

**RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR**  
**ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA BEJAIA**  
**FACULTÉ DE TECHNOLOGIE**  
**DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE**

MEMOIRE

PRÉSENTÉ POUR L'OBTENTION DU DIPLÔME DE

**MASTER**

FILIÈRE : GÉNIE MÉCANIQUE

SPÉCIALITÉ : CONSTRUCTION MÉCANIQUE

PAR :

**SAIFI FOUAD**

## Thème

---

**Dimensionnement des pièces de machines tournantes, formulation  
sur Excel sous forme d'application**

---

Soutenu le 06/10/2021 devant le jury composé de:

Mr.	AMMARI	Président
Mr.	BELAMRI	Rapporteur
Mr.	BOUTAANI	Examineur

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2020-2021

## Remerciements

*Nous remercions DIEU tout puissant de nous avoir donné la force, la santé, le courage et la patience de pouvoir accomplir ce travail ;*

*Nous tenons à remercier vivement notre promoteur Mr. BELAMRI Abdelatif d'avoir accepté de nous guider tout au long de ce travail ;*

*Un grand merci à toutes nos familles, surtout nos parents, pour leurs encouragements et leurs suivis, avec patience, du déroulement de notre projet ;*

*Enfin, nos sincères remerciements s'adressent à tous ceux qui ont contribué de près ou loin à la réalisation de ce travail.*

# *Dédicace*

*Au meilleur des pères*

*A ma très chère maman*

*Qu'ils trouvent en moi la source de leur fierté*

*A qui je dois tout*

*A mon frère Mamine*

*A qui je souhaite un avenir radieux plein de réussite*

*A mes Amis et tous ceux qui me sont chers*

# LISTE DES FIGURES

## Chapitre I

<b>Figure I.1</b> : traction d'une pièce.....	1
<b>Figure I.2</b> : Diagramme contrainte-déformation.....	2
<b>Figure I.3</b> : modélisation d'une flexion.....	4
<b>Figure I.4</b> : Moment fléchissant et répartition des contraintes.....	4
<b>Figure I.5</b> : cisaillement d'une pièce.....	5
<b>Figure I.6</b> : déformation d'une pièce au cisaillement.....	6
<b>Figure I.7</b> : Déformation d'une génératrice et angle de torsion.....	8

## Chapitre II

<b>Figure II.1</b> : Fatigue d'un arbre tournant soumis à un moment de flexion de direction constante.....	14
<b>Figure II.2</b> : Loi approximative de comportement des roulements à contact oblique.....	21
<b>Figure II.3</b> : Centre de pression d'un roulement à contact oblique.....	24
<b>Figure II.4</b> : Montage en X.....	25
<b>Figure II.5</b> : Montage en O.....	25
<b>Figure II.6</b> : Définition des roulements 1 et 2.....	26
<b>Figure II.7</b> : Allure de la fonction $\Phi_r$ .....	26
<b>Figure II.8</b> : Courbes d'usure d'Eschmann.....	28
<b>Figure II.9</b> : Système à coins.....	30
<b>Figure II.10</b> : Calcul de la raideur de la vis.....	33
<b>Figure II.11</b> : Calcul de la raideur des pièces assemblés.....	34
<b>Figure II.12</b> : Répartition des efforts sous une charge axiale F.....	35
<b>Figure II.13</b> : Dimensions d'une clavette parallèle.....	40
<b>Figure II.14</b> : Dimensionnement d'un rivet.....	43
<b>Figure II.15</b> : Pression diamétrale - pression de matage.....	44

---

## LISTE DES FIGURES

**Figure II.16** : Ruine en section nette.....45

**Figure II.17** : Ruine par arrachement.....46

### Chapitre III

**Figure III.01** : feuille de calcul de l'application.....54

**Figure III.02** : introduction de la loi.....55

**Figure III.03** : feuille de calcul finale.....55

**Figure III.04** : Interface de l'application.....56

**Figure III.05** : Le calcul de la fréquence de rotation.....57

**Figure III.06** : Calcul de la charge bi équivalente.....57

**Figure III.07** : Calcul de la durée de vie en cycles.....58

**Figure III.08** : Calcul du temp de vie du roulement.....58

**Figure III.09** : Calcul de la contrainte au cisaillement.....59

**Figure III.10** : Calcul de la longueur de la clavette au cisaillement.....60

**Figure III.11** : Calcul au matage.....60

**Figure III.12** : Calcul au cisaillement.....61

**Figure III.13** : Calcul au matage.....62

**Figure III.14** : Calcul à la traction.....62

**Figure III.15** : Calcul au cisaillement de la plaque.....63

**Figure III.16** : Calcul du diamètre du rivet.....65

**Figure III.17** : Calcul du nombre de rivets.....65

**Figure III.18** : Calcul du diamètre du trou de rivet.....66

**Figure III.19** : Calcul de la largeur de la tôle.....66

**Figure III.20** : Calcul du diamètre de l'arbre.....67

# LISTE DES TABLEAUX

## Liste des tableaux

### Chapitre II

<b>Tableau II.01</b> : tassement axial.....	36
<b>Tableau II.02</b> : limite de pression d'écrasement pour un serrage à la main.....	38
<b>Tableau II.03</b> : le rapport de la précontrainte suivant le mode de serrage.....	39
<b>Tableau II.04</b> : dimensions des clavettes normalisées.....	41
<b>Tableau II.05</b> : Pression admissible de matage pour un clavetage longitudinal libre.....	42
<b>Tableau II.06</b> : Ordre de grandeur des contraintes admissibles de cisaillement pour un rivet.....	43

---

## Sommaire

**Remerciements**

**Dédicaces**

**Liste des tableaux**

**Liste des figures**

**Introduction générale**

Chapitre I : Démarche RDM pour le dimensionnement des pièces

Introduction.....	1
I.1 Les principales sollicitations.....	1
I.1.1 traction.....	1
I.1.1.1 Contrainte.....	1
I.1.1.2 Déformation.....	2
I.1.1.3 Le diagramme contrainte-déformation.....	2
I.1.1.4 Résistance d'une pièce soumise à la traction.....	2
I.1.2 flexion.....	3
I.1.2.1 Contrainte.....	4
I.1.3 cisaillement.....	5
I.1.3.1 Contrainte.....	5
I.1.3.2 Déformation.....	5
I.1.3.3 Résistance d'une pièce soumise au cisaillement (rivet ou boulon).....	6
I.1.4 torsion.....	6
I.1.4.1 Résistance d'une pièce soumise à la torsion.....	7
I.1.4.1.1 arbres de transmission.....	7
I.1.4.1.2 Torsion uniforme d'un arbre circulaire.....	7
a. Déformation.....	7
b. Contrainte.....	8
c. Démonstration.....	9
I.2 Choix de comportement suivant le matériau de la pièce.....	9

---

# SOMMAIRE

I.2.1 La déformation élastique.....	9
I.2.2 La déformation plastique.....	9
I.2.3 La rupture.....	10
I.2.3.1 La rupture fragile.....	10
I.2.3.2 La rupture ductile.....	10
I.3 Les lois de dimensionnement de base.....	11
I.3.1 Loi de Hooke.....	11
I.3.1.1 Traction/compression.....	11
I.3.1.2 Flexion.....	12
I.3.1.3 Cisaillement.....	12
I.3.1.4 Torsion.....	13
Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner des pièces mécaniques	
II.1 Généralités.....	14
II.2 Avant-projet d'un arbre.....	14
II.2.1 Notion de moment idéale.....	14
II.2.2 Une première formule de dimensionnement en fatigue.....	16
II.2.3 Formule des arbres de manège.....	17
II.2.3.1 Raideur en torsion.....	17
II.2.3.2 Condition de résistance.....	17
II.2.4 Tourillons d'extrémité.....	17
II.2.7 Déformation de flexion.....	18
II.3 Roulements.....	19
II.3.1 Constitution des roulements.....	19
II.3.2 Fatigue des roulements.....	19
a. Durée de vie.....	20
II.3.3 Relation entre la charge et la durée de vie.....	20

---



# SOMMAIRE

II.3.4	Direction de référence d'une charge.....	20
II.3.5	La charge dynamique équivalente.....	22
II.3.6	La charge bi équivalente.....	22
II.3.7	Cas d'une charge équivalente variant de manière continue lors d'un cycle.....	23
II.3.8	Calcul statique d'un roulement.....	23
II.3.8.1	Capacité de charge statique.....	23
II.3.8.2	La charge statique équivalente.....	24
II.3.9	Calcul des charges dans le cas de deux roulements à contact oblique (à billes ou à rouleaux) montés en opposition.....	24
II.3.9.1	Montage en X et montage en O.....	24
II.3.9.2	Répartition des charges axiales.....	25
II.3.10	Usure des roulements.....	27
II.3.10.1	Le facteur d'usure.....	27
II.4	Vis et écrous.....	28
II.4.1	Le filetage ISO.....	28
II.4.2	Qualité mécanique des vis (Visserie d'assemblage) .....	29
II.4.3	Frottement de la vis sur l'écrou.....	29
II.4.3.1	Système à coins.....	29
II.4.3.2	Système vis-écrou.....	31
II.4.3.3	Couple de serrage de l'écrou dans un assemblage.....	32
II.4.4	Précontrainte.....	32
II.4.5	Calcul des raideurs.....	33
II.4.5.1	Raideur de la vis.....	33
II.4.5.2	Raideur des pièces serrées.....	33
II.4.6	Fonctionnement sous une charge axiale.....	35
II.4.7	Serrage initial.....	36
II.4.7.1	Effet du tassement des interface.....	36

---

# SOMMAIRE

II.4.7.2 Effet de dilatation thermique différentielles.....	36
II.4.8 Sécurité par rapport à la déformation permanente des vis.....	37
II.4.9 Résistance des vis à la fatigue.....	37
II.4.10 Risque d'écrasement des pièces serrées.....	38
II.4.11 Incertitude de la valeur du serrage initial.....	38
II.4.12 Calcul des assemblages vissés précontraintes.....	39
II.4.12.1 Dimensionnement initial.....	39
II.4.13 Flexion parasite.....	40
II.5 Clavette.....	40
II.5.1 Dimensionnement d'une clavette.....	40
II.5.2 Dimensionnement au cisaillement.....	41
II.5.3 Dimensionnement au matage.....	41
II.6 Goupille et rivet.....	42
II.6.1 Dimensionnement au cisaillement.....	43
II.6.2 Dimensionnement au matage.....	44
II.6.3 Dimensionnement à la traction.....	45
II.6.4 Dimensionnement au cisaillement de la plaque.....	45
II.7 Calcul des rivets.....	46
II.7.1 Contrainte de cisaillement dans le rivet.....	46
II.7.2 Le matage dans la tôle.....	47
II.7.3 Les Contraintes normale agissant dans les tôles.....	47
II.7.4 Choix du diamètre du rivet.....	47
II.7.5 Détermination du nombre de rivet.....	48
II.7.6 Diamètre des trous.....	48
II.7.7 Disposition des rivets (pas).....	48

---

# SOMMAIRE

## Chapitre III : Création de l'application de dimensionnement des éléments de machine

III.1	Algorithme de fonctionnement de l'application.....	49
III.1.1	Algorithme de l'arbre.....	49
III.1.2	Algorithme du roulement.....	50
III.1.3	Algorithme de la vis et écrou.....	51
III.1.4	Algorithme des Lois générales de cisaillement.....	52
III.1.5	Algorithme des clavettes.....	52
III.1.6	Algorithme de la goupille.....	53
III.1.7	Algorithme des rivets.....	53
III.2	Création de l'application.....	54
III.2.1	Description de l'application.....	54
III.2.2	Les étapes de réalisation de l'application.....	54
III.2.2.1	feuille de calcul.....	54
III.2.2.2	Intégration de la loi dans la feuille de calcul.....	54
III.2.2.3	Finalisation de la feuille de calcul.....	55
III.2.2.4	Réalisation de l'interface.....	55
III.3	Utilisation de l'application pour dimensionner les pièces mécaniques.....	56
III.3.1	A propos du roulement.....	56
III.3.2	A propos de la clavette.....	58
III.3.3	A propos des goupilles et rivets.....	60
III.3.4	A propos des calculs de rivets.....	63
III.3.5	A propos de l'arbre.....	66

**Conclusion générale**

**Référence bibliographique**

**Résumé/Abstract**

---

## Introduction générale

La nouvelle génération d'ingénieurs en génie mécanique est nettement plus sensible que les générations précédentes, elle est plus sensible à l'optimisation de la matière, de la forme et de la taille des pièces dans le processus de conception. Tous les bureaux d'études fournissent l'environnement CAO actuel, qui comprend des outils de calcul permettant le dimensionnement des composants de structure. Il favorise et accentue l'association dimensionnement et conception.

Par conséquent, ces ingénieurs doivent commencer à utiliser des méthodes de calcul numérique, afin de les mettre en œuvre dans la phase de conception de l'avant-projet. Le bureau de calcul, qui reste maître d'ouvrage, pourra utiliser le modèle de calcul pour déterminer la taille finale. Ensuite, il doit dialoguer avec le calculateur ou à exploiter les résultats des annotations de calcul, ou exprimer et formaliser le besoin de calculer la taille des éléments structuraux à concevoir.

Mais l'ingénieur qui utilise ces outils de calcul ne peut s'affranchir de la connaissance des bases du comportement élastique des poutres et des notions d'élasticité. Car pour dimensionner une pièce mécanique, il faut savoir les sollicitations auxquelles est soumise lors de son emplacement afin de résister aux efforts et avoir un bon fonctionnement.

Notre travail à nous dans ce mémoire consiste à dimensionner les différents éléments de machine soumis à des sollicitations et appliquer les lois de dimensionnement sur ces derniers. Personnellement j'ai réalisé une application qui calcule les différentes pièces d'une machine tournante et leur résistance aux contraintes et aux déformations lors du fonctionnement.

Dans le premier chapitre j'ai cité les différentes sollicitations qui s'appliquent sur les éléments de machine et les choix de comportement du matériau de la pièce qui sont ses déformations et quelque loi de base et plus essentiellement la loi de Hooke. Dans le deuxième chapitre j'ai parlé sur la conception et calcul des éléments de machine qui sont l'arbre, les roulements, les clavettes, goupilles et rivets et j'ai expliqué les lois de chacun d'eux. Le troisième et dernier chapitre est à propos de l'application que j'ai réalisé et les étapes de sa réalisation puis sur sa fiabilité ou j'ai pris des exemples pour comparer les résultats analytiques avec le résultat de l'application.

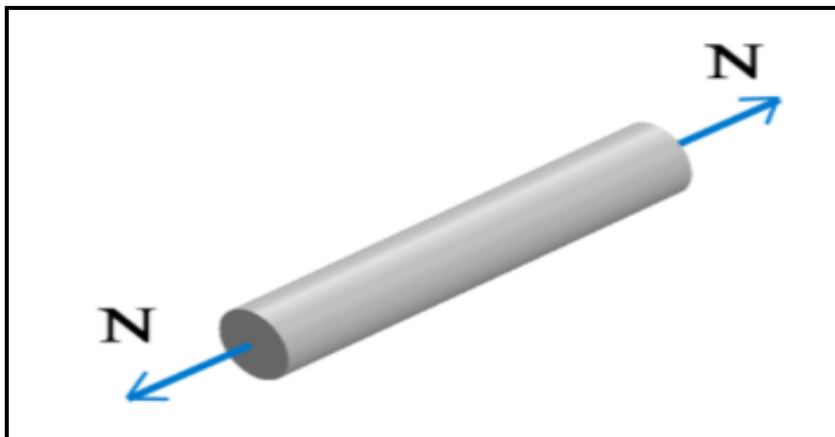
**Introduction**

La résistance des matériaux (RDM) est une discipline particulière de la mécanique des milieux continus, permettant le calcul des contraintes et déformations dans les structures des différents matériaux.

Dans ce chapitre nous citerons les différentes sollicitations qui s'applique sur une pièce mécanique et le comportement du matériau de la pièce lorsqu'elle est soumise à une sollicitation et nous terminerons avec quelques lois de base de dimensionnement.

**I.1 Les principales sollicitations****I.1.1 traction**

La traction est la sollicitation la plus simple qui soit, c'est un état de charge tel que dans toute section droite d'une pièce il n'existe qu'un effort normal  $N$  appliqué au centre de gravité.[1]



**Figure I.1** : traction d'une pièce

**I.1.1.1 Contrainte**

La contrainte détermine avec quelle intensité les atomes du matériau sont écartés les uns des autres ou comprimés les uns sur les autres. Cette contrainte est, pour une traction simple, la force qui agit sur une unité de surface du matériau.

$\sigma = F/S$  Elle se mesure en Pascal (Pa).

### I.1.1.2 Déformation

La déformation indique dans quelles proportions les liaisons inter atomiques (à l'échelle microscopique) et la structure elle-même (l'objet, à l'échelle macroscopique) ont été déformées. La déformation, pour une traction simple, est le rapport de l'allongement à la longueur initiale.  $\varepsilon = (L-L_0)/L_0$  l'allongement est sans unité

### I.1.1.3 Le diagramme contrainte-déformation

Le diagramme contrainte-déformation met très bien en évidence les différences de comportement des matériaux, et fournit les valeurs caractéristiques de résistance à la traction  $R_m$ , limite d'élasticité  $R_e$ , limite de proportionnalité  $R_p$ , allongement de rupture  $A$  et module d'élasticité  $E$ .

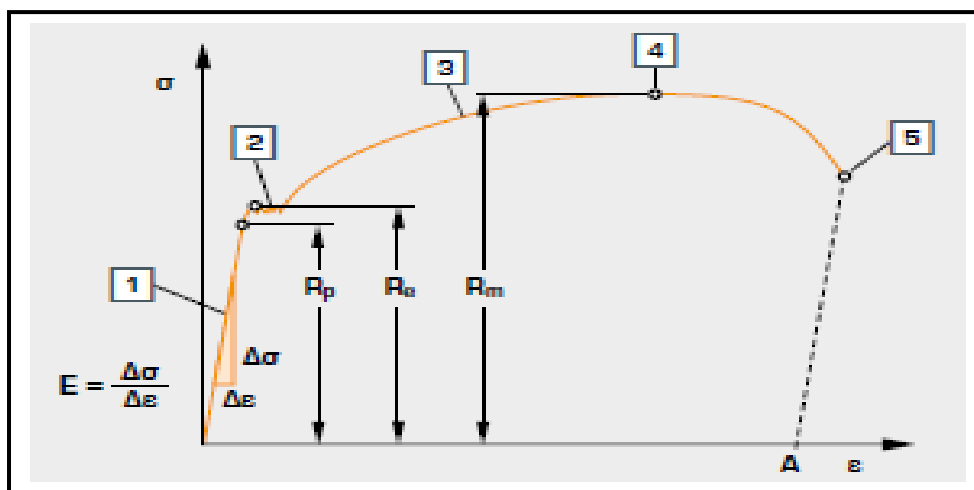


Figure I.2 : Diagramme contrainte-déformation [2].

### I.1.1.4 Résistance d'une pièce soumise à la traction

Dans un mécanisme ou une structure, les pièces ne doivent pas rompre, ce qui impose que les contraintes en traction soient inférieures à  $R_m$ . Mais elles doivent par ailleurs conserver leurs dimensions, faute de quoi le mécanisme risque de ne plus fonctionner. La fabrication et le fonctionnement présentant des incertitudes, on applique un coefficient de sécurité  $s$  (ou parfois noté  $n$ ), en général entre 2 et 5. On définit alors la limite pratique d'élasticité  $R_{pe}$  :

$$R_{pe} = \frac{R_e}{s}$$

La conception sur le cas de charge limite, ou état limite ultime (ELU), est donc validée si, pour toutes les structures en traction, on a :

$$\sigma \leq R_{pe}.$$

Le coefficient de sécurité dépend des règles de l'art du domaine concerné ou bien de normes. De manière générale, on a :

- Pour un fonctionnement constant, sans à coup, dans un milieu maîtrisé (toutes les charges sont connues) et avec un matériau bien caractérisé :  $1 \leq s \leq 2$  ;
- Cas usuel :  $2 \leq s \leq 3$  ;
- Milieu mal maîtrisé (risque d'accident, charges mal connues), matériau mal caractérisé :  $3 \leq s \leq 5$ .

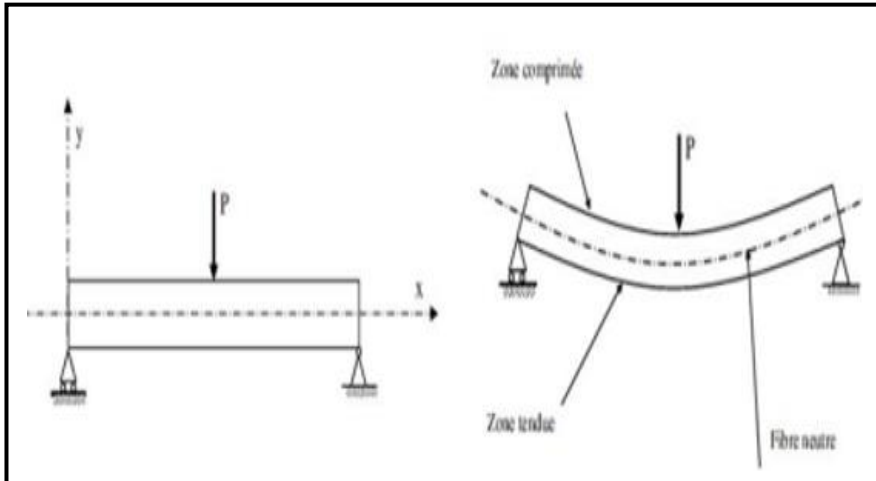
Pour les matériaux fragiles, la résistance pratique à l'extension est fondée sur la résistance à la traction, le coefficient de sécurité est donc plus élevé :

$$R_{pe} = \frac{R_m}{s}.$$

Dans certaines applications, une déformation élastique excessive de la pièce empêche le bon fonctionnement du mécanisme. Dans ce cas-là, l'effort limite est inférieur au  $R_{pe}$  déterminé, et dépend de l'élasticité de la pièce, qui dérive du module de Young  $E$  et de la géométrie de la pièce. On conçoit alors selon l'état limite en service (ELS).

