REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université A. MIRA – BEJAIA



Faculté : Technologie Département : Génie des procédés

Spécialité : Génie des Procédés des matériaux

Mémoire de Fin de Cycle En vue de l'obtention du diplôme

MASTER

Thème

Etude expérimentale et théorique en vue de la modélisation des caoutchoucs utilisés dans l'industrie automobile IRIS TYRES SETIF

Présenté par :

Melle BETROUNE Asma & Melle BENAISSA Amel

Soutenu le : 15/09/2021

Devant le jury composé de :

Encadreur

Présidente

Co-promoteur

Examinatrice

Mr. BENSLIMEANE. A Mr. Mouzaia. R Mme. Chibani. N Mme. Ihamouchene. C

Année universitaire : 2020 /2021.



Dédicace

Je dédie ce modeste travail à :

Mes très chers parents pour leur soutien moral et leurs encouragements tout le

long de mon cursus universitaire

A mes chères sœurs (Khadîdja, Sarah, et Iman)

A mon très cher frère Sofiane

A mes chers neveux Yasser et Youman

A mes chers beaux-frères (Omar et Toufik)

A mon cher ami Faham

A ma chère copine et binôme Amel

ASMA

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à :

Mes très chers parents pour leur soutien moral et leurs encouragements tout le long de mon cursus universitaire

A mes chères sœurs (Souhila, Nour-El-Houda et Zahra)

A mon très cher frère Salah

A mes chers beaux-frères (Mohamed et Djamel)

A mon cher oncle (Boubeker)

A mes chers amis (Nawel, Wiza et Malek)

A ma chère copine et binôme Asma

AMEL

Remerciement

Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui nous a donné la force et la patience d'accomplir ce modeste travail.

Les expressions de circonstances ne sont pas assez fortes pour traduire notre profonde gratitude envers tous nos enseignants pour leur bonne volonté et leur disponibilité chaque fois que nous avons besoin de leur aide et leur savoirfaire qui nous a été de grande utilité.

Nous adressons particulièrement nos vifs remerciements à notre promoteur Mr ABDELHAKIM BENSLIMANE de nous avoir offert un sujet aussi intéressant, à sa disponibilité, orientations et ses précieux conseils qui nous ont permis d'arriver à accomplir ce travail.

Nous exprimons toute notre gratitude et nos sincères remerciements à l'équipe de l'entreprise pneumatique IRIS TYRES de SETIF et plus précisément pour Mr RYAD MOUZAIA qui nous a très bien accueilli et qui nous a bien orienté.

En fin nous adressons nos remerciements à tous membres de jury qui nous faisons le grand honneur en acceptant de juger ce travail, espérons qu'il soit digne de leurs intérêts.

Table de matière

Page

Table de matière

Liste des figures	.i
Liste des tableaux	.iv
Nomenclature	.v
Introduction générale	1

Présentation du groupe EUREL SATEREX Pneumatique

1-	Historique	3
2-	Activité	3
3-	Organigramme sur la présentation du complexe EURL SATEREX Pneumatique	4

Chapitre I : Généralités sur les élastomères

I-1-Introduction
I-2-Polymères
I-2-1-Définition
I-2-2- Classification des polymères
I-2-2-1- Selon leur nature chimique5
I-2-2-2- Selon l'origine
I-2-2-3- Selon leur domaine d'application6
I-2-2-4- Selon l'importance économique6
I-2-2-5- Selon leur comportement thermique7
I-2-2-6- Selon la structure de chaines7
I-2-3- Propriétés des polymères
I-2-3-1- Propriétés physiques8
I-2-3-2- Propriétés thermiques

I-2-3-3- Propriétés mécaniques	9
I-3- Élastomères	9
I-3-1- Définition	9
I-3-2- Différentes familles des élastomères	10
I-3-3- Structure moléculaire	10
I-3-4- Types des élastomères	11
I-3-5- Caractéristiques fondamentales	12
I-3-6- Mise en œuvre des élastomères	12
I-3-6-1- Fabrication des mélanges	12
I-3-6-2-Mise en forme des mélanges	12
I-3-7-Mécanisme de renforcement des élastomères	13
I-3-8- Propriétés des élastomères	14
I-3-8-1- Élasticité non linéaire	14
I-3-8-2- Incompressibilité	15
I-2-8-3- Viscoélasticité	15
I-3-9- Domaine d'application de certain élastomère	15
I-4- Conclusion	16
Chapitre II : Élastomères dans l'industrie automobile	
II-1- Introduction	17
II-2- Généralité sur les pneumatiques	17
II-2-1- Historique de l'évolution du pneumatique	17
II-2-2- Définition	18
II-2-3- Constituants des pneus	18

II-2-4- Types et structure des pneus	19
II-2-4-1- Pneus diagonaux	19
a. Avantageb. Inconvénients	20
II-2-4-2- Pneu radiaux	20
a. Avantageb. Inconvénients	21 21
II-2-5- Marquage d'un pneu	21
II-3- Fabrication des pneumatiques	22
II-3-1- Matériaux nécessaires à la fabrication	22
II-3-1-1- Caoutchouc naturel	23
II-3-1-2- Caoutchouc synthétiques	23
II-3-1-3- Soufre	25
II-3-1-4- Charges renforçantes	26
II-3-2- Étapes de fabrication	26
II-3-2-1- Préparation des produits semi-fini	26
II-3-2-2- Assemblage de plusieurs composants	26
II-3-2-3- Cuisson	27
II-3-2-4- Contrôle de qualité	27
II-3-3- Critères d'évaluation	29
II-3-4- Marché mondial du pneumatique	
II-3-5- Durée de vie d'un pneu	
II-4- Conclusion	

III-1- Introduction
III-2- Définition d'un milieu hyper-élastique
III-3- Rappel de mécanique des milieux continu
III-3-1- Cinématique
III-3-2- Description du mouvement
III-3-3- Tenseurs des déformations
III-3-4- Descriptions des efforts
III-3-4-1- Description eulérienne
III-3-4-2- Description mixte
III-3-4-3- Description Lagrangienne
III-4- Matériaux hyper-élastiques
III-5- Modèles hyper-élastique
III-5-1- Modèle Néo-Hookéen
III-5-2- Modèle de Mooney Rivlin
III-5-3- Modèle de Gent
III-5-4- Modèle d'Arruda Boyce (8-chaines)
III-5-5- Modèle d'Ogden41
III-6- Conclusion
Chapitre IV : comparaison de cinq modèles hyper-élastiques en chargement uni-axiale
IV-1- Introduction
IV-2- Présentation des modèles hyper élastique utilisés dans l'étude42
IV-2-1- Modèle Néo-Hookéen43

Chapitre III : Loi de comportement hyper-élastique des élastomères.

IV-2-2- Modèle Mooney Rivlin
IV-2-3- Modèle de Gent43
IV-2-4- Modèle d'Arruda –Boyce43
IV-2-5- Modèle d'Ogden43
IV-3- Courbes expérimentales obtenus en traction uni-axiale au sein du complexe IRIS TAYRES SETIF
IV-4- Détermination analytique de la relation contrainte-déformation dans le cas d'un
chargement de traction uni-axiale
IV-5- Simulation numérique de la traction uni-axiale47
IV-5-1- Présentation de la géométrie47
IV-5-2- Condition aux limites
IV-5-3- Maillage
IV-5-4- Contrainte équivalente de Von Mises
IV-6- Comparaison des résultats de la simulation numérique de la traction uni-axiale49
IV-6-1- Modèle de Néo-Hookéen
IV-6-2- Modèle de Mooney Rivlin51
IV-6-3- Modèle de Gent
IV-6-4- Modèle d'Arruda Boyce53
IV-6-5- Modèle d'Ogden54
IV-7- Comparaison des résultats obtenus en traction pour les cinq modèles56
IV-8- Conclusion
Conclusion générale
Bibliographie
Annexes

Liste des figures

Page

Figure I-1 : Monomère	5
FigureI-2 : Structure de chaines des polymères	8
Figure I-3 : Températures caractéristiques d'un matériau	8
Figure I-4 : Différentes sollicitations mécaniques	9
Figure I-5 : Hévéa brasiliensis	9
Figure I-6 : Récolte du caoutchouc	9
Figure I-7 : Schéma montrant les différentes échelles de taille des charges	13
Figure I-8 : Caractère hyper élastique d'un élastomère en traction uni-axiale	14

Figure II-1 : Évolution du pneu	17
Figure II- 2 : Constituant d'un pneu	
Figure II-3 : Structure diagonale d'un pneu	20
Figure II-4 : Structure radial d'un pneu	21
Figure II-5 : Indication d'un pneu	22
Figure II-6 : Matériaux nécessaires trouver dans un pneu	23
Figure II-7 : organigramme de fabrication de produits, à partir du pétrole	24
Figure II-8 : Pont sulfure dans un polymère	25
Figure II-9 : Organigramme de fabrication d'un pneu	

FigureIII-1 : Configuration lagrangienne et Eulérienne et mouvement d'un milieu	1 continu32
Figure III-2 : Configuration initial et déformée	
Figure III-3 : Etat de contrainte dans les différentes configurations	36
Figure III-4 : Représentation schématique du modèle à 8-chaines	40

Figure IV-1 : Courbes (a, b et c) expérimentales obtenus en traction uni-axiale	.44
Figure IV-2 : Eprouvette en 2D	.47
Figure IV-3-a : Zone qui représente l'encastrement du rectangle	.48
Figure IV-3-b : Zone qui représente le déplacement imposé du rectangle	.48
Figure IV-4 : Représentation du maillage extra fin dans le rectangle	.48

Figure annexe II-1 : Distribution des contraintes de Von Mises pour une élongation	$\lambda = 2$
(Modélisation 2D, potentiel de Mooney Rivlin)	IX
Figure annexe II-2 : Distribution des contraintes de Von Mises pour une élongation	$\lambda = 2$
(Modélisation 2D, potentiel d'Ogden)	X

Figure annexe II-3 : Distribution des contraintes de Von Mises pour une élongation 2	l = 2
(Modélisation 2D, potentiel de Gent)	XI
Figure annexe II-4 : Distribution des contraintes de Von Mises pour une élongation 2	l = 2
(Modélisation 2D, potentiel de Néo-Hookéen)	.XII
Figure annexe II-5 : Distribution des contraintes de Von Mises pour une élongation 2	l = 2
(Modélisation 2D, potentiel d'Arruda Boyce)	XIII

Liste des tableaux

Page

Tableau I-1 : Types des polymères .	7
-------------------------------------	---

Tableau IV-1 : Paramètres de modèle de Néo-Hookéen (courbe a, b et c)	45
Tableau IV-2 : Paramètres de modèle de Mooney Rivlin (courbe a, b et c)	45
Tableau IV-3 : Paramètres de modèle de Gent (courbe a, b et c)	46
Tableau IV-4 : Paramètres de modèle d'Arruda Boyce (courbe a, b et c)	46
Tableau IV-5 : Paramètres de modèle d'Ogden (courbe a, b et c)	47

Nomenclatures

PE : Polyéthylène ;

- PP : Polypropylène ;
- PVC : Polychlorure de vinyle ;

PS : Polystyrène ;

- NR : Caoutchouc naturel ;
- SBR/SBS : Styrène-butadiène ;

BR : Polybutadiène ;

EPDM : Ethylène-propylène-diène monomère ;

SIS : Styrène isoprène ;

- C_0 : Configuration initiale ;
- C_t : Configuration actuelle ;

 $d\vec{X}$: Vecteur élémentaire dans la configuration initiale ;

 $d\vec{x}$: Transformation de $d\vec{X}_1$ dans la configuration actuelle ;

- *F* : Opération gradient de la transformation ;
- F^{T} : Transposé opérateur gradient de la transformation ;
- C : Tenseur des déformations Green-Lagrange droit ;
- *E* : Tenseur des déformations Green-Lagrange ;
- B : Tenseur des déformations Green-Lagrange gauche ;
- A : Tenseur des déformations d'Euler-Almansi ;
- L: Tenseur gradient des vitesses ;
- D : Tenseur des taux de déformation ;
- W: Tenseur des taux de rotation ;

- σ : Tenseur des contraintes de Cauchy ;
- π : Premier Tenseur de Piola-Kirchoff (P.K.1);
- S: Deuxième Tenseur de Piola-Kirchoff (P.K.2);
- P: La pression hydrostatique introduit par l'hypothèse d'incompressibilité ;
- $Set \Phi$: Sont respectivement l'entropie et l'énergie interne du matériau ;
- T: Température ;
- Q: Transporté du flux de chaleur dans la configuration initiale ;
- W: Potentiel élastique ;
- L : Désignant la fonction de Langevin ;
- Ω : Nombre d'états quantiques de la chaine ;
- *K* : Constante de Boltzmann ;
- N : Nombre moyen de segments par chaine ;
- λ : L'élongation ;
- δ : Paramètre d'inextensibilité des chaines ;
- μ_0 : Module de cisaillement du matériau ;
- I_1 : Premier invariant du tenseur des déformations de Green-Lagrange gauche B ;
- I_2 : Deuxième invariant du tenseur des déformations de Green-Lagrange gauche B ;
- v: Coefficient de poisson.

Introduction générale

Du fait de la grande richesse de leurs comportements, l'utilisation du matériau élastomère, ou plus généralement de milieux dont le comportement peut être considéré en première approximation comme hyper-élastique, et de plus en plus répandue dans de nombreux domaines industriels, notamment dans l'industrie de loisirs à l'aérospatiale passant par l'automobile et l'aéronautique.

Les élastomères sont des propriétés mécaniques qui en font des matériaux à part. Leurs propriétés sont utilisées pour diverses applications comme l'étanchéité, l'amortissement, l'isolation, etc.

En particulier, ils ont une grande capacité de déformabilité de l'ordre de quelques centaines de pourcents associé à un comportement élastique quasi-réversible.

Les élastomères sont des matériaux difficiles à étudier, car leurs caractéristiques de déformation sont essentiellement non linéaires et fortement influencés par de nombreux paramètres comme la température et la vitesse de sollicitation ce qui fait que les hypothèses de calcul doivent être formulées judicieusement avec beaucoup de précaution.

