République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur
Et de la recherche scientifique

UNIVERSITE Abderrahmane MIRA BEJAIA
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique

جامعة بجاية
Tasdawit n Bgayet
Université de Béjaïa

MEMOIRE
Présenté pour l'obtention du diplôme de
MASTER
Filière : Génie Mécanique
Spécialité : INSTALLATIONS ENERGITIQUES ET TURBOMACHINES
Présentée par :

GANA Djebril
RILI Yanis

Thème

Effet de conductivité thermique sur le transfert chaleur dans une plaque multicouche.

Soutenu le lundi 18/10/2021 devant le jury composé de :

Mr. DJERRADA	Président
Mr. SADAOUI	Rapporteur
Mr. BENSLIMAN	Examinateur

Année Universitaire 2020-2021

Remerciement

Remerciements

A l'issue du cycle de notre formation nous tenons
A remercier dieu le tout puissant de nous avoir
Donné, santé Courage et patience pour terminer ce
Modeste travail.
Nos remerciements les plus sincères vont
À : Notre promoteur Ms SADAOUI Djamel
Pour Ces conseils précieux
Et son suivi qu'il nous a prodigué durant
Tout notre travail
NOS vifs remerciements vont aux membres
De jury pour avoir accepté de juger
Notre présent travail
En fin toute personne qui a participé de près

Ou de loin à l'accomplissement de ce mémoire
Soit sincèrement remercié et les
Enseignants qui ont participé
À nos formations soient sincèrement
Remercié

Gabriel & Yanis

Dédicace

Dédicaces

Je dédié ce modeste travaille à Mon cher père

A Ma chère mère, source de vie,

A Ma chère femme,

Source d'amour et inspiration

A mes chers frères

Source de joie et de bonheur

A toute ma famille,

Source d'espoir et de motivation

*A **yanis** Cher ami avant d'être binôme*

A tous mes amis,

A vous cher lecteur

Gabriel

Dédicaces

A mes chers parents, pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études A ma chère sœur pour ses encouragements permanents, et son soutien moral, A mon cher binôme Gabriel, pour sa disponibilité permanente avec moi,
A tous mes amis pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire,
Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le fruit de votre soutien infaillible,
Merci d'être toujours là pour moi.

yanis

Table des matières

Table des matières

Liste de figure

Liste des figures

CHAPITRE I : Généralité sur les transferts thermiques

CHAPITRE II : Modalisation mathématique et physique

Liste des tableaux

Liste des tableaux

Nomenclature et symbole

Symboles	Définition	Unité (SI)
C	: Chaleur spécifique	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
g	: Accélération de la pesanteur	$m\ s^{-2}$
k	: Conductivité thermique	$W\ m^{-1}\ K^{-1}$
p	: Pression	Pa
Q	: Flux de chaleur transmis par conduction	Wm^{-2}
CI	: Conditions initiales	-
CL	: Conditions aux limites	-
ED	: Equation différentiel	-
MDF	: Méthode différence fini	-
MVF	: Méthode des volumes finis	-
MEF	: Méthode d'élément fini	-
	Symboles grecs	
α	: Diffusivité thermique	$m^2\ s^{-1}$
ν	: Viscosité cinématique	$m^2\ s^{-1}$
ρ	: Masse volumique	$kg\ m^{-3}$
σ	: Constante de Stefan-Boltzmann	$W.m^{-2}.K^{-4}$
Cp	: la chaleur massique	$J.Kg^{-1}.K^{-1}$
L	: longueur de parois	m
$\emptyset$	: Flux de chaleur	
T	: Température	K
Δ	: Gradient de Température	K
e	**:** Epaisseur de parois	m
λ	: Flux de chaleur transmis par conduction	$W\ m^{-1}\ K^{-1}$
φ_{st}	: Flux de chaleur stocké	Wm^{-2}
φ_g	: Flux de chaleur généré	Wm^{-2}
φ_e	: Flux de chaleur entrant	Wm^{-2}
φ_s	: Flux de chaleur sortant dans le système	Wm^{-2}

Introduction générale

Introduction Générale

Depuis plus d'un siècle que les scientifiques s'intéressent au transfert de chaleur, en raison de ses nombreuses applications pratiques telles que dans les systèmes électroniques, les échangeurs de chaleur de haute performance, les équipements des procédés chimiques, les chambres de combustion, les systèmes de contrôle de l'environnement, etc…

Le phénomène de transfert de chaleur peut être défini comme étant la transmission de l'énergie thermique d'une région à une autre sous l'effet d'un gradient de température entre elles. Ce transfert peut s'effectuer au moyen de trois mécanismes différents : la conduction, la convection et le rayonnement.

Nous nous intéresserons dans ce travail au transfert de chaleur par conduction dans une plaque rectangulaire composée de deux matériaux différents

Notre étude porte sur l'effet de conductivité thermique et la nature des matériaux sur le transfert thermique dans une plaque multicouches. La recherche de la solution aux équations régissantes est faite moyennant la méthode des volumes finis.

Pour cela, notre mémoire est organisé en trois chapitres. Dans le premier chapitre, nous avons présenté brièvement des généralités sur le transfert de chaleur. Le second chapitre comporte une description physique du problème considéré, ainsi qu'une présentation de l'équation de l'énergie et les conditions aux limites associées. Le dernier chapitre est consacré à la présentation et interprétation des résultats découlant de la résolution numérique par la méthode des volumes finis de l'équation ainsi défini.

CHAPITRE I : Généralité sur les transferts thermiques

I.1 Introduction

La thermodynamique permet de prévoir la quantité totale d'énergie qu'un système doit échanger avec l'extérieur pour passer d'un état d'équilibre à un autre. La thermique (ou thermocinétique) se propose de décrire quantitativement (dans l'espace et dans le temps) l'évolution des grandeurs caractéristiques du système, en particulier la température, entre l'état d'équilibre initial et l'état d'équilibre final [1].

L'étude des transferts de chaleur et particulièrement de la conduction thermique ne peut se faire sans la connaissance préalable de différentes notions liées à ce phénomène.
Dans ce premier chapitre nous avons donné un bref aperçu sur l'ensemble de ces notions.

I. Généralité

I.2.1 La chaleur

En physique, on appelle chaleur une forme particulière de l'énergie. Cette équivalence de la chaleur et du travail constitue le premier principe de la thermodynamique. Il en résulte qu'énergie, travail et quantité de chaleur ont une même unité le joule [2].

A la base de l'étude des transferts thermiques se trouve les concepts de quantité de chaleur et de gradient thermique ou de température. Le transfert de chaleur d'un corps à un autre corps, s'effectue sous forme d'énergie cinétique dû à l'agitation moléculaire désordonnée. Ce transfert est causé par une différence de température entre les deux corps. La chaleur se propage spontanément du corps ayant la température la plus élevée vers celui ayant la température la plus basse, élevant ainsi la température de ce dernier, tout en abaissant la température du premier, dans la mesure où le volume des deux corps reste constant. Ceci constitue le second principe de la thermodynamique.

Ce second principe met en évidence la notion d'irréversibilité : la chaleur ne pourra pas se propager d'un corps froid vers un corps chaud, sauf si on fournit un travail [3].

I.2.2 La Température

On appelle température, la grandeur physique qui mesure le degré de chaleur d'un corps ou d'un milieu. Lorsque deux corps sont placés dans une enceinte adiabatique, le corps le plus chaud cède de la chaleur au corps le plus froid, jusqu'à ce que les deux corps aient la même température. On dit alors qu'on a atteint l'équilibre thermique, voir figure (I.1) [3].

