

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**



**Université A.MIRA-BEJAIA**  
**Faculté de Technologie**  
**Département de Génie Electrique**



***MEMOIRE DE MASTER***

En vue de l'obtention du diplôme de Master en Electrotechnique

**Option : Réseaux Electriques**

*Thème :*

***Répartition optimale de la puissance dans les réseaux de transport électrique par la méthode des essais de particules***

---

*Réalisé par :*

Ouakli Mohand Akli

*Encadré par :*

Dr. A.Bouzidi

**Année universitaire 2018/2019**

## REMERCIEMENTS

Mes remerciements les plus vifs, vont à mon encadreur *Dr. Athman Bouzidi*, maître de conférences à l'université Tharga Ouzemmour de Bejaïa, pour son aide, son orientation judicieux et sa disponibilité, aussi pour la confiance, la patience et la compréhension qu'il m'a toujours manifesté.

Je tiens aussi à remercier, les membres de jury, qui me feront le plaisir et l'honneur, d'avoir accepté d'évaluer mon travail. Je les remercie d'avance pour leurs remarques et suggestions.

Enfin, je veux aussi exprimer ma vive reconnaissance envers ma famille qui m'a apportée soutien et encouragement durant toutes ces années.

*Ouakli Mohand Akli*

## Dédicace

*Je dédie ce modeste travail à toutes personnes que j'aime :*

- ❖ *A mes chers parents, qui n'ont jamais cessé d'apporter leurs soutiens et encouragements depuis mon existence.*
  
- ❖ *A mes biens aimés :*
  - Mes sœurs : Aldjia et Amel.*
  - Mon frère : Sofiane*
  
- ❖ *A toute ma famille grande et petite.*
  
- ❖ *A tous mes proches et mes amis de près ou de loin que je n'ai pas cité leurs nom dans ces dédicaces.*
  
- ❖ *A tous ceux qui ont contribué de près ou de loin et qui ont été d'un grand soutien.*

*Ouakli Mohand Akli*

# **Table des matières**

- **Table des matières**
- **Liste des figures**
- **Liste des tableaux**
- **Introduction générale**

**Chapitre I : Écoulement de puissance dans les réseaux électriques.**

I.1. Introduction.....	5
I.2. Concept général de l'écoulement de puissance.....	5
I.3. But de l'écoulement de puissance.....	5
I.4. Modélisation des éléments de puissance d'un réseau électrique.....	6
I.4.1 Modélisation des générateurs .....	6
I.4.2. Circuits équivalents des lignes électriques .....	6
I.4.3. Transformateurs.. ..	10
I.4.4. Charges électriques.....	10
I.5. Écoulement de puissance .....	11
I.5.1 Classification des accès d'un réseau électrique .....	11
I.5.2 Formation de la matrice admittance nodale.....	12
I.5.3 Equation du calcul d'écoulement de puissance d'un réseau.....	13
I.6 Méthodes numériques de résolution d'un problème d'écoulement de puissance.....	15
I.6.1 Méthode de Newton Raphson .....	15
I.6.2 Application de la méthode de Newton Raphson au calcul des tensions aux accès du réseau.....	16
I.6.3 Traitement du problème .....	20
I.6.4 Méthode de Newton Raphson découplé .....	24
I.6.5 Méthode découplée rapide de Newton Raphson.....	25
I.7 Calcul du transit de puissances .....	26
I.8 Algorithme pour la méthode de Newton-Raphson.....	29
I.9 Conclusion.....	32

**Chapitre II : Dispatching économique dans les réseaux électriques.**

II.1	Introduction.....	34
II.2	Définition du dispatching économique.....	34
II.3	Fonction du coût et incrémentation du coût.....	35
II.4	Contraintes.....	36
II.4.1	Contraintes d'égalités.....	36
II.4.2	Contraintes d'inégalités .....	37
II.5	Formulation mathématique du problème de dispatching économique .....	37
II.6	Méthodes de résolution de dispatching économique.....	38
II.6.1	Dispatching économique sans pertes.....	38
II.6.1.1	Méthode de Lagrange.....	38
II.6.1.2	Méthode de Gradient.....	41
II. 6.2	Solution de dispatching économique avec perte.....	43
II. 6.2.1	Calcul des pertes.....	44
II. 6.2.2	Méthode de Lagrange.....	46
II. 6.2.3	Méthode de Gradient.....	53
II.7	Conclusion .....	57

**Chapitre III : Méthode d'Optimisation par Essaims de Particules**

III.1	Introduction.....	59
III.2	Définition de l'optimisation.....	59
III.3	Méthodes métaheuristiques.....	59
III.4	Propriétés des métaheuristiques.....	60
III.5	Classifications des métaheuristiques.....	60
III.6	Méthodes métaheuristiques les plus répondues.....	61
III.6.1	Recuit Simulé (RS).....	61
III.6.2	Optimisation colonie de fourmis (Ant colony Optimization ACO).....	61
III.6.3	Recherche Tabou (Tabou Search TS).....	62
III.6.4	Algorithmes Evolutionnaires.....	63
III.6.5	Méthode d'Optimisation par Essaim Particulaire (OEP).....	63
III.6.5.1	Introduction.....	63
III.6.5.2	Notion de base.....	63
III.6.5.3	Formulation de l'OEP.....	64
III.6.5.4	Algorithme de la méthode OEP.....	66
III.6.5.5	Paramétrage de la méthode OEP.....	68
III.6.5.6	Mécanisme de confinement.....	69
III.6.5.6	Contraintes d'égalités.....	70

III.6.5.7 Application du OEP au problème de dispatching économique de puissance ...	70
III.7 Conclusion:.....	71
<b>Chapitre IV : Simulation &amp; Résultats</b>	
IV. 1 Introduction.....	73
IV.2 Caractéristiques du réseau test.....	73
IV.2.1 Paramètres des générateurs du réseau .....	74
IV.2.2 Paramètres des lignes .....	74
IV.2.3 Données des nœuds .....	75
IV.2.4 Formulation du problème .....	75
IV.3 Application de la méthode de NR pour le calcul d'écoulement de puissance.....	76
IV.4 Calcul du dispatching économique avec pertes.....	79
IV.4.1 Application avec la méthode de Gradient.....	79
IV.4.1.1 Calcul des pertes par la formule de Kron.....	79
IV.4.1.2 Résultats de simulation.....	79
IV.4.2 Application avec la méthode d'Optimisation par Essaims de Particules.....	80
IV.4.2.1 Calcul des pertes par la formule de Kron.....	80
IV.4.2.2 Résultats de simulation.....	80
IV.4.2.3 Calcul des pertes par le calcul d'EP par NR.....	82
IV.4.2.4 Résultats de simulation.....	82
IV.5 Conclusion.....	86
Conclusion générale .....	89
Références bibliographiques .....	90

# Liste des figures

**Chapitre I : Écoulement de puissance dans les Réseaux électriques.**

Figure I.1. Schéma équivalent d'un générateur.....	6
Figure I.2. Ligne électrique de longueur $\Delta x$ .....	7
Figure I.3. Circuit équivalent en $\pi$ .....	8
Figure I.4. Schéma équivalent d'une ligne électrique courte.....	8
Figure I.5. Circuit en $\pi$ d'une ligne électrique moyenne.....	9
Figure I.6. Circuit en $\pi$ d'une ligne électrique longue.....	9
Figure I.7. Modèle de transformateur de puissance.....	10
Figure I.8. Schéma équivalent d'une charge.....	11
Figure I.9. Réseau à n accès.....	14
Figure I.10. Circuit équivalent d'une ligne entre les accès i et j.....	25
Figure I.11. Transformateur à gradin.....	26
Figure I.12. Schéma équivalent en $\pi$ d'un transformateur à gradin.....	26
Figure I.13. Organigramme de la méthode de Newton Raphson.....	31

**Chapitre II : Dispatching économiques dans les Réseaux électriques.**

Figure II.1. Courbe typique de coût de production d'une centrale thermique.....	34
Figure II.2. Courbe de coût marginal lambda ( $\lambda$ ).....	35
Figure II.3. Organigramme de la méthode Lagrangien avec perte.....	51
Figure II.4. Organigramme de la méthode Gradient avec perte.....	55

**Chapitre III : Méthode d'Optimisation par Essais Particulaires.**

Figure III.1. Classification des métaheuristiques.....	60
Figure III.2. Concept de modification d'un point de recherche par l'OEP.....	65
Figure III.3. Organigramme de la méthode OEP.....	66
Figure III.4. Changement du facteur d'inertie au cours des itérations.....	68

**Chapitre IV : Simulation & Résultats**

Figure IV.1. Réseau IEEE 26 J.D.B.....	72
Figure IV.2. Module des tensions du réseau électrique à 26 J.D.B par NR.....	76
Figure IV.3. Angles des tensions du réseau électrique à 26 J.D.B par NR.....	76
Figure IV.4. Pertes actives du réseau électrique à 26 J.D.B par NR.....	77
Figure IV.5. Evolution progressive de la fonction coût de la OEP.....	79
Figure IV.6. Caractéristique de convergence de (OEP) système 6 unités.....	83
Figure IV.7. Module des tensions du réseau électrique à 26 J.D.B par OEP.....	84

## *Listes des figures*

---

Figure.IV.8. Angles des tensions du réseau électrique à 26 J.D.B par OEP.....	84
Figure.IV.9. Pertes actives du réseau électrique à 26 J.D.B par OEP.....	85

# Liste des tableaux

## ***Liste des tableaux***

---

Tableau IV.1 . Paramètres des générateurs du réseau.....	73
Tableau IV.2 . Paramètres des lignes.....	73
Tableau IV.3 . Données des nœuds.....	74
Tableau IV.4 . Résultats et simulation de réseau 26 nœuds (puissance injectés).....	76
Tableau IV.5 . Puissances optimales sans et avec pertes.....	78
Tableau IV.6 . Comparaison de coût de fuel par différents méthodes (OEP et gradient)....	78
Tableau IV.7 . Tensions du réseau électrique IEEE à 26 J.D.B.....	82
Tableau IV.8 . Puissances actives générées optimales pour l'objectif envisagés.....	82
Tableau IV.9 . Pertes actives du réseau électrique à 26 J.D.B par OEP.....	83

# **Introduction générale**

### **Introduction générale**

Le rôle primordial de toute entreprise de production et de distribution d'énergie électrique est d'assurer en tout temps et en tout lieu, la couverture des puissances demandées par les utilisateurs, d'offrir une sécurité d'alimentation et de garantir une qualité acceptable de l'énergie avec un coût aussi faible que possible. Il est nécessaire de respecter un certain nombre d'exigences [1,2]. La première exigence est de garder l'équilibre instantané entre la production et la consommation et cela par un réglage primaire qui se fait par le réglage de puissance active, ensuite par un réglage secondaire qui se fait par l'échange de puissances avec les réseaux voisins. Enfin on introduit un réglage dit tertiaire qui intervient à l'échelle de quelques minutes. Le dispatching économique tient compte des coûts de production et des contraintes de sécurité. Donc il s'agit d'une optimisation en régime permanent qui est relancée par intervalles réguliers plusieurs fois par heures en fonction de la variation de la charge. [1,2]

Le dispatching économique à une place déterminante dans la stratégie concurrentielle de l'entreprise. Face à la libéralisation du secteur d'électricité et aux nouvelles restrictions à respecter liées à l'environnement, elle se trouve face à une concurrence acharnée. Dans cette logique, un faible coût de production représente un challenge pour les sociétés productrices, vue notamment les prix chers des combustibles, et aux fardeaux supplémentaires liées au traitement des déchets nucléaires qui exige une technologie plus fine et coûteuse. [3]

D'un autre côté, la complexité grandissante du réseau d'aujourd'hui vis-à-vis de sa taille avec des centaines de jeux de barres et des centaines de milliers de kilomètres des lignes de transmission et de ses interconnexions avec d'autres réseaux. Tous ces facteurs exigent une optimisation de la répartition de puissance active générée avec un minimisation du coût représente son objectif principale. Notons qu'une optimisation de cette répartition ne garantit pas uniquement un faible coût de production mais aussi elle doit être accompagnée par des pertes de transport les plus faibles que possible (dispatching économique avec pertes). L'optimisation devient alors non linéaire, et les méthodes conventionnelles (classiques) se trouvent incapables de le résoudre, car elles convergent généralement vers des minimas locaux. [3]

De nombreuses techniques existent pour trouver un minimum global dans les problèmes d'optimisation non-linéaires avec plusieurs minimums locaux pauvres, elles sont généralement considérées comme des méta-heuristiques. Les méta-heuristiques forment

une famille d'algorithmes d'optimisation visant à résoudre des problèmes d'optimisation difficile pour lesquels on ne connaît pas de méthode classique plus efficace. Les méta heuristiques sont généralement des algorithmes stochastiques, qui progressent vers un optimum par échantillonnage d'une fonction objectif. Les méta heuristiques sont souvent inspirées par des systèmes naturels, qu'ils soient pris en physique (cas du recuit simulé), ou en biologie de l'évolution (cas des algorithmes génétiques) ou encore en éthologie (cas des algorithmes de colonies de fourmis). Elles sont généralement utilisées comme des méthodes génériques pouvant optimiser des larges gammes de problèmes différents, sans nécessiter de changements profonds dans l'algorithme employé . [4]

L'objectif de notre travail est d'étudier des techniques et des méthodes pour résoudre le problème de répartition optimal des puissances dans les réseaux de transport. La répartition optimal de puissance dans les réseaux est devenue une préoccupation qui nécessite un suivi continu et une actualisation des recherches à fin d'aboutir à des meilleurs résultats.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à la méthode analytique du Gradient pour minimiser le coût de production de l'énergie électrique, un programme a été réaliser . Ensuite, on c'est intéressé à une méthode méta-heuristique qui est la méthode d'Optimisation par Essaim Particulaire (OEP) pour l'optimisation de la puissance active.

Enfin, une simulation a été réaliser avec la méthode OEP implémenté sous matlab appliqué sur le réseau IEEE de 26 jeux de barres .

Ce travail est structuré en quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à l'étude de l'écoulement de puissance dans un réseau électrique.

Le deuxième chapitre s'intéresse au problème de dispatching économique des puissances.

Le troisième chapitre est consacré pour donner un aperçu sur la méthode d'Optimisation par Essaim Particulaire .

Le quatrième chapitre donne ou expose une simulation sur le réseau IEEE 26 jeux de barres. Les résultats obtenus sont aussi analysés.

Enfin , on termine notre travail par une conclusion générale.

# **Chapitre I**

## **Écoulement de puissance dans les réseaux électriques**

## **I.1 Introduction**

Le réseau électrique est régi à chaque instant par des lois physiques (loi des mailles, loi des nœuds) en respectant les règles de sécurité (valeurs minimales et maximales à ne pas dépasser) qui peuvent rapidement conduire à des situations critiques pour l'ensemble du système dans le cas où elles ne sont pas respectées. Le gestionnaire du réseau doit déterminer le point de fonctionnement de l'écoulement de puissance en fonction des caractéristiques du réseau : la demande en énergie électrique, les capacités de production plus précisément la production de chaque groupe, les valeurs des flux d'énergie transitant sur les lignes de transmission, les amplitudes et phases des tensions ainsi que les puissances complexes. Les variables d'optimisation sont ainsi constituées, en n'importe quel jeu de barre. [5]

Dans ce chapitre, nous allons étudier l'écoulement de puissance dans les réseaux par les méthodes numériques, on commence par une description du système électrique, et la modélisation de ces différents composants, ensuite on écrit les équations d'EP et on suggère des méthodes de résolution.

## **I.2 Concept général de l'écoulement de puissance**

Le calcul de l'écoulement de puissance en régime permanent du réseau électrique consiste à déterminer, en premier lieu, à chaque jeu de barres, l'amplitude et la phase de la tension ainsi que les puissances actives et réactives injectées. Connaissant les tensions (amplitude et phase) aux jeux de barres ainsi que les puissances injectées (actives et réactives), nous pouvons calculer, en deuxième lieu, les courants et les puissances transitant dans les lignes et ceux générées par les sources. Un modèle mathématique doit être déterminé pour pouvoir résoudre le problème d'écoulement de puissance. [5]

## **I.3 But de l'étude de l'écoulement de puissance**

But de l'étude de l'écoulement de puissance se résume dans les points suivants :

- Assurer l'équilibre entre la production et la demande d'énergie électrique
- Il faut conserver les tensions des jeu de barres entre les limites théoriques, en utilisant le contrôle de puissance réactive .
- Planification des réseaux (à partir de calcul de la charge). Augmenter la sécurité de fonctionnement des réseaux par une bonne stratégie d'EP avant les perturbations. [6]

## I.4 Modélisation des éléments de puissance d'un réseau électrique

### I.4.1 Modélisation des générateurs

La production de l'énergie électrique est assurée par des générateurs, qui sont des alternateurs (machines synchrones triphasées), dont la fonction est de convertir l'énergie mécanique en énergie électrique à tension et à fréquence désirées. Un alternateur est représenté par sa f.e.m ( $E_a$ ) et sa réactance ( $X_a$ ). De même pour les générateurs utilisés dans les réseaux, ils sont représentés par leurs f.e.m ( $E_g$ ) et leurs réactances ( $X_g$ ). [7],[8]

#### I.4.1.1 Schéma équivalent d'un générateur

Pour le calcul d'écoulement de puissance, un générateur est représenté par une source de tension constante  $E_g$ . et sa réactance ( $X_g$ ) comme le montre la figure I.1 suivante :

Tel que :

$E_g$  : la f.e.m du générateur.

$X_g$  : la réactance du générateur.

$V_i$  : la tension à l'accès i.

$\varphi_i$  : angle de phase à l'accès i.

Et :  $V_i = |V_i|e^{i\varphi_i}$

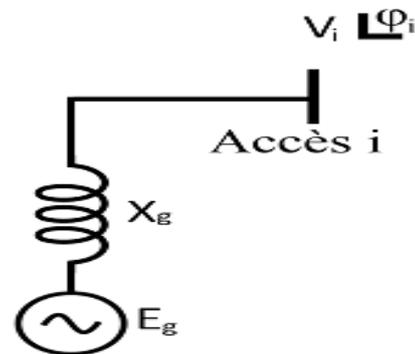


Figure I.1. Schéma équivalent d'un générateur.

La constance de la tension aux bornes du générateur et des fréquences se fait par des régulateurs supposés être assez rapides.

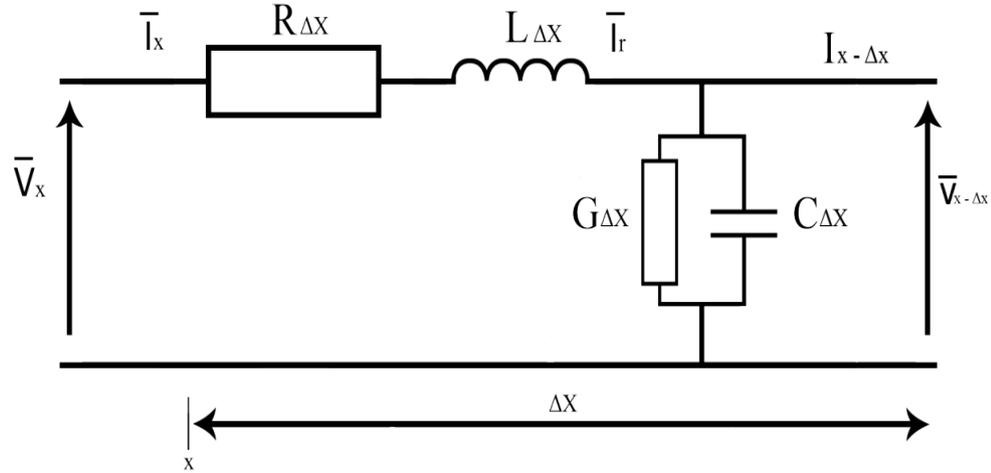
### I.4.2 Circuits équivalents des lignes électriques [9]

La détermination des différents paramètres d'une ligne électrique est lié à la longueur de la ligne. Une fois que ces paramètres sont déterminés pour une unité de longueur, on peut déterminer ces paramètres pour une longueur totale de la ligne, par la suite on représente cette ligne avec un circuit équivalent possédant les paramètres du circuit appropriés.

Une ligne électrique est représentée par deux circuits équivalents, en  $\pi$  et en T. Nous nous intéressons au circuit équivalent en  $\pi$ , puisqu'il tient compte de la répartition des paramètres linéique de la ligne sur un tronçon donné.

Une ligne électrique est représentée principalement par deux paramètres, longitudinal et transversal. L'élément longitudinal est l'impédance de la ligne électrique ( $Z$ ) et l'élément transversal est l'admittance ( $y$ ) de la ligne.

Soit une ligne électrique de longueur  $\Delta x$  représentée sur la figure I.2 :



**Figure I.2 .** Ligne électrique de longueur  $\Delta x$ .

La tension et le courant au point  $x$  sont donnée par :

$$\bar{V}_x = (R + jLw)_{\Delta x} \bar{I}_x + \bar{V}_{x+\Delta x} \quad (I.1)$$

$$\bar{I}_s = (G + jCw)_{\Delta x} \bar{V}_{x\Delta x} + \bar{V}_{x+\Delta x} \quad (I.2)$$

$$\bar{Z} = R + jX \quad \text{Et} \quad \bar{y} = G + jB \quad (I.3)$$

Où :

$R$  : résistance de la ligne électrique

$X = Lw$  : réactance de la ligne électrique ( $\Omega/km$ )

$Z$  : impédance de la ligne ( $\Omega^1/km$ )

$y$  : admittance de la ligne ( $\Omega^1/km$ )

$G$  : conductance de la ligne ( $\Omega^1/km$ )

$B$  : susceptance de la ligne ( $\Omega^1/km$ )

En développant le système précédent, on obtient :

$$\bar{V}_x = \bar{V}_r Ch(\bar{\gamma}(x)) + \bar{Z}_c \bar{I}_r Sh(\bar{\gamma}(x)) \quad (I.4)$$

$$\bar{I}_x = \frac{1}{\bar{Z}_c} \bar{V}_r Sh(\bar{\gamma}(x)) + \bar{I}_r Ch(\bar{\gamma}(x)) \quad (I.5)$$

Si  $x=l$  : longueur de la ligne

$$\bar{V}_s = \bar{V}_r Ch(\bar{\gamma}l) + \bar{Z}_c \bar{I}_r Sh(\bar{\gamma}l) \quad (I.6)$$

$$\bar{I}_s = \frac{1}{\bar{Z}_c} \bar{V}_r Sh(\bar{\gamma}l) + \bar{I}_r Ch(\bar{\gamma}l) \quad (I.7)$$

$V_s, V_r$  : tension respectivement à la source et à la réception

$I_s, I_r$  : courant respectivement à la source et à la réception

$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{y}}$  : impédance caractéristique de la ligne

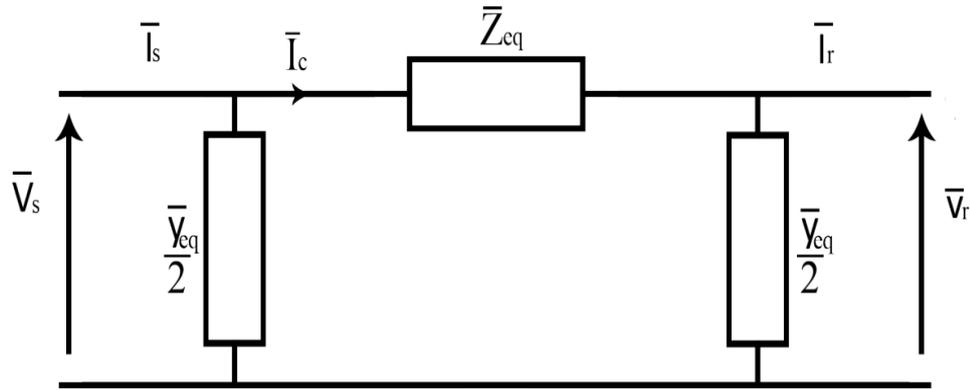
$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{Z y}$  : facteur de propagation de l'onde électromagnétique dans la ligne

Avec :  $\alpha$  : facteur d'atténuation

$\beta$  : facteur de phase

**I.4.2.1 Circuit en  $\pi$  d'une ligne électrique**

Le circuit équivalent en  $\pi$  d'une ligne électrique est représenté sur la figure I.3 :



**Figure I.3 .** Circuit équivalent en  $\pi$ .

$$\bar{V}_s = \bar{V}_r Ch(\bar{\gamma}l) + \bar{Z}_c \bar{I}_r Sh(\bar{\gamma}l) \tag{I.8}$$

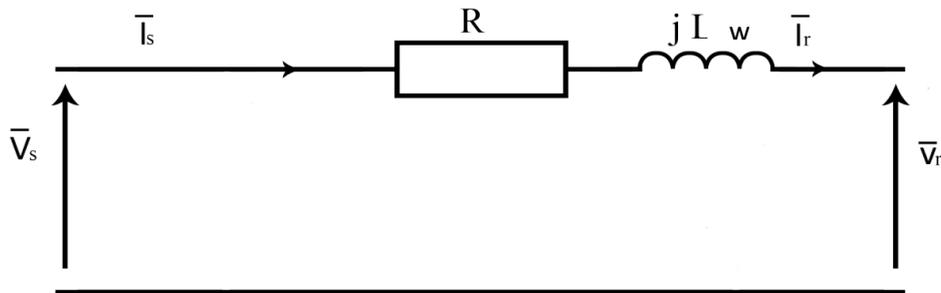
$$\bar{I}_s = \frac{1}{\bar{Z}_c} \bar{V}_r Sh(\bar{\gamma}l) + \bar{I}_r Ch(\bar{\gamma}l) \tag{I.9}$$

$$Z_{eq} = Z_c Sh(\gamma l) \tag{I.10}$$

$$\frac{y_{eq}}{2} = \frac{1}{Z_c} th\left(\frac{\gamma l}{2}\right) \tag{I.11}$$

**I.4.2.2 Cas d'une ligne courte ( $l < 80\text{km}$ ) [10]**

Dans une ligne courte les paramètres transversaux de la ligne sont négligeables, son circuit équivalent est représenté par son impédance ( $Z$ ) figure I.4 :



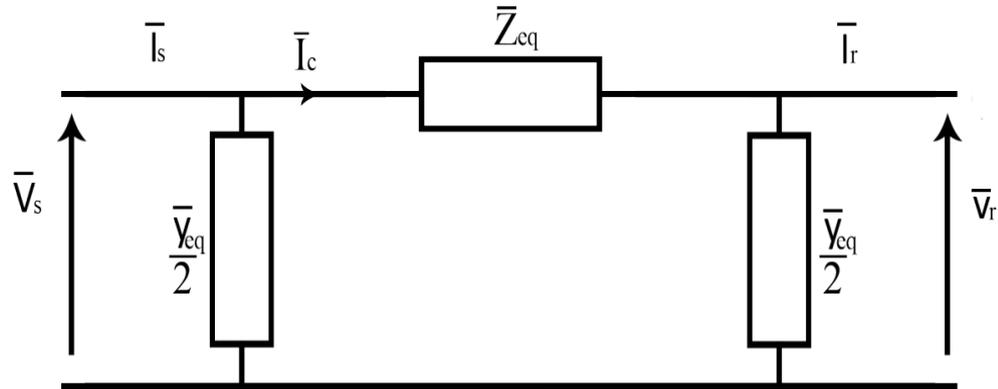
**Figure I.4 .** Schéma équivalent d'une ligne électrique courte.

$$V_s = V_r + Z.I_r \tag{I.12}$$

$$I_s = I_r \tag{I.13}$$

**I.4.2.3 Cas d'une ligne moyenne (80<l<240km) [10]**

Quand la longueur de la ligne est moyenne et le niveau de la tension est élevé (moyenne et haute tension), il est nécessaire de tenir compte du courant de fuite capacitif dans les paramètres transversal, raison pour laquelle une telle ligne est représentée par un circuit en  $\pi$  (figure I.5) :



**Figure I.5.** Circuit en  $\pi$  d'une ligne électrique moyenne.

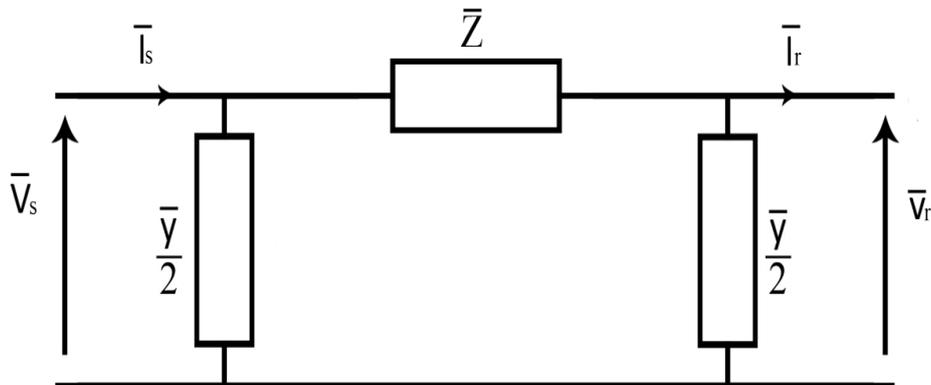
$$\bar{V}_s = \left(1 + \bar{Z}_{eq} \frac{\bar{y}_{eq}}{2}\right) \bar{V}_r + \bar{Z}_{eq} \bar{I}_r \tag{I.14}$$

$$\bar{I}_s = \bar{y}_{eq} \left(1 + \bar{Z}_{eq} \frac{\bar{y}_{eq}}{4}\right) \bar{V}_r + \left(1 + \bar{Z}_{eq} \frac{\bar{y}_{eq}}{2}\right) \bar{I}_r \tag{I.15}$$

Avec :  $y_{eq}=jB$

**I.4.2.4 Cas d'une ligne longue (l>240km) [10]**

Dans une ligne longue, on tient compte de tous les paramètres de la ligne vu l'importance de sa longueur (figure I.6) :



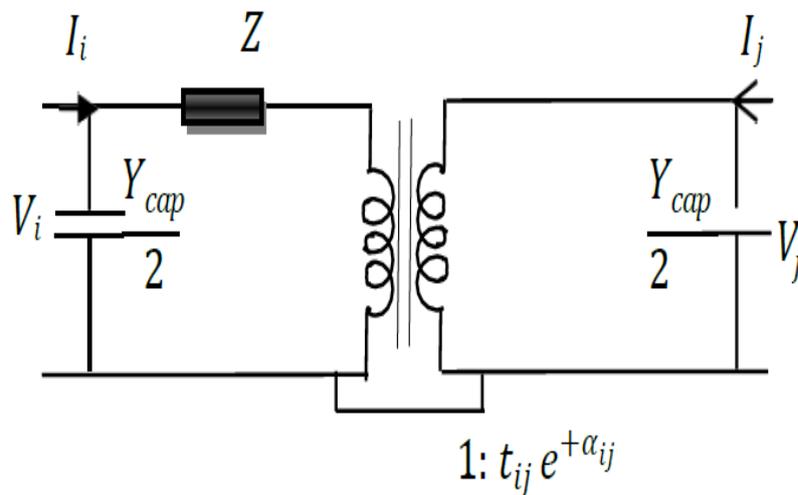
**Figure I.6.** Circuit en  $\pi$  d'une ligne électrique longue.

$$\bar{V}_s = \left(1 + \bar{Z} \cdot \frac{\bar{y}}{2}\right) \cdot \bar{V}_r + \bar{Z} \bar{I}_r \quad (\text{I.16})$$

$$\bar{I}_s = \bar{y} \left(1 + \bar{Z} \frac{\bar{y}}{4}\right) \bar{V}_r + (1 + \bar{Z} \frac{\bar{y}}{2}) \bar{I}_r \quad (\text{I.17})$$

### I.4.3 Transformateur

Il y'a deux types de transformateur à modéliser : le transformateur régulateur de tension à changeur de prise de charge et le transformateur déphaseur. Dans la modélisation des systèmes électriques, les rapports de déviations et les décalages de phase sont typiquement représentés comme des modifications à la matrice admittance. La figure (1.7) présente le schéma unifilaire équivalent d'un transformateur triphasé symétrique à changeur de prises de charge et/déphaseur [6].