L'objectif de notre travail est d'étudier l'expérimentale et la théorie en vue de la modélisation des caoutchoucs utilisés dans l'industrie automobile IRIS TYRES SETIF, pour cela nous avons divisés ce travail en quatre chapitres.

Le premier est divisé en deux parties, une partie sera consacrée à une étude bibliographique des polymères, et l'autre traitera les élastomères (définition, la mise en œuvre, le mécanisme de renforcement et leurs propriétés...etc.).

Le chapitre deux est aussi divisé en deux parties, dans la première partie on va donner quelques généralités sur les pneumatiques (les constituants, les types et le marquage) ensuite pour la deuxième partie on s'intéressera au procédé de fabrication des pneumatiques.

Le troisième chapitre sera consacré à définir quelques lois de comportement hyperélastique passant d'un bref rappel de mécanique des milieux continus.

Le quatrième chapitre est composé de deux parties :

La première partie consistera à étudier les contraintes dans une éprouvette en élastomères soumis à des grandes déformations dans le cas de la traction. Une modélisation numérique sera considérée en 2D. Le but est de comparer les résultats obtenus numériquement aux résultats calculés analytiquement. Les modèles utilisés sont les modèles de Néo-Hookéen, Mooney Rivlin, Arruda Boyce, Ogden et Gent.

Dans la deuxième partie, une étude comparative des cinq modèles cités ci-dessus sera discutée. Les résultats expérimentaux utilisés sont ceux obtenus au niveau du complexe pneumatique IRIS TYRES SETIF en traction uni-axiale.

Enfin nous terminerons par une conclusion générale.

Présentation du groupe EURL SATEREX Pneumatique

1- Historique

Après s'être investi dans les domaines de l'électronique et de l'électroménager, ce pôle industriel, IRIS TYRES à diversifier ses activités et vient de se lancer dans la fabrication de pneumatique, un méga-complexe industriel bâti sur une superficie de 5,5 Hectares situé à la zone industrielle de Sétif. Dont il projette de couvrir la totalité des besoins nationaux puis dans une seconde phase de partir à la conquête des marchés étrangers.

Cette entreprise est classée la 1^{er} en Algérie et la 3^{eme} en Afrique, utilise les technologies les plus pointues pour confectionner une large gamme de pneu pouvant équiper autant des véhicules de tourisme que différents autres types de matériels roulants.

EURL SATEREX Pneumatique est une entreprise Algérienne qui utilise un processus 100% local qui regroupe plusieurs partenaires technologiques étrangères, dans le but de bénéficier du transfert de technologie de savoir-faire avec des normes mondiales. Le design conçu se caractérise par un meilleur conforme, une haute résistance au roulement, une meilleure absorption de vibration et un niveau de bruit réduit.

La production estimée de ce complexe est de 2 millions de pneus véhicules légers, utilitaires et semi lourds par an durant la 1^{ere} phase et qui connaitra une augmentation considérable de la cadence de production atteignant les 4,5 millions de pneus par an pour la 2^{eme} phase.

Ce complexe a mis en place plus de 320 points de contrôle pour chaque pneu. Au sein du laboratoire de recherche et de développement, des tests s'effectuent au quotidien grâce à un matériel très sophistiqué et ceci dans le but de fournir un pneu confort aux normes internationales et complétement sécurisé. Ce laboratoire est une structure importante au sein du complexe, il citera le choix de la matière première, le contrôle des mélanges mixés et la recherche et développement de nouvelles recettes.

Le nombre d'ouvriers est de 450 actuellement et à l'extension, il va augmenter à 750 aussi ils sont en préparations d'une usine de pneus pour le poids-lourds et engins des travaux publics de surface de 20 hectares avec 800 ouvriers. Pour finalement atteindre 4500000 pneus par an.

2- Activités

L'ensemble des activités de EURL SATEREX est concentré sur :

- Fabrication des réfrigérateurs 01.
- Fabrication des réfrigérateurs 02.
- Fabrication des climatiseurs et de fours domestiques.
- Fabrication des téléviseurs.
- Injection plastique.
- Fabrication de machine à laver.
- Fabrication des produits pneumatiques.

3- Organigramme sur la présentation du complexe EURL SATEREX Pneumatique.



Chapitre I : Généralités sur les élastomères

I-1- Introduction

Les matériaux polymères sont généralement utilisés pour leurs propriétés mécaniques particulières et leur aptitude à être mis en œuvre. Ces qualités sont étroitement liées à leurs structures.

Parmi ces polymères On peut citer les élastomères qui sont généralement utilisées dans tout type d'application industrielle (colle, étanchéité, semelle de chaussures, article sportif, automobile et particulièrement celui des pneumatiques). De par leurs propriétés mécaniques remarquables telles que leur capacité à subir de grande déformation et leur comportement amortissant.

L'objectif de ce chapitre est de donner quelques généralités sur les polymères et les élastomères en donnant les propriétés mécaniques de ce dernier.

I-2- Polymères

I-2-1- Définition

Un polymère est une macromoléculaire organique ou inorganique, composée de longues séquences de molécules appelées monomères composées principalement de carbone et d'hydrogène (Figure I-1) liées chacune aux autres par des liaisons primaires, le plus souvent covalentes **[1].**



Figure I-1 : Monomère [1].

I-2-2- Classification des polymères

Il existe plusieurs modes de classification des polymères que peuvent être classés selon divers critères :

I-2-2-1- Selon leur nature chimique : on distingue :

Polymères minéraux : Ils sont constitués par des chaines renfermant un seul corps simple comme le diamant, le graphite le phosphore et le soufre ou par des chaines renferment plusieurs hétéronomes comme les silicates, les acides poly phosphorique et les chlorures de poly-phosphonitriles **[2]**.

- Polymères organiques : C'est la classe la plus riche, ils constituent presque la totalité des polymères d'utilisation courante. Les principaux polymères organiques de synthèses sont : polyoléfines, les polyvinyles, les polydiènes, les polyamides, les polyesters et les polyacryliques [2].
- Polymères mixtes : Ils sont doués de propriétés intéressantes ont une bonne résistance thermique (300-350C°). L'hétéroatome peut être soit dans la chaine principale soit dans les motifs latéraux [2].

I-2-2-2- Selon l'origine

On peut classer les polymères en trois groupes :

- Polymères naturels : Ils sont issus du règne végétal ou animal ex : cellulose, amidon, la soie naturelle...etc [3].
- Polymères artificiels : (dérivés des polymères naturels) Ils sont obtenus par modification chimique de polymères naturels ex : nitrocellulose [3].
- > Polymères synthétiques : Totalement issus du génie de l'homme [3].

I-2-2-3- Selon leur domaine d'application

- Polymères de grande diffusion : Ils sont les productions qui dévaluent par millions de tonnes (polyéthylènes, le polystyrène) [3].
- Polymères techniques : Ils ont des caractéristiques mécaniques qui leur permettent de se substituer aux matériaux traditionnels ex : polyamides [3].
- Polymères spéciaux : C'est dans cette catégorie que se trouvent les polymères conducteurs, thermostables [3].

I-2-2-4- Selon l'importance économique

Il existe une corrélation entre le tonnage et le prix. Ceci permet de distinguer trois grandes catégories de polymères commerciaux.

Polymères de grande diffusion : Dont le volume des ventes et de production est élevé et dont le prix est faible Exemple : le polyéthylène (PE), polypropylène (PP), polystyrène (PS), polychlorure de vinyle (PVC) [2].

- Polymères à haute performance : Dont le volume des ventes est le plus faible et les prix les plus élevés (en aéronautique) [2].
- **Polymères techniques :** Dont le volume et le prix sont intermédiaires entre les deux catégories précédentes Exemple : polyamide [2].

I-2-2-5- Selon leur comportement thermique

Thermoplastiques	Elastomères	Thermodurcissables	Elastomères
			thermoplastiques
A A	WA A	We want the second seco	
Exemple : PE, PP, PVC, PS, etc.	Exemple : NR, SBR, BR, EPDM, etc.	Exemple : Aminoplastes, polyesters insaturés, époxydes, etc.	Exemple : TPE styréniques : SBS, SIS,

Tableau I-1 : Types des polymères [2].

I-2-2-6- Selon la structure de chaines

- Polymères linéaires et monodimensionnels : Enchainement dans une seule direction de l'espace. (Figure-I-2-a) [2].
- Polymères bidimensionnels : Enchainement s'étendant dans deux directions de l'espace.
 Ex : Le Graphite. (Figure-I-2-b) [2].
- Polymères tridimensionnels : Il est possible de transformer des molécules linéaires en molécules 3D par pontage. Ce sont des réseaux à trois dimensions, ils représentent environ 30% des polymères industriels. (Figure-I-2-c) [2].



Figure I-2 : Structure de chaines des polymères [2].

I-2-3- Propriétés des polymères

I-2-3-1- Propriétés physiques

Une des caractéristiques physiques générales des polymères est :

Masse volumiques : La masse volumique des matières élastomériques est peu élevée. La légèreté des polymères est sans aucun doute une des qualités qui a le plus largement contribué à leur diffusion [4].

I-2-3-2- Propriétés thermiques

La température de transition vitreuse « Tg » et la température de fusion « Tf » sont les deux températures fondamentales nécessaires dans l'étude des matériaux polymères.

La température de transition vitreuse est partiellement importante pour les polymères amorphes, notamment les thermoplastiques amorphes, pour lesquels, il n'existe aucune force de cohésion importante autre que l'enchevêtrement [4].

Les températures caractéristiques d'un seul et même matériau peuvent alors être classées de la façon suivante :



Figure I-3 : Températures caractéristiques d'un matériau [4].

I-2-3-3- Propriétés mécaniques

Les propriétés mécaniques décrivent le comportement des matériaux soumis à des sollicitations mécaniques telles que des pressions, des étirements, des torsions, des frottements, des cisaillements, des chocs ou sous l'effet de l'apesanteur (Figure I-4), elles dépendent fortement du type de contrainte appliquée **[4]**.



Figure I-4 : Différentes sollicitations mécaniques [4].

I-3- Élastomères

I-3-1- Définition

Les élastomères sont obtenus à partir du latex, un liquide blanc ou jaune sécrété par certains végétaux dont le pissenlit et surtout l'hévéa brasiliensis (Figure I-5 et I-6). Les élastomères sont des polymères spéciaux qui se différencient des thermodurcissables par leurs propriétés d'élasticité caoutchoutique. En d'autre terme, il s'agit d'un polymère qui se déforme sous contrainte et reprend sa forme initiale (arrangement normal, compact et aléatoire des molécules) une fois la contrainte est supprimée **[5].**



Figure I-5 : Hévéa brasiliensis [5].



Figure I-6 : Récolte du caoutchouc [5].

I-3-2- Différentes familles des élastomères

L'expansion rapide des besoins industriels actuels et en particulier les pneumatiques et les pièces automobiles, fait que la production de caoutchouc naturel ne suffit plus à la demande. Le recours au caoutchouc de synthèse, fabriqué à partir d'hydrocarbures, est donc nécessaire et représente 58% du marché mondial du caoutchouc [6]. Il existe une grande variété d'élastomères de synthèses qui possèdent des propriétés complémentaires de celles du caoutchouc naturel, parmi les plus courants, on peut citer :

Élastomères diéniques

Sont polymérisés à partir de monomères contenant deux doubles liaisons séquentielles. Des exemples typiques sont le polyisopréne, le polybutadiène et le polychloroprène [6].

Élastomères non diéniques

Comprennent le caoutchouc butyle (polyisobutylène), les polysiloxanes (caoutchouc de silicone), le polyuréthane (spandex) et les élastomères fluorés. Les élastomères non diéniques n'ont pas de doubles liaisons dans la structure et, par conséquent, la réticulation nécessite d'autres méthodes que la vulcanisation, telles que l'addition de monomères trifonctionnels (polymères de condensation), l'addition de monomères divinyliques (polymérisation radicalaire) ou la copolymèrisation avec de petites quantités de diènes. Des monomères comme le butadiène **[6].**

Élastomères thermoplastiques

Tels que les copolymères à blocs SIS et SBS et certains uréthannes sont thermoplastiques et contiennent des motifs répétitifs rigides (durs) et mous (caoutchouteux) lorsqu'elles sont refroidies de l'état fondu à une température inférieure à la température de transition vitreuse, les phases des blocs durs se séparent pour former des domaines rigides qui agissent comme des liaisons transversales physiques pour les blocs élastomères [6].

I-3-3- Structure moléculaire

Les élastomères sont des matériaux amorphes constitués d'un ensemble de chaines macromoléculaires de différentes longueurs. À l'état cru, c'est-à-dire sans vulcanisation, les chaines constituant l'élastomère sont indépendantes. Sous l'application d'une contrainte extérieure elles glissent irréversiblement les unes sur les autres et se relâchent, créant ainsi du fluage et une déformation permanente. Cette

plasticité exclut toute stabilité dimensionnelle ainsi que toute possibilité d'utilisation mécaniques classique du matériau d'où le besoin du vulcaniser celui-ci afin de créer des liaisons de pontage chimiques entre les chaines élastomériques et ainsi les lier les unes aux autres. L'élastomère devient alors réticulé, mais le nombre de pontage est assez limité. Cela laisse des possibilités de mouvement des chaines beaucoup plus importantes que pour un polymère présentant un réseau thermodurcissable. La structure est alors celle d'un réseau tridimensionnel unique, toujours extrêmement déformable sous une sollicitation extérieure, mais stable **[4].**

I-3-4- Types des élastomères

On compte une vingtaine de familles d'élastomères et dans certaines de ces familles dix à vingt grande différents. C'est à dire que les méthodes actuelles de polymérisation permettent, de plus en plus, la fabrication de produits sur mesure répondait à la fois aux problèmes de mise en œuvre et aux propriétés recherchées. La classification courante consiste à séparer les caoutchoucs en trois catégories (les

sigles utilisés sont ceux sont recommandés par la norme ISO 1629 de 1995) :

Élastomères à usages généraux

Dont la température limite d'utilisation est inférieure à 80 C° et la résistance à 30 MPa. Ils sont représentés par le caoutchouc naturel (NR) et le poly-isoprène de synthèse (IR), les copolymères de butadiène styrène (SBR) et les polybutadiènes (BR) [8].

