



Faculté de Technologie
Département d'Hydraulique

Laboratoire de recherche en hydraulique appliquée et environnement (LRHAE)

MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDES

Présenté par :

Kaci Thinhinane

En vue de l'obtention du diplôme de **MASTER en Hydraulique**

Option : Ouvrages et Aménagements Hydrauliques

INTITULE:

La résolution du système d'équations de Saint Venant par la méthode des différences finies - Rupture de barrage -

Soutenu le **12 /10 /2021** devant le jury composé de :

- Présidente : **Mme BENSLIMANE Malika.**
- Promoteur: **Mr IKNI Tahar.**
- Examineur: **Mr BERREKSI Ali.**

Remerciements

Je tiens à remercier vivement mon dévoué promoteur Mr. IKNI .T pour son encadrement et pour sa contribution à travers sa disponibilité, ses remarques et ses conseils qui m'ont beaucoup éclairés et à travers lesquels j'ai apprécié l'utilité de ce mémoire

Mes remerciements vont à tous les membres de ma famille et mes parents. Merci de m'avoir toujours soutenu tout au long de ces années d'études.

Enfin, tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin, que ce soit par leur amitié, leurs conseils ou leur soutien moral, trouveront dans ces quelques lignes l'expression de mes remerciements les plus vifs.

Je remercie, enfin, les membres du jury d'avoir accepté d'examiner ce modeste travail.

Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail à tous ceux qui ont contribué à son aboutissement de
Près ou de loin.*

*A mes parents pour leur disponibilité, conseil, aide matériel et morale ainsi à mes
frères (Mohande, Azzedine, ...).*

*A mes chers amies avec qui j'ai passé des meilleurs moments (Melissa, sarah , selma,
sihem , celia ,zahia, sarah, kenza, aziza,Linda)*

A mes très chères cousines (ouiza ,vanessa ,Fouzia,yassmin,.....)

*Sans oublié bien sur mes formateurs, mes formatrices de département d'Hydraulique
de l'Université de A. Mira de Bejaïa qui m'ont donnée beaucoup de renseignements
durant toute mes années*

Table des matières

Liste des figures
 Liste des symboles
 Liste des tableaux

Introduction générale 1

Chapitre I : Recherche Bibliographique

Introduction 2

I.1 Généralités sur les barrages..... 2

I.1.1 Définition d'un barrage 2

I.2 Différents types de barrages..... 4

I.2.1 Les barrages en béton 4

I.2.2 Les barrages en remblais 7

I.3 Phénomène de rupture d'un barrage 8

I.3.1 Causes de rupture des barrages 8

I.3.2 Modes de rupture des barrages 10

I.4 Exemples de ruptures de barrages..... 11

I.5 Les différents travaux réalisés sur la rupture des barrages 14

Conclusion 15

Chapitre II : modélisation mathématique

Introduction 16

II.1 Hypothèse de base..... 16

II.2 Etablissement des équations du mouvement..... 17

II.2.1 Équation de continuité 18

II.2.2 Équation de la quantité de mouvement..... 19

II.3 Conditions initiales et aux limites..... 22

II.3.1 Conditions initiales 22

A l'extrémité aval du barrage : 22

II.3.2 Conditions aux limites 23

Conclusion 23

Chapitre III: Modélisation numérique

Introduction 24

III.1 Méthode des différences finis 24

III.1.1 Discrétisation du domaine 25

III.1.2 Approximation des dérivées 25

III.2 Convergence d'un schéma 27

III.3 Les schémas explicites et implicites 27

III.3.1	Les schémas explicites.....	27
III.3.2	Les schémas implicites	28
III.4	Critère de stabilité	28
III.5	Viscosité artificielle	29
III.6	Schémas aux différences finies fréquemment utilisés	31
III.6.1	Schéma de Lax-Friedrichs	31
III.6.2	Schéma de TVD Runge-Kutta	32
III.6.3	Schéma de Runge-Kutta ordre 2.....	33
III.7	Organigramme de calcul	35
Conclusion.....		36

Chapitre IV : Application numérique

Introduction		37
IV.1	Etude de l'onde de rupture de barrage dans un canal horizontal	37
IV.1.1	Solution analytique pour le cas sec.....	37
IV.1.2	Le régime d'écoulement	38
IV.1.3	Influence de la hauteur à l'aval sur le régime de l'écoulement	39
IV.1.4	Résultats de la solution analytique pour un écoulement transcritique dans le cas humide	39
IV.1.5	Etude comparative de la solution numérique avec la solution analytique dans le cas..... sec.....	41
Conclusion.....		44
Conclusion générale		45
Bibliographie.....		46

Liste des figures

Figure I. 1 : Coupe schématique de la structure du barrage Saad El Karafa sur le wadi Garawi.....	3
Figure I. 2 : Coupe transversale d'un barrage poids	5
Figure I. 3 : Barrage voûte de Naret 1(Suisse)	5
Figure I. 4: Barrage voûtes multiples de Roselend.....	6
Figure I. 5: Barrage à contreforts d'Ekbatan (Iran).....	6
Figure I. 6 : Barrage mobile de la caserne sur (Couesnon)	7
Figure I. 7 : Barrage en terre homogène avec drain	7
Figure I. 8 : Coupe verticale d'un barrage en enrochement	8
Figure I. 9 : Rupture de barrage des Ouches par érosion interne	10
Figure I. 10 : Rupture de barrage par érosion interne.....	11
Figure I. 11 : Etat du barrage puentes (Espagne) après la rupture	11
Figure I. 12 : Etat du barrage vajont (Italie) après la rupture	12
Figure I. 13 : Etat du barrage de Malpasset après la rupture	12
Figure I. 14 : Le barrage Grand Teton (USA) après la rupture	13
Figure I. 15 : Vue du Barrage Fergoug après la rupture du 25 novembre 1927.....	13
Figure II. 1 : Le flux entrant et sortant d'un domaine élémentaire.....	18
Figure II. 2 : Le flux entrant et sortant d'un domaine élémentaire.....	20
Figure III. 1: Grille de computation de différences finies.....	25
Figure III. 2 : Schéma implicite.....	28
Figure III. 3 : Cas ou le domaine n'est pas défini en amont.....	30
Figure III. 4 : Cas ou le domaine n'est pas défini en amont.....	30
Figure III. 5 : Organigramme de calcul.....	36
Figure IV. 1 : Rupture de barrage avec un lit sec.....	37
Figure IV. 2: Résultats analytiques à $t=1s$, $H_{\text{amont}}=1m$ et $H_{\text{aval}}=(0.1m, 0.14m, 0.5m)$: Variation de la hauteur d'eau $H(m)$; Variation de la vitesse d'écoulement $U (m/s)$; Variation du nombre de Froude Fr ; Variation du débit par unité de largeur $q=hu (m^2/s)$	39
Figure IV. 3: Paramètres de l'écoulement à $t= 1s$ et, $H_{\text{amont}}=1 m$ $H_{\text{aval}}=0.14 m$:a) Variation de la hauteur d'eau $H(m)$; b) Variation de la vitesse d'écoulement $U (m/s)$; c) Variation du nombre de Froude Fr ; d) Variation du débit par unité de largeur $q=hu (m^2 /s)$	40
Figure IV. 4: Paramètres de l'écoulement à $t= 1s$ et, $H_{\text{amont}}=2 m$ $H_{\text{aval}}=0.28 m$:a) Variation de la hauteur d'eau $H(m)$; b) Variation de la vitesse d'écoulement $U (m/s)$; c) Variation du nombre de Froude Fr ; d) Variation du débit par unité de largeur $q=hu (m^2 /s)$	40
Figure IV. 5: Paramètres de l'écoulement à $t= 1s$ et, $H_{\text{amont}}=0.5 m$ $H_{\text{aval}}=0.07 m$:a) Variation de la hauteur d'eau $H(m)$; b) Variation de la vitesse d'écoulement $U (m/s)$; c) Variation du nombre de Froude Fr ; d) Variation du débit par unité de largeur $q=hu (m^2 /s)$	41
Figure IV. 6: Comparaison des résultats numériques et les résultats analytiques dans le cas sec à $t=1s$: a) variation de la profondeur d'eau $H(m)$; b) variation du débit unitaire $q (m^2/s)$	42
Figure IV. 7: Comparaison des résultats numériques et les résultats analytiques dans le cas sec à $t=1 s$: a) variation de la profondeur d'eau $H(m)$; b) variation du débit unitaire $q (m^2/s)$	43
Figure IV. 8: Comparaison des résultats numériques et les résultats analytiques dans le cas sec à $t=1 s$: a) variation de la profondeur d'eau $H(m)$; b) variation du débit unitaire $q (m^2/s)$	44

Liste des symboles

C : Célérité de l'onde de gravité (m/s)
Cn : Nombre de courant
Cw : Célérité absolue (m/s)
dM : Variation de quantité de mouvement
dt : Variation dans le temps
dv : Variation de la vitesse
F(U) : Vecteur flux
Fext : Forces extérieures (N)
Ff : Force de frottement (N)
Fg : Force de gravité (N)
Fp : Force de pression (N)
Fr : Nombre de Froude
g : Accélération de la pesanteur ($\approx 9,81$ N/Kg)
h : Tirant d'eau (m)
i : Indice du maillage suivant la direction x
j : Indice du maillage suivant la direction y (pas de variation dans le temps)
DC : Coefficient de dissipation
Ks : Coefficient de Strickler
L : Longueur du canal (m)
Mn : Coefficient de rugosité de Manning
P : Pression
Pm : Périmètre mouillé (m)
Q : Débit (m³/s)
q : Débit unitaire (m²/s)
S(U) : Vecteur source
S0 : Pente du fond
Sf : Pente d'énergie
Sw : Pente de la surface libre
t : Temps (s)
U : Vecteur d'écoulement
u : Vitesse moyenne de l'écoulement dans une section (m/s)
V : Vitesse d'écoulement (m/s)
Vi : Solution numérique
vi : Solution numérique
Wi : Erreur globale du calcul
x : Abscisse dans l'espace
Z : Côte du canal (m)
 α : Paramètre de pondération
 Δt : Pas de temps
 Δx : Pas de discrétisation spatial
R2 et R3 : Précision
 Γ : Limite du domaine
W : Masse volumique de l'eau (kg/m³)
 γ_w : Poids volumique (kn/m³)
CFL : Courant Friedrich Lewy
BSV : Barré Saint Venant
EDP : Equations aux Dérivées Partielles
CFD : Computational Fluid Dynamics
HPC : Calcul Haute Performance
TVD : Total Variation Diminishing

Liste des tableaux

Tableau I. 1 : Les barrages Algériens avant 1962	3
Tableau IV. 1 : Calcul d'erreur pour le cas 01	42
Tableau IV. 2 : Calcul d'erreur pour le cas 02	43
Tableau IV. 3 : Calcul d'erreur pour le cas 03	44

Introduction générale

Depuis l'antiquité, l'eau joue un rôle primordial dans la qualité de vie sur terre. On considère les besoins en eau potable, en énergie et en irrigation comme fondamentaux et prioritaires. C'est pour cela, l'homme a construit les barrages, ces derniers retiennent des volumes d'eau parfois impressionnants, ils servent à la production hydroélectrique, l'alimentation en eau et la régulation des cours d'eau. Ils peuvent connaître des défaillances de sécurité qui peuvent aboutir à des accidents plus ou moins graves.