### **I.1.2 Flexion**

En physique (mécanique), la flexion est la déformation d'un objet sous l'action d'une charge. Elle se traduit par une courbure. Dans le cas d'une poutre, elle tend à rapprocher ses deux extrémités. Dans le cas d'une plaque, elle tend à rapprocher deux points diamétralement opposés sous l'action. [3]

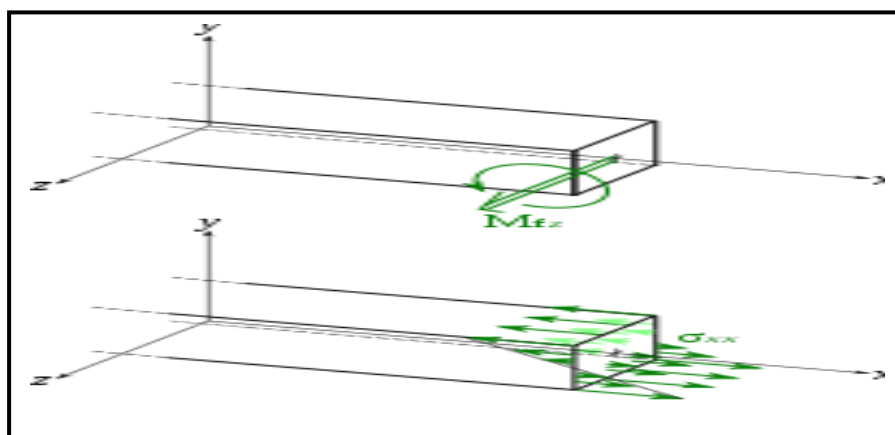


**Figure I.3** : modélisation d'une flexion.

**I.1.2.1 Contrainte**

Plaçons-nous dans le cas d'un moment fléchissant  $M_{fz}$  positif ; dans le plan  $(Gxy)$ , les fibres sont concentriques, le centre  $O$  est situé vers le haut. La longueur de l'arc est proportionnelle au rayon, c'est-à-dire qu'elle varie linéairement en fonction de l'abscisse  $y$  considérée. De même, la contrainte normale à la section varie linéairement en fonction de  $y$ . Mais comme c'est la valeur absolue de la contrainte qui nous intéresse, et que de toute manière le signe dépend de la convention choisie, on trouve souvent l'expression.[3].

$$\sigma_{xx} = \frac{M_{fz}}{I_{Gz}} \cdot y$$

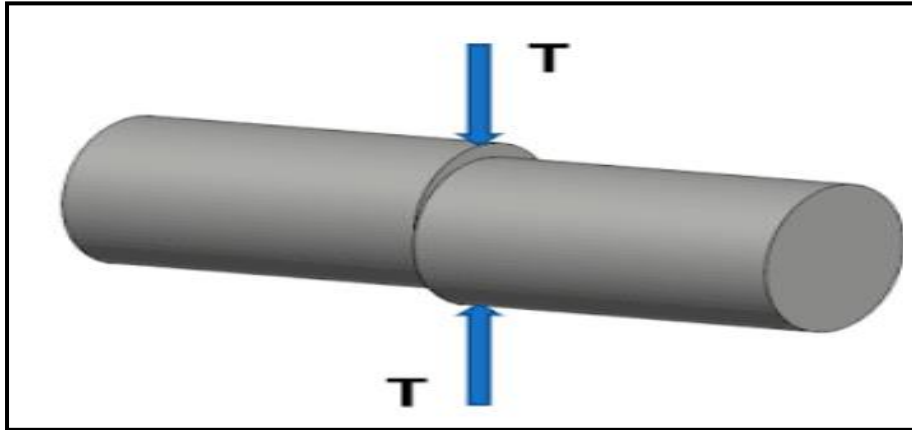


**Figure I.4** : Moment fléchissant et répartition des contraintes



**I.1.3 cisaillement**

Il y a cisaillement lorsqu'une pièce est sollicitée par deux forces égales, de même droite d'action mais de sens contraires qui tendent à faire glisser l'une sur l'autre les deux parties de la pièce .



**Figure I.5 :** cisaillement d'une pièce

**I.1.3.1 Contrainte**

Lorsque la force appliquée est parallèle / tangentielle à la surface d'application, alors la contrainte produite est appelée contrainte de cisaillement.

Contrainte de cisaillement = Force imposée parallèlement à l'aire / l'aire de la section transversale. L'unité de contrainte de cisaillement est  $N / m^2$  ou Pa. Dans les industries, l'unité utilisée pour mesurer la contrainte de cisaillement est  $N / mm^2$  ou MPa (Méga Pascal)

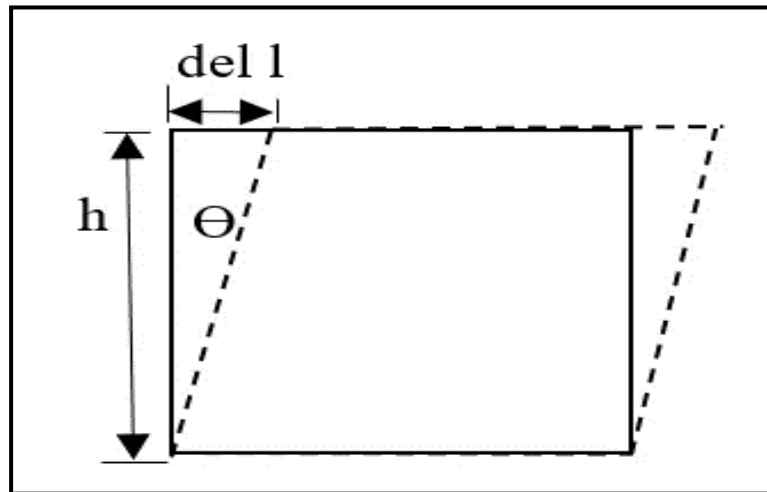
$$\tau = \frac{F}{A}$$

**I.1.3.2 Déformation**

Lorsque la contrainte de cisaillement est appliquée sur une surface, une déformation se produit dans le matériau. Ainsi, le rapport de la déformation à la longueur d'origine perpendiculaire aux axes du membre est appelé déformation de cisaillement. Il est noté  $\gamma$ .

$$\gamma = \frac{\Delta l}{h} = \tan \theta$$

Elle est également définie comme la tangente de l'angle de déformation  $\theta$ . Déformation de cisaillement =  $\text{del } l / h = \text{tangente } (\theta)$



**Figure I.6 :** Déformation d'une pièce au cisaillement

### I.1.3.3 Résistance d'une pièce soumise au cisaillement (rivet ou boulon)

Lorsque l'on calcule au cisaillement une goupille (rivet), on suppose que la distribution des forces extérieures agissant sur le boulon d'une part, et la distribution des contraintes tangentielles dans la section d'autre part, se réalise de manière telle qu'elles soient réparties uniformément dans l'aire de la section de cisaillement. La contrainte de cisaillement dans le boulon (rivet ou goupille) de section  $S_c$  s'écrit :  $\tau_c = F/S_c$

Pour  $n$  sections de cisaillement :  $\tau_c = F/nS_c$  (avec  $S_c = \pi d^2/4$ )

### I.1.4 torsion

Les composants soumis à des mouvements rotatifs sont sollicités en rotation. Cette rotation est également appelée torsion. La résistance de torsion déterminée par l'essai de torsion sert d'orientation pour connaître la sollicitation admissible du matériau. Cette méthode est utilisée pour les arbres, axes, fils métalliques et ressorts, ainsi que pour évaluer le comportement de ténacité des aciers à outils.[5]

**I.1.4.1 Résistance d'une pièce soumise à la torsion****I.1.4.1.1 arbres de transmission**

Les arbres de transmission mécanique sont un exemple typique de torsion. En régime permanent (hors démarrage, arrêt de la machine et changement de régime), l'arbre est animé d'un mouvement de rotation uniforme. Le couple moteur s'équilibre avec le couple résistant (frottements des paliers) et la charge (effort fourni par la machine). Ainsi, bien que le système soit en mouvement, on peut l'étudier par la statique.

Si l'on néglige les frottements, alors le couple charge  $C_c$  est égal en intensité au couple moteur  $C_m$ . L'arbre est à l'équilibre sous l'effet de ces deux couples opposés, le moment de torsion  $M_t$  est uniforme ( $M_t = C_c = C_m$  en valeur absolue). Si l'on prend en compte les frottements dans les paliers, alors le  $C_c < C_m$ , et  $M_t$  est uniforme par parties.

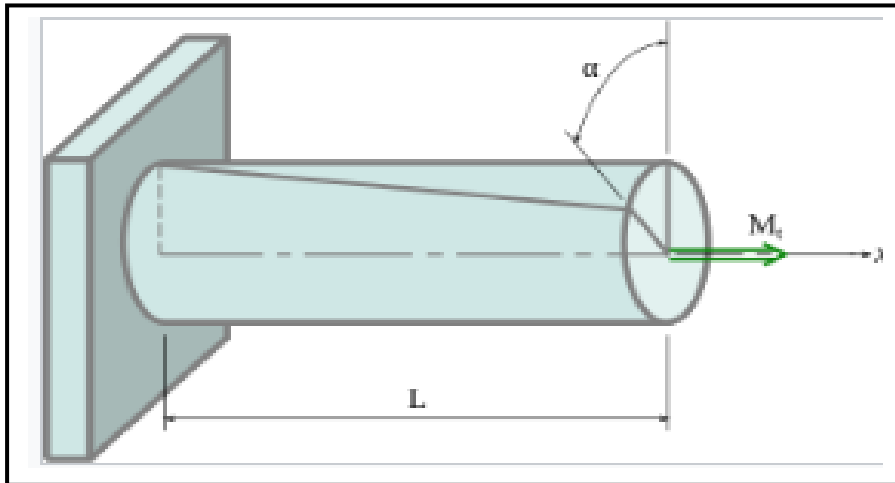
**I.1.4.1.2 Torsion uniforme d'un arbre circulaire****a. Déformation**

Considérons une poutre de longueur  $L$ , encastree à une extrémité, l'autre extrémité étant libre. Traçons un rayon sur la section droite de l'extrémité libre ; en petites déformations, on suppose que ce rayon reste rectiligne, il tourne d'un angle  $\alpha$ . On suppose que la déformation est homogène, l'angle autour duquel tourne une section droite quelconque dépend de manière linéaire de la distance à l'encastrement. On définit le taux de rotation, ou angle unitaire de torsion  $\theta$  par :

$$\theta = \alpha/L$$

$\theta$  s'exprime en radian par mètre (rad/m).

Si l'on trace une génératrice, celle-ci prend la forme d'une hélice.



**Figure I.7 :** Déformation d'une génératrice et angle de torsion.

### b. Contrainte

Selon la théorie d'Euler-Bernoulli, si l'on reste en petites déformations, le moment de torsion  $M_t$  crée des cisaillements (contraintes de cisaillement)  $T$  qui sont proportionnelles à la distance  $r$  par rapport à l'axe de torsion :

$$\tau(r) = \frac{M_t}{I_G} r$$

Où :

- $M_t$  est le moment de torsion ;
- $I_G$  est le moment quadratique de torsion, dépendant de la forme de la section (diamètre extérieur, et diamètre intérieur dans le cas d'un tube).

L'angle unitaire de torsion est donné par

$$\theta = \frac{M_t}{G \cdot I_G}$$

**c. Démonstration**

Pour un arbre plein, on a

$$I_G = \frac{\pi D^4}{32}$$

Où

$D$  est le diamètre. Pour un tube, on soustrait simplement le moment quadratique de la partie évidée :

$$I_G = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32}$$

Où  $D$  est le diamètre extérieur et  $d$  est le diamètre intérieur.

**I.2 Choix de comportement suivant le matériau de la pièce****I.2.1 La déformation élastique**

Tous les matériaux sont concernés ! La déformation élastique est universelle, même si elle est d'ampleur très variable. Sous l'effet d'une contrainte extérieure, le matériau se déforme sous charge, mais revient à sa forme initiale si la charge disparaît.

L'origine de ce phénomène est la modification de la distance entre atomes impliqués dans une liaison chimique. Les liaisons ioniques et covalentes sont très rigides. Les matériaux qui possèdent ce type de liaisons (les céramiques par exemple) ont un comportement élastique très « raide ». Les métaux possèdent des liaisons moins rigides et se déformeront plus facilement. Le comportement des polymères est dû aux liaisons faibles qui s'exercent entre chaînes. Il sera caractérisé par une grande déformation élastique sous faible charge.[6]

**I.2.2 La déformation plastique**

Ce phénomène n'est pas fréquent et concerne les seuls métaux et alliages.

Rappelons que ces matériaux sont tous cristallisés. La déformation plastique, ou ductilité, est la conséquence du mouvement de défauts à l'intérieur de l'édifice cristallin. On démontre que, dans le cas des métaux, ces défauts sont très nombreux, très mobiles et se multiplient

sous l'effet d'une contrainte extérieure. Même s'il s'agit de phénomènes physiques très ténus, actifs au niveau de quelques atomes, le résultat macroscopique est spectaculaire. On observe le changement de forme définitif, à volume constant, de la pièce métallique. On dit alors que la pièce déformée plastiquement, ou écrouie, et qu'elle a été déformée par écrouissage (quel que soit le type de sollicitation).

La déformation plastique s'accompagne d'un effet secondaire très important : le durcissement par écrouissage. Tous les essais mécaniques le montrent : une pièce déformée plastiquement durcit. C'est-à-dire qu'il faut continuellement augmenter la contrainte extérieure pour poursuivre la déformation. Les applications de ce phénomène heureux sont très nombreuses, et c'est de cette façon qu'on améliore la résistance de nombreux matériaux bon marché.[6]

### **I.2.3 La rupture**

Hélas, quand la sollicitation est suffisante, ce phénomène n'épargne aucun matériau, mais il existe deux modes de rupture bien différents.

#### **I.2.3.1 La rupture fragile**

C'est le cas le plus répandu. Toutes les liaisons de la section sous contrainte se rompent presque simultanément et une fissure fatale se propage à très grande vitesse, sans avoir besoin d'une énergie extérieure et sans pouvoir être stoppée. En fait, c'est la déformation élastique précédant la rupture qui a stocké suffisamment d'énergie pour assurer la propagation de la fissure. Les matériaux les plus fragiles sont les céramiques amorphes appelées verres, comme nos verres de silicates qui forment les vitrages, les verres à boire et bien d'autres objets, qui sont tous fragiles. De plus, ces matériaux sont très sensibles à l'effet d'entaille : au fond d'une rayure de surface, une contrainte extérieure, qu'on croyait sans danger, se trouve amplifiée et peut dépasser la valeur limite de rupture. Aussi, le verre poli (sans fissure) est beaucoup moins fragile qu'un verre décoré ou dépoli.

#### **I.2.3.2 La rupture ductile**

Après la période de déformation plastique, le matériau atteint un écrouissage limite et se déforme localement intensément, en général dans une région localisée dite de striction, qui finit par se déchirer. La progression de ce déchirement ne peut se faire que si la contrainte extérieure est présente, et si la contrainte diminue, la rupture s'arrête. La rupture ductile absorbe beaucoup

d'énergie car la surface nouvelle que crée le déchirement se forme après un intense écrouissage. Les matériaux présentant une rupture ductile sont très recherchés car ils apportent une sûreté de comportement très importante en cas de surcharge et sont peu sensibles à l'effet d'entaille.

Les métaux très peu alliés et très déformables constituent les records de ténacité. Cuivre, Nickel, certains aciers inoxydables (austénitiques,) mais aussi de nombreux aciers « doux » utilisés dans l'emboutissage de tôles minces (carrosserie). De nombreux polymères très déformables sont également très tenaces : c'est le cas des polyéthylènes, polypropylènes, polyamides et quelques polyesters.

### I.3 Les lois de dimensionnement de base

#### I.3.1 Loi de Hooke

La contrainte normale  $\sigma$  est proportionnelle à l'allongement relatif  $\varepsilon$  et un facteur constant  $E$  désigné sous le nom de module d'élasticité ou encore module de Young (valable uniquement pour les petits déplacements) :

$$\sigma = E \varepsilon$$

- $\sigma$  est une contrainte qui s'exprime le plus souvent en MPa ou N/mm<sup>2</sup> ;
- $\varepsilon$  est sans dimension.
- $E$  est homogène à une contrainte ;

L'allongement relatif  $\varepsilon$  est le rapport entre l'allongement  $(\ell - \ell_0)$  et la longueur initiale  $\ell_0$  :

$$\varepsilon = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0} = \frac{\ell}{\ell_0} - 1$$

#### I.3.1.1 Traction/compression

Cette contrainte est dite contrainte normale due à la force de traction.  $\sigma$  est égale à l'intensité de la force  $F$  divisée par l'aire  $S$  de la surface normale à cette force :

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

Avec  $S$  la section initiale (avant déformation).  $\sigma$  est aussi appelée contrainte PK1.

Le critère de résistance est rempli lorsque la contrainte maximale reste inférieure à la contrainte limite. La première correspond à la contrainte calculée ci-dessus, éventuellement multipliée par divers facteurs tels que :

- Un facteur de concentration de contraintes  $K_t$  qui dépend de la géométrie de la poutre (ex : pour une vis à filets triangulaires  $K_t=2.5$ ) ;
- Un facteur d'amplification dynamique ;
- Divers autres facteurs de sécurité (sur les sollicitations).

La contrainte limite correspond généralement à la limite élastique  $R_e$ , éventuellement divisée par des facteurs de sécurité (sur la résistance)  $S_i$  (ex : pour les gaines d'un ascenseur  $S=12$ ).

### I.3.1.2 Flexion

Sous l'effet du moment de flexion  $M_3$  (en N m), la contrainte de flexion à une distance  $x_2$  (en m) de la fibre neutre s'exprime en fonction du moment quadratique  $I_3$  (en  $m^4$ ) de la section étudiée par la relation :

$$\sigma_{\text{flexion}} = -\frac{M_3 x_2}{I_3}$$

Avec

$$I_3 = \int_S x_2^2 dS.$$

### I.3.1.3 Cisaillement

$$\tau_{\text{moy}} = \frac{F_{\text{cisaillement}}}{S} = G \gamma$$

Avec le module de cisaillement (homogène à une contrainte)

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}.$$



Pour avoir la contrainte tangentielle maximale :

- Pour une section rectangulaire :

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \tau_{\text{moy}}$$

- Pour une section circulaire :

$$\tau_{\max} = \frac{4}{3} \tau_{\text{moy}}$$

### **I.3.1.4 Torsion**

Ce qui suit concerne uniquement les poutres à sections circulaires.

$$\theta = \frac{M_t}{G I_0}$$

Où  $\theta$  est l'angle unitaire de torsion (en rad/m). La rotation de la barre en un point d'abscisse  $L$  est donc  $\theta L$ .

Le moment quadratique polaire  $I_0$  de la section est donné par :

$$I_0 = \frac{\pi D^4}{32}$$

La contrainte de cisaillement maximale  $\tau$  est

$$\tau = \frac{M_t R}{I_0}$$

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

### II.1 Généralités

Les lois de comportement de la matière, étudiées en science des matériaux et notamment en mécanique des milieux continus, visent à modéliser le comportement solides par des lois empiriques lors de leur déformation.

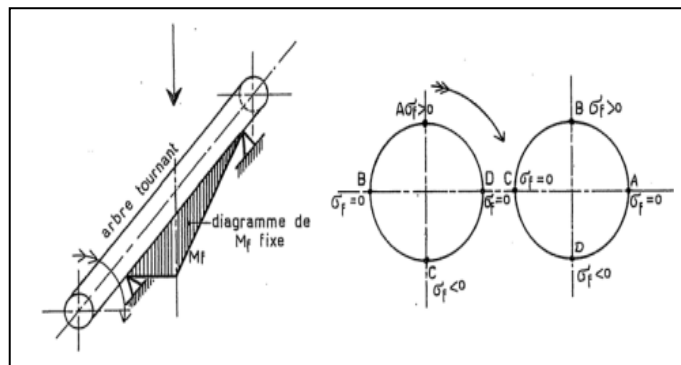
### II.2 Avant-projet d'un arbre

Le calcul des efforts peut en général être mené sur un schéma de principe de la chaîne cinématique. L'avant-projet consiste à dessiner l'arbre réel, de telle façon qu'il soit capable de supporter ces efforts

- En résistant suffisamment longtemps,
- Sans trop se déformer,
- Sans vibrations exagérées.