Élastomères spéciaux

Ils peuvent être utilisés jusqu'à 150°C et ils résistent très bien aux intempéries. Ils sont les co-ou-terpolymères d'éthylène propylène et diène (EPM et EPDM), les copolymères d'iso-butylène isoprène, chlorés ou bromés (IIR, BIIR, CIIR), les copolymères de butadiène acrylonitrile(NBR), et les polychloroprènes(CR) [9].

Caoutchoucs très spéciaux

Ils sont chers car ils peuvent tenir dans une température allant de -80°C à 250°C. Ils rassemblent les caoutchoucs de silicone (VMQ, FVMQ), les élastomères fluorés(FKM), les polyéthylènes chlorés et chlorosulfonés (CM, CSM), les polyacrylates (ACM), les copolymères éthylènes acétate de vinyle (EVM) et l'éthylène acrylate de méthyle(AEM), les caoutchoucs nitrile hydrogénés(HNBR) et les caoutchoucs d'épichlorhydrines (CO, ECO, GECO), les polyuréthanes malaxables (AU, EU) [**10**]. On peut ajouter à cette classification les élastomères thermoplastiques qui forment une catégorie à part. En effet, par rapport aux caoutchoucs précédemment cités, ces élastomères n'ont pas besoin d'être vulcanisés et se mettent en œuvre comme les thermoplastiques.

I-3-5- Caractéristiques fondamentales

Bien que faisant partie d'une seule et même grande famille, celle des polymères, les élastomères ont un comportement très particulier et très différent des matières plastiques, ou plastomères.

Pour qu'un matériau soit mécaniquement reconnu comme un caoutchouc, il doit être :

- Souple, c'est à dire de faible rigidité (quelques méga-pascals)
- Hautement déformable, c'est à dire capable de supporter de très grandes déformation sans se rompre ou d'atteindre des allongements « rupture » de plus de 100% tout en possédant, à son allongement maximal, une résistance à la rupture relativement élevé.
- Elastique ou résilient, c'est -à-dire capable de retrouver sa géométrie initiale, après cessation d'une sollicitation, tout en restituant quantitativement au milieu l'énergie qui lui a été fournie pour le déformer [11].

I-3-6- Mise en œuvre des élastomères

I-3-6-1- Fabrication des mélanges

Avant d'être transformés en objets finis, les caoutchoucs doivent être impérativement formulés, ce qui impose la fabrication d'un « mélange ». Le « mélangeage » consiste à fortement malaxer le caoutchouc pour y incorporer et disperser, selon un ordre déterminé et dans des conditions de cisaillement et de températures bien définies, la quinzaine d'ingrédients de la « formule » préalablement établie en fonction de l'application.

Cette opération s'effectue soit à l'aide d'un mélangeur externe à cylindres soit à l'aide d'un mélangeur interne à rotors sécants ou tangents. La condition de cette opération est de plus en plus automatisée pour les mélangeurs internes par un contrôle approprié des temps d'incorporation, de la température et de la puissance absorbée.

En fin de malaxage, le mélange est mis en feuilles ou en bandes, refroidi, contrôlé et stocké avant sa mise en forme [11].

I-3-6-2-Mise en forme des mélanges

Elles consistent à donner au mélange la forme de la pièce à réaliser et à vulcaniser, soit simultanément, soit lors d'une seconde opération.

Trois techniques différentes sont utilisables pour effectuer cette mise en forme :

- Les objets de forme géométriques complexe sont réalisés par moulage (compression, transfert ou injection). Une presse spéciale assure la mise en forme et la vulcanisation dans un moule comportant des empreintes à la forme de l'objet à réaliser.
- Les objectifs de grande longueur (profilés) sont obtenus par extrusion. Dans ce procédé, la mise en forme se fait dans une extrudeuse équipée d'une filière, la vulcanisation est ensuite réalisée soit en discontinue en autoclave, soit en continu à l'aide de différentes techniques (air chaud, UHF, bain de sels, lit fluide, etc.).
- Les objets de faible épaisseur (films, tissus caoutchoutés) sont réalisés par calandrage. Cette technique est largement utilisée pour la préparation d'éléments constitutifs des pneumatiques (carcasses, ceintures, etc.). La mise en forme est effectuée à l'aide de calandres (machines à deux, trois ou quatre cylindres) et la vulcanisation [11].

I-3-7-Mécanisme de renforcement des élastomères

Dans l'industrie du plastique, les charges sont largement utilisées pour modifier les propriétés de la résine. Le renforcement des élastomères signifie une amélioration dans la contrainte à la rupture du module d'Young, de la résistance à l'abrasion et à la déchirure selon les applications que l'on envisage pour le produit final **[12]**.

En général, le caractère renforçant de la gomme, qui conditionne fortement le comportement du matériau, varie avec la nature de la charge, sa taille (Figure I-7), sa fonction volumique dans le mélange, mais aussi ses interactions avec la matrice **[13]**.





- Les charges renforçantes : le noir de carbone et la silice.
- Les charges semi-renforçantes : le kaolin, le noir de carbone sous forme d'agrégats de grande taille, etc.
- Les charges de dilution (ou charges inertes) : la craie, le talc, etc.

Les paramètres qui permettent de caractériser les charges sont : [15]

- La surface spécifique
- La structure
- L'activité chimique de la surface

I-3-8- Propriétés des élastomères

I-3-8-1- Élasticité non linéaire

Une des propriétés les plus connues des élastomères est leur capacité à supporter des grandes déformations élastiques (Figure I-8). C'est une des propriétés qui justifie l'utilisation de ces matériaux dans l'industrie. Les caoutchoucs naturels peuvent s'étendre jusqu'à 10 fois leur taille d'origine avant de rompre.

L'autre caractéristique du comportement est sa non linéarité. En particulier la rigidification du comportement aux grandes déformations

La troisième caractéristique importante du comportement mécanique des élastomères est leur capacité à retrouver leur géométrie initiale presque intégralement. C'est la raison pour laquelle on parle souvent « d'élasticité caoutchoutique » **[16]**.



Figure I-8 : Caractère hyper-élastique d'un élastomère en traction uni-axiale.
I-3-8-2- Incompressibilité

La plupart des caoutchoucs sont considérés comme incompressibles, c'est-à-dire qu'ils se déforment à volume constant. En réalité, un essai de compression hydrostatique montre qu'ils sont très légèrement compressibles.

Cette propriété n'est plus vérifiée dans le cas d'un essai de traction, pour des niveaux de déformation élevé et/ou des chargements répétés [17].

I-3-8-3- Viscoélasticité

Le comportement des polymères peut être élastiques (aux faibles températures et vitesse de sollicitation élevé) ou visqueux (dans les conditions inverse).

En fait, pour des conditions de température et de vitesse de sollicitation raisonnables, les élastomères intègrent ces deux types de comportement et sont dits viscoélastiques. Classiquement, ce phénomène est mis en évidence par deux essais bien connus : les essais de relaxation et de fluage. Dans le cas de la relaxation, on impose au matériau un niveau constant de déformation et on observe la « relaxation des contraintes » (la diminution) au cours du temps. Le fluage est le phénomène dual : on impose au matériau un niveau constant de contrainte et on observe l'accroissement de la déformation. Bien évidemment, d'un point de vue expérimental il est plus aisé de mettre en place un essai à déplacement imposé (relaxation) qu'à force imposée (fluage) **[17].**

I-3-9- Domaine d'application de certain élastomère

Les élastomères sont présents dans de nombreuses applications de la vie quotidienne et occupent une place de choix dans l'industrie .Si les pneumatiques consomment plus de la moitié de la production des élastomères, on utilise aussi ces derniers dans un grand nombre d'autre secteurs industriels :dans l'automobile elle-même sous la forme de joint, de liaisons élastiques, de tube de tuyaux , de membrane ou de dispositifs antivibratoires, ainsi que dans l'industrie mécanique, dans l'industrie aéronautique , dans les transports, dans l'industrie électrique, dans le bâtiment , en médecine et en pharmacie ,et même dans l'industrie nucléaire .Dans ces différents applications , les élastomères peuvent être associés à d'autres matériaux tels que les métaux, les textiles et certaines matières plastiques.

I-4- Conclusion

Dans ce chapitre nous avons pu voir une brève définition ainsi que les différentes familles des élastomères tout en rappelant leurs propriétés mécaniques. Et on constate que les élastomères présentent un comportement complexe qu'il serait ambitieux de vouloir représenter dans sa totalité. Certaines caractéristiques sont d'ailleurs encore mal comprises.

L'élasticité non-linéaire et les grandes déformations que les élastomères, peuvent subir, sont liées à la nature de leurs chaines macromoléculaires et à leur état de conformation.

Lorsqu'un élastomère est sollicité par des contraintes dynamiques, il répond en combinant une réponse élastique et une réponse visqueuse avec perte d'énergie à chaque cycle de déformation : il obéit à un comportement viscoélastique.

Chapitre II : Les élastomères dans l'industrie automobile

II-1- Introduction

Les élastomères sont présents dans de nombreuses applications de la vie quotidienne et occupent une place de choix dans l'industrie.

Si les pneumatiques consomment plus de la moitié de la production des élastomères, on utilise aussi ces derniers dans un grand nombre d'autre secteurs industriels, dans l'automobile elle-même, dans l'industrie mécanique, l'aéronautique...etc.

Dans ce chapitre nous allons parler sur l'utilisation des élastomères dans l'industrie automobile.

II-2- Généralité sur les pneumatiques

II-2-1- Historique de l'évolution du pneumatique



Figure II-1 : Évolution du pneu [18].

En 1830, les premières roues de certains véhicules sont habillées avec une bande de caoutchouc disposée entre la roue et la jante métallique, et en 1887, c'est la création du premier pneumatique pour remplacer les pneus pleins, après une année c'est la construction d'une usine pneumatique pour vélos qui utilise le procédé de vulcanisation.

En 1891, c'est l'amélioration du pneu plein en pneu démontable, 4 ans plus tard la première voiture sur pneu a été fabriquée par Michelin avec le développement de l'automobile et de la motocyclette plus les années passent plus le pneu s'améliore de sa rigidité, sa structure devient complexe, sa résistance.... Après l'amélioration des pneus démontables de sa structure et sa résistance vient la fabrication des pneus à clous en 1933, pour rouler sur le verglas ou la neige.

Ensuite vient la découverte des pneus à carcasse en acier et l'invention des pneus à carcasse radiale qui depuis a été reprise par tous les manufacturiers, ce pneu concave d'une

résistance bien supérieure aux pneus classiques qui est dû à la superposition de plusieurs couches de caoutchouc.

En 1951, le métro est sur pneu. De là les autres usines commencent à développer les pneus à structure radiale en acier pour les camions, bus et les voitures particulières. Durant toute ces années plusieurs usines dans le monde qui entrent en concurrence en fabrication des pneumatiques en respectant les normes mondiale d'un pneu (Figure II-1) **[18].**

II-2-2- Définition

Le mot pneu vient du mot pneumatique, il est solide et souple de forme torique formé de gomme et autres matériaux textiles et/ou métallique, il est conçu pour être monté sur la jante d'une roue et gonflé avec un gaz sous pression (de l'air ou de l'azote), il assure le contacte de la roue avec le sol, procurant une certaine adhérence, un amortissement des chocs et des vibrations facilitant ainsi le déplacement des véhicules terrestres et autres véhicules en configuration terrestre [**18**].

II-2-3- Constituants des pneus

Les principaux éléments constitutifs des pneus et les termes techniques utilisés pour permettre aux consommateurs d'identifier leurs caractéristiques sont présentés dans la figure ci-après.



Figure II- 2 : Constituant d'un pneu [18].

- (1) « Bande de roulement » : c'est le une partie du pneu conçue pour être en contact avec le sol.
- (2) « Rainure » : espace entre deux nervures ou deux pavés adjacents des sculptures du pneu.
- (3) « Flanc » : partie située entre la bande de roulement et la zone de contact du pneu avec le rebord de la jante.
- (4,5) « Nappe ou pli » : couche de gomme armée de câbles disposés parallèlement les uns aux autres. Dans les pneus à carcasse radiale, les nappes jouent un rôle de stabilisation.
- ➤ (6) « Câbles » : faisceaux de fils toronnés constituant la « trame » ou « toile » des nappes.
- (7) « Carcasse » : élément structural autre que la bande de roulement et la couche extérieure de gomme recouvrant les flans qui, lorsque le pneu est gonflé, supporte la charge.
- (8) « Largeur du boudin ou largeur (de section) du pneu » : dimension extérieure mesurée d'un flanc à l'autre du pneu lorsque celui-ci est monté sur la jante de mesure spécifiée et gonflé, épaisseurs des marquages, décorations et bandes ou bourrelets de protection non compris.
- (9) « Ceinture » : nappe à armature sensiblement parallèle au plan de rotation de la roue qui, située en dessous de la bande de roulement, enserre le pourtour de la carcasse des pneus à architecture radiale ou diagonale ceinturée pour limiter leur dilatation circonférentielle.
- (10) « Talon » : partie permettant au pneu, grâce à sa forme et à sa structure, d'épouser le contour de la jante et de se maintenir sur celle-ci.
- (11) « Bande de renfort du talon ou bandelette talon » : partie du talon servant à protéger la carcasse contre l'usure par frottement ou abrasion sur le rebord de la jante [18].