La rupture de ces ouvrages engendre généralement une augmentation rapide des débits et des inondations majeurs aux abords des cours d'eau à de grandes vitesses qui peuvent provoquer des menaces sur la sécurité populaire ce qui obligent les scientifiques et les chercheurs de prendre le phénomène au sérieux afin de maîtriser et contrôler cette source.

Notre étude s'intéresse à la simulation numérique, par trois schémas aux différences finies 'explicites' adaptatifs et équilibrés du phénomène de propagation d'onde de rupture du barrage connue sous le nom "**DAM-BREAK**".

Le premier chapitre introduira un rappel sur les différents types de barrages, causes de rupture et modes de rupture qui se terminera par un aperçu sur des exemples de rupture à travers le monde avec quelques travaux effectués.

Les écoulements étudiés sont régis par les équations de Barre de Saint Venant qui ont été établis sur la base des principes de conservation de la masse et de conservation de la quantité de mouvement. Après avoir établi un certain nombre d'hypothèses simplificatrices et des conditions initiales et aux limites caractérisant la nature de l'écoulement, cela fait l'objet du deuxième chapitre.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation du problème, et à la résolution numérique des équations gouvernantes. Trois schémas explicites traitant ce genre de problèmes à savoir le schéma de Lax-Friedrichs, le schéma de TVD Runge-kutta et le schéma de Runge-kutta d'ordre 2 type prédateur et correcteur qui s'ont utilisés avec un ajout de la viscosité artificielle.

L'utilisation de ces schémas implique la prise en compte de certaines conditions de stabilité. Il s'agit notamment du critère de stabilité de Courant Friedrich Lewy (CFL).

Ensuite, le quatrième chapitre représente l'interprétation des résultats numériques obtenus par la simulation de l'onde de rupture de barrage. La comparaison des résultats pour le canal sec est faite avec la solution analytique de Ritter.

Enfin, l'effet des différents paramètres sur l'écoulement, notamment l'effet de nombre de courant, de la hauteur initiale, de la longueur de canal, du pas de discrétisation et de la viscosité artificielle sont étudiés.

Le mémoire se termine par une conclusion générale et des perspectives.

Chapitre I : Généralités sur les barrages

Introduction

Les aménagements hydrauliques tels que les barrages et leurs ouvrages annexes et les matériels associés représentent un risque majeur sur l'environnement et la survie humaine car en cas de rupture de ces ouvrages une grande quantité d'eau se libérera, cette dernière est appelée « onde de submersion ». Afin de comprendre ce phénomène la présente étude va évoquer dans ce chapitre les généralités et les différents types de barrages, ainsi que les risques liés à leurs ruptures avec les études réalisées et des exemples de ruptures à travers le monde et en Algérie.

I.1 Généralités sur les barrages

I.1.1 Définition d'un barrage

Un barrage est un ouvrage artificiel coupant le lit d'un cours d'eau. Il est destiné à réguler le débit du cours d'eau et/ou à stocker un volume d'eau plus ou moins important afin de pouvoir le restituer plus tard, soit à alimenter des villes en eau ou à l'irrigation des cultures, ou bien à produire de l'énergie, hormis pour un usage exclusivement touristique et pour lequel l'idéal est un plan d'eau à niveau constant (Le Delliou, 2003).

D'après Nicolas J. Schlitter-Reinhardt (*A History of Dams*) (Schmitter, 1994) le plus vieux barrage connu a été construit dans l'actuelle Jordanie, près de Jawa. Vers la fin du 4^e millénaire avant J.-C. En Egypte, les pharaons font construire des barrages pour l'alimentation en eau des villes (un barrage de 115 mètres de long fut construit dans le Garawi vers 3000 av. J.-C)(figure I.1) (Minari, 2018), composé d'une partie centrale imperméable avec deux épaulements en enrochement étant le premier « vrai barrage » il fut détruit par submersion au cours de sa construction à cause de l'absence d'un évacuateur de crue. Ces ouvrages ne pouvaient pas résister efficacement contre des phénomènes comme les crues des cours d'eaux sur lesquels ils étaient établis à cause des connaissances techniques hydrologiques et météorologiques de l'époque qui n'étaient pas encore développées. Les travaux d'histoire et d'archéologie situent la première rupture référencée d'un barrage entre 2650 et 2465 av. J.-C. dans la région du Caire (Le Delliou, 2003).

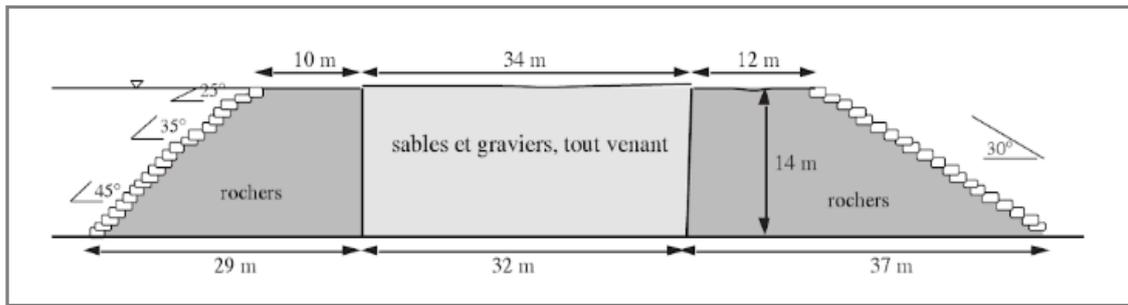


Figure I. 1 : Coupe schématique de la structure du barrage Saad El Karafa sur le wadi Garawi (Le Delliou, 2003)

Pour l’Algérie, les barrages ont été conçus à partir du 19ème siècle. Elle ne disposait que de 15 barrages à la fin de la période coloniale sur tout le territoire (Tableau I.1). Aujourd’hui après des investissements considérables dans le secteur de l’hydraulique, 79 barrages sont exploités à travers le pays (14 barrages dans la région Ouest, 17 dans la région Chélif, 18 au Centre et 30 barrages pour la région Est) (Bouزيد, 2010).

Tableau I. 1 : Les barrages Algériens avant 1962 (Bouزيد, 2010)

Nom	Oued	Année de construction	Volume initial (hm ³)
Meurad	Djabroun	1852-59	0,8
Tlelat	Tlelat	1869-70	0,7
Fergoug	Habra	1865-71 puis 1882	30
Cheurfas	Sig	1880-82	3
Cheurfas	Sig	1886-92	18
Djidiouia	Djidiouia	1857-77	0,7
Hamiz	Hamiz	1869-94	14
O.Fodda	Fodda	1932	228
Boughzoul	Chelif	1934	55
Bakhadda	Mina	1936	56
Ghrib	Chelif	1939	280
Foum El Gueiss	Gueiss	1939	3,4
K’sob	K’sob	1940	12,4
Zardezas	Saf-Saf	1946	14,9
Beni Bahbel	Tafna	1946	63
Bouhanifia	Hammam	1948	73

I.2 Différents types de barrages

Il existe plusieurs types de barrages, chaque barrage a ses caractéristiques : on peut citer en premier ; la géologie du site (la nature des roches, type de fondation sur laquelle va se poser le corps du barrage, la nature des granulats extraits sur le site de construction), en deuxième lieu on trouve la topographie (la largeur de la vallée, l'altitude du site), plusieurs critères techniques et économiques sont pris en compte, c'est pour cela qu'il n'existe pas de barrage type standard.

Les barrages peuvent être classés suivant deux grandes catégories :

- Les barrages rigides, en béton ou en maçonnerie ;
- Les barrages souples, en remblais.

Les barrages rigides font l'objet de plusieurs méthodes de calcul tel que : la résistance des matériaux et la théorie de l'élasticité. Les barrages souples plus précisément les barrages en terre, désignent l'un des principaux domaines d'application de la mécanique des sols.

I.2.1 Les barrages en béton

Les barrages en béton supportent mal les efforts de traction. En effet leurs fondations doivent être de qualité la plus homogène possible de façon à éviter les tassements différentiels. On trouve principalement 5 types de barrages en béton :

- Le barrage-poids ;
- Les barrages-voûtes ;
- Les barrages à voûtes multiples ;
- Les barrages à contreforts ;
- Les barrages-mobiles.

a) Les barrages poids

Les barrages poids en béton sont très proches mécaniquement des barrages en maçonnerie, ils sont parmi les plus anciens construits au début du XX^e siècle, caractérisés par leurs différentes formes (forme rectangulaire simple pour les plus petits, forme triangulaire de façon classique, forme audacieuse plus élancée dans la partie supérieure à la fois pour des raisons architecturales et de quantité de matériau mis en œuvre).

La stabilité de ce type de barrages contre la poussée hydrostatique est assurée par leurs propre poids (Figure I.2). Ils présentent l'avantage de pouvoir être construits sur de grands linéaires et sont donc généralement implantés dans de larges vallées ayant une fondation rocheuse ou lorsque les matériaux de construction sont abondants et facilement accessibles localement.



Figure I. 2 : *Coupe transversale d'un barrage poids (Rahmani, 2014)*

a) Les barrages-voûtes

Ils sont généralement en béton dont la forme est dessinée de façon à transmettre les efforts de poussée de la retenue vers les rives, les plus anciens sont en maçonneries construits par plots indépendants ils n'opposent pas leurs poids qui est trop faible à la poussée hydrostatique, en effet ils rapportent les poussées qu'ils reçoivent vers leurs appuis latéraux (Figure I.3). Aujourd'hui, ils sont souvent préférés à tous les autres types pour les sites de grande hauteur (plus de 150 m).



