10	1	0,5	2	5	9,993	10009,64
7	10	1,5	0,5	2	5	9,994	10007,47
7	10	2	0,5	2	5	9,996	10005,28

TABLE 3.4 – Variation des indices de performance en fonction de  $\lambda$  avec le niveau de stock  $S = 7$ .

des client en attente dans l'orbit et une légère augmentation du temps de réponse dans le système.

### 3.5 Résultats obtenus en variant le taux des arrivées $\mu_1$ en utilisant le simulateur GRIF

Cette fois, nous varions le taux d'expiration  $\mu_1$  et nous fixons le taux de rappl  $\mu_2$ , le taux des arrivées  $\lambda$  et le taux de commande  $\mu_3$ , Le nombre de clients dans la sources  $N$  et la quantité du stock  $S$  vont prendre différentes valeurs à chaque variation du taux  $\lambda$ . Les résultats sont obtenus dans le tableau suivant.

Pour  $S$  fixe  $S = 3$  et en variant à chaque fois  $N : N = 2, N = 4, N = 6$  et  $N = 10$  on aura les résultats suivants : Pour  $S$  fixe  $S = 5$  Pour  $S$  fixe  $S = 7$

### 3.5 Résultats obtenus en variant le taux des arrivées $\mu_1$ en utilisant le simulateur GRIF54

$S$	$N$	$\mu_1$	$\lambda$	$\mu_2$	$\mu_3$	$no$	$\varpi$
3	2	0,5	1	2	5	1,999	10001,08
3	2	1	1	2	5	1,999	10001,08
3	2	1,5	1	2	5	1,999	10001,08
3	4	0,5	1	2	5	3,998	10004,44
3	4	1	1	2	5	3,999	10003,64
3	4	1,5	1	2	5	3,998	10003,72
3	6	0,5	1	2	5	5,997	10006
3	6	1	1	2	5	5,997	10005,36
3	6	1,5	1	2	5	5,997	10004,99
3	10	0,5	1	2	5	9,993	10009,45
3	10	1	1	2	5	9,995	10009,26
3	10	1,5	1	2	5	5,993	10007,83

TABLE 3.5 – Variation des indices de performance en fonction de  $\mu_1$  avec le niveau de stock  $S = 3$ .

$S$	$N$	$\mu_1$	$\lambda$	$\mu_2$	$\mu_3$	$no$	$\varpi$
5	2	0,5	1	2	5	1,999	10001,19
5	2	1	1	2	5	1,999	10001,19
5	2	1,5	1	2	5	1,999	10001,19
5	4	0,5	1	2	5	3,998	10003,01
5	4	1	1	2	5	3,998	10003,78
5	4	1,5	1	2	5	3,999	10003,24
5	6	0,5	1	2	5	5,997	10005,97
5	6	1	1	2	5	5,997	10005,83
5	6	1,5	1	2	5	5,997	10004,80
5	10	0,5	1	2	5	9,993	10009,14
5	10	1	1	2	5	9,993	10009,17
5	10	1,5	1	2	5	5,994	10008,04

TABLE 3.6 – Variation des indices de performance en fonction de  $\mu_1$  avec le niveau de stock  $S = 5$ .

### 3.6 Resultants obtenus en variant le taux des arrivées $\mu_2$ en utilisant le simulateur GRIF55

$S$	$N$	$\mu_1$	$\lambda$	$\mu_2$	$\mu_3$	$no$	$\bar{\omega}$
7	2	0,5	1	2	5	1,999	10001,34
7	2	1	1	2	5	1,999	10000,82
7	2	1,5	1	2	5	1,999	10000,65
7	4	1	1	2	5	3,998	10003,38
7	4	1	1	2	5	3,998	10002,95
7	4	1,5	1	2	5	3,999	10001,86
7	6	0,5	1	2	5	5,997	10005,44
7	6	1	1	2	5	5,997	10004,57
7	6	1,5	1	2	5	5,998	10002,78
7	10	0,5	1	2	5	9,993	10008,97
7	10	1	1	2	5	9,994	10007,47
7	10	1,5	1	2	5	9,996	10005,28

TABLE 3.7 – Variation des indices de performance en fonction de  $\mu_1$  avec le niveau de stock  $S = 7$ .

### 3.6 Resultants obtenus en variant le taux des arrivées $\mu_2$ en utilisant le simulateur GRIF

Cette fois, nous varions le taux d'expiration  $\mu_2$  et nous fixons le taux de rappi  $\mu_1$ , le taux des arrivées  $\lambda$  et le taux de commande  $\mu_3$ , Le nombre de clients dans la sources  $N$  et la quantité du stock  $S$  vont prendre différentes valeurs à chaque variation du taux  $\lambda$ . Les résultats sont obtenus dans le tableau suivant.