Et, condition absolue, il doit être réalisable aussi simplement que possible. Ajoutons encore que dans certaines applications interviennent de manière importante des conditions sur le poids (automobile et surtout, aéronautique).[7]

#### II.2.1 Notion de moment idéale



**Figure II.1 :** Fatigue d'un arbre tournant soumis à un moment de flexion de direction constante.

La plupart des arbres sont soumis à la fois à de la flexion et de la torsion. Dans la majorité des cas, l'arbre tourne par rapport à la direction du moment de flexion. Il en résulte que la contrainte de flexion  $\sigma$  en un point A varie constamment entre un maximum positif et un minimum négatif de même grandeur. On dit que l'arbre est soumis à la fatigue. La résistance à

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

la fatigue, mesurée par la contrainte maximale  $\sigma_f$  au cours du cycle menant à la rupture, est plus faible que la résistance statique et même que la limite élastique. À cela s'ajoutent les concentrations de contrainte, si bien qu'il faut se limiter, au niveau de l'avant-projet, à des contraintes admissibles assez basses. La combinaison du moment de flexion et du moment de torsion se traite souvent à l'aide de la notion de moment idéal. L'idée est la suivante. À un moment de flexion  $M_f$  est associée une contrainte de flexion

$$\sigma_f = \frac{M_f}{\frac{\pi d^3}{32}}$$

La contrainte de torsion est quant à elle égale à

$$\tau_t = \frac{M_t}{\pi d^3/16}$$

Pour l'étude de leur action combinée, on a besoin d'un critère de mise hors service. Il est généralement admis qu'il a la forme

$$\left(\frac{\sigma_f}{\sigma_{f, \text{lim}}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_t}{\tau_{t, \text{lim}}}\right)^2 = 1$$

Ce qui généralise le critère de von Mises. Ici,  $\sigma_{f, \text{lim}}$  et  $\tau_{t, \text{lim}}$  sont les contraintes qui mèneraient à la mise hors service pour le flexion seule ou la torsion seule

$$\alpha = \frac{\sigma_{f, \text{lim}}}{\tau_{t, \text{lim}}\sqrt{3}}$$

En service, on se limitera à une contrainte plus faible, c'est-à-dire que l'on adoptera une pseudo-sécurité  $s^*$  et que l'on travaillera avec une contrainte admissible (jadis appelée taux de travail)

$$\sigma_{f, \text{adm}} = \frac{\sigma_{f, \text{lim}}}{s^*}$$

Si l'on appelle encore moment idéal le moment défini par :

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

$$Mi = \frac{\pi d^3}{32} \sigma$$

On a donc  $Mi = \sqrt{Mf^2 + 0.75\alpha^2 Mt^2}$

Et le critère provisoire de résistance s'écrit  $Mi = Mf_{adm}$  avec  $Mf_{adm} = \frac{\pi d^3}{32} \sigma f_{adm}$

Pour une sollicitation statique, à vérifier par exemple quant au risque de plastification, le critère de von Mises s'applique, ce qui correspond à  $\alpha = 1$ . En fatigue, il faut se référer à la limite d'endurance qui, pour les aciers, peut être évaluée comme suit, en fonction de la limite de rupture  $R_m$  : si  $\sigma_{min}$  et  $\sigma_M$  sont respectivement la plus petite et la plus grande valeur de la contrainte lors d'un cycle, notons  $Rf = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_M}$

On peut admettre  $\sigma f, lim \approx R_m \left( \frac{3}{4} + \frac{1}{4} Rf \right)$

On admet de même la relation  $\tau t, lim \sqrt{3} \approx R_m \left( \frac{3}{4} + \frac{1}{4} Rt \right)$  avec  $Rt = \tau_{min} / \tau_M$ .

Dans bon nombre de cas, la contrainte de flexion est alternée et le moment de torsion constant en valeur nominale. Cependant, comme il faut tenir compte des démarrages, des freinages et des à-coups inévitables provenant du moteur et du récepteur, on juge généralement qu'il est plus prudent de faire le calcul avec un moment de torsion pulsé ( $Rt = 0$ ). Dans ce cadre, on a

$$\sigma f, lim = 0,5 R_m, \quad \tau t, lim \sqrt{3} = 0,75 R_m, \quad \alpha = 0,5 / 0,75 = 2/3$$

Ce qui donne  $Mi = \sqrt{Mf^2 + \frac{1}{3} Mt^2}$

### II.2.2 Une première formule de dimensionnement en fatigue

Pour un arbre tournant par rapport à la charge, on peut dans un premier temps choisir le

diamètre par la formule 
$$d = 42.8 \frac{(Mi)^{0.352}}{(R_m)^{\frac{1}{3}}}$$

La valeur un peu inattendue de l'exposant du numérateur, 0,352, s'explique par le fait que pour établir cette formule, il a été tenu compte d'un certain facteur d'échelle.[8]

### II.2.3 Formule des arbres de manège

Pour les arbres longs sollicités par un moment de torsion supposé pulsé et un moment de flexion proportionné - nous allons voir ce que cela veut dire - on utilise encore la très vieille

formule des arbres de manège 
$$\frac{d}{120} = \sqrt[3 \text{ ou } 4]{\frac{P}{N}}$$

Il faut prendre la plus grande des deux racines, soit la quatrième si le radicant est inférieur à 1 et la troisième dans le cas contraire. Cette formule correspond aux deux conditions suivantes :

1. Condition de raideur en torsion : l'angle de torsion de l'arbre par unité de longueur  $\theta'$  ne dépasse pas  $0,25^\circ/\text{m}$  ;

2. Condition de résistance : pour autant que le moment de flexion  $M_f$  soit inférieur à  $1,06Mt$ , le moment idéal correspond à une contrainte idéale ne dépassant pas  $\sigma_f = 50\text{MPa}$

#### II.2.3.1 Raideur en torsion

De la relation générale 
$$Mt = \pi d^4 \theta'$$

On déduit 
$$d = \sqrt[4]{\frac{32}{\pi G \theta'} Mt}$$
 avec  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  et  $\theta' = 0,25 \frac{\pi}{180}$

#### II.2.3.2 Condition de résistance

On part de la condition 
$$M_i = \frac{\pi d^3}{32} \sigma_f a d m$$

On déduit 
$$d = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi \sigma_f a d m} M_i}$$

En faisant usage à la raideur on obtient 
$$d = 120 \sqrt[3]{\frac{P}{N}}$$

### II.2.4 Tourillons d'extrémité

On appelle tourillons les parties de l'arbre qui sont engagées dans les paliers. Dans le cas de tourillons d'extrémité, c'est-à-dire situés en bout d'arbre, le moment de flexion et le

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

moment de torsion sont tous deux nuls. Mais il existe un effort tranchant  $T$  auquel l'arbre doit pouvoir résister. En considérant que cet effort tranchant est appliqué au milieu du palier de longueur  $l$ , il en résulte au bord du palier, vers l'intérieur, un moment de flexion  $Mf = T \frac{l}{2}$

La contrainte de flexion devra être limitée à 50MPa, ce qui fournit la condition

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi} \frac{Tl}{\sigma_{fadm}}} \quad \text{Avec} \quad \sigma_{fadm} = 50\text{MPa}$$

### II.2.5 Déformation de flexion

Pour calculer la déformée, on utilise l'équation de l'élastique dans chacun des deux plans perpendiculaires à l'arbre et on somme vectoriellement les déplacements obtenus. [9]

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{Mf}{E \frac{\pi d^2}{64}}$$

Il existe diverses règles de limitation des flèches et des pentes.

- Dans les machines courantes, on cite généralement la condition

$$\frac{f_{max}}{l} \leq \frac{1}{3000}$$

Où  $f$  représente la flèche et  $l$ , la distance entre paliers. Il s'agit en fait d'une limitation implicite des pentes  $\phi$ . Supposons pour fixer les idées qu'un arbre sur deux appuis ait une déformée approximativement donnée par la relation

$$v(x) = f_{max} \sin \frac{\pi x}{f}$$

Où  $x$  est la coordonnée selon l'axe (on peut considérer que c'est le premier harmonique de Fourier). Alors, la pente aux extrémités est donnée par

$$\phi = \frac{\pi f_{max}}{l}$$

- En construction des machines-outils, on cite souvent les conditions un peu plus restrictives

$$\frac{f_{max}}{l} \leq \frac{1}{5000}$$

$$\varphi \leq \frac{1}{1000}$$

- Les roulements supportent assez mal les inclinaisons de l'arbre. En général, il faut que l'inclinaison au droit du roulement vérifie

$$\varphi \leq \frac{1}{1000}$$

Excepté pour les roulements à rotule qui admettent des inclinaisons de quelques degrés (1 ° à 4 ° selon les types : il faut consulter les catalogues des fabricants).

- Dans les machines électriques, la flèche provoque une variation de l'entrefer, dont résulte un déséquilibre des forces magnétiques. On impose généralement, si  $\delta$  est l'entrefer.

$$f_{max} \leq \frac{\delta}{10}$$

Dans bien des cas, ces exigences de raideur sont plus sévères que les conditions de résistance. C'est une des différences entre la construction mécanique et les constructions du génie civil

## **II.3 Roulements**

### **II.3.1 Constitution des roulements**

A quelques exceptions près, les roulements sont constitués des éléments suivants :

- Des éléments roulants, billes, rouleaux ou aiguilles.
- Une bague extérieure, dans laquelle est creusée une piste pour guider les éléments roulants.
- Une bague intérieure, également creusée d'une piste.
- Une cage, destinée à maintenir entre les éléments roulants la distance voulue.

### **II.3.2 Fatigue des roulements**

Considérons un roulement tournant sous une charge donnée de direction fixe. L'expérience montre qu'après un certain temps de fonctionnement (heureusement assez long si

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

le roulement est bien dimensionné), le roulement commence à émettre un bruit caractéristique que l'on considère généralement comme le signe de sa défaillance.[10]

### a. Durée de vie

Il est d'usage de noter L10 la durée de vie correspondant à 10% de défaillances (soit une fiabilité de 90%), L50 la durée de vie correspondant à 50 % de défaillances, et, en général, Ld% la durée de vie correspondant à un pourcentage de défaut  $d\% = 100(1 - S)$ . On constate que  $L50 \approx 5, 25L10$

La fiabilité de référence  $S^*$  généralement adoptée par les constructeurs est de 90%. Il y correspond la durée de vie nominale L (on omet l'indice 10). Pour les autres fiabilités, les travaux les plus récents ont conduit à la formule suivante :

$$\frac{\ln S}{\ln 0.9} = \left( \frac{Ld\% \times l_0}{l - l_0} \right)^e$$

Où  $L_0$  est la durée de vie atteinte par tous les paliers ( $L_0 \approx 0, 05L$ ), et e, un exposant de dispersion, mesurant la vitesse d'endommagement du matériau. On peut adopter la valeur  $e = 1, 11$  pour tous les types de roulements.[10]

### II.3.3 Relation entre la charge et la durée de vie

Les essais ont montré que la relation entre la charge P appliquée au roulement et sa durée de vie nominale L peut s'écrire

$$\frac{l}{l^*} = \left( \frac{C}{P} \right)^p$$

Où  $L^* = 10^6$  cycles, et C'est la capacité de charge dynamique du roulement. C'est par définition la charge pour laquelle la durée de vie nominale égale  $L^*$ . L'exposant p vaut :  $p = 3$  pour les roulements à billes et  $10/3$  pour les roulements à rouleaux.

### II.3.4 Direction de référence d'une charge

On associe d'abord à chaque type de roulement une direction de référence qui est utilisée lors des essais. Pour les roulements rigides à billes, la charge de référence P est radiale, ce qui est assez naturel. Pour les butées, la charge de référence P est axiale, ce qui est tout aussi



## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

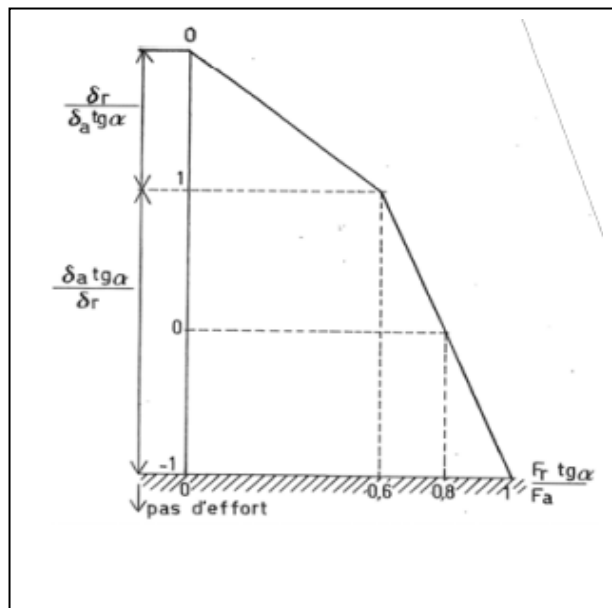
naturel. Pour les roulements à billes à contact oblique et les roulements à rouleaux coniques, le choix de la direction de référence est moins évident. En effet, l'effort siégeant dans un élément roulant dépend de son déplacement de compression élastique dans la direction de contact (ligne de pression)

$$\delta = \delta_r \cos \alpha + \delta_a \sin \alpha$$

Où  $\delta_r$  et  $\delta_a$  sont les rapprochements des deux bagues dans la direction radiale et la direction axiale respectivement, et  $\alpha$  est l'angle de contact. Il ne peut y avoir d'effort que si  $\delta$  est positif, soit si :  $\delta_a \sin \alpha > -\delta_r \cos \alpha$

Plus précisément, la loi de comportement des roulements à contact oblique (à billes ou à rouleaux) admet la représentation approximative donnée par la figure. En particulier,

$$\frac{\delta_a \operatorname{tg} \alpha}{\delta_r} = 0$$



**Figure II.2 :** Loi approximative de comportement des roulements à contact oblique

C'est-à-dire que le déplacement relatif des deux bagues est purement radial pour

$$\frac{F_r \operatorname{tg} \alpha}{F_a} = 0.8$$

Soit

$$F_a = 1,25 F_r \operatorname{tg} \alpha$$

### II.3.5 La charge dynamique équivalente

Ceci posé, on dit que deux systèmes de charge ( $F_{r1}$ ,  $F_{a1}$ ) et ( $F_{r2}$ ,  $F_{a2}$ ) d'un roulement sont équivalents s'ils mènent à la même durée de vie. Dans chaque classe d'équivalence de charges, il en existe une qui a la direction de référence. La charge  $P$  correspondante est appelée charge dynamique équivalente. Le calcul de celle-ci pour un roulement peut être fait avec une bonne approximation à l'aide de lois approchées constituées de deux segments de droite de la forme

$$P = XFr + Y Fa$$

Dont on trouve les coefficients dans les catalogues des constructeurs. À l'heure actuelle, ce calcul est normalisé sur base des travaux fondamentaux de Palmgren et Lundberg [5, 6, 67, 54, 56].

### II.3.6 La charge bi équivalente

Supposons que le palier soit soumis à  $n$  cycles qui se décomposent en  $n_1$  cycles sous la charge équivalente  $P_1$ ,  $n_2$  cycles sous la charge  $P_2$ , etc. Sous la charge  $P_k$ , à laquelle correspond la durée de vie  $L_k$ , il subit un dommage

$$D_k = \frac{n_k}{L_k}$$

Le dommage total après les  $n$  cycles vaut donc

$$D = \frac{n}{L_*} \left( \frac{P_{eq}}{C} \right)^p$$

Avec

$$P_{eq} = \sqrt[p]{\sum_k \frac{n_k}{n} P_k^p}$$

La durée de vie  $L$ , comptée en nombre total de cycles  $n$  correspond alors à un dommage unitaire, ce qui conduit à la relation

$$\frac{L}{L_*} = \left( \frac{C}{P_{eq}} \right)^p$$

On déduit le temp de vie par

$$T = \frac{L}{N} \quad \text{avec } N = \sum x_k N_k$$

### II.3.7 Cas d'une charge équivalente variant de manière continue lors d'un cycle

Soit une charge équivalente variant selon un cycle de paramètre  $\theta \in ]0, 2\pi[$ , pour fixer les idées. Alors, la charge bi équivalente est donnée par

$$P_{eq} = \sqrt[p]{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P^p(\vartheta) d\vartheta}$$

### II.3.8 Calcul statique d'un roulement

#### II.3.8.1 Capacité de charge statique

Lorsqu'un roulement tourne peu, la durée de vie qu'on en attend est faible, si bien que le calcul à la fatigue donne une charge admissible très élevée. Mais il est bien évident qu'une charge trop importante peut mener à des déformations permanentes sous forme d'empreintes sur les pistes, un peu comme dans un essai Brinell. Ces détériorations nuisent à la précision du guidage (l'arbre ne tourne plus rond) et sont à l'origine d'un fonctionnement bruyant du roulement. Dans cette optique, on définit la capacité de charge statique  $C_0$ , correspondant à l'heure actuelle à une valeur maximale de la contrainte de Hertz, avec la condition supplémentaire que la déformation plastique du contact n'excède pas le dix-millième du diamètre d'un élément roulant. La charge statique  $P_0$  est alors limitée en fonction du choix d'un coefficient de sécurité  $S_0$ , c'est-à-dire que l'on admet la valeur

$$P_0 = \frac{C_0}{S_0}$$

Il faut bien se rendre compte que la capacité de charge statique n'est nullement définie par la ruine du roulement, si bien que le coefficient de sécurité  $s_0$  ne doit pas nécessairement être supérieur à l'unité. [11]

- Dans les applications où le silence de fonctionnement est hautement nécessaire, comme dans les appareils médicaux d'hôpital, on posera normalement  $S_0 = 2$ .
- De même, dans les machines-outils, qui nécessitent pour bien fonctionner une grande précision de rotation, on posera également  $S_0 = 2$ . En revanche, si le silence du

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

roulement importe peu, comme par exemple dans les engins de chantier de génie civil, on pourra poser  $S_0 = 1/2$ .

- De même, lorsqu'on veut gagner coût que coût du poids, comme en aviation, on pourra également poser  $S_0 = 1/2$ .

### II.3.8.2 La charge statique équivalente

De la même façon que pour la charge dynamique, on traite le cas d'une sollicitation quelconque à l'aide d'une charge statique équivalente qui se calcule par deux lois affinées de la forme

$$P_0 = X_0 F_r + Y_0 F_a$$

Le coefficients  $X_0$  et  $Y_0$  sont donnés dans les catalogues des constructeurs. On prendra note du fait qu'ils ne sont pas égaux aux coefficients  $X$  et  $Y$  servant à calculer la charge dynamique équivalente.[11]

### II.3.9 Calcul des charges dans le cas de deux roulements à contact oblique (à billes ou à rouleaux) montés en opposition

#### II.3.9.1 Montage en X et montage en O

La résultante des efforts des différents éléments roulants d'un roulement à contact oblique passe par le centre de pression I et ne peut exister que si  $F_a \geq F_r \tan \alpha$

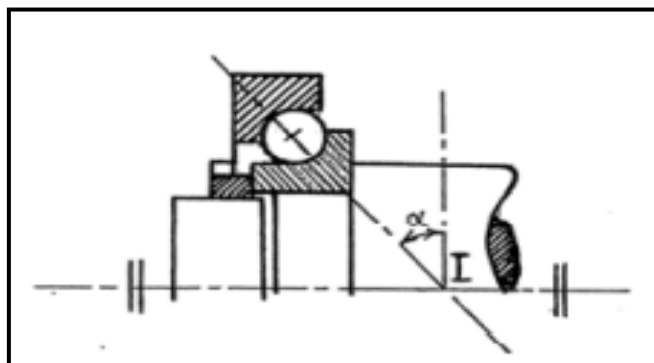
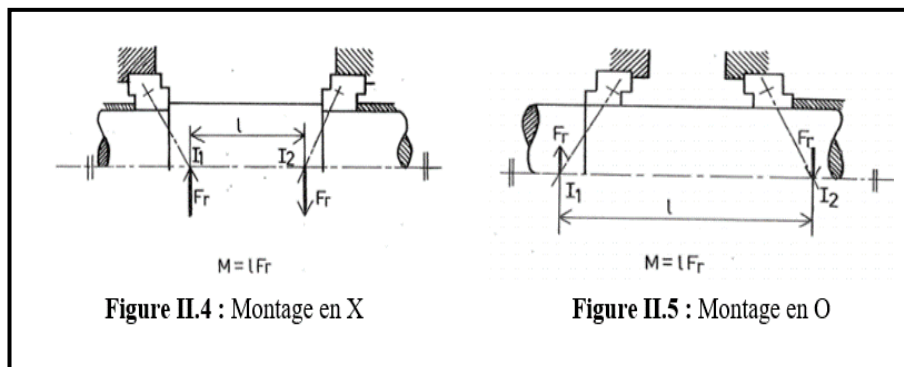


Figure II.3 : Centre de pression d'un roulement à contact oblique

$\alpha$  étant l'angle de contact. Pour pouvoir reprendre des efforts axiaux dans les deux sens, on monte deux roulements en opposition. Deux montages sont possibles : en X ou en O.