**Figure I.7.** Modèle de transformateur de puissance.

$Z$  : représente les pertes par effet joule et les inductances de fuite de transformateur ramenées au secondaire.

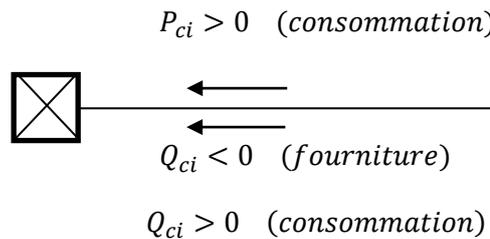
La modélisation retenue suppose que les pertes sont séparées pour moitié au primaire et pour l'autre moitié au secondaire. Le paramètre  $t_{ij}$  symbolise la ration de régulateur de tension en charge. Le paramètre  $\alpha_{ij}$  symbolise le déphasage introduit par le transformateur entre les jeux de barres  $i$  et  $j$ . Il est important de noter que la matrice admittance du réseau électrique qui prend en considération ces variables va être donc ajustée à chaque itération. [11]

$Y$  : c'est la matrice admittance du transformateur

### I.4.4 Charge [12]

Une charge sera simplement représentée par une consommation de puissance active  $P_{ci}$  et une fourniture ou consommation de puissance réactive  $Q_{ci}$ .

La puissance réactive peut être fournie ou consommée, selon la nature de la charge capacitive ou inductive. Notons qu'une telle modélisation permet de représenter aussi bien des charges connectées directement sur le réseau de transport (cas exceptionnel) ou des points de connexion au réseau de répartition ou de distribution, ou encore des éléments du réseau tels que les moyens de compensation de la puissance réactive.



**Figure I.8.** Schéma équivalent d'une charge.

## I.5 Écoulement de puissance

### I.5.1 Classification des accès d'un réseau électrique [12]

Pour un réseau d'énergie électrique, on peut identifier trois types d'accès (ou jeux de barres) à savoir :

- Accès bilan (ou barre d'équilibre) : 1 seul accès
- Accès générateur (P, |V|) : 15% des accès
- Accès de charge (P, Q) : 85% des accès

Chaque accès est caractérisé par quatre grandeurs réelles, à savoir :

- Puissance active (P)
- Puissance réactive (Q)
- Module de la tension (|V|)
- Angle de déphasage ( $\theta$ )

Pour chaque accès, deux grandeurs sont spécifiées, et les autres varient suivant la demande en énergie électrique de l'ensemble des abonnés.

Pour les accès charge qui représentent généralement 85% des accès d'un réseau, la puissance complexe demandée (P et Q) est spécifiée il reste à déterminer |V| et  $\theta$  qui varient avec la demande en énergie électrique.

Pour les accès générateurs, où le module de la tension peut être réglé à l'aide de régulateur de tension,  $P$  et  $|V|$  sont spécifiées, il reste à déterminer  $Q$  et  $\theta$ . Pour de tels accès, la puissance réactive est généralement bornée entre les limites  $Q_{\min}$  et  $Q_{\max}$ .

A part ces deux types d'accès, on considère un accès bilan puisque dans un réseau d'énergie électrique, la production totale est égale à la demande, plus les pertes dans les lignes. Aussi du fait qu'on ne peut pas déterminer d'avance les pertes de puissances, on doit considérer un accès générateur à part, pour fournir toute production additionnelle en dehors de la demande effective. Pour cet accès bilan,  $|V|$  et  $\theta$  sont spécifiés et il reste à déterminer  $P$  et  $Q$ .

### **I.5.2 Formation de la matrice admittance nodale $[Y_{\text{bus}}]$ [12] [8]**

On a trois méthodes pour la détermination de la matrice  $[Y_{\text{nodale}}]$  qui sont :

- a) Par inversion de la matrice impédance nodale.
- b) à partir des admittances des éléments du réseau.
- c) à partir des admittances des éléments du réseau et la matrice d'incidence (topologique).

#### **I.5.2.1 Formation de $[Y_{\text{nodale}}]$ ( $Y_{\text{bus}}$ ) à partir des admittances des éléments du réseau**

Cette méthode est la plus simple et la plus commode car elle nécessite moins d'opérations que les autres méthodes et surtout dans le cas où le réseau ne présente pas de couplage mutuel entre ses éléments

#### **I.5.2.2 Dérivation de la matrice $[Y_{\text{bus}}]$**

Soit un réseau à  $n$  accès indépendant et un accès  $n+1$  représentant l'accès de référence.

Considérons un accès  $i$  parmi les  $n$  accès différents de celui de référence.

Pour cet accès on a :

$$I_i = \sum_{j=1}^n I_{ij}$$

Avec :

$I_i$  : le courant injecté à l'accès  $i$  par une source extérieure.

$I_{ij}$  : le courant qui circule entre l'accès  $i$  et l'accès  $j$  à travers la branche  $(i-j)$ .

$$\text{On a aussi : } I_{ij} = (V_i - V_j)y_{ij} + y_{i0}(V_i - V_0)$$

Telle que:

$V_i$  et  $V_j$  : sont respectivement les tensions aux accès  $i$  et  $j$ .

$y_{ij}$  : l'admittance propre de la branche  $(i-j)$ .

On aura alors :

$$I_i = \sum_{j=1}^n y_{ij}(V_i - V_j) + y_{i0}(V_i - V_0) = y_{i0}(V_i - V_0) + y_{i1}(V_i - V_1) + y_{i2}(V_i - V_2) + \dots + y_{in}(V_i - V_n) \quad \text{I.18}$$

Telle que :  $V_0 = 0$  et  $i = 1 \dots n$

$y_{i0}$  : la somme des admittances transversales des lignes reliées à l'accès  $i$

Si on écrit l'équation précédente sous la forme matricielle pour les  $n$  accès on aura :

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_i \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1i} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2i} & \dots & Y_{2n} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots \\ Y_{i1} & Y_{i2} & \dots & Y_{ii} & \dots & Y_{in} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots & \ddots & \dots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{ni} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_i \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix} \quad \text{(I.19)}$$

Tel que:

$$\begin{cases} Y_{ii} = y_{i0} + \sum_{j=1}^n y_{ij} \\ Y_{ij} = -y_{ij} \end{cases} \quad \text{(I.20)}$$

$[Y]$  : la matrice nodale des admittances carrée d'ordre  $(n \times n)$ .

### **I.5.2.3 Algorithme de calcul du $Y_{bus}$**

Lecture des données de lignes et accès.

Initialiser  $Y_{bus} = [0]$ .

Initialiser le compteur d'accès à 1.

Calculer

$$Y_{ij} = -\frac{1}{z_{ij}}$$

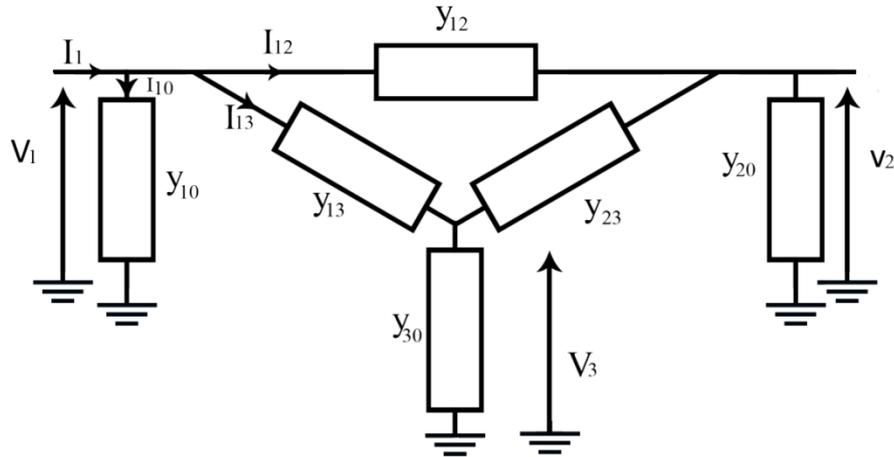
$$Y_{ii} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{1}{z_{ij}} + y_b$$

$$Y_{ji} = Y_{ij}$$

Afficher les résultats.

### **I.5.3 Équation du calcul d'écoulement de puissance d'un réseau à $n$ accès [13]**

Soit un réseau  $n$  accès figure I.9 Où :



**Figure I.9.** Réseau à n accès

$y_{ij} = y_{ji}$  : admittance de ligne (i, j).  $i=1, 2, 3$   $j=1, 2, 3$

$y_{i0}$  : admittance de l'accès i à la référence.

$I_i$  : courant injecté dans l'accès i.

$V_i$  : tension de l'accès i.

$I_{ij}$  : courant s'écoulant de l'accès i à l'accès j à travers la ligne (i, j).

$I_{i0}$  : courant de fuite de l'accès.

Application de la loi de Kirchhoff des courants à l'accès I :

$$I_1 = I_{10} + I_{12} + I_{13} \tag{I.21}$$

$$= V_1 y_{10} + (V_1 - V_2) y_{12} + (V_1 - V_3) y_{13}$$

$$= V_1 (y_{10} + y_{12} + y_{13}) - V_2 y_{12} - V_3 y_{13}$$

$$= V_1 Y_{11} + V_2 Y_{12} + V_3 Y_{13} \tag{I.22}$$

Où :

$Y_{11}$ ,  $Y_{12}$ ,  $Y_{13}$  sont les éléments de la matrice admittance nodale du réseau relatifs aux nœuds considérés.

En procédant, de la même façon, pour les autres accès, on aboutit à l'expression matricielle suivante :

$$[I] = [Y][V] \tag{I.23}$$

Où :

$[Y]$  : est la matrice admittance nodale du réseau.

Pour chaque accès, on a :

$$I_i = \sum_{j=1}^{n=3} Y_{ij} V_j \tag{I.24}$$

Pour un réseau à n accès :

$$I_i = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \quad (I.25)$$

$i=1, 2, \dots, n$

La puissance complexe apparente injectée dans un nœud  $i$ , est donnée par l'expression suivante :

$$P_i + jQ_i = V_i I_i^* \quad (I.26)$$

Avec :

$$V_i = |V_i| \cdot e^{j\varphi_i}, V_j = |V_j| \cdot e^{j\varphi_j}, Y_{ij} = |Y_{ij}| e^{j\theta_{ij}} \quad i, j=1, n \quad (I.27)$$

$$I_i^* = \sum_{j=1}^n (Y_{ij} V_j)^* = \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| \cdot |V_j| \angle -\theta_{ij} - \varphi_j \quad i=1, n$$

$$P_i + jQ_i = V_i \sum_{j=1}^n (Y_{ij} V_j)^* = V_i \sum_{j=1}^n Y_{ij}^* V_j^*$$

$$P_i + jQ_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| e^{j(\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij})} = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \angle \varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij} \quad (I.28)$$

## **I.6 Méthodes numériques de résolution d'un problème d'écoulement de puissance**

### **I.6.1 Méthode de Newton Raphson [14]**

Dans cette partie nous allons d'abord développer la méthode de Newton Raphson d'une manière générale, en suite nous allons l'appliquée au cas du calcul de l'écoulement de puissance.

Soit le système d'équation non linéaire suivant :

$$\begin{cases} Y_1 = f_1(X_1, X_2, \dots, X_n) \\ Y_2 = f_2(X_1, X_2, \dots, X_n) \\ \vdots \\ Y_n = f_n(X_1, X_2, \dots, X_n) \end{cases} \quad (I.29)$$

Si on suppose que les solutions initiales du système sont :

$$X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, X_3^{(0)}, \dots, X_n^{(0)}$$

Les erreurs :

$$\Delta X_1^{(0)}, \Delta X_2^{(0)}, \Delta X_3^{(0)}, \dots, \Delta X_n^{(0)}$$

Donc :

$$Y_i = f_i(X_1^{(0)} + \Delta X_1^{(0)}, X_2^{(0)} + \Delta X_2^{(0)}, X_3^{(0)} + \Delta X_3^{(0)}, \dots, X_n^{(0)} + \Delta X_n^{(0)}) \quad i=1, n$$

En appliquant le développant en série de Taylor d'ordre 1 aux points  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$

On aura :

$$Y_i = f_i(X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, X_3^{(0)}, X_n^{(0)}) + \Delta X_1^{(0)} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial x_1} + \Delta X_2^{(0)} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial x_2} + \Delta X_3^{(0)} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial x_3} + \dots + \Delta X_n^{(0)} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial x_n} + c_i \quad (I.30)$$

En négligeant les termes d'ordre supérieur posant :  $c_1=c_2=\dots=c_n$

On aura :

$$\begin{bmatrix} \Delta Y_1^0 \\ \Delta Y_2^0 \\ \vdots \\ \Delta Y_n^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 - f_1^0 \\ Y_2 - f_2^0 \\ \vdots \\ Y_n - f_n^0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta Y_1^0 \\ \Delta Y_2^0 \\ \vdots \\ \Delta Y_n^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1^0 \\ \Delta x_2^0 \\ \vdots \\ \Delta x_n^0 \end{bmatrix} \quad (I.31)$$

Ou sous forme matricielle :

$$[\Delta Y] = [J][\Delta X]$$

Avec :

$[J]$  : Matrice Jacobien.

La méthode de Newton-Raphson consiste à calculer les éléments du vecteur  $X_i$ , à la  $k^{i\text{eme}}$  itération par :

$$X_i^k = X_i^{k-1} + \Delta X_i^{k-1} \quad i=1,2,\dots,n \quad (I.32)$$

Ce vecteur servira pour le nouveau Jacobien  $J$  afin de déterminer les nouvelles valeurs de  $X_i$  en résolvant le système d'équations par la méthode adéquate de résolution de système linéaires.

Ce processus de calcul est répété jusqu'à l'obtention de la précision désirée, et on arrête le processus d'itération une fois que  $|X_i^k - X_i^{k-1}| \leq \varepsilon$  pour  $i=1,2,\dots,n$ .

### **I.6.2 Application de la méthode de Newton Raphson au calcul des tensions aux accès du réseau**

Le calcul des tensions aux nœuds, peut s'effectuer par un système d'équation non linéaire exprimant les puissances actives et réactives en fonction des tensions.

La méthode de Newton Raphson à plusieurs variables est développée selon que l'on exprime les éléments de la matrice admittance et les tensions aux accès en coordonnées générale, cartésiennes (rectangulaires), polaires ou en coordonnées hybrides.

#### **Forme générale : [14]**

La forme générale est exprimée par les équations (I.23) et (I.25) comme suit:

$$[I] = [Y][V]$$

$$I_i = \sum_{j=1}^{j=n} Y_{ij} V_j$$

$$I_i = \frac{S_i^*}{V_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*}$$

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = \sum_{j=1}^{j=n} Y_{ij} V_j$$

a) **Forme cartésienne :**

Dans la forme cartésienne, les grandeurs sont exprimées sous leurs formes rectangulaires (partie réelle et partie imaginaire)

$$V_i = e_i + jf_i \quad i=1, n \quad (I.33)$$

$$V_j = e_j + jf_j \quad j=1, n \quad (I.34)$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad i=1, n \quad j=1, n \quad (I.35)$$

$$S_i^* = V_i^* \cdot I_i = P_i - jQ_i = (e_i - jf_i) \sum_{j=1}^n (G_{ij} + jB_{ij})(e_j + jf_j)$$

Alors:

$$P_i = e_i \sum_{j=1}^{j=n} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + f_i \sum_{j=1}^n (B_{ij} e_j + G_{ij} f_j) \quad (I.36)$$

$$Q_i = f_i \sum_{j=1}^{j=n} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - e_i \sum_{j=1}^n (B_{ij} e_j + G_{ij} f_j) \quad (I.37)$$

Ce qui nous donne l'équation d'écoulement de puissance sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_{n-1} \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial e_1} & \frac{\partial P_1}{\partial e_2} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial P_1}{\partial f_1} & \frac{\partial P_1}{\partial f_2} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial f_{n-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_1} & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_2} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial f_1} & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial f_2} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial e_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial e_2} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial f_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial f_2} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial f_{n-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_1} & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_2} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_1} & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_2} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta e_1 \\ \vdots \\ \Delta e_{n-1} \\ \Delta f_1 \\ \vdots \\ \Delta f_{n-1} \end{bmatrix} \quad (I.38a)$$

$$\begin{aligned}
 [J_1] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial e_1} & \frac{\partial P_1}{\partial e_2} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial e_{n-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_2} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial e_{n-1}} \end{bmatrix} & [J_2] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial f_1} & \frac{\partial P_1}{\partial f_1} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial f_{n-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_{n-1}}{\partial f_1} & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial f_2} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \end{bmatrix} \\
 [J_3] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial e_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial e_2} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial e_{n-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_{n-1}} & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_2} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial e_{n-1}} \end{bmatrix} & [J_4] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial f_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial f_2} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial f_{n-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_1} & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_2} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial f_{n-1}} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{I.38b}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varphi \\ \Delta V \end{bmatrix} \tag{I.38c}$$

**b) Forme polaire: [13]**

La tension et les éléments de la matrice admittance peuvent s'écrire sous la forme polaire (module et argument) :

$$V_i = |V_i| \cdot e^{j\varphi_i} = |V_i| \angle \varphi_i, Y_{ij} = |Y_{ij}| e^{\theta_{ij}} = |Y_{ij}| \angle \theta_{ij} \tag{I.39}$$

$$S_i = P_i + jQ_i = V_i I_i^* \tag{I.40}$$

Avec :

$$I_i = \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| \cdot |V_j| \angle \theta_{ij} + \varphi_j \quad i=1 \dots n \tag{I.41}$$

$$I_i^* = \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| \cdot |V_j| \angle -\theta_{ij} - \varphi_j \tag{I.42}$$

$$P_i + jQ_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| e^{j(\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij})} = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \angle \varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij} \tag{I.43}$$

On a :

$$e^{j(\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij})} = \cos(\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij}) + j \sin(\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij}) \tag{I.44}$$

On remplace (I.44) dans (I.43) on aura :

$$P_i + jQ_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| [\cos(\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij}) + j \sin(\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij})] \tag{I.46}$$

On séparant les parties réelles et imaginaires, on obtient :

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos(\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij}) \tag{I.47}$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij}) \tag{I.48}$$

En considérant le n<sup>ème</sup> accès bilan, sa tension complexe est spécifiée, d'où l'exclusion des deux équations le concernant dans le système précédent

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_{n-1} \\ \Delta Q_1 \\ \Delta Q_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial P_1}{\partial \varphi_2} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \varphi_{n-1}} & \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & \frac{\partial P_1}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial V_{n-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_{n-1}}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial \varphi_2} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial \varphi_{n-1}} & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial V_1} & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial V_{n-1}} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial \varphi_2} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial \varphi_{n-1}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{n-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial \varphi_2} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial \varphi_{n-1}} & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_{n-1}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \varphi_1 \\ \vdots \\ \Delta \varphi_{n-1} \\ \Delta V_1 \\ \vdots \\ \Delta V_{n-1} \end{bmatrix} \quad (I.49a)$$

$$\left. \begin{aligned} [J_1] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial P_1}{\partial \varphi_2} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \varphi_{n-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_{n-1}}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial \varphi_2} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial \varphi_{n-1}} \end{bmatrix} & [J_2] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & \frac{\partial P_1}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial V_{n-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_{n-1}}{\partial V_1} & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_{n-1}}{\partial V_{n-1}} \end{bmatrix} \\ [J_3] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial \varphi_2} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial \varphi_{n-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial \varphi_2} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial \varphi_{n-1}} \end{bmatrix} & [J_4] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial V_{n-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_{n-1}} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (I.49b)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varphi \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (I.49c)$$

c) **Forme hybride :**

On exprime ici les grandeurs  $V_i$  et  $Y_{ij}$  sous la forme hybride ,c'est-à-dire la tension est exprimée sous la forme polaire et  $Y_{ij}$  sous la forme rectangulaire.

$$\bar{V}_i = |\bar{V}_i| e^{j\theta_i} = |V_i| \angle \varphi_i, Y_{ij} = |Y_{ij}| e^{\theta_{ij}} = |Y_{ij}| \angle \theta_{ij} \quad (I.50)$$

$$\bar{Y}_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$$

$$P_i - jQ_i = |V_i| e^{-j\varphi_i} \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| e^{j(\varphi_j + \theta_{ij})} = \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_i| |V_j| e^{-j(\varphi_i - \varphi_j)} e^{j\theta_{ij}} \quad (I.51)$$

En séparant les parties réelles et imaginaires, on obtient :

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| [\cos(\varphi_i - \varphi_j) \cos(\theta_{ij}) + \sin(\varphi_i - \varphi_j) \sin(\theta_{ij})] \quad (I.52)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| |V_j| [-\sin(\varphi_i - \varphi_j) \cos(\theta_{ij}) + \cos(\varphi_i - \varphi_j) \sin(\theta_{ij})] \quad (I.53)$$

$$P_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |V_j| [G_{ij} \cos(\varphi_i - \varphi_j) + B_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j)] \quad (I.54)$$

$$Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^n |V_j| [B_{ij} \cos(\varphi_i - \varphi_j) - G_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j)]$$

On considère la forme hybride suivante :

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| [G_{ij} \cos(\varphi_i - \varphi_j) + B_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j)] \quad (I.55)$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| [B_{ij} \cos(\varphi_i - \varphi_j) - G_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j)] \quad (I.56)$$

$$X = \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \dots \\ \varphi_2 \\ \dots \\ |V_1| \\ \dots \\ \dots \\ |V_n| \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\varphi\} \\ \{|V|\} \end{Bmatrix} \quad \{\varphi\} = \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \dots \\ \dots \\ \varphi_n \end{Bmatrix} \quad |V| = \begin{Bmatrix} V_1 \\ \dots \\ \dots \\ V_n \end{Bmatrix}$$

Les puissances actives et réactives, aux nœuds charges, sont constantes.

Le but est donc de trouver le vecteur X pour des puissances actives et réactives  $P_i$  et  $Q_i$  données.

Pour cela on traite le problème suivant :

$$\begin{cases} P_i(X^k) = P_i \\ Q_i(X^k) = Q_i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_i - P_i(X^k) = 0 \\ Q_i - Q_i(X^k) = 0 \end{cases}$$

Qu'on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = [0] \Rightarrow \begin{Bmatrix} P - P(X^k) \\ Q - Q(X^k) \end{Bmatrix} = \{0\}; \Delta X = \begin{Bmatrix} \Delta \varphi \\ \dots \\ \dots \\ \Delta |V| \end{Bmatrix}$$

### I.6.3 Traitement du problème :

Pour l'application de la méthode de Newton Raphson nous avons choisi la forme polaire. Une fois que on 'a calculer, le Jacobien et la variation de la puissance active et réactive, on doit résoudre le système suivant :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = [J]^k \begin{Bmatrix} \Delta \varphi \\ \Delta |V| \end{Bmatrix}^k \quad (I.57)$$

Avec le Jacobien donné par l'équation suivant :

$$[J] = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}$$

Les variations de la puissance active et réactive s'écrivent :

$$\Delta P_i = P_{ispec} - P_i \quad (I.58)$$

$$\Delta Q_i = Q_{ispec} - Q_i \quad (I.59)$$

A l'aide de ce système, on peut calculer les nouvelles valeurs des tensions aux accès, aussi que leurs arguments.

$$\begin{Bmatrix} \{\varphi\} \\ \{|V|\} \end{Bmatrix}^{k+1} = \begin{Bmatrix} \varphi \\ |V| \end{Bmatrix}^k + \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}^{-1(k)} \begin{Bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{Bmatrix}^k \quad (I.60)$$

Ou :

$$|V_i^{k+1}| = |V_i^k| + |\Delta V_i^k| \quad (I.61)$$

$$\varphi_i^{k+1} = \varphi_i^k + \Delta \varphi_i^k \quad (I.62)$$

### I.6.3.1 Détermination des éléments du Jacobien [9], [14]

#### 1) Forme polaire

Pour déterminer les éléments du Jacobien, il suffit de dériver les équations des puissances actives et réactives par rapport à  $\varphi$  et  $|V|$  :

##### ➤ Élément de $J_1$ :

- Élément de la diagonale :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \varphi_i} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij}) \quad (I.63)$$

- Élément hors diagonale :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \varphi_j} = |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \sin(\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij}) \quad (I.64)$$

##### ➤ Élément de $J_2$ :

- Élément de la diagonale :

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2|V_i| Y_{ii} \cos(\theta_{ii}) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |V_i| |Y_{ij}| \cos(\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij}) \quad (I.65)$$

- Élément hors diagonale :

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i Y_{ij}| \cos (\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij}) \quad (\text{I.66})$$

**Élément de J<sub>3</sub> :**

- Élément de la diagonale :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \varphi_i} = \sum_{j=1, j \neq i}^n |V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos (\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij}) \quad (\text{I.67})$$

- Élément hors diagonale :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \varphi_j} = -|V_i| |V_j| |Y_{ij}| \cos (\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij}) \quad (\text{I.68})$$

➤ **Élément de J<sub>4</sub> :**

- Élément de la diagonale :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -2|V_i Y_{ii}| \sin (\theta_{ii}) + \sum_{j=1, j \neq i}^n |V_i Y_{ij}| \sin(\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij}) \quad (\text{I.69})$$

- Élément hors diagonale :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = |V_i Y_{ij}| \sin(\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij}) \quad (\text{I.70})$$

**2) Forme hybride**

Pour déterminer les éléments du Jacobien, il suffit de dériver les équations des puissances actives et réactives par rapport à  $\varphi$  et  $|V|$  :

➤ **Élément de J<sub>1</sub> :**

- Élément de la diagonale :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \varphi_i} = \sum_{j=1, j \neq i}^n |V_i| |V_j| [-G_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j) + B_{ij} \cos(\varphi_i - \varphi_j)] \quad (\text{I.71})$$

- Élément hors diagonale :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \varphi_j} = |V_i| |V_j| [G_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j) - B_{ij} \cos(\varphi_i - \varphi_j)] \quad (\text{I.72})$$

➤ **Élément de J<sub>2</sub> :**

- Élément de la diagonale :

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = 2|V_i| |G_{ii} + \sum_{j \neq i}^n |V_j| [G_{ij} \cos(\varphi_i - \varphi_j) + B_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j)] \quad (I.73)$$

- Élément hors diagonale :

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = |V_i| [G_{ij} \cos(\varphi_i - \varphi_j) + B_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j)] \quad (I.74)$$

**Elément de J<sub>3</sub> :**

- Élément de la diagonale :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \varphi_i} = \sum_{j \neq i}^n |V_i| |V_j| [G_{ij} \cos(\varphi_i - \varphi_j) + B_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j)] \quad (I.75)$$

- Élément hors diagonale :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \varphi_j} = |V_i| |V_j| [-G_{ij} \cos(\varphi_i - \varphi_j) - B_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j)] \quad (I.76)$$

➤ **Elément de J<sub>4</sub> :**

- Élément de la diagonale :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = -2|V_i| |B_{ii} + \sum_{j \neq i}^n |V_j| [G_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j) - B_{ij} \cos(\varphi_i - \varphi_j)] \quad (I.77)$$

- Élément hors diagonale :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = |V_i| [G_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j) - B_{ij} \cos(\varphi_i - \varphi_j)] \quad (I.78)$$

Pour les accès ( P, V ) où le module de la tension est spécifié et la puissance réactive est limitée par une valeur minimale Q<sub>min</sub> et une autre maximale Q<sub>max</sub>. Et tant que Q reste dans les limites spécifiées, il est possible de maintenir ΔQ<sub>i</sub> = 0. Ceci permet d'éliminer la ligne lui correspondant dans le Jacobien. Il est possible de maintenir la tension à une valeur de consigne V<sub>sp</sub> et donc ΔV<sub>i</sub> = 0, on peut alors éliminer la colonne correspondant à cette tension. Ceci tant que Q<sub>i</sub> reste dans les limites du générateur. Mais il y a un aspect à considérer que ces simplifications s'appliquent seulement tant qu'il est possible de produire assez d'énergie réactive au nœud.