Pour  $S$  fixe  $S = 3$  et en variant à chaque fois  $N : N = 2, N = 4, N = 6$  et  $N = 10$  on aura les résultats suivants : Pour  $S$  fixe  $S = 5$  Pour  $S$  fixe  $S = 7$

- la variation (l'augmentation) de la quantité de stock influe considérablement sur le séjour des clients dans l'orbit (nombre des client dans l'orbit  $no$  et sur le temps moyen de réponse dans le système  $\bar{\omega}$ , en effet on remarque une augmentation signification de ces deux derniers ;
- L'augmentation des clients dans la source ( $N$ ), provoque aussi l'augmentation rapide nombre des client dans l'orbit  $no$  et une légère augmentation sur le temps moyen de réponse dans le système  $\bar{\omega}$ .

–

### 3.6 Resultants obtenus en variant le taux des arrivées $\mu_2$ en utilisant le simulateur GRIF56

$S$	$N$	$\mu_2$	$\mu_1$	$\lambda$	$\mu_3$	$no$	$\varpi$
3	2	1	1	1	5	1,999	9998,40
3	2	1,5	1	1	5	1,999	10000,95
3	2	2	1	1	5	1,999	10001,08
3	4	1	1	1	5	3,998	10004,061
3	4	1,5	1	1	5	3,998	10003,70
3	4	2	1	1	5	3,998	10003,72
3	6	1	1	1	5	5,997	10006,42
3	6	1,5	1	1	5	5,997	10005,64
3	6	2	1	1	5	5,997	10004,99
3	10	1	1	1	5	9,993	10009,77
3	10	1,5	1	1	5	9,993	10008,82
3	10	2	1	1	5	5,993	10007,83

TABLE 3.8 – Variation des indices de performance en fonction de  $\mu_2$  avec le niveau de stock  $S = 3$ .

$S$	$N$	$\mu_2$	$\mu_1$	$\lambda$	$\mu_3$	$no$	$\varpi$
5	2	1	1	1	5	1,999	10001,30
5	2	1,5	1	1	5	1,999	10001,18
5	2	2	1	1	5	1,999	10001,19
5	4	1	1	1	5	3,998	10003,01
5	4	1,5	1	1	5	3,998	10003,54
5	4	2	1	1	5	3,999	10003,24
5	6	1	1	1	5	5,997	10005,97
5	6	1,5	1	1	5	5,997	10005,72
5	6	2	1	1	5	5,997	10004,80
5	10	1	1	1	5	9,993	10009,14
5	10	1,5	1	1	5	9,993	10008,80
5	10	2	1	1	5	5,994	10008,04

TABLE 3.9 – Variation des indices de performance en fonction de  $\mu_2$  avec le niveau de stock  $S = 5$ .



### 3.6 Resultants obtenus en variant le taux des arrivées $\mu_2$ en utilisant le simulateur GRIF57

$S$	$N$	$\mu_2$	$\mu_1$	$\lambda$	$\mu_3$	$no$	$\varpi$
7	2	1	1	1	5	1,999	10001,34
7	2	1,5	1	1	5	3,998	10001,47
7	2	2	1	1	5	1,999	10001,54
7	4	1	1	1	5	3,998	10003,38
7	4	1,5	1	1	5	3,998	10003,47
7	4	2	1	1	5	3,998	10003,88
7	6	1	1	1	5	5,997	10005,44
7	6	1,5	1	1	5	5,997	10005,43
7	6	2	1	1	5	5,997	10005,34
7	10	1	1	1	5	9,993	10008,97
7	10	1,5	1	1	5	9,993	10009,13
7	10	2	1	1	5	9,993	10008,97

TABLE 3.10 – Variation des indices de performance en fonction de  $\mu_2$  avec le niveau de stock  $S = 7$ .

## Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté une approche numérique exacte pour la modélisation et l'analyse du système de gestion de stock a source finie, avec rappel, et produit périssables en utilisant le formalisme *RdPSG*. Le *RdPSG* proposé, nous a permis de capturer facilement l'interaction entre les différents composants et de mieux comprendre le comportement de notre système. Pour l'obtention des indices de performance de notre système, nous avons utilisé le logiciel Grif. En outre, nous avons étudié l'effet des paramètres de notre système sur ses indices de performance.

# Conclusion générale

L'objectif initial de notre travail était relatif à l'élargissement du champs d'applicabilité des *RdPSG* aux systèmes de gestion de stockage. En effet, dans ce mémoire nous nous sommes intéressés à la modélisation et à l'analyse de performance d'un système de gestion de stocks à produits périssables, à source finie, avec rappels via l'un des formalismes de l'outil de modélisation *RdP* qui est le formalisme *RdPSG*. Ce formalisme graphique et mathématique est particulièrement adapté pour la modélisation des systèmes de stockage à produits périssables, à source finie et avec rappels, il permet justement de prendre en compte des activités plus spécifiques telles que les demandes des clients, les rappels, le caractère périssable et le réapprovisionnement des stocks. Les (*RdPSGs*) sont aussi capables d'intégrer au même temps les transitions directes et les transitions temporisées. Ainsi, les (*RdPSGs*) constituent un support performant aussi bien pour l'analyse mathématique que pour la simulation du système de stockage étudié.