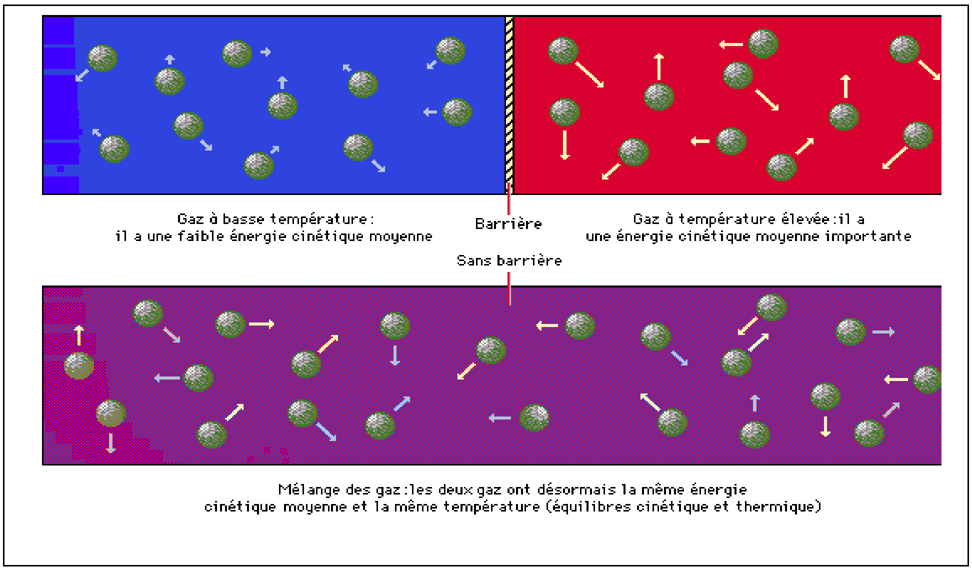


Figure I.1 : Illustration des notions de transfert de chaleur, de température et d'équilibre.

I.2.3 Gradient de température

Si l'on réunit tous les points de l'espace qui ont la même température, on obtient une surface dite surface isotherme. La variation de température par unité de longueur est maximale le long de la normale à la surface isotherme. Cette variation est caractérisée par le gradient de température [1].

I.2.4 Champ thermique

Les transferts d'énergie sont déterminés à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température : $T = f (x, y, z, t)$.

La valeur instantanée de la température en tout point de l'espace est un scalaire appelé champ de température.

Nous distinguerons deux cas :

- Champ de température indépendant du temps : le régime est dit permanent ou stationnaire.
- Evolution du champ de température avec le temps : le régime est dit variable ou transitoire.

I.2.5 Flux de chaleurs

La chaleur s'écoule sous l'influence d'un gradient de température des hautes vers les basses températures. La quantité de chaleur transmise par unité de temps et par unité d'aire de la surface isotherme est appelée densité de flux de chaleur :

$$\emptyset = \frac{1}{S} * \frac{\partial q}{\partial t} \qquad (I.1)$$

Où S est l'aire de la surface.

On appelle flux de chaleur la quantité de chaleur transmise sur la surface S par unité de temps :

$$\emptyset = \frac{\partial q}{\partial t} \qquad (I.2)$$

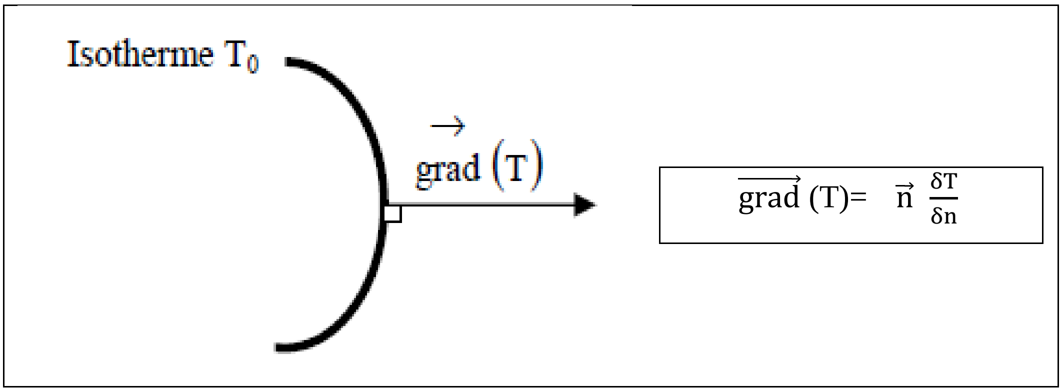


Figure I.2 : Isotherme et gradient thermique.

I.2.6 Coefficient de transfert thermique

Le coefficient de transfert thermique (notée h) caractérise les déperditions thermiques d'un matériau ou d'une paroi solide c'est l'inverse de la résistance thermique (R).

I.2.7 Capacité thermique massique

On appelle capacité thermique massique (Cp) la quantité de chaleur qu'il faut appliquer à 1kg de matière pour élever sa température de 1 K. Elle s'exprime en (J/K). [2]

$$Cp = \frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{c}} \qquad (I\ -3)$$

I.3 Les différentes modes thermiques

L'échange de la chaleur caractérisé par la transmission elle peut également s'opérer par différente façon ou différente mode. Ces mécanismes de transmission apparaissent rarement seuls dans un même système. Cependant, l'un d'eux domine généralement [4].

On distingue trois mécanismes d'échange de chaleur entre milieux matériels :

I.3.1 L'échange thermique par rayonnement

Chaque surface solide, liquide ou gazeuse émet de l'énergie thermique par radiation, la transmission d'énergie est réalisée par ondes électromagnétiques. Le flux de chaleur rayonné par un milieu de surface (S) et de température (T) est exprimer par :

$$\phi émis = \sigma . S . T^4$$

(I.4)

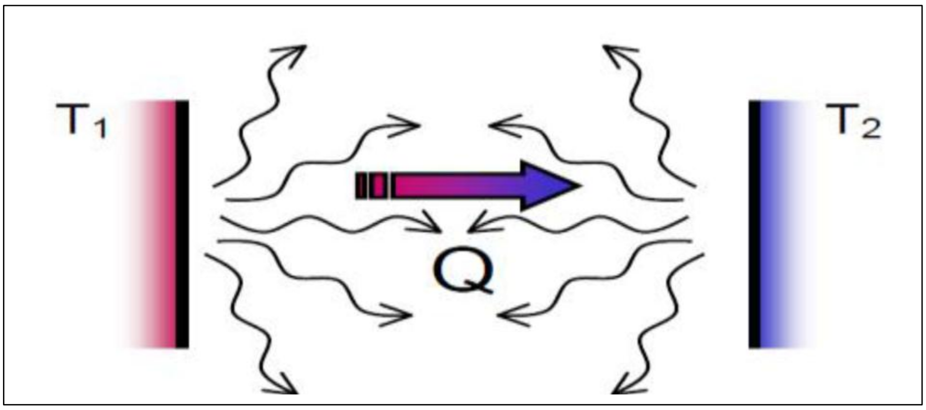


Figure I.3 : Schéma représentatif du rayonnement

I.3.2 L'échange thermique par convection

C'est un mode de transfert de chaleur qui permet l'échange de chaleur par le mouvement de fluide en déplaçons de la partie chaude ver la partie froide [4]. Elle implique le mouvement de la matière dans un milieu sa signifier que le milieu doit être un fluide.

Il existe trois types de convection :

- **Convection naturelle :** Le mouvement est engendré par les variations de densité causées par les variations de température au sein du fluide
- **Convection forcée :** Le mouvement du milieu est engendré par un dispositif externe (le vent, un ventilateur,….)
- **Convection mixte :** La convection mixte correspond au couplage des deux phénomènes précédents (convection naturelle et forcée).