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

- Le montage en X est caractérisé par le fait que les centres de pression sont situés entre les deux roulements. Les lignes de contact tracées de part et d'autre de l'axe dessinent alors une figure qui suggère la lettre X, d'où le nom de ce montage. Les charges radiales, qui passent par les centres de pression, sont donc plus rapprochées que les roulements eux-mêmes, ce qui diminue le moment que peut reprendre le système. À la limite, pour une distance  $l$  nulle entre les centres de pression, on obtient une rotule (du moins, au premier ordre).
- Dans le montage en O, les centres de pression sont situés à l'extérieur des roulements. Les lignes de contact tracées de part et d'autre de l'axe dessinent alors une figure qui suggère la lettre O. Les centres de pression sont alors plus éloignés que les roulements, ce qui augmente le moment que peut reprendre le système. Même si les roulements sont accolés, la distance  $l$  des centres de pression est positive.

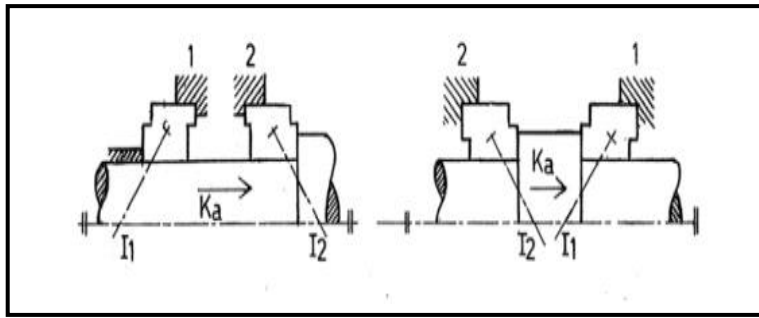


### II.3.9.2 Répartition des charges axiales

Dans ces deux montages, le calcul de la charge revenant à chaque roulement est délicat : une charge radiale sur le roulement 1 a tendance à séparer ses deux bagues. Mais ce mouvement est empêché par le roulement 2. Il en résulte une charge axiale mutuelle dont le calcul relève de l'hyperstatique (non linéaire). Le même problème subsiste lorsqu'une charge axiale  $K_a$  est appliquée à l'ensemble. Pour écrire les relations de manière unique, nous conviendrons d'appeler roulement 1 celui que la charge axiale  $K_a$  tend à surcharger et roulement 2 celui que cette charge a tendance à décharger. Ainsi, la charge axiale du roulement 2 s'ajoute à  $K_a$  pour donner la charge axiale du roulement 1 :

$$K_a = F_{a1} - F_{a2}$$

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation



**Figure II.6 :** Définition des roulements 1 et 2

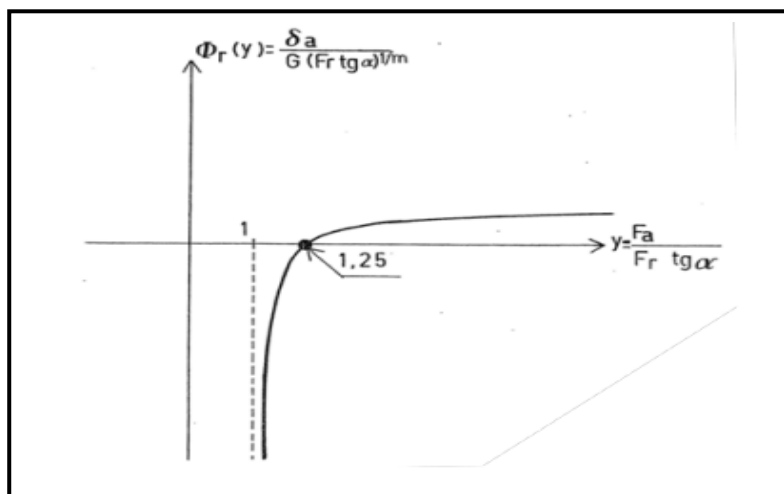
Mais cette relation d'équilibre ne suffit pas à déterminer  $F_{a1}$  et  $F_{a2}$  et il faut faire intervenir les lois liant les déplacements relatifs des bagues de roulements à leur charge. En notant  $\delta_a$  le déplacement axial relatif des bagues d'un roulement dans le sens de la compression, on peut écrire :

$$\delta_a = G(F_r t g \alpha)^{\frac{1}{m}} \Phi_r(y)$$

Où  $G$  est une constante du roulement,  $m$ , un exposant valant 1,5 pour les roulements à billes et 1,1 pour les roulements à rouleaux,  $y$ , un facteur de direction de charge donné par

$$y = \frac{F_a}{F_r t g \alpha}$$

Et  $\Phi_r$ , une fonction ayant l'allure représentée en figure



**Figure II.7 :** Allure de la fonction  $\Phi_r$

En l'absence de serrage initial, on a  $\delta a_1 = -\delta a_2$  car les deux roulements sont rigidement liés à l'arbre et au bâti. Dès lors, un des deux roulements a un déplacement axial positif et l'autre, un déplacement axial négatif. Comme le montre la figure, cela implique la relation

$$\Phi_r(y_1) \cdot \Phi_r(y_2) < 0$$

Mais il y a plus : si la fonction  $\Phi_r$  est négative, cela implique que son argument  $y$  a une valeur comprise entre 1 et 1,25. On peut donc affirmer qu'un des deux roulements fonctionne entre  $y = 1$  et  $y = 1,25$  et que l'autre roulement fonctionne avec une valeur de  $y$  supérieure à 1,25.[7]

### **II.3.10 Usure des roulements**

Outre la fatigue, il existe un autre facteur qui limite la durée d'utilisation satisfaisante d'un roulement : c'est l'usure.

#### **II.3.10.1 Le facteur d'usure**

Des essais ont été réalisés par Eschmann sur 100000 paliers. Cet auteur définit d'abord un jeu optimal  $e_o$  du roulement, qui dépend de son diamètre par la relation

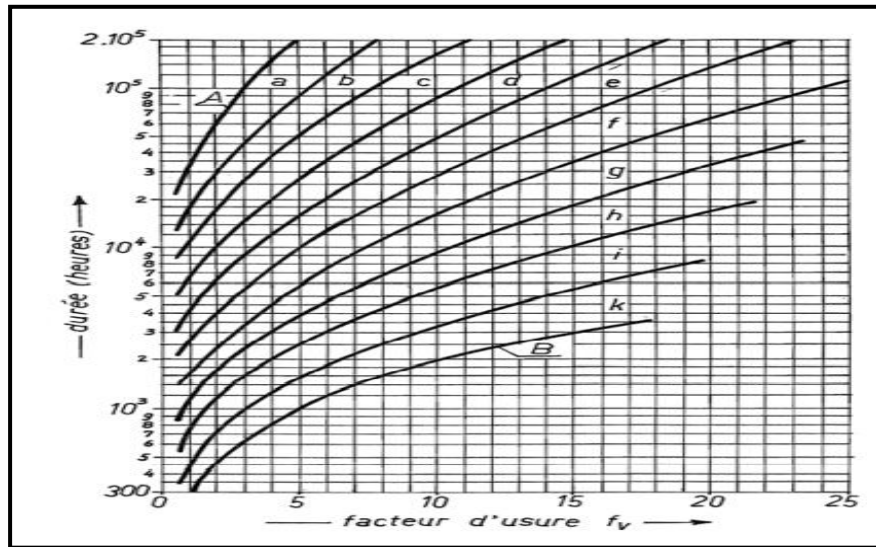
$$e_o = 0.46d^{0.67}$$

Il définit en suite un facteur d'usure  $f_v$  par

$$f_v = \frac{V}{e_o}$$

Où  $V$  est l'augmentation du jeu radial par usure. Ce facteur d'usure dépend du temps d'utilisation du roulement et de ses conditions de fonctionnement.

Deux courbes fondamentales ont été tracées à partir des expériences : La courbe A, qui correspond à une usure minimale, c'est-à-dire aux conditions les plus favorables. La courbe B, qui correspond à une usure maximale, c'est-à-dire aux conditions les plus sévères



**Figure II.8 :** Courbes d'usure d'Eschmann

En outre, dix plages intermédiaires ont été définies, pour représenter les conditions courantes. Enfin, il a été établi un tableau des plages et des facteurs d'usure admissibles pour un grand nombre d'applications. En portant sur le diagramme de la figure, la valeur admissible  $f_v$  et la plage assignée par le tableau, on obtient une valeur de la durée de vie du roulement dans des conditions acceptables de précision. Ainsi, pour les roues avant d'un véhicule automobile, le tableau donne une valeur admissible de  $f_v$  comprise entre 4 et 8, et spécifie que le fonctionnement se situe dans les plages h à i. Cela donne une durée de vie comprise entre 1600 et 4500 h environ (en se plaçant sur la frontière des deux plages).

## II.4 Vis et écrous

### II.4.1 Le filetage ISO

Le filetage triangulaire ISO a pour section génératrice un triangle équilatéral dont le côté est égal au pas. Le profil ainsi défini est tronqué par deux cylindres, menés au huitième et au quart de sa hauteur, respectivement à partir du sommet et de la base. On a donc la hauteur du triangle primitif

$$H = \frac{P}{2} \operatorname{tg} 30^\circ$$

La hauteur portante vaut  $\frac{5}{8}H$ . C'est le filetage le plus courant pour les assemblages.



### **II.4.2 Qualité mécanique des vis (Visserie d'assemblage)**

En ce qui concerne la résistance des vis, il existe une classification en classes de qualité, fondée sur la charge de rupture nominale. La contrainte de référence est le quotient de l'effort passant par le boulon, par une section résistante conventionnelle  $\Omega_b$  définie par

$$\Omega_b = \frac{\pi}{4} \left( \frac{d_{1max} + d_2}{2} \right)^2$$

Où  $d_{1max}$  est le diamètre maximum à fond de filet et  $d_2$ , le diamètre à flanc de filet. Chaque classe de qualité est repérée par deux nombres séparés par un point. le premier de ces nombres représente le centième de la contrainte à la rupture minimale, exprimée en MPa, et le second exprime le rapport entre la limite élastique et la contrainte de rupture, en dixièmes. Ainsi, une vis de classe 10.9 possède une contrainte de rupture au moins égale à

$$R_m = 10 \cdot 100 = 1000 \text{ MPa}$$

et une limite élastique au moins égale à

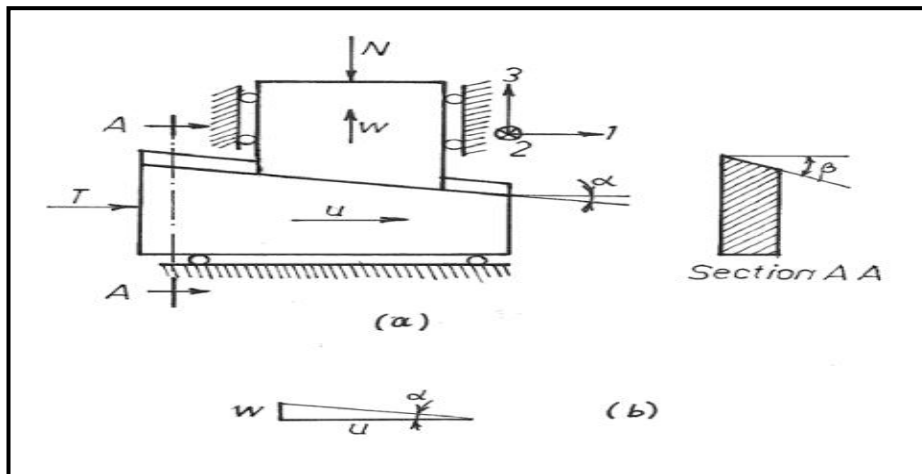
$$R_{0,2} = 0,9 R_m = 900 \text{ MPa}$$

### **II.4.3 Frottement de la vis sur l'écrou**

#### **II.4.3.1 Système à coins**

Nous commencerons par envisager le système de la figure où deux coins sont en contact sur une surface inclinée d'un angle  $\alpha$  selon l'axe 1 et d'un angle  $-\beta$  selon l'axe 2. Le coin inférieur est astreint à se mouvoir horizontalement et le coin supérieur, à se mouvoir verticalement, par des guidages sans frottement. Le coin horizontal se meut à une vitesse  $u$  sous l'effet d'une charge  $T$  et le coin vertical, à une vitesse  $w$ , tout en étant soumis à une charge résistante  $N$ .

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation



**Figure II.9 : Système à coins**

Comme le montre la figure, la vitesse de glissement relatif  $v_g$  est inclinée de l'angle  $\alpha$ , ce qui mène à la condition  $w = u \operatorname{tg}\alpha$

La normale à la surface de contact a pour composantes

$$n = \frac{\operatorname{tg}\alpha, \operatorname{tg}\beta, 1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}\alpha^2 + \operatorname{tg}\beta^2}}$$

Sur cette surface agissent une force normale  $P$  et une force de frottement  $Q = \mu N$ . L'équilibre vertical du coin supérieur s'exprime par la condition

$$N = Pn_3 - Q\sin\alpha = \frac{P}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}\alpha^2 + \operatorname{tg}\beta^2}} - Q\sin\alpha$$

L'équilibre horizontal du coin inférieur donne

$$T = Pn_1 + Q\cos\alpha = \frac{P\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}\alpha^2 + \operatorname{tg}\beta^2}} + Q\sin\alpha$$

Le rendement de ce mécanisme, dans le sens direct que nous avons examiné, est donné par

$$\frac{Nw}{Tu} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \varphi^*)}$$

Avec  $\operatorname{tg}\varphi^* = u\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\beta\cos^2\alpha}$

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

Examinons à présent le fonctionnement rétrograde du mécanisme, c'est-à-dire celui où  $u$  et  $w$  sont négatifs. La relation entre  $u$  et  $w$  est inchangée, mais la force de frottement change de sens, ce que l'on peut exprimer en changeant le signe de  $\phi^*$ . Il vient alors

$$\frac{T}{N} = \operatorname{tg}(\alpha - \phi^*)$$

Comme on peut le constater, le second membre n'est pas nécessairement positif.

- Si  $\alpha > \phi^*$ ,  $T$  est positif, ce qui revient à dire que la charge  $N$  est capable de vaincre une réaction  $T$  positive. On dit alors que le mécanisme est réversible.
- Si  $\alpha < \phi^*$ ,  $T$  est négatif, c'est-à-dire que le coin inférieur a besoin d'être aidé pour se mouvoir. Sans cette aide, le mécanisme se coince. On dit alors que le mécanisme est irréversible.
- Si les deux angles sont égaux, le mécanisme est à la limite de réversibilité. Le rendement rétrograde est donné par

$$\eta_{\text{rétrograde}} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \phi^*)}{\operatorname{tg}\alpha}$$

Il est positif si le mécanisme est réversible et négatif si le mécanisme est irréversible. Lorsque le mécanisme est irréversible, on a  $\operatorname{tg}(\alpha + \phi^*) > \operatorname{tg} 2\alpha > 2 \operatorname{tg} \alpha$ , ce qui implique que le rendement direct vérifie ( $\eta_{\text{direct}}$ ) irréversible  $< 1/2$

### II.4.3.2 Système vis-écrou

Tout ce qui vient d'être vu s'applique au système vis-écrou. Le coin inférieur est alors la vis et le coin supérieur, l'écrou.  $N$  est alors la force axiale sur l'écrou. Le moment de torsion à la vis vaut alors, lorsque la vis est motrice

$$Mt = T \frac{d_2}{2} = N \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\alpha + \phi^*)$$

Où  $d_2$  est le diamètre à flanc de filet. Si l'écrou est moteur, on pourra, dans le cas réversible, récupérer à la vis un moment

$$Mt = N \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\alpha - \phi^*)$$

Les vis de mouvement peuvent être réversibles ou irréversibles. Dans le cas irréversible, seule la vis peut commander le mécanisme, ce qui peut être recherché pour éviter un frein, mais c'est au détriment du rendement. C'est le cas, notamment, des étaux, que l'on ne désire évidemment pas voir se desserrer spontanément. Le rendement direct des étaux est donc toujours faible et à défaut d'un calcul précis, on table sur  $\eta = 0,1$ . Les vis d'assemblage sont toujours irréversibles.[7]

### II.4.3.3 Couple de serrage de l'écrou dans un assemblage

Dans le cas des assemblages, la technique normale consiste à poser la vis puis à serrer l'écrou on a donc un couple de serrage donné par

$$M_s = N \left[ \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\alpha + \varphi^*) + \mu \frac{DM}{2} \right]$$

Où DM est un diamètre moyen de l'écrou, qui, pour les proportions courantes, s'évalue par

$$DM = 1.4d$$

\*Cas des vis d'assemblage

$$M_s = N \frac{d_2}{2} \left( \frac{P}{\pi d_2} + \frac{\mu}{\cos \beta} + \frac{\mu DM}{d_2} \right)$$

### II.4.4 Précontrainte

Le fonctionnement correct d'un système boulonné nécessite un fort serrage préalable du boulon, lui donnant une contrainte initiale proche de sa limite élastique. C'est la précontrainte.

Son rôle est d'empêcher le décollement des pièces serrées. Nous allons voir que, moyennant cette condition, l'assemblage résiste d'une manière particulièrement favorable au boulon. Nous allons d'abord étudier le processus de serrage du boulon. Lorsque l'écrou arrive au contact des pièces à serrer, le serrage commence. La vis est alors tendue d'une force  $N_0$  et les tôles (c'est le terme générique que nous utiliserons pour les pièces serrées), comprimées de la même force. Par conséquent, le boulon s'allonge d'une longueur

$$u_o, v = \frac{N_o}{K_v}$$

Où  $k_v$  est sa raideur. De la même façon, les pièces serrées se contractent d'une longueur

$$u_o, t = \frac{N_o}{K_t}$$

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

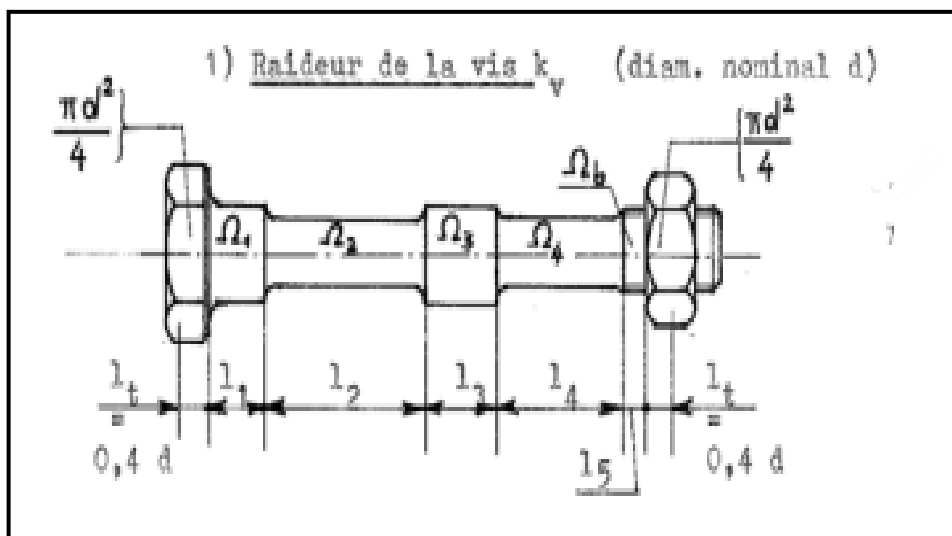
Le déplacement total, repris par le déplacement axial de l'écrou, vaut

$$u_o = N_o \left( \frac{1}{k_v} + \frac{1}{k_t} \right)$$

### II.4.5 Calcul des raideurs

#### II.4.5.1 Raideur de la vis

Considérons, pour fixer les idées, la vis représentée en figure. Sous un effort  $N_0$ , on a les allongements suivants :



**Figure II.10 :** Calcul de la raideur de la vis

Il reste à tenir compte de la déformation de la tête et de la partie engagée dans l'écrou. On admet que ces deux parties équivalent chacune à une portion de longueur  $L$  tête =  $L$  écrou =  $0,4d$  de cylindre de diamètre nominal  $d$ . Il vient ainsi

$$\frac{1}{k_b} = \frac{1}{E} \left( \frac{0.4d}{\frac{\pi d^2}{4}} + \frac{l_1}{\Omega_1} + \frac{l_2}{\Omega_2} + \frac{l_3}{\Omega_3} + \frac{l_4}{\Omega_4} + \frac{l_5}{\Omega_5} + \frac{0.4d}{\frac{\pi d^2}{4}} \right)$$

#### II.4.5.2 Raideur des pièces serrées

Le calcul de la raideur des pièces serrées est plus délicat. Le principe généralement adopté consiste à remplacer les pièces serrées par un cylindre creux équivalent :

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

$$\frac{1}{kt} = \frac{lt}{E\Omega t}$$

La détermination du rayon de ce cylindre a fait l'objet de recherches depuis longtemps déjà, notamment par Bobarikov en 1911 et par Röttscher en 1927. Des études plus récentes, dues à Junker, ont amené à corriger quelque peu ces premiers résultats. Les formules de Junker distinguent trois cas, en fonction du diamètre  $DH$  du plus grand cylindre inscrit dans les pièces serrées et de son rapport au diamètre sur pans  $da$  de la tête de vis [12]