Ce travail, réalisé dans ce context, nous a conduit à réaliser les travaux suivants :

- Concepts générales sur la gestion de stocks ;
- Etat de l'art des réseaux de pétri en mettant plus de lumière sur les réseaux de pétri généralisés (*RdPSGs*) ;
- Définir la politique de gestion de stocks choisie ;
- Contribuer à la modélisation d'un système de gestion de stocks à produits périssables, à source finies et avec rappel à l'aide des réseaux de pétri stochastiques généralisés (*RdPSGs*) ;
- Analyser des performances de ce dernier en utilisant la méthode théorique et en utilisant le logiciel Grif.

En effet, en premier lieu, nous avons entamé notre travail par donner un bref aperçu et quelques notions de bases sur les systèmes de stockage, nous avons vu les différentes classifications et politiques de la gestion de stocks, les différents modèles de la gestion de

### 3.6 Resultants obtenus en variant le taux des arrivées $\mu_2$ en utilisant le simulateur GRIF59

---

socks à savoir les modèles stochastiques (Modèle de marchand de journaux), les modèles déterministes (Modèles de Wilson) et les systèmes de stockage avec rappel.

Par la suite on a donné un état de l'art sur les réseaux de Pétri et ses extensions, un intérêt particulier est porté sur les *RdPSG*. Après avoir choisi la politique de gestion de stock à utiliser, nous avons modélisé celui-ci avec les *RdPSG*, ce choix a été pris après être penché sur la littérature et sur les travaux déjà réalisés dans ce domaine et avons constaté que les *RdP* classiques ne permettaient pas de supporter (l'aspect périssable des produits, les rappels des demandes clients et le réapprovisionnement ...) d'un système de gestion de stock

Cette modélisation nous a permis de déduire le marquage associé à notre *RdPSG*, de représenter le phénomène de ( blocage, de bornitude, de vivacité et d'ergodicité), de générer la *CTMC* associée et de déduire les indices de performances de ce *RdPSG*. Ainsi, nous avons pu avoir des résultats numériques des distributions stationnaires à l'aide d'un algorithme que nous avons implémenté sous Matlab. Par la suite, en utilisant l'outil de simulation GRIF des résultats numériques des indices de performances sont obtenus et leurs interprétations sont données et avons pu constater l'influence des paramètres du modèle sur les indices de performance ; ce simulateur utilisé est expliqué dans l'annexe de ce mémoire.

Le travail effectué dans ce mémoire montre bien que les *RdPSG* sont des formalismes très puissants pour modéliser les systèmes de gestion de stock à produits périssables, à source finie, avec rappel et qu'ils constituent une approche fiable pour le calcul des paramètres de performances de ces systèmes.

# Annexe

## 1. Présentation du simulateur GRIF

GRIF (Graphiques Interactifs pour la Fiabilité) est une plate-forme logicielle d'analyse des systèmes qui permet de déterminer les indicateurs fondamentaux de la sûreté de fonctionnement : Fiabilité, Disponibilité, Performance, Sécurité [12].

GRIF laisse le choix à l'utilisateur d'opter pour la technique de modélisation la plus adéquate à la résolution du système étudié : blocs diagrammes, arbres de défaillance, graphes de Markov, RdP.

Le télé chargeur de GRIF, est disponible en version limité et commercial, pour notre cas on a utilisé la version limitée qui est disponible dans [45]. GRIF nous donne la possibilité de construire moins de 100 objets (arc, place, transition,...). Pour le manuel d'utilisation il est aussi disponible dans [46] .

## 2. Les RdPs dans GRIF

Les RdPs sont faciles à construire via une interface graphique intuitive. Dans GRIF les transitions, les arcs et des jetons peuvent être créés facilement. Une fois que le système a été modélisé, le moteur Moca-PN (Monte Carlo Petri Nets) produit de nombreux résultats, par exemple :

- Par rapport aux places : il nous donne le temps de séjours dans une place, le nombre moyen de jetons qui passent dans les places, il nous donne aussi le nombre moyen de jeton à la fin de l'histoire dans chaque places.
- Pour les transitions il nous donne le nombre de franchissement de ces transitions.