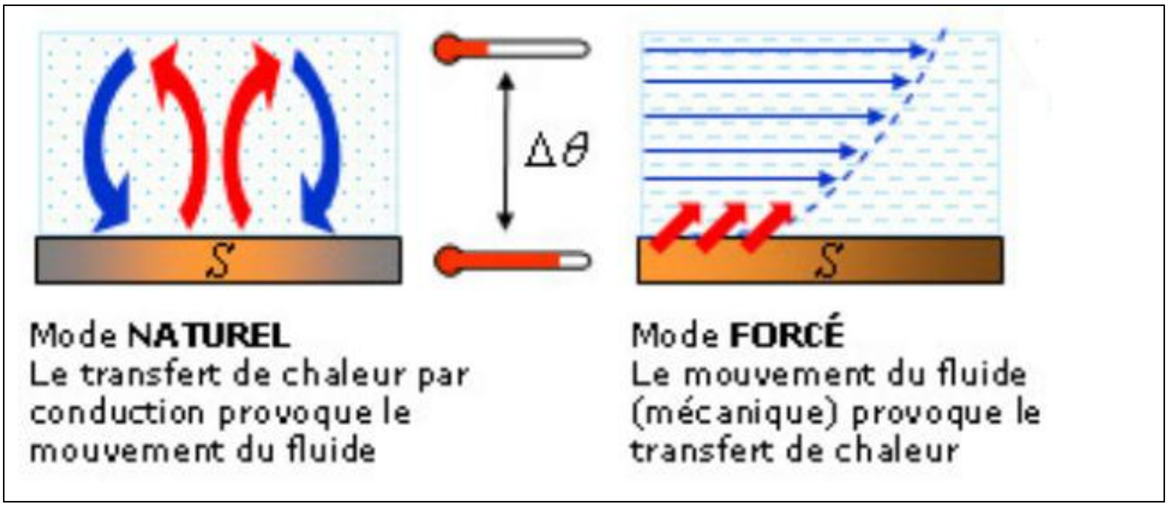


Figure I.4 : Schéma représentatif du la convection thermique**.**

I.3.3 L'échange thermique par conduction

La conduction est une transmission de chaleur dans la masse d'un milieu matériel, les zones chaudes cédant de la chaleur à celles qui le sont moins. C'est le cas lorsqu'on chauffe l'extrémité d'une barre [7].

La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts : une transmission par les vibrations des atomes ou molécules et une transmission par les électrons libres. Elle va donc être très liée à la structure et à l'organisation du matériau. Elle peut avoir lieu dans les solides et dans une moindre mesure dans les fluides, plus dans les liquides que dans les gaz [8].

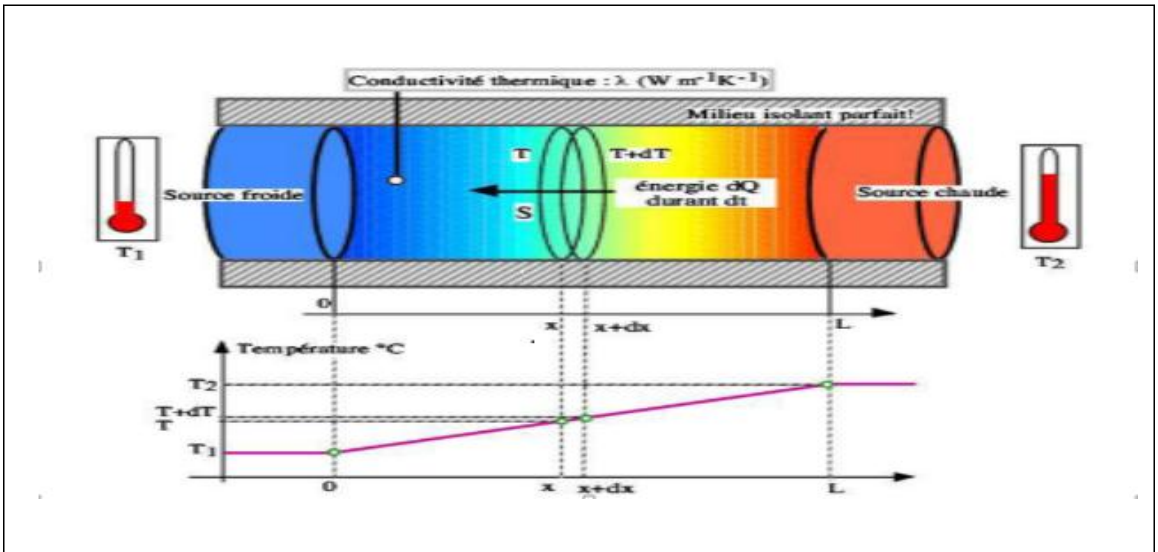


Figure I.5 : Principe de la conduction thermique.

I.3.3.1 Application de la conduction thermique

Le transfert de chaleur par conduction caractérise tous les transferts de chaleur qui s'effectuent dans les parois séparant deux corps à des températures différentes. C'est le cas des surfaces d'échange des échangeurs de chaleur, mais c'est aussi celui des murs et vitrages des bâtiments, des réservoirs de stockage, des parois des fours, etc…. [10].

Il est courant que les parois soient constituées de plusieurs matériaux ayant chacun un rôle spécifique (réfractaire, revêtement anticorrosion, isolant thermique, etc.) et qui sont des parois composites à travers lesquelles s'effectue le transfert de chaleur [5].

Ce transfert de chaleur obéit à la loi de Fourier, établie mathématiquement par Jean-Baptiste Biot en 1804 puis démontré expérimentalement par Fourier en 1822 [18].

$$Q= - \lambda. \overrightarrow{grad}\ T \qquad \text{(I.5)}$$

Q : Flux de chaleur transmis par conduction (W)

λ : Conductivité thermique du milieu ($Wm^{-1}\ K^{-1}$)

T : Température en Kelvin

On remarque dans cette loi, l'intervention d'un signe négatif, ce dernier traduit le fait que le flux de chaleur est dans le sens : chaud-froid (des zones à hautes température aux zones à températures moins élevées) [11].

I.3.3.2 Conductivité thermique

En général la conductivité thermique (λ) varie en fonction de la température. À des basses températures, cette variation peut être négligée [11].

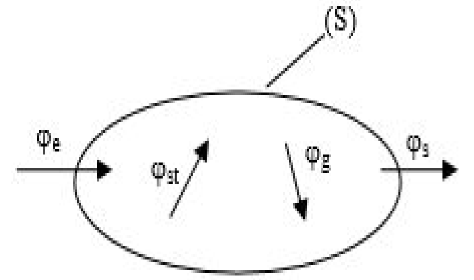
Elle exprime, de par sa définition, l'aptitude d'un matériau à conduire la chaleur. On peut également la définir comme le flux de chaleur qui traverse une surface unité pour un matériau soumis à un gradient de température égal à l'unité. La conductivité thermique s'exprime en ($Wm^{-1}\ K^{-1}$) [16].

II.3.3.3 Résistance thermique

La résistance thermique correspond à la capacité d'un matériau à résister au transfert de chaleur.

I.3.4 Solution d'un problème de conduction thermique

Pour un problème de conduction thermique, il faut tout d'abord définir un système (S) par ses limites dans l'espace, par la suite il faut établir l'inventaire des différents flux de chaleur qui influent sur l'état du système.



φ_{st} : flux de chaleur stocké
φ_g : flux de chaleur généré
φ_e : flux de chaleur entrant
φ_s : flux de chaleur sortant dans le system s

Figure I.6 : Système et bilan énergétique.

On applique alors le 1er principe de la thermodynamique pour établir le bilan d'énergie du système (S) :

$$\varnothing e + \varnothing g = \varnothing s + \varnothing st \qquad (I.6)$$

Il faut ensuite faire l'inventaire des différents flux d'énergie mis en jeu. En reportant ces expressions dans le bilan d'énergie, on obtient l'équation différentielle dont la résolution permet de connaître l'évolution de la température en chaque point du système [1].

I.3.4.1 Conditions initiales et conditions aux limites

On les appelle aussi charges thermiques, sont le point de départ d'une analyse thermique. C'est en appliquant ces charges que l'on va modifier le champ de température existant dans un corps et créer des flux de chaleur divers en son sein [9].

I.3.4.2 Les conditions initiales

Nous savons que pour pouvoir trouver la solution à une équation différentielle, il faut connaître une (ou plusieurs) conditions sur la variable considérée (conditions initiales : CI). On peut définir les conditions initiales comme les éléments nécessaires pour déterminer la solution complète (si possible) du problème. Ces éléments décrivent l'état du système au moment initial, c'est-à-dire l'état initial.