Figure I. 3 : *Barrage voûte de Naret I(Suisse) (Rahmani, 2014)*

b) Les barrages à voûtes multiples

Composés d'un mur amont en béton, ils s'appuient sur des multiples voûtes (Figure I.4), et représentent environ 5% des barrages dans le monde, conçus pour répondre à des conditions topographiques particulières, cela contribue au bénéfice des économies de matériaux des voûtes avec la capacité d'implantation dans des larges vallées.



Figure I. 4: Barrage voûtes multiples de Roselend (Rahmani, 2014)

c) Les barrages à contreforts

Les barrages contreforts sont construits sur des larges vallées avec une fondation rocheuse constitués d'un mur en béton (Figure I.5), peuvent être une solution économique car le barrage poids nécessite une grande quantité de matériaux. Les parements amont sont en général fortement inclinés de manière à transmettre directement les forces au pied des contreforts.



Figure I. 5: Barrage à contreforts d'Ekbatan (Iran) (Mihoubi, 2012)

d) Les barrages-mobiles

Ils sont constitués par un seuil en béton en fond de rivière, et de piles parallèles à l'axe de cette dernière et des vannes de grande largeur entre ces piles (Figure I.6). Ce type d'ouvrage peut être fondé sur des matériaux de qualité mécanique plus faible comme des alluvions graveleuses.

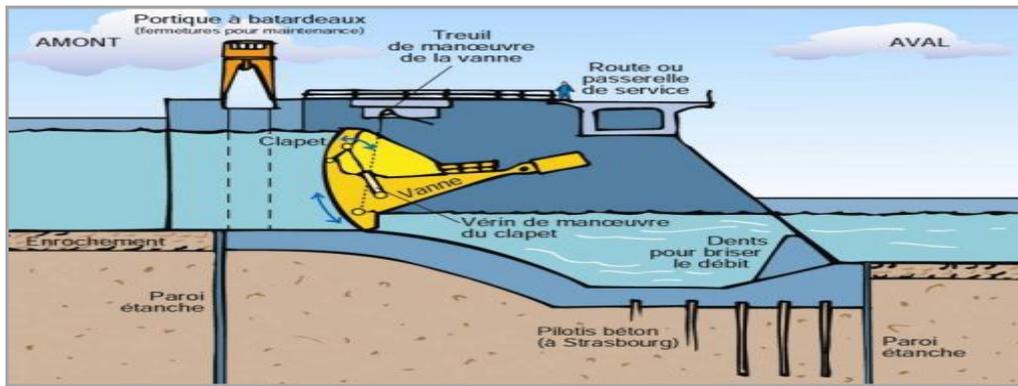


Figure I. 6 : Barrage mobile de la caserne sur (Couesnon) (Mihoubi, 2012)

I.2.2 Les barrages en remblais

On appelle barrages en remblais tous les barrages constitués d'un matériau meuble, qu'il soit très fin ou très grossier (enrochements).

On distingue deux types de barrage en remblais :

- les barrages en terre homogène;
- les barrages en enrochement.

a) Les barrages en terre homogène

Les barrages en terre homogène sont des digues en remblai constituées d'un seul matériau meuble suffisamment imperméable pour assurer à la fois l'étanchéité et la résistance. Ils sont accompagnés de dispositifs de drainage contre la filtration (Figure I.7). La terre est généralement mise en place par compactage. Ils sont souvent adaptés au site ayant une fondation déformable Par contre, ils ne supportent pas bien les variations rapides du plan d'eau et ne supportent pas ou très peu la submersion par dessus la crête.

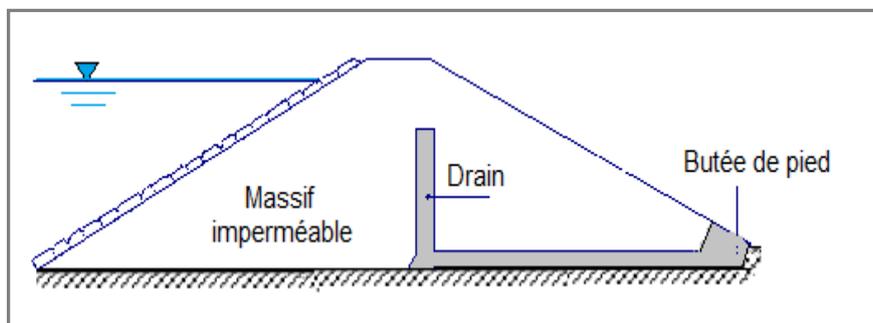


Figure I. 7 : Barrage en terre homogène avec drain (Mihoubi, 2012)

a) Les barrages en enrochement

Ils sont constitués de plusieurs types de matériaux disposés de façon à assurer séparément les fonctions de stabilité du barrage et d'étanchéité (Figure I.8). Ils sont composés de talus très raides qui servent à réduire la quantité de matériaux à mettre en place. Le découpage du corps du

barrage en matériaux différents est appelé zonage. Il permet de faire de grandes économies dans les volumes mis en œuvre et d'utiliser au mieux les matériaux disponibles sur le site.

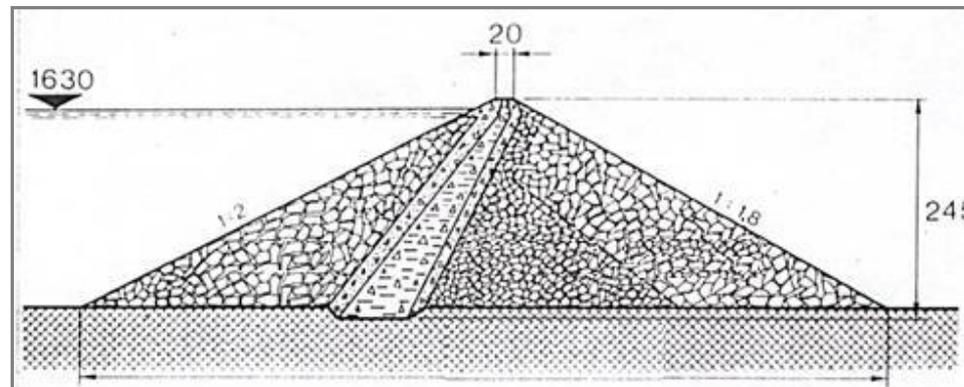


Figure I. 8 : Coupe verticale d'un barrage en enrochement (Rahmani, 2014)

I.3 Phénomène de rupture d'un barrage

La rupture totale et rapide d'un barrage est considérée comme un risque technologique majeur. La quantité d'eau libérée a un potentiel destructeur considérable. Celui-ci a un impact sur la population (mort par noyade ou ensevelissement, destruction de l'habitat, des axes de communication), les biens (y compris, d'autres barrages qui seraient situés à l'aval) et l'environnement (destruction de la faune et de la flore par l'eau, pollutions induites par la destruction de sites industriels,...etc). (L'icold, 1995) établit une analyse statistique des ruptures de barrages documentée à l'échelle mondiale. Le taux de rupture des ouvrages a diminué de 2,2% pour les barrages construits avant 1950 à un taux de 0,5% pour ceux construits après cette date. Les ruptures concernent surtout des ouvrages jeunes et surviennent dans 70% des cas dans la première décennie d'exploitation, et le plus souvent la première année de vie de l'ouvrage, lors de la première mise en eau.

I.3.1 Causes de rupture des barrages

La plupart des causes de rupture des barrages sont relativement liées à des phénomènes naturels non conformes aux prévisions faites au moment du projet, les cas de défaillance de la structure du barrage sont rares, surtout à l'époque récente, cela vaut pour tous les types de barrages.

Parmi les principales causes de rupture des barrages on peut citer :

- **Causes hydrologiques**

La sous-estimation du volume du débit des crues que chaque ouvrage peut-être amené à supporter dans sa vie est un défaut très fréquent des projets les plus anciens, cela se produit encore dans les pays dont le régime hydrologique n'est étudié que depuis peu de temps. La gravité des conséquences est très variable selon le type d'ouvrage, on constate que les projets récents sont conçus pour supporter des crues bien plus importantes, et que beaucoup de barrages anciens ont été modifiés pour offrir une sécurité accrue de ce point de vue.

- **Causes géotechniques**

Pendant longtemps, on a considéré que la fondation d'un barrage était essentiellement sollicitée par les forces directement appliquées par le barrage, ce n'est qu'avec le temps et à la suite d'accidents qu'on a pris conscience de l'importance déstabilisatrice de l'eau, à travers les forces de sous-pression. Ainsi, l'instabilité de la pente à l'aval peut causer le déplacement de la surface phréatique. De ce fait, les reconnaissances géologiques et géotechniques réalisées à l'appui des projets récents sont beaucoup plus complètes qu'autrefois ; des méthodes d'investigation nouvelles sont apparues (essais mécaniques en sondages, méthodes géophysiques spécifiques). Néanmoins, des faiblesses localisées (failles, joints remplis d'argile) échappent encore parfois à l'étude et constituent statistiquement une cause importante de rupture.

- **Tremblements de terre**

On craint beaucoup ce type d'évènements, susceptible en principe de provoquer de graves désordres dans les barrages de tous les types : forte amplification des accélérations au niveau de la crête. Les barrages construits à partir d'un remblai argileux sont beaucoup moins susceptible aux dommages causés par les tremblements de terre. L'analyse du comportement des barrages soumis à des séismes a fait d'énormes progrès ces dernières années. Ces études semblent confirmer que le risque potentiel d'endommagement grave d'un barrage sous une forte secousse est réel.

- **Défaut des organes de sécurité**

Le plus fréquent est une défaillance des vannes d'évacuation des crues qu'on ne peut ouvrir à temps pour laisser passer l'eau. Les raisons sont multiples, la plus fréquente est la défaillance de l'alimentation en énergie (lignes coupées par la crue, groupes de secours hors service).

- **Défaut de surveillance**

Tout accident est dû à une combinaison de causes ; parmi celles-ci, le manque de surveillance de l'ouvrage est presque toujours invoqué : système d'auscultation mal conçu (hors service ou tout simplement non exploité). Les grands exploitants de barrages estiment qu'une auscultation systématique, régulièrement et instantanément interprétée constitue avec la surveillance visuelle, la base de la sécurité de leurs ouvrages.

I.3.2 Modes de rupture des barrages

La défaillance du barrage peut être rapide ou lente, cela peut aller de quelques secondes pour la rupture d'une voûtes en béton à plusieurs heures pour un barrage en remblais, dans le cas d'une rupture totale du barrage on considère qu'elle intervient dans la plus haute section, pour les barrages d'une grande longueur la rupture peut se produire à plusieurs endroits qui doivent être localisés par des analyses.