## 3. Présentation de l'interface

La fenêtre principale est décomposée en plusieurs parties :

### 3.6 Resultants obtenus en variant le taux des arrivées $\mu_2$ en utilisant le simulateur GRIF61

---

- **Barre de titre** : La barre de titre indique le nom du module et le nom du fichier en cours d'édition.
- **Barre de menu** : La barre de menu permet d'accéder à toutes les fonctions de l'application.
- **Barre d'icônes (raccourcis)** : La barre de raccourcis est une barre (horizontale) d'icônes permettant d'accéder plus rapidement aux fonctions usuelles.
- **Barre d'outils** : La barre d'outils (verticale) permet de sélectionner les éléments à utiliser pour la modélisation.
- **Zone de saisie** : Un maximum de place a été laissé à la zone de saisie graphique pour permettre de réaliser le modèle.
- **Arborescence** : L'arborescence est entre la zone de saisie et la barre des outils. Elle permet de naviguer dans les pages et groupes du document.
- **Modèles** : La liste des modèles se situent en dessous de l'arborescence. Ils sont groupés en deux sous dossiers suivant leur lieu d'enregistrement (Répertoire utilisateur ou d'installation).
- **Ensemble des tableaux** : Les tableaux de données sont regroupés dans des onglets à droite de la zone de saisie.

### 3.6 Resultants obtenus en variant le taux des arrivées $\mu_2$ en utilisant le simulateur GRIF62

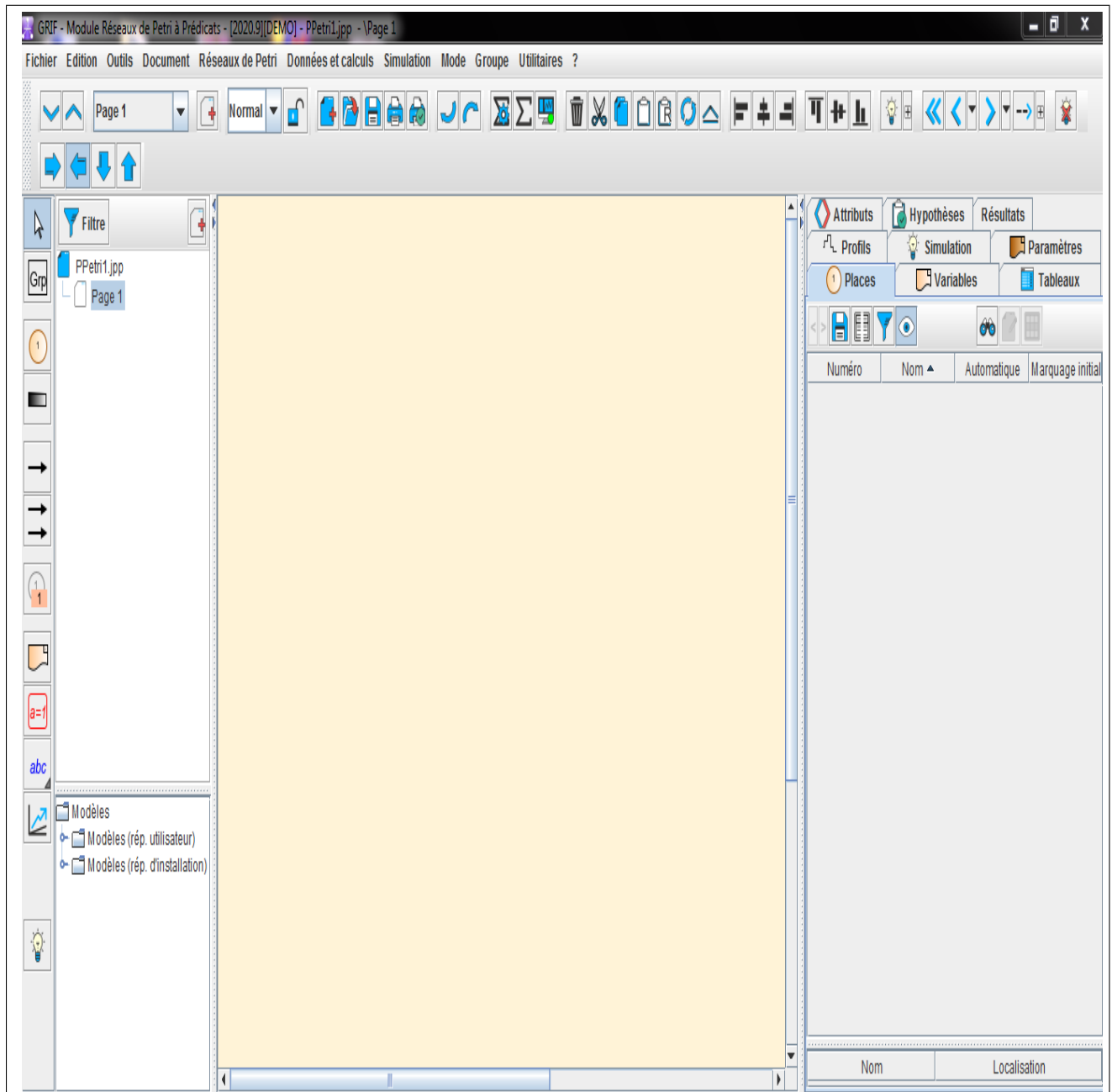


FIGURE 3.5 – Interface de GRIF.