- Pour  $DH \leq da$ , on a simplement

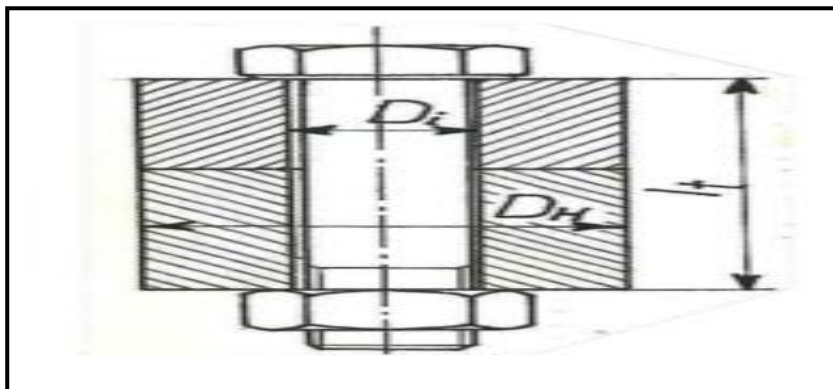
$$\Omega t = \frac{\pi}{4} (DH^2 - Di^2)$$

- À l'autre extrême, lorsque les pièces serrées présentent une largeur  $DH$  grande, c'est-à-dire  $DH \geq 3da$ , on a

$$\Omega t = \frac{\pi}{4} \left[ \left( da + \frac{lt}{10} \right)^2 - Di^2 \right]$$

- Pour  $da < DH < 3da$ , on écrit

$$\Omega t = \frac{\pi}{4} \left[ (da^2 - Di^2) + \frac{1}{2} \left( \frac{DH}{da} - 1 \right) \left( \frac{da \, lt}{5} + \frac{lt^2}{100} \right) \right]$$



**Figure II.11 :** Calcul de la raideur des pièces assemblés

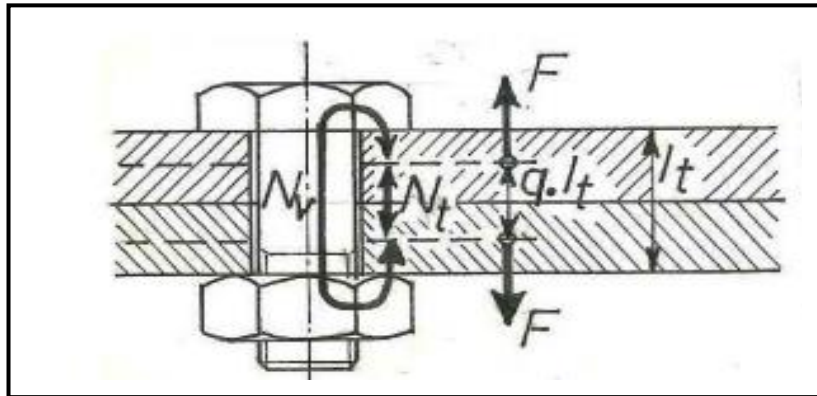
**II.4.6 Fonctionnement sous une charge axiale**

Généralement, la charge axiale  $F$  est appliquée à l'intérieur des pièces, souvent sur le plan méridien de chacune d'elles. La partie des pièces situées entre les points d'application de la charge forme le système des pièces serrées, dont la flexibilité s'obtient aisément :

$$u't = \frac{Nt}{E\Omega t} q l t = \frac{1}{kt'} Nt \quad \text{Avec} \quad \frac{1}{kt'} = \frac{q}{kt}$$

Le reste forme le système de la vis, dont la flexibilité est donnée par la relation

$$u'v = \frac{Nv}{E\Omega b} + \frac{Nv}{E\Omega t} (1 - q) l t = \frac{1}{kv'} Nv \quad \text{avec} \quad \frac{1}{kv'} = \frac{1}{kv} + (1 - q) \frac{1}{kt}$$



**Figure II.12 :** Répartition des efforts sous une charge axiale  $F$ .

Considérant alors le système précontraint comme référence, l'effet de la surcharge  $F$  est d'allonger le système de la vis et le système des pièces serrées d'un même déplacement  $\Delta u'$ . Les efforts dans les deux systèmes sont alors modifiés suivant la loi de Hooke,

$$Nv = N_0 + kv' \Delta u' \quad \text{et} \quad Nt = N_0 - kt' \Delta u'$$

Avec la condition d'équilibre  $F = Nv - Nt$  soit  $F = (kv' + kt') \Delta u'$

On en déduit la répartition suivante des efforts entre le système de la vis et le système des pièces serrées :

$$Nv = N_0 + \phi' F$$

et 
$$Nt = N_0 - (1 - \phi') F$$

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

Où apparaît le coefficient de charge du système de la vis

$$\phi' = \frac{kv'}{kv' + kt'} = q \frac{kv}{kv + kt}$$

### II.4.7 Serrage initial

Le serrage initial est important à plusieurs titres. D'une part, c'est lui qui garantit que les pièces restent serrées en toutes circonstances, ce qui s'exprime par la condition

$$N_t = N_o - (1 - \Phi') F > 0$$

#### II.4.7.1 Effet du tassement des interface

Or, le serrage n'est pas parfaitement permanent, car les rugosités de surface se tassent petit à petit sous l'effort. Ce tassement peut être chiffré de manière approximative à l'aide du tableau suivant.

**Tableau II.01 : tassement axial**

Tassement axial $\Delta u_0$ en $\mu m$		
Source	Sollicitation axiale pulsatoire	Sollicitation au glissement ou combinée
Filet	5	5
Chaque interface		
▽▽	4	8
▽▽▽	2	4

La perte de serrage qui en résulte se calcule par la formule 
$$\Delta N_o = \frac{\Delta u_o}{\frac{1}{kv} + \frac{1}{kt}}$$

#### II.4.7.2 Effet de dilatation thermique différentielles

Notons encore que le serrage peut être altéré par des dilatations différentielles. Dans le cas de matériaux différents, les pièces serrées, soumises à une augmentation T de la température, ont tendance à se dilater de  $\Delta u_{0,t} = \alpha t L t T$  tandis que la vis a tendance à s'allonger de  $\Delta u_{0,b} = \alpha v L t T$  ce qui provoque une diminution de serrage



$$\Delta N_{o,t} = \frac{(\alpha v - \alpha t) T l t}{\frac{1}{k v} + \frac{1}{k t}}$$

#### II.4.8 Sécurité par rapport à la déformation permanente des vis

Le calcul de la vis à la déformation permanente doit se faire avec la section minimale de la vis  $\Omega_s$ . Pour une vis filetée sur toute sa longueur, c'est  $\Omega_b$ . Notons  $\sigma_0$  la contrainte normale liée à la précontrainte :

$$\sigma_0 = \frac{N_0}{\Omega_s}$$

Il ne faut pas perdre de vue qu'il existe, lors du serrage, une contrainte de torsion due au moment de frottement entre la vis et l'écrou. Cette contrainte vaut

$$\tau_0 = \frac{16 M t}{\pi d^3 s} = 2 \sigma_0 \frac{d^2}{d s} t g(\alpha + \varphi^*)$$

En pratique, cela donne le plus souvent  $\tau_0 \approx 0,4 \sigma_0$ , à moins que la vis ne soit assouplie par des sections plus minces que le filet. En notant alors  $\Delta \sigma$  le supplément de contrainte axiale dû à la force F

$$\Delta \sigma = \frac{\phi' F}{\Omega_s}$$

On obtient, à partir du critère de von Mises, la condition  $\sqrt{(\sigma_0 + \Delta \sigma)^2 + 3 \tau_0^2} \leq \frac{R_{0.2}}{S_{0.2}}$

#### II.4.9 Résistance des vis à la fatigue

Fortement entaillées, les vis n'ont qu'une résistance limitée en fatigue. Comme nous l'avons déjà signalé, il suffit en fait de vérifier la grandeur de la contrainte alternée  $\sigma_a$ . La sécurité en fatigue, donnée par :

$$S_D = \frac{\sigma_D}{\sigma_a}$$

### II.4.10 Risque d'écrasement des pièces serrées

La tête de la vis et l'écrou transmettent aux pièces serrées une pression équilibrant l'effort dans la vis. Cette pression ne peut être excessive, sous peine de marquer fortement les pièces. D'après les recherches de Junker, le serrage provoque à la fois des déformations et de l'écroutissage, ce qui permet d'atteindre en service des pressions limites plus élevées que les pressions classiques d'écrasement : on écrira donc la condition :  $p = \frac{N_0}{\Omega p} \leq P_{lim}$

Avec les limites suivantes pour un serrage à la main :

**Tableau II.02 :** limite de pression d'écrasement pour un serrage à la main

Matériau pièces serrées	$p_{lim}/MPa$
Acier, $R_m = 370MPa$	300
Acier, $R_m = 500MPa$	500
Acier C45 amélioré	900
Ft, $R_m = 200MPa$	750
Mg-Al9 moulé sous pression	200
Mg-Al9 moulé en coquille	200
Al-Si6Cu4 moulé en coquille	300

Dans le cas d'un serrage à la machine, ces valeurs sont à multiplier par 0,65.

### II.4.11 Incertitude de la valeur du serrage initial

Dans tout ce qui précède, nous avons parlé de la valeur de la précontrainte  $N_0$  sans trop nous soucier de la manière de la mesurer. Il convient cependant d'examiner avec quelque attention les méthodes de production de la précontrainte, afin de déterminer leur précision

- Nous avons déjà cité la mesure de l'angle de rotation de l'écrou. On serre l'écrou à la main jusqu'à ce que la résistance devienne manifeste et on admet que ce symptôme détermine la mise en contact des pièces. Il suffit alors de mesurer l'angle de rotation de l'écrou mû à la clef pour déterminer l'effort, par la formule

$$\theta_0 = \frac{2\pi}{P} N_0 \left( \frac{1}{k_v} + \frac{1}{k_t} \right)$$

- On peut également mesurer l'allongement de la vis : on a en effet

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

$$u_0, v = \frac{N_0}{kv}$$

Cette mesure est souvent malaisée du fait que les deux extrémités de la vis ne sont pas toujours accessibles. En outre, le matériel de mesure doit être suffisamment précis.

Pour chacun de ces procédés, la précision peut être mesurée par le rapport  $\alpha_b$  entre la plus grande et la plus petite valeur de la précontrainte à laquelle il peut mener :

$$\alpha_b = \frac{N_{max}}{N_{min}}$$

Les valeurs du tableau suivant sont prescrites par la recommandation VDIR2231, Anziehen von Schrauben.

**Tableau II.03** : le rapport de la précontrainte suivant le mode de serrage

$\alpha_b$	Mode de serrage et circonstances
1,4	<i>clé dynamométrique, surfaces huilées ou enduites de pâte de <math>MoS_2</math></i>
1,6	<i>machine à boulonner, surfaces huilées ou enduites de pâte de <math>MoS_2</math> mesure de l'allongement</i>
1,8	<i>clé dynamométrique, pas de lubrification</i>
2	<i>machine à boulonner, pas de lubrification mesure d'angle</i>
3	<i>serrage avec une clé de longueur réduite</i>

La précontrainte à prescrire est égale aux 9/10 de la précontrainte maximale, de manière à éviter toute surcontrainte.

### II.4.12 Calcul des assemblages vissés précontraintes

#### II.4.12.1 Dimensionnement initial

Dans le cas le plus général, l'assemblage doit reprendre un effort longitudinal  $F$ , tout en garantissant un serrage résiduel  $NR$  nécessaire pour l'étanchéité, le frottement, etc. On doit donc avoir  $N_{t, min} = N_{0, min} - \Delta N_0 - (1 - \phi^*)F = NR$

Où  $\Delta N_0$  est la perte de serrage. Ceci donne  $N_{0, min} = NR + \Delta N_0 + (1 - \Phi')F$

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

Le serrage maximum vaut donc  $N_{0,max} = \alpha b N_{0,min} = \alpha b [NR + \Delta N_0 + (1 - \Phi')F]$

Mais cette formule contient le coefficient  $\Phi'$ , qui dépend des dimensions à déterminer, de même d'ailleurs que la perte de serrage. En d'autres termes, le problème est implicite, et il nous faut une valeur de départ. Pour obtenir celle-ci, nous remplacerons dans la formule  $(1 - \Phi')F$  par  $F$ , ce qui constitue une majoration, et nous omettrons en compensation le terme  $\Delta N_0$ . Ceci donne  $N_{0,max} \approx \alpha b (NR + F)$

Ceci permet de déterminer la section résistante minimale de la vis par la formule

$$\Omega_{min} = \frac{N_{0,max}}{0.7R_{0.2}}$$

### II.4.13 Flexion parasite

Des surfaces insuffisamment parallèles provoquent une flexion de la vis. Si  $\alpha$  est l'angle entre les deux surfaces et  $L$ , la longueur de la vis, la contrainte de flexion vaudra

$$\sigma_f = E \frac{\alpha d}{l^2}$$

Cette formule montre qu'il est indispensable de vérifier le parallélisme des surfaces. Par ailleurs, des vis longues seront beaucoup moins sensibles à ce problème que des vis courtes.

## II.5 Clavette

### II.5.1 Dimensionnement d'une clavette

Les normes donnent les valeurs de la largeur  $a$  et de la hauteur  $b$  en fonction du diamètre de l'arbre (tableau ci-dessous). Il reste à trouver la longueur  $l$  de la clavette. [13]

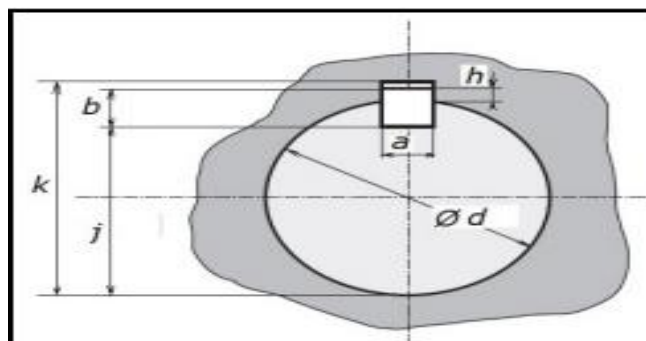


Figure II.13 : Dimensions d'une clavette parallèle.

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

**Tableau II.04 : dimensions des clavettes normalisées**

<i>d</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>s</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	<i>d</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>s</i>	<i>j</i>	<i>k</i>
de 6 à 8 inclus	2	2	0.16	<i>d</i> - 1.2	<i>d</i> + 1	58 à 65	18	11	0.6	<i>d</i> - 7	<i>d</i> + 4.4
8 à 10	3	3	0.16	<i>d</i> - 1.8	<i>d</i> + 1.4	65 à 75	20	12	0.6	<i>d</i> - 7.5	<i>d</i> + 4.9
10 à 12	4	4	0.16	<i>d</i> - 2.5	<i>d</i> + 1.8	75 à 85	22	14	1	<i>d</i> - 9	<i>d</i> + 5.4
12 à 17	5	5	0.25	<i>d</i> - 3	<i>d</i> + 2.3	85 à 95	25	14	1	<i>d</i> - 9	<i>d</i> + 5.4
17 à 22	6	6	0.25	<i>d</i> - 3.5	<i>d</i> + 2.8	95 à 110	28	16	1	<i>d</i> - 10	<i>d</i> + 6.4
22 à 30	8	7	0.25	<i>d</i> - 4	<i>d</i> + 3.3	110 à 130	32	18	1	<i>d</i> - 11	<i>d</i> + 7.4
30 à 38	10	8	0.4	<i>d</i> - 5	<i>d</i> + 3.3	130 à 150	36	20	1.6	<i>d</i> - 12	<i>d</i> + 8.4
38 à 44	12	8	0.4	<i>d</i> - 5	<i>d</i> + 3.3	150 à 170	40	22	1.6	<i>d</i> - 13	<i>d</i> + 9.4
44 à 50	14	9	0.4	<i>d</i> - 5.5	<i>d</i> + 3.8	170 à 200	45	25	1.6	<i>d</i> - 15	<i>d</i> + 10.4
50 à 58	16	10	0.6	<i>d</i> - 6	<i>d</i> + 4.3	200 à 230	50	28	1.6	<i>d</i> - 17	<i>d</i> + 11.4

*Nota* : emploi d'une clavette, sur un arbre de dimension supérieure, est possible.

### II.5.2 Dimensionnement au cisaillement

La surface cisailée  $A_{cis}$  de la clavette est égale à :  $A_{cis} = a.l$ . En appelant  $V$  l'effort tranchant s'exerçant sur celle-ci, on trouve :

$$\tau_{moyen} = \frac{V}{A_{cis}} = \frac{V}{a.l}$$

En remarquant que :

$$V \frac{d}{2} = Mt \Rightarrow V = \frac{2Mt}{d}$$

Notations :  $d$  : le diamètre de l'arbre

$Mt$  : le moment de torsion

On obtient :  $\tau_{moyen} = \frac{2Mt}{a.l.d} \leq \tau_{adm\ cis}$

$$D'où : l \geq \frac{4Mt}{a.d.\tau_{adm\ cis}}$$

### II.5.3 Dimensionnement au matage

En ce qui concerne les clavettes, la pression admissible de matage doit être beaucoup plus faible. En effet, il faut que l'on puisse facilement monter et démonter l'assemblage. Aucune déformation n'est permise. C'est pourquoi on choisira la pression admissible de matage

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

pour une clavette dans le tableau. En pratique, pour le calcul d'une clavette, c'est la condition de non matage qui sera prépondérante par rapport à la condition au cisaillement

$$\frac{V}{\frac{b}{2}l} \leq P_{adm\ mat}$$

Notations :  $P_{adm\ mat}$  : pression admissible de matage

$b$  : hauteur de la clavette

Où  $l \geq \frac{4Mt}{b d P_{adm\ mat}}$

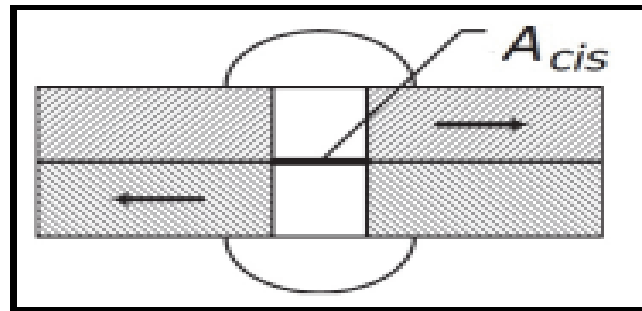
Pour les clavettes les valeurs couramment admises pour la pression admissible au matage  $P_{adm\ mat}$  sont :

**Tableau II.05** : Pression admissible de matage pour un clavetage longitudinal libre

<i>Valeurs couramment admises pour la pression admissible au matage des clavettes longitudinales (<math>p_{adm\ mat}</math> en <math>N/mm^2</math>)</i>	
Clavetage fixe	(a) 40 à 70 (b) 60 à 100 (c) 80 à 150
Clavetage glissant sans charge	(a) 15 à 30 (b) 20 à 40 (c) 30 à 50
Clavetage glissant avec charge	(a) 3 à 10 (b) 5 à 15 (c) 10 à 20
(a) : Conditions de fonctionnement plutôt mauvaises : chocs, grandes tolérances, etc... (b) : Conditions de fonctionnement moyenne (avant-projet) (c) : Bonnes conditions de fonctionnement : ajustement parfait, aucun choc, etc... <i>Remarque</i> : au dessus de $250 N/mm^2$ le matage est important.	

### II.6 Goupille et rivet

Lorsque l'on calcule au cisaillement une goupille (rivet), on suppose que la distribution des forces extérieures agissant sur le boulon d'une part, et la distribution des contraintes tangentielles dans la section d'autre part, se réalise de manière telle quelles soient réparties uniformément dans l'aire de la section de cisaillement.[13]



**Figure II.14 :** Dimensionnement d'un rivet

### II.6.1 Dimensionnement au cisaillement

La détermination du diamètre d'un boulon (rivet ou goupille) s'effectue d'après la condition de résistance au cisaillement. Elle s'écrit :

$$\tau = \frac{V}{A_{cis}} \leq \tau_{adm\ cis} \quad \text{Avec} \quad A_{cis} = \frac{\pi db^2}{4}$$

Et donc 
$$db \geq \sqrt{\frac{4V}{\pi \tau_{adm\ cis\ goup}}}$$

Notations : V : effort tranchant

Acis : section de la goupille boulon soumis au cisaillement

db : diamètre de la goupille

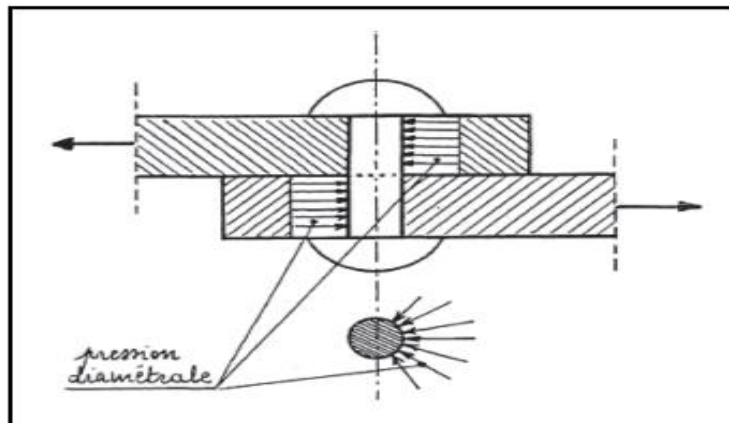
$\tau_{adm\ cis\ goup}$  : contrainte admissible de cisaillement du matériau de la goupille

**Tableau II.06 :** Ordre de grandeur des contraintes admissibles de cisaillement pour un rivet

<i>Matière du rivet</i>	<i><math>\tau_{adm\ rivet}</math> N/mm<sup>2</sup></i>
Acier A48	150...200
Z 12 N 05f	320
Cuivre rouge	150
Laiton	100
Aluminium	100

### II.6.2 Dimensionnement au matage

Une fois l'assemblage dimensionné, il convient, pour être complet, de vérifier si les pressions qui naissent entre les goupilles (rivets) et l'acier des plats ou des tôles qui les entoure ne dépassent pas une valeur telle que les trous dans les plats ou les tôles s'ovalisent sous cette pression, ou que l'acier du fût des goupilles (rivets) s'écrase pour la même cause.