Il existe deux approches pour prendre en considération cet aspect.

**Première méthode:** itérer jusqu'à la convergence, en ignorant un éventuel dépassement des limites de puissance réactive. Après convergence, on vérifie pour chaque nœud s'il y'a eu effectivement un dépassement et on procède comme suit :

$$Q \geq Q_{max} \Rightarrow Q = Q_{max}$$

$$Q \leq Q_{\min} \Rightarrow Q = Q_{\min}$$

Le nœud devient charge et donc on considère  $\theta_i$  et  $V_i$  dans la prochaine itération. On répète ce processus après convergence et on vérifie les limites de puissance réactive pour chaque nœud générateur.

Lors de cette vérification, on vérifie l'état des nœuds que nous avons changé en charge. On change leur classification comme suit :

$$Q = Q_{\max} \quad V_i > V_i^{sp} \text{ changer en générateur}$$

$$Q = Q_{\max} \quad V_i < V_i^{sp} \text{ ne pas changer en générateur}$$

$$Q = Q_{\min} \quad V_i < V_i^{sp} \text{ changer en générateur}$$

$$Q = Q_{\min} \quad V_i > V_i^{sp} \text{ ne pas changer en générateur}$$

Si un des nœuds change de statut alors il faudra refaire le calcul jusqu'à convergence.

**Deuxième méthode:** procéder à chaque itération aux vérifications décrites dans la première méthode jusqu'à convergence en procédant au changement d'états nécessaires.

[12]

#### **I.6.4 Méthode de Newton Raphson découplé [9]**

Une compilation majeure de la méthode de Newton Raphson est la nécessité d'évaluer et de résoudre le système d'équation linéaire (I.57) d'ordre  $(2n-2)(2n-2)$  par des méthodes directes ou itératives.

Où :  $n$  = nombre d'accès.

Cependant, le Jacobien doit être réévalué et le système linéaire (I.57) doit être résolu pour chaque itération, donc il y a la motivation pour trouver des moyens de simplifier ce temps consommé. La puissance active  $P$  est très sensible aux changements d'angle ( $\Delta\phi$ ), pendant que la puissance réactive  $Q$  dépend des changements des modules des tensions. il est raisonnable, alors de partager les systèmes d'équations (I.57) en deux systèmes d'équations découplé ( $P$  est découplé de ( $\Delta V$ ), et  $Q$  est découplé de ( $\Delta\phi$ ))

Reprenons le système d'équations matriciel (I.57) :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\phi \\ \Delta|V| \end{Bmatrix}$$

Les éléments des sous matrices  $J_1, J_2, J_3$  et  $J_4$  donnés par les équations (I.63...70) et sur la base des considérations précédentes, les éléments de  $J_2$  et  $J_3$  peuvent être négligés respectivement, devant ceux de  $J_1$  et  $J_4$  :

Le système précédant devient :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \varphi \\ \Delta |V| \end{Bmatrix} \quad (I.79)$$

Ce système est équivalent à :

$$[\Delta P] = [J_1][\Delta \varphi] \quad (I.80)$$

$$[\Delta Q] = [J_4][\Delta |V|] \quad (I.81)$$

Cette étape seule simplifie le problème. Les sous matrices  $[J_1]$  et  $[J_4]$  représente la moitié de l'ensemble de la taille du Jacobien. Et du moment que le nombre d'opérations arithmétiques, et le temps d'exécution pour la résolution du système linéaire à  $n$  équations varie en fonction  $n^3$ . la résolution d'un système de  $n$  équations doit prendre uniquement  $\frac{1}{4}$  du nombre d'opération requis pour un système de  $n$  équations.

### **I.6.5 Méthode découplée rapide de Newton Raphson**

Parmi la vaste littérature concernant le problème de calcul des puissances, deux chercheurs, B.slott et Ongun alsac, décrivent une série d'approximation qui produit d'avantage de simplifications. On doit se référer à incorporer la plupart de ces simplifications à l'algorithme découplé en ajoutant « rapide » à la méthode.

Pour comprendre la méthode, on rappelle l'équation générale qui constitue l'entrée diagonale de la matrice  $(\frac{\partial P}{\partial \varphi})$  :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \varphi_j} = |V_i V_j Y_{ij}| \sin(\varphi_i - \varphi_j - \theta_{ij})$$

En fonctionnement nominal du réseau, les modules des tensions en pu des accès sont tous voisins de l'unité et les différences entre les angles de phase des tensions des accès interconnectés sont faibles et peuvent être négligées devant  $\varphi_{ij}$  :

$$|V_i| \cong 1 \quad \text{et} \quad \varphi_i - \varphi_j \ll \theta_{ij}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \varphi_j} = |V_i||V_j||Y_{ij}| \sin(-\theta_{ij}) \quad (\text{I.82})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \varphi_j} = -|V_i||V_j||Y_{ij}| \sin(\theta_{ij}) = -|V_i||V_j|B_{ij} \quad (\text{I.83})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \varphi_j} = -|V_i||V_j|B_{ij} \approx -B_{ij} \quad (\text{I.84})$$

De la même façon, on détermine les éléments de la sous matrice  $[J_4]$  :

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = -|V_i||V_j|B_{ij} \approx -B_{ij} \quad (\text{I.85})$$

Le problème consiste à résoudre les deux systèmes suivants :

$$[\Delta P] = -[B][\Delta \varphi] \quad (\text{I.86})$$

$$[\Delta Q] = -[B][\Delta |V|] \quad (\text{I.87})$$

$$[B] = \text{Im}[Y] : \text{La matrice susceptance} \quad (\text{I.88})$$

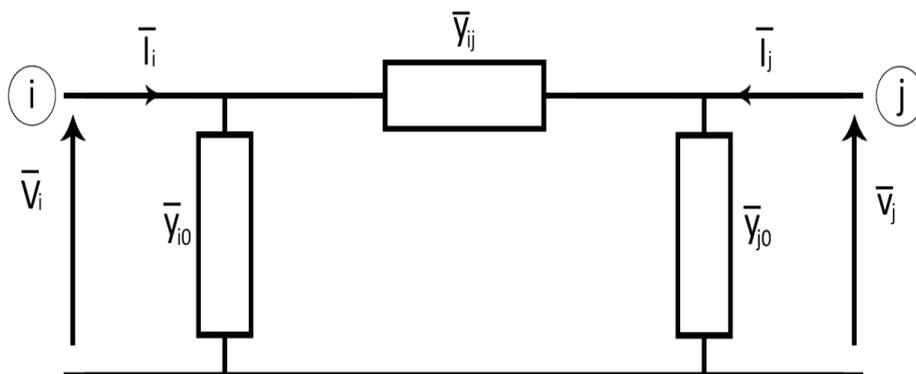
L'expérience a démontré que la meilleure convergence des propriétés et les temps recherchés, peuvent être atteints avec des approximations additionnelles.

## I.7 Calcul du transit de puissance [7]

Une fois que les tensions des accès calculées, les puissances transitant dans les différentes lignes du réseau peuvent être calculées.

### I.7.1 Puissance transitant dans les lignes

Soit une ligne reliant deux accès  $i$  et  $j$ , représentée par le schéma suivant figure I.10 :



**Figure I.10.** Circuit équivalent d'une ligne entre les accès  $i$  et  $j$ .

Le courant complexe transitant de i et j est :

$$\bar{I}_{ij} = \bar{y}_{ij}(\bar{V}_i - \bar{V}_j) + \bar{y}_{i0}\bar{V}_i \quad (\text{I.89})$$

La puissance complexe transitant de i et j est :

$$\begin{aligned} \bar{S}_{ij} &= \bar{V}_i \bar{I}_{ij}^* \\ &= \bar{V}_i [\bar{y}_{ij}(\bar{V}_i - \bar{V}_j) + \bar{y}_{i0}\bar{V}_i]^* \\ \bar{S}_{ij} &= \bar{V}_i^* \bar{V}_i^* \bar{y}_{ij}^* - \bar{V}_i \bar{V}_j^* \bar{y}_{ij}^* + \bar{V}_i \bar{V}_i^* \bar{y}_{i0}^* \\ \bar{S}_{ij} &= |\bar{V}_i|^2 \bar{y}_{ij}^* - \bar{V}_i \bar{V}_j^* \bar{y}_{ij}^* + |\bar{V}_i|^2 \bar{y}_{i0}^* \end{aligned} \quad (\text{I.90})$$

De la même façon, on trouve l'expression de la puissance transitant de j à i :

$$\bar{S}_{ji} = |\bar{V}_j|^2 \bar{y}_{ji}^* - \bar{V}_i \bar{V}_j^* \bar{y}_{ij}^* + |\bar{V}_j|^2 \bar{y}_{j0}^* \quad (\text{I.91})$$

Avec :  $\bar{I}_{ji}$ : le courant complexe qui transit de j à i :

$$\bar{I}_{ji} = \bar{y}_{ji}(\bar{V}_j - \bar{V}_i) + \bar{y}_{j0}\bar{V}_j \quad (\text{I.92})$$

$$\bar{S}_{ij} = |\bar{V}_i|^2 \bar{y}_{ij}^* - \bar{V}_i \bar{V}_j^* \bar{y}_{ij}^* + |\bar{V}_i|^2 \bar{y}_{i0}^* \quad (\text{I.93})$$

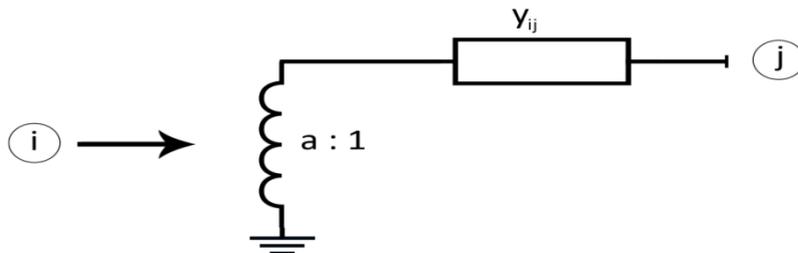
$$\bar{S}_{ij} = |\bar{V}_j|^2 \bar{y}_{ji}^* - \bar{V}_i \bar{V}_j^* \bar{y}_{ij}^* + |\bar{V}_j|^2 \bar{y}_{j0}^* \quad (\text{I.94})$$

## I.7.2 Puissance transitant dans les transformateurs

### I.7.2.1 Puissance transitant dans les transformateurs à gradin

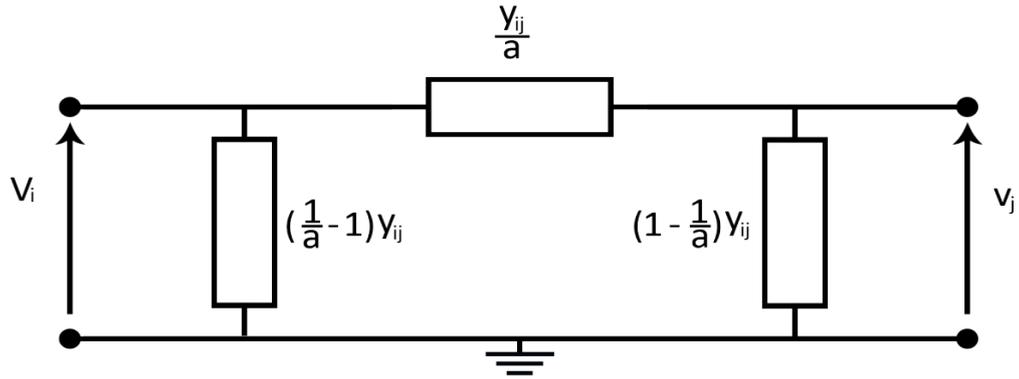
Soit le transformateur à gradin représenté par le schéma suivant figure I.11 :

Où : a (réel) est le rapport de transformation du transformateur



**Figure I.11.** Transformateur à gradin

Son schéma équivalent en  $\pi$  figure I.12 :



**Figure I.12.** Schéma équivalent en  $\pi$  d'un transformateur à gradin.

Sa matrice admittance nodale est :

$$[Y] = \begin{bmatrix} \frac{y_{ij}}{a^2} & -\frac{y_{ij}}{a} \\ -\frac{y_{ij}}{a} & y_{ij} \end{bmatrix}$$

Le courant transitant de i à j est :

$$\bar{I}_{ij} = \frac{\bar{y}_{ij}}{a^2} \bar{V}_i - \frac{\bar{y}_{ij}}{a} \bar{V}_j = \frac{1}{a} \left( \bar{V}_i \frac{\bar{y}_{ij}}{a} - \bar{V}_j \bar{y}_{ij} \right) \quad (I.95)$$

La puissance qui s'écoule de l'accès i vers j est :

$$\begin{aligned} \bar{S}_{ij} &= \bar{V}_i \bar{I}_{ij} = \bar{V}_i \left[ \frac{1}{a} \bar{y}_{ij} \left( \frac{\bar{V}_i}{a} - \bar{V}_j \right) \right]^* \\ \bar{S}_{ij} &= |\bar{V}_i|^2 \frac{\bar{y}_{ij}^*}{a^2} - \frac{1}{a} \bar{V}_i \bar{V}_j^* \bar{y}_{ij} \end{aligned} \quad (I.96)$$

Le courant transitant de j à i est :

$$\bar{I}_{ji} = \left( \bar{V}_j - \frac{1}{a} \bar{V}_i \right) \bar{y}_{ij} \quad (I.97)$$

La puissance qui s'écoule de l'accès j à i est :

$$\bar{S}_{ij} = |\bar{V}_j|^2 \bar{y}_{ij}^* - \bar{V}_j \bar{V}_i^* \frac{\bar{y}_{ij}}{a} \quad (I.98)$$

Calcul des pertes de puissance :

Soient :

$\overline{S}_{ij}$  : la puissance complexe transitant de i à j.

$\overline{S}_{ji}$  : la puissance complexe transitant de j à i.

La puissance complexe perdue dans la branche (i-j) est donnée par :

$$\overline{S}_{ij} = \overline{S}_{ij} + \overline{S}_{ji} = (P_{ij} + P_{ji}) + j(Q_{ij} + Q_{ji}) \quad (I.99)$$

La puissance complexe totale perdue dans le réseau est égale à la somme des puissances perdues dans l'ensemble de ses branches.

### **I.8 Algorithme pour la méthode de Newton-Raphson**

1-Lecture des données du réseau.

2-Définir le critère de convergence  $\varepsilon$  et le nombre maximum d'itération  $K_{\max}$ .

3-Initialiser les tensions complexes des accès.

$|\overline{V}_1| = \overline{V}_1$ , Spéc       $\theta_1 = 0^\circ$       accès 1 = accès bilan.

$|\overline{V}_i| = \overline{V}_i$ , Spéc       $\theta_i = 0^\circ$       pour les accès (P, V).

$|\overline{V}_i| = 1$        $\theta_i = 0^\circ$       pour les accès (P, Q).

4-Formation de la matrice  $\overline{Y}_{\text{nodale}}$  ( $\overline{Y}_{\text{bus}}$ ).

5-Initialiser le compteur d'itération ( $K_i=0$ ).

6-Calculer les  $P_i$  et  $Q_i$        $i=2, n$  (n : nombre d'accès).

7-Calculer les  $\Delta P_i^{(k)} = P_i^{\text{Spec}} - P_i^{\text{Cal}^{(k)}}$        $i = 2, n$ .

$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i^{\text{Spec}} - Q_i^{\text{Cal}^{(k)}} \quad \text{pour les accès (P, Q).}$$

8-Pour  $i = 2, n$

Si type (i) = 3 ; type (i) = 3 : accès générateurs ; type (i) = 2 : accès charge

$$|\overline{V}_i| = |\overline{V}_i^{\text{sp}}| ; \Delta |\overline{V}_i| = 0 ; \Delta Q_i = 0$$

Fin Si

9-Calculer  $MDP = \max|\Delta P_i|$

$$MDQ = \max|\Delta Q_i|$$

## Chapitre I Écoulement de puissance dans les réseaux électriques

Si  $MDP \leq \varepsilon$  ou  $MDQ \leq \varepsilon$  alors aller à 16

10-Former le Jacobien du système : (éliminer les lignes et colonnes des accès (P,|V|))

11-Résoudre le système :

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = [J]^k \begin{Bmatrix} \Delta \varphi \\ \Delta |V| \end{Bmatrix}^k$$

12-Calculer les nouvelles valeurs des tensions complexes.

$$\begin{cases} |\bar{V}_i|^{k+1} = |\bar{V}_i|^k + \Delta |\bar{V}_i|^k \\ \theta_i^{k+1} = \theta_i^k + \Delta \theta_i^k \end{cases}$$

13-Incrémenter le compteur d'itération ( $K_i = K_i + 1$ )

Si  $K_i \geq K_{\max}$  alors aller à 16

14-Calculer  $P_i$  et  $Q_i$

15-pour les accès générateurs vérifier les conditions suivantes :

$Q = Q_{\max}$   $V_i > V_i$  sp reste accès générateur

$Q = Q_{\max}$   $V_i < V_i$  sp changer en accès charge. Reprendre le processus itératif

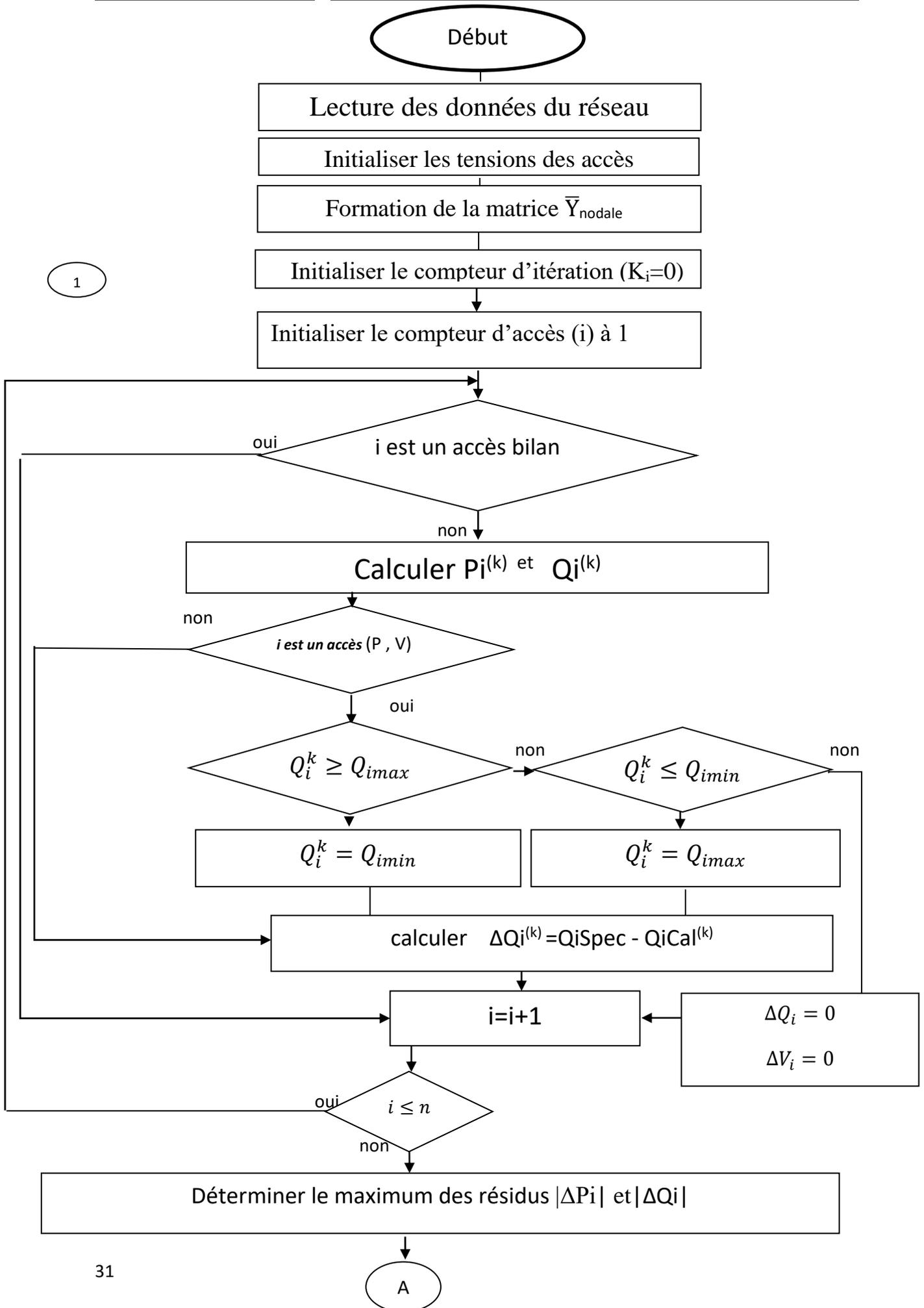
$Q = Q_{\min}$   $V_i < V_i$  sp reste accès générateur

$Q = Q_{\min}$   $V_i > V_i$  sp changer en accès charge. Reprendre le processus itératif

16-Calculer les puissances qui s'écoulent dans les branches

17-Imprimer les résultats

18-Fin



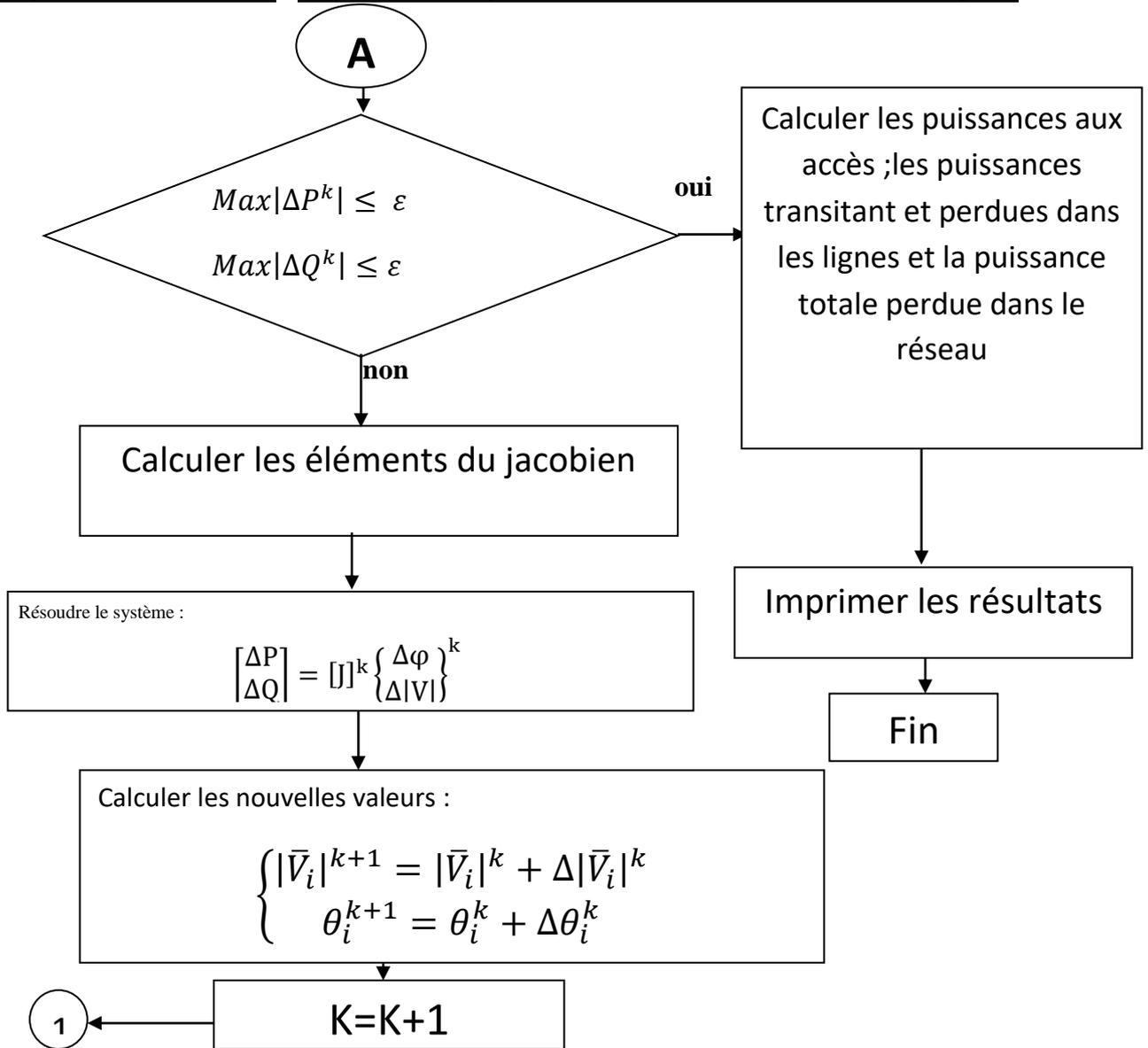


Figure I.13. Organigramme de la méthode de Newton Raphson.

### I.9 Conclusion

Selon ce qui précède, afin d'analyser le réseau électrique, il faut calculer l'écoulement de puissance dont le calcul doit passer par la résolution des équations non linéaires, où le recours aux méthodes numériques est inévitable. Nous avons conclu que la méthode de Newton-Raphson représente des avantages énormes, c'est pour cette raison que nous allons l'utiliser dans la partie du calcul de l'écoulement de puissance. Lors de l'optimisation qu'on va effectuer par la suite .