#### 4. Création d'un RdP avec GRIF

L'ensemble de symboles graphiques relatifs aux réseaux de Petri est représenté sur la barre d'icônes placées verticalement à gauche de la fenêtre de saisie.

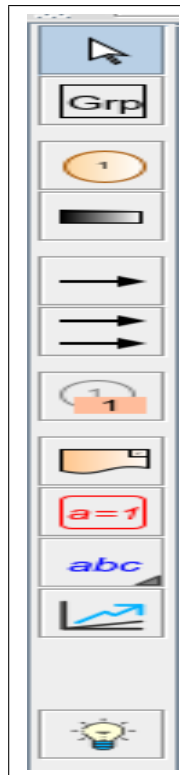


FIGURE 3.6 – Barre d'icône sur GRIF.

La barre d'outils verticale comporte les éléments suivants :

- Places représentées par des cercles ;
- Transitions représentées par des rectangles ;
- Arcs amont et aval représentés par des flèches ;
- Place répétée (ou Renvoi) pour réaliser des liaisons entre plusieurs parties du même modèle (sur des pages Ou dans des groupes différents) ;
- Commentaire pour ajouter du texte directement sur le graphique ;
- Affichage dynamique pour afficher une valeur d'un élément du modèle ;
- Variables locales pour créer des variables liées uniquement à une partie du modèle ;
- Courbe pour tracer des courbes représentant des calculs sur le modèle ;
- Simulation permettant de passer en mode simulation (mode animation).

#### 5. Utilisation du Moca-PN

### 3.6 Resultants obtenus en variant le taux des arrivées $\mu_2$ en utilisant le simulateur GRIF64

---

La fenêtre de paramétrage des calculs est accessible de deux manières différentes : soit par le menu Données et calculs, Relancer les calculs Moca soit par Données et calculs Lancer Moca.... La différence entre les deux est que dans le second cas, l'étape de paramétrage est directement suivie par l'étape de lancement des calculs.

La fenêtre de paramétrage qui est ainsi ouverte est appelée Lancement des calculs Moca. Cette fenêtre de paramétrage est composée de plusieurs parties :

► **Titre** : permet de donner un titre au fichier résultat.

► **Temps de calcul par défaut** :

- Itération De A à B pas C : les calculs seront effectués pour des valeurs de t allant de A à B par pas de C.
- Liste de temps : les calculs seront effectués pour les valeurs de t données dans cette liste.
- Unité : les calculs sont effectués par défaut en heures. Il est possible de spécifier l'unité dans laquelle ont été saisis les temps de calcul. Les résultats seront toujours afficher en heures.

► **Général** :

- Nombre d'histoires : Nombre d'histoires ( $NH$ ) à simuler ;
- 1<sup>er</sup>  $N^{\circ}$  au hasard : Graine du générateur de nombres aléatoires ;
- Temps de calcul maximum : Temps (en secondes) au bout duquel Moca arrêtera de simuler de nouvelles histoires ;
- Durée automatique de l'histoire : Si cette case est cochée, GRIF va calculer la durée de l'histoire en fonction des temps de calcul de l'ensemble des variables et états statistiques. Sinon l'utilisateur peut spécifier la Durée d'une histoire ;
- Calcul multi-processeurs : Permet d'activer le calcul multi-processeurs et d'indiquer le nombre d'instances Moca lancées.

► **Variables** : L'onglet variables rappelle et permet de modifier la configuration du calcul pour chaque variable. Si le document contient des états statistiques, un onglet supplémentaire sera disponible ;

► **Options de Sortie** : permet de paramétrer la sortie :

- Impression ou non de la description du RdP dans le fichier résultat ;
- Impression du fichier résultat permettant de le recharger à l'aide d'un tableur (type EXCEL) ;
- Impression ou non des délais censurés ;
- Nombre de sorties durant la simulation (si 2, alors il y aura une sortie au bout de  $NH/2$  et une au bout de  $NH$ ).



### 3.6 Resultants obtenus en variant le taux des arrivées $\mu_2$ en utilisant le simulateur GRIF65

- ▶ Options avancées : utilisé pour configurer les options avancées ;
- ▶ On peut choisir la limite pour le nombre de tirs instantanés avant détection d'une boucle.