**Figure II.15 :** Pression diamétrale - pression de matage.

Cette pression s'appelle pression diamétrale. Sa valeur moyenne  $p$  est à limiter comme suit :

$$P = \frac{V}{n_{\text{rivets}} db e} \leq P_{\text{adm mat}}$$

Notations :  $V$  : effort sollicitant l'assemblage

$n_{\text{rivets}}$  : nombre de rivets (goupilles)

$db$  : diamètre du rivet (goupille)

$P$  : pression admissible au matage que peut supporter la tôle

$e$  : épaisseur de la tôle la plus mince assemblée, dans le cas du recouvrement simple, ou épaisseur de la tôle sur laquelle agit  $V$  (c'est-à-dire en général la plus épaisse) dans le cas du recouvrement double.



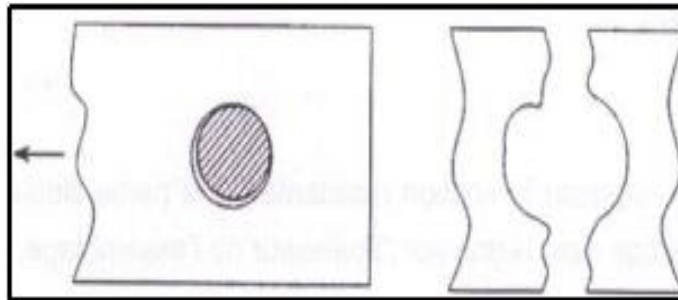
## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

La détermination de l'épaisseur  $e$  de la tôle se fait d'après la condition de non matage. Et donc

$$: \sigma = \frac{V}{A_{mat}} \leq P_{adm \text{ mat tole}} \quad \text{avec } A_{mat} = e \cdot db$$

$$\text{Donc } e \geq \frac{V}{db \cdot P_{adm \text{ mat tole}}}$$

### II.6.3 Dimensionnement à la traction



**Figure II.16 : Ruine en section nette**

Mais étant donné que le boulon affaiblit les tôles à joindre, il importe de déterminer la largeur  $a$  de la plaque afin qu'elle résiste à la traction due à l'effort  $V$  :

$$\sigma = \frac{V}{A} \leq \sigma_{adm \text{ tole}} \quad \text{avec} \quad A = e(a - d1)$$

$$\text{Donc} \quad a \geq \frac{V}{e \cdot \sigma_{adm \text{ tole}}} + d1$$

Notations :  $e$  épaisseur de la tôle

$a$  : largeur de la tôle

$d1$  : diamètre du trou ( $d1 \geq dg$ )

$\sigma_{adm \text{ tôle}}$  : contrainte admissible de traction du matériau de la tôle

### II.6.4 Dimensionnement au cisaillement de la plaque

La détermination de la longueur  $b'$  de l'extrémité de la plaque se fait d'après la condition au cisaillement.

$$\tau = \frac{V}{A_{cis}} \leq \tau_{adm \text{ tole}} \quad \text{avec} \quad A_{cis} = b'$$

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

Donc 
$$b' \geq \frac{V}{e \tau_{adm\ cis}}$$

Notations :  $b'$  : longueur restante de la tôle

$\tau_{adm\ cis}$  : contrainte admissible de cisaillement du matériau de la tôle

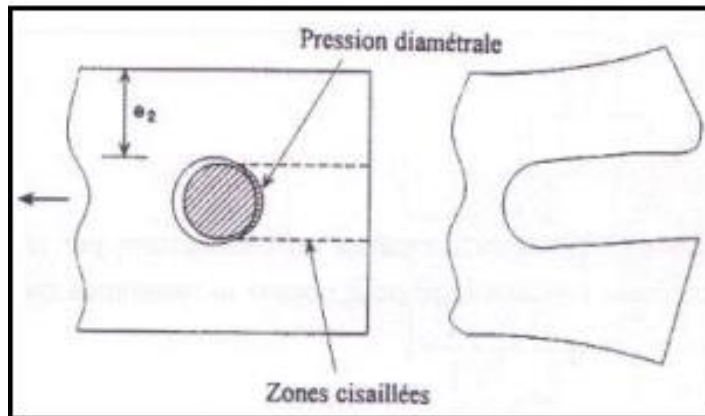


Figure II.17 : Ruine par arrachement.

### II.7 Calcul des rivets

La transmission des efforts dans un assemblage rivé bien conçu se fait principalement par frottement. Lorsque l'effort augmente le frottement est progressivement vaincu. Les plats finissent par glisser par rapport aux couvre-joints. Par sécurité, les rivets seront dimensionnés de manière à résister aux contraintes de cisaillement. D'autre part, il faudra veiller à éviter le matage des tôles. Mais il faut absolument éviter que le rivet ne travaille en traction.[13]

#### II.7.1 Contrainte de cisaillement dans le rivet

$$\tau_{moyen} = \frac{V}{Acis} = \frac{4 \left( \frac{V}{n \text{rivets}} \right)}{\pi d^2 \text{rivets}} \leq \tau_{adm\ rivets}$$

Notations :  $V$  : effort tranchant total

$Acis$  : section du rivet soumise au cisaillement

$d_{rivets}$  : diamètre du rivet

$n_{rivets}$  : nombre de rivets

### II.7.2 Le matage dans la tôle

La condition de non matage s'écrit (dans le cas le plus défavorable, le matage se situe dans la tôle la plus mince d'épaisseur  $e_{min}$ ) :

$$P_{mat} = \frac{V}{A_{mat}} = \frac{\frac{V}{n_{rivet}}}{\pi d^2} \leq P_{adm \ mat \ tole}$$

Notations :  $e_{min}$  : épaisseur de la tôle la plus mince

$P_{adm \ mat \ tole}$  : pression admissible au matage de la tôle

$A_{mat}$  : section soumise à matage

### II.7.3 Les Contraintes normale agissant dans les tôles

Celles-ci ne peuvent dépasser la valeur admissible. En considérant que l'effort  $T$  doit être repris par la section nette  $A_{net}$ , on obtient :

$$\sigma_{tole} = \frac{V}{A_{net}} = \frac{V}{(a - n_{rivet} d) e_{min}} \leq \sigma_{adm}$$

Notations :  $a$  : largeur de la tôle

$d$  : diamètre du trou de passage du rivet

$\sigma_{adm \ tole}$  : contrainte admissible de la tôle

Il faut évidemment que les trois conditions soient respectées. Mais, en pratique, le calcul d'une rivure est souvent plus complexe. Les règles de dimensionnement et de disposition (pas, pince, ) des rivets sont décrites dans les cours spécialisés.

### II.7.4 Choix du diamètre du rivet

Une formule empirique, synthèse des 3 formules précédentes, nous permet de déterminer le diamètre des rivets à utiliser. Soit :

$$d_{rivet} = \frac{45e_{max}}{15 + e_{max}}$$

Ou  $d_{rivet} = \sqrt{50e_{tole}} - 4$

## Chapitre II : Utilisation des lois de comportement pour dimensionner les pièces mécaniques suivant différente sollicitation

Notations :  $d_{rivet}$  : diamètre du rivet (à choisir suivant la normalisation)

$e_{max}$  : épaisseur de la tôle la plus épaisse à assembler

$e_{tôle}$  : épaisseur de la tôle (pas épaisseur du couvre-joint)

### II.7.5 Détermination du nombre de rivet

Soit la formule empirique :

$$n_{rivet} = 8 \cdot 10^{-4} \frac{V}{\tau_{adm \text{ rivet}} e_{max}} \left( \frac{15}{e_{max}} + 1 \right)^2$$

Notations :  $V$  : effort tranchant

$e_{max}$  : épaisseur de la tôle la plus épaisse à assembler

$\tau_{adm \text{ rivet}}$  : contrainte admissible dans le rivet  $\tau_{adm \text{ rivet}} e = 058$  .

### II.7.6 Diamètre des trous

Le diamètre du trou de rivet se calcule en multipliant le diamètre du rivet par 1,05

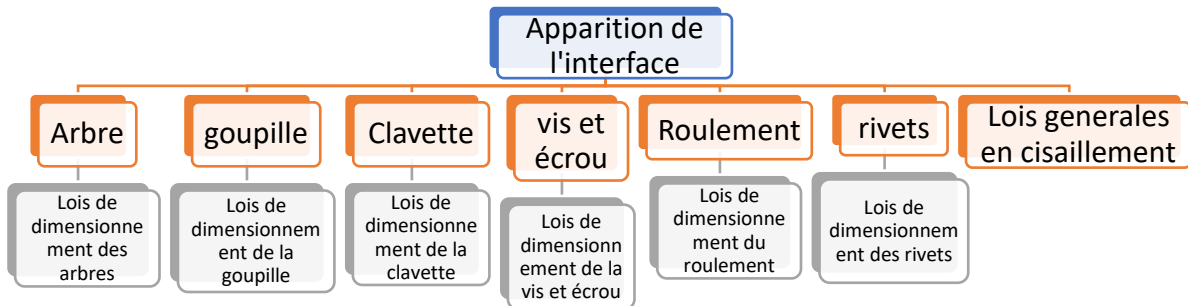
La loi générale dit que le diamètre du trou de rivet est de :  $(1,05 \dots 1,1) d_{rivet}$

### II.7.7 Disposition des rivets (pas)

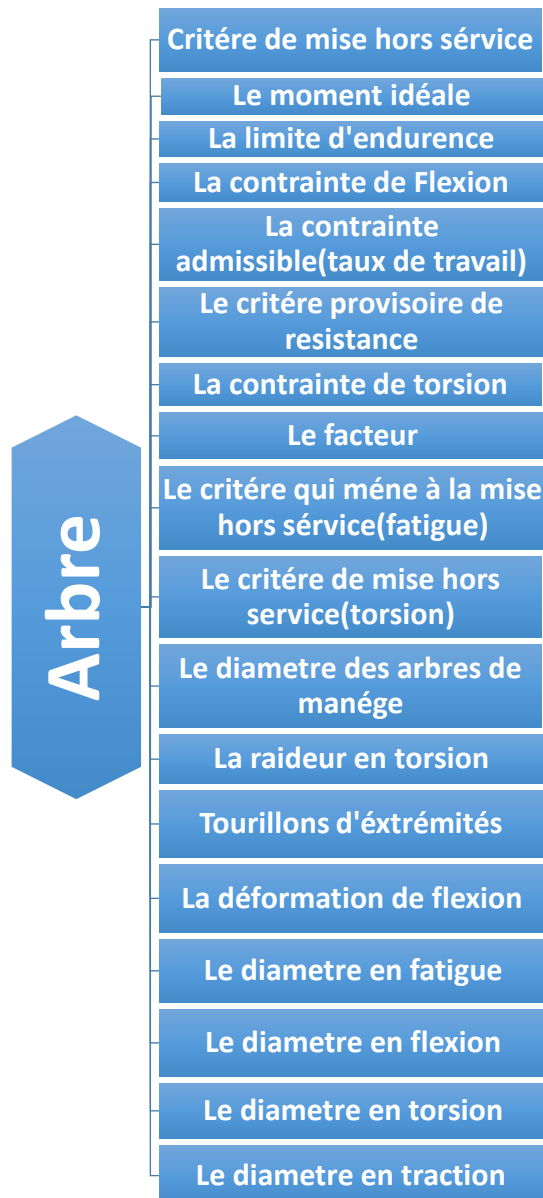
-dans les rivures courantes (rivure en chaîne) : pas =  $(3 \dots 4 \dots 5 \dots 10) d_{rivet}$

- dans les rivures étanches (rivures en quinconce) : pas =  $(2,5 \dots 4) d_{rivet}$

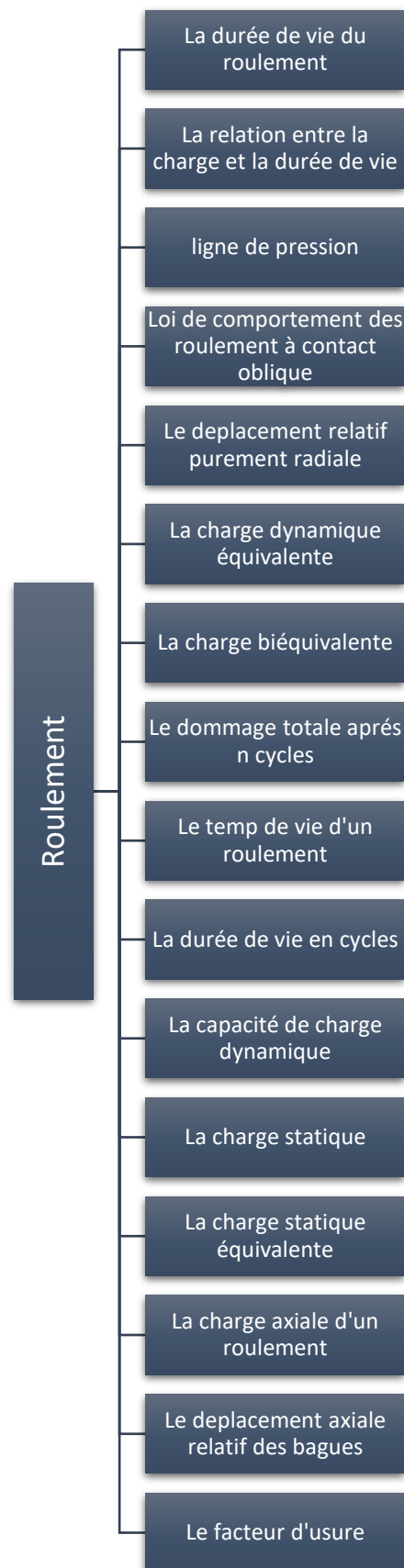
## III.1 Algorithme de fonctionnement de l'application



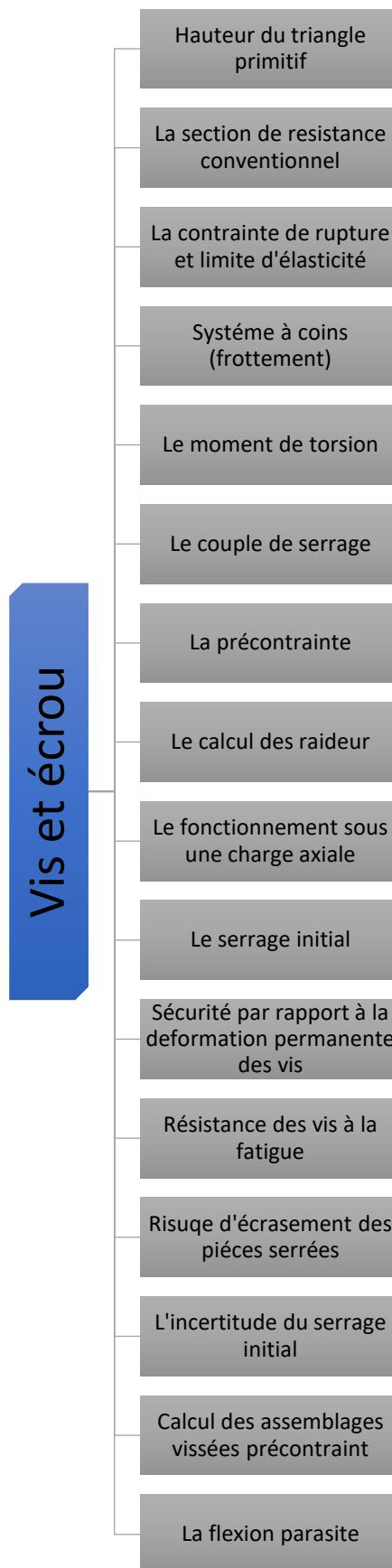
### III.1.1 Algorithme de l'arbre



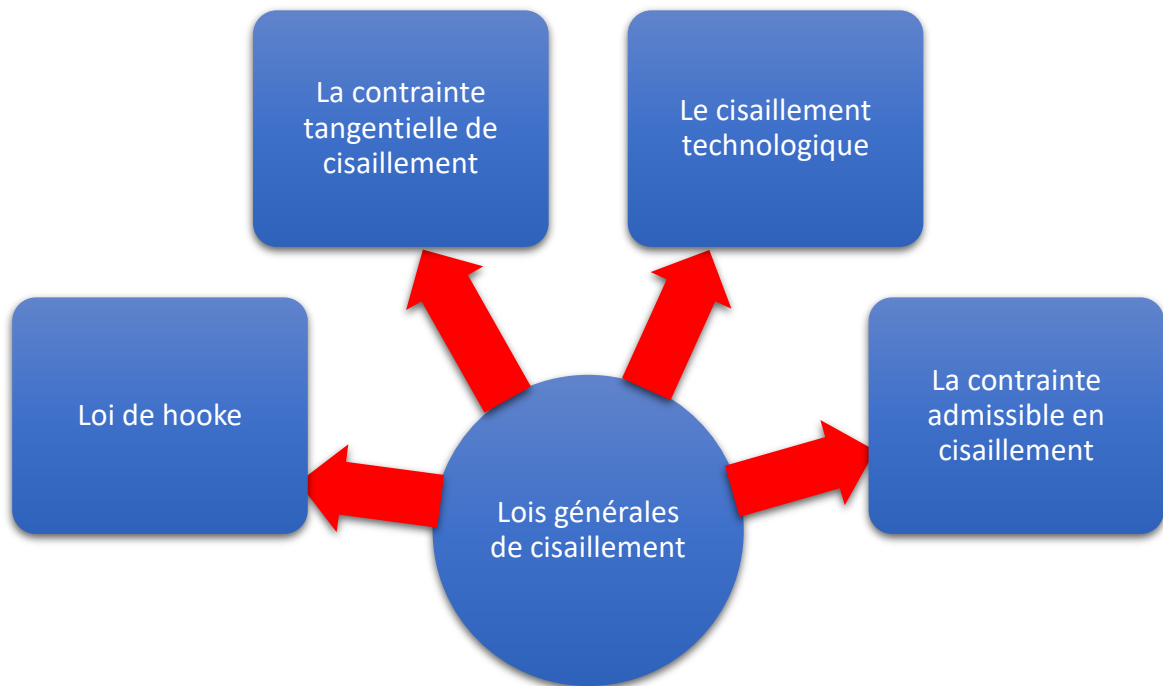
### III.1.2 Algorithme du roulement



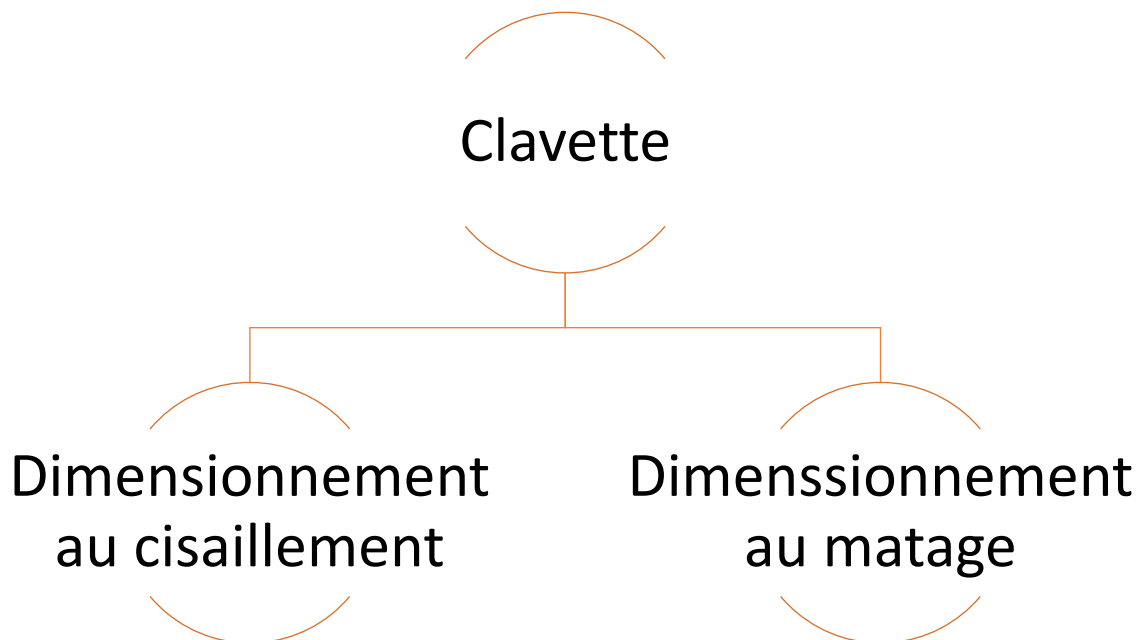
### III.1.3 Algorithme de la vis et écrou