I.3.4.3 Conditions aux limites

Pour fermer un système d'équations découlant d'une modélisation mathématique il faut ajouter des conditions initiales et des conditions aux limites associées au problème physique considéré. En mathématiques, les conditions aux limites sont des contraintes sur la valeur des solutions recherchées sur la frontière du volume ou domaine du milieu considéré. L'équation de la conduction thermique étant du second ordre en espace, par conséquent, on peut lui associer des conditions aux limites de première et seconde espèce, respectivement de degré zéro et de degré 1.

La première est connue sous le nom de condition de Dirichlet et la seconde sous le nom de condition de Neumann. Dans le cas de problème thermique, les conditions aux limites associées sont une température spécifiée, un flux de chaleur spécifié. Dans certain cas la seconde condition associée un flux de chaleur convectif et par rayonnement [12], elle est dite condition de Fourier.

I.3.4.4 Différents types de condition aux limites

- **Condition de Dirichlet (Température imposée)**

La condition aux limite de Dirichlet (nommée d'après Johann_Dirichlet) est imposée à une équation différentielle ou à une équation aux dérivées partielles lorsque l'on spécifie les valeurs que la solution doit vérifier sur les frontières/limites du domaine. En conduction thermique cette condition consiste à imposer ou à connaître les températures sur les frontières du domaine de calcul.

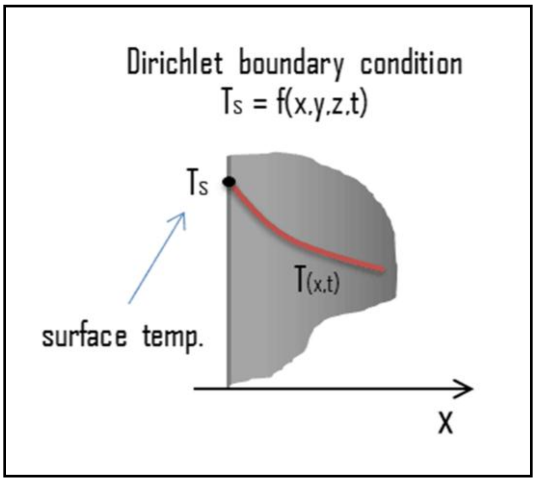


Figure I.7 : Conditions aux limites de Dirichlet

Pour un transfert de chaleur unidimensionnel à travers une paroi plane d'épaisseur L :
Ces conditions aux limites peuvent être écrites comme suit :

- $T(0, t) = T_1$
- $T(L, t) = T_2$

- **Condition de Neumann (flux imposés)**

X=L la densité du flux thermique est une fonction donnée du point M_P sur la paroi et ou du temps, soit algébriquement :

$$\phi = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_p = f(M_p, t) \quad \text{(I .6)}$$

La condition aux limites de Neumann (nommée d'après Carl Neumann) est imposée à une équation différentielle ou à une équation aux dérivées partielles lorsque l'on spécifie les valeurs des dérivées que la solution doit vérifier sur les frontières limites du domaine c.à.d.

S'elle est soumise par exemple à un flux thermique constant (Q_S) des deux côtés les conditions aux limites spécifiées du flux thermique peuvent être exprimées comme :

$$-\lambda \left(\frac{\partial T(0,t)}{\partial x}\right) = Q_s \quad \text{(I .7)}$$

$$-\lambda \left(\frac{\partial T(L,t)}{\partial x}\right) = Q_s \quad \text{(I .8)}$$

Si le corps est thermiquement isolé, la densité du flux est nulle en tout point de sa surface (adiabatique).

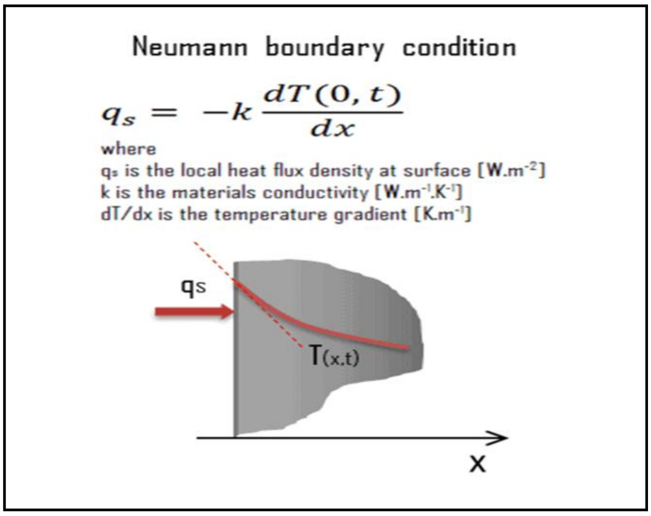


Figure I.8 : Conditions aux limites de Neumann.

- **Condition mixte**

La condition aux limites mêlée ou mixte correspond à la juxtaposition de différentes conditions aux limites sur différentes parties du bord (ou frontière) du domaine dans lequel est posée une équation aux dérivées partielles ou une équation différentielle ordinaire. C.à.d. cette condition impose une relation entre la valeur et la dérivée normale de la solution de la forme :

$$\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \mathrm{n}} + \alpha \mathrm{T} = \beta \qquad (\mathrm{I}\ .9)$$

Elle est souvent appelée « condition de Robin » (elle consiste en une condition de type Dirichlet sur une des surfaces et une condition de type Neumann sur l'autre surface.

I.3.5 Méthode pour la résolution du problème de conduction thermique

I. 3.5.1 Méthode numériques (approximative)

Du fait de la complexité de la géométrie, ainsi que de la variation dans le temps ou dans l'espace des conditions aux limites, ces équations différentielles ne peuvent en général pas être résolues de façon exacte. Elles sont résolues de façon approchée, à l'aide des méthodes numériques. Les méthodes numériques donnent une solution approchée du problème que l'on cherche à résoudre. Nous citerons ici les trois grandes familles de méthodes qui sont les plus courantes :

- La méthode des éléments finis.
- La méthode des volumes finis.
- La méthode des différences finies.

I. 3.5.1 Méthode la solution analytique

La solution analytique d'une ED est la solution de l'ED véritable (non discrétisé). La méthode analytique s'avère inapplicable pour des problèmes à géométrie ou conditions aux limites complexes.

La méthode analytique est bien adaptée aux problèmes dont la géométrie et les conditions aux limites sont simples. Elle a l'avantage de fournir une solution dite exacte.

Les solutions analytiques, basées sur la forme locale du problème (équation aux dérivées partielles avec conditions aux limites) ne peuvent pas être déterminées dans le cas général.

I.4 Revue bibliographique

Le problème de la conduction thermique dans les solides est l'un des sujet plus abordés dans la littérature le souci principal dans ces étude était la solution utiliser pour la résolution de l'équation d'énergie nous présentons ici quelque étude concernant ce type de problème.

D. Maillet et A. Degiovanni ont établi un modèle analytique en régime permanent bidimensionnel du transfert de chaleur dans un cylindre ce qui a permis de calculer la température interne à partir d'un profil surfacique du coefficient de transfert. Ils ont prouvé que les méthodes directes de mesure du coefficient local de transfert de chaleur sur la paroi présentent des limitations intrinsèques.

Pour cela ils ont développé une méthode inverse, basée sur un modèle analytique de conduction de la chaleur dans un tube cylindrique. Elle permet, à partir des seules mesures de température à l'intérieur du cylindre, de remonter au profil de coefficient de transfert en surface [19].