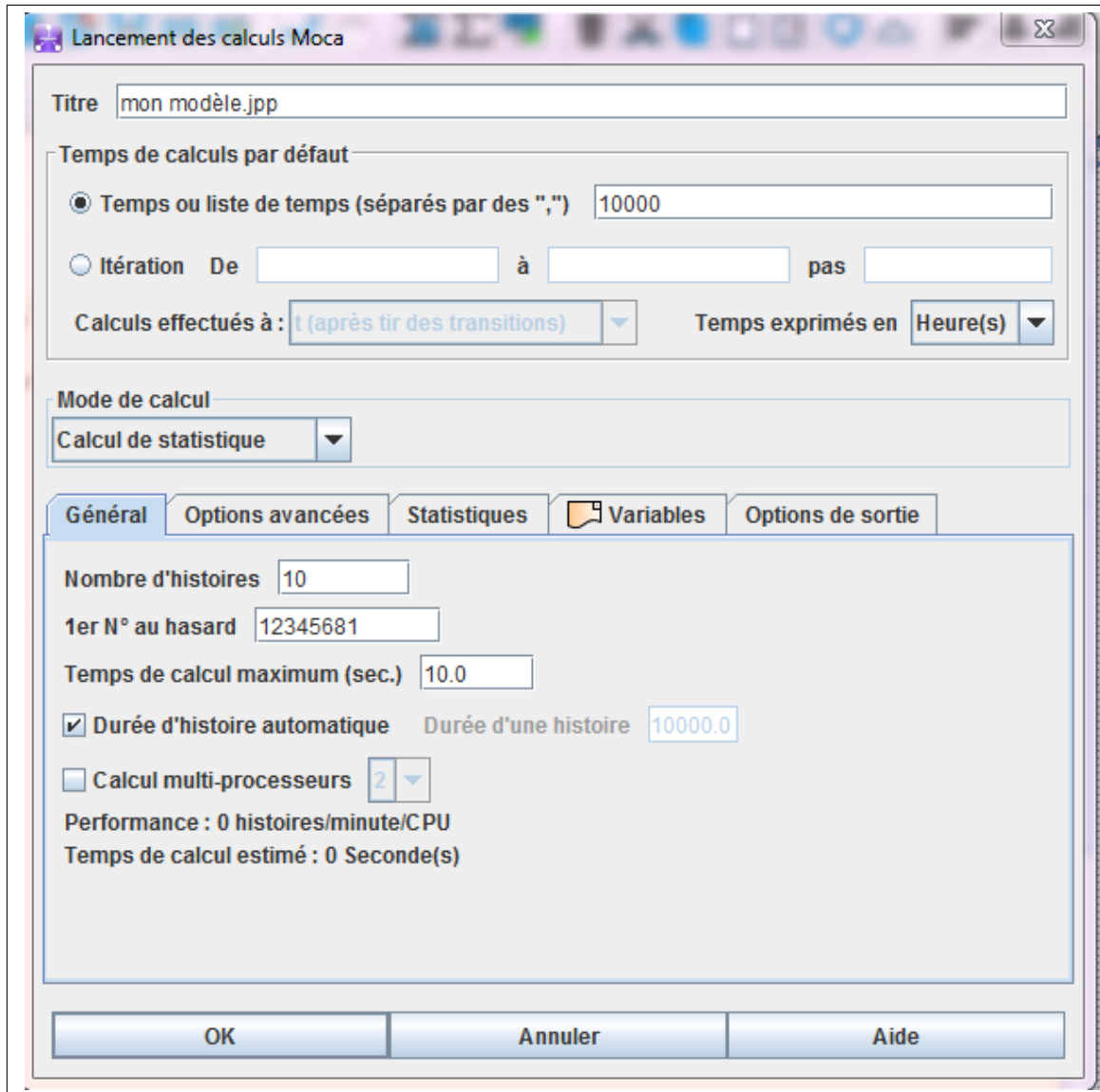


FIGURE 3.7 – Fenêtre de lancement des calculs Moca.

# Bibliographie

- [1] H. Alla. *Réseaux de Petri colorés et réseaux de Petri continus : Application à l'étude des systèmes à événements discrets*. PhD thesis, INPG Grenoble, France, 1987.
- [2] G. Berthelot. *Checking properties of nets using transformations*. Advances in Petri Nets 222 :19–40, 1986, 1985.
- [3] G. Brams. *Réseau de Petri, théorie et pratique ; Tome 1 : Théorie et analyse ; Tome 2 : Modélisation et applications*. Thèse de Doctorat, Masson, 1983.
- [4] S. Chakravarthy and J. Daniel. *A Markovian inventory system with random shelf time and back orders*. Computers and Industrial Engineering, 47, 315–337, 2004.
- [5] R. David and H. Alla. *Du Grafcet aux réseaux de Petri*. Editions Hermès, Paris, 1992.
- [6] M. Diaz. *Les réseaux de Petri modèles fondamentaux*. Hermès Science, Paris, 2001.
- [7] A. C. Geniet. *Les réseaux de Petri : Un outil de modélisation*. Springer-Verlag Berlin, 2 edition, 2006.
- [8] A. C. Geniet. *Les réseaux de Petri : Un outil de modélisation*. Thèse de Doctorat, Springer-Verlag Berlin, 2 edition, 2006.
- [9] N. Gharbi. *Evaluation des performances et de la fiabilité des systèmes Multi-classes avec rappels à l'aide des réseaux de Petri stochastiques colorés*. Thèse de Doctorat, Informatique, U.S.T.H.B, 2007.
- [10] N. Gharbi. On the applicability of stochastic petri nets for analysis of multiserver retrial systems with different vacation policies. *Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, pages 289–302, 2008.
- [11] S.K. Goyal and B.C. Giri. Recent trends in modeling of deteriorating inventory, *European Journal of Operational Research* 34, (1) 1–16, 2001.
- [12] [Http ://grif-workshop.com/](http://grif-workshop.com/).
- [13] U. Gurler and B.Y. Ozkaya. *A note on continuous review perishable inventory systems* .: Models and heuristics, *IIE Transactions*, 35, 321–323, 2003.