**III.1.4 Algorithme des Lois générales de cisaillement**

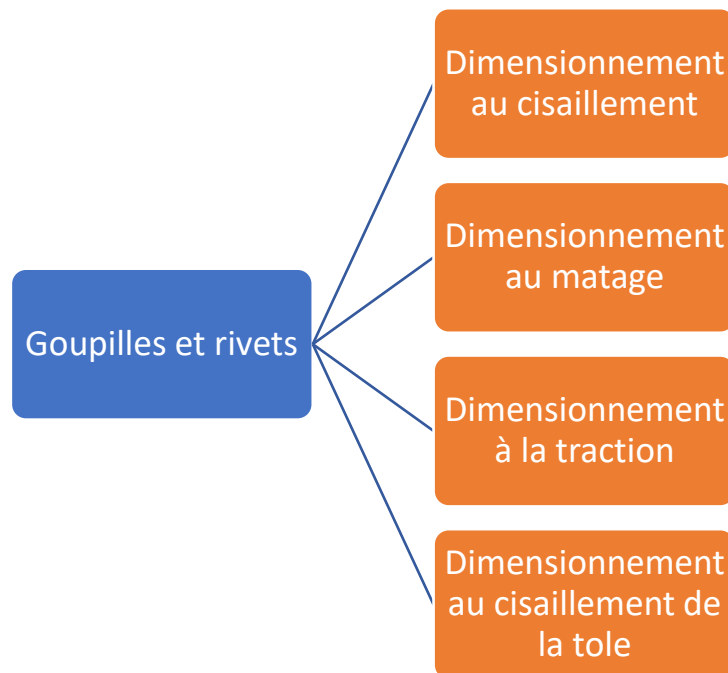


**III.1.5 Algorithme des clavettes**

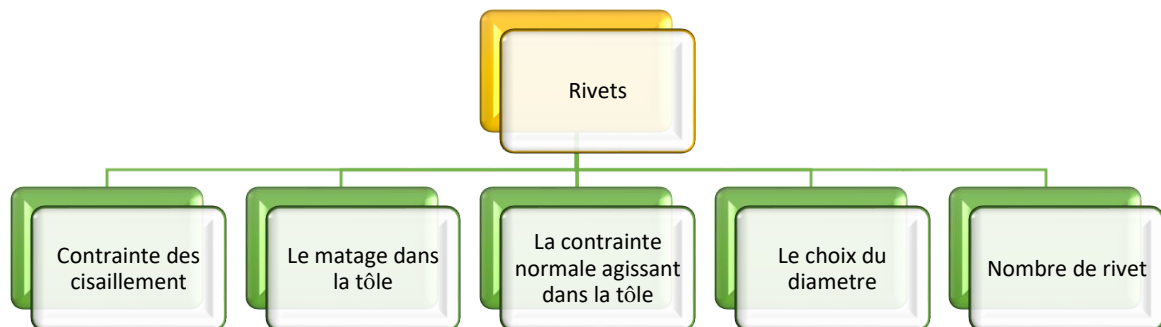




### III.1.6 Algorithme des goupilles et rivets



### III.1.7 Algorithme des calculs de rivets



## III.2 Création de l'application

### III.2.1 Description de l'application

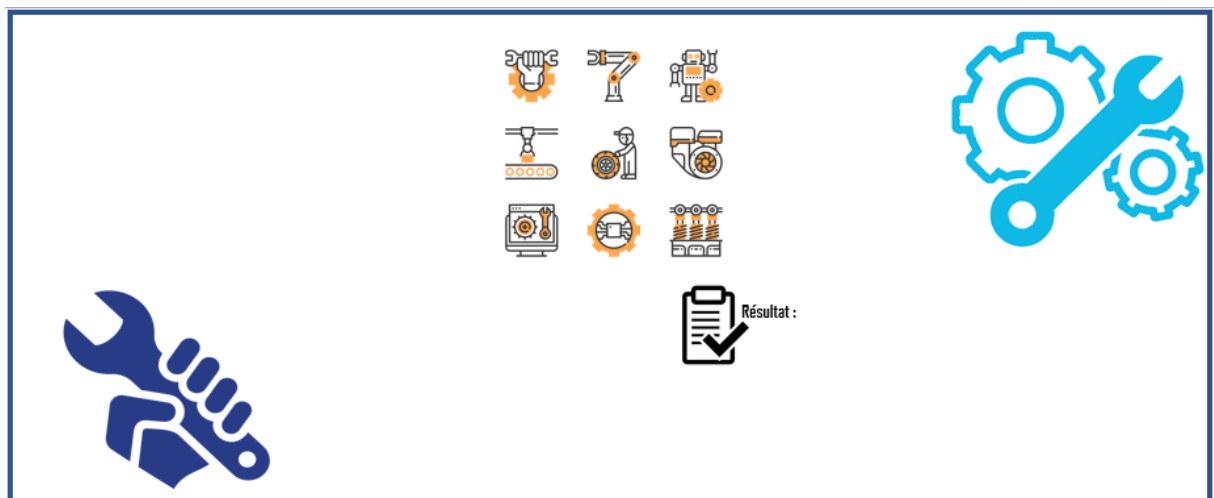
Mon application a été créée pour permettre de dimensionner les principaux composants d'une machine tournante qui sont l'arbre, le roulement, goupille, rivets, clavette et vis et écrou. L'application nous sert à dimensionner ces pièces afin de supporter les efforts appliqués sur elles et en résistant suffisamment longtemps sans trop se déformer. Et, condition absolue, ils doivent être réalisable aussi simplement que possible.

### III.2.2 Les étapes de réalisation de l'application

L'application se divise en quatre étapes successives

#### III.2.2.1 feuille de calcul

Comme nous le savons tous Une feuille de calcul Excel est une grille électronique formée de lignes et de colonnes dans lesquelles vous pouvez effectuer des opérations numériques ou autres. Dans notre cas à nous, nous avons rajouté une bordure et quelques photos en format PNG et nous avons choisi ce format car il supporte la transparence et n'influe pas sur notre feuille de calcul. Nous avons fait ça pour avoir une belle feuille et une feuille plus remplie.



**Figure III.01 :** feuille de calcul de l'application

#### III.2.2.2 Intégration de la loi dans la feuille de calcul

Après avoir créé notre feuille de calcul, nous introduisons la loi dont nous aurons besoin pour calculer n'importe quelle dimension. En premier lieu, nous allons introduire toutes les données puis nous introduisons notre formule pour avoir le résultat.

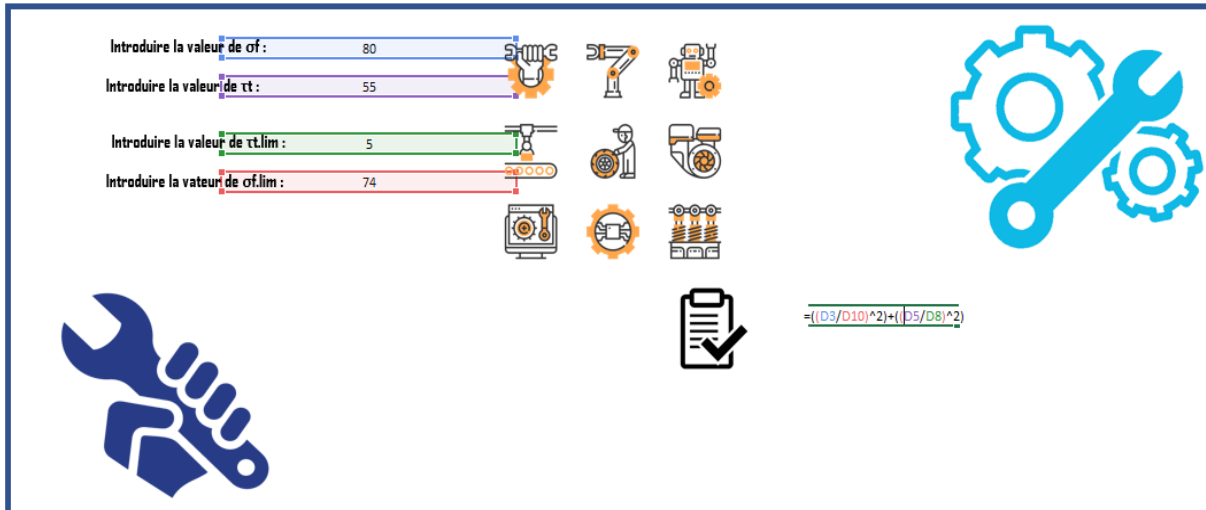


Figure III.02 : introduction de la loi

### III.2.2.3 Finalisation de la feuille de calcul

Pour finaliser notre feuille de calcul nous ajoutons une légende pour savoir ce que les symboles veulent dire et avoir l'unité de mesure de chaque un d'eux pour on ajoute en bas de la feuille un bouton retour pour permettre de revenir à notre interface pour pouvoir choisir une autre loi si on le désire ou sortir de l'application. Dans notre cas nous l'avons renommé types de fonction.

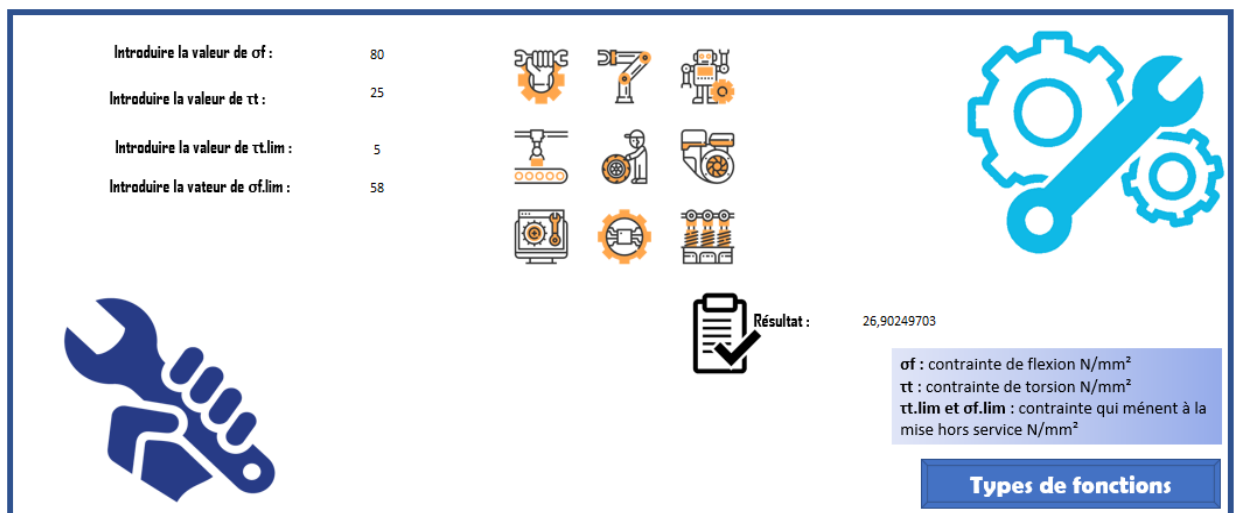
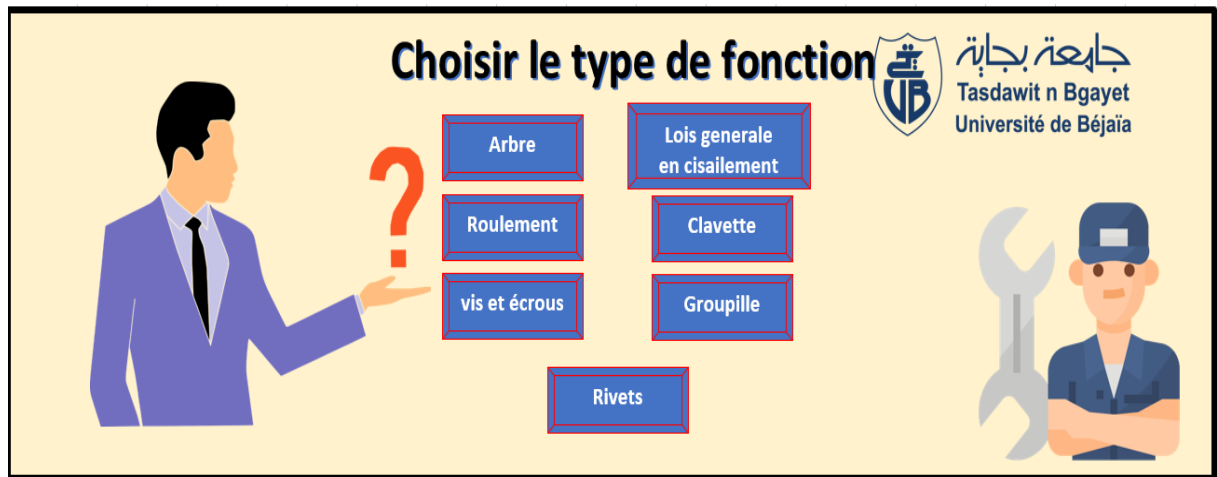


Figure III.03 : feuille de calcul finale

### III.2.2.4 Réalisation de l'interface

Concernant l'interface, j'ai créé des boutons pour parcourir les pages et accéder à la feuille de calcul et pour avoir une certaine cohérence et simplifier à l'utilisateur d'aller vers la formule voulue



**Figure III.04 :** Interface de l'application

### III.3 Utilisation de l'application pour dimensionner les pièces mécaniques

#### III.3.1 A propos du roulement

Un roulement à billes de capacité dynamique égale à 40500 N, monté dans une boîte de vitesses d'automobile, et devant fonctionner dans les conditions suivantes

Vitesse enclenchée	1	2	3
$x$ = fraction du temps d'utilisation	0,1	0,1	0,8
Fréquence de rotation $N$ /(tr/min)	750	1050	1500
Charge équivalente $P$ /Newton	10260	7840	5780

Quel temps de vie  $T$  atteindra ce roulement ?

➤ **Solution analytique :**

Effectuons le calcul. On a

$$N = x_1N_1 + x_2N_2 + x_3N_3 = 0,1*750 + 0,1*1050 + 0,8*1500 = 1380\text{tr/min}$$

On calcul ensuite

$$\frac{x_1N_1}{N} = \frac{0,1*750}{1380} = 0.05435$$

$$\frac{x_2N_2}{N} = \frac{0,1*1050}{1380} = 0.07609$$

$$\frac{x_3N_3}{N} = \frac{0,8*1500}{1380} = 0.8696$$

On vérifie, à titre de preuve, que la somme de ces coefficients vaut l'unité. Ceci donne alors

$$Peq = \sqrt[3]{0.05435 * (10260)^3 + 0.07609 * (7840)^3 + 0.8696 * (5780)^3} = 6409N$$

La durée de vie en cycles est donc

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^3 L^* = \left(\frac{40500}{6409}\right)^3 * 10^6 = 252.3 * 10^6$$

Il y correspond un temp de vie

$$T = \frac{L}{N} = \frac{252.3 * 10^6}{1380} = 182.9 * 10^3 \text{min} = 3048h$$

### ➤ Solution sur l'application

Le calcul de la fréquence de rotation

La fréquence de rotation moyenne

Introduire la valeur de xk : dans le tableau

Introduire la valeur de Nk : dans le tableau

xk	Nk	resultat
0,1	750	75
0,1	1050	105
0,8	1500	1200

Résultat: 1380 tr/min

N : fréquence de rotation moyenne tr/min  
L : durée de vie en cycle  
xk : fraction du temps d'utilisation  
Nk : fréquence de rotation tr/min

Types de fonctions

Figure III.05 : Le calcul de la fréquence de rotation

La charge bi équivalente

Introduire la valeur de xk : dans le tableau

Introduire la valeur de nk : dans le tableau

Introduire la valeur de N : 1380

Introduire la valeur de p : 3

Introduire la valeur de Pk :

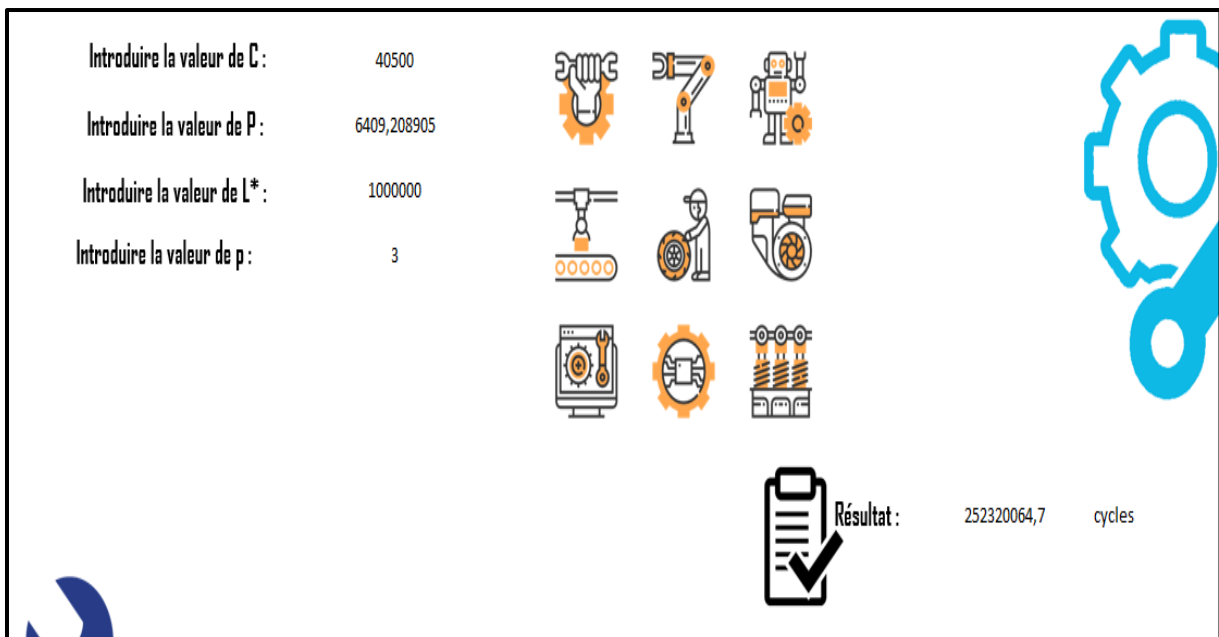
pk	xk	nk	N	resultat
10260	0,1	750	1380	5,8698E+10
7840	0,1	1050	1380	3,6666E+10
5780	0,8	1500	1380	1,6791E+11

Résultat: 6409,208905 N

xk : fraction du temps d'utilisation  
Nk : fréquence de rotation tr/min  
N : fréquence de rotation moyenne tr/min  
p : un exposant  
Pk : charge equivalente N

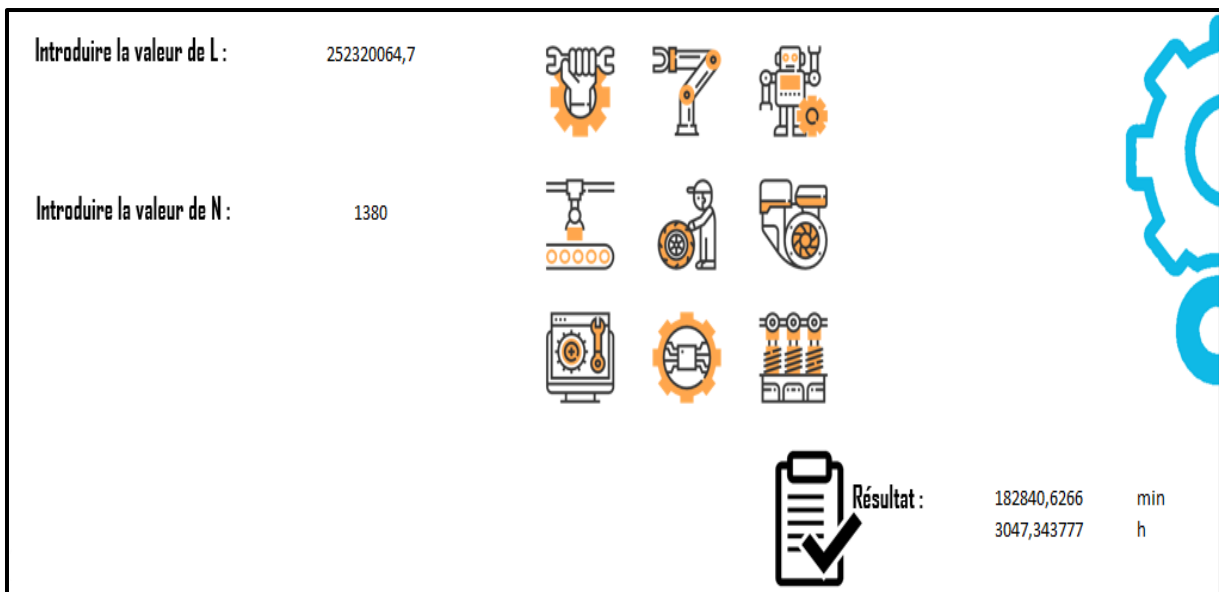
Figure III.06 : Calcul de la charge bi équivalente

La durée de vie en cycles



**Figure III.07 :** Calcul de la durée de vie en cycles

Le temp de vie du roulement



**Figure III.08 :** Calcul du temp de vie du roulement

### III.3.2 A propos de la clavette

Une poulie transmet à un arbre de 80 mm de diamètre un couple moteur de 1200 Nm. Si nous considérons un coefficient de sécurité de 5 et un clavetage fixe utilisé dans de très mauvaises conditions, déterminez complètement la clavette à utiliser.