Il existe trois modes de rupture primordiaux :

- **L'érosion externe**

Ce mode de rupture survient lorsque le niveau d'eau amont dépasse la hauteur de crête du barrage cela causera la submersion de l'ouvrage (Figure I.9), elle est la principale cause de rupture pour les barrages en remblai.



Figure I. 9 : Rupture de barrage des Ouches par érosion interne (Chanson, 2006)

- **L'érosion interne**

Un écoulement à travers le remblai va provoquer l'arrachement des particules fines d'un sol sous l'effet du gradient hydraulique vers l'aval soit par érosion régressive dans un conduit, soit de manière diffuse dans une zone plus importante (suffusion). Elle peut se développer en aboutissant à la formation d'un conduit appelé « renard » (Figure I.10) qui relie la retenue et le pied aval et qui

s'agrandit très rapidement jusqu'à la rupture totale. Ce mécanisme est particulièrement dangereux car une fois initié il peut être très rapide.

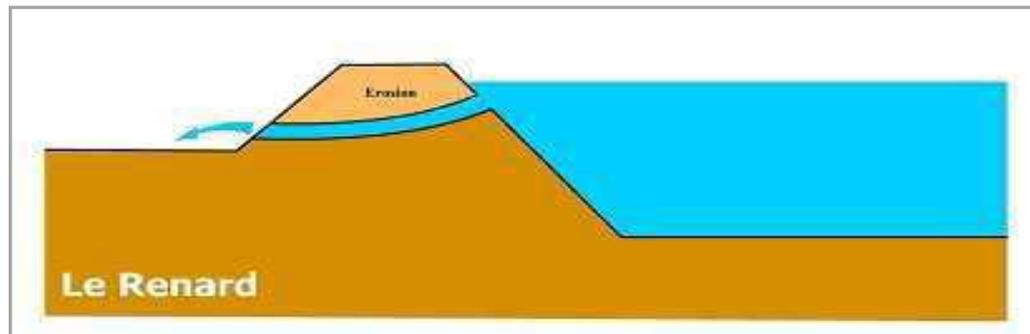


Figure I. 10 : Rupture de barrage par érosion interne (Chanson, 2006)

- **Le glissement des talus amont ou aval**

La pression interstitielle au sein du remblai et la raideur des talus peuvent sous certaines conditions causer une instabilité des talus emportant un volume plus ou moins important de matériaux menant à la rupture de l'ouvrage.

I.4 Exemples de ruptures de barrages

Les statistiques récentes relatives aux ruptures des barrages révèlent que 200 ruptures de barrage ont eu lieu au XX^e siècle. Elles ont été responsables de la mort de plus de 8000 personnes et de milliards de dommages. En fait, les dernières compilations montrent que la probabilité de rupture d'un barrage durant sa durée de vie de 100 ans est de 1% environ (Duffaut, 2009).

- **Le barrage de Puentes en Espagne**

Construit de 1785 à 1791 dans le but d'irriguer la région de Murcie, il est un barrage poids (l'un des plus grand en Europe), le 30 avril 1802 à 15h, le barrage cède sous une pression causant la mort de 608 personnes dans la ville de Lorca (Figure I.11).



Figure I. 11 : Etat du barrage puentes (Espagne) après la rupture (Schuster ,1986)

- **Barrage de Vajont en Italie**

Le barrage est situé à 100 km de Venise au pied du mont Toc dans la province de Belluno, il est de type voûte, construit de 1956 à 1959 est mis en service en 1960. Pour des raisons économiques le barrage fut rempli à son maximum en 1963. Des mouvements de terrain se font alors sentir, le 9 octobre à 22h39, plus de 260 millions de mètres cubes de terre et de roche se déversent à plus de 90km/h dans la retenue d'eau provoquant deux énormes vagues de 25 millions de mètres cubes vers l'amont et l'aval du barrage (Figure I.12) , la vague se déverse dans la vallée et détruit les villes de (Langarone, Pirago, Rivalta, Villanova et Faè), le bilan humain est extrêmement lourd plus de 1900 morts. Depuis, Le barrage n'a jamais été exploité.



Figure I. 12 : *Etat du barrage vajont (Italie) après la rupture (Schuster ,1986)*

- **Le barrage de Malpasset**

Le barrage est situé dans la vallée de Reyran près de Fréjus. C'est un barrage voûte, il est construit en 1954. Il constitue un réservoir d'eau indispensable dans la région qui est touchée par la sécheresse. Le 2 décembre, une vague de plus de 40 m de haut et 50 millions de mètres cubes d'eau s'engouffrent dans la vallée (Figure I.13), 423 personnes dont des enfants trouvent la mort un millier d'immeubles sont endommagés, dont 155 complètement détruits, 3 000 hectares de terres agricoles sont dévastés.

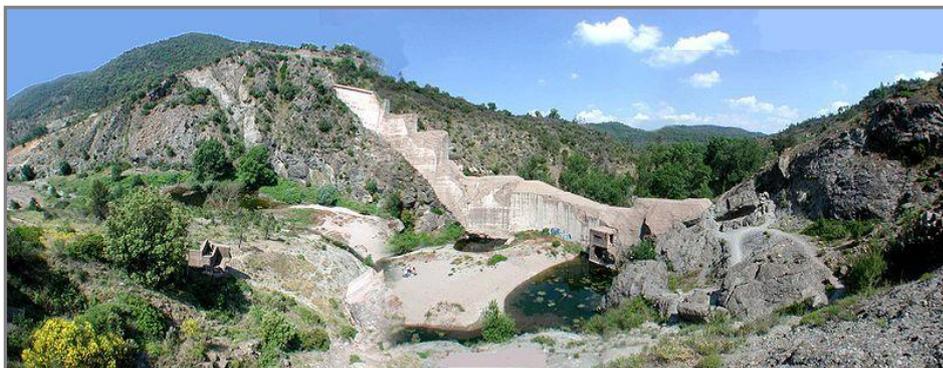


Figure I. 13 : *Etat du barrage de Malpasset après la rupture (Bruel, 1959)*

- **Le barrage de Grand Teton US**

Le barrage de Grand Teton a été construit en 1972 au Etats-Unis dans la région de l'Idaho. Le 5 juin 1976, à 11h57 une brèche apparaît dans le barrage. L'onde de submersion tua 14 personnes (figure I.14), des villes entières furent détruites (plusieurs milliers d'habitations), plus de 40 500 hectares de terres agricoles ravagées et 16 000 têtes de bétail perdues.



Figure I. 14 : *Le barrage Grand Teton (USA) après la rupture (Marche, 2004)*

- **Barrage de FERGOUG (wilaya de Mascara, Algérie)**

Le barrage est construit de 1865 à 1871 en travers de l'oued Habra. C'était un barrage poids d'une longueur de 316 mètres, y compris 128 mètres de réservoir sa hauteur est de 40 mètres. Le 10 mars 1872, une crue estimée à $700\text{m}^3/\text{s}$ provoqua la rupture du réservoir en créant une brèche de 55 mètres de longueur et 12 mètres de hauteur. Provoquant des dégâts importants, après cet événement le barrage a été rétabli avec des améliorations sur les fondations en 1878. Le vendredi 25 novembre 1927, le niveau de l'eau augmentait obligeant les responsables du barrage à ouvrir les vannes d'évacuation à leur débit maximum, le barrage se mettait à vibrer, il fléchissait au milieu. Le barrage à été complètement détruit (Figure I.15).



Figure I. 15 : *Vue du Barrage Fergoug après la rupture du 25 novembre 1927(Bruel ,1959)*

I.5 Les différents travaux réalisés sur la rupture des barrages

Nous allons nous intéresser à des travaux scientifiques qui ont été consacrés à l'étude de la rupture de barrage et nous les classons par ordre chronologique.

Ritter (1982) a utilisé les hypothèses simplificatrices telles que : le canal rectangulaire, pente nulle, fond aval sec et pertes d'énergies dues aux frottements négligeables, il fut le premier à avoir travaillé sur l'onde de rupture d'un barrage avec des résultats et solutions analytiques.

Traore et Diallo (2001) ont étudié la modélisation numérique de la rupture d'un barrage à l'aide d'un écoulement transitoire. L'étude utilisée est basée sur la résolution numérique des équations de Saint Venant unidimensionnel avec la méthode des différences finies par le schéma explicite de Gabutti, elle donne des résultats satisfaisants. La validation du modèle a été réalisée sur les résultats trouvés dans les travaux de Bellos et Sakkas.

Zouaoui (2005) s'est intéressé à la modélisation et simulation de la propagation de l'onde au sein d'un écoulement à surface libre, dans son mémoire de fin d'études. Il a également résolu les équations de Saint Venant bidimensionnelles avec la méthode des différences finies en utilisant un schéma de Gabutti.

Chanson (2006) présente une série de solutions analytiques relatives à la rupture instantanée dans un canal rectangulaire, prismatique, et un fond aval initialement sec, avec un réservoir semi-infini, dans son article publié dans HOUILLE BLANCHE. Les résultats de ces solutions théoriques ont été confrontés à des résultats de travaux expérimentaux réalisés dans des canaux de grandes tailles.

Toubache (2006), dans son mémoire de fin d'études réalisé à ENP, l'auteur a réalisé un travail portant sur la détermination des caractéristiques hydrauliques d'une onde de submersion issue d'un effondrement total et instantané d'un barrage, avec l'élaboration d'une carte d'inondation à l'aval du barrage de Bordj Bou Arreridj.

Li (2007) a étudié deux modèles unidimensionnel et bidimensionnel, pour le calcul des écoulements liés à la rupture d'un barrage. Les deux modèles sont basés sur la résolution des équations de Saint Venant en utilisant la méthode des volumes finis. Ensuite ils ont été couplés et utilisés pour simuler la propagation des vagues dans le canal aval.

Soares-Frazae et Zach (2007) ont réalisés un travail expérimental et de modélisation pour étudier l'impact de la rupture d'un barrage sur une ville située à l'aval à l'échelle du laboratoire, dans le but d'analyser les effets de la profondeur et de la vitesse de l'écoulement sur la ville, et aussi de valider les équations de Barré Saint Venant bidimensionnelles résolues par la méthode des volumes finis avec les résultats expérimentaux.