- [14] L. Ikhlef. *Evaluation des Performances du Réseau  $[M/M/1/2/M/1/1]$  Via les Réseaux de Petri*. Thèse de Doctorat, Université Bejaia, 2011.
- [15] K. Jensen. *Coloured Petri nets :Basic concepts, analysis methods and practical use*. Springer Verlag, Berlin, 1, 1997.
- [16] J.L.Peterson. *Petri Net Theory and the Modeling of Systems*. Prentice Hall PTR, 1981.
- [17] A. Krishnamoorthy J.R. Artalejo and M.J. Lopez-Herrero. *Numerical analysis of  $(s,S)$ inventory systems with repeated attempts*. Annals of Operations Research, 141, 67–83, 2006.
- [18] S. Kalpakam and S. Shanthi. *A perishable inventory system with modified  $(S-1,S)$  policy and arbitrary processing times*. Computers et Operations Research, 8 (5), 453—471, 2001.
- [19] A. Krishnamoorthy and V. C. Narayanan. *Stochastic decomposition in Retrieal Queueing Inventory Systems*. European Journal of Operational Research, 228, 358–366, 2006.
- [20] A. Krishnamoorthy and V. C. Narayanan. *Stochastic decomposition in Retrieal Queueing Inventory Systems*. European Journal of Operational Research, 228, 358–366, 2006.
- [21] D.-H. Shi L. Liu and An .s. *S/ model for inventory with exponential lifetimes and renewal demands*. Naval Research Logistics, 46, 38–56, 1998.
- [22] K. Labadi, H. Chen, and L. Amodeo. *Application des BDSPNs à la Modélisation et à l'Evaluation de Performance des Chaînes Logistiques*. JESA - Journal Européen des Systèmes Automatisés, A paraître, 22 pages, Juin 2005.
- [23] Z. Lian and L. Liu. *Continuous review perishable inventory systems .: Models and heuristics*, IIE Transactions, 33, 809–822, 2001.
- [24] J. Mairesse and H. T. Nguyen. *Deficiency zero Petri nets and product form*. Fundamenta Informaticae, 105 :237–261, 2010.
- [25] A. Marsan, M. Balbo G., and Conte G. *A class of generalized stochastic petri nets for the performance analysis of multiprocessor systems*. ACM Transaction Computer, Systems, 2(2) :93–122, 1984.
- [26] P. M. Merlin. *A study of the recoverability of computing systems*. PhD thesis, Department of Information and Computer Science, University of California, Irvine, CA, 1974.

- [27] A. Michelet. *Gestion commerciale des entreprises*. 2e ed. , Dalloz, 1977.
- [28] T. Murata. Petri nets properties, analysis, and applications. *Proceedings of the IEEE*.
- [29] J. Wang N. Anbazhagan and D. Gomathi. Base stock policy with retrial demands. *Applied Mathematical Modelling* 37, pages 4464–4473, 2013.
- [30] Nahmias. *Perishable inventory theory* : A review, *Operations Research* 30,680—708, 1982.
- [31] S. Nahmias. *Perishable inventory theory : A review*, *Operations Research*. 30, 680–708, 1982.
- [32] S. S. Nair and K. P. Jose. Palestine. *Solution to production inventory systems with orbit, bufer and different service rates*. *Journal of Mathematics*, Vol. 8(2), 2019.
- [33] C. Periyasamy. *A Finite Population Discrete Time Inventory System with Postponed Demands*. *International Journal Of Mathematical Archive*-8(7) ;86-90, 2017.
- [34] F. Raafat. *A survey of literature on continuously deteriorating inventory models*. *Journal of Operational Research Society* 42, 27–37.
- [35] F. Raafat. *A survey of literature on continuously deteriorating inventory models*. *Journal of Operational Research Society* 42, 27—37, 1991.
- [36] C. Ramchandani. *Analysis of asynchronous concurrent systems by timed Petri nets*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1974.
- [37] Haddad S. *Une catégorie régulière de réseaux de Petri de haut niveau : définition, propriétés et réduction*. Thèse de Doctorat, Université Paris VI, 1987.
- [38] D. Moganraj Sagayaraaj, M. Reni and C. Periyasamy. *A Finite Population Discrete Time Inventory System with Retrial Demands*. *International Journal Of Modern Engineering Research*,volume 5 : 52–56, 2015.
- [39] N.H. Shah and Y.K. Shah. Literature survey on inventory models for deteriorating items, *Ekonomski anali* 44, 221–237, 2000.
- [40] N.H. Shah and Y.K. Shah. *Literature survey on inventory models for deteriorating items*. *Ekonomski anali*,44, 221–237, 2000.
- [41] S.Hakmi. *Evaluation des Performances des Systèmes Prioritaires à l'aide des Réseaux de Petri Stochastiques Généralisés (RdPSG)*. Thèse de Magister. Université de Béjaia, 2011.
- [42] B. Sivakumar. *Two-commodity inventory system with retrial demand*. *European Journal of Operational Research* 187, 70–83, 2008.