Acier spécial à clavettes :  $R_m=1000N/mm^2$  et  $Re = 850N/mm^2$

### ➤ Solution analytique

Clavette normalisée pour un diamètre 80 → a = 22 mm et b = 14 mm

Calcul au cisaillement

$$\tau_{\text{adm cis}} = 0.58 \frac{R_e}{S} = 0,58 \times \frac{850}{5} = 98,6 \text{ N/mm}^2$$

$$l \geq \frac{2Mt}{a d \tau_{\text{adm cis}}} = \frac{2 \times 1200 \cdot 10^3}{22 \times 80 \times 98,6} = 13,4 \Rightarrow 15 \text{ mm}$$

Calcul au matage

Prenons :  $\text{P}_{\text{adm mat}} = 40 \text{ N/mm}^2$

$$l \geq \frac{4Mt}{a d \text{P}_{\text{adm mat}}} = \frac{4 \times 1200 \cdot 10^3}{14 \times 80 \times 40} = 107 \text{ mm}$$

### ➤ Solution sur l'application

Calcul au cisaillement












Introduire la valeur de $\tau_{\text{cis}}$ :	493				
Introduire la valeur de S :	5				
Introduire la valeur de $R_e$ :	850				
					Résultat : 98,6 N/mm <sup>2</sup>

Figure III.09 : Calcul de la contrainte au cisaillement

Introduire la valeur de a : 22

Introduire la valeur de l :

\*La contrainte moyenne

Introduire la valeur de V : 30000

Introduire la valeur de Mt : 1200000

Introduire la valeur de d : 80

\*La longueur de la clavette au cisaillement

Introduire la valeur de  $\tau_{adm\ cis}$  : 98,6

Résultat : 0 mm<sup>2</sup>

Résultat : #DIV/0! N/mm<sup>2</sup>  
#DIV/0! N/mm<sup>2</sup>

Résultat : 13,8299834 mm

Figure III.10 : Calcul de la longueur de la clavette au cisaillement

### Calcul au matage

Introduire la valeur de V : 30000

Introduire la valeur de b : 14

Introduire la valeur de l : 110

Valeurs couramment admises pour la pression admissible au matage des clavettes (longitudinales $(P_{adm} en N/mm^2)$ )	
Clavetage fixe	(a) 40 à 70 (b) 60 à 100 (c) 80 à 150
Clavetage glissant sans charge	(a) 15 à 30 (b) 20 à 40 (c) 30 à 50
Clavetage glissant avec charge	(a) 3 à 10 (b) 5 à 15 (c) 10 à 20

(a) : Conditions de fonctionnement plutôt mauvaises : chocs, grandes tolérances, etc...  
(b) : Conditions de fonctionnement moyenne (avant projet)  
(c) : Bonnes conditions de fonctionnement : ajustement parfait, aucun choc, etc...  
Remarque : au dessus de 250 N/mm<sup>2</sup> le matage est important.

\*Longueur de la clavette au matage

Introduire la valeur de Mt : 1200000

Introduire la valeur de d : 80

Résultat : TRUE  
38,96103896 mm

Résultat : 107,1428571 mm

Figure III.11 : Calcul au matage

### III.3.3 A propos des goupilles et rivets

Une articulation cylindrique reliant 2 plats en AE235 d'une épaisseur à déterminer, est réalisée au moyen d'une goupille cylindrique de diamètre d. L'effort maximum supporté par la liaison est de 50000 N. La contrainte admissible au cisaillement du matériau de la goupille est



de 50 N/mm<sup>2</sup>. Déterminer le diamètre de la goupille et la largeur du plat à utiliser en considérant un coefficient de sécurité égal à 4.

### ➤ Solution analytique :

Dimensionnement au cisaillement

$$dg \geq \sqrt{\frac{4 \times V}{\pi \times \tau_{adm} \text{ cis}}} = \sqrt{\frac{4 \times 50\,000}{\pi \times 50}} = 35,7 \Rightarrow 36 \text{ mm}$$

Dimensionnement au matage

$$P_{adm} \text{ mat} = 2 \times \sigma_{adm} = 2 \times \frac{235}{4} = 117,5 \text{ N/mm}^2$$

$$e \geq \frac{V}{db \times P_{adm} \text{ cis}} = \frac{50000}{36 \times 117,5} = 11,8 \Rightarrow 12 \text{ mm}$$

Dimensionnement à la traction

$$a \geq \frac{V}{e \times \sigma_{adm}} + d1 = \frac{50000}{12 \times \frac{235}{4}} + 36 = 106,9 \Rightarrow 110 \text{ mm}$$

Dimensionnement au cisaillement de la plaque

$$\tau_{adm} \text{ cis tole} = 0,58 \frac{Re}{S} = 0,58 \frac{235}{4} = 34 \text{ N/mm}^2$$

$$b' \geq \frac{V}{2 e \tau_{adm} \text{ cis}} = \frac{50000}{2 \times 12 \times 34} = 61,3 \Rightarrow 65 \text{ mm}$$

### ➤ Solution sur l'application

Dimensionnement au cisaillement

Introduire la valeur de V : 50000

Introduire la valeur de Acis : 1017,87602

Introduire la valeur de  $\tau_{adm} \text{ cis}$  : 50

Matière du rivet	$\tau_{adm} \text{ rivet}$ N/mm <sup>2</sup>
Acier A48	150...200
Z 12 N 05f	320
Cuivre rouge	150
Laiton	100
Aluminium	100

\*La section cisailée

Introduire la valeur de db : 36

\*diametre de la goupille ou rivet

Résultat : 49,12189602 TRUE N/mm<sup>2</sup>

Résultat : 1017,87602 mm<sup>2</sup>

Résultat : 35,68248232 mm

Figure III.12 : Calcul au cisaillement

### Dimensionnement au matage

**\*Pression diamétrale**

Introduire la valeur de V : 50000

Introduire la valeur de Nbrivets : 5

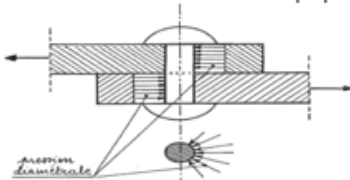
Introduire la valeur de db : 36

Introduire la valeur de e :

Introduire la valeur de Padm matage : 117,5

**\*Epaisseur de la tole**

Introduire la valeur de Amat :



Résultat : ✔ #DIV/0!  
#DIV/0! N/mm²

Résultat : 0 mm  
11,82033097 mm

Figure III.13 : Calcul au matage

### Dimensionnement à la traction

**\*Largeur de la tole**

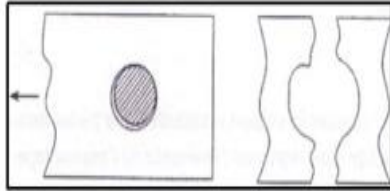
Introduire la valeur de V : 50000

Introduire la valeur de e : 12

Introduire la valeur de dl : 36

Introduire la valeur de  $\sigma_{adm}$  tole : 58,75

Introduire la valeur de A :



Résultat : 36 mm  
106,9219858 mm

Figure III.14 : Calcul à la traction

## Dimensionnement au cisaillement de la plaque

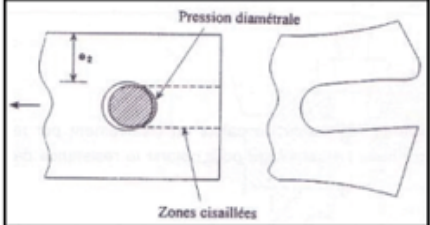
**\*Longueur restante de la tôle**

Introduire la valeur de V : 50000

Introduire la valeur de e : 24

Introduire la valeur de  $\tau_{adm\ cis}$  : 34,075


Introduire la valeur de Acis :




**\*contrainte admissible de cisaillement**

Introduire la valeur de Re : 235

Introduire la valeur de S : 4



Résultat : 61,13964294 mm



Résultat : 34,075 N/mm<sup>2</sup>

Figure III.15 : Calcul au cisaillement de la plaque

### III.3.4 A propos des calculs de rivets

Réaliser la liaison, au moyen de rivets, de deux plats en aluminium de 10 mm d'épaisseur, supportant un effort de 150 KN. Les rivets seront aussi en aluminium et la contrainte de cisaillement admissible sera de 80 N/mm<sup>2</sup>.

#### ➤ Solution analytique

Détermination du diamètre des rivets

$$d_{rivet} = \frac{45 e_{max}}{15 + e_{max}} = \frac{45 \times 10}{15 + 10} = 18 \text{ mm}$$

ou :  $d_{rivet} = \sqrt{50 e_{tôle}} - 4 = \sqrt{50 \times 10} - 4 = 18.4 \Rightarrow 18 \text{ mm}$

Détermination du nombre de rivets

$$\begin{aligned}nb_{rivet} &= 8 \cdot 10^{-4} \frac{V}{\tau_{adm rivet}} \left( \frac{15}{e_{max}} + 1 \right)^2 \\ &= 8 \cdot 10^{-4} \frac{150000}{80} \left( \frac{15}{10} + 1 \right)^2 = 9.375 \Rightarrow nb_{rivet} = 10\end{aligned}$$

Diamètre des trous de rivets

$$1.05 d_{rivet} = 1.05 \times 18 = 18.9 \Rightarrow d_{trou} = 19 \text{ mm}$$

Contrainte admissible dans la tôle

$$\tau_{adm cis} = 0.6 \sigma_{adm} \Rightarrow \sigma_{adm} = \frac{\tau_{adm cis}}{0.6} = \frac{80}{0.6} = 133 \text{ N/mm}^2$$

Largeur de la tôle

$$\begin{aligned}\frac{V}{(a - nb_{rivet} d_{trou}) e_{min}} &\leq \sigma_{adm tôle} \\ \Rightarrow a &\geq \frac{V}{\sigma_{adm tôle} e_{min}} + nb_{rivet} d_{trou} \\ \Rightarrow a &\geq \frac{150000}{133 \times 10} + 10 \times 19 = 303 \text{ mm}\end{aligned}$$

➤ **Solution sur l'application**

Détermination du diamètre des rivets

Introduire la valeur de  $e_{max}$  : 10

Introduire la valeur de  $e_{tole}$  : 10

Résultat : 18 mm  
18,36067977 mm

**$e_{max}$**  : épaisseur de la tôle la plus épaisse à assembler mm  
 **$e_{tole}$**  : épaisseur de la tôle (pas épaisseur du couvre-joint) mm

**Figure III.16 :** Calcul du diamètre du rivet

Détermination du nombre de rivets

Introduire la valeur de  $V$  : 150000

Introduire la valeur de  $t_{adm\ rivet}$  : 80

Introduire la valeur de  $e_{max}$  : 10

Introduire la valeur de  $Re$  :

Résultat : 9,375


**$V$**  : effort tranchant N  
 **$t_{adm\ rivet}$**  : contrainte admissible dans les rivet  $N/mm^2$  et  $t_{adm\ rivet} = 0,58Re$

**Figure III.17 :** Calcul du nombre de rivets

Diamètre des trous de rivets

\*Le diamètre du trou de rivets




















Introduire la valeur de d rivet : 18




Résultat : 18,9 mm


Figure III.18 : Calcul du diamètre du trou de rivet

Largeur de la tôle


Introduire la valeur de V :	150000	  	
Introduire la valeur de a :	303	  	
Introduire la valeur de nb rivet :	10	  	
Introduire la valeur de d trou :	19	  	
Introduire la valeur de emin :	10	  	
Introduire la valeur de oadm :	133	  	



Résultat : 2,694449434 TRUE N/mm²



Résultat : 18,9 mm



Résultat : 302,7819549 mm

\*Le diamètre du trou de rivets

Introduire la valeur de d rivet : 18

\*La largeur de la tôle

Figure III.19 : Calcul de la largeur de la tôle

### III.3.5 A propos de l'arbre

Déterminer le diamètre d de l'arbre d'une machine de 149.2 kW tournant à la vitesse de 120 tr/min. On suppose que la contrainte d'utilisation en torsion.  $\tau_{adm} = 20 \text{ N/mm}^2$

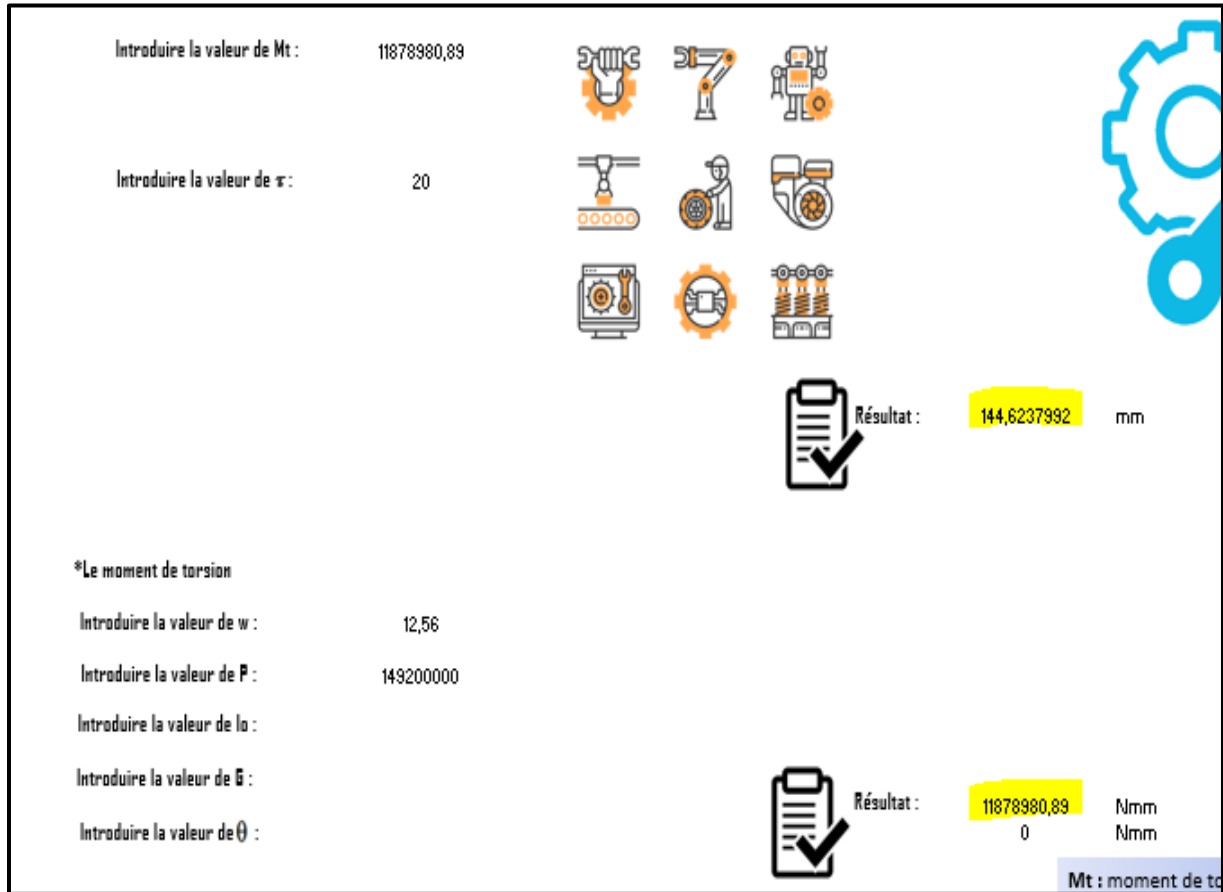
#### ➤ Solution analytique

$$\text{On a } 120 \frac{\text{tr}}{\text{min}} = \frac{2\pi 120}{60} = 12,56 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{On a aussi } P = Mt \times \omega \text{ donc } Mt = \frac{P}{\omega} = \frac{149200000}{12,56} = 11878980,9 \text{ Nmm}$$

$$\text{Alors } d = \sqrt[3]{\frac{16Mt}{\pi\tau}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 11878980,9}{\pi \times 20}} = 144,6 \text{ mm}$$

➤ **Solution sur l'application**



The screenshot shows a software interface for calculating shaft diameter. It features several input fields and a grid of mechanical icons. The primary calculation is for diameter 'd' based on torque 'Mt' and shear stress 'tau'. The result is displayed as 144.6237392 mm.

Introduire la valeur de Mt :	11878980,89
Introduire la valeur de $\tau$ :	20
Résultat : 144,6237392 mm	

\*Le moment de torsion

Introduire la valeur de w :	12,56
Introduire la valeur de P :	149200000
Introduire la valeur de lo :	
Introduire la valeur de G :	
Introduire la valeur de $\theta$ :	
Résultat : 11878980,89 Nmm 0 Nmm	

Mt : moment de torsion

**Figure III.20 :** Calcul du diamètre de l'arbre

## **Conclusion générale**

Le travail représenté dans ce mémoire consiste à réaliser une application pour le dimensionnement des éléments de machines tournantes. Notre travail affirme qu'il est possible d'avoir une application de calcul des éléments de machine et cela nous bénéficie d'un critère très important en construction mécanique. Ce critère est le gain de temps. C'est un critère primordial en mécanique car les calculs analytiques prennent beaucoup de temps contrairement à ce qu'on a vu dans cette application où on a juste à faire entrer les données et l'application fait le calcul toute seule et nous donne le résultat voulu.

Nous pouvons déviser notre travail en deux parties, une partie théorique qui cumule les deux premiers chapitres et une partie pratique dans le troisième chapitre. Le premier chapitre rappelle les différentes sollicitations et leur influence sur la pièce et le matériau. Le deuxième chapitre a été consacré pour les différents éléments d'une machine tournante et les lois de résistance et déformation de chaque élément. Le troisième chapitre qui est la partie pratique est sur la réalisation de l'application, son fonctionnement et sa crédibilité dans les calculs.

---



## Reference bibliographique

- [1] J.P.COTTU « Pratique de l'essai de traction » Ecole d'été d'Yrvals 3-14 septembre 1979. Proceeding. Dislocations et déformation plastique, pp.91-100 Editeur : Les Editions de physique (1980)
- [2] J.Michel BAES, Max BOURCART, Christian LAGOUTTE, technique de l'ingénieur, Mai 2004
- [3] Pierre Alain BOUCARD, dimensionnement des structures, IUT Cachan .Resistance des matériaux
- [4] Ari Jarvinen « Méthode d'essai mécanique » Université d'Aalto, Ecole d'ingénieur, Aout 2016
- [5] Dominique FRANÇOIS « Essais mécaniques des métaux- Détermination des lois de comportement » M 120.
- [6] Roland FORTUNIER Ecole Nationale Supérieure des Mines ´ 158 cours Fauriel 42023 Saint-Etienne cedex 2
- [7] DEBONGNIE (Jean-François) « Conception et calcul des éléments de machine. Liège, Belgium, 2011
- [8] A. Brand et al., Données technologiques sur la fatigue, Senlis, CETIM, 1999, 4<sup>e</sup> éd., 383 p. (ISBN 2-85400-470-1)
- [9] Claude Hazard, Frédy Lelong et Bruno Quinzain, *Mémotech — Structures métalliques*, Paris, Casteilla.
- [10] Emmanuel Tonicello. Etude et modélisation de la fatigue de contact en présence d'indentation dans le cas de roulements tout acier et hybrides. Autre. INSA de Lyon, 2012.
- [11] NTN corporation « Roulement à billes et à rouleaux », 2007.
- [12] Feras ALKATAN, Modélisation des raideurs des assemblages par éléments filetés précontraints. Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse INSA, 9 décembre 2005
- [13] Roger ITTERBEEK, Resistance des matériaux, cisaillement technologique.
-

## **Résumé**

Pour dimensionner un élément de machine, il faut connaître les démarches RDM pour le dimensionnement des pièces mécaniques et la conception et le calcul des éléments de machine, ces derniers jouent un rôle très important dans la réalisation des pièces des machines tournantes car une pièce mécanique est soumise à différentes sollicitations et facteurs lors du fonctionnement, mais cela prend beaucoup de temps et un risque d'erreur très élevé.

La solution à ce problème est de créer une application de calcul des éléments de machine, le principe de cette application est de calculer chaque dimension (diamètres, contraintes, déformations,.....) d'une pièce d'une machine. Cela permet d'avoir un gain de temps considérable et un risque d'erreur très petit.

## **Abstract**

To size a machine element, it is necessary to know the material resistance approach for the sizing of mechanical parts and the design and calculation of machine elements, the latter play a very important role in the production of rotating machine parts because a part mechanics is subjected to different stress and factor during operation, but this takes a long time and a very high risk of error.

The solution to this problem is to create an application for calculating machine elements, the principle of this application is to calculate each dimension (diameters, stresses, strains, ..... ) of a part of a machine. This saves considerable time and reduces the risk of error. The solution to this problem is to create an application for calculating machine elements, the principle of this application is to calculate each dimension (diameters, stresses, strains, ..... ) of a part of a machine. This saves considerable time and reduces the risk of error.

# *Chapitre I*

Démarche RDM pour le  
dimensionnement des pièces  
mécanique

## *Chapitre II*

Utilisation des lois de  
comportement pour dimensionner  
des pièces mécaniques

## ***Chapitre III***

Création de l'application de  
dimensionnement des éléments de  
machine