II-2-4- Types et structure des pneus

II-2-4-1- Pneus diagonaux

Encore utilisés aujourd'hui dans certaines applications pour les camions, les remorques et les outils agricoles, les pneus diagonaux (Figure II-3), ont des cordons de pli de carrosserie qui sont posés à des angles sensiblement inférieurs à 90° par rapport à l'axe de la bande de roulement, s'étendant d'un talon à l'autre **[19].**



Nappe croisée + Nappe

Pneu diagonale

Figure II-3 : Structure diagonale d'un pneu [19].

a. Avantage

• Construction simple et facilité de fabrication [19].

b. Inconvénients

- Au fur et à mesure que le pneu fléchit, un cisaillement se produit entre les couches de carrosserie, ce qui génère de la chaleur.
- Le mouvement de la bande de roulement entraîne également de mauvaises caractéristiques d'usure [19].

II-2-4-2- Pneus radiaux

Les pneus radiaux (Figure II-4), ont des cordes de nappe de corps qui sont posée radialement d'un talon à l'autre, nominalement à 90° par rapport à l'axe de la bande de roulement. Deux ceintures ou plus sont posée en diagonale dans la région de la bande de roulement pour ajouter de la résistance et de la stabilité. Des variantes de cette construction de pneu sont utilisées dans les pneus de véhicules de tourisme modernes **[20]**.



Nappe + Ceinture acier

Pneu radial

Figure II-4 : Structure radial d'un pneu [19].

a. Avantages

- Les câbles de corps radiaux dévient plus facilement sous charge, ils génèrent donc moins de chaleur.
- Offrent une résistance au roulement plus faible et de meilleures performances à grande vitesse.
- La rigidité accrue de la bande de roulement de la ceinture améliore considérablement l'usure et la maniabilité [19].

b. Inconvénients

• La construction complexe augmente les coûts de matériaux et de fabrication [19].

II-2-5- Marquage d'un pneu

Le marquage du pneu correspond aux indications inscrites sur le flanc du pneu. On y retrouve diverses indications comme la largeur du pneu, la structure, l'indice de performance, l'indice de charge, l'indice de vitesse, **[21]** etc...

A titre d'exemple, prenons un pneu IRIS sur lequel est inscrite l'indication : (Figure II-5) P205/65R 15 95H.



Figure II-5 : Indication d'un pneu IRIS.

- **P** : pneu de voiture de tourisme ;
- 205 : largeur du pneu en mm ;
- **65**: rapport hauteur-largeur (rapport d'aspect) ;
- **R** : radial ;
- 15 : diamètre de la roue (po) ;
- 95 : indice de charge ;
- **H** : indice de vitesse.

II-3- Fabrication des pneumatiques

II-3-1- Matériaux nécessaires à la fabrication

Un pneu est un assemblage précis de plusieurs matériaux, les propriétés de chacun de ces matériaux influent sur le comportement et les performances du pneu. Le choix de ces matériaux dépend de la composante du pneu ou le matériau sera utilisé.



Figure II-6 : Matériaux qui rentrent dans la composition d'un pneu

II-3-1-1- Caoutchouc naturel

Le caoutchouc est l'élément de base de tout pneu, le caoutchouc naturel provient de la transformation du latex naturel qui est recueilli en faisant ce qu'on appelle une saignée de l'hévéa. Cette saignée consiste à effectuer une incision en spirale sur 10 centimètres de haut environ et 1 millimètre de profondeur, autour de l'hévéa la sève blanche qui sort va descendre le long de l'incision et venir remplir un bocal mis en place sur la partie inférieure de l'arbre. Cette saignée est bien représentée sur la figure II-6.

Le latex ainsi récupéré est placé dans des bacs appropriés et peut alors être stabilisé à l'ammoniaque et concentré pour diminuer sa teneur en eau, ou alors coagulé et séché. Le produit coagulé va ensuite être essoré, découpé, pressé et enfin chauffé pour donner le caoutchouc naturel qui est très prisé par les fabricants de pneumatique **[22]**.

II-3-1-2- Caoutchoucs synthétiques

Les caoutchoucs synthétiques sont des polymères élastiques, appeler des élastomères. Ils sont fabriqués à partir du pétrole brut selon l'organigramme suivant :





Les caoutchoucs synthétiques sont semblables aux caoutchoucs naturels par leurs propriétés physiques et chimiques. Cependant ils possèdent chacun une ou plusieurs propriétés qui les différencie des autres et qui les amène à des utilisations différentes. Prenant deux exemples, afin de montrer les différences qu'il peut y avoir entre deux caoutchoucs synthétiques **[23].**

• Premier exemple : Le SBR

C'est un copolymère du butadiène et du styrène, il est très utilisé dans la fabrication des pneus du fait notamment de sa grande résistance à l'abrasion. Il représente 60% du caoutchouc synthétique produit dans le monde et 37,3% de production totale de caoutchouc [23].

• Deuxième exemple : Le caoutchouc butyle

Ce caoutchouc est différent des autres caoutchoucs synthétiques, il présente une moins grande résistance aux chocs que le caoutchouc naturel ou que d'autres caoutchoucs synthétiques. Cependant, il est extrêmement résistant à l'oxydation et à l'action des produits chimiques corrosifs. Du fait de sa faible perméabilité aux gaz, il est utilisé dans les chambres à air des pneus de voitures. Il représente 4,2% de la production mondiale de caoutchouc **[23]**.

II-3-1-3- Soufre

Le caoutchouc sans soufre est cassant au froid (en hiver) et est collant en été. Ainsi, le soufre est certainement l'élément le plus important, après le caoutchouc, dans la fabrication du pneu. En effet, il intervient dans l'étape de fabrication qu'on appelle : la vulcanisation. C'est grâce à cette étape que le caoutchouc va passer de l'état plastique (caoutchouc cru) à l'état élastique (caoutchouc vulcanisé). Durant cette étape, le rôle du soufre est de lier les différents composants du futur pneu ensemble ; schématiquement, le soufre va se placer entre deux molécules et s'accrocher à chacune d'elles pour les relier, comme représenté sur le schéma ci-dessous **[23]** :



Figure II-8 : Pont sulfure dans un polymère [23].

II-3-1-4- Charges renforçantes

Parmi les charges renforçantes on trouve :

- Le noir de carbone permet considérablement d'augmenter la résistance à l'usure des pneus, ce qui est indispensable pour sécuriser au maximum les véhicules ;
- La silice est centrale dans la conception du pneu, elle permet d'accroitre l'adhérence sur sol, nettement d'augmenter la durée de vie du pneu mais aussi de présenter une faible résistance au roulement. La silice mélangée à un élastomère, permet d'obtenir des propriétés spécifiques à la finalisation du pneu.

Certains plastifiants comme des huiles appelées Plaxoléne ou Plaxène, des solvants comme les essences spéciales Solane, ou encore des résines sont aussi utilisés. Il y a aussi les renforts métalliques et les renforts textiles qui composent l'armature du pneu. Ils sont utilisés afin d'apporter de la rigidité, de la résistance et du confort au pneu **[22]**.

II-3-2- Étapes de fabrication

Un pneu ce n'est pas seulement un morceau de gomme taillé en rond et qui permet de faire rouler une voiture. Pourtant il est le seul contacte entre la voiture et la route, il doit répondre à certain nombre d'exigences telle que l'adhérence optimale longévité, performances énergétiques et confort. C'est pourquoi son processus de fabrication est relativement complexe afin de parvenir à un pneu de qualité irréprochable (Figure II-9) **[24].**

II-3-2-1- Préparation des produits semi-fini

Cette étape consiste à préparer tous les produits semi-fini y compris les caoutchoucs charges (noir de carbone et /ou la silice) etc.... Avant de passer à l'étape suivante tous les ingrédients doivent être passés par le laboratoire pour les tester et valider les matériaux à utiliser en production **[18]**.

II-3-2-2- Assemblage de plusieurs composants

Afin d'assembler les divers composants semi-finis par un ordre bien précis sur un tambour cylindrique rotatif. C'est différentes matières vont être gonflée selon les étapes suivantes :

- La première étape consiste à déposer sur le tambour une feuille de caoutchouc synthétique étanche à l'air ;
- Puis une nappe de câbles textiles enrobée de caoutchouc est apposée. C'est ce qu'on appelle la carcasse radiale, qui forme une armature autour du pneu, pour lui permettre de résister à la pression ;
- Ensuite mettre en place deux cerceaux de bandes métalliques. Très résistants, ils maintiennent le pneu sur la jante ; ils sont recouverts par des flans en gomme souple et résistante. Ils ont pour but de protéger le pneumatique contre les chocs ;
- À ce stade il faut donner au pneu sa forme arrondie. Ce qui est fait en gonflant la partie centrale du tambour ;
- Puis deux nappes sont installées au sommet du pneu. Elles sont composées de fils métalliques, disposés de manière oblique afin de former avec la nappe carcasse un réseau de triangles. Cela confère une certaine rigidité au pneu et évite ainsi qu'il ne se déforme ;
- L'ultime élément à assembler est la bande de roulement. C'est la partie qui est directement en contact avec le sol [24].

II-3-2-3- Cuisson

Le chauffage sous pression dans des presses de moulage provoque la vulcanisation. Au cours de laquelle le pneumatique prend sa forme définitive et acquiert l'élasticité voulue. Une poche torique en caoutchouc est mise sous pression à remplir les empreintes qui permettant de créer les sculptures de la bande de roulement et d'obtenir les inscriptions permettent d'identifier le pneumatique.

Le bandage est chauffé à la fois par l'extérieur, généralement par une circulation de vapeur, et par l'intérieur grâce au fluide qui gonfle la poche interne. La pression peut atteindre environ 10 bars, la température varie de 100 à 200 °C. Au cours de cette cuisson sous pression, les différents mélanges et les armatures adhérent entre eux, assurant la cohésion de l'ensemble et la stabilisation des propriétés élastiques **[19].**

II-3-2-4- Contrôle de qualité

Une fois l'étape de cuisson est accomplie, le pneu atteint sa forme et ses propriétés définitives. Il peut ainsi passer à l'étape de contrôle de qualité.

Avant d'être disponible à la vente, le pneu devra encore subir divers tests, puis être étiqueté selon les nouvelles normes européennes [19].



Figure II-9 : Organigramme de fabrication d'un pneu [19].

II-3-3- Critères d'évaluation

Un pneu se juge en fonction de :

- Son grip : sa capacité à assurer la tenue de route y compris sur l'angle (adhérence, précision de guidage).
- Son comportement à haute vitesse, en courbe et au freinage.
- Son comportement sous la pluie (adhérence, évacuation de l'eau).
- Son confort et sa capacité à absorber les irrégularités de la route ou à rebondir.
- Sa maniabilité et sa capacité à rester sur la trajectoire imposée par le pilote.

II-3-4- Marché mondial du pneumatique

Pour l'année 2020, IRIS s'est distinguée à travers l'exportation de plus de 400 000 pneus vers 13 pays, dont la plus grande part était dédiée aux grandes puissances économiques telles que les USA, Brésil, Royaume Uni...etc.

Il est important de rappeler que le complexe pneumatique IRIS a mis sur le marché ses produits au mois de Juillet 2019. Dès son lancement le pneu IRIS a rencontré un franc succès sur le marché local, et seulement 5 mois après les premiers pneus IRIS ont déjà pénétré les marchés internationaux.

Afin de garantir un produit de qualité à la fois pour le marché Algérien et le marché mondial, des organismes de renommée internationale ont été choisis pour tester, certifier et homologuer ses produits ; ce qui lui a permis de détenir toutes les normes de qualité et de sécurité imposées par les marchés les plus exigeants.

Pour l'année en cours « 2021 » La cadence est prévue à la hausse en doublant le volume dédié à l'export « 800 000 » pneus vers 16 pays, tout en mettant 1.2 million de pneus sur le marché local.

Le plan stratégique du groupe IRIS à l'horizon 2023, ne peut qu'être optimiste après l'entrée en exploitation de la nouvelle extension du complexe industriel qui va permettre de produire 4 millions de pneus par an ; ceci va donner la possibilité de mettre sur le marché Algérien 2.2 millions pneus et d'en exporter 1.8 millions.

Le groupe IRIS est fier d'introduire le label « Made in Alegria » dans plusieurs régions du monde (même les plus difficiles d'accès) et de faire en sorte que les produits algériens soient reconnus ici et ailleurs pour leur qualité et de représenter dignement l'Algérie et son industrie.

II-3-5- Durée de vie d'un pneu

La durée de vie d'un pneu, aussi appelé « longévité kilométrique » ou « kilométrage », qui dépend essentiellement des conditions de roulage et type de gomme. Si la condition de roulage est très sévère le pneu tiendra pas plus de 25000 Km, plus la condition de roulage est douce plus la longévité kilométrique sera longue [**18**].

II-4- Conclusion

Dans ce chapitre nous avons pu voir une petite définition et les constituants d'un pneu tout en rappelant leurs types, et en générale il en existe deux types. Ensuite on est passé à la partie de fabrication là où on a pu voir les matériaux nécessaires ainsi que les étapes de fabrication des pneumatiques. Chapitre III : Loi de comportement hyperélastique des élastomères

III-1- Introduction

Pour décrire le comportement statique ou quasi-statique des élastomères, les modèles les plus couramment utilisés sont les modèles hyper-élastiques. Afin de déterminer l'évolution d'un système déformable, il est nécessaire d'établir une relation entre contrainte et déformation : la loi de comportement. Elle doit en outre obéir aux critères suivants :

- Le principe d'objectivité ou d'indifférence matérielle : la loi de comportement doit être invariante par tout changement de référentiel.
- La compatibilité avec les symétries matérielles : dans le cas d'un matériau isotrope, la loi de comportement doit être invariante dans toute rotation de la configuration de référence.

Le but de ce chapitre est de donner une vision panoramique sur les modèles du comportement hyper-élastique en utilisant plusieurs modèles, en partant de la définition d'un milieu hyper-élastique, et un rappel sur la mécanique des milieux continus grandes déformations, ensuite nous donnons les différentes écritures des lois de comportement.

III-2- Définition d'un milieu hyper-élastique

Un milieu est dit hyper-élastique s'il vérifie les critères suivants :

- L'existence d'une configuration de référence libre de contrainte,
- Le matériau ne dissipe pas d'énergie,
- Le comportement du matériau est décrit pas une densité d'énergie libre spécifique, fonction des déformations et de la température [17].