- 
- [43] B. Sivakumar. *An Inventory System with retrial demands and multiple server vacation*. Quality Technology and Quantitative Management 8, 125–146, 2011.
- [44] B.C. Giri S.K. Goyal. *Recent trends in modeling of deteriorating inventory*. European Journal of Operational Research, 34 (1), 1–16, (2001).
- [45] [Http ://team3.satodev.fr/pydio/public/demo64](http://team3.satodev.fr/pydio/public/demo64).
- [46] [Http ://team3.satodev.fr/pydio/public/doc-fr petri](http://team3.satodev.fr/pydio/public/doc-fr%20petri).
- [47] P.V. Ushakumari. *On (s,S) inventory system with random lead time and repeated demands*. Journal of Applied Mathematics and Stochastic Analysis, (2006) 1–22.
- [48] J. Kathiresan V.S.S. Yadavalli and N. Anbazhagan. *A Continuous Review Inventory System with Retrial Customers and Two-Stage Service*. Applied Mathematics and Information Sciences, volume 12 : 441–49, 2018.
- [49] W. M. Zuberek. Timed petri nets and preliminary performance evaluation. *Proceedings of the 7th annual Symposium on Computer Architecture of Quarterly Publication of ACM Special Interest Group on Computer Architecture*, 8(3) :62–82, 1980.

## Résumé

Dans ce mémoire, nous modélisons et analysons un système d'inventaire de produits périssables à révision continue avec source finie de demandes. La capacité de stockage maximale est  $S$ . La durée de vie de chaque article est supposée être exponentielle. La politique opérationnelle est  $(s; S)$ , c'est-à-dire que lorsque le niveau des stocks tombe à  $s$ , une commande de  $(D - s)$  est lancée. Les articles commandés sont reçus après un temps aléatoire qui est distribué suivant une loi exponentielle. Nous supposons que les demandes survenant pendant la période de rupture de stock entrent dans l'orbite. Ces demandes en orbite envoient un signal pour concurrencer leur demande qui est distribué de manière exponentielle. Dans ce mémoire pour modéliser notre système on a fait appel à l'un des formalismes des réseaux de Petri qui est RdPSG (Réseaux de Petri Stochastique Généralisés) qui s'adapte à la structure de notre système. Ainsi, après cette modélisation nous avons pu construire le graphe de marquage du modèle qui nous a permis de construire la chaîne de Markov associée. À partir de cette chaîne la distribution stationnaire est calculée ce qui nous a permis d'obtenir les indices de performances. Ces indices de performance nous les avons obtenus en parallèle via le simulateur GRIF.

**Mots clés :** Gestion de stocks de Produits périssables, Source finie, Réseaux de Petri généralisés, Modélisation, la police  $(s, S)$ .

## Abstract

In this work, we model and analyze a continuous review perishable inventory system with a finite source of requests. The maximum storage capacity is  $S$ . The lifetime of each item is assumed to be exponential. The operational policy is  $(s; S)$ , i.e. when the inventory level drops to  $s$ , an order of  $(D - s)$  is placed. The ordered items are received after a random time that is distributed according to an exponential law. We assume that requests occurring during the out-of-stock period enter the orbit. These in-orbit requests send a signal to compete with their demand which is distributed exponentially. In this work to model our system we have used one of the formalisms of Petri nets which is RdPSG (Generalized Stochastic Petri nets) which fits the structure of our system. Thus, after this modeling we were able to build the marking graph of the model which allowed us to build the associated Markov chain. From this chain the stationary distribution is calculated which allowed us to obtain the performance indexes. These performance indices we obtained them in parallel via the GRIF simulator.

**Keywords :** Inventory management of Perishable Products, Finite Source, Generalized Petri nets, Modeling,  $(s, S)$  policy.