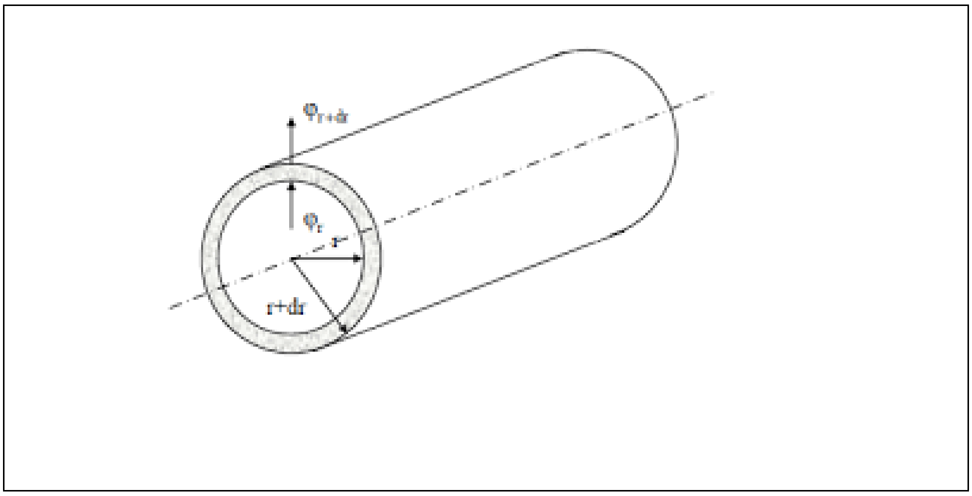


Figure I.9 : transfert de chaleur dans un cylindre.

Bilgen présente une étude numérique et expérimentale du transfert de chaleur par conduction sur une paroi verticale chauffée. L'équation de l'énergie est résolue par la méthode des volumes finis. Les résultats montrent que l'épaisseur de la paroi joue un rôle important sur la conduction thermique [20].

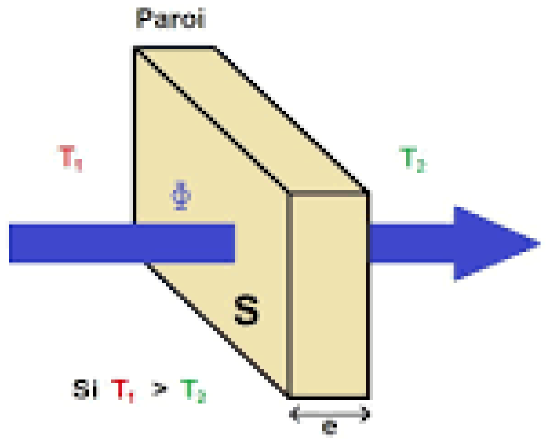


Figure I.10 : Transfert de chaleur dans une paroi verticale chauffée.

K.fikiin a proposé une solution numérique pour un problème de conduction thermique dans les solides de diverses configurations lors d'un refroidissement convectif. Il propose d'atteindre un degré de généralisation beaucoup plus élevé en ce qui concerne l'étude mathématique de la conduction thermique dans des solides de diverses configurations refroidis ou chauffés par convection. Son étude porte sur les trois géométries classiques (la plaque, le cylindre et l'asphère), de même que sur des corps de formes plus complexes.

Il a adopté une distribution initiale uniforme des températures et une température du milieu ambiant constante. Il a supposé que la puissance volumique de la source thermique interne comme une fonction arbitraire de la coordonnée spatiale et du temps. Le modèle mathématique et numérique proposé permet la détermination du champ de température et la durée de chauffage dans le cas de conditions spatiales et temporelles variées. [21]

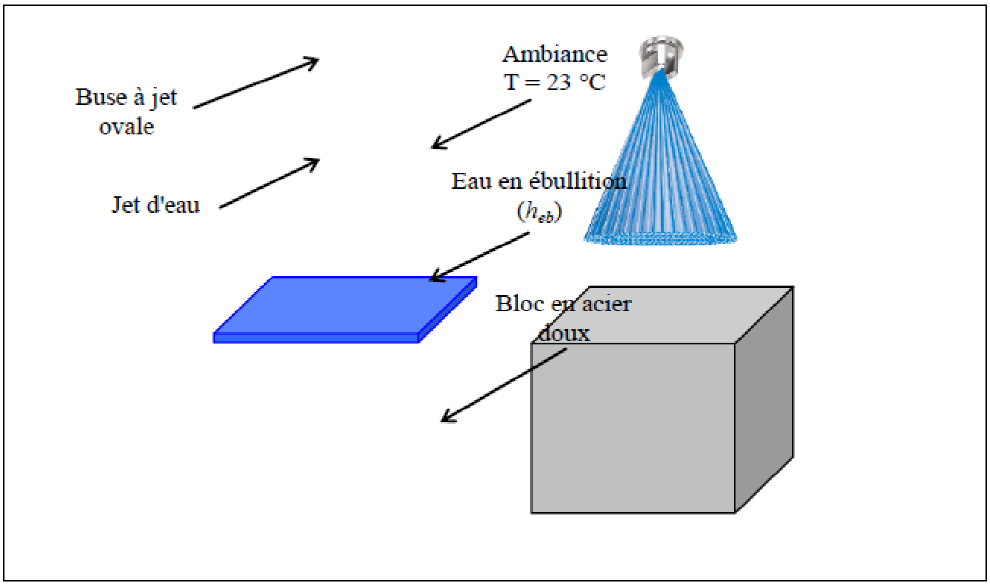


Figure I.11 : Conduction thermique dans les solides lors d’un refroidissement convectif

S. Sheen et **K. I. Hayakawa** ont analysé un modèle mathématique incluant les changements de volume pour la congélation d’aliments. Ce modèle est obtenu en modifiant l’équation générale de la conduction thermique. La forme de l’aliment est supposée être axiale. Les coordonnées sont fixées au volume initial par une transformation de coordonnées appropriée. A cause de la forte variation des propriétés avec la température pendant le changement de phase, les températures nodales sont résolues numériquement par une méthode générale implicite aux différences finies, tandis qu’une méthode de bilan thermique est appliquée aux frontières des noeuds avec des conditions aux limites d’espace quelconque. Une méthode de calcul numérique est développée et vérifiée expérimentalement pour un problème général de changement de phase (solidification /fusion) [22].

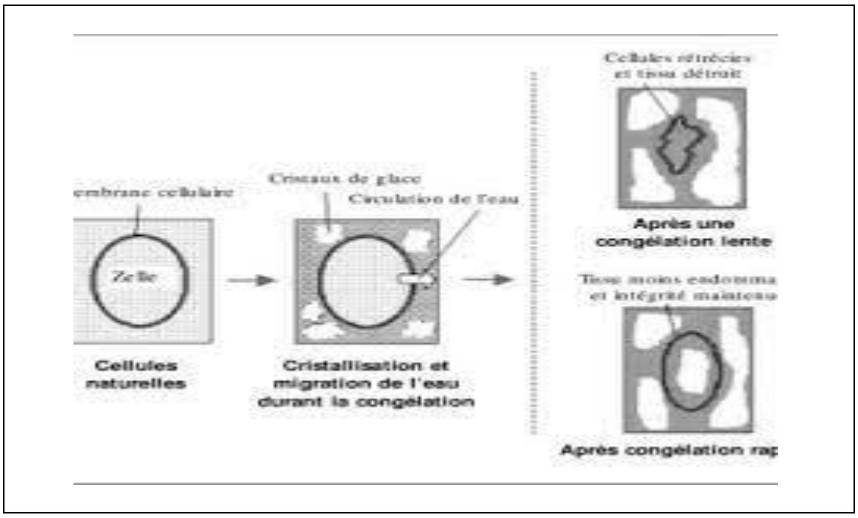


Figure I.12 : Les changements de volume pour la congélation d’aliments.

Afin de mieux comprendre le comportement thermomécanique de la peau et de son environnement direct sous l’action de fortes variations thermiques, **Ratovoson et al** [23] ont présenté une étude expérimentale et numérique de la diffusion de la chaleur dans la peau. La démarche expérimentale consiste à poser une barre d’acier cylindrique préalablement refroidie sur la peau d’un avant-bras humain et de mesurer l’évolution de la température à l’aide d’une caméra infrarouge. Expérimentalement, ils ont constaté très nettement l’influence de la circulation sanguine dans les veines sur la diffusion de la température. Leurs mesures expérimentales ont permis de construire un modèle numérique de la peau et de son environnement direct.