Edom (2008) a étudié les fondations théoriques du calcul numérique des ondes de crue de rupture du barrage basé sur la méthode de Godunov, permettant de simuler l'onde de rupture du barrage sur des lits irréguliers en tenant compte de la viscosité, du frottement et du transport des sédiments. La validation des résultats a été faite avec la comparaison entre les solutions analytiques et les résultats expérimentaux.

Lukas Strauss (2010) a effectué un travail portant sur la simulation numérique de la rupture d'un barrage avec un logiciel CFD (Computational fluid dynamics). Le solveur interprète l'écoulement par la résolution des équations de Navier-Stokes en utilisant la méthode des volumes finis.

Mihoubi (2012) a fait une modélisation numérique de rupture du barrage de Boukerdane (Sidi Amar -Tipasa), pour différentes valeurs du coefficient de frottement sur le fond, une simulation numérique bidimensionnelle a été réalisée avec le code TELEMAC-2D qui résout les équations de Saint Venant avec la méthode des éléments finis.

Balit (2013) a étudié numériquement un écoulement à surface libre due à la rupture de barrage (barrage de Béni Haroun) avec un modèle VOF (volume of fluide).

Machalinska-Murawska et Szydlowski (2013) ont utilisé deux schémas numériques explicites (Lax-Wendroff et MacCormack) pour la simulation numérique d'un écoulement à surface libre graduellement varié avec les équations de Saint Venant 1D.

Naik et Khatua (2015) ont étudié l'onde de rupture de barrage à l'aide de la méthode des différences finies basée sur le schéma explicite de MacCormack pour la simulation les équations de Saint Venant.

Hooshyaripor (2017) a présenté une étude expérimentale sur l'inondation instantanée de rupture de barrage sous différentes capacités et longueurs de réservoir dans lesquelles les pentes latérales changent. Divers facteurs hydrologiques, hydrauliques, morphologiques et géotechniques influencent les caractéristiques de l'écoulement du à la rupture de barrage. Pour étudier le rôle de ces facteurs, les modèles expérimentaux et numériques ont été très utiles.

Conclusion

Les ruptures des barrages sont rares, dans le cas contraire leur rupture engendre des dégâts importants. C'est pour cela de nombreux chercheurs et scientifiques ont réalisés des différentes études afin d'élaborer des modèles de prévision sur ce phénomène. Dans ce chapitre nous avons vu les différents types de barrages, les causes et quelques exemples de rupture de barrage.

Et comme étude bibliographique, nous avons aussi cité quelques études réalisées sur les ruptures des barrages afin de nous initier aux travaux de modélisation et de simulation de ce phénomène.

Chapitre II : modélisation mathématique

Introduction

La mécanique des fluides est une science qui traite les lois des écoulements et les mouvements des particules dans un fluide. Elle a de nombreuses applications dans divers domaines comme l'ingénierie navale, l'aéronautique, mais aussi la météorologie, la climatologie ou encore l'océanographie. On distingue plusieurs branches liées à la mécanique des fluides : l'hydraulique, l'hydrodynamique, l'aérodynamique,

Une nouvelle approche a vu le jour depuis quelques décennies: la mécanique des fluides numérique (CFD ou Computational Fluid Dynamics), qui simule l'écoulement des fluides en résolvant les équations qui les régissent. Afin d'étudier le mouvement des particules de fluide on procède à fixer des particules matérielles, très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres dans un espace défini et à un instant donné, puis on applique les principes physiques et mécaniques qui permettent la mise au points de formulations mathématiques et des principes de l'écoulement.

La présente étude s'appuiera sur deux principes :

- Le principe de conservation de la masse ;
- Le principe de conservation de la quantité de mouvement.

II.1 Hypothèse de base

Les formulations mathématiques, sont des schématisations de la réalité qui permettent de calculer les grandeurs qui les intéressent, ne peuvent avoir lieu qu'après avoir fixé auparavant un certain nombre d'hypothèses (Rahmani, 2014) :

Les divers éléments d'un modèle mathématique sont :

- Un domaine de l'espace où l'on va calculer des écoulements et une représentation de la topographie des fonds ;
- Un système d'équations à résoudre dans ce domaine accompagné de conditions aux limites qui représentent l'interaction entre domaine modélisé et l'extérieur à ce domaine (amont-aval) ;
- Une discrétisation et une méthode de résolution.

Les principales hypothèses simplificatrices sont (Rahmani, 2014) :

- Liquide incompressible ;
- Ecoulement unidimensionnel ;
- La pente du canal est faible telle que $\sin \alpha \approx \tan \alpha$ et $\cos \alpha \approx 1$;
- Le canal est à section transversale rectangulaire ;
- Distribution hydrostatique des pressions, ceci est valable si l'accélération verticale est faible c'est-à-dire, si la variation de la surface de l'eau avec la distance est graduelle ;
- Répartition uniforme des vitesses transversales ;
- Les pertes de charge par frottement d'un écoulement non permanent peuvent être calculées en utilisant les formules d'un écoulement permanent uniforme ;
- Les contraintes tangentielles au fond du canal sont prépondérantes sur les autres contraintes.

II.2 Etablissement des équations du mouvement

Les équations dites “de Barré de Saint-Venant”, publiées en 1871 (Saint-Venant, 1871) occupent encore aujourd'hui une place primordiale dans les études en hydraulique maritime ou fluviale. Ces équations décrivent une large gamme d'écoulements à surface libre en eaux peu profondes, d'où leur appellation anglaise “Shallow Water Equations”, ces équations sont donc appropriées pour effectuer les simulations hydrodynamiques des événements catastrophiques tels que les inondations, rupture de barrage ou tsunamis. Elles sont obtenues à partir d'une intégration des équations de Navier-Stokes auquel est adjointe l'hypothèse de distribution hydrostatique de la pression, elles ont en commun avec celles de Saint-Venant le caractère hyperbolique.

Les équations de Barré de Saint Venant unidimensionnelles sont écrites sous certaines hypothèses qui sont les suivantes (Marc, 2002) :

- La distribution des pressions est considérée comme hydrostatique dans une section. Cette hypothèse de pression hydrostatique impose des accélérations verticales faibles devant la pesanteur ;
- Le liquide est incompressible, sa masse volumique est donc constante ;
- La pente de la surface libre est faible. Soit z, i et α , la cote, la pente et l'angle du fond du canal respectivement. Pour un angle α petit :

$$\text{On a:} \quad \sin \alpha \cong \tan \alpha = i = -\frac{dz}{dx} \quad (\text{II.1})$$

- La vitesse est supposée constante dans une section.

II.2.1 Équation de continuité

C'est l'équation qui traduit le principe de la conservation de la masse. Ce dernier permet d'établir une relation entre certaines caractéristiques du fluide et ses mouvements indépendamment des causes qui les provoquent, Ainsi, la masse fluide reste constante tout au cours de l'écoulement autrement dit il n'y a ni apport extérieur, ni prélèvement de masse (Carlier, 1972).

Considérons le mouvement d'une masse liquide de volume $dx dy dz$ comme le montre la figure (II.1) suivante :

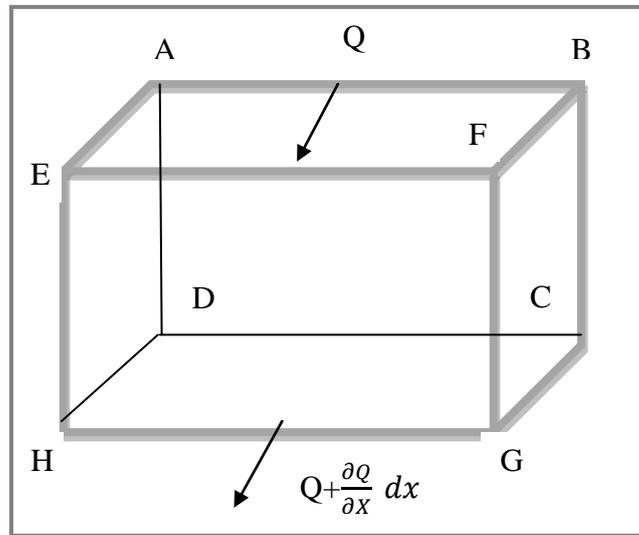


Figure II. 1 : Le flux entrant et sortant d'un domaine élémentaire

a) A la section ABCD : $t = t$

$$Q dt \tag{II.2}$$

b) A la section EFGH : $t = t + dt$

$$\left[Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right] dt \tag{II.3}$$

La variation du flux entre ces deux sections pendant le temps dt , est la différence entre le volume entrant et celui sortant :

$$\left(- \frac{\partial Q}{\partial x} \right) dx dt \tag{II.4}$$

Cette variation est due au déplacement de la ligne d'eau entre t et $t+dt$ qui engendre une augmentation du volume (Figure II.1).

$$ds dx = \frac{\partial s}{\partial x} dt dx \quad (\text{II.5})$$

$$\left(-\frac{\partial Q}{\partial x}\right) dx dt = \frac{\partial s}{\partial t} dt dx \quad (\text{II.6})$$

D'où

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial s}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.7})$$

On a : $s = b * h$ et $Q = u * s$ donc on aura :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.8})$$

Si un débit supplémentaire sort (ou entre) dans le canal entre les deux sections, il faut modifier l'équation (II.3) telle que :

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial s}{\partial t} + qi = 0 \quad (\text{II.9})$$

II.2.2 Équation de la quantité de mouvement

L'équation de conservation de quantité de mouvement s'obtient par application du principe fondamentale de la dynamique sur un volume de contrôle au sein d'un écoulement pour un fluide incompressible (Chaudhry, 2008).

Nous considérons deux sections d'abscisses x et $x + dx$. Elles délimitent un volume liquide auquel nous appliquons le théorème de la quantité de mouvement qui traduit la deuxième loi de Newton appliquée à la masse M . Il consiste à écrire la variation de quantité de mouvement $\frac{dM}{dt}$ entre x et $x + dx$ est égale à la somme des forces extérieures ($\sum F_p$) appliquées au volume considéré. Il s'agit d'une égalité vectorielle, que nous allons utiliser en projection sur l'axe du fond du chenal. Les forces extérieures sont la gravité (action de la pesanteur) F_g , les forces de pression F_p et les force de frottement F_f (Figure II.2).