III-3- Rappel de mécanique des milieux continu

III-3-1- Cinématique

Dans le cadre des transformations finies, le mouvement d'une particule d'un milieu continu peut être décrit soit en :

- Description lagrangienne : elle est repérée par sa position *O*, ou plus généralement par une position de référence.
- Description eulérienne : la particule est repérée par sa position X à l'instant t. Les coordonnées lagrangiennes (ou matérielles) sont celles qui définissent la position du point matériel M₀(X₁, X₂, X₃) du milieu continuΩ₀, le repérage se faisant dans la configuration initiale.

Les coordonnées Eulériennes (ou spatiales) sont celles qui définissent la position du point matériel $M(x_1, x_2, x_3)$ du milieu continu à l'instant t courant, le repérage se faisant dans la configuration actuelle (ou déformée). Notons que dans le cas d'une transformation infinitésimale, les deux configurations sont confondues [25].



Figure III-1: Configuration lagrangienne et Eulérienne et mouvement d'un milieu continu [25].

III-3-2- Description du mouvement

Soit un solide (S) évoluant dans un référentiel (\mathfrak{R}) . Il occupe le domaine Ω dans la configuration (C_0) que nous considérons comme la configuration initiale. Il occupera à l'instant t le domaine (ω) dans la configuration (C_t) (figure III-2).



Figure III-2 : Configuration initial et déformée [26].

Le mouvement du milieu continu est alors défini par la donnée de la fonction X et cette équation (III-1) définit la transformation faisant passer de la configuration de référence C_0 à la configuration C_t

$$\vec{\mathbf{x}} : \begin{cases} (\mathbf{C}_0) \to (\mathbf{C}_t) \\ \vec{\mathbf{X}} \to \vec{\mathbf{x}} = (\vec{\mathbf{X}}; t) \end{cases}$$
(III-1)

En introduisant u, le vecteur déplacement, (III-2) peut se mettre sous une forme équivalente :

$$\vec{x} = \vec{X} + \vec{u} \left(\vec{X}, t \right)$$
(III-2)

Pour caractériser la déformation au voisinage de la particule, on introduit l'application linéaire tangente au mouvement, ou tenseur tangent (figure III-2). Considérons un vecteur $d\vec{X}$ dans la configuration initiale, sa transformation dans la configuration actuelle s'obtient par la relation (III-3) :

$$d\vec{x} = \overline{\vec{F}} d\vec{X}$$
(III-3)

Et de manière indicielle, en utilisant l'équation :

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} = \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \delta_{ij}$$
(III-4)

 \overline{F} (Appelé aussi gradient de transformation) représente la cinématique de mouvement de la configuration initial C_0 vers la configuration actuelle C_t . Au niveau local, les lois de

transformations, liant un élément de volume dv ou de surface $\vec{N}ds$ de C_0 à leurs images respectives dv et $\vec{n}ds$ dans C_t , se déclinent comme suit :

Pour un élément de volume :

$$dv = J \, dV \tag{III-5}$$

$$O\dot{u} \ J = \det \overline{F} = 1 \tag{III-6}$$

Pour un élément de surface :

$$\vec{n} = J \, ds \, \overline{\vec{F}}^{-t} \, \vec{N} \tag{III-7}$$

Cette condition est couramment utilisée dans la modélisation des élastomères qui sont considérés comme incompressibles [26].

III-3-3- Tenseurs des déformations

Des tenseurs de déformations généralisées peuvent être construits de façon systématique. Leur utilisation sera abordée ultérieurement, lors de la construction de lois de comportement et de l'établissement des équations d'équilibre sous des sollicitations données.

On considère le vecteur $d\vec{X_1}$ dans la configuration de référence après sa transformation on obtiendrait $d\vec{x_1}$ comme est montré sur la forme suivante :

$$d\vec{x}_1 = \vec{F} d\vec{X}_1$$
(III-8)

On introduit alors le tenseur de la déformation symétrique de Cauchy-green droit $\overline{\overline{C}}$,

$$\overline{\overline{C}} = \overline{\overline{F}}^T \overline{\overline{F}}$$
(III-9)

Et $\overline{\overline{B}}$ le tenseur Eulérienne Cauchy-Green gauche :

$$\stackrel{=}{B} = \stackrel{=}{F} \stackrel{T}{F}$$
(III-10)

A partir de ces deux tenseurs, deux mesures classiques \overline{E} et \overline{A} appelé tenseur de Green-Lagrange

$$\overline{\overline{E}} = \frac{1}{2} \left(\overline{\overline{F}}^T \overline{\overline{F}} - \overline{\overline{I}} \right) = \frac{1}{2} \left(\overline{\overline{C}} - \overline{\overline{I}} \right)$$
(III-11)

$$\bar{\bar{A}} = \frac{1}{2} (\bar{\bar{I}} - \bar{\bar{B}}^{-1})$$
(III-12)

Ou \overline{I} représente la tenseur identité.

Considérons le tenseur des déformations de Cauchy-Green droit $\overline{\overline{C}}$, ses invariants principaux I_1, I_2 et I_3 , apparaissent dans l'expression caractéristique de $\overline{\overline{C}}$ soi [27]

$$\begin{cases} I_{1} = tr\left(\overline{C}\right) = \lambda_{1}^{2} + \lambda_{2}^{2} + \lambda_{3}^{2} \\ I_{2} = \frac{1}{2}\left(\left(tr\left(\overline{C}\right)\right)^{2} - tr\left(\overline{C}^{2}\right)\right) = \lambda_{1}^{2}\lambda_{2}^{2} + \lambda_{1}^{2}\lambda_{3}^{2} + \lambda_{2}^{2}\lambda_{3}^{2} \\ I_{3} = \det\left(\overline{C}\right) = \lambda_{1}^{2}\lambda_{2}^{2}\lambda_{3}^{2} \end{cases}$$
(III-13)

Où : λ_1 , λ_2 et λ_3 sont les valeurs propres du tenseur de déformation $\overline{\overline{C}}$ (ou $\overline{\overline{B}}$).

III-3-4- Descriptions des efforts

Trois descriptions peuvent être utilisées pour définir l'état de contrainte dans un solide, suivant que l'on considère :

- Les efforts intérieurs de cohésion dans la configuration actuelle $d\vec{t}$ à travers un élément de surface déformé + $(\vec{n}ds)$,
- Les mêmes efforts à travers un élément de surface non déformé $(\overrightarrow{N}ds)$,
- Ou encore le transport des efforts de cohésion $(d\vec{T})$ à travers un élément de surface non déformé $(\vec{n}ds)$.

On pourra avoir une description eulérienne, mixte ou lagrangienne des contraintes [28].



Figure III-3 : Etat de contrainte dans les différentes configurations [29].

III-3-4-1- Description eulérienne

On définit σ le tenseur des contraintes de Cauchy comme suit :

$$d\vec{t} = \overline{\sigma} \, \vec{n} \, ds \tag{III-14}$$

 $\overline{\sigma}$ représente donc les efforts de cohésion réellement exercés à travers un élément de surface déformé et par unité de surface déformée. Ce tenseur est symétrique [29].

III-3-4-2- Description mixte

Le transport de l'élément de surface $\vec{n}ds$ dans cette configuration permet d'écrire :

$$\vec{dt} = \vec{\sigma} \vec{J} \vec{F}^{-T} \vec{N} dS \tag{III-15}$$

Soit, en définissant $\overline{\overline{\Pi}}$ comme le premier tenseur de Piola-Kirchoff (PK1) :

$$\begin{cases} \overline{\Pi} = J \ \overline{\sigma} \ \overline{F}^{-T} \\ \overline{dt} = \overline{\Pi} \ \overline{N} \ ds \end{cases}$$
(III-16)

 Π est un tenseur non symétrique. On parle de description mixte des contraintes car Π n'est ni lagrangien, ni eulérien [29].

III-3-4-3- Description Lagrangienne

L'obtention d'une description complètement lagrangienne de l'état des contraintes nécessite le transport de l'effort réel de cohésion \vec{dt} dans la configuration initiale.

$$\vec{dt} = \vec{F}^{-1} \,\vec{\Pi} \,\vec{N} \,dS \tag{III-17}$$

On introduit ainsi le second tenseur de Piola-Kirchoff \overline{S} (PK2) tel que :

$$\begin{cases} \overline{S} = \overline{F}^{-1} \overline{\Pi} \\ \overline{dT} = \overline{S} \ \overline{N} \ dS \end{cases}$$
(III-18)

Bien que sans signification physique, \overline{S} présente les avantages :

- D'être symétrique,
- Et de permettre une écriture de la loi de comportement inconditionnellement objective [29].

III-4- Matériaux hyper-élastiques

Les matériaux hyper-élastiques sont caractérisés par l'existence d'une énergie de déformation W dépendant uniquement de l'état de déformation $\overline{\overline{F}}(t)$ et dont dévient les contraintes, les différents tenseurs de contraintes peuvent s'écrire en fonction de W:

• En écriture lagrangienne :

$$\overline{\overline{S}} = 2\frac{\partial W}{\partial \overline{\overline{C}}} - p\overline{\overline{C}}^{-1}$$
(III-19)

• En écriture eulérienne :

$$\overset{=}{\sigma} = 2\overset{=}{B}\frac{\partial W}{\partial B} - p\overset{=}{I}$$
(III-20)

• En écriture mixte :

$$\overline{\pi} = \frac{\partial W}{\partial \overline{F}} - p\overline{F}^{-t}$$
(III-21)

Le principe d'objectivité nous impose d'écrire W sous la forme d'une fonction scalaire exprimée en fonction du tenseur de Cauchy-Green droit $\overline{\overline{C}}$. En faisant le plus, l'hypothèse d'isotropie, W peut s'exprimer en fonction des seuls invariants I_1 et I_2 ($I_3 = 1$) de $\overline{\overline{C}}$

$$W = W(I_1, I_2) \tag{III-22}$$

Ces trois invariants ne sont cependant pas les seuls invariants possibles. En conservant les notations λ_1, λ_2 et λ_3 pour les extensions principales (racines carrées des valeurs propres de $\overline{\overline{C}}$), on peut écrire sans perte de généralité [29]:

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \tag{III-23}$$

III-5- Modèles hyper-élastique

Les modèles hyper-élastiques décrivent un comportement réversible, non-linéaire. Il existe deux grandes familles pour les élastomères et plusieurs modèles [27], [30].

III-5-1- Modèle Néo-Hookéen

C'est le modèle hyper-élastique le plus simple. Il correspond au modèle de Mooney Rivlin à un seul terme, mais sa justification est plus moléculaire que phénoménologique. Le modèle Néo-Hookéen est donné par l'expression suivante [27] :

$$W = \frac{1}{2} nKT (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3)$$
(III-24)

Qui peut encore s'écrire :

$$W = \frac{1}{2} nKT (I_1 - 3) = \frac{\mu_0}{2} (I_1 - 3)$$
(III-25)

Avec : $\mu_0 = nKT$

III-5-2- Modèle de Mooney Rivlin

Ce modèle, établi par Mooney Rivlin part du constat que le comportement du caoutchouc est linéaire en cisaillement simple. Mooney écrit alors *W* sous la forme :

$$W = C_{10} \left(I_1 - 3 \right) + C_{01} \left(I_2 - 3 \right)$$
(III-26)

Ce modèle reste de loin le plus utilisé pour sa simplicité et sa capacité à refléter convenablement le comportement des élastomères pour des niveaux de déformation allant jusqu'à 100% [27].

III-5-3- Modèle de Gent

Gent reprend l'idée que l'élongation des chines de molécules n'est pas infinie et fait l'hypothèse que I_1 admet une valeur maximale I_m . Il propose alors un modèle empirique à deux constantes ayant un sens physique. Il compare ainsi son modèle physique d'Arruda et Boyce en justifiant son approche par le fait que le réseau de chaines réel ne suit pas exactement la forme obtenue statistiquement et que son modèle est une approximation possible :

$$W = -\frac{E_0}{6}(I_m - 3)\ln\left[1 - \frac{I_1 - 3}{I_m - 3}\right]$$
(III-27)

 I_1 Est le premier invariant de Cauchy Green donné par la relation suivante dans le cas de la traction :

$$I_1 = \lambda^2 + 2\lambda^{-1} \tag{III-28}$$

 I_m Représente la valeur maximale que peut atteindre $I_3 - 3$ lors de la déformation [27].

III-5-4- Modèle d'Arruda Boyce (8-chaines)

Le modèle simplifié d'Arruda-Boyce suppose que l'élément de volume de référence contient 8-chaines situé sur les diagonales du cube d'arrête a_0

Le module du vecteur reliant les deux extrémités d'une chaine est :

$$r_0 = \sqrt{N_8} L_{08} = \frac{a_0}{2} \sqrt{3}$$
(III-29)

Le vecteur reliant les deux extrémités d'une chaine dans l'état déformé s'exprime par

$$\vec{r} = \frac{a_0}{2} (\lambda_1 \vec{i} + \lambda_2 \vec{j} + \lambda_3 \vec{k})$$
(III-30)

Le module du vecteur \vec{r} est :

$$r = r_{chaine} = \frac{a_0}{2} \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2}$$
(III-31)

On en déduit :

$$r_{chaine} = r_0 \sqrt{\frac{I_1}{3}} \quad I_1 \tag{III-32}$$

 $I_1(C)$ représente le premier invariant scalaire du tenseur de déformation de Cauchy-Green C.

La dilatation d'une chaine définie par :

$$\lambda_{chaine} = \frac{r_{chaine}}{r_0} = \sqrt{\frac{I_1}{3}}$$
(III-33)

Ce qui donne :

$$\lambda_r = \frac{\lambda_{chaine}}{\lambda_L} = \sqrt{\frac{I_1}{3N_8}}$$
(III-34)

Avec $\lambda_L = \sqrt{N_8}$



Figure III-4 : Représentation schématique du modèle à 8-chaines [27].