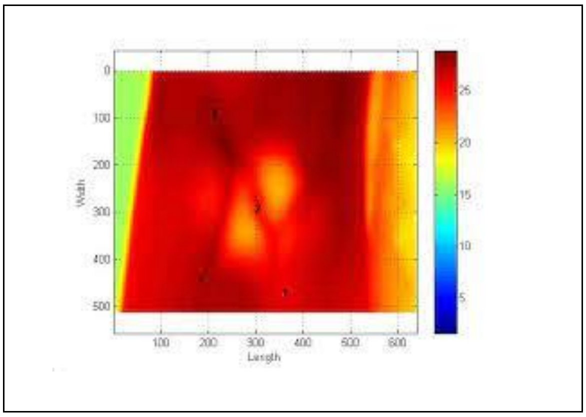


Figure I.13 : Etude expérimental de la diffusion de la chaleur dans la peau humaine.

CHAPITRE II : Modélisation mathématique et physique

II.1 Introduction

Pour la modélisation des problèmes, plusieurs approches sont possibles à savoir, l'approche expérimentale, analytique et numérique. Dans certaines situations, l'approche expérimentale s'avère très couteuse en termes de temps et moyens techniques. D'autre part, l'approche analytique qui consiste à résoudre analytiquement les équations gouvernantes n'est possible que pour des cas simples. C'est pour ces raisons qu'on a recours le plus souvent à l'approche numérique qui consiste rechercher une solution approchée appréciable. En mécanique, les méthodes telles que les différences finies, les éléments finis, les volumes finis, les méthodes spectrales ou l'approche de Lattice Boltzmann etc… sont les plus couramment utilisées.

Dans ce chapitre, nous présenterons une description du problème physique considéré à savoir la définition de la géométrie et des conditions aux limites associées aux équations de conservation nécessaires

II.2 Modèle physique

La géométrie étudiée est celle d'un solide multicouche 2D composé de deux plaques de différentes conductivités mis en contact par leurs faces horizontales situées en y=0. On supposera le contacte parfait, tel qu'on a une continuité de température et de flux de chaleur. L'ensemble et de longueur L et de hauteur $H=2e$, l'épaisseur des deux plaque étant la même (e). Le système d'axes est comme indiqué sur la figure II.1 avec l'origine des ordonnées ($y=0$) localisé à la jonction entre les plaques. La dimension longitudinale est très grande devant celle transversale $L >> H$.

Le système est supposé isolé sur ces deux faces inférieur ($y=-e$) et supérieur ($y=e$) et les faces verticales situées en x=0 et x=L sont isothermes. On notera par T_C et T_f respectivement, la température chaude et froide, tel que TC>Tf.

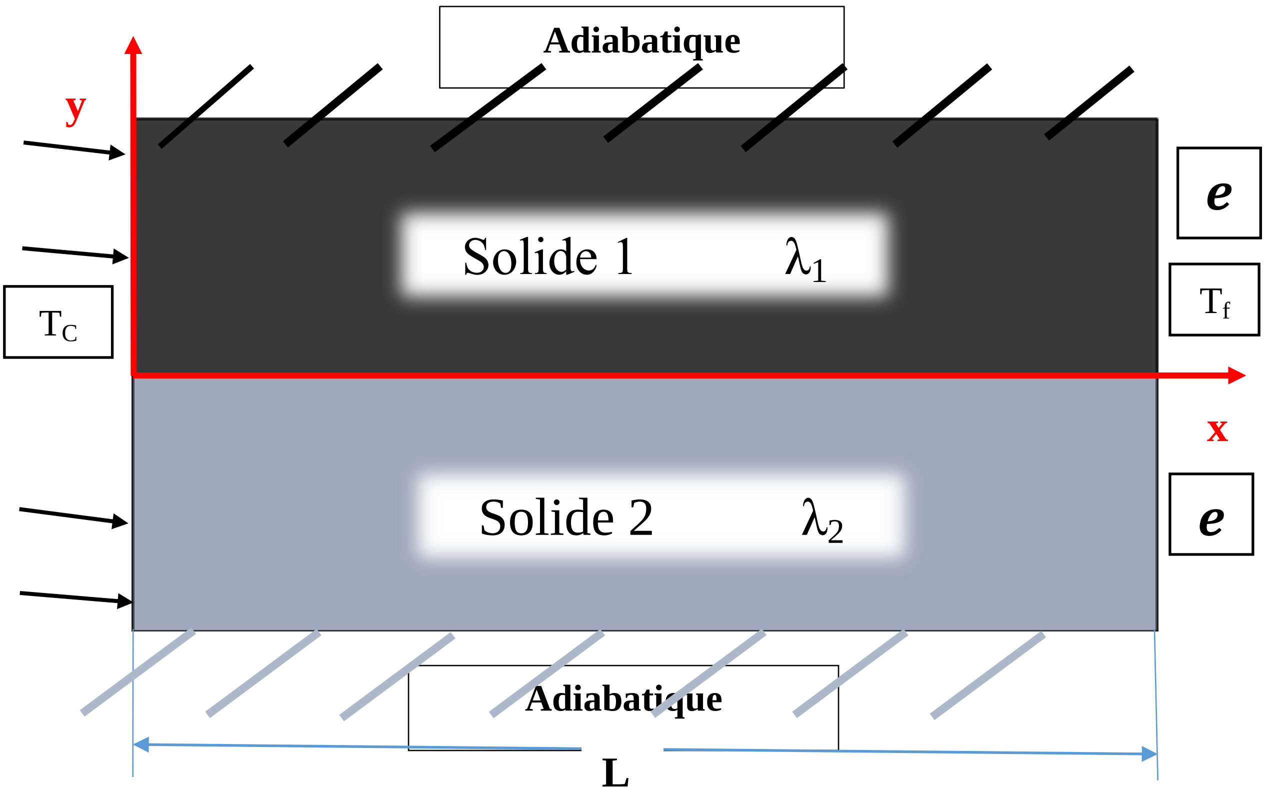


Figure II.1 Géométrie du problème étudié et les conditions aux limites associées

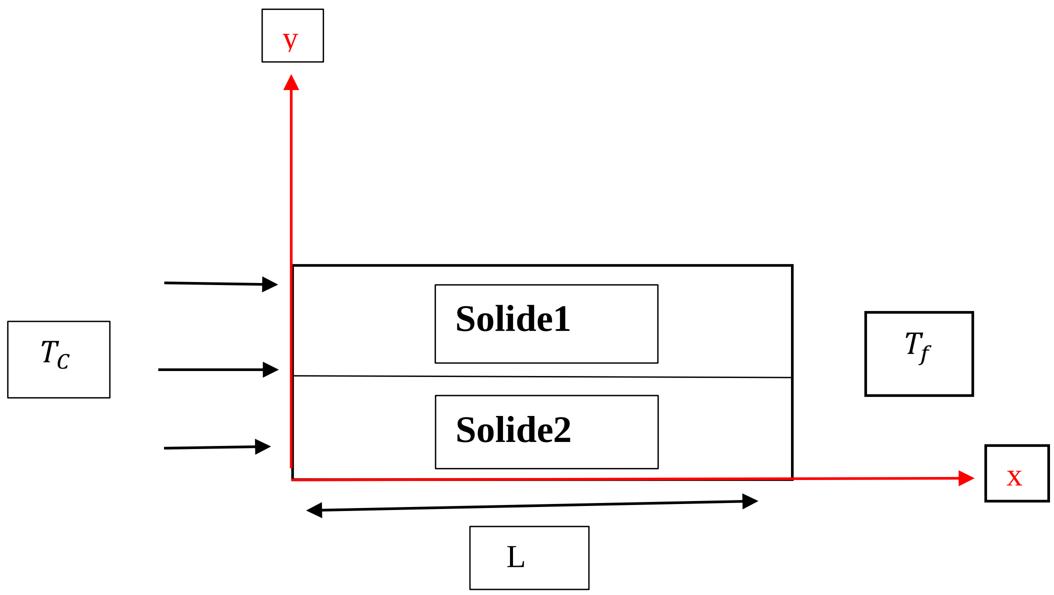


Figure II.2 schéma en 2D de la géométrie étudiée

II.3 Formulation mathématique du problème

Le transfert de chaleur dans un milieu quelconque est régit par l'équation de l'énergie, équation (II.1). C'est une équation de bilan thermique qui traduit la conservation de la chaleur ou de l'énergie dans le milieu considéré et résulte de l'application du premier principe de la thermodynamique :