# **Chapitre II**

## **Dispatching économique dans les réseaux électriques**

## **II.1 Introduction**

Le calcul de l'écoulement de puissance conventionnel ne répond que partiellement à un problème plus général comportant une exigence d'optimisation consistant à minimiser une fonction objectif à partir des variables  $P$ ,  $Q$ ,  $V$ , et  $\theta$ , tout en respectant les contraintes d'égalités et les contraintes d'inégalités qui traduisent les limites de fonctionnement des ouvrages (groupes de production, lignes, transformateurs, ...etc). Ce type de problèmes est connu par le Dispatching Economique ou plus généralement : Ecoulement de Puissance Optimal (OPF).[15]

Le principe de dispatching économique est de trouver la contribution en puissance de chaque unité de production du système électrique, de telle sorte que le coût total de production soit minimisé le plus possible pour n'importe quelle condition de charge tout en respectant les contraintes physiques de ces générateurs.

La répartition économique d'énergie a pris une importance considérable avec l'apparition de la crise d'énergie nécessitant des combustibles de plus en plus chers. Il faut donc planifier les puissances actives et réactives de chaque centrale électrique, de telle sorte que le coût total de fonctionnement du réseau entier soit minimal. D'une autre façon, il faut varier les puissances active et réactive des générateurs dans certaines limites afin de satisfaire la demande particulière de la charge avec un coût minimal du combustible. Ce processus est appelé l'écoulement de puissance optimal, et parfois, il est connu comme le problème de dispatching économique [16]. Pour résoudre le problème de l'acheminement de la puissance disponible sur les lieux de consommation, il est nécessaire de déterminer le niveau de production de chaque groupe et les transites de puissance dans le réseau. Il faut faire face à la demande en respectant les contraintes technico-économiques d'exploitation afin de minimiser les coûts de production [17]. Dans ce chapitre, nous allons étudier des techniques et des méthodes pour résoudre le problème de dispatching économique dans les réseaux électriques avec et sans pertes, qui seront, par la suite, validées sur le réseau IEEE 26 jeux de barres.

## **II.2 Définition du dispatching économique**

Le dispatching économique est un problème d'optimisation statique qui consiste à répartir la production de la puissance active et réactive demandée entre les différentes centrales du réseau, de sorte à exploiter ce dernier de la manière la plus économique

possible. Cette distribution doit respecter les limites de production des centrales. La variable à optimiser est donc le coût de production de la puissance d'un réseau électrique [18].

### II.3 Fonction coût et coût incrémentale

C'est la fonction objective à optimiser, ou le coût de production reflète principalement le coût du combustible utilisé ajouté aux coûts d'exploitation et de maintenance de la centrale. L'objectif est de réduire au minimum le coût de la puissance totale générée par l'ensemble des centrales interconnectées. Ce problème devient plus simple lorsque les limites des puissances de chaque générateur et les pertes dans le réseau sont négligées, Il est décrit comme suit :

$$C_t = \sum_{i=1}^n C_i(Pg_i) = \sum_{i=1}^n a_i + b_iPg_i + c_iPg_i^2 \tag{II.1}$$

Avec :

$$C_i(Pg_i) = a_i + b_iPg_i + c_iPg_i^2 \tag{II.2}$$

$Pg_i$  : puissance active générée par unité de génération (i).

$C_i(Pg_i)$ : représente la fonction coût de la centrale (i) exprimée en \$/h.

$C_t$  : représente le coût total de production.

n : nombre de nœuds générateurs (producteurs).

$a_i, b_i, c_i$  : coefficients de la fonction coût propres à chaque centrale (i).

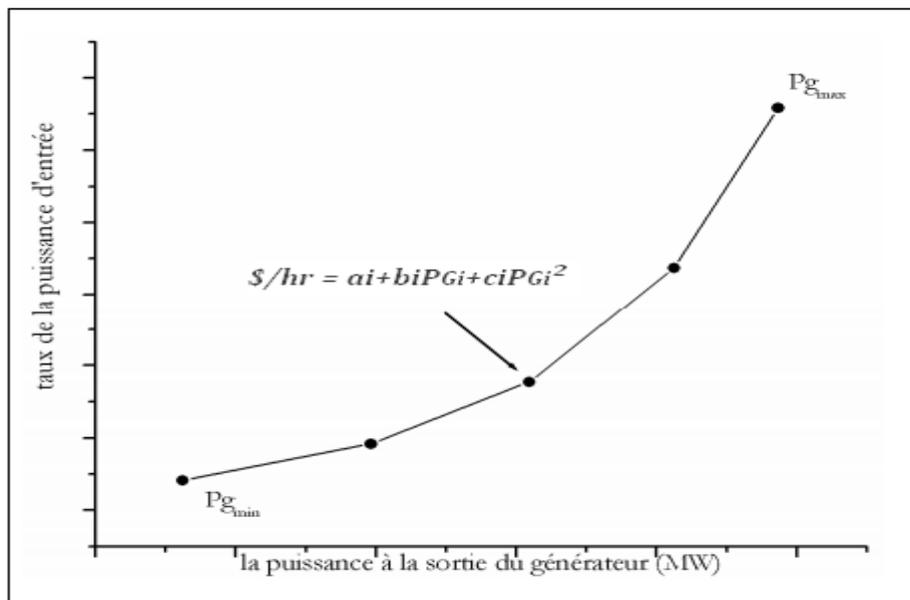
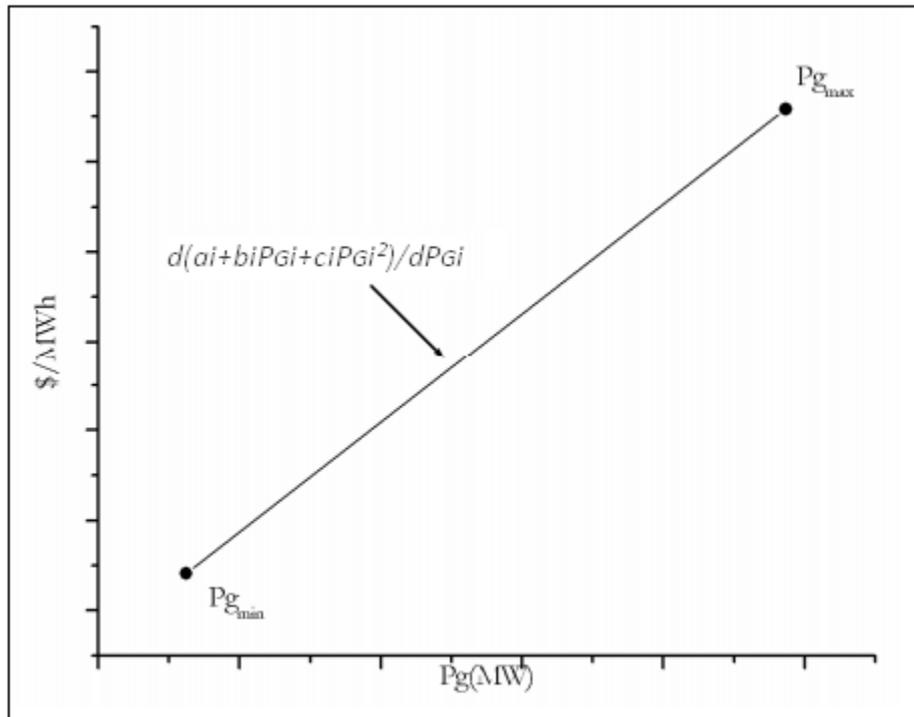


Figure II.1. Courbe typique du coût de production d'une centrale thermique.

Le coût de production à l'entrée en \$/h varie avec la puissance à la sortie du générateur  $P_{gi}$  en MW. La relation entre le coût de production et la puissance de sortie est appelée « courbe de coût de production » (Figure II.1).

La dérivée de la fonction du coût de production est représentée par une droite dite « le coût marginal lambda ou coût incrémental » (Figure II.2).

$$\lambda = b_i + 2c_i \times P_{gi} \tag{II.3}$$



**Figure II.2.** Courbe de coût marginal lambda ( $\lambda$ ).

La courbe de l'accroissement du coût de combustible, mesure le coût additionnel du combustible \$/MW, pour augmenter la puissance de sortie du générateur de 1 MW. [19] [20]

## II.4 Contraintes

### II.4.1 Contraintes d'égalités

C'est l'équation de l'écoulement de puissance en équilibre entre la génération et la demande exprimée par la formule suivante :

$$\sum_{i=1}^n P_{gi} = P_c + P_L \tag{II.4}$$

Avec :

$$\sum_{i=1}^{nd} P_{ci} = P_c \tag{II.5}$$

Où :

$P_{ci}$  : puissance active consommée par la charge (i).

$P_c$  : puissance active totale consommée.

$P_L$  : pertes actives dans le réseau.

$P_{gi}$  : puissance active générée au nœud (i).

$N_d$  : nombre de nœud consommateurs.

**II.4.2 Contraintes d’inégalités**

On les appelle aussi les contraintes de sécurité, directement liées aux limites associées aux centrales électriques :

$$P_{gi} - P_{gi}^{max} \leq 0 \tag{II.6}$$

$$P_{gi}^{min} - P_{gi} \leq 0 \tag{II.7}$$

Où :

$P_{gi}^{max}$  : est la puissance active maximale du générateur (i).

$P_{gi}^{min}$  : est la puissance active minimal du générateur (i). [21]

On trouve aussi des contraintes d’inégalités liées aux limites des équipements sur les courants transitant ( $I_{ij}^{min}, I_{ij}^{max}$ ), sur les tensions ( $V_{ij}^{min}, V_{ij}^{max}$ ).....etc.

$$I_{ij}^{min} \leq I_{ij} \leq I_{ij}^{max} \tag{II.8}$$

$$V_{ij}^{min} \leq V_{ij} \leq V_{ij}^{max} \tag{II.9}$$

**II.5 Formulation mathématique du problème de dispatching économique**

Le dispatching économique dans les réseaux électriques est un problème de minimisation du coût de production de tous les générateurs. D’autre part, on sait très bien que les facteurs influant sur le coût sont résumés en trois points essentiels :

- Le rendement de fonctionnement des générateurs.
- Le coût du combustible.
- Les pertes dans les lignes de transmission.

Pour minimiser la fonction coût, on peut agir sur l'un des points précédents. Cette minimisation peut être traduite par la condition suivante :

$$\min \sum_{i=1}^n C_i(Pg_i) \quad (\text{II.10})$$

Dans le cas général on minimise cette fonction tout en respectant les contraintes d'égalités et d'inégalités. [22]

## **II.6 Méthodes de résolution du dispatching économique**

### **II.6.1 Dispatching économique sans pertes [12]**

Le dispatching économique statique sans perte est plus simple, seules les puissances actives générées par les centrales influencent sur le coût de production, la résolution est faite pour un instant précis.

La solution du dispatching économique est obtenue à l'aide de deux types de méthode d'optimisation :

- La méthode de Kuhn-Tucker et la méthode de Gradient utilise le gradient.
- La méthode d'itération de Lambda qui utilise les itérations (minimisation sans gradient).

Dans certains cas on peut considérer le problème de dispatching comme linéaire par parties, on utilise alors la programmation linéaire.

#### **II.6.1.1 Méthode de Lagrange**

Le système d'équation (II-2) est un problème d'optimisation non linéaire, soumis à des contraintes, qui peut être résolu par le développement d'une fonction qui s'appelle la fonction de Lagrange.

Pour obtenir l'extremum d'une fonction objectif, on doit ajouter la fonction de contrainte à la fonction objective, par le multiplicateur de Lagrange, qui est préalablement indéterminé. La fonction augmentée de Lagrange du problème est donnée comme suit :

$$L = C_t + \lambda(Pc - \sum_{i=1}^n Pg_i) \quad (\text{II.11})$$

Le minimum de cette fonction sans contrainte est trouvé au point où les dérivées partielles de la fonction par rapport à ses variables sont égales à zéro.

Dans ce cas, on a n+1 variables, les inconnues sont les puissances générées et le multiplicateur de Lagrange.

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = Pc - \sum_{i=1}^n Pg_i = 0 \quad (\text{II.12})$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_{gi}} = \frac{\partial C_t}{\partial P_{gi}} + \lambda(0 - 1) = 0 \quad (\text{II.13})$$

$$\frac{\partial C_t}{\partial P_{gi}} = \frac{\partial C_i}{\partial P_{gi}} = \lambda \quad (\text{II.14})$$

Et donc la condition pour le dispatching économique est :

$$\lambda = b_i + 2c_i P_{gi} \quad (\text{II.15})$$

Et

$$\sum_{i=1}^n P_{gi} = P_c \quad (\text{II.16})$$

L'équation (II.16) représente la contrainte d'égalité qui doit être imposée. En résumé, si les pertes sont négligées, et si les limites de puissance produite par les générateurs sont ignorées, l'opération la plus économique est de faire fonctionner tous les générateurs au même coût incrémental de production équation (II.14), tout en satisfaisant la contrainte d'égalité donnée par l'équation(II.16).

Afin de trouver la solution, on tire  $P_{gi}$  de l'équation (II.15).

$$P_{gi} = \frac{\lambda - b_i}{2c_i} \quad i = 1 \dots \dots n \quad (\text{II.17})$$

Les relations données par l'équation (II.17) sont en fonctions de  $\lambda$ . La solution optimale ( $\lambda$ ) peut être calculée en remplaçant  $P_{gi}$  dans l'équation (II.12) c-à-d.

$$\sum_{i=1}^n \frac{\lambda - b_i}{2c_i} = P_c$$

D'où :

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{b_i}{2c_i} \right) + P_c}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{2c_i} \right)} \quad (\text{II.18})$$

La valeur de  $\lambda$  trouvée par l'équation (II.15) est remplacée dans l'équation (II.17) pour obtenir les puissances générées dans chaque jeu de barre

$$P_{gi} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{b_i}{2c_i} \right) + P_c}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{2c_i} \right)} - b_i}{2c_i} \quad (\text{II.19})$$

Cette dernière expression qui nous donne donc l'ensemble des puissances générées minimisant le coût total (contraintes d'inégalités négligées) et constituant notre premier optimum, il est applicable s'il n'existe pas de limite sur les puissances générées. [22]

En tenant compte des limites de génération, les conditions nécessaires sont ainsi modifiées, et données par :

$$Pg_{nv}^{min} \leq P_{ng} \leq Pg_{nv}^{max} \Rightarrow \frac{\partial C_{ng}}{\partial P_{ng}} = \lambda \quad (II.20)$$

$$Pg_{nv} = Pg_{nv}^{max} \Rightarrow \frac{\partial C_{nv}}{\partial P_{ng}} \leq \lambda \quad (II.21)$$

$$Pg_{nv} = Pg_{nv}^{min} \Rightarrow \frac{\partial C_{nv}}{\partial P_{ng}} \geq \lambda \quad (II.22)$$

Ou :

*ng* : ensembles des générateurs satisfaisant les contraintes d'inégalité.

*nv* : ensembles des générateurs ayant violés les limites supérieures ou inférieures.

D'une autre façon, si certains générateurs dépassent leurs limites, on prend cette limite la plus proches, et on continue le processus de calcul pour les autres avec une puissance totale demandée diminuée de celles des générateurs ayant violées leurs limites.

Et l'algorithme de calcul optimal de la puissance sans pertes par la méthode de Lagrange est comme suit:

1. calcul des puissances générées de chaque générateur par la formule II.19 :

$$P_{gi} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{b_i}{2c_i}\right) + Pc}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2c_i}\right)} - b_i}{2c_i}$$

2. On vérifie les dépassements des puissances générées :

$$si \quad P_{gi} \geq P_{gi}^{max} \quad \text{Alors : } P_{gi} = P_{gi}^{max}$$

$$si \quad P_{gi} \leq P_{gi}^{min} \quad \text{Alors : } P_{gi} = P_{gi}^{min}$$

3. On prend les puissances générées ayant violées leurs limites minimales ou maximales comme des charges

$$Pd_i^\circ = -P_{gi} \quad i (i=1, \dots, n)$$

4. Les nouvelle puissances générées par les accès restants concerne par le dispatching est donnée comme suit:

$$\sum_{i=1}^{ng} P_{gi} = Pc + \sum_{i=1}^{nv} Pd_i^\circ$$

5. Le processus itératif continue en retournant à l'étape 1 jusqu'à ce que toutes les contraintes soient satisfaites.

6. Calcul du coût de production total :

$$C_t = \sum_{i=1}^n C_i(P_{gi}) = \sum_{i=1}^n a_i + b_i P_{gi} + c_i P_{gi}^2$$

**II.6.1.2 Méthode de Gradient**

Historiquement, les méthodes du Gradient sont les plus anciennes. Elles permettent de résoudre des problèmes d'optimisation non linéaires et sont basées sur une hypothèse forte qui est la connaissance de la dérivée de la fonction objective en chacun des points de l'espace.

Cette méthode peut être classée en deux catégories de premier et de deuxième ordre. Le premier ordre basé sur une approximation linéaire en séries de Taylor avec initialisation du gradient, et le deuxième ordre est basé sur l'approximation quadratique en séries de Taylor avec initialisation du gradient en utilisant l'Hessien **H** (la deuxième dérivée partielle par rapport à toutes les variables de la fonction).

Afin de minimiser une fonction à partir d'une solution approchée, le plus simple est de suivre la ligne de la plus grande pente. D'un point de vue mathématique, la pente d'une fonction correspond à la dérivée de cette dernière. Si l'on se place dans le cadre d'une fonction ayant plusieurs paramètres, la dérivée devient un vecteur: le gradient de la fonction. Chaque élément de ce vecteur correspond alors à la dérivée partielle de la fonction selon l'un de ses paramètres. [12]

Une solution rapide peut être obtenue en utilisant la méthode du Gradient de premier ordre.

La forme générale du problème, trouver  $\lambda$  qui vérifie l'équation (II.16) Comme suit :

$$f(\lambda) = \sum_{i=1}^n \frac{\lambda - b_i}{2c_i} = Pc \tag{II.23}$$

En développant en fonction de série de Taylor le côté gauche de l'équation ci-dessus pour un point de fonctionnement  $\lambda$ , et en négligeant les termes d'ordre supérieur, on aura :

$$f(\lambda)^{(k)} + \left( \frac{df(\lambda)}{d\lambda} \right)^{(k)} \Delta\lambda^{(k)} = Pc \tag{II.24}$$

On utilise cette approximation linéaire pour trouver  $\Delta\lambda^{(k)}$  :

$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\left[ \frac{df(\lambda)}{d\lambda} \right]^{(k)}} \tag{II.25}$$

Avec :

$$\Delta P^{(k)} = Pc - \sum_{i=1}^n P g_i^{(k)}$$

$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2c_i}} \quad (\text{II.26})$$

Et donc :

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \Delta\lambda^{(k)} \quad (\text{II.27})$$

Le processus itératif se poursuit jusqu'à ce que l'erreur  $\Delta P^{(k)}$  soit inférieure à la tolérance ( $\varepsilon$ ). [10]

En tenant compte des limites de production de chaque générateur, les conditions nécessaires sont ainsi modifiées, et données par :

$$Pg_{nv}^{min} \leq P_{ng} \leq Pg_{nv}^{max} \Rightarrow \frac{\partial C_{ng}}{\partial P_{ng}} = \lambda \quad (\text{II.28})$$

$$Pg_{nv} = Pg_{nv}^{max} \Rightarrow \frac{\partial C_{nv}}{\partial P_{g_{nv}}} \leq \lambda \quad (\text{II.29})$$

$$Pg_{nv} = Pg_{nv}^{min} \Rightarrow \frac{\partial C_{nv}}{\partial P_{g_{nv}}} \geq \lambda \quad (\text{II.30})$$

Ou :

$ng$  : ensembles des générateurs satisfaisant les contraintes d'inégalité.

$nv$  : ensembles des générateurs ayant violés les limites supérieures ou inférieures.

L'algorithme de résolution pour la méthode du Gradient obéit aux étapes suivantes :

- **Etape 01** : lire les données :  $P_c, Pg_i^{max}, Pg_i^{min}, a_i, b_i, c_i$

Initialisation de :

1) Compteur d'itération  $k = 0$ .

2) Du coût de production incrémental  $\lambda^{(0)}$

- **Etape 02**: calculer les puissances produites par chaque générateur (i)
- **Etape 03**: vérifie les dépassements des puissances générées :

$$si \quad P_{g_i} \geq P_{g_i}^{max} \quad \text{Alors: } P_{g_i} = P_{g_i}^{max}$$

$$si \quad P_{g_i} \leq P_{g_i}^{min} \quad \text{Alors : } P_{g_i} = P_{g_i}^{min}$$

On prend les puissances générées ayant violées leurs limites comme des charges

$$Pd_i^\circ = -P_{g_i} \quad i (i=1, \dots, n)$$

Les puissances générées par les accès restants concerne par le dispatching est donnée comme suit:

$$\sum_{i=1}^{ng} Pgi = Pc + \sum_{i=1}^{nv} Pd_i^\circ$$

- **Etape 04** : test d'arrêt
- $\Delta P^{(k)} = Pc - \sum_{i=1}^n Pgi^{(k)}$

$$\text{Si : } \Delta P^{(k)} \leq \varepsilon$$

Aller à l'étape 07.

- **Etape 05** : calcul de  $\Delta\lambda^{(k)}$  à partir de l'équation (II.26):

$$\Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{2c_i}}$$

- **Etape 06** : calcul le nouveau coût marginal  $\lambda^{(k+1)}$  à partir de l'équation (II.27):

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \Delta\lambda^{(k)}$$

k = k+1, aller à l'étape 2.

- **Etape 07** : calcul du coût de production total :

$$C_t = \sum_{i=1}^n C_i(Pgi) = \sum_{i=1}^n a_i + b_i Pgi + c_i Pgi^2$$

## II. 6.2 Dispatching économique avec perte

Dans les systèmes réels, le transport de l'énergie électrique vers les jeux de barres de charge est souvent accompagné par des pertes de transmission. Le problème du dispatching économique devient plus compliqué par rapport au cas précédent où les pertes sont négligées. Donc, la topologie du réseau aura un incident sur la répartition optimale de la production. On part du raisonnement utilisé pour le dispatching sans pertes, pour pénaliser les centrales qui produisent de la puissance dont le transit provoque des pertes importantes, on multiplie leur fonction coût par un facteur de pénalité [15].

Il existe deux approches générales pour résoudre le problème du dispatching économique avec pertes de puissance :

### A- considération des pertes constants

Dans ce cas, la valeur des pertes est associée avec la puissance demandée totale et le problème sera étudié comme le cas sans perte.

## B- pertes variables

On doit développer une expression mathématique des pertes de puissances actives, en fonction des puissances actives des générateurs.

### II. 6. 2.1 Calcul des pertes

Il existe deux approches générales pour calculer les pertes :

- On calcule les pertes de transmission par les méthodes de calcul de l'écoulement de puissance N-R ou G-S.
- La méthode «*formule des pertes*» approximée est basée sur l'approximation des pertes totales de puissance active par une fonction directe des puissances actives des générateurs ( $P_{gi}$ ) et les coefficients des pertes donnée par l'équation suivante [15].

$$P_L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n P_{gi} B_{ij} P_{gj} + \sum_{i=1}^n P_{gi} B_{0i} + B_{00} \quad (\text{II.31})$$

Où :  $P_{gi}$  : puissance active du générateur  $i$ .

$B_{ij}$ ,  $B_{0i}$  et  $B_{00}$  : coefficients de pertes (constantes réelles).

Les deux approches sont utilisées dans ce mémoire comme nous allons voir au quatrième chapitre (résultat et simulation).

Les coefficients de pertes sont des constantes réelles spécifiques au réseau étudié, et sont calculés en fonction de la matrice impédance du réseau. Dans la littérature, Il existe beaucoup de formules pour le calcul des coefficients des pertes.

#### a) Calcul des coefficients $B_{ij}$ [12]

Pour calculer les coefficients  $B_{ij}$ , nous partons des équations de l'écoulement de puissance :

$$P_i = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| [G_{ij} \cos(\varphi_i - \varphi_j) + B_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j)] \quad (\text{II.32})$$

$$P_{ij} = V_i^2 G_{ii} - |V_i| |V_j| [G_{ij} \cos(\varphi_i - \varphi_j) + B_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j)] \quad (\text{II.33})$$

$$P_{ji} = V_j^2 G_{jj} - |V_i| |V_j| [G_{ij} \cos(\varphi_j - \varphi_i) + B_{ij} \sin(\varphi_j - \varphi_i)] \quad (\text{II.34})$$

Avec

$P_{ij}$  : la puissance qui quitte le nœud  $i$  en direction du nœud  $j$ .

$P_{ji}$  : la puissance qui quitte le nœud  $j$  en direction du nœud  $i$ .

La somme de ces termes représente les pertes sur la ligne qui lié les nœuds  $i$  et  $j$

$$\begin{aligned} PL_{ij} &= P_{ij} + P_{ji} \\ &= G_{ij} [V_i^2 - 2V_i V_j \cos(\varphi_j - \varphi_i) + V_j^2] \end{aligned}$$

$$= G_{ij} [(V_i - V_j)^2 + V_i V_j (\varphi_j - \varphi_i)^2] \tag{II.35}$$

Ce dernier résultat est obtenu en considérant que  $\varphi_i - \varphi_j \approx 0$ , on peut donc utiliser le développement en série de Taylor  $\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2}$

Si de plus nous faisons l'hypothèse que les tensions aux nœuds sont toutes proches de leur valeur nominale (1 pu), nous obtenons l'approximation (II-36) qui représente les pertes actives sur chaque ligne.

$$P_{Lij} = G_{ij} (\varphi_i - \varphi_j)^2 \tag{II.36}$$

Les pertes actives totales sont données en sommant les  $P_{Lij}$  tel que :

$$P_L = \sum_{i=1}^n P_{Lij} \tag{II.37}$$

Ce qui nous donne sous forme matricielle :

$$P_L = \sum \Psi^T G \Psi \tag{II.38}$$

$$G = \begin{pmatrix} G_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & G_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & & G_{nn} \end{pmatrix} \tag{II.39}$$

Et : où  $\Psi = M \varphi$

Avec :

$\Psi$ : vecteur des déphasages entre lignes.

$M$  : matrice d'incidence des lignes.

$\Phi$  : Vecteur des phases des nœuds.

Le vecteur  $\varphi$  peut être approximé par l'approche de l'écoulement de puissance à courant continu avec :

$$P_{gi} - P_d = A \varphi \Leftrightarrow \varphi = A^{-1} (P_{gi} - P_c)$$

Avec  $A$  : matrice du DC load flow.

Pour rappel, l'écoulement de puissance à courant continu se base sur les approximations suivantes :

- Toutes les conductances des lignes sont négligeables :  $G_{ij} \approx 0$
- Toutes les différences angulaires sont petites :  $\sin \varphi = \varphi$
- Toutes les tensions restent constantes à leur valeur nominale :  $\forall i, V_i \approx 1 \text{ pu}$

Nous obtenons donc l'équation de l'écoulement de puissance :

$$\begin{aligned}
 P_i &= V_i^2 G_{ij} - |V_i| \sum_{i \neq j}^n |V_j| [G_{ij} \cos(\varphi_i - \varphi_j) + B_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j)] \\
 &\approx -|V_i| \sum_{i \neq j}^n |V_j| [B_{ij} \sin(\varphi_i - \varphi_j)] \\
 \Rightarrow P_i &= \sum_{i \neq j}^n -|V_i| [B_{ij} V_j (\varphi_i - \varphi_j)] \tag{II.40}
 \end{aligned}$$

Ou :

$$\begin{cases} a_{ij} = V_i V_j B_{ij} \quad \forall i \neq j \\ a_{ii} = -\sum a_{ij} \end{cases} \tag{II.41}$$

Donc, on peut conclure que les pertes de ligne deviennent :

$$\begin{aligned}
 P_L &= \sum \Psi^T G \Psi \\
 &= \sum (P_{gi} - P_c)^T A^{-1} M^T G M A^{-1} (P_{gi} - P_c) \\
 &= \sum P_c^T B P_c - 2 P_c^T B P_{g_i} + P_{g_i}^T B P_{g_j} \tag{II.42}
 \end{aligned}$$

Enfin :

$$B = A^{-1} M^T G M A^{-1}$$

$$B_{ij} = B$$

$$B_{oi} = -2 P_c^T B$$

$$B_{oo} = \sum P_c^T B P_d$$

### II. 6.2.2 Méthode de Lagrange

Le dispatching économique consiste à minimiser le coût de production total  $C_t$ , qui est en fonction des puissances actives produites par les générateurs :

$$C_t = \sum_{i=1}^n C_i(P_{g_i})$$

$$C_i(P_{g_i}) = a_i + b_i P_{g_i} + c_i P_{g_i}^2 \tag{II.43}$$

Tout en respectant la contrainte d'égalité

$$\sum_{i=1}^n P_{g_i} = P_c + P_L \tag{II.44}$$

Et les contraintes d'inégalités (limites de la puissance produite) :

$$Pg_i^{min} \leq Pg_i \leq Pg_i^{max} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Où :  $Pg_i^{min}$  et  $Pg_i^{max}$  sont respectivement, les limites minimum et maximum de puissance produite, par le générateur (i).