Le modèle d'Arruda-Boyce (1993) est basé sur l'hypothèse de la déformation non affine. La densité d'énergie du modèle à 8-chaine est donnée par :

$$W_{8chaine} = n K T N_8 \left(\lambda_r \beta + \ln\left(\frac{\beta}{\sin\beta}\right) \right) - C_8^*$$
(III-35)

Ou
$$\beta = L^{-1}(\lambda_r)$$
 (III-36)

Est la fonction inverse de Langevin

$$\left(L(\beta) = \coth\beta - \frac{1}{\beta} = \lambda_r\right)$$

 C_8^* est une constante arbitraire.

La loi constitutive du modèle à 8-chaine est :

$$\sigma_j = -p + \frac{\mu_0 \beta}{3\lambda_r} \lambda_j^2 \quad , \quad j = 1, 2, 3 \tag{III-37}$$

Afin d'éliminer la pression hydrostatique, on peut écrire [30] :

$$\sigma_j - \sigma_k = \frac{\mu_0 \beta}{3\lambda_r} (\lambda_j^2 - \lambda_k^2) \quad j \neq k = 1, 2, 3$$
(III-38)

III-5-5- Modèle d'Ogden

En 1972 Ogden introduit l'idée que *W* peut s'exprimer en terme de déformation généralisée et introduit une forme mathématique en série de puissances réelles :

$$W = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mu_i}{\alpha_i} \left(\lambda_1^{\alpha i} + \lambda_2^{\alpha i} + \lambda_3^{\alpha i} - 3 \right)$$
(III-39)

Les constantes μ_i et α_i sont les paramètres de matériaux. $\lambda_1, \lambda_2 et \lambda_3$ Sont les valeurs propres des tenseurs d'élongation principales. Les puissances mises en jeu dans le potentiel d'Ogden sont réelles qui lui confère un intérêt particulier [27].

III-6- Conclusion

Partant de la définition d'un milieu hyper-élastique nous avons passé en revue, dans ce chapitre quelques outils nécessaires à une formulation en grandes déformations d'un problème, c'est ainsi que sont définis les différentes mesures de déformation et les trois différentes descriptions de l'état de contrainte (eulérienne, lagrangienne et mixte), par la suite, nous avons rappelé les différentes écritures de la loi de comportement. Enfin nous avons présenté quelques modèles hyper-élastiques de la littérature.

Chapitre IV : Comparaison de cinq modèles hyper-élastiques en chargement uni-axiale

IV-1- Introduction

Nous avons évoqué précédemment quelques lois de comportement hyper-élastiques des élastomères. Nous allons simuler l'essai de traction à l'aide du logiciel d'élément fini en considérant une modélisation 2D. Les modèles utilisés dans cette étude sont : Néo-Hookéen, Mooney Rivlin, Gent, Arruda Boyce et Ogden. Une comparaison entre les contraintes déterminées analytiquement et numériquement est faite. Une autre étude comparative de cinq modèles est discutée. Nos résultats expérimentaux obtenus au niveau du complexe pneumatique IRIS TYRES SETIF ont été utilisée et les paramètres de chaque modèle on les a eus à partir d'un calcul d'élément fini.

IV-2- Présentation des modèles hyper-élastique utilisés dans l'étude

On peut séparer les modèles hyper-élastiques qui s'expriment en fonction des invariants et ceux qui s'expriment en fonction des élongations principales :

$$W = (I_1, I_2, I_3)$$
 Ou $W = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$

Ou I_1, I_2, I_3 sont les invariants du tenseur de Cauchy Green droit $\overline{\overline{C}}$, et $\lambda_i (i = 1, 3)$ sont les élongations principales.

Avec
$$\begin{cases} I_{1} = \lambda_{1}^{2} + \lambda_{2}^{2} + \lambda_{3}^{2} \\ I_{2} = \lambda_{1}^{2} \lambda_{2}^{2} + \lambda_{1}^{2} \lambda_{3}^{2} + \lambda_{2}^{2} \lambda_{3}^{2} \\ I_{3} = \det(\overrightarrow{C}) = \lambda_{1}^{2} \lambda_{2}^{2} \lambda_{3}^{2} \end{cases}$$
(IV-1)

Dans toute notre étude nous avons supposé que le milieu est incompressible, ce qui implique : $I_3 = 1$.

La loi de comportement pour un milieu incompressible s'exprime par :

$$\overline{\overline{\sigma}} = 2\overline{\overline{B}}\frac{\partial W}{\partial \overline{\overline{B}}} - p\overline{\overline{I}}$$
(IV-2)

Le potentiel hyper-élastique de chaque modèle est donné par les relations suivantes :

IV-2-1- Modèle Néo-Hookéen

$$W = C_1(I_1 - 3) = \frac{\mu_0}{2}(I_1 - 3)$$
(IV-3)

Où μ_0 est le module de cisaillement

IV-2-2- Modèle Mooney Rivlin

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3)$$
(IV-4)

IV-2-3- Modèle de Gent

$$W = -\frac{E_0}{6}(I_m - 3)\ln\left[1 - \frac{I_1 - 3}{I_m - 3}\right]$$
(IV-5)

IV-2-4- Modèle d'Arruda Boyce

$$W = \mu_0 N_8 \left(\lambda_r \beta + \ln \left(\frac{\beta}{\sin h \beta} \right) \right) - C_8^*$$
 (IV-6)

IV-2-5- Modèle d'Ogden

Le modèle d'Ogden s'exprime en fonction des élongations principales

$$W = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\mu_i}{\alpha_i} (\lambda_1^{\alpha_i} + \lambda_2^{\alpha_i} + \lambda_3^{\alpha_i} - 3)$$
(IV-7)

IV-3- Courbes expérimentales obtenus en traction uni-axiale au sein du complexe IRIS TAYRES SETIF



Figure IV-1 : Courbes (a, b et c) expérimentales obtenus en traction uni-axiale.

IV-4- Détermination analytique de la relation contrainte-déformation dans le cas d'un chargement de traction uni-axiale

Dans le cas d'un chargement uni-axial suivant la direction x, le tenseur gradient de la déformation est :

$$\overline{\overline{F}} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda^{-1/2} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^{-1/2} \end{bmatrix}$$

Le tenseur de Cauchy Green gauche est défini par :

$$\overline{\overline{B}} = \overline{\overline{F}} \overline{\overline{F}}^{T} = \begin{bmatrix} \lambda^{2} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^{-1} \end{bmatrix}$$

Les conditions aux limites de l'essai de traction uni-axial sont :

$$\sigma_1 = \sigma^{TS}, \ \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \tag{IV-8}$$

$$\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

La relation contraintes-déformations de chaque modèle est déterminée à partir de la relation (IV-2) où la pression hydrostatique est éliminée à partir des conditions aux limites et l'identification des paramètres de chaque modèle sont déterminés à partir des courbes expérimentales a, b et c (Figure VI-1) en utilisant Excel :

* Modèle Néo-Hookéen

$$\sigma = \mu_0 \left(\lambda^2 - \lambda^{-1} \right) \tag{IV-9}$$

Avec
$$\frac{\mu_0}{2} = \frac{1}{2} n K T = C_1$$

Tableau IV-1 : Paramètres de modèle de Néo-Hookéen (courbe a, b et c).

	Courbe (a)	Courbe (b)	Courbe (c)
$\mu_0[MPa]$	2,12	2,12	3,71
$C_1[MPa]$	1,06	1,05	1,85

Modèle Mooney Rivlin

$$\sigma = 2\left(C_{10} + \frac{C_{01}}{\lambda}\right)\left(\lambda^2 - \lambda^{-1}\right)$$
(IV-10)

Tableau IV-2 : Paramètres de modèle de Mooney Rivlin (courbe a, b et c).

	Courbe (a)	Courbe (b)	Courbe (c)	
$C_{01}[MPa]$	0,005	0,005	0,005	
$C_{10}[MPa]$	1,23	1,05	1,70	

Modèle de Gent

$$\sigma = \frac{E_0}{3} \left(\frac{(I_m - 3)(\lambda^2 - \lambda^{-1})}{I_m - I_1} \right)$$
(IV-11)

	Courbe (a)	Courbe (b)	Courba (c)
$E_0[MPa]$	5,16	4,59	7,14
I _m	45,61	55,02	48,96

Tableau IV-3 : Paramètres de modèle de Gent (courbe a, b et c).

* Modèle Arruda Boyce

Utilisant l'approximation de padé :

 $\beta = L^{-1}(\lambda_r) = \frac{\lambda_r \left(3 - \lambda_r^2\right)}{1 - \lambda_r^2}$

On Trouve que :
$$\sigma = \frac{\mu_0}{3} \left(\frac{3 - \lambda_r^2}{1 - \lambda_r^2} \right) \left(\lambda^2 - \lambda^{-1} \right)$$
(IV-12)

Où
$$\lambda_r = \frac{\lambda_{chaine}}{\lambda_l} = \sqrt{\frac{I_1}{3N_8}} = \sqrt{\frac{\lambda^2 + 2\lambda^{-1}}{3N_8}}$$

Avec :

- λ_r : Dilatation relative d'une chaine,
- $\lambda_{\scriptscriptstyle l}$: Allongement limite du réseau $\,\lambda_{\scriptscriptstyle l} = \sqrt{N_8}\,$,

 $\mu_{\rm 0}\,$ et $\,N_{\rm 8}\,$ sont les paramètres qui définissent ce modèle.

Tableau IV-4 : Paramètres de modèle d'Arruda Boyce (courbe a, b et c).

	Courbe (a)	Courbe (b)	Courbe (c)
$\mu_0[MPa]$	2,12	1,54	2,35
N_8	19,22	16,22	14,17

Modèle d'Ogden

$$\sigma = \sum_{i=1}^{\infty} \mu_i \left(\lambda^{\alpha_i} - \lambda^{\frac{-\alpha_i}{2}} \right)$$
(IV-13)

Tableau IV-5 : Paramètres de modèle d'Ogden (courbe a, b et c).

	$\mu_1[MPa]$	α_1	$\mu_2[MPa]$	$lpha_2$	$\mu_3[MPa]$	α_{3}
Courbe (a)	2,12	1,25	0,25	5,26	-0,18	5,43
Courbe (b)	2,12	0,78	0,34	4,59	-0,21	4,81
Courbe (c)	2,12	1,32	0,29	5,21	-0,18	5,46

IV-5- Simulation numérique de la traction uni-axiale

IV-5-1- Présentation de la géométrie

On considère une éprouvette de longueur 25 mm et de largeur 2.5 mm ; nous avons pris une géométrie de 2D, la figure est représentée ci-dessous :



Figure IV-2 : Eprouvette en 2D.

IV-5-2- Condition aux limites

Une condition aux limites est une contrainte sur les valeurs que prennent les solutions des équations aux dérivées ordinaires et des équations aux dérivées partielles sur une frontière.

- On impose une condition d'encastrement sur la frontière du rectangle comme le montre la figure (IV-3-a).
- 2. On impose une condition de déplacement selon y (on change les valeurs de déplacement à chaque essai) sur la deuxième frontière comme la montre la figure (IV-3-b).


IV-5-3- Maillage

La résolution par la méthode des EF d'un problème physique formulé en termes d'équations aux dérivées partielles s'appuie sur une discrétisation spatiale, ou maillage, du domaine étudié. Nous avons considéré une modélisation 2D avec un maillage de taille d'élément extra fin. Sachant que plus le maillage est fin, plus les résultats obtenus seront précis.



Figure IV-4 : Représentation du maillage extra fin dans le rectangle.

IV-5-4- Contrainte équivalente de Von Mises

Il est très intéressant de comparer les contraintes obtenues sur une structure soit numériquement ou théoriquement aux caractères du matériau qui la constitue. Pour cela le critère le plus utilisé est le critère de Von Mises. Dans le cas de la traction uni-axiale (compression uni-axiale), la contrainte équivalente de Von Mises est égale à la contrainte de traction (compression) :

$$\sigma^{vm} = \sqrt{\frac{3}{2}\sigma^{D}:\sigma^{D}} = \sigma \tag{IV-14}$$

Où $\sigma^{D} = \sigma - \left(\frac{1}{3}Tr(\sigma)\right)I$ est le déviateur du tenseur σ .

IV-6- Comparaison des résultats de la simulation numérique de la traction uni-axiale

Nous présentions ici les résultats des simulations numériques. Notons que le milieu est supposé quasi-incompressible avec un coefficient de Poisson très proche de 0.5,

Soit v = 0.4995 ce qui donne $D = 0.0015 MPa^{-1}$

Avec
$$D = \frac{2}{k_0} = \frac{6(1-2\nu)}{E}$$
 $(E \approx 1.2 MPa)$



IV-6-1- Modèle de Néo-Hookéen

Figure IV-5 (courbes a, b et c) : Evolution des contraintes équivalentes de Von Mises en fonction des élongations : Confrontation des résultats analytiques du modèle de Néo-Hookéen (courbes a, b et c) aux résultats expérimentaux en traction uni-axiale.



IV-6-2- Modèle de Mooney Rivlin



IV-6-3- Modèle de Gent



Figure IV-7 (courbes a, b et c) : Evolution des contraintes équivalentes de Von Mises en fonction des élongations : Confrontation des résultats analytiques du modèle de Gent (courbes a, b et c) aux résultats expérimentaux en traction uni-axiale.



IV-6-4- Modèle d'Arruda Boyce



IV-6-5- Modèle d'Ogden



Figure IV-9 (courbes a, b et c) : Evolution des contraintes équivalentes de Von Mises en fonction des élongations : Confrontation des résultats analytiques du modèle d'Ogden (courbes a, b et c) aux résultats expérimentaux en traction uni-axiale.

Les figures (5, 6, 7, 8 et 9) représentent l'évolution des différentes contraintes en fonction des élongations pour les caoutchoucs testés qui sont en J-forme. Ces figures montrent une comparaison des prédictions analytiques et numériques des modèles utilisés celles extraites des données expérimentales.