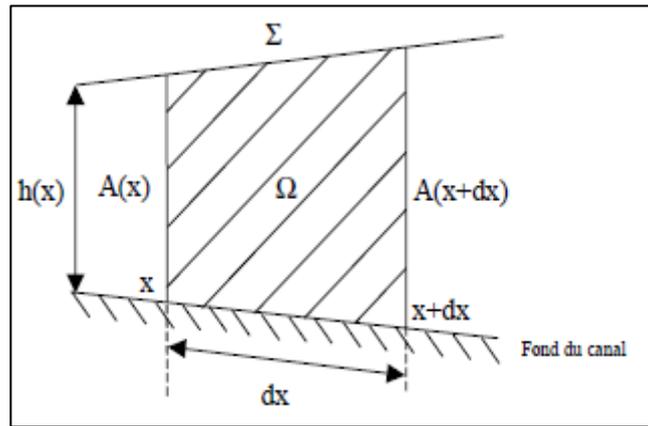


Figure II. 2 : Le flux entrant et sortant d'un domaine élémentaire

$$F_{\text{ext}} = F_{\text{pression}} + F_{\text{gravité}} + F_{\text{frottement}} \tag{II.10}$$

a) la force de gravité (inertie) vaut Avec $i = \sin \alpha$:

$$F_{\text{gravité}} = \rho g A \sin(\alpha) dx \tag{II.11}$$

Où α correspond à l'angle formé par l'horizontale et le radier du canal.

b) La force de frottement : est due à une contrainte de cisaillement et agit sur le Périmètre mouillé. Elle s'exprime par la relation :

$$F_{\text{frottement}} = -\tau_0 P dx = -\rho g A s_f dx \tag{II.12}$$

τ_0 : Force de frottement par unité de surface.

P : périmètre mouillé.

s_f : Est la pente de la ligne de charge au total appelée frottement de résistance. Elle est donné par une relation de type Chézy.

On rencontre plus communément ce terme exprimé sous la forme de la relation de Manning-Strickler :

$$S_f = \frac{Q^2}{K_s^2 A^2 R_h^{4/3}} = \frac{u^2 M_n^2}{R_h^{4/3}} \tag{II.13}$$

Avec K_s : Coefficient de Strickler.

M_n : Coefficient de Manning.

c) La force de pression :

$$F_{\text{pression}} = -\rho g \frac{\partial h}{\partial x} A dx \tag{II.14}$$

En appliquant le principe fondamental de la dynamique, on obtient :

$$\sum F_{\text{ext}} = m \frac{du}{dt} = \rho A dx \frac{du}{dt} \quad (\text{II.15})$$

$$\sum F_{\text{ext}} = +\rho A g dx \sin(\alpha) - \rho g A s_f dx - g \rho \frac{\partial h}{\partial x} A dx \quad (\text{II.16})$$

A partir des relations (II.11) et (II.12) :

$$\frac{du}{dt} = g \sin(\alpha) - g s_f - g \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{II.17})$$

La définition de la dérivée particulaire nous permet d'écrire :

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{II.18})$$

On remplaçant l'équation (II.13) dans l'équation (II.14) on aura finalement :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(S_0 - S_f) \quad (\text{II.19})$$

(a) (b) (c) (d) (e)

- (a) Terme d'inertie dépend du temps donc de la vitesse de montée de la crue ;
- (b) Deuxième terme d'inertie (accélération convective) dépend de la géométrie des canalisations ;
- (c) désigne pression, lié à la pente de la surface libre ;
- (d) La gravité ;
- (e) Terme de frottement, lié aux pertes de charges.

Les équations (II.4) et (II.15) représentent la paire d'équations connue sous le nom du chercheur français de Barré de Saint Venant :

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \end{cases} \quad (\text{II.20})$$

Formulation en débit :

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Q^2/S)}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

la forme conservative de Barré de Saint Venant est (Graf , 1998):

$$U_t + F(U)_x = S(U) \quad (\text{II.22})$$

Avec :

$$U = \begin{pmatrix} h \\ hu \end{pmatrix} \quad F(U) = \begin{pmatrix} hu \\ hu^2 + 0.5gh^2 \end{pmatrix} \quad S(U) = \begin{pmatrix} 0 \\ gh(S_0 - S_f) \end{pmatrix} \quad (\text{II.23})$$

II.3 Conditions initiales et aux limites

On utilise des conditions initiales et des conditions aux limites pour résoudre les équations de Barré de Saint Venant.

II.3.1 Conditions initiales

On suppose qu'avant la rupture de barrage l'eau est initialement au repos, la profondeur d'eau en amont et la hauteur de l'eau à l'aval est nul (sec).

La vitesse a été initialisée par une valeur nulle (Rahmani, 2014) :

A $t=0$ on a :

A l'extrémité amont du barrage :

$$h(0, x) = h \quad (\text{II.24})$$

A l'extrémité aval du barrage :

$$h(0, x) = 0 \quad (\text{II.25})$$

A l'amont et l'aval du barrage :

$$u(0, x) = 0 \quad (\text{II.26})$$

II.3.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites dépendent de la profondeur d'eau, de la vitesse moyenne à l'amont et à l'aval sont appliquées à toutes les frontières externes du domaine de calcul et à tous les temps $t > 0$.

A l'aide d'une extrapolation linéaire on a (Delestre, 2010):

A $t > 0$

$$U_0^{n+1} = 2U_1^{n+1} - U_2^{n+1} \quad (\text{II.27})$$

$$U_N^{n+1} = 2U_{N-1}^{n+1} - U_{N-2}^{n+1} \quad (\text{II.28})$$

Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les équations de Barré de Saint Venant unidimensionnelles basées sur les deux lois (de conservation de la masse et la conservation de la quantité de mouvement) ainsi qu'on a donné les conditions initiales et conditions aux limites.

Chapitre III: Modélisation numérique

Introduction

De nombreux phénomènes physiques sont contrôlés par des équations différentielles aux dérivées partielles, difficiles à résoudre analytiquement. C'est pour cela ont fait appel à des méthodes numériques qui sont très efficaces. Elles nous permettent de comprendre et d'élaborer différentes formulations numériques des phénomènes physiques complexes.

Diverses méthodes numériques ont été par la suite développées dans ce contexte, et qui sont classées en quatre principales catégories :

1. Méthode des éléments finis ;
2. Méthode des caractéristiques ;
3. Méthode des éléments intégrables aux frontières ;
4. Méthode des différences finies.

Il existe trois approches de méthodes qui permettent de résoudre un problème physique donné :

1. l'approche expérimentale ;
2. l'approche théorique ;
3. l'approche numérique.

Ce chapitre a pour objectif de développer la méthode différences finies qu'est utilisée pour la résolution de notre système d'équations différentielles aux dérivées partielles. Applicable sur des géométries régulières.

III.1 Méthode des différences finies

La méthode la plus utilisée pour la simulation numérique. Cette méthode permet de déterminer les valeurs de la fonction recherchée notée U en quelques points donnés. Dans le cas de la résolution des équations de BSV on recherche le débit Q ou la vitesse u et les hauteurs d'eau h (Marc, 2002).

Pour résoudre le système de BSV :

- Réduire le domaine de résolution de l'équation différentielle à un domaine borné ;

Le développement s'exprime sous la forme suivante :

a) Calcul de la dérivée par rapport à l'espace :

$$U(x + \Delta x) = U(x) + \Delta x \frac{dU}{dx} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{d^2U}{dx^2} + R_3 \quad (\text{III.1})$$

$$U(x - \Delta x) = U(x) - \Delta x \frac{dU}{dx} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{d^2U}{dx^2} + R_3 \quad (\text{III.2})$$

$$R_3 = \pm \frac{\Delta x^3}{3!} \frac{d^3U}{dx^3} \pm \Lambda \pm \frac{\Delta x^n}{n!} \frac{d^n U}{dx^n} \quad (\text{III.3})$$

- D'après (III.1) on aura :

Dérivée avant

$$\frac{dU}{dx} = \frac{U_{x+\Delta x} - U_x}{\Delta x} + R_2 \quad (\text{III.4})$$

- Avec :

$$R_2 = \pm \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{d^2U}{dx^2} \pm \Lambda \pm \frac{\Delta x^n}{n!} \frac{d^n U}{dx^n} \quad (\text{III.5})$$

- D'après (III.2) on aura :

Dérivée arrière

$$\frac{dU}{dx} = \frac{U_x - U_{x-\Delta x}}{\Delta x} + R_2 \quad (\text{III.6})$$

- Les deux équations (III.4) et (III.6) donnent :

Dérivée centrale

$$\frac{dU}{dx} = \frac{U_{x+\Delta x} - U_{x-\Delta x}}{2\Delta x} + R_2 \quad (\text{III.7})$$

b) Calcul de dérivé par rapport au temps

On adoptera la convention qui consiste à mettre en indice l'espace (i) et en exposant le temps (j).

- Dérivée temporelle avant :

$$\frac{dU}{dt} = \frac{U_i^{j+1} - U_i^j}{\Delta t} \quad (\text{III.8})$$

- Dérivée temporelle arrière :

$$\frac{dU}{dt} = \frac{U_i^j - U_i^{j-1}}{\Delta t} \quad (\text{III.9})$$

III.2 Convergence d'un schéma

C'est la convergence qui définit l'efficacité du schéma. Selon le théorème de LAX-Millgram « Si les équations aux dérivées partielles sont approchées par un schéma consistant, alors ce schéma est convergent si et seulement si, il est stable » (Smaoui, 1975).

Soit $v(x, t)$ la valeur approchée déterminée par différence finies de $V(x, t)$ et soit $w(x, t)$ tel que :

$$w_i^j = V_i^j - v_i^j \quad (\text{III.10})$$

On dit que le schéma converge si $w_i^j \rightarrow 0$ lorsque $(\Delta x, \Delta t) \rightarrow 0$

V_i^j : La solution réelle (exacte).

v_i^j : La solution numérique.

w_i^j : L'erreur globale de calcul.

III.3 Les schémas explicites et implicites

On distingue généralement deux types de schémas d'intégration temporelle : les schémas explicites et implicites.

III.3.1 Les schémas explicites

Dans un schéma explicite, les variables à un nouveau pas de temps sont évaluées à chaque point du maillage par des calculs directs à partir des valeurs déjà connues, il est considéré comme très précis et doté d'une bonne compatibilité avec le Calcul Haute Performance (HPC). Par contre, il est souvent coûteux en temps de calcul. En effet, le pas de temps des méthodes explicites est fortement limité par une contrainte de stabilité numérique, appelée condition Courant-Friedrich-Lewy (CFL), définie en chaque cellule et proportionnelle à la vitesse locale de l'écoulement et la taille de la cellule, et qui assure la stabilité de ces schémas.