On trouve aussi des contraintes d'inégalités liées aux limites des équipements du réseau électrique telle que les courants transitant ( $I_{ij}^{min}, I_{ij}^{max}$ ), et aussi sur les tensions ( $V_{ij}^{min}, V_{ij}^{max}$ ) aux accès comme suit :

$$I_{ij}^{min} \leq I_{ij} \leq I_{ij}^{max} \text{ et } V_{ij}^{min} \leq V_{ij} \leq V_{ij}^{max}$$

En utilisant le multiplicateur de Lagrange et en ajoutant des termes additionnels pour inclure les contraintes d'inégalités, on obtient:

$$L = C_t + \lambda(P_c + P_L - \sum_{i=1}^n Pg_i) + \sum_{i=1}^n \mu_i^{max} (Pg_i - Pg_i^{max}) + \sum_{i=1}^n \mu_i^{min} (Pg_i^{min} - Pg_i) \quad (II.45)$$

Les contraintes d'inégalités peuvent être mieux interprétées par les deux équations suivantes :

$$\mu_i^{max} = 0, \text{ si } Pg_i \leq Pg_i^{max} \quad (II.46)$$

Et :

$$\mu_i^{min} = 0, \text{ si } Pg_i \geq Pg_i^{min} \quad (II.47)$$

En d'autres termes, si la contrainte d'inégalité correspondante au générateur (i) est respectée, son multiplicateur associé ( $\mu_i$ ) sera égal à zéro et le terme correspondant dans l'équation (II.45) disparaîtra. La contrainte devient active une fois non respectée.

Le minimum de la fonction de Lagrange (II.45) sans contrainte est trouvé au point où les dérivées partielles de la fonction par rapport à ses variables ( $Pg_i, \lambda, \mu_i^{max}, \mu_i^{min}$ ) sont égales à zéro.

$$\frac{\partial L}{\partial Pg_i} = 0 \Rightarrow \frac{\partial C_t}{\partial Pg_i} + \lambda \left( 0 + \frac{\partial P_L}{\partial Pg_i} - 1 \right) = 0 \quad (II.48)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \quad (II.49)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_i^{max}} = Pg_i - Pg_i^{max} = 0 \quad (II.50)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_i^{min}} = Pg_i^{min} - Pg_i = 0 \quad (II.51)$$

Les équations (II.50) et (II.51) impliquent qu'on ne permet pas à  $Pg_i$  de dépasser ses limites, et si la valeur de  $Pg_i$  respecte les limites ( $\mu_i^{max} = 0 = \mu_i^{min} = 0$ ), et la fonction de Lagrange devient comme suit :

Donc :

$$L = C_t + \lambda \left( Pc + P_L - \sum_{i=1}^n Pg_i \right) + \underbrace{\sum_{i=1}^n \mu_i^{max} (Pg_i - Pg_i^{max}) + \sum_{i=1}^n \mu_i^{min} (Pg_i^{min} - Pg_i)}_0$$

$$L = C_t + \lambda (Pc + P_L - \sum_{i=1}^n Pg_i) \tag{II.52}$$

Et donc la condition pour un dispatching économique est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{\partial C_i}{\partial Pg_i} + \lambda \left( \frac{\partial P_L}{\partial Pg_i} \right) = \lambda \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{II.53}$$

Le terme  $\frac{\partial P_L}{\partial Pg_i}$  est les pertes incrémentales de transport.

La deuxième condition, donnée par (II.49) donne :

$$\sum_{i=1}^n Pg_i = Pc + P_L \tag{II.54}$$

L'équation (II.54) est tout simplement la contrainte d'égalité qui doit être respecté.

L'équation (II.53) peut être réarrangée comme suit :

$$\left( \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial Pg_i}} \right) \frac{dC_i}{dPg_i} = \lambda \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{II.55}$$

Ou :

$$Fpi \frac{dC_i}{dPg_i} = \lambda \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$Fpi$  est le facteur de pénalité d'un générateur ( $i$ ) donné par :

$$Fpi = \left( \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial Pg_i}} \right) \tag{II.56}$$

Par conséquent, l'effet des pertes de transport se manifeste dans l'apparition d'un facteur de pénalité dont la valeur dépend de l'emplacement des générateurs. L'équation (II.55) démontre que le coût minimum est obtenu quand le coût incrémental de chaque générateur multiplié par son facteur de pénalité est le même pour tous les générateurs.

Le coût de production incrémental est donnée par :

$$\frac{dC_i}{dPg_i} = 2c_iPg_i + b_i \quad (II.57)$$

Et les pertes de transport incrémental sont obtenues à partir de la formule de *Kron* suivant:

$$P_L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Pg_i B_{ij} Pg_j + \sum_{i=1}^n Pg_i B_{0i} + B_{00} \quad (II.58)$$

Ce qui donne la formule suivante :

$$\frac{\partial P_L}{\partial Pg_i} = 2 \sum_{j=1}^n B_{ij} Pg_j + B_{0i} \quad (II.59)$$

On peut alors écrire :

$$\lambda = Fpi(2c_iPg_i + b_i) \quad (II.60)$$

si  $\lambda$  est  $Fpi$  sont connus, on peut tirer  $Pg_i$  de l'équation (II.60)

$$Pg_i = \frac{\lambda Fpi^{-1} - b_i}{2c_i} \quad i = 1 \dots \dots n \quad (II.61)$$

La relation données par l'équation (II.61), est en fonction de  $\lambda$ , la solution optimale ( $\lambda$ ) peut être calculée en remplaçant  $Pg_i$  dans l'équation (II.54) c-à-d,

$$\sum_{i=1}^n \frac{\lambda Fpi^{-1} - b_i}{2c_i} = Pc + P_L \quad (II.62)$$

D'où :

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{b_i}{2c_i} \right) + Pd + P_L}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{Fpi^{-1}}{2c_i} \right)} \quad (II.63)$$

La valeur du  $\lambda$  trouvée par l'équation (II.63) est remplacée dans l'équation (II.61) pour obtenir les puissances générées dans chaque jeu de barre

$$Pg_i = \left[ \frac{1}{2c_i} \left( \left( \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{b_i}{2c_i} \right) + Pd + P_L}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{Fpi^{-1}}{2c_i} \right)} \right) Fpi^{-1} - b_i \right) \right] \quad (II.64)$$

Cette dernière expression qui nous donne l'ensemble des puissances générées minimisant le coût total et constituant notre premier optimum, sans tenir compte des limites sur les puissances générées [22].

En tenant compte des limites de génération, les conditions nécessaires sont ainsi modifiées, et données par :

$$Pg_{nv}^{min} \leq P_{ng} \leq Pg_{nv}^{max} \Rightarrow \left( \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial Pg_{ng}}} \right) \frac{\partial C_{ng}}{\partial Pg_{ng}} = \lambda \quad (II.65)$$

$$Pg_{nv} = Pg_{nv}^{max} \Rightarrow \left( \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial Pg_{nv}}} \right) \frac{\partial C_{nv}}{\partial Pg_{nv}} \leq \lambda \quad (II.66)$$

$$Pg_{nv} = Pg_{nv}^{min} \Rightarrow \left( \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial Pg_{nv}}} \right) \frac{\partial C_{nv}}{\partial Pg_{nv}} \geq \lambda \quad (II.67)$$

Ou :

$ng$  : ensembles des générateurs satisfaisant les contraintes d'inégalité.

$nv$  : ensembles des générateurs ayant violés les limites supérieures ou inférieures .

L'algorithme de résolution obéit aux étapes suivantes :

- **Etape 01** : lire les données :  $Pc, Pg_i^{max}, Pg_i^{min}, ai, bi, ci$

Initialisation de :

1) Compteur d'itération  $k = 1$ .

2) Des pertes à 0 et du facteur de pénalité à 1

- **Etape 02**: calculer les valeurs initiales des puissances générées par la méthode de Lagrange sans perte par (II.64) avec  $Fpi = 1$ .
- **Etape 03** : calculer les pertes incrémentales  $\frac{\partial P_L}{\partial Pg_i}$  et les pertes totales  $P_L$  et le facteur de pénalité

$$P_L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Pg_i B_{ij} Pg_j + \sum_{i=1}^n Pg_i B_{0i} + B_{00}$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial Pg_i} = 2 \sum_{j=1}^n B_{ij} Pg_j + B_{0i} \quad ; \quad Fpi = \left( \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial Pg_i}} \right)$$

Les pertes incrémentales et les pertes totales seront considérées constantes jusqu'à ce qu'on retourne à l'étape 3.

- **Etape 04**: calculer  $\lambda$  correspondant. en utilisant l'équation (II.63)

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{b_i}{2c_i} \right) + Pc + P_L}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{Fpi^{-1}}{2c_i} \right)}$$

- **Etape 05**: calculer les puissances produites par chaque générateur ( $i$ ) en utilisant l'équation (II.64).

$$Pg_i^k = \frac{1}{2c_i} (Fpi^{-1} \times \lambda - b_i)$$

- **Etape 06**: nous vérifions les dépassements des puissances générées :

$$\text{si } P g_i \geq P g_i^{\max} \text{ Alors : } P g_i = P g_i^{\max}$$

$$\text{si } P g_i \leq P g_i^{\min} \text{ Alors : } P g_i = P g_i^{\min}$$

On prend les puissances générées ayant violées leurs limites min ou max comme des charges

$$P d_i^{\circ} = -P g_i \quad i (i=1, \dots, n)$$

Les puissances générées par les accès restants concerne par le dispatching est donnée comme suit:

$$\sum_{i=1}^{ng} P g_i = P c + P_L + \sum_{i=1}^{nv} P d_i^{\circ}$$

- **Etape 07:** test d'arrêt

Si :  $MAX |P g_i^{k-1} - P g_i^k| \leq \delta$  . Aller à l'étape 08, Sinon aller à l'étape 3

- **Etape 08:** calcul du coût de production total :

$$C_t = \sum_{i=1}^n C_i(P g_i) = \sum_{i=1}^n a_i + b_i P g_i + c_i P g_i^2$$

**Organigramme de cette méthode est représentée dans la Figure II.3 :**

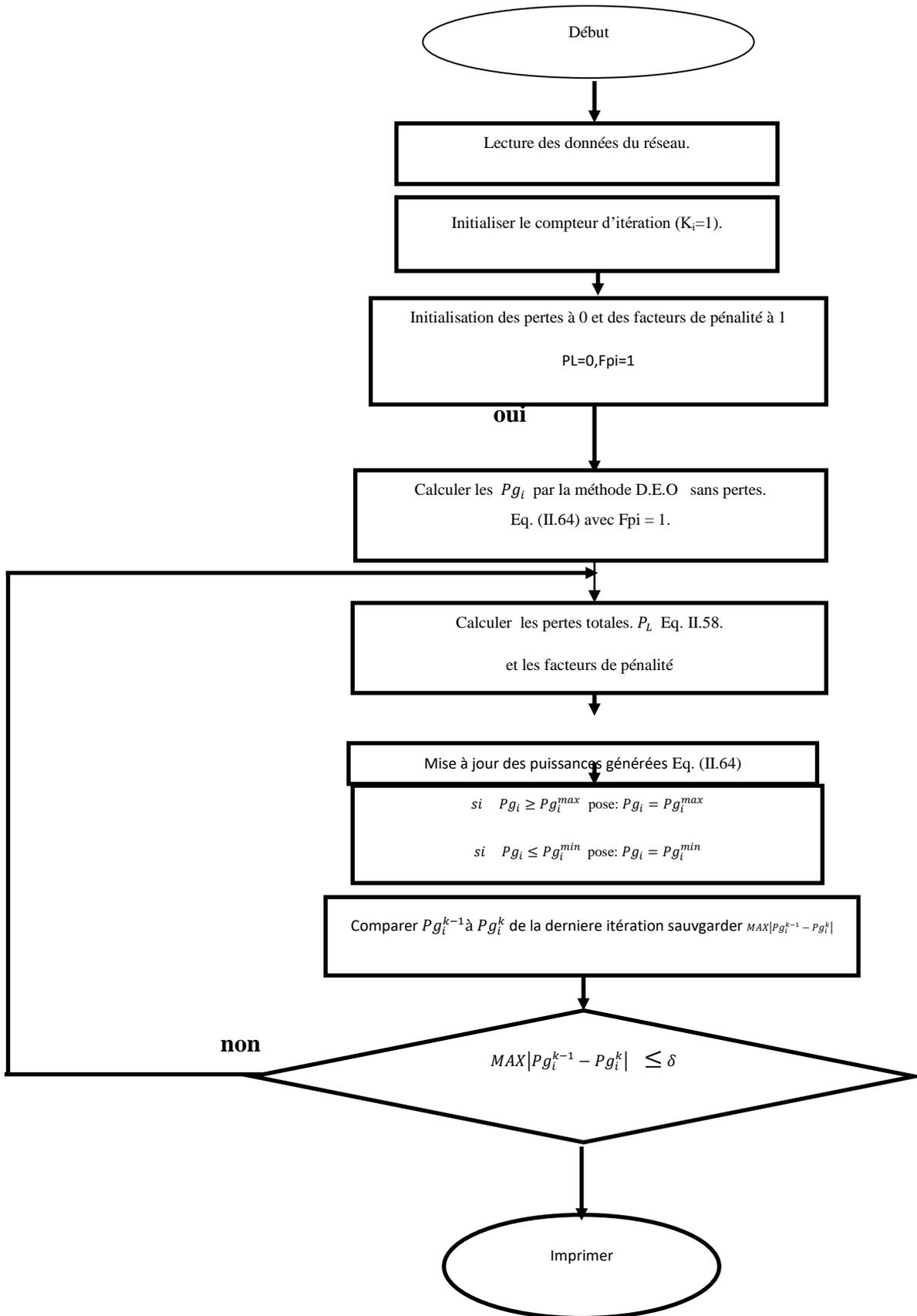


Figure II.3. Organigramme de la méthode Lagrange avec pertes.

### II.6.2.3 Méthode de Gradient

On remplace l'expression du coût de production incrémental et les pertes de transport incrémental dans (II.53) donnent l'équation suivante :

$$\lambda = 2c_i P g_i + b_i + 2\lambda \sum_{j=1}^n B_{ij} P g_j + \lambda B_{oi} \quad (\text{II.68})$$

Qu'on peut écrire aussi sous la forme suivante :

$$\left(\frac{c_i}{\lambda} + B_{ii}\right) P g_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n B_{ij} P g_j = \frac{1}{2} \left(1 - B_{oi} - \frac{b_i}{\lambda}\right) \quad (\text{II.69})$$

On prolonge (II.69) à tous les générateurs (1,..., n ), ce qui donne un système d'équation linéaire sous forme matricielle comme suit :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \frac{c_1}{\lambda} + B_{11} & B_{12} & \cdots & B_{1n} \\ B_{21} & \frac{c_2}{\lambda} + B_{22} & \cdots & B_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{ng1} & B_{ng2} & \cdots & \frac{c_n}{\lambda} + B_{nn} \end{pmatrix}}_E \underbrace{\begin{pmatrix} P g_1 \\ P g_2 \\ \vdots \\ P g_n \end{pmatrix}}_P = \frac{1}{2} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 - B_{o1} - \frac{b_1}{\lambda} \\ 1 - B_{o2} - \frac{b_2}{\lambda} \\ \vdots \\ 1 - B_{on} - \frac{b_n}{\lambda} \end{pmatrix}}_D \quad (\text{II.70})$$

$$[E] \times [P] = [D] \quad (\text{II.71})$$

Pour réaliser le dispatching économique pour une estimation initiale du  $\lambda^{(0)}$ , le système linéaire de (II.70) doit être résolu numériquement. La résolution numérique peut être effectuée itérativement, dans ce cas le problème peut être considéré comme un problème de minimisation.

Une solution directe de l'équation matricielle peut être obtenue par l'inversion de la matrice (E), avec :

$$[P] = [E]^{-1} \times [D] \quad (\text{II.72})$$

Dans ce qui va suivre, on présente le processus itératif en utilisant la méthode de Gradient pour résoudre le système linéaire de l'équation (II.71). Pour faire cela, On tire  $P g_i$  de (II.69) à l'itération (k),  $P g_i^k$  est exprimé par l'équation suivante :

$$\left(\frac{c_i}{\lambda} + B_{ii}\right) P g_i + \sum_{j=1}^n B_{ij} P g_j + = \frac{1}{2} \left(1 - B_{oi} - \frac{b_i}{\lambda}\right) \quad (\text{II.73})$$

$$2\lambda \times \left(\frac{c_i}{\lambda} + B_{ii}\right) P g_i + 2\lambda \times \sum_{j=1}^n B_{ij} P g_j + = \frac{1}{2} \left(1 - B_{oi} - \frac{b_i}{\lambda}\right) \times 2\lambda$$

$$Pg_i^{(k)} = \frac{\lambda^{(k)}(1-B_{0i})-b_i-2\lambda^{(k)}\sum_{j \neq i}^n B_{ij}Pg_j^{(k)}}{2(c_i+\lambda^{(k)}B_{ii})} \quad (\text{II.74})$$

Remplaçant  $Pg_i$  de (II.74) dans la contrainte d'égalité (II.54) donne l'équation suivante :

$$\sum_{i=1}^n Pg_i = Pc + P_L \quad (\text{II.75})$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\lambda^{(k)}(1-B_{0i})-b_i-2\lambda^{(k)}\sum_{j \neq i}^n B_{ij}Pg_j^{(k)}}{2(c_i+\lambda^{(k)}B_{ii})} = Pc + P_L^{(k)} \quad (\text{II.76})$$

Où :

$$f(\lambda)^{(k)} = Pc + P_L^{(k)} \quad (\text{II.77})$$

En développant le côté gauche de l'équation ci-dessus en série de Taylor pour un point de fonctionnement  $\lambda^{(k)}$ , et en négligeant les termes d'ordre supérieur, on aura :

$$f(\lambda)^{(k)} + \left(\frac{df(\lambda)}{d\lambda}\right)^{(k)} \Delta\lambda^{(k)} = Pc + P_L^{(k)} \quad (\text{II.78})$$

Utiliser cette approximation linéaire pour trouver  $\Delta\lambda^{(k)}$  :

$$\left\{ \Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\left(\frac{df(\lambda)}{d\lambda}\right)^{(k)}} \right. \quad (\text{II.79})$$

$$\left\{ \Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum_{i=1}^n \left[\frac{dPg_i}{d\lambda}\right]^{(k)}} \right. \quad (\text{II.80})$$

Avec

$$\Delta P^{(k)} = Pc + P_L^{(k)} - \sum_{i=1}^n Pg_i^{(k)} \quad (\text{II.85})$$

Et :

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{dPg_i}{d\lambda}\right]^{(k)} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{c_i(1-B_{0i})+B_{ii}b_i-2c_i\sum_{j \neq i}^n B_{ij}Pg_j^{(k)}}{2(c_i+\lambda^{(k)}B_{ii})^2} \right) \quad (\text{II.86})$$

Où :

$$Pg_i^{(k)} = \frac{\lambda^{(k)}(1-B_{0i})-b_i-2\lambda^{(k)}\sum_{j \neq i}^n B_{ij}Pg_j^{(k)}}{2(c_i+\lambda^{(k)}B_{ii})}$$

Et donc

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \Delta\lambda^{(k)} \quad (\text{II.87})$$

Le processus itératif se poursuit jusqu'à ce que l'erreur  $\Delta P^k$  sera inférieur à une précision définie ( $\varepsilon$ ). [10]

L'algorithme de résolution obéit aux étapes suivantes :

- **Etape 01** : lire les données :  $P_c, P_{g_i}^{max}, P_{g_i}^{min}, a_i, b_i, c_i$

Initialisation de :

1) Compteur d'itération  $k = 0$ .

2) Du coût de production incrémental  $\lambda^{(0)}$

- **Etape 02**: calculer les puissances produites par chaque générateur ( $i$ ) en utilisant l'équation (II.74).

$$P_{g_i}^{(k)} = \frac{\lambda^{(k)}(1 - B_{0i}) - b_i - 2\lambda^{(k)} \sum_{j \neq i}^n B_{ij} P_{g_j}^{(k)}}{2(c_i + \lambda^{(k)} B_{ii})}$$

- **Etape 03** : calculer les pertes totales  $P_L$  par l'équation (II.58).

$$P_L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n P_{g_i} B_{ij} P_{g_j} + \sum_{i=1}^n P_{g_i} B_{0i} + B_{00}$$

- **Etape 04**: nous vérifions les dépassements des puissances générées :

$$si \quad P_{g_i} \geq P_{g_i}^{max} \text{ Alors : } P_{g_i} = P_{g_i}^{max}$$

$$si \quad P_{g_i} \leq P_{g_i}^{min} \text{ Alors : } P_{g_i} = P_{g_i}^{min}$$

On prend les puissances générées ayant violées leur limites min ou max comme des charges

$$Pd_i^\circ = -P_{g_i} \quad i (i=1, \dots, n)$$

On recalcule l'équation de l'équilibre de puissance comme suit :

$$\sum_{i=1}^{ng} P_{g_i}^{(k)} = P_c + P_L + \sum_{i=1}^{nv} Pd_i^\circ$$

- **Etape 05** : test d'arrêt

$$\Delta P^{(k)} = P_c + P_L - \sum_{i=1}^{ng} P_{g_i}^{(k)} + \sum_{i=1}^{nv} Pd_i^\circ$$

Si :  $\Delta P^{(k)} \leq \varepsilon$  ; Aller à l'étape 08, Sinon aller à l'étape suivante

- **Etape06 :**

$$\sum_{i=1}^n \left[ \frac{dPg_i}{d\lambda} \right]^{(k)} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{c_i(1 - B_{0i}) + B_{ii}b_i - 2c_i \sum_{j \neq i}^n B_{ij}Pg_j^{(k)}}{2(c_i + \lambda^{(k)}B_{ii})^2} \right) \quad \text{avec:} \quad \left\{ \Delta\lambda^{(k)} = \frac{\Delta P^{(k)}}{\sum_{i=1}^n \left[ \frac{dPg_i}{d\lambda} \right]^{(k)}} \right.$$

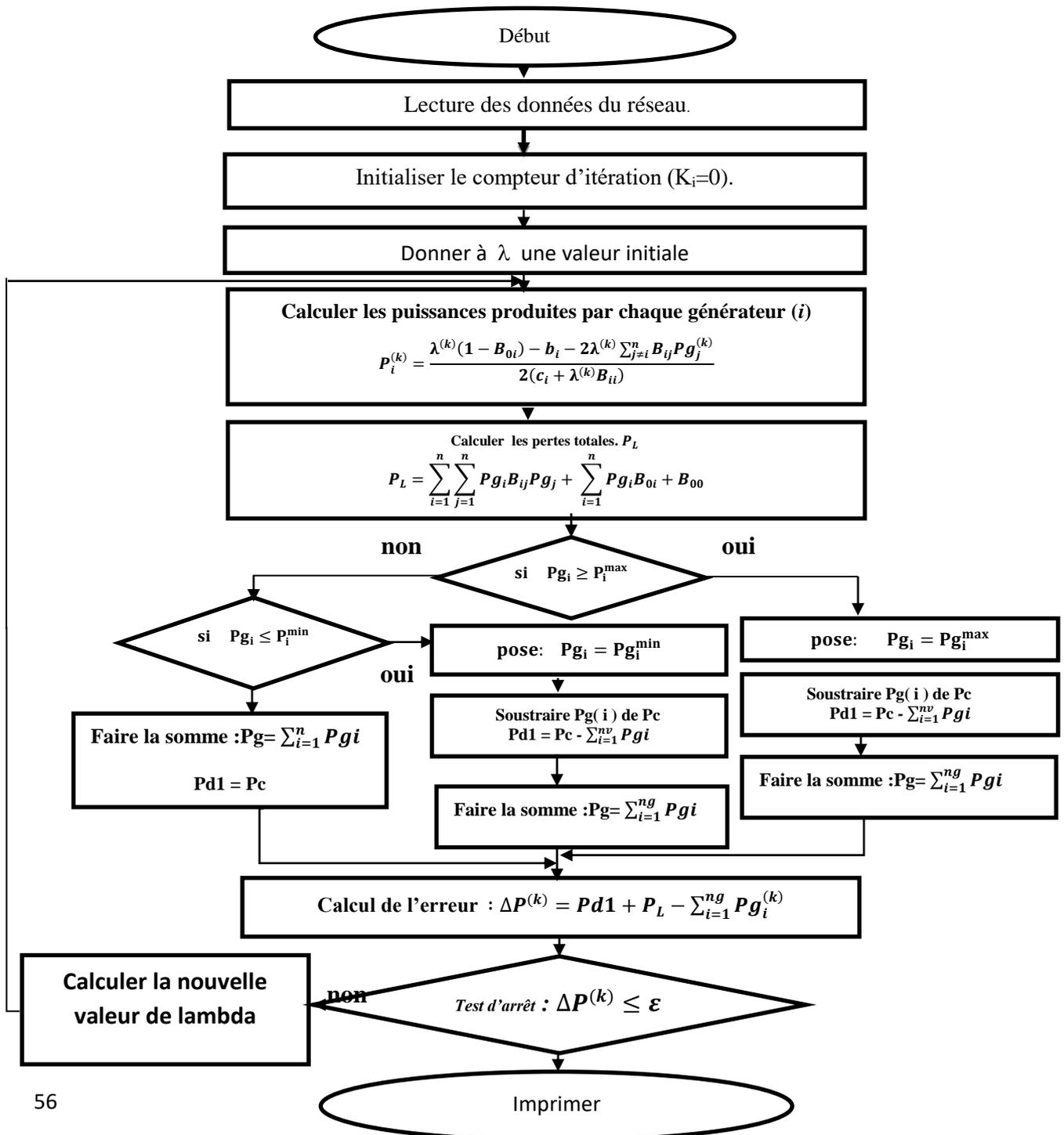
- **Etape 07:** calcul le nouveau coût marginal  $\lambda^{(k+1)}$  à partir de l'équation :

$$\lambda^{(k+1)} = \lambda^{(k)} + \Delta\lambda^{(k)} \quad , k = k+1, \text{ retourne à l'étape 2.}$$

- **Etape 08 :** calcul de :

- $C_t = \sum_{i=1}^n C_i(Pg_i) = \sum_{i=1}^n a_i + b_iPg_i + c_iPg_i^2$

Organigramme de cette méthode est représenté dans la Figure II.4 :



**Figure II.4 .** Organigramme de la méthode Gradient avec perte

## **II.7 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons présenté le problème de dispatching économique avec et sans pertes.

Nous avons décrit les principales méthodes d'optimisation classiquement utilisées jusqu'à maintenant à savoir, les méthodes du: Gradient et de Lagrange. Ces méthodes conventionnelles ont la possibilité de converger vers la solution mathématique exacte, mais elles exigent de partir d'un point initial proche de l'optimum, ce qui influence beaucoup sur les résultats final.

# **Chapitre III**

## **Méthode d'Optimisation par Essaims de Particules**

### **III.1 Introduction**

Nous avons vu dans le chapitre précédent que la répartition optimale des puissances est un problème de programmation non linéaire lié à des contraintes d'égalités et d'inégalités. Et que plusieurs méthodes classiques (déterministes) ont été utilisées pour résoudre ce problème, malheureusement ces méthodes ne peuvent pas toujours fournir la solution optimale et n'arrivent pas à s'échapper des optimums locaux. En plus, toutes ces méthodes exigent la continuité et/ou la dérivabilité de la fonction objective, ce qui n'est pas toujours réalisable dans la pratique. [23]

Ce chapitre est consacré à la méthode d'Optimisation par Essaim Particulaire.

### **III.2 Définition de l'optimisation**

Un problème d'optimisation se définit comme la recherche du minimum ou du maximum (de l'optimum) d'une fonction donnée. On peut aussi trouver des problèmes d'optimisation pour lesquelles les variables de la fonction à optimiser sont contraintes d'évoluer dans une certaine partie de l'espace de recherche. Dans ce cas, on a une forme particulière de ce que l'on appelle un problème d'optimisation sous contrainte.

Optimiser, revient à minimiser ou maximiser une fonction en respectant certaines conditions préalables. Cette fonction dite « Objectif » peut être un coût (minimiser), profit (maximiser), production (maximiser).

Dans l'analyse des réseaux électriques plusieurs fonctions peuvent être optimisées (coût de production, l'émission des gazes toxique, les pertes de transmission...etc.), avec prise en considération des contraintes d'égalités et d'inégalités pour obtenir des solutions optimal acceptable [24].