Pour chaque courbe expérimentale un modèle analytique est mis au point ainsi qu'un modèle numérique 2D avec un code de calcul à élément finis. Pour les différentes courbes il est important de mentionner que les courbes analytiques et numériques sont en parfait accord, ce qui valide notre méthodologie suivie lors de la construction du modèle numérique donc on peut dire que l'identification des paramètres est excellente. Il est aussi évident que les courbes analytiques et numériques reproduisent plus ou moins les données expérimentales selon le modèle utilisé.

Pour les trois courbes expérimentales les résultats de prédiction des modèles de type Néo-Hookéen, Mooney Rivlin, Gent, Ogden et Arruda Boyce ont été comparés. Cette comparaison est faite afin d'enquêter sur l'exactitude de la performance des modèles classiques d'énergie de déformation à reproduire au mieux les données expérimentales. Il est évident, que les modèles à plusieurs paramètres sont mieux indiqués. Le modèle d'Ogden par exemple (six paramètres) reproduit parfaitement les données expérimentales des différentes courbes sur une large plage d'élongation. Tandis que le modèle de Néo-Hookéen (un paramètre) ou Mooney Rivlin (deux paramètres) l'erreur entre les données analytiques et expérimentales est plus importante.



IV-7- Comparaison des résultats obtenus en traction pour les cinq modèles

Figure IV-10 (courbes a, b et c) : Confrontation des résultats théoriques des déférents modèles aux résultats expérimentaux en traction uni-axiale.

La figure (IV-10) représente l'évolution des différentes contraintes calculées analytiquement pour les cinq modèles en fonction des élongations. Dans le cas d'un chargement de traction uni-axiale, les résultats théoriques sont confrontés aux résultats expérimentaux.

On constate que les modèles analytiques d'Arruda Boyce, Ogden et Gent reproduisent d'une manière satisfaisante les résultats expérimentaux pour toute valeur de l'élongation.

Tandis que le modèle de Néo-Hookéen et Mooney Rivlin l'erreur entre les données analytiques et expérimentales est plus importante.

IV-8- Conclusion

Nous avons trouvé que les résultats de la simulation numérique en 2D de l'essai de traction uni-axiale est en bon accord avec les résultats analytiques.

Nous avons montré que le modèle d'Arruda Boyce qui contient deux paramètres seulement simule la réponse mécanique dans le cas d'un chargement en traction uni-axiale. Le modèle d'Ogden donne d'excellents résultats mais il contient six paramètres. Pour des déformations modérées, les cinq modèles donnent presque les mêmes résultats.

Conclusion générale

Tout ensemble de pièces en mouvement nécessite l'utilisation d'élastomère à niveau plus ou moins élevé selon son degré de technicité.

Le caoutchouc est un élastomère introduit dans différents procédés tels que le procédé du complexe IRIS TYRES SETIF pour la fabrication des pneus qui sont les seuls éléments d'un véhicule à être en contact direct avec la roue. Il existe deux types de pneu (pneu radial et pneu diagonal).

Dans ce travail on a consacré une partie pour l'étude numérique et analytique du comportement hyper-élastique isotrope des élastomères, nous avons choisi pour notre étude cinq modèles physiques et phénoménologiques : Arruda Boyce, Mooney Rivlin, Ogden, Néo-Hookéen et Gent pour un mode déformation (traction uni-axiale), est étudié. Les cinq modèles sont implémentés dans un code de calcul ceci nous a permis la simulation des essais de traction pour l'élastomère qu'on a eu au niveau du complexe que l'on a déjà cité précédemment.

Nous avons montré que le modèle d'Arruda Boyce qui contient deux paramètres seulement simule la réponse mécanique dans le cas d'un chargement en traction uni-axiale. Le modèle d'Ogden donne d'excellents résultats, mais il contient six paramètres. Pour des déformations modérées, les cinq modèles donnent presque les mêmes résultats.

Bibliographie

[1]: Teraoka. I, 2002, An introduction to physical properties, Ed Polytechnic, University Brooklyn, New York.

[2]: Hammiche. D, 2021, Cours de Matériaux Polymériques et Composites, Université Abderrahmane Mira, Bejaia.

[3] : Zerdoumi. N ; 2015, « Elaboration de composites à base de PEBD : Etude des effets du taux de charges et des interactions a l'interface », Mémoire de master, Université Ferhat Abbas, SETIF Algérie.

[4]: Seniy. A, 2008, Propriétés physico-chimiques et d'usage de matériaux composites à charge dégradable produits par Co-broyage, Thèse de doctorat, université de Toulouse.

[5] : Guemaz. N, 2012, Préparation et étude de la stabilité thermique des polyuréthanes, Mémoire de magister, Université de Sétif, Algérie.

[6]: IFOCA, 1984, « Groupe français d'études et d'application des polymères synthèse et technologie des élastomères ».

[7]: Halary, J, Lauprêtre, F and Monnerie, L. 2008, Mécanique des matériaux polymères, Collection Echelles

[8]: Departement of Polymer Science, 2003, University of Southern Mississipi.

[9]: Sérier. J-B, 1993, Histoire du caoutchouc, Des Jonquière, Paris.

[10] : Dupont Dow Elastomers, Documentation technique de Dupont Elastomers, filiale de Dupont chemical Co et de Dow chemical Co.

[11]: Cheymol. A, 2006, Mise en œuvre des élastomères, Tome 2, Lavoisier, Paris, pages 7-11.

[12]: Bulgin. D, 1971, Renforcement of rubbers ans plastics by particulate fillers, Composites : Part A Vol 2, Pages 165-169.

[13] : Dewimille. L, and Bokobza. L, 21-25 octobre 2002, Role de l'interface charge-matrice dans des réseaux de polydiméthyl siloxane (PDMS) renforcés par des particules de silice générées, Premier congrès interdisciplinaire sur les matériaux, Tours, Université de technologie de Belfort-Montbéliard, France, Agence Universitaire de la francophonie.

[14] : Fontanille. M and Gnanou. Y, 2002, chimie et physico-chimie de polymères, Dunod, Paris, Page 42-43-448.

[15] : Planès. E, 2008, Influence des charges sur l'évolution des propriétés mécaniques des EPDM chargés lors de leur vieillissement par irradiation, Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Page 253.

[16]: Verron. E, 2003, Modélisation du comportement des structures et des matériaux élastomères, Université de Nantes, Pages 47, 49, 50.

[17] : Raoult. I, Janvier 2005, Structure élastomères sous chargement cyclique comportementfatigue-durée de vie, Thèse de doctorat, Laboratoire de mécanique des solides, Pages 49-76.

[18]: Michelin, 22 aout 2002, Tout sur le pneu, Livre, Solar, France, Page 111.

[**19**]: Beach. D and Schroeder. J, 2000, « An Overview of Tire Technology World, Pages 44-53.

[20] : Bernard. M et Cordier. M, 2014, Le guide des pneus, livre, Fine Media, France.

[21] : Nguyen. H, 2008, Une nouvelle approche pour structure périodiques-Application au calcul des vibrations d'un pneumatique, Mécanique des Matériaux et des Structures, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

[22] : Chollet HM- Le véhicule cours pratique pour mécaniciens d'automobiles SPES 1975, Page 387.

[23] : Vapothermolyse des pneus usagés, « Valorisation du noir de carbone récupérer, relation procédé-produit », Le 14 Décembre 2018, Thèse doctorat de l'université de Toulouse.

[24] : Roldan. V, Pneumatique industrielle, Dunod.

[25] : Zidi. M, Contribution à la modélisation mécanique de comportement dynamique hyper élastique et anisotrope de la paroi artérielle, Thèse de doctorat.

[26] : Jean. L, juin 2001, Détermination d'un critère de fatigue multiaxial appliqué à un élastomère synthétique. Thèse de doctorat, Université François-Rabelais de Tours.

[27] : Gille. M, 2004, Contribution à l'étude des élastomères et des membranes soufflées Mécanique, Ecole centrale de Nantes(ECN), Université de Nantes, France.

[28]: Meo. S, modélisation numérique du comportement mécanique de structure en élastomère : de l'élasticité à la thermo-hyper élastique, Thèse de doctorat, Université de la méditerranée Aix Marseille 2.

[29]: Francois. D, 2000, Essaie mécanique et loi de comportement, Livre, Hermès science Europe.

[**30**] : Bouzidi. S, 2006, Modélisation micromécanique du comportement hyper élastique des élastomères composites. Mémoire magister, Université de Bejaia.

Annexes

Annexe I

1. Résultat de la simulation numérique de la traction uni-axiale

On cherche à obtenir les contraintes équivalentes (Von mises) dans l'éprouvette pour plusieurs déplacements de différents modèles, les résultats obtenus sont donnés dans les tableaux suivant :

1.1. Modèle de Mooney Rivlin

> Courbe (a)

Elongation	Contrainte	Contrainte	Contrainte
	expérimental	analytique	numérique
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
1	0	0	0
1,5	1,82	3,91	4,01
2	5,28	8,64	8,58
2,5	10,17	14,44	14,23
3	18,61	21,38	21,02
3,5	31,09	29,52	28,98
4	47,35	38,85	38,09
4,5	61,53	49,39	48,35
5	74,40	61,16	59,71
5,5		74,15	68,06

> Courbe (b)

Elongation	Contrainte	Contrainte	Contrainte
	expérimental	analytique	numérique
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
1	0	0	0
1,5	1,71	3,33	3,42
2	3,92	7,37	7,32
2,5	7,90	12,31	12,14
3	14,79	18,23	17,95
3,5	24,08	25,15	24,75
4	36,86	33,11	32,55
4,5	52,93	42,09	41,34
5	69,53	52,12	51,09
5,5	88,04	63,19	59,13

> Courbe (c)

Elongation	Contrainte	Contrainte	Contrainte
	expérimental	analytique	numérique
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
1	0	0	0
1,5	2,56	5,39	5,51
2	6,19	11,90	11,79
2,5	13,14	19,89	19,53
3	24,52	29,45	28,83
3,5	38,87	40,66	39,70
4	58,74	53,52	52,12
4,5	81,82	68,05	66,05
5	93,08	84,25	84,70
5,5		102,15	103,36

1.2.Ogden

> Courbe (a)

Elongation	Contrainte	Contrainte	Contrainte
	expérimental	analytique	numérique
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
1	0	0	0
1,5	1,82	2,33	2,42
2	5,28	5,48	5,52
2,5	10,17	10,42	10,39
3	18,61	18,12	18,01
3,5	31,09	29,34	29,07
4	47,35	44,25	43,62
4,5	61,58	62,02	60,72
5	74,40	80,16	77,48
5,5		93,99	87,26

> Courbe (b)

Elongation	Contrainte	Contrainte	Contrainte
	expérimental	analytique	numérique
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
1	0	0	0
1,5	1,71	1,73	1,81
2	3,92	4,21	4,26
2,5	7,90	8,21	8,23
3	14,79	14,45	14,45
3,5	24,08	23,55	23,47
4	36,86	35,86	35,58
4,5	52,93	51,42	50,70
5	69,53	69,76	68,28
5,5	88,04	89,78	87,22

> Courbe (c)

Elongation	Contrainte	Contrainte	Contrainte
	expérimental	analytique	numérique
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
1	0	0	0
1,5	2,56	2,69	2,78
2	6,19	6,65	6,67
2,5	13,14	13,18	13,12
3	24,52	23,49	23,32
3,5	38,87	38,40	37,92
4	58,74	57,63	56,49
4,5	81,82	79,15	78,41
5	93,08	98,25	97,84
5,5		106,57	105,41

1.3.Gent

> Courbe (a)

Elongation	Contrainte	Contrainte	Contrainte
	expérimental	analytique	numérique
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
1	0	0	0
1,5	1,82	2,76	2,83
2	5,28	6,32	6,29
2,5	10,17	11,12	10,99
3	18,61	17,67	17,38
3,5	31,09	26,74	26,15
4	47,35	39,65	38,39
4,5	61,58	58,91	56,04
5	74,40	89,93	82,85
5,5		146,93	126,89

> Courbe (b)

Elongation	Contrainte	Contrainte	Contrainte
	expérimental	analytique	numérique
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
1	0	0	0
1,5	1,71	2,45	2,51
2	3,93	5,57	5,55
2,5	7,90	9,71	9,60
3	14,79	15,21	15,01
3,5	24,08	22,57	22,19
4	36,86	32,54	31,83
4,5	52,93	46,44	42,59
5	69,53	66,64	63,52
5,5	88,04	98,05	90,81

> Courbe (c)

Elongation	Contrainte	Contrainte	Contrainte
	expérimental	analytique	numérique
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
1	0	0	0
1,5	2,56	3,82	3,91
2	6,19	8,71	8,66
2,5	13,14	15,27	15,06
3	24,52	24,13	23,67
3,5	38,87	36,21	35,30
4	58,74	53,07	51,19
4,5	81,82	77,51	71,34
5	93,08	115,14	99,65
5,5		179,27	155,40

1.4.Néo-Hookéen

> Courbe (a)

Elongation	Contrainte expérimental	Contrainte analytique	Contrainte numérique
1	0	0	0
1,5	1,82	4,36	4,44
2	5,28	9,43	9,38
2,5	10,17	15,42	15,24
3	18,61	22,40	21,10
3,5	31,09	31,40	30,95
4	47,35	42,44	41,82
4,5	61,63	50,52	48,68
5	74,40	62,65	60,52
6		86,08	84,02

> Courbe (b)

Elongation	Contrainte	Contrainte	Contrainte
	expérimental	analytique	numérique
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
1	0	0	0
1,5	1,71	3,35	3,43
2	3,92	7,41	7,36
2,5	7,90	12,39	12,20
3	14,79	18,35	18,04
3,5	24,08	25,33	24,89
4	36,86	33,35	32,73
4,5	52,93	42,40	41,57
5	69,53	52,51	51,38
6		75,87	73,83

> Courbe (c)

Elongation	Contrainte	Contrainte	Contrainte
	expérimental	analytique	numérique
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
1	0	0	0
1,5	2,56	5,87	5,99
2	6,19	12,98	12,84
2,5	13,14	21,69	21,27
3	24,52	32,13	31,39
3,5	38,87	44,36	43,21
4	58,74	58,39	57,85
4,5	81,82	74,25	71,82
5	93,08	80,94	79,52
6		132,84	126,41

1.5.Modèle d'Arruda Boyce

> Courbe (a)

Elongation	Contrainte expérimental	Contrainte	Contrainte
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
1	0	0	0
1,5	1,82	3,50	3,58
2	5,28	7,89	7,81
2,5	10,17	13,55	13,29
3	18,61	20,84	20,33
3,5	31,09	30,20	29,31
4	47,35	42,31	40,75
4,5	61,58	58,31	55,44
5	74,40	80,18	74,58
5,5		111,86	100,42

> Courbe (b)

Elongation	Contrainte	Contrainte	Contrainte
	expérimental	analytique	numérique
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
1	0	0	0
1,5	1,71	2,55	2,60
2	3,92	5,76	5,70
2,5	7,90	9,96	9,77
3	14,79	15,45	15,09
3,5	24,08	22,67	22,01
4	36,86	32,34	31,12
4,5	52,85	45,78	44,29
5	69,53	65,60	61,51
5,5	88,04	98,12	83,21

> Courbe (c)

Elongation	Contrainte	Contrainte	Contrainte
	expérimental	analytique	numérique
	[MPa]	[MPa]	[MPa]
1	0	0	0
1,5	2,56	3,95	4,03
2	6,19	8,97	8,86
2,5	13,14	15,59	15,24
3	24,52	24,39	23,69
3,5	38,87	36,25	34,91
4	58,74	52,72	50,02
4,5	81,82	76,90	68,88
5	93,08	116,05	100,14
5,5		191,97	187,80

Annexe II



Modèle de Mooney Rivlin

1. Exemple d'élongation pour les contraintes Von Mises

Figure annexe II-1 : Distribution des contraintes de Von Mises pour une élongation $\lambda = 2$ (Modélisation 2D, potentiel de Mooney Rivlin).