Seule la dérivée de U par rapport au temps s'exprime en fonction des valeurs de U au pas de temps $n+1$. La différentielle par rapport à x s'exprime en fonction des valeurs de U au pas de temps précédent de calcul (pas n). On calcule U_n^{n+1} connaissant les valeurs de f calculées au temps $n\Delta t$ pour, en général, les pas d'espaces $(i-1)$, (i) et $(i+1)$, (Figure III.2) Un schéma explicite à trois points caractérisé par le fait que l'on puisse exprimer explicitement une valeur inconnue en fonction de valeurs connues (Marc, 2002).

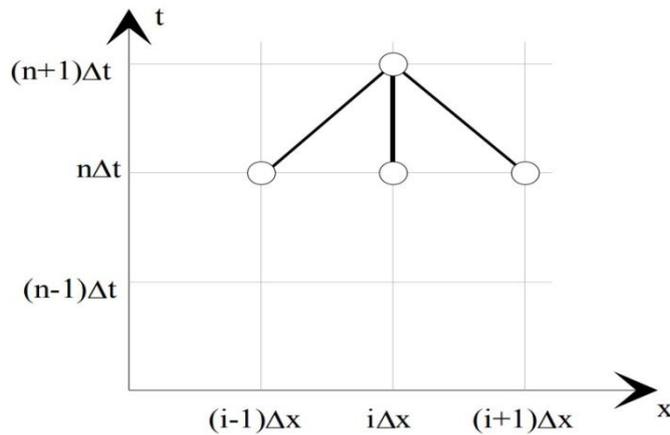


Figure III. 3 : Schéma explicite (Marc, 2002)

III.3.2 Les schémas implicites

Pour les méthodes implicites, les variables sont calculées simultanément à un nouveau pas de temps, par la résolution d'un système avec autant d'inconnues que de nœuds du maillage. La stabilité de ces schémas n'est pas conditionnée par la condition (CFL), mais par la nature de la solution. En fait, le caractère implicite d'un schéma numérique est lié au fait que l'on ne puisse pas exprimer explicitement chaque valeur inconnue en fonction uniquement de valeurs connus (Marc, 2002).

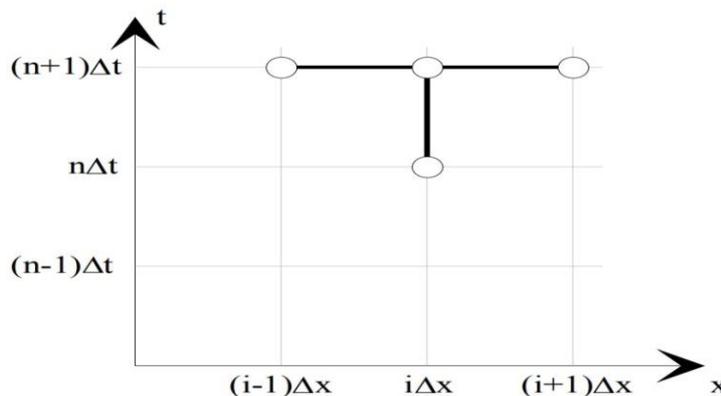


Figure III. 2 : Schéma implicite (Marc, 2002)

III.4 Critère de stabilité

En parallèle de la résolution des équations par les schémas numériques et algorithmes retenus, il est essentiel de s'assurer de la stabilité des calculs. Pour cela, la méthode employée ici fait intervenir le critère de Courant-Freidrich-Lewy (CFL) qui introduit le nombre de Courant C_n , Ce nombre, sans dimension, constitue une condition de convergence pour la résolution des équations en adaptant le pas de temps au cours du calcul. Il est nécessaire que la valeur absolue de la plus forte

vitesse ne dépasse pas la longueur de la cellule Δx au pas de temps Δt . Lorsque le pas de temps augmente, les erreurs numériques deviennent plus importantes et se propagent, nuisant ainsi à la convergence souhaitée. En appelant u_{max}^n la vitesse de l'onde la plus rapide dans le domaine de calcul au pas de temps n , on définit le nombre de Courant maximum (Abdallah, 2005) :

$$Cn = \frac{\Delta t}{\Delta x} \max (|u| + c) \quad (\text{III.11})$$

$$\Delta t = Cn \frac{\Delta x}{\max (|u|+c)} \quad (\text{III.12})$$

Avec $0 < Cn \leq 1$. on appelle souvent Cn le coefficient CFL.

III.5 Viscosité artificielle

Une analyse par (Traore et Diallo, 2001) montre que des modifications doivent être utilisées sur les équations par ajout d'un terme supplémentaire qui n'existait pas au paravent dans les équations aux dérivées partielles.

Ce terme représente en fait les erreurs de troncature qui surviennent dans le développement de Taylor. Ces erreurs peuvent affecter fortement les résultats et conduire ainsi à une instabilité diffusible ou dispersive du schéma.

En plus de ces erreurs, l'application du schéma explicite près des discontinuités peut également produire des oscillations souvent très importantes.

Par ailleurs, certaines conditions imposées pour des besoins de programmation, notamment aux limites amont et aval conduisent à d'éventuelles oscillations de résultats.

Plusieurs procédures ont été développées à cet effet. La viscosité utilisée par (Traore et Diallo, 2001) a l'avantage de lisser les solutions dans les régions où il y a des fluctuations et de laisser intact les régions relativement lisses. Le principe consiste à ajouter un terme supplémentaire.

$$\Gamma_i = \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{|h_{i+1} - 2h_i + h_{i-1}|}{|h_{i+1}| + 2|h_i| + |h_{i-1}|} \quad (\text{III.13})$$

$$\Gamma_{i+1/2} = DC \max(\Gamma_{i+1}, \Gamma_i) \quad (\text{III.14})$$

Où DC est un paramètre appelé coefficient de dissipation utilisé pour régulariser les oscillations.

Il s'agit alors de modifier les variables par l'introduction d'un nouveau paramètre :

$$\Phi_i = \Gamma_{i+\frac{1}{2}}(U_{i+1} - U_i) - \Gamma_{i-\frac{1}{2}}(U_i - U_{i-1}) \quad (\text{III.15})$$

Les nouvelles valeurs de U seront enfin :

$$U_i = U_i + \Phi_i \tag{III.15}$$

Il y a tout de même un problème qui risque de se poser lorsque les variables ne sont pas définies en un point. Deux cas peuvent se présenter :

- Si le point $(i - 1)$ se trouve à l'amont du champ d'écoulement, Γ_i devient :

$$\Gamma_i = \frac{|h_{i+1} - h_i|}{|h_{i+1}| + |h_i|} \tag{III.16}$$

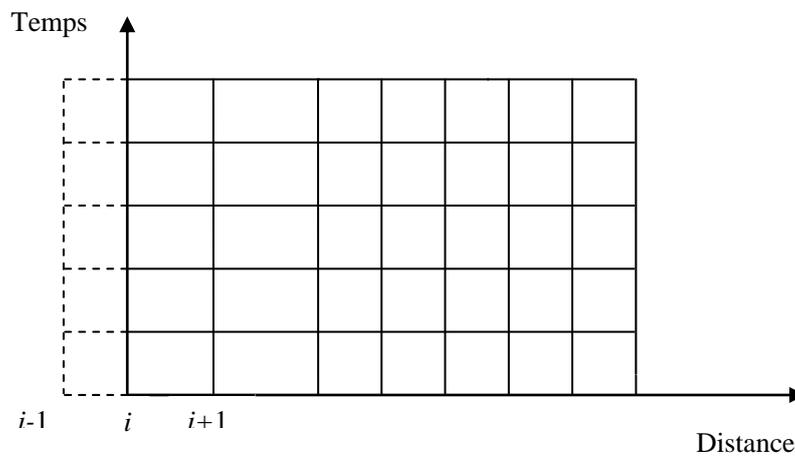


Figure III. 3 : Cas ou le domaine n'est pas défini en amont

- Si par contre le point $(i + 1)$ se trouve à l'aval de l'écoulement, Γ_i devient :

$$\Gamma_i = \frac{|h_i - h_{i-1}|}{|h_i| + |h_{i-1}|} \tag{III.17}$$

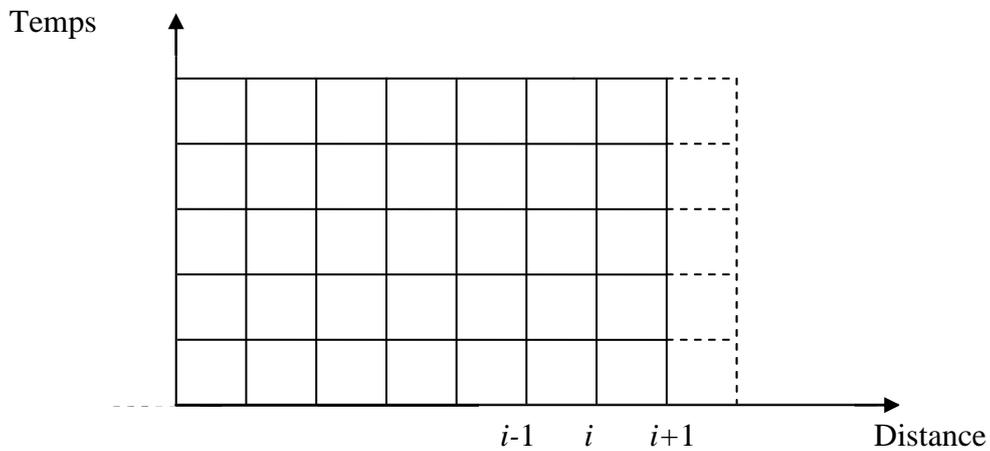


Figure III. 4 : Cas ou le domaine n'est pas défini en amont

Une autre viscosité artificielle utilisée par Lax-Friedrichs (Rahmani, 2014) .

$$U_i^n = \alpha U_i^n + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^n + U_{i-1}^n}{2} \quad (\text{III.18})$$

Deux viscosités artificielles sont utilisées dans cette étude.

$$U_i^n = \frac{(1+\alpha)}{2} U_i^n + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^n + U_{i-1}^n}{2} \quad (\text{III.19})$$

Et

$$U_i^n = \frac{(1-\alpha)}{2} U_i^n + (1 + \alpha) \frac{U_{i+1}^n + U_{i-1}^n}{2} \quad (\text{III.20})$$

Avec $0 < \alpha < 1$ un coefficient (constant) qui contrôle la stabilité de l'algorithme appelé coefficient de pondération.