La recherche de l'optimum d'un problème est réalisée à l'aide des méthodes d'optimisation. Certaines de ces méthodes sont dites déterministes et d'autres métaheuristiques. Dans cette partie, on va s'intéresse aux méthodes métaheuristiques.

### **III.3 Méthodes méta heuristiques**

Le mot métaheuristique est dérivé de la composition de deux mots grecs: *méta* qui est un suffixe signifiant 'au-delà', 'dans un niveau supérieur'. et *heuristique* qui vient du verbe grec « heuriskein »: signifie trouver. Alors le mot métaheuristique veut dire : *un niveau supérieur de recherche*.

Une heuristique est une technique empirique de résolution des problèmes qui tient compte à chaque étape des résultats précédents et en déduit la stratégie à adopter par la suite.

Voss *et al* donnent la définition suivante d'une métaheuristique « Une métaheuristique est un processus itératif maître qui guide et modifie les opérations des heuristiques subordonnées pour produire efficacement des solutions de haute qualité ». Elle peut, à chaque itération, manipuler une solution complète ou incomplète, ou bien une collection de solutions. Les heuristiques subordonnées peuvent être des procédures de bas ou de haut niveau, de simples recherches locales, ou juste des méthodes constructives ».

Les méta-heuristiques sont souvent inspirées par des systèmes naturels, qu'ils soient en physique (cas du recuit simulé), en biologie de l'évolution (cas des algorithmes génétiques AG) ou encore en éthologie (cas des algorithmes de colonies de fourmis ou de l'optimisation par essaims particulaires). [25]

#### **III.4 Propriétés des métaheuristiques [26]**

Parmi les propriétés fondamentales des méta-heuristiques ce qui suit :

- Elles ont des stratégies qui permettent de guider la recherche d'une solution optimale en un temps raisonnable.
- L'exploration de l'espace de recherche efficacement afin de déterminer des résolutions plus au moins optimales.
- Leurs techniques vont de la simple procédure de recherche locale à des processus d'apprentissage complexes.
- Elles sont en général non déterministes et ne donnent aucune garantie d'optimalité.
- Les méta-heuristiques contiennent des mécanismes qui permettent d'éviter d'être bloqué dans des régions de l'espace de recherche (minimum locale).
- Les concepts de base des métaheuristiques peuvent être décrits de manière abstraite sans faire appel à un problème spécifique.

#### **III.5 Classifications des métaheuristiques [27]**

A cause de la diversité de leurs sources d'inspiration et leurs modes de travail, les métaheuristiques peuvent être classées par de nombreuses façons. Dans notre description, les principales métaheuristiques sont partagées en deux grandes classes figure (III.1) :

##### **a) Métaheuristiques à parcours**

Ces algorithmes partent d'une solution initiale (obtenue de façon exacte, ou aléatoire) et s'éloignent progressivement, pour réaliser un parcours progressif dans l'espace des solutions. Dans cette catégorie, se rangent :

- La méthode de descente
- Le recuit simulé

- La méthode Tabou
- La recherche par voisinage variable

Le terme de recherche locale est le plus utilisé pour qualifier ces méthodes.

**b) Métaheuristiques à population (ou évolutionnaires) [27]**

Elles consistent à travailler avec un ensemble de solution simultanée, que l'on fait évoluer graduellement. L'utilisation de plusieurs solutions simultanées permet naturellement d'améliorer l'exploration de l'espace des configurations. Dans cette catégorie, on recense:

- Les algorithmes génétiques.
- Les algorithmes par colonies de Fourmies.
- L'optimisation par essaim particulaire.
- Les algorithmes à estimation de distribution.

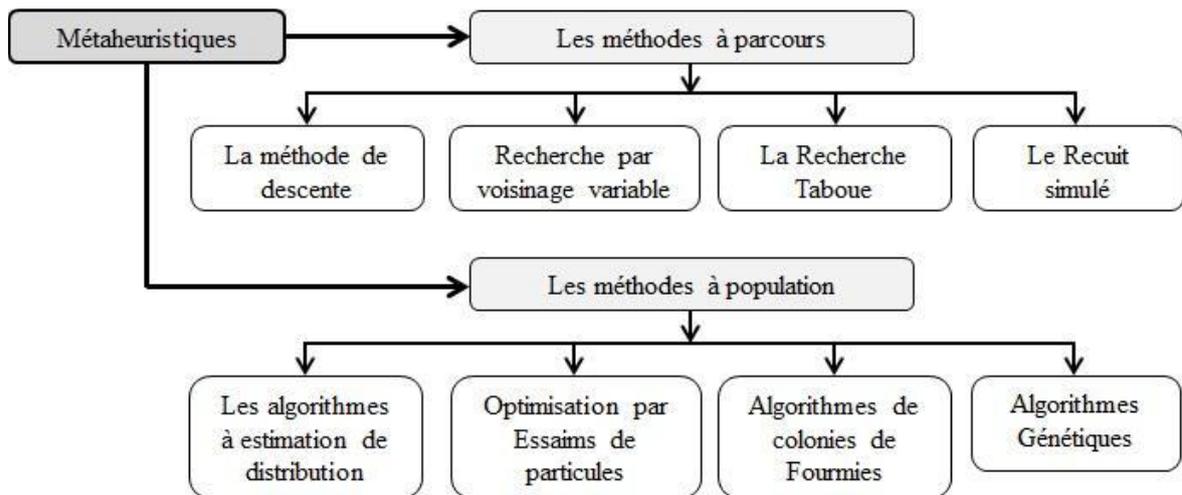


Figure .III.1. Classification des métaheuristiques.

**III.6 Méthodes métaheuristiques les plus répandues**

**III.6.1 Recuit Simulé (RS)**

Une nouvelle technique de résolution des problèmes d'optimisation est nommée recuit simulé (RS), proposée en 1983 par Kirkpatrick , C. Daniel Gelatt et Mario Vecchi . Elle est testée sur plusieurs problèmes d'optimisation et prouve qu'elle possède une grande capacité pour éviter le minimum local. (RS) est une méthode basée sur la recherche locale dans laquelle chaque mouvement est accepté s'il améliore la fonction objective.

D'autres solutions possibles sont également acceptées selon un critère de probabilité. Cette méthode est inspirée du processus de recuit utilisé en métallurgie pour améliorer la qualité d'un solide en cherchant un état d'énergie minimum. La méthode du Recuit Simulé, appliquée aux problèmes d'optimisation, considère une solution initiale et cherche dans son voisinage une autre solution de façon aléatoire. [28]

### **III.6.2 Optimisation colonie de fourmis (Ant colony Optimization ACO)**

L'optimisation par colonies de fourmis est une métaheuristique qui prennent l'inspiration du comportement de vraies colonies de fourmis dans lequel une colonie de fourmis artificielles coopère pour trouver de bonnes solutions à des problèmes d'optimisation discrets difficiles. Elle est élaborée en 1992 par Dorigo Marco où le choix est d'affecter les ressources de calcul à un ensemble relativement simples agents (fourmis artificielles). Les bonnes solutions sont une propriété émergente des agents d'interaction coopérative.

Les algorithmes ACO peuvent être utilisés pour résoudre à la fois des problèmes d'optimisation combinatoires statique et dynamique. Problèmes statiques sont ceux dans lesquels les caractéristiques du problème sont données une fois pour toutes lorsque le problème est défini, et ne changent pas alors que le problème est résolu. Au contraire, les problèmes dynamiques sont définis en fonction de certaines quantités dont la valeur est fixée par la dynamique d'un système sous-jacent. Les changements instance du problème donc au moment de l'exécution et l'algorithme d'optimisation doit être capable de s'adapter en ligne à l'environnement changeant [29] [30].

### **III.6.3 Recherche Tabou (Tabou Search TS)**

L'algorithme de recherche tabou (TS) a été proposé pour la première fois par Fred Glover dans les années 80. Il est principalement utilisé pour la résolution des problèmes d'optimisation combinatoire. Il est un algorithme de recherche itératif, caractérisé par l'utilisation d'une mémoire flexible dans laquelle elle conserve un certain nombre d'états visités précédemment avec un certain nombre d'états qui pourraient être considérés comme indésirables. Cette information est stockée dans une liste tabou. La définition d'un état, la zone autour d'elle et la longueur de la liste tabou sont des paramètres de conception critiques. Il est capable d'éliminer les minimums locaux et de rechercher les zones au-delà d'un minimum local. La méthode de recherche Tabou est aussi principalement utilisée pour résoudre une simplification des problèmes d'OPF tels que les problèmes d'optimisation réactive [31] [32].

**III.6.4 Algorithmes Evolutionnaires**

Les Algorithmes Evolutionnaires comprend principalement en plus des Algorithmes Génétiques, Les Stratégies d'évolution (en anglais Evolution Stratégies, souvent désignées par ES), la programmation Evolutionnaire (en anglais Evolutionary Programming , EP) et la Programmation Génétique (en anglais Genetic Programming , GP) [16].

**III.6.5 Méthode d'Optimisation par Essaims Particulaires (OEP)****III.6.5.1 Introduction :**

L'Optimisation par Essaim Particulaire (OEP) a vu le jour en 1995 aux États-Unis sous le nom de *Particule Swarm Optimization* (PSO). Grâce aux travaux des deux chercheurs Russel Eberhart (ingénieur en électricité) et James Kennedy (socio psychologue). [33]

Cet algorithme est inspiré du comportement des grands regroupements d'animaux tels que les nuées d'oiseaux, les bancs de poissons et les essaims de criquets. Elle s'appuie notamment sur un modèle développé par le biologiste Craig Reynolds à la fin des années 1980, permettant de simuler le déplacement d'un groupe d'oiseaux . Une autre source d'inspiration, revendiquée par les auteurs : est la socio-psychologie.

Le but de leurs recherches, était de modéliser les interactions sociales entre les « agents » pour atteindre un objectif donné dans un espace de recherche, chaque agent ayant une certaine capacité de mémorisation et de traitement de l'information. La règle de base était qu'il ne devait y avoir aucun chef d'orchestre, ni même aucune connaissance par les agents de l'ensemble des informations, seulement des connaissances locales. Un modèle simple fut alors élaboré. [34]

Dans ce modèle, les individus, appelées particules, sont dispersées dans un espace de recherche multi dimensionnel . Les changements de la position des particules dans l'espace de recherche sont basés sur la tendance socio-psychologique des individus à imiter les succès des autres individus . Les modifications apportées à une particule au sein de l'essaim sont donc influencés par expérience et par des connaissances de ses voisines . Le comportement de recherche d'une particule est donc affecté par celle des autres particules dans l'essaim ( l'OEP est donc un algorithme de coopération symbiotique). [35]

**III.6.5.2. Notion de base : [23]**

Un essaim se compose d'un ensemble de particule, où chaque particule représente une solution potentielle. Au lancement de l'algorithme, l'essaim est réparti aléatoirement dans l'espace de recherche, chaque particule est dotée de certaines aptitudes:

- Capable d'évaluer la qualité de sa position et de garder en mémoire sa meilleure performance .
- Elle peut consulter ses congénères (les plus proches) et d'obtenir de chacune d'entre elles sa propre meilleure position,
- Elle peut choisir la meilleure des meilleures positions dont elle a connaissance.
- Ayant également une vitesse aléatoire et elle peut modifier cette vitesse en fonction de cette information et de ses propres données et se déplace en conséquence.

Une fois la meilleure informatrice détectée, la modification de la vitesse est une simple combinaison linéaire de trois tendances: [35]

- La tendance « aventureuse », consistant à continuer selon la vitesse actuelle.
- La tendance « conservatrice », ramenant plus ou moins vers la meilleure position déjà trouvée.
- La tendance « panurgienne », orienter approximativement vers la meilleure informatrice.

La stratégie de l'OEP est donc qu'à chaque particule se déplace et à chaque itération, la plus proche de l'optimum communique aux autres sa position pour qu'elles modifient leurs trajectoires. Cette idée veut qu'un groupe d'individus peu intelligent puissent posséder une organisation globale complexe.

### **III.6.5.3. Formulation de l'OEP :[23 ]**

L'algorithme de base de l'OEP peut facilement être formulée et programmée. Son fonctionnement fait qu'elle peut être rangée dans les méthodes itératives et stochastiques (appel au hasard). Les particules sont réparties aléatoirement dans l'espace de recherche de dimension  $D$ , et chacune d'elle a donc une position et une vitesse . Traditionnellement, l'OEP n'a pas de croisement entre les individus et n'a pas de mutation, et les particules ne sont jamais remplacés par d'autres pendant la course. Au lieu de cela, l'OEP affine sa recherche, en attirant les particules à des postes avec de bonnes solutions. Chaque particule se souvient de sa propre meilleure position trouvée jusqu'à présent dans l'exploration. Cette position est appelée meilleur personnel et elle est désigné par  $P_{best}$  dans l'équation (III.1). En outre, parmi ces particules, il n'y a qu'une seule particule qui a la meilleure position, appelée le meilleur globale, qui est désignée par  $G_{best}$  dans l'équation (III.1). La nouvelle vitesse est calculée à partir de la formule suivante :

$$V_{ij}^{k+1} = wV_{ij}^k + c_1rand_1 \times (Pbest_{ij} - X_{ij}^k) + c_2rand_2(Gbest_j - X_{ij}^k) \quad (III.1)$$

$$i = 1,2,3 \dots np. \quad j = 1,2,3 \dots nd.$$

$$k = 1,2,3 \dots kmax$$

Avec :

$np$  : est le nombre de particule de l'essaim.

$nd$  : est le nombre de variable du problème (c-à-d dimension d'une particule).

$kmax$  : est le nombre maximal d'itération.

$V_{ij}^k$  : est la vitesse de la  $j^{ième}$  composante de la  $i^{ième}$  particule de l'essaim, à la  $k^{ième}$  itération

$w$ : est en général une constante appelée coefficient d'inertie.

$c_1, c_2$ : coefficients d'accélération,

$rand_1rand_2$ : nombre aléatoire entre 0 et 1, à chaque itération et pour chaque dimension.

$X_{ij}^k$ : est la  $j^{ième}$  coordonnée de la position actuelle de la particule  $i$ , à la  $k^{ième}$  itération

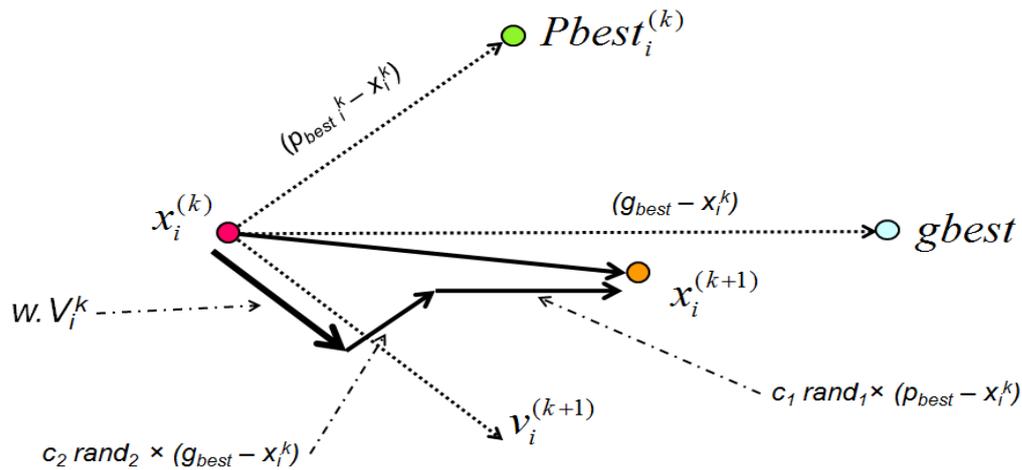
$Pbest_{ij}$  : est la  $j^{ième}$  composante de la meilleure position occupée par la  $i^{ième}$  particule de l'essaim enregistrée dans les itérations précédentes (local best).

$Gbest_j$ : est la  $j^{ième}$  composante de la meilleure position occupée par la  $i^{ième}$  particule globale de l'essaim (global best).

On peut ensuite déterminer la position suivante de la particule grâce à la vitesse que on vient de calculer

$$X_{ij}^{k+1} = X_{ij}^k + V_{ij}^k \quad (III.2)$$

On génère  $X_{ij}^0$  et  $V_{ij}^0$  au début de l'algorithme. Les formules (III.1) et (III.2) sont illustrées dans la figure suivante :



**Figure .III.3.** Concept de modification d'un point de recherche par l'OEP.

Le point fort principal de l'optimisation par essaims particulaires, est sa convergence rapide qui pourrait devancer d'autres méthodes d'optimisation globale, tel que les algorithmes génétiques et le recuit simulé.

#### III.6.5.4 Algorithme de la méthode OEP

L'algorithme du OEP se déroule suivant les étapes suivantes [36]:

**Etape 1:** initialiser une population de particule et de vitesse, uniformément réparties dans l'espace de recherche , et fixer le critère d'arrêt.

**Etape 2:** évaluer la fonction coût, pour chaque particule.

**Etape 3:** mettre à jour la meilleure position  $Pbest$  pour chaque particule et la meilleure position globale  $Gbest$  de la population.

**Etape 4:** mettre à jour la position et la vitesse utilisant les équations (III.1) et (III. 2).

**Etape 5:** si une particule, se déplace vers la limite ou à l'extérieur de l'espace de recherche, le mécanisme de confinement des particules exprimé par les équations(III.4) intervient et ramène la particule à l'intérieur de l'espace de recherche.

**Etape 6:** vérifier le critère d'arrêt. Si le critère d'arrêt n'est pas satisfait, aller vers l'étape 2 . Si non, le programme se termine, et la solution optimale est obtenue.

Organigramme de cette méthode est représenté dans la figure II.5 :

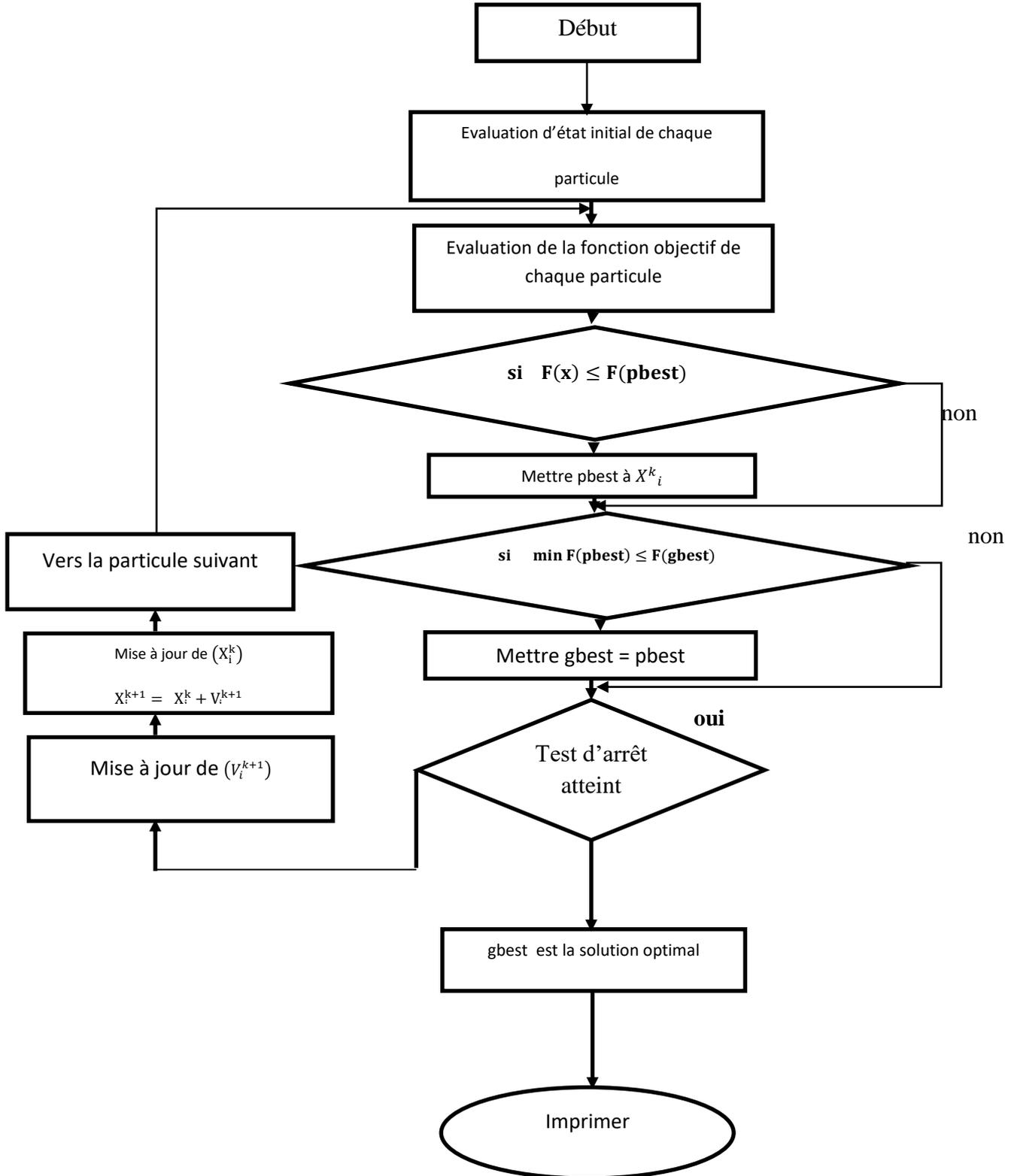


Figure III.4. Organigramme de la méthode OEP

Les avantages de l'optimisation par essaims de particules peuvent être résumés dans les points suivants : [ 37]

- La méthode OEP peut essentiellement manipuler le problème d'optimisation continu.
- L'OEP utilise plusieurs points de recherche comme le fait l'algorithme génétique qui convergent graduellement vers le point optimal en utilisant les valeurs *pbest* et *gbest*.
- La méthode OEP utilise la diversification et l'intensification pour une recherche efficace.
- L'OEP présente un avantage certain sur les méthodes classiques dans le sens où elle permet une exploration aléatoire de l'espace de solution. De plus, elle est simple à mettre en œuvre et son exécution conduit à l'obtention de très bon résultat, rapidement et efficacement avec peu de paramètre à ajuster.

### III.6.5.5. Paramétrage de la méthode OEP [ 23]

Dans la méthode OEP, il y a plusieurs paramètre qu'on doit prendre en compte pour l'application de l'optimisation. Cependant, la plupart d'entre eux peuvent être fixés, d'autres au contraire ne peuvent être définis qu'empiriquement.

Comme indiqué par son nom l'élément clé de cette méthode, c'est la taille de l'essaim ou le nombre de particules à employer dans notre recherche qui dépend essentiellement de deux facteurs: le domaine de recherche et le temps maximum de recherche « les capacités de l'outil de calcul (Ordinateur) ». Malheureusement ce coefficient n'est détectable qu'avec l'expérience après de nombreux essais. D'autre part la répartition de ces particules est faite fréquemment d'une façon aléatoire tout en maintenant une distribution qui touche tout l'espace de solution afin d'assurer un ratissage minutieux de tout cet espace et pour éviter toute divergence possible.

Deux autres paramètres importants sont les coefficients de confiance qu'on a cité précédemment  $c_1$  et  $c_2$ . Ils permettent de pondérer les tendances des particules à suivre leur instinct de conservation ou leur panurgisme. De manière générale, ces variables aléatoires sont évaluées eux aussi par expérience après plusieurs essais.

De même un paramètre important à prendre en compte est le coefficient d'inertie appelé  $w$  dans la formule vue auparavant. Il permet de définir la capacité d'exploration de chaque particule en vue d'améliorer la convergence de la méthode. Ce paramètre est évalué à chaque itération suivant une loi uniforme sur le domaine de définition assurant un compromis entre la recherche globale ( $w > 1$ ) et la recherche locale ( $w < 1$ )

$$w = w_{max} - \frac{w_{max} - w_{min}}{iter_{max}} iter \quad (III.3)$$

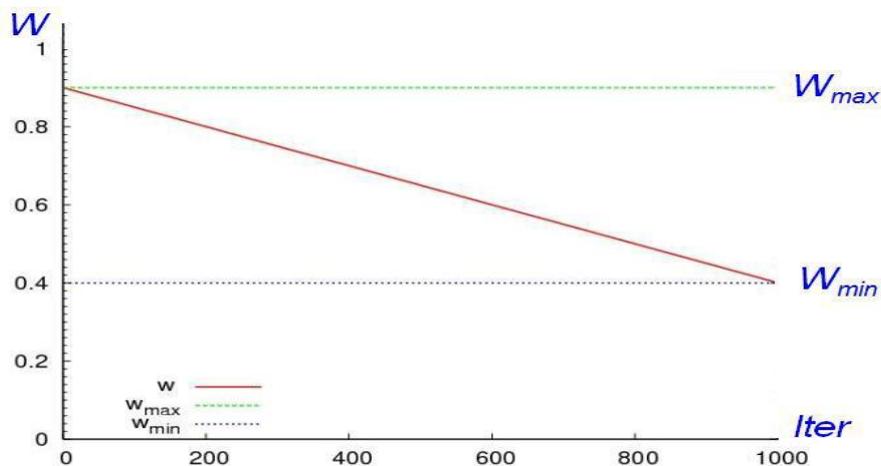
Ou :

$w_{min}$  : poids initial assure la recherche globale,

$w_{max}$  : poids final assure la recherche locale

$iter_{max}$  : nombre maximum d'itérations.

La figure (III.5) montre que l'équation (III.3) permet un transit progressif et souple d'une exploration globale vers une exploration locale.



**Figure III.5.** Changement du facteur d'inertie au cours des itérations.

Enfin, il reste à configurer le critère d'arrêt. En effet, la convergence vers la solution optimale globale n'est pas garantie dans tous les cas. Il est donc important de doter l'algorithme d'une porte de sortie en définissant un nombre maximum d'itérations. Le programme s'arrête alors si et seulement si le nombre maximum d'itérations est atteint ou que la valeur du critère obtenue est acceptable pour l'utilisateur.

#### III.6.5.4 Mécanisme de confinement

Il arrive parfois que compte tenu de la position courante et de la vitesse courante d'une particule, cette dernière a tendance à sortir de l'espace de recherche lors de son déplacement.

Lorsque c'est le cas, l'algorithme fait intervenir un mécanisme de confinement, dit confinement d'intervalle, afin de gérer le déplacement de la particule et ce, de manière à ce que celui-ci l'amène sur un nouveau point appartenant lui aussi à l'espace de recherche. De manière générale, ce mécanisme consiste à ramener la particule dans le point admissible le plus proche [ 38] [ 39].

$$\text{si } x_{ij} \geq x_j^{max} \text{ Alors : } x_{ij} = x_j^{max} \tag{III.4}$$

$$\text{si } x_{ij} \leq x_j^{min} \text{ Alors : } x_{ij} = x_j^{min}$$

$$V_{ij} = 0$$

Ou :  $x_j^{min}$  et  $x_j^{max}$  sont les valeurs limites du paramètre  $x_{ij}$

**III.6.5.6. Contraintes d'égalités [40]**

Avec la contrainte d'égalité qui est difficile à manipuler, la méthode devienne très coûteuse en temps ou pratiquement impossible de poursuivre son chemin vers la solution. L'intégration d'une fonction de pénalité est quasiment indispensable pour donner plus de crédibilité aux résultats. Les fonctions de pénalités constituent une famille d'algorithmes particulièrement intéressante du double point de vue de la simplicité et de l'efficacité pratique. Le principe de cette approche consiste à modifier la fonction objectif elle-même en lui ajoutant une fonction de pénalisation  $P(x)$ .

$$f_{\text{avec pénalité}} = f(x, u) + P(x) \tag{III.5}$$

Pour simplifier la tâche, une fonction de pénalité est adoptée, son principe est de transformer un problème avec contraintes en une suite de problèmes sans contrainte. La formule utilisée pour cette méthode est la suivante :

$$P(x) = \sum a_i \cdot \max \{0, g_i(x)\}^\alpha \tag{III.6}$$

$g_i(x)$  : contrainte d'égalité

$a_i$  : un scalaire à choisir correctement.

$\alpha$  : un facteur à choisir correctement.

Si  $a_i$  prend une grande valeur la solution reste dans les limites mais la convergence sera perdue. Alors la solution efficace est de commencer avec une faible valeur pour  $a_i$  et de l'augmenter au cours du processus d'optimisation.

**III.6.5.7 Application du OEP au problème du dispatching économique de puissance [26]**

**Etape 1 :** introduction de toutes les données concernant le réseau électrique tel que les limites de puissance des générateurs et les données de la méthode utilisée comme : le nombre d'itération (iter), le nombre de particules n et les paramètres de la méthode (coefficient d'inertie (w), coefficient d'accélération (c1 et c2)).