Taux d'accroissement de l'énergie interne dans le volume = somme des flux entrants dans par sa surface externe + puissance crée dans (sollicitation interne) [25] ; [26].

$$\underbrace{\rho C_{\mathrm{v}}(T)\frac{dT_p^t}{dt}} = T\beta_T\,\frac{dP}{dT} + \underbrace{div\big(\lambda(\mathrm{T})\ \overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{T_p^t})\big)}_{diffusion\ thermique} + \underbrace{\varpi_{\mathrm{p}}^t}_{\substack{source\\ thermique}} + \underbrace{\Phi_f}_{\substack{dissipation\\ visqueuse}} - \underbrace{div(\overrightarrow{q_r})}_{rayonnement} \quad \text{(II.1)}$$

Sachant que :

$$\underbrace{\frac{dT_p^t}{dt}}_{\text{Dérivée } particulaire} = \underbrace{\frac{\partial T_p^t}{\partial t}}_{terme\ transitoire} + \underbrace{\vec{V}\,.\vec{\nabla}(T_p^t)}_{terme\ convectif}$$

L'équation précédente s'écrit alors :

$$\rho C_{\mathrm{v}}(T)\left(\underbrace{\frac{\partial T}{\partial t}}_{terme\ transitoire} + \underbrace{\vec{V}\,.\vec{\nabla})(T)}_{terme\ convectif}\right) == T\beta_T\,\frac{dP}{dT} + \underbrace{div\big(\lambda(\mathrm{T})\ \overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{T})\big)}_{diffusion\ thermique} +$$

$$\underbrace{\varpi_p^t}_{\substack{source\\ thermique}} + \underbrace{\Phi_f}_{\substack{dissipation\\ visqueuse}} - \underbrace{div(\overrightarrow{q_r})}_{rayonnement} \quad \text{(II.2)}$$

Elle comprend plusieurs termes :

- un terme transitoire ou d'in stationnarité qui traduit l'évolution du champ de températures dans le milieu avec le temps
- un terme d'advection ou inertiel dû au mouvement des particules fluides
- un terme de diffusion qui traduit la propagation de chaleur dans le milieu
- un terme tenant compte de dilatation volumique et de la compressibilité
- un terme source de chaleur dans le volume considéré (réaction chimique ou nucléaire, effet joule, …etc.
- un terme de dissipation visqueuse du au frottement visqueux des couches fluides
- un terme dû à un apport extérieur par rayonnement

II.4 Hypothèses simplificatrice

Le milieu considéré est un solide 2D homogène et isotrope constitué de deux plaques de conductivité thermique λ_1 et λ_2, respectivement. On se placera dans le cas d'un régime stationnaire c.à.d. que le champ de température ne dépend pas du temps et en absence de toute génération de chaleur interne. Les propriétés thermo-physiques du milieu (λ, ρ et Cp) sont supposées constantes et les mêmes en tout point et dans toutes les directions (homogène et isotrope). La dissipation visqueuse, les effets de compressibilité et le rayonnement sont négligés [24].

- Milieu solide : $\vec{V} = 0$ et $\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t}$
- Milieu homogène et isotrope : $div\left(\lambda(\mathrm{T})\ \overrightarrow{\mathrm{grad}}(T)\right) = \lambda\, div\left(\ \overrightarrow{\mathrm{grad}}(\mathrm{T})\right) = \lambda\, \Delta T$
- $\frac{dT}{dt} = 0$; $\varpi = 0$; $\Phi_f = 0$; $q_r = 0$

L'équation précédente se réduit alors à :

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda\, \Delta T \qquad \text{(II.3)}$$

La projection de cette dernière sur les deux axes du $(x\,; y)$ est alors la suivante:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_p}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \qquad \text{(II.4)}$$

De plus si le régime de transfert de chaleur est considéré stationnaire ($\partial T/\partial t = 0$), la même équation se trouve simplifiée comme suite:

$$\frac{\lambda}{\rho c_p}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) = 0$$ Ou encore

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) = 0 \qquad \text{(II.5)}$$

II.5 Conditions aux limites

Pour détermine le champ de température dans le corps considéré, il est nécessaire de compléter cette équation par des conditions aux limites ou aux frontières.

On a deux sortes de conditions aux limites associées à notre géométrie, la condition de **Température imposée** (condition 1re espèce ou de Dirichlet) et la condition de flux imposé (condition de 2^{éme} espèce) :

- **Milieu 1 (Frontières extérieures) :**

x=0 ; $\forall y \in [0, e]$: $T(x, y)=T_C$

x=L ; $\forall y \in [0, e]$: $T(x, y)=T_f$

y = + e ; $\forall x \in [0, L]$: $\frac{\partial T(x;y)}{\partial y} = 0$ (surface isolée)

- **Milieu 2 (Frontières extérieures)**

x=0 ; $\forall y \in [-e, 0]$: $T(x, y)=T_f$

x=L ; $\forall y \in [-e, 0]$: $T(x, y)=T_C$

y = - e ; $\forall x \in [0, L]$: $\frac{\partial T(x;y)}{\partial y} = 0$ (surface isolée)

- **Interface Milieu 1 – Milieu 2 :**

y = 0 ; $\forall x \in [0, L]$: $\frac{-\lambda_1 \partial T_1(x;y)}{\partial y} = \frac{-\lambda_2 \partial T_2(x;y)}{\partial y}$ (continuité des flux)

: $T_1(x, y) = T_2(x, y)$

II.6 Addimensionnement des équations

- **Grandeurs de référence :**

L'addimensionnement des équations nous permet une généralisation dans l'analyse du problème physique considéré. Pour cela il est nécessaire de définir des variables réduites basées sur les grandeurs de références liées au problème traité.

L'emploi de variables réduites dans les équations permet de généraliser les phénomènes physiques, car leur existence et leur évolution sont indépendantes du système d'unités de mesure pour les étudier. Autrement dit, elles permettant d'obtenir des informations plus générales, et jouent un rôle important dans la simulation.

En effet, pour ramener les équations phénoménologiques sous forme adimensionnelle, il est nécessaire de définir moyennement des grandeurs caractéristiques de référence liées au problème traité.

Longueur de référence : e

Température de référence : $T_{ref} = T_C – T_f$

- **Variables adimensionnelles :**

En tenant compte de ces grandeurs de références ci-dessus, on définit les variables sans dimension suivantes :

$X = x / e$; $Y = y / e$; $\theta = \frac{(T - T_f)}{(T_C - T_f)}$

II.6.1 Forme adimensionnelle des équations

Dans le cadre des hypothèses cite on haut, l'équation différentielle de Laplace qui décrit la propagation de la chaleur dans le milieu moyennant ces variables adimensionnelles prend la forme :

Milieu 1

$$\frac{\partial^2\theta_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\theta_1}{\partial Y^2} = 0$$

Milieu 2

$$\frac{\partial^2\theta_2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\theta_2}{\partial Y^2} = 0$$

Conditions aux limites

- **Milieu 1 (Frontières extérieures) :**

$X=0$; $\forall Y \in [0, +1]$: $\theta = 1$

$X=L/e$; $\forall Y \in [0, +1]$: $\theta = 0$

$Y = +1$; $\forall x \in [0, L/e]$: $\frac{\partial\theta(X,Y)}{\partial Y} = 0$ (surface isolée)

- **Milieu 2 (Frontières extérieures) :**

$X=0$; $\forall Y \in [-1, 0]$: $\theta = 0$

$X=L/e$; $\forall Y \in [-1, 0]$: $\theta = 1$

$Y = -1$; $\forall X \in [0, L/e]$: $\frac{\partial\theta(X,Y)}{\partial Y} = 0$ (surface isolée)

- **Interface Milieu 1 – Milieu 2:**

$Y = 0$; $\forall X \in [0, L/e]$: $\frac{-\lambda 1\, \partial\theta 1}{\partial Y} = \frac{\lambda 2\, \partial\theta 2}{\partial Y}$

(continuité des flux)

: $\theta_1(X,Y) = \theta_2(X, Y)$

II.7 Conclusion

Au cours de ce deuxième chapitre nous avons défini le problème physique à étudier et poser les équations gouvernantes (équation de la chaleur et les conditions aux limites associées) à résoudre en vue de connaitre le champ de température dans les deux milieux et le flux de chaleur sur les faces de contacte.