Figure annexe II-2 : Distribution des contraintes de Von Mises pour une élongation $\lambda = 2$ (Modélisation 2D, potentiel d'Ogden).

> Modèle d'Ogden

Modèle de Gent



Figure annexe II-3 : Distribution des contraintes de Von Mises pour une élongation $\lambda = 2$ (Modélisation 2D, potentiel de Gent).

> Modèle de Néo-Hookéen



Figure annexe II-4 : Distribution des contraintes de Von Mises pour une élongation $\lambda = 2$ (Modélisation 2D, potentiel de Néo-Hookéen).

> Modèle d'Arruda Boyce



Figure annexe II-5 : Distribution des contraintes de Von Mises pour une élongation $\lambda = 2$ (Modélisation 2D, potentiel d'Arruda Boyce).

Annexe III

1. L'expression des invariants

Les invariants de $\overline{\overline{C}}$ (ou $\overline{\overline{B}}$) sont définis par :

$$\begin{cases} I_1 = trac\left(\overline{\overline{C}}\right) = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 = \frac{1}{2} \left[I_1^2 - trac\left(\overline{\overline{C}}^2\right) \right] = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 \end{cases}$$
(Annexe III-1)
$$I_3 = \det\left(\overline{\overline{C}}\right) = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2$$

Où : λ_1 , λ_2 et λ_3 sont les valeurs propres du tenseur de déformation $\overline{\overline{C}}$ (ou $\overline{\overline{B}}$).

Démonstration sur les invariants I_1 , I_2 et I_3

Pour le I_1

$$= \begin{matrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{matrix}$$

 $trac(\overline{\overline{C}})$ C'est la somme des éléments de la diagonale

 $I_1 = trac\left(\overline{\overline{C}}\right) = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$ (Annexe III-2)

Pour I_2

$$I_{1}^{2} = \left(\lambda_{1}^{2} + \lambda_{2}^{2} + \lambda_{3}^{2}\right)^{2}$$

$$I_{1}^{2} = \left(\lambda_{1}^{4} + \lambda_{2}^{4} + \lambda_{3}^{4} + 2\lambda_{1}^{2}\lambda_{2}^{2} + 2\lambda_{1}^{2}\lambda_{3}^{2} + 2\lambda_{2}^{2}\lambda_{3}^{2}\right)$$
(Annexe III-3)
$$\left(\overline{C}^{2}\right) = \left(\begin{array}{c}\lambda_{1}^{2} & 0 & 0\\ 0 & \lambda_{2}^{2} & 0\\ 0 & 0 & \lambda_{3}^{2}\end{array}\right)^{2} = \left(\begin{array}{c}\lambda_{1}^{4} & 0 & 0\\ 0 & \lambda_{2}^{4} & 0\\ 0 & 0 & \lambda_{3}^{4}\end{array}\right)$$
Donc $trac\left(\overline{C}^{2}\right) = \lambda_{1}^{4} + \lambda_{2}^{4} + \lambda_{3}^{4}$
(Annexe III-4)

On remplace (Annexe III-3) et (Annexe III-4) dans (Annexe III-2) et on obtient :

$$I_{2} = \frac{1}{2} \left[I_{1}^{2} - trac \left(\stackrel{=}{C}{}^{2} \right) \right] = \frac{1}{2} \left[\lambda_{1}^{4} + \lambda_{2}^{4} + \lambda_{3}^{4} + 2\lambda_{1}^{2}\lambda_{2}^{2} + 2\lambda_{1}^{2}\lambda_{3}^{2} + 2\lambda_{2}^{2}\lambda_{3}^{2} - \lambda_{1}^{4} - \lambda_{2}^{4} - \lambda_{3}^{4} \right]$$
$$I_{2} = \frac{1}{2} \left[I_{1}^{2} - trac \left(\stackrel{=}{C}{}^{2} \right) = \lambda_{1}^{2}\lambda_{2}^{2} + \lambda_{1}^{2}\lambda_{3}^{2} + \lambda_{2}^{2}\lambda_{3}^{2} \right]$$

Pour le I_3

$$I_3 = \det\left(\overline{\overline{C}}\right) = \lambda_1^2 \begin{pmatrix} \lambda_2^2 & 0\\ 0 & \lambda_3^2 \end{pmatrix} = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2$$

2. L'expression des tenseurs

La transformation pour un essai de traction simple (Figure III-2) s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{cases} x = \lambda X \\ y = \beta Y \\ z = \beta Z \end{cases}$$

 β et λ sont des élongations principales. Le gradient de la transformation s'écrit :

$$F = \frac{\partial \vec{x}}{\partial \vec{X}} ,$$

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j}$$
, sa forme matricielle

$$(F_{ij}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial X} & \frac{\partial x}{\partial Y} & \frac{\partial x}{\partial Z} \\ \frac{\partial y}{\partial X} & \frac{\partial y}{\partial Y} & \frac{\partial y}{\partial Z} \\ \frac{\partial z}{\partial X} & \frac{\partial z}{\partial Y} & \frac{\partial z}{\partial Z} \end{pmatrix} ,$$
 on dérive cette matrice et on obtient la matrice du tenseur de

déformation F

$$F_{ij} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}$$
(Annexe III-5)

On considère un matériau incompressible si le (det) = 1

D'après la relation (Annexe III-5),

$$\det\left(\overline{\overline{F}}\right) = \lambda \begin{vmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{vmatrix} = \lambda \beta \beta = \beta^2 \lambda$$

On suppose qu'il est incompressible donc $\beta^2 \lambda = 1$

Résoudre l'équation on obtient :

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$
(Annexe III-5)

On remplace (Annexe III-5) dans (Annexe III-4) on obtient :

$$\overline{\overline{F}} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \end{pmatrix}$$
 (Annexe III-6)

On calcul \overline{B} tenseur de déformation Green-Cauchy gauche

$$\overline{\overline{B}} = \overline{\overline{F}} \overline{\overline{F}}^{T} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda^{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda} \end{pmatrix}$$

Les invariants de $\overline{\overline{B}}$ son donné par les relations (Annexe III-1):

$$\begin{cases} \lambda_1^2 = \lambda^2 \\ \lambda_2^2 = \frac{1}{\lambda} \\ \lambda_3^2 = \frac{1}{\lambda} \end{cases}$$
 On remplace et on trouve :

Annexes

$$\begin{cases} I_1 = \lambda^2 + \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} = \lambda^2 + \frac{2}{\lambda} \\ I_2 = \frac{1}{\lambda}\lambda^2 + \frac{1}{\lambda}\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda}\lambda^2 = \frac{1}{\lambda^2} + 2\lambda \\ I_3 = \det\left(\overline{\overline{B}}\right) = 1 \end{cases}$$

Pour $\stackrel{=}{C}$ tenseur de déformation Green-Cauchy droit

$$\overline{\overline{C}} = \overline{\overline{F}}^T \overline{\overline{F}} = \begin{pmatrix} \lambda^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda} \end{pmatrix}$$

Les invariants de $\overline{\overline{C}}$

$$\begin{cases} I_1 = \frac{2}{\lambda} + \lambda^2 \\ I_2 = \frac{1}{\lambda^2} + 2\lambda \\ I_3 = \det\left(\overline{\overline{C}}\right) = 1 \end{cases}$$

La loi de comportement en termes de tenseur des contraintes de Cauchy :

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\frac{\partial W}{\partial I_1}B_{ij} - 2\frac{\partial W}{\partial I_2}B_{ij}^{-1}$$
(Annexe III-7)
$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 \ i = j \\ 0 \ i \neq j \end{cases}$$
(Annexe III-8)

 δ_{ij} Symbole de Kronecker

$$\delta_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(Annexe III-9)

Les conditions aux limites de l'essai sont :

$$\sigma_{11} = \sigma^{TS} et \sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$$

La condition d'incompressibilité permet de simplifié l'équation (Annexe III-7) :

$$\sigma_i = 2 \left(\lambda_i^2 \frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{1}{\lambda_i^2} \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) - P$$
 (Annexe III-10)

$$\sigma_{11} = 2 \left(\lambda_1^2 \frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{1}{\lambda_1^2} \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) - P$$
 (Annexe III-11)

$$\sigma_{22} = 2 \left(\lambda_2^2 \frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{1}{\lambda_2^2} \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) - P$$
 (Annexe III-12)

$$\sigma_{33} = 2 \left(\lambda_3^2 \frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{1}{\lambda_3^2} \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) - P$$
 (Annexe III-13)

$$\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$$

D'après la relation (Annexe III-12) et les conditions limites on obtient :

$$2\left(\lambda_{2}^{2}\frac{\partial W}{\partial I_{1}} + \frac{1}{\lambda_{2}^{2}}\frac{\partial W}{\partial I_{2}}\right) - P = 0$$

$$P = 2\left(\lambda_{2}^{2}\frac{\partial W}{\partial I_{1}} + \frac{1}{\lambda_{2}^{2}}\frac{\partial W}{\partial I_{2}}\right)$$
(Annexe III-14)

On remplace (Annexe III-14) dans la relation (Annexe III-11) et on obtient :

$$\sigma_{11} = \sigma^{TS} = 2 \left(\lambda_1^2 \frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{1}{\lambda_1^2} \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) - 2 \left(\lambda_2^2 \frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{1}{\lambda_2^2} \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$$

$$\sigma^{TS} = 2 \left(\lambda_1^2 - \lambda_2^2 \right) \frac{\partial W}{\partial I_1} + 2 \left(\frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{\lambda_2^2} \right) \frac{\partial W}{\partial I_2}$$
(Annexe III-15)

On sait que $\lambda_1^2 = \lambda^2$ et $\lambda_2^2 = \frac{1}{\lambda}$ on remplace $\lambda_1^2 et \lambda_2^2$ dans (Annexe III-15) et on obtient la relation suivante :

$$\sigma^{TS} = 2\left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda}\right)\frac{\partial W}{\partial I_1} + 2\left(\frac{1}{\lambda^2} - \lambda\right)\frac{\partial W}{\partial I_2}$$
(Annexe III-16)

On utilise la relation (Annexe III-16) pour obtenir les contraintes (IV-9), (IV-10), (IV-11), (IV-12) et (IV-13) de chaque modèle utilisé dans notre étude.

XVIII
Résumé

Les propriétés des élastomères (grande déformation, amortissement) rendent leur utilisation très intéressante d'un point de vue industriel. Ces matériaux sont aujourd'hui de plus en plus utilises notamment dans des secteurs de l'industrie tels que l'automobile ou l'aéronautique.

Dans ce travail, nous avons fait une étude sur les différentes caractéristiques des polymères caoutchoutiques et leurs utilisations dans l'industrie automobile. La première partie, c'est une recherche bibliographique qui nous a permis de parler sur les polymères et les élastomères d'une façon générale leurs comportements mécanique, par la suite nous avons donné quelques notions sur les pneumatiques leurs types, procédés de fabrication...etc.

Dans la dernière partie nous avons fait une étude comparative pour les cinq modèles hyper élastique (Mooney Rivlin, Ogden, Gent, Néo Hookéen et Arruda –Boyce) pour un chargement de traction uni-axial. Les résultats expérimentaux utilisés sont ceux obtenus au niveau du complexe pneumatique IRIS TYRES SETIF en traction uni-axiale.

Abstracts

The propreties of elastomers (large deformation, damping) make their use very interesting from an industrial point of viex. These materials are nowadays inscrasingly used especiallyn sectors of the industry, such as the automobile and aeronautics.

In this work we made a study on the different characteristics of rubber polymers and their uses in the automobile industry. The firt part is a bibliographic search that allowed us to talk about polymers and elastomers in general way their mechanical behavoir, later we recalled some notions about tires, their types, manufacturing processes, etc.

In the last part we made a comparative study for the five hyperlastic models (Mooney Rivlin, Ogden, Gent, Néo Hookèen and Arruda-Boyce) for a uniaxial tensile loading. The experimental results used are those obtained at the level of the pneumatic complex IRIS TIRES SETIF in uni-axial traction.