**Étape 2 :** initiation aléatoire de l'essaim initial( $X^0$ ), cet essaim est un ensemble de particule et chaque particule contient les valeurs des puissances délivrées par chaque générateur ( $P_{gi}$ ) en utilisant les valeurs réelles dans l'espace des valeurs permises. Puisque chaque puissance  $P_{gi}$  à une limite supérieure  $P_{gi \max}$  et une limite inférieure  $P_{gi \min}$ .

**Étape 3 :** évaluation de la fonction coût. Dans cette étape, l'influence directe de la valeur de la fonction coût du dispatching économique dépend de la position de chaque particule.

**Étape 4 :** calcule de la meilleure position de chaque particule jusqu'ici ( $P_{best}$ ) et la meilleure position dans toutes les générations ( $G_{best}$ ) . Ce calcul se fait suivant les valeurs de la fonction objectif.

**Étape 5 :** la modification de la vitesse et de la position . Selon l'équation (III.1), chaque particule choisie la prochaine direction en prenant en considération la vitesse actuelle (la vitesse) de chaque particule ( $V$ ), l'inertie ( $w$ ) et les valeurs de l'intensité d'attraction  $c1$  et  $c2$  . Et enfin chaque particule se déplace vers sa nouvelle position suivant l'équation (III.2) . Chaque position ( $X^{k+1}$ ) est l'image de la puissance délivrée par le générateur correspondant.

**Étape 6 :** vérifier le critère d'arrêt.

Si le nombre actuel d'itérations atteint le nombre maximal d'itérations prédéterminé, alors sortir. Autrement, réitère le processus à l'étape 3.

### **III.7 Conclusion**

L'optimisation par essaim particulaire est une nouvelle méthode méta-heuristique très efficace car, à partir de peu de modification, elle permet la résolution d'un large panel de problème, de faire converger tous les résultats vers un même point qui est l'optimum de la fonction ou du problème posé. L'un des problèmes de l'optimisation par essaim de particule est le choix des paramètres, il est difficile de trouver les bons paramètres adaptés à la structure du problème .

# **ChapitreIV**

## **Simulation & Résultats**

## IV.1 Introduction

Afin de mettre en évidence les techniques étudiées dans les chapitres précédents, nous avons choisi un réseau test réel pour valider les programmes que nous avons développé sous l'environnement Matlab. Ce chapitre est consacré au test des algorithmes suivants :

1. Algorithme de l'écoulement de puissance de Newton-Raphson (N-R).
2. Algorithme du dispatching économique par la méthode Gradient.
3. Algorithme du dispatching économique avec perte par la méthode d'Optimisation par Essaim de Particule.

3.1 Avec calcul des pertes par la formule de perte (Kron).

3.2 Avec calcul des pertes par le calcul d'EP par NR.

Les tests seront effectués sur le réseau IEEE 26 jeux de barre. Ces algorithmes ont été développés dans l'environnement MATLAB 7.9.

## IV.2 Caractéristiques du réseau test

Dans cette partie de simulation, le réseau IEEE 26 jeux de barre a été choisi pour la résolution du problème du dispatching économique. Ce réseau électrique est composé de six unités de production (aux jeux de barres 1, 2, 3, 4, 5, et 26), alimentant 23 charges à travers 46 lignes de transport comme montré sur la figure IV.1. Le nœud 1 avec sa tension constante de  $1.025\angle 0$  est considéré comme le nœud de référence.

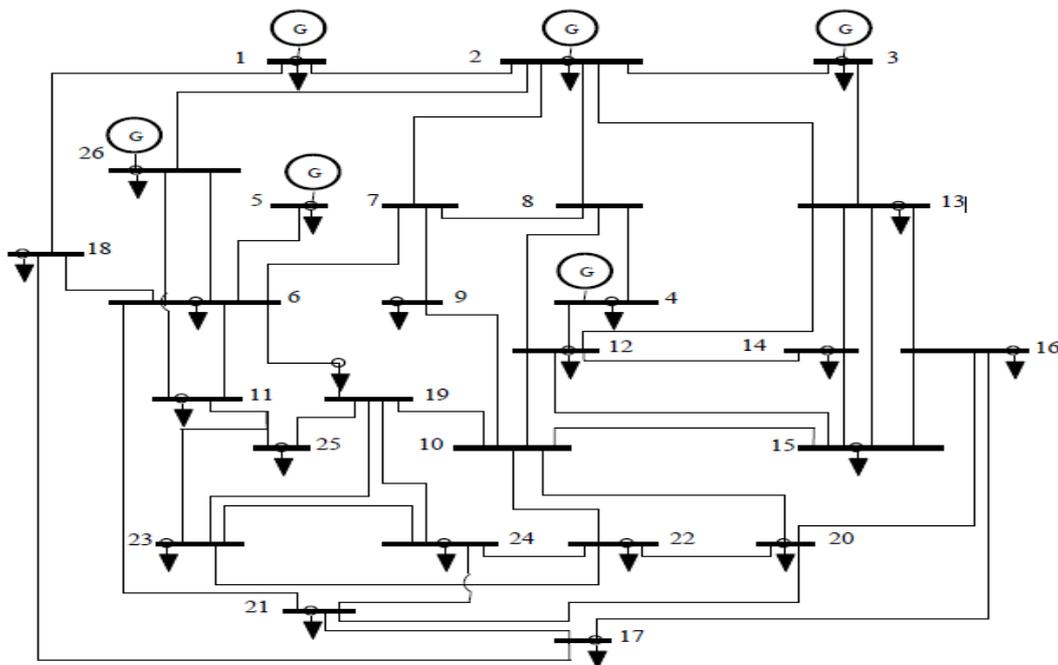


Figure. IV.1. Réseau IEEE 26 J.D.B.

**IV. 2. 1 Paramètres des générateurs du réseau**

Les coefficients  $a_i$ ,  $b_i$  et  $c_i$  sont représentés sur le tableau Tab (IV .1) suivant :

**Tableau .IV.1.** Paramètres des générateurs du réseau.

	$P_{min}$ (MW)	$P_{max}$ (MW)	$a$ (\$/hr)	$b$ (\$/MWhr)	$c$ (\$/MW2hr)
<b>PG1</b>	100	500	240	7	0.007
<b>PG2</b>	50	200	200	10	0.0095
<b>PG3</b>	80	300	220	8.5	0.009
<b>PG4</b>	50	150	200	11	0.009
<b>PG5</b>	50	200	220	10.5	0.008
<b>PG26</b>	50	120	190	12	0.0075

**IV. 2 .2 Paramètres des lignes**

On introduit les données des lignes à savoir accès départ et accès finale, résistance, réactance, susceptance. Les données des lignes sont représentées dans le tableau IV.2:

**Tableau .IV. 2.** Paramètres des lignes.

Ligne	Connexion	R (pu)	X (pu)	B (pu)	Ligne	Connexion	R (pu)	X (pu)	B (pu)
<b>1</b>	<b>1-2</b>	0.00055	0.0048	0.06	<b>24</b>	<b>10-22</b>	0.0069	0.0298	0.01
<b>2</b>	<b>1-18</b>	0.0013	0.0115	0.12	<b>25</b>	<b>11-25</b>	0.096	0.27	0.02
<b>3</b>	<b>2-3</b>	0.00146	0.0513	0.1	<b>26</b>	<b>11-26</b>	0.0165	0.097	0.008
<b>4</b>	<b>2-7</b>	0.0103	0.0586	0.036	<b>27</b>	<b>12-14</b>	0.0327	0.802	0
<b>5</b>	<b>2-8</b>	0.0074	0.0321	0.078	<b>28</b>	<b>12-15</b>	0.018	0.0598	0
<b>6</b>	<b>2-13</b>	0.00357	0.0967	0.05	<b>29</b>	<b>13-14</b>	0.0046	0.0271	0.002
<b>7</b>	<b>2-26</b>	0.0323	0.1967	0	<b>30</b>	<b>13-15</b>	0.0116	0.061	0
<b>8</b>	<b>3-13</b>	0.0007	0.00548	0.001	<b>31</b>	<b>13-16</b>	0.01793	0.0888	0.002
<b>9</b>	<b>4-8</b>	0.0008	0.024	0.0002	<b>32</b>	<b>14-15</b>	0.0069	0.0382	0
<b>10</b>	<b>4-12</b>	0.0016	0.0207	0.03	<b>33</b>	<b>15-16</b>	0.0209	0.0512	0
<b>11</b>	<b>5-6</b>	0.0069	0.03	0.198	<b>34</b>	<b>16-17</b>	0.099	0.06	0
<b>12</b>	<b>6-7</b>	0.00535	0.0306	0.00201	<b>35</b>	<b>16-20</b>	0.0239	0.0585	0
<b>13</b>	<b>6-11</b>	0.0097	0.057	0.0002	<b>36</b>	<b>17-18</b>	0.0032	0.06	0.076
<b>14</b>	<b>6-18</b>	0.00374	0.0222	0.0024	<b>37</b>	<b>17-21</b>	0.229	0.445	0
<b>15</b>	<b>6-19</b>	0.0035	0.066	0.09	<b>38</b>	<b>19-23</b>	0.03	0.131	0
<b>16</b>	<b>6-21</b>	0.005	0.09	0.0452	<b>39</b>	<b>19-24</b>	0.03	0.125	0.004
<b>17</b>	<b>7-8</b>	0.0012	0.00693	0.0002	<b>40</b>	<b>19-25</b>	0.119	0.2249	0.008
<b>18</b>	<b>7-9</b>	0.00095	0.0429	0.05	<b>41</b>	<b>20-21</b>	0.0657	0.157	0
<b>19</b>	<b>8-12</b>	0.002	0.018	0.04	<b>42</b>	<b>20-22</b>	0.015	0.0366	0
<b>20</b>	<b>9-10</b>	0.00104	0.0491	0.002	<b>43</b>	<b>21-24</b>	0.0476	0.151	0
<b>21</b>	<b>10-12</b>	0.00247	0.0132	0.02	<b>44</b>	<b>22-23</b>	0.029	0.099	0
<b>22</b>	<b>10-19</b>	0.0547	0.236	0	<b>45</b>	<b>22-24</b>	0.031	0.088	0
<b>23</b>	<b>10-20</b>	0.0066	0.016	0.002	<b>46</b>	<b>23-25</b>	0.0987	0.1168	0

**IV. 2. 3. Données des nœuds :**

Les données des nœuds qui sont utilisés sont: Le type des accès, la puissance de production, la charge des accès et les limites de production, on a aussi les tensions dans les accès. Elles sont représentées dans le tableau IV.3:

**Tableau IV. 3.** Données des nœuds.

N° JB	Ta	Ampli V(pu)	Delta(degré)	Pload(MW)	Qload(MVAR)	Pgénéré(MW)	Qgénéré(MVAR)	Qg Min (MVAR)	Qg Max (MVAR)
1	1	1.0250	0	51	41	0	0	0	0
2	2	1.0200	0	22	15	79	0	40	250
3	2	1.0250	0	64	50	20	0	40	150
4	2	1.0500	0	25	10	100	0	25	80
5	2	1.0450	0	50	30	300	0	40	160
6	0	1.0000	0	76	29	0	0	0	0
7	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	0
8	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	0
9	0	1.0000	0	89	50	0	0	0	0
10	0	1.0000	0	0	0	0	0	0	0
11	0	1.0000	0	25	15	0	0	0	0
12	0	1.0000	0	89	48	0	0	0	0
13	0	1.0000	0	31	15	0	0	0	0
14	0	1.0000	0	24	12	0	0	0	0
15	0	1.0000	0	70	31	0	0	0	0
16	0	1.0000	0	55	27	0	0	0	0
17	0	1.0000	0	78	38	0	0	0	0
18	0	1.0000	0	153	67	0	0	0	0
19	0	1.0000	0	75	15	0	0	0	0
20	0	1.0000	0	48	27	0	0	0	0
21	0	1.0000	0	46	23	0	0	0	0
22	0	1.0000	0	45	22	0	0	0	0
23	0	1.0000	0	25	12	0	0	0	0
24	0	1.0000	0	54	27	0	0	0	0
25	0	1.0000	0	28	13	0	0	0	0
26	2	1.0150	0	40	20	60	0	15	50

**IV.2.4 Formulation du problème**

Après la résolution de l'écoulement de puissance, le problème du dispatching économique consiste à minimiser la fonction objective du coût total de production, qui est donnée par l'équation suivante :

$$C_t = \sum_{i=1}^n C_i(Pg_i) = \sum_{i=1}^n a_i + b_iPg_i + c_iPg_i^2 \tag{IV.1}$$

$n$  : le nombre de nœuds générateurs (producteurs).

$a_i, b_i, c_i$  : les coefficients de la fonction coût propres à chaque centrale ( $i$ ).

L'optimisation des coûts de production est soumise à des contraintes d'égalités et d'inégalités :

La contrainte d'égalité est donnée par l'équation suivante:

$$\sum_{i=1}^n P g_i = P_c + P_L \tag{IV.2}$$

$P_c$  : représente la puissance active totale consommée.

$P_L$  : sont les pertes actives dans le réseau.

$P g_i$  : représente la puissance active générée au nœud ( $i$ ).

Contraintes d'inégalités.

$$P g_i - P g_i^{max} \leq 0 \tag{IV.3}$$

$$P g_i^{min} - P g_i \leq 0 \tag{IV.4}$$

Où :

$P g_i^{max}$ : est la puissance active maximale du générateur ( $i$ ).

$P g_i^{min}$ : est la puissance active minimal du générateur ( $i$ ).

On trouve aussi des contraintes d'inégalités liées aux limites des équipements du réseau électrique telle que les courants transitant ( $I_{ij}^{min}, I_{ij}^{max}$ ), et aussi sur les tensions ( $V_{ij}^{min}, V_{ij}^{max}$ ) aux accès comme suit :

$$I_{ij}^{min} \leq I_{ij} \leq I_{ij}^{max} \text{ et } V_{ij}^{min} \leq V_{ij} \leq V_{ij}^{max}$$

### IV.3. Ecoulement de puissance par la méthode de Newton Raphson

Après exécution de la simulation pour une demande de 1263 MW, on obtient les résultats représentés par les figures IV.2, IV.3 et le tableau IV.4 :

**Tableau .IV.4.** Résultats et simulation de réseau 26 nœuds (puissance injectés).

N° JB	Ta	Ampli V(pu)	Delta(degré)	Pload(MW)	Qload(MVAR)	Pgénéré(MW)	Qgénéré(MVAR)	Qg Min (MVAR)	Qg Max (MVAR)
1	1	1.0250	0	51	41	719.5182	224.0060	0	0
2	2	1.0200	-0.9310	22	15	79	125.3472	40	250
3	2	1.0350	-4.2125	64	50	20	63.0023	40	150
4	2	1.0500	-3.5821	25	10	100	49.2120	25	80
5	2	1.0450	1.1289	50	30	300	124.4635	40	160
6	0	0.9989	-2.5726	76	29	0	0	0	0

7	0	0.9938	-3.2041	0	0	0	0	0	0
8	0	0.9968	-3.2985	0	0	0	0	0	0
9	0	1.0086	-5.3928	89	50	0	0	0	0
10	0	0.9890	-5.5611	0	0	0	0	0	0
11	0	0.9971	-3.2181	25	15	0	0	0	0
12	0	0.9927	-4.6915	89	48	0	0	0	0
13	0	1.0136	-4.4303	31	15	0	0	0	0
14	0	1.0002	-5.0398	24	12	0	0	0	0
15	0	0.9915	-5.5381	70	31	0	0	0	0
16	0	0.9825	-5.8825	55	27	0	0	0	0
17	0	0.9872	-4.9851	78	38	0	0	0	0
18	0	1.0073	-1.8659	153	67	0	0	0	0
19	0	1.0037	-6.3973	75	15	0	0	0	0
20	0	0.9804	-6.0249	48	27	0	0	0	0
21	0	0.9773	-5.7777	46	23	0	0	0	0
22	0	0.9776	-6.4375	45	22	0	0	0	0
23	0	0.9765	-7.0874	25	12	0	0	0	0
24	0	0.9682	-7.3474	54	27	0	0	0	0
25	0	0.9743	-6.7745	28	13	0	0	0	0
26	2	1.0150	-1.8027	40	20	60	32.7057	15	50

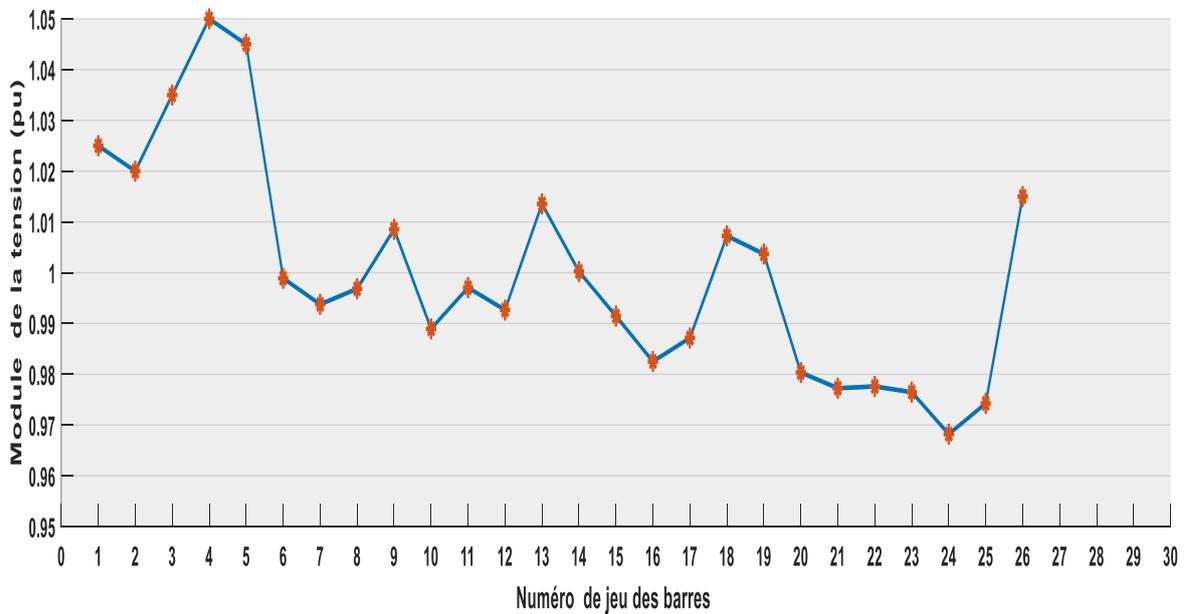


Figure. IV.2. Module des tensions du réseau électrique à 26 J.D.B par NR.

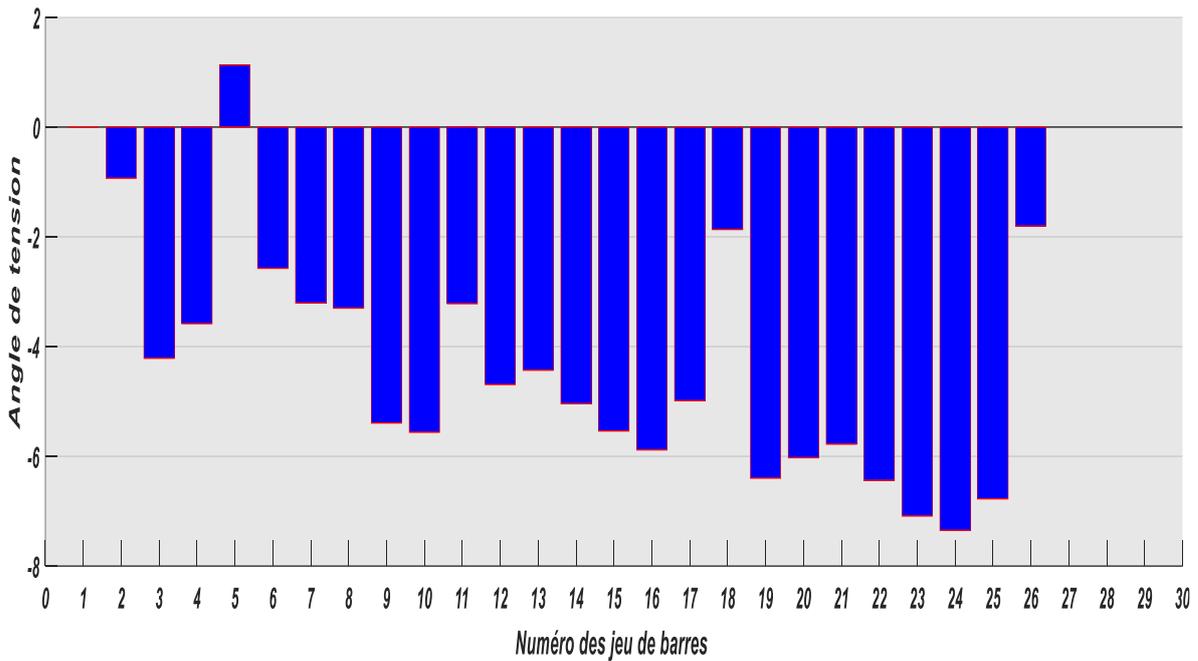


Figure. IV.3. Angles des tensions du réseau électrique à 26 J.D.B par NR.

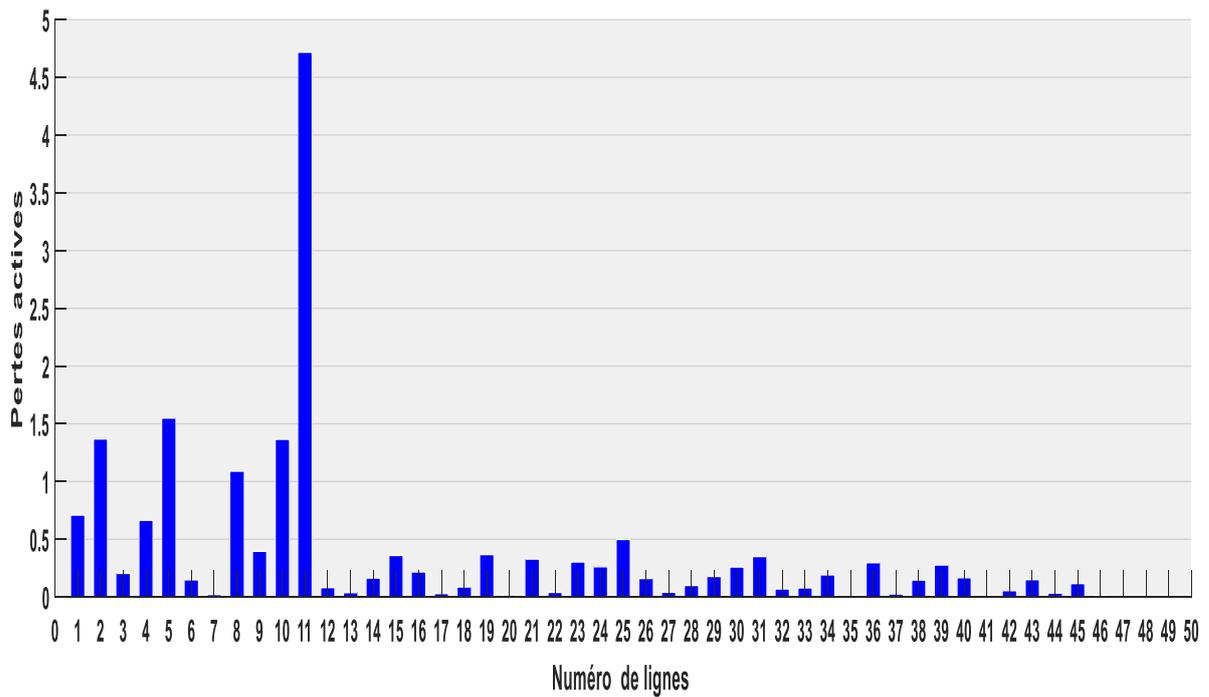


Figure. IV.4. Pertes actives du réseau électrique à 26 J.D.B par NR.

**Interprétation des résultats**

D’après les tableaux ci-dessus et après la simulation nous avons constatés les points suivants :

On remarque que le module de la tension reste fixe dans les nœuds [01,02,03,04,05,26] de réseau puisque c’est des tensions régulées, et a augmenté dans les nœuds

[06,09,13,14,18,19]. Pour le reste des nœuds de réseau, on remarque une diminution dans les limites acceptables par rapport aux valeurs initiales.

- o La demande totale (MW)  $P_c = 1263\text{MW}$ .
- o La génération totale (MW)  $\sum P_{gi} = 1278,5\text{MW}$ .
- o Les pertes actives total (MW)  $PL = 15,5182\text{MW}$ .

Ces valeurs sont calculées à un moment donné, autrement dit à l’instant ‘t ’ce qui nous conduit à dire que ce problème peut être considéré statique (pas de variations de charge). Donc on fera une étude d’un dispatching économique statique pour une demande à un instant précis.

**IV.4. Calcul du dispatching économique avec perte**

Pour le cas du dispatching économique on optimise la fonction objective pour que le coût total prenne la valeur minimal. Les contraintes d’égalités et d’inégalités sont mise en considération pour chaque calcule de l’optimisation du dispatching économique. Les pertes sont incluses.

**IV.4.1. Application de la méthode classique du Gradient**

Dans cette partie, on applique la méthode de Gradient (II.6.1.2) pour le calcul du dispatching économique sans et avec pertes avec la formule de Kron sur le réseau IEEE de 26 accès, et les résultats de simulations obtenus sont représentés sur le tableau (IV.5)

**IV.4.1.1. Calcul des pertes par la formule de Kron**

On utilise une expression mathématique en fonction des puissances de sortie de chaque unité de production, avec les coefficients des pertes correspondantes, donnée par l’équation (II.31).

**IV.4.1.2. Résultats de simulation**

Les résultats obtenus sont représentés dans le tableau (VI.5)

**Tableau. IV.5.** Puissances optimales sans et avec pertes

N° du générateur	méthode du Gradient	
	Sans pertes	Avec pertes
<i>PG1 (MW)</i>	446,7073	473.2458
<i>PG2 (MW)</i>	171,2580	172.8964
<i>PG3 (MW)</i>	264,1057	190.5858
<i>PG4 (MW)</i>	125,2168	150.0000
<i>PG5 (MW)</i>	172,1189	197.1741
<i>PG26 (MW)</i>	83,5935	104.6402
Coût incrémental ( $\lambda$ ) (\$/MWh)	13,2539	13.8944
Coût de production (\$/h)	15776,42	15682

## Commentaires

D'après les résultats obtenus, on remarque bien que les puissances générées sans et avec pertes diffèrent d'un point de production à un autre ;

- Aux jeux de barre 1,2, 4, 5 et 26, on remarque que les puissances générées sans perte sont inférieures à celles avec perte; Contrairement au jeu de barre 3, la puissance générée sans perte est supérieure à celle générée avec perte.

Ces écarts entre les puissances de 6 centrales, sont dus à la topologie du réseau, qui dépend de la distance des centrales par rapport aux charges et aux autres jeux de barres. Dans le cas où la centrale est proche de la charge, cela diminuera les pertes dans les lignes, donc une forte puissance générée par cette centrale va compenser les pertes causées par celles qui sont éloignée de la charge.

- Toutes les contraintes d'égalités et d'inégalité sont respectées ;
- Les résultats obtenus par la méthode de Gradient sont fortement acceptables avec une tolérance de l'ordre de  $10^{-4}$  qui est strictement permise.

Une diminution considérable du coût de production de la puissance active, après convergence de la méthode de gradient avec perte **15682**\$/h contre **15776,46** \$/h pour le cas sans perte.

### IV.4.2. Application avec la méthode d'Optimisation par Essaim particulière

Dans cette partie on utilise, pour le calcul des pertes, deux approches la première est la formule de Kron. La deuxième approche consiste à utiliser l'écoulement de puissances par Newton Raphson en vue de la résolution du dispatching économique avec pertes par la méthode d'Optimisation par Essaim Particulaire (III.6.5.7), pour le réseau IEEE 26 accès

#### IV.4.2.1. Calcul des pertes par la formule de Kron

On utilise une expression mathématique en fonction des puissances de sortie de chaque unité de production, avec les coefficients des pertes correspondantes, donnée par l'équation (II.31).

#### IV.4.2.2. Résultats de simulation

Pour l'application de l'algorithme, les paramètres de l'OEP sont utilisés comme suite :

- La valeur du facteur d'inertie :  $w_1=0,4$  et  $w_2=0,9$ .
- La valeur des facteurs d'accélération  $C_1 = C_2 = 2$ .

- Nombre de générations = 6 (les unités de production).
- Nombre de particules = 80 et nombre d'itération = 100.