Les différentes équations peuvent sont alors résolues moyennant une méthode de calcul numérique appropriée (MDF ; MVF ; MEF). Dans notre cas on a adopté le seconde méthode dite des volumes finis.

Conclusion général

Conclusion général

Le but de ce mémoire est d'aboutir à des résultats permettant de comparais l'effet de conductivité thermique sur la propagation de la chaleur pour différent matériaux tout long la géométrie limites.

Pour cela, nous avons choisi cinque matériaux avec des conductivités thermiques différentes pour étudier le rapport de conductivité thermique $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$, par la méthode des volumes finie qui nous aidera à résoudre l'équation de la chaleur, et cela nous permettra de définir numériquement l'effet de conductivité sur la distribution de la chaleur dans les plaques étudie.

Les résultats que nous avons obtenus tendent a relativiser l'effet de la conductivité thermique, en particulier nous avons observé que l'influence de cette dernier est très importante sur le transfert de chaleur dans le système étudier.

Bibliographie

Liste bibliographique

[1] : [Yves JANNOT, TRANSFERTS THERMIQUES, École des Mines, Nancy, 2012]

[2] : [KHALDI Souheyla. GENERALITES SUR LES TRANSFERTS DE CHALEUR, 2019.pdf]

[3] : Pierre Cormault, «Cours de Thermique théorique et pratique», Edition Janvier, 1999.

[4] : [Odin BULLIARD-SAURET, Étude expérimentale de l'intensification des transferts thermiques par les ultrasons en convection forcée. - Grenoble : Mémoire de Thèse de l'Université de Grenoble, 2016]

[5] : [Mustapha BORDJANE, Modes de transfert thermique, cours de l'université des sciences et de la technologie d'Oran « Mohamed Boudiaf », 2017]

[6] : [Jacques Huetz, Mixed convection in molten metals (La convection mixte dans les métaux en fusion), SHF, LA HOUILLE BLANCHE/N° 2/3-182p-1979]

[7] : Dominique Marchio et Paul Reboux, «Introduction Aux Transferts Thermiques », École des mines de Paris,ISBN : 978291176293, 2008, 6,7.

[8] : [Jean-Luc Battaglia, Andrzej Kusiak, Jean-Rodolphe Puiggali, « Introduction aux transferts thermiques », Dunod, Paris, 2010]

[9] : [BEKKOUCHE Sidi Mohammed El Amine, Modélisation du Comportement Thermique de Quelques Dispositifs Solaires, Tlemcen, Mémoire de thèse de l'université d'ABOU-BAKR BELKAÏD, 2009]

[10] : René LELEU, «Transferts De Chaleur » J 1 080, Techniques de l'Ingénieur, traité Sciences fondamentales, 2,4, 10.

[11] : Loan C POPA, «Modélisation numérique du transfert thermique, méthode des volumes finis», 2002, 131.

[12] : [YUNUS A. ÇENGEL et AFSHIN J. GHAJAR, HEAT AND MASS TRANSFER : Fundamentals & Applications, Fifth Edition, New York, Mc Graw-Hill Education, 2015]

[13] : [Eric Goncalvès da Silva. Méthodes et Analyse Numériques. Engineering school. Institut Polytechnique de Grenoble, 2007, pp.99. ffcel-00556967f]

[14] : L. ABDALLAH, B. TAREK, Etude expérimentale des transferts thermiques

[15] : H. BERKANE. Influence de l'effet thermique sur les caractéristiques de la couche limite laminaire sur une paroi lisse. Mémoire de master. Université de Biskra (04/05/2005).

[16] : local muni d'un isolant à base végétale. Mémoire de master, Université kasdi merbah d'Ouargla (2017).

[17] : BERGMAN, Theodore L., INCROPERA, Frank P., DEWITT, David P., Fundamentals of heat and mass transfer. John Wiley & Sons, 2011.

[18] : [Marguerite Gisclon, À propos de l'équation de la chaleur et de l'analyse de Fourier, Le journal de maths des ´élèves, Volume 1 (1998)]

[19]. Maillet, D., Degiovanni, A. 1989. Méthode analytique de conduction inverse appliquée à la mesure du coefficient de transfert local sur un cylindre en convection forcée. Revue de physique appliqué, juillet 1989, vol.24, n°7. p. 741-759.

[20] E. Bilgen. Conjugate heat transfer by conduction and natural convection on a heated vertical wall. Applied Thermal Engineering 29 (2009) 334–339.

[21] Kim D. Viskanta R. Effect of wall conduction and radiation on natural convection in a rectangular cavity Numerical Heat Transfer, 1984, 7, pp. 449-470

[22] S.SHIOWSHIUH, KI.HAYAKAWA, Finite difference simulation for heat conduction with phase change in an irregular food domain with volumetric change, International journal of heat Mass Tranfer, 34(6), 1337-1346,1991

[23] D. RATOVOSON, V. HUON, F. JOURDAN, Etude expérimentale et numérique de la diffusion de la chaleur dans la peau ; influence de la circulation sanguine, 19eme Congrès Français de Mécanique, Marseille, France, 2009.

[24] : A.M. Bianchi, Y. Fautrelle et J. Etay, Transferts thermiques. PPUR presses polytechniques, 2004.

[25] : . Y. Jannot et C. Moyne , Cours Transferts thermiques 2ème année Ecole 2 des Mines Nancy.

[26]: J. P. Holman, Heat Transfer. (Mc Graw-Hill Series in Mechanical Engineering) 2010.

Résumé

Dans ce travail, on a présenté une étude numérique sur la conduction thermique en régime Stationnaire 2D dans une plaque multicouche sous l'effet de conductivité thermique pour différents types de matériaux (le cuivre, l'acier, l'aluminium, nickel et le bois).
Le travail a été réalisé à l'aide d'un code calcule configuré comme suit :

- Fixer des températures chaudes aux parois (gauche supérieure et droite inferieur) et des températures froides aux parois (gauche inferieur et droit supérieure).
- Fixer la plaque inferieure par le matériau (cuivre), et varier la plaque supérieure pour chaque cas avec le matériau (bois, acier, nickel, aluminium).

Dans notre étude on à déterminer les différentes variations des paramètres thermiques tel que le flux de chaleur à la surface de contact ainsi que la distribution de champ de température dans les deux plaques.

Mots clés : conduction thermique, transfert de chaleur, champ de température, flux de chaleur, méthode des volumes finis.

Abstract

In this work, we presented a numerical study on thermal conduction in regime Stationary 2D in a multilayer plate under the effect of thermal conductivity for different types of materials (copper, steel, aluminum, nickel and wood). The work was performed using a compute code configured as follows:

• Set warm temperatures to the walls (upper left and lower right) and cold temperatures to the walls (lower left and upper right).

• Fix the lower plate by the material (copper), and vary the upper plate for each case with the material (wood, steel, nickel, aluminum).

In our study we have to determine the different variations of the thermal parameters such as the heat flux at the contact surface as well as the temperature field distribution in the two plates.

Key words: thermal conduction, heat transfer, temperature field, heat flux, finite volume method.