Les résultats de simulation obtenus par l'application de la méthode de l'OEP sont portés sur le tableau (IV-6) et illustrés sur la figure (IV-5) ;

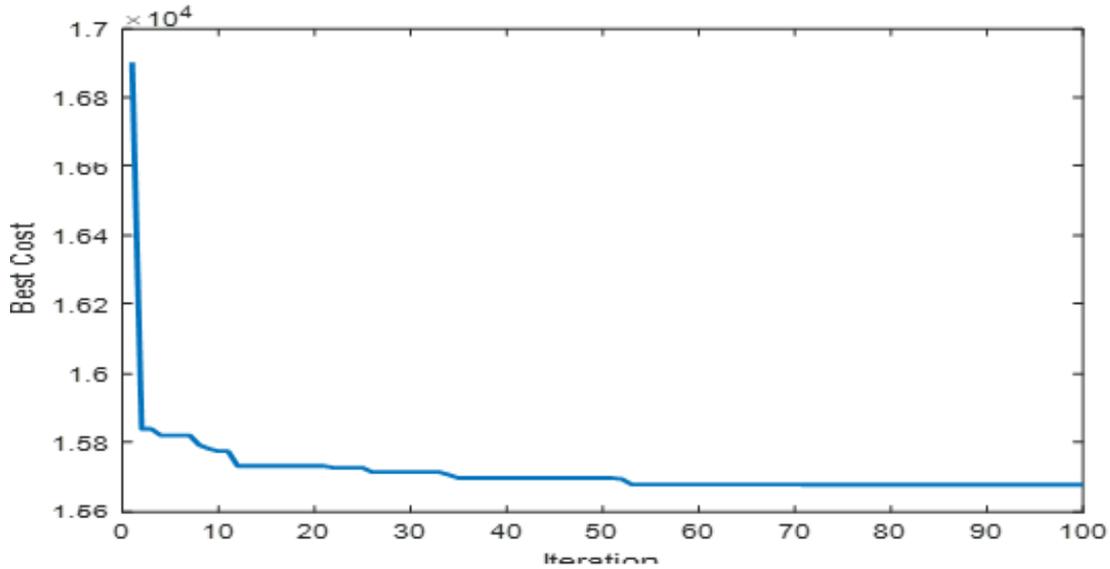


Figure. IV.5. Evolution progressive de la fonction coût de l'OEP.

Tableau. IV.6. Comparaison du coût de fuel par différentes méthodes (OEP et Gradient).

N° du générateur	Gradient avec pertes	OEP avec perte
<i>PG1 (MW)</i>	473.2458	478.4024
<i>PG2 (MW)</i>	172.8964	165.6014
<i>PG3 (MW)</i>	190.5858	203.7117
<i>PG4 (MW)</i>	150.0000	150.0000
<i>PG5 (MW)</i>	197.1741	200.0000
<i>PG26 (MW)</i>	104.6402	87.5148
<b>Pertes totales de puissance</b>	25.5449	25.9012
<b>Coût de production (\$/h)</b>	15682	15678.0432

**Commentaires**

La figure (IV.5) montre l'évolution de la fonction coût durant le processus d'optimisation, on remarque que le coût de production commence à partir de la valeur

16900 \$/h et le passage d'un point de fonctionnement à un autre, jusqu'à atteindre le point optimal qui correspond au coût de production de valeur correspond à 15682 \$/h.

D'après le tableau (IV-6) on remarque que:

- Toutes les contraintes d'égalités et d'inégalité sont satisfaites ;
- Une diminution considérable du coût de production de la puissance active après convergence de l'algorithme du OEP qui donne la valeur de 15678.0432 \$/h contre 15682\$/h, soit un gain financier (bénéfice) de 4.0432 \$/h.

Malgré que les pertes de puissance active ont été augmentées après l'optimisation, mais le gain financier reste le plus significatif.

#### **IV.4.2.3. Calcul des pertes par le calcul d'EP par NR**

Ce test est consacré à la résolution de DE avec calcul des pertes par le calcul d'EP par NR.

L'algorithme se déroule suivant les étapes suivantes :

- Effectuer un écoulement de puissance pour voir le coût total, par la méthode de Newton Raphson (NR) ;
- Appliquer la méthode métaheuristique PSO. En suivant l'organigramme présenté dans la figure (III.4), pour trouver par choix les valeurs des particules, dans les gammes permises ;
  - Pour tester ce choix il faut calculer le coût total (fonction objective), donc faire après chaque choix, un écoulement de puissance nouveau par la méthode NR ;
  - Comparer la valeur de la fonction coût total avec la valeur minimale de l'étape précédente et garder la valeur minimale ;
  - Chercher une nouvelle valeur tant que le critère d'arrêt n'est pas atteint.

#### **IV.4.2.4. Résultats de simulation**

Pour l'application de l'algorithme, les paramètres de l'OEP sont utilisés comme suite :

- La valeur du facteur d'inertie :  $w_1=0,4$  et  $w_2 =0,9$ .
- La valeur des facteurs d'accélération  $C_1 = C_2 = 2$ .
- Nombre de générations = 6 (les unités de production).
- Nombre de particules = 40

Les résultats de simulation obtenus sont portés sur les tableaux (IV.7), (IV.8), (IV.9) et illustrés sur les figures (IV.6), (IV.7), (IV.8) et (IV.9):

**Tableau.IV.7.** Puissances actives générées optimales pour l'objectif envisagé.

N° du générateur	OEP avec perte par la formule des pertes	OEP avec pertes par le calcul d'EP par NR.
<i>PG1 (MW)</i>	478.4024	447.4705
<i>PG2 (MW)</i>	165.6014	171.2631
<i>PG3 (MW)</i>	203.7117	261.6575
<i>PG4 (MW)</i>	150.0000	135.2368
<i>PG5 (MW)</i>	200.0000	175.9166
<i>PG26 (MW)</i>	87.5148	84.2433
<b>Pertes totales de puissance</b>	25.9012	15.1278
<b>Coût de production (\$/h)</b>	15678.0432	15446.4966

**Tableau IV.8.** Tensions du réseau électrique IEEE à 26 J.D.B.

N° JB	OEP		Newton Raphson	
	Module	Angle	Module	Angle
1	1.0250	0	1.0250	0
2	1.0200	-0.2075	1.0200	-0.9310
3	1.0350	-0.7213	1.0350	-4.2125
4	1.0500	-2.1131	1.0500	-3.5821
5	1.0450	-1.1458	1.0450	1.1289
6	1.0006	-2.7869	0.9989	-2.5726
7	0.9953	-2.3898	0.9938	-3.2041
8	0.9983	-2.2734	0.9968	-3.2985
9	1.0104	-4.3773	1.0086	-5.3928
10	0.9909	-4.3096	0.9890	-5.5611
11	0.9979	-2.8200	0.9971	-3.2181
12	0.9943	-3.2893	0.9927	-4.6915
13	1.0224	-1.3306	1.0136	-4.4303
14	1.0081	-2.4941	1.0002	-5.0398
15	0.9988	-3.2681	0.9915	-5.5381
16	0.9901	-4.0155	0.9825	-5.8825
17	0.9828	-4.3524	0.9872	-4.9851
18	1.0074	-1.8564	1.0073	-1.8659
19	1.0046	-6.0232	1.0037	-6.3973
20	0.9830	-4.7569	0.9804	-6.0249
21	0.9772	-5.3613	0.9773	-5.7777
22	0.9796	-5.3162	0.9776	-6.4375
23	0.9780	-6.3600	0.9765	-7.0874
24	0.9691	-6.6395	0.9682	-7.3474
25	0.9751	-6.2273	0.9743	-6.7745
26	1.0150	-0.4279	1.0150	-1.8027

Tableau.IV.9. Pertes actives du réseau électrique IEEE à 26 J.D.B.

N° JB	PERTES ACTIVES		N° JB	PERTES ACTIVES	
	NR	OEP		NR	OEP
1	0.7093	0.0911	24	0.2619	0.3157
2	1.3684	1.3577	25	0.4982	0.4652
3	0.2044	0.0384	26	0.1601	0.3616
4	0.6643	0.6101	27	0.0410	0.1749
5	1.5494	1.2311	28	0.0998	0.0097
6	0.1486	0.0142	29	0.1778	0.3914
7	0.0215	0.0028	30	0.2597	0.5278
8	1.0896	1.4542	31	0.3501	0.7251
9	0.3956	0.3718	32	0.0695	0.1251
10	1.3655	1.3107	33	0.0788	0.1690
11	4.7175	2.0216	34	0.1917	0.0676
12	0.0815	0.0439	35	0.0064	0.1326
13	0.0377	0.0021	36	0.2969	0.2197
14	0.1642	0.2369	37	0.0258	0.0307
15	0.3597	0.2569	38	0.1466	0.1227
16	0.2168	0.1545	39	0.2770	0.2490
17	0.0294	0.0324	40	0.1669	0.1617
18	0.0867	0.0740	41	0.0062	0.0330
19	0.3673	0.1983	42	0.0549	0.1005
20	0.0168	0.0163	43	0.1504	0.1014
21	0.3284	0.4436	44	0.0338	0.0879
22	0.0399	0.1015	45	0.1164	0.2206
23	0.3030	0.2651	46	0.0140	0.0057

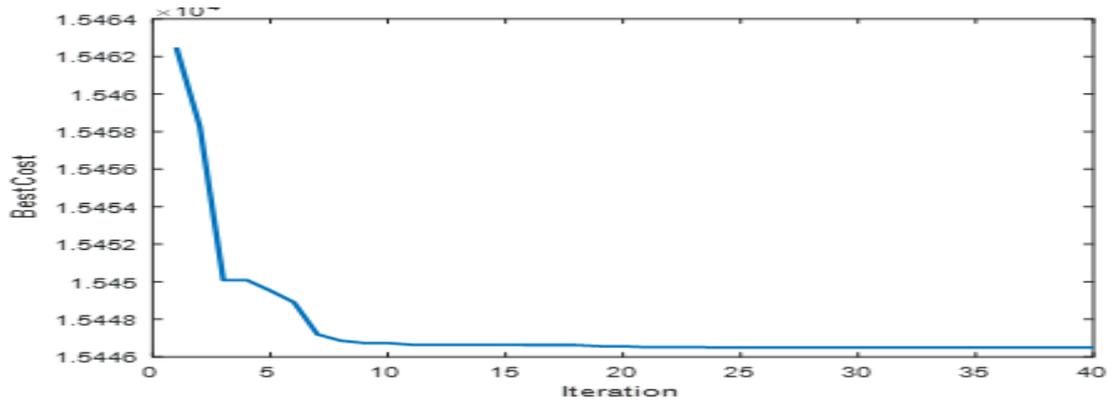


Figure.IV.6. caractéristique de convergence de l'OEP, système 6 unités

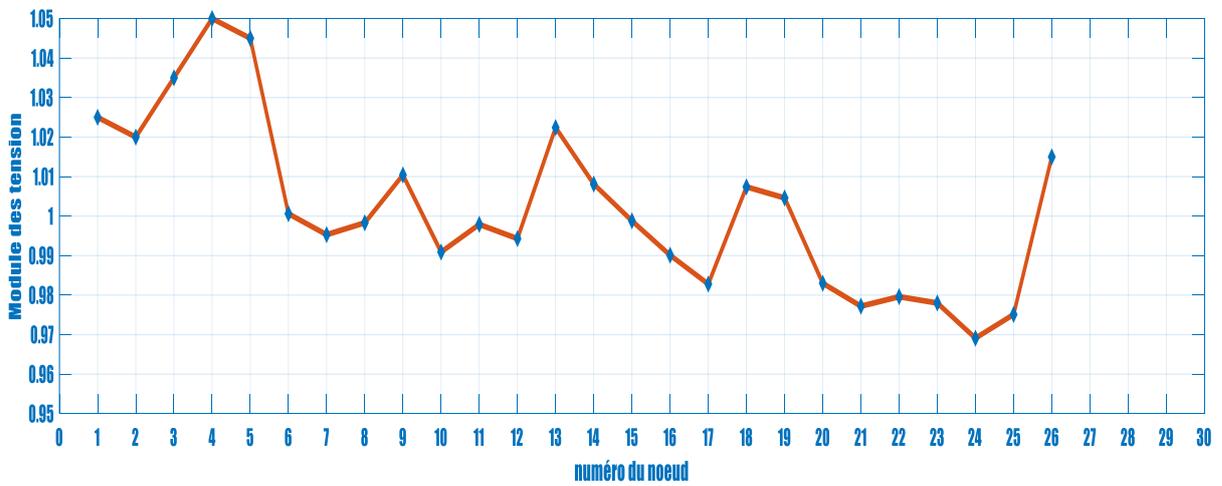


Figure. IV.7. Module des tensions du réseau électrique à 26 J.D.B par OEP

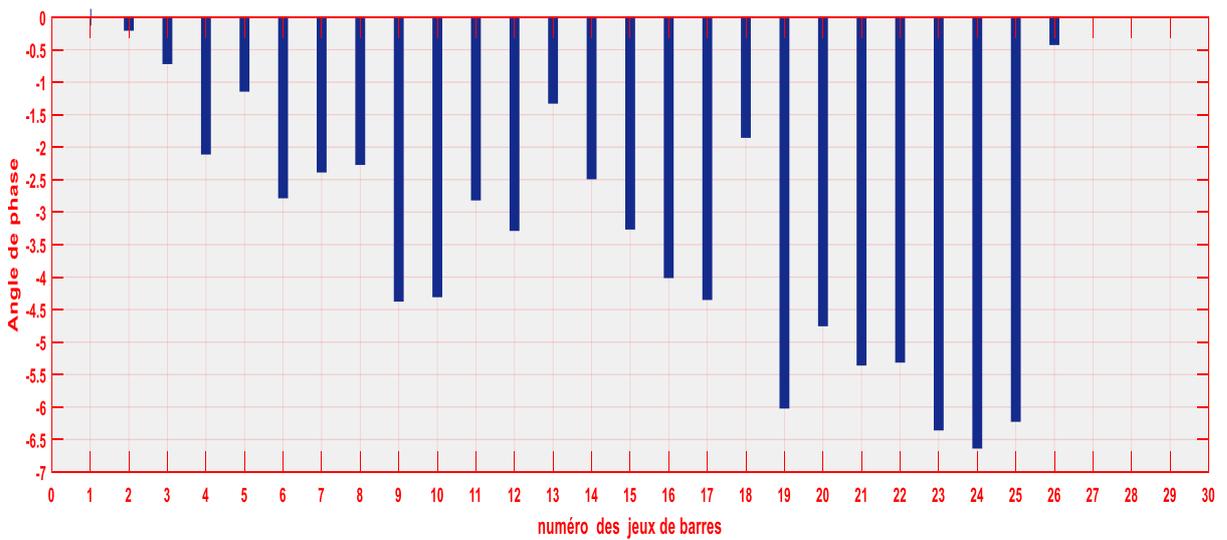


Figure. IV.8. Angles des tensions du réseau électrique à 26 J.D.B par OEP

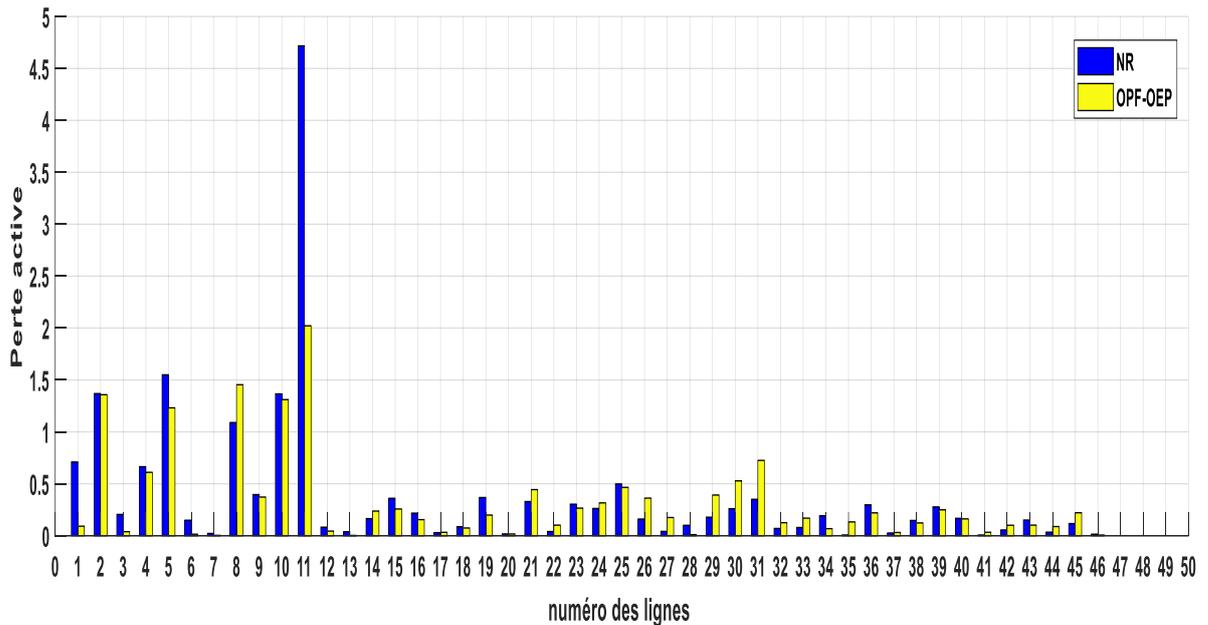


Figure. IV.9. Pertes actives du réseau électrique à 26 J.D.B par OEP.

D’après les tableaux ci-dessus et après la simulation nous avons constatés les points suivants :

On remarque que les modules des tensions restent fixes dans les nœuds 01,02,04,05 et 26 de réseau puisque c’est des tensions régulées, et sont augmentés dans les nœuds 06,09,13,14,18 et 19. Pour le reste des nœuds de réseau, on remarque une diminution dans les limites acceptables par rapport aux valeurs initiales. Par contre, les phases des tensions ont changés. Cela est dus aux fort couplage qui existe entre les phases des tensions et les puissances actives du système électrique.

- Toutes les puissances générées sont dans leurs limites admissibles.
- Diminution de coût total après convergence de l’algorithme du l’ OEP :  
15446.4966\$/h contre 15678.0432\$/h, soit un gain financier de 231.5466\$/h
- Amélioration de l’écoulement de puissance.

Pour les pertes, on constate une diminution de 10.7734 MW par rapport au cas de calcul du dispatching économique avec perte (formule de perte) OEP.

#### IV.5. Conclusion

Les résultats obtenus par la méthode métaheuristique des essaims de particules sont très satisfaisante en matière de bénéfice et de la répartition par rapport à la méthode classique du gradient malgré qu’il n’y pas une grande différence entre eux. Toutes les puissances générées sont dans leurs limites. Ce qui démontre que la méthode

métaheuristique des essaims de particules est bien adaptée à la résolution du problème de la répartition optimale des puissances actives.

# **Conclusion générale**

### Conclusion générale

Ce mémoire s'inscrit dans le cadre du projet de recherche intitulé : "Techniques d'optimisation et d'aide à la décision appliquée aux trains à lévitation magnétiques et à la planification des systèmes électriques". Il s'agit de la résolution du problème de la répartition optimale de puissance, en utilisant des nouvelles techniques. Le but de notre travail est la réalisation d'outils de calcul du dispatching économique dans un réseau d'énergie électrique par deux sortes de méthodes à savoir les méthodes déterministes et les métaheuristiques. Pour les méthodes déterministes on a dus utilisées la méthode du Gradient et Lagrange, pour la méthode métaheuristiques nous avons choisi la méthode des Essaims de Particules.

On a commencé notre travail par un calcul de l'écoulement de puissance pour pouvoir évaluer les tensions dans chaque nœud, les puissances générées les puissances transitées, les puissances injecter aux nœuds et les pertes de transport aux niveaux des lignes de transmission, par la méthodes de Newton Raphson. Nous sommes passée en deuxième lieu à la résolution du dispatching économique par la technique classique du gradient qui est très efficace, exacte mais nécessite de partir d'un point initial proche de la solution. Elle est basée sur le calcul des dérivées premières qui deviennent plus compliquées en augmentant le nombre de contraintes avec le risque de convergence vers l'optimum local. C'est la raison pour laquelle nous avons pensé à d'autres techniques global plus efficaces. Des recherches ont été développées dans ce contexte, les essaims de particules étaient un de nos multiples choix, cette méthode est très efficace car elle nous a permet la résolution du problème de répartition optimale des puissances, par sa facilité de programmation et sa convergence vers l'optimum global .

Enfin on estime que ce travail sera un pas dans le développement et l'implantation des techniques modernes pour résoudre les problèmes liés aux réseaux électriques basées sur les méthodes métaheuristiques et que ce mémoire viendra enrichir la bibliothèque de l'université .

### **Références bibliographiques**

- [1] J.Carpentier. " Contribution à l'Etude du Dispatching Economique ", bulletin de la société Française des Electriciens, Vol 3, septembre 1962.
- [2] N.V.Aravantidis & J .Rosing, "The use of objective function in real power dispatching" IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Volume: PAS-90, Issue: 4, pages:1742 –1751, ISSN: 0018-9510, July 1971
- [3] M. Hamed, "Dispatching économique dynamique par utilisation de méthode d'optimisation globale", Mémoire de Masters, Université Mohamed Khider – Biskra. /[http://thesis.univ\\_biskra.dz/id/eprint/536](http://thesis.univ_biskra.dz/id/eprint/536) / 5 nov. 2014.
- [4] Rezig, Missoum "Etude d'un dispatching économique des puissances actives par les algorithmes de fourmis", Magister en Electronique et Electrotechnique/Université Hassiba Benbouali de Chlef, Faculté de Technologie, 14 octobre 2008.
- [5] LAOUFI Abdellah .ALLAOUA Boumediène " Répartition optimale des puissances actives d'un réseau électrique utilisant l'algorithme de colonis de fourmis", université de Bechar
- [6] A. OULD NAGI, " Optimisation de l'écoulement de puissance Par algorithmes : AG et PSO-TVAC ", Mémoire Master En Electrotechnique, Université Mohammed khider Biskra, juin 2014.
- [7] M . MERSEL et K. MEKLAT ; " Méthode de calcul rapide des répartitions de puissance dans les réseaux électriques " mémoire de fin d'étude , Université de Bejaia 1989
- [8] DRAA RABIA et CHABOU MD TAHAR ; " Calcul de l'écoulement de puissance probabilistique " Mémoire de fin d'étude , Université de Bejaia Septembre 96
- [9] CHARLES A. GROSS; " power system analysis ", Mc GRAW HILL international editions ( Electrical & Electronic Engineering series ),1988
- [10] H. Saadat; "Power System Analysis", McGraw-Hill, 1999.
- [11] BENYAZA MOHAMED, " Répartition optimale des puissances dans un réseau électrique par l'algorithme génétique ", mémoire Master Université Kasdi Merbah Ouargla, Mai 2016.

- [12] A. BOUZIDI; " Modélisation et simulation des réseaux électriques " ,cours faculté Technologie, Université de Bejaia
- [13] VINCENT DEL TORO.; " Electric power systems ", Edition : Prentice Hall, Englewood cliffs, New Jersey07632
- [14] GLENN W.STAGG, AHMED H.EL ABIAD; "Computer methods in power systems analysis " ,Mc GRAW HILL international editions ( Electrical & Electronic Engineering series ); 1988
- [15] FRIDJAT Zineddine , TAMMA Mohammed Elhadi, "Application des algorithmes génétiques à l'optimisation de la production énergie active dans réseau électrique", mémoire de fin d'étude en vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en électrotechnique, Juin 2014.
- [16] A.GACEM, "Utilisation des méthodes d'optimisations métaheuristiques pour la résolution du problème de répartition optimale de la puissance dans les réseaux électriques", Mémoire de Magister, Université El-oued, 2010.
- [17] M. YOUNES, S. HADJRI, H. SAYAH, "*Dispatching économique par une méthode artificielle*", ACTA ELECTROTEHNICA, Vol. 50, N° 2, 2009.
- [18] F. BENHAMIDA, A. BENDAOU, Y. RAMDANI, " *Résolution de dispatching économique par la méthode de distribution par paquet* ", ACTA ELECTROTEHNICA, Volume 51, N° 2, 2010.
- [19] A. DRAIDI, " Répartition économique de l'énergie électrique utilisant les techniques d'intelligence artificielle ", mémoire de magister, département d'électrotechnique université de Constantine ,2010.
- [20] TAREK BOUKTIR, " Application De La Programmation Orientée Objet a L'optimisation De L'écoulement De Puissance ", Thèse de doctorat, Electrotechnique, Réseaux électrique, Université d'Annaba, 2004
- [21] F. BENHAMIDA, R. BELHACHEM, A. BENDAOUED, Y. RAMDANI, "Résolution de dispatching optimal en combinant l'écoulement de puissance pour le calcul des pertes ", Acta Electrotechnique, volume 53, numéro 1,2012.
- [22] D. S. Kirschen, G. Strbac: " Fundamentals of power system economics" Wiley 2004.

- [23] R. DAOUDI "Optimisation des puissances réactives par la méthode Essaim de Particules (PSO) dans un réseau d'énergie électrique".Mémoire de Magister Ecole Normale Supérieure de l'Enseignement Technologique d'Oran.2011-2012
- [24] KHAMED Okba, "Dispatching économique dynamique des réseaux électriques par les méthodes méta-heuristique", Mémoire de Fin d'Etudes En vue de l'obtention du diplôme de Master en réseaux électriques, Université Mohamed Khider Biskra 2012 / 2013.
- [25] Voss S., Martello S., Osman I.H., Roucairol C., (1999). "*Meta-heuristics Advance and trends in local search paradigms for optimization* ". Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, the Netherlands.
- [26] S. Bouhini, "Etude du problème de la répartition économique de puissance avec l'algorithme d'Optimisation à Essaims de particules (PSO) ", Mémoire de Fin d'Etudes En vue de l'obtention du diplôme de Master en Electrotechnique industriel, Université DJILALI BOUNAAMA KHEMIS MILIANA 2017 / 2018.
- [27] B. Autin " *Les métaheuristiques en optimisation combinatoire* " mémoire CNAM Paris mai 2006.
- [28] S.Moussa " Optimisation de l'écoulement de puissance par une méthode métaheuristiques (technique des abeilles) en présence d'une source renouvelable (éolienne) et des dispositifs FACTS " Mémoire de Magister, Université de Sétif 2012.
- [29] Marco Dorigo and Thomas Stützle, "Ant Colony Optimization ", The MIT Press Cambridge Massachusetts, London, England. 2004.
- [30] Boumediène ALLAOUA et Abdellah LAOUFI, " Collective Intelligence for Optimal Power Flow Solution Using Ant Colony Optimization ", Leonardo Electronic Journal of Practices and Technologies ISSN 1583-1078, Issue 13, July-December 2008 p. 88 105.
- [31] Omsaad HAJJI, "contribution au developpement de méthodes d'optimisation stochastiques.Application à la conception des dispositifs électrotechniques", thèse doctorat, école centrale de Lille/ université des sciences et technologies de Lille. 03/12/2003.
- [32] J.izhong Zhu, "OPTIMIZATION OF POWER SYSTEM OPERATION",IEEE press series on power engineering, ISBN: 978-470-29888-6, 2009.

- [33] EBERHART, Russell C., SHI, Yuhui, et KENNEDY, James. " *Swarm intelligence* ". Elsevier, 2001.
- [34] M. Clerc et P. Siarry " Une nouvelle métaheuristique pour l'optimisation difficile : la méthode des essaims particulaires " France Télécom R&D; Université Paris 12.
- [35] Andries P. Engelbrecht , " Computational Intelligence an introduction", edition John Wiley & Sons, Ltd
- [36] R Qi, B Hu, P.H Cournede " PSOTS: A Particle Swarm Optimization Toolbox in Scilab" 978\_1\_4244\_4453\_3/09/2009 IEEE.
- [37] L. Kartobi "*Optimisation de la Synthèse des FACTS par les Algorithmes Génétiques et les Essaims Particulaires pour le contrôle des Réseaux Electriques* ", Mémoire de Magister de Ecole Nationale Polytechnique Alger Novembre 2006
- [38] M.T Huynh "Application de l'Optimisation par Essaim Particulaire à la représentation de matrice de préférence valuées" Université Libre De Bruxelles 2009.
- [39] R. Mansouri " Contribution a l'analyse et la synthèse des systèmes d'ordre fractionnaire par la représentation d'état " thèse de Doctorat en Electrotechnique UMMTO 2008.
- [40] Berthold Immanuel Schmitt; "Convergence Analysis for Particle Swarm Optimization"; FAU University Press ,2015