III.6 Schémas aux différences finies fréquemment utilisés

Plusieurs schémas aux différences finies ont été développés dans le but de résoudre des systèmes d'équations de nature hyperbolique, qu'on rencontre toujours dans le domaine de la dynamique des fluides. On évoquera principalement les trois schémas explicites (le schéma de Lax-Friedrichs, le schéma de TVD Runge-Kutta et le schéma de Runge-Kutta ordre 2) souvent utilisés à cause de leur simplicité et de leur vigueur. Un schéma de ce type comporte un algorithme qui permet de donner des valeurs approchées des résultats cherchés, et des autres représentants la solution supposée réelle du problème.

III.6.1 Schéma de Lax-Friedrichs

Le schéma de Lax-Friedrichs est un schéma de premier ordre dans le temps et de deuxième ordre dans l'espace. Il introduit un terme supplémentaire que l'on appelle la viscosité numérique (par analogie avec la mécanique des fluides). Le schéma explicite de Lax-Friedrichs nous permet d'écrire (Rahmani, 2014) :

$$U_i^{n+1} = \alpha U_i^n + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^n + U_{i-1}^n}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^n + F_{i-1}^n) + \Delta t S_i^n \quad (\text{III.21})$$

- 1^{ère} version

$$U_i^{n+1} = \frac{(1-\alpha)}{2} U_i^n + (1 + \alpha) \frac{U_{i+1}^n + U_{i-1}^n}{4} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^n + F_{i-1}^n) + \Delta t S_i^n \quad (\text{III.22})$$

- 2^{ème} version

$$U_i^{n+1} = \frac{(1+\alpha)}{2} U_i^n + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^n + U_{i-1}^n}{4} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^n + F_{i-1}^n) + \Delta t S_i^n \quad (\text{III.23})$$

Où les indices i et n représentent respectivement les pas de variations dans l'espace et dans le temps.

III.6.2 Schéma de TVD Runge-Kutta

Le schéma de TVD Runge-Kutta consiste à discrétiser les équations en deux étapes, l'une de prédiction et l'autre de correction. La solution finale est la moyenne de la valeur calculée dans l'étape de prédiction et celle de correction. Le système s'écrit sous la forme suivante après remplacement de l'équation (III.22):

- **Etape de prédiction**

$$U_i^p = \frac{(1-\alpha)}{2} U_i^n + (1 + \alpha) \frac{U_{i+1}^n + U_{i-1}^n}{4} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^n - F_{i-1}^n) + \Delta t S_i^n \quad (\text{III.24})$$

- **Etape de correction**

$$U_i^c = \frac{(1-\alpha)}{2} U_i^p + (1 + \alpha) \frac{U_{i+1}^p + U_{i-1}^p}{4} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^p - F_{i-1}^p) + \Delta t S_i^n \quad (\text{III.25})$$

La solution finale est :

$$U_i^{n+1} = \frac{U_i^p + U_i^c}{2} \quad (\text{III.26})$$

Après remplacement de l'équation (III.21) le système s'écrit sous la forme suivante :

- **Etape de prédiction**

$$U_i^p = \frac{(1+\alpha)}{2} U_i^n + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^n + U_{i-1}^n}{4} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^n - F_{i-1}^n) + \Delta t S_i^n \quad (\text{III.27})$$

- **Etape de correction**

$$U_i^c = \frac{(1+\alpha)}{2} U_i^p + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^p + U_{i-1}^p}{4} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^p - F_{i-1}^p) + \Delta t S_i^n \quad (\text{III.28})$$

La solution finale est :

$$U_i^{n+1} = \frac{U_i^p + U_i^c}{2} \quad (\text{III.29})$$

III.6.3 Schéma de Runge-Kutta ordre 2

Le schéma de Runge Kutta ordre 2 consiste à discrétiser les équations en deux étapes, l'une de prédiction et l'autre de correction. La solution finale est la valeur calculée dans l'étape de correction. Le système s'écrit sous la forme suivante après remplacement de l'équation (III.22):

- **Etape de prédiction**

$$U_i^p = \frac{(1-\alpha)}{2} U_i^n + (1 + \alpha) \frac{U_{i+1}^n + U_{i-1}^n}{4} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^n + F_{i-1}^n) + \Delta t S_i^n \quad (\text{III.30})$$

- **Etape de correction**

$$U_i^{n+1} = \frac{(1-\alpha)}{2} U_i^p + (1 + \alpha) \frac{U_{i+1}^p + U_{i-1}^p}{4} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^p + F_{i-1}^p) + \Delta t S_i^p \quad (\text{III.31})$$

Après remplacement de l'équation (III.21) le système s'écrit sous la forme suivante :

- **Etape de prédiction**

$$U_i^p = \frac{(1+\alpha)}{2} U_i^n + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^n + U_{i-1}^n}{4} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^n + F_{i-1}^n) + \Delta t S_i^n \quad (\text{III.32})$$

- **Etape de correction**

$$U_i^{n+1} = \frac{(1+\alpha)}{2} U_i^p + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^p + U_{i-1}^p}{4} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} (F_{i+1}^p + F_{i-1}^p) + \Delta t S_i^p \quad (\text{III.33})$$

- Avec l'ajout d'un nouveau flux, l'équation (III.23) devient :

$$U_i^{n+1} = \alpha U_i^n + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^n + U_{i-1}^n}{2} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\alpha (F_i^n - F_{i-1}^n) + (1 - \alpha) (F_{i+1}^n - F_i^n)) + \Delta t S_i^n \quad (\text{III.34})$$

- L'équation (III.25) devient :

$$U_i^{n+1} = \frac{(1+\alpha)}{2} U_i^n + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^n + U_{i-1}^n}{4} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\frac{(1+\alpha)}{2} (F_i^n - F_{i-1}^n) + \frac{(1-\alpha)}{2} (F_{i+1}^n - F_i^n) \right) + \Delta t S_i^n \quad (\text{III.35})$$

- Les équations (III.28) et (III.29) deviennent :

- **Etape de prédiction**

$$U_i^p = \frac{(1+\alpha)}{2} U_i^n + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^n + U_{i-1}^n}{4} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\frac{(1+\alpha)}{2} (F_i^n - F_{i-1}^n) + \frac{(1-\alpha)}{2} (F_{i+1}^n - F_i^n) \right) + \Delta t S_i^n \quad (\text{III.36})$$

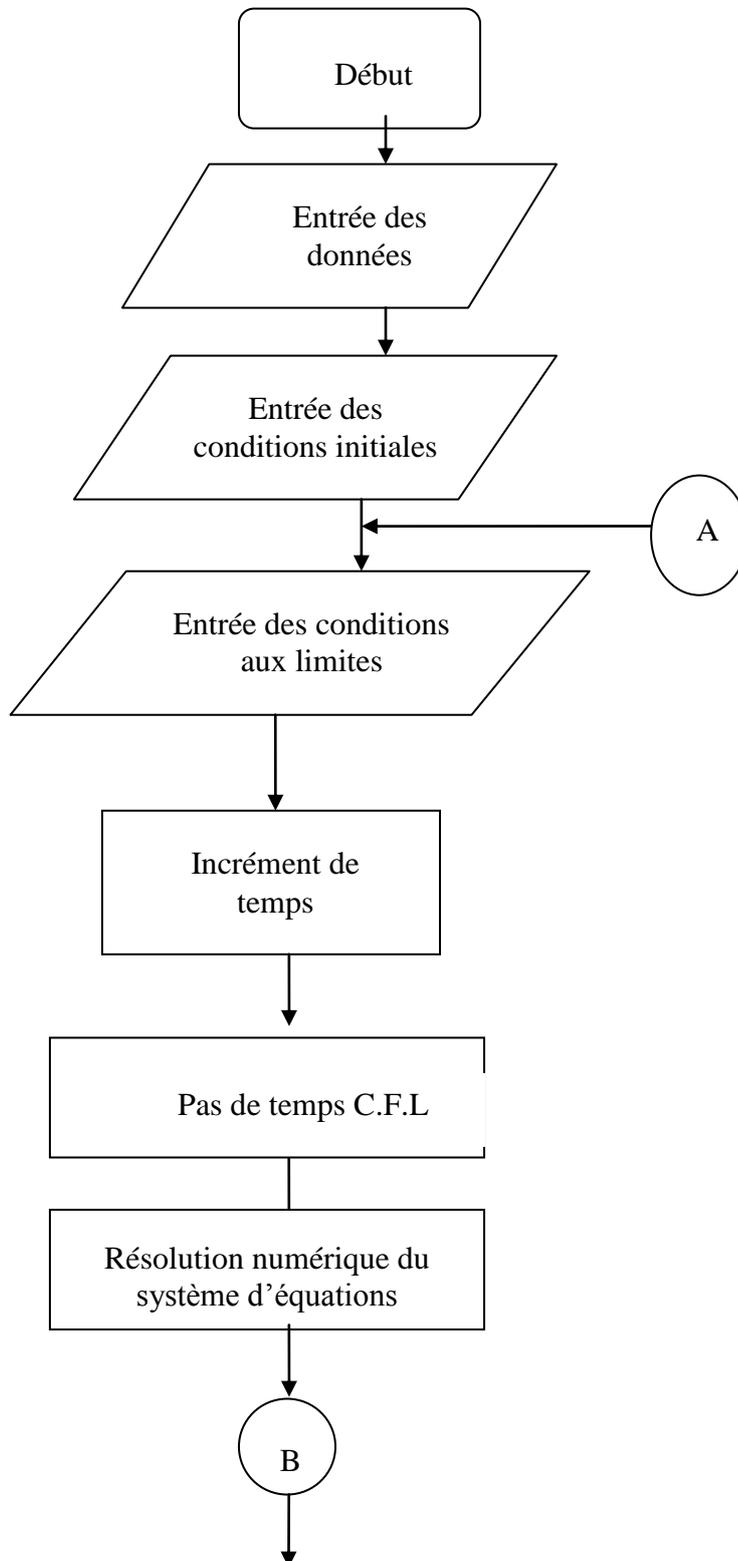
- Etape de correction

$$U_i^c = \frac{(1 + \alpha)}{2} U_i^p + (1 - \alpha) \frac{U_{i+1}^p + U_{i-1}^p}{4} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\frac{(1 + \alpha)}{2} (F_i^p - F_{i-1}^p) + \frac{(1 - \alpha)}{2} (F_{i+1}^p - F_i^p) \right) + \Delta t S_i^p \quad (\text{III.37})$$

La solution finale est :

$$U_i^{n+1} = \frac{U_i^p + U_i^c}{2} \quad (\text{III.38})$$

III.7 Organigramme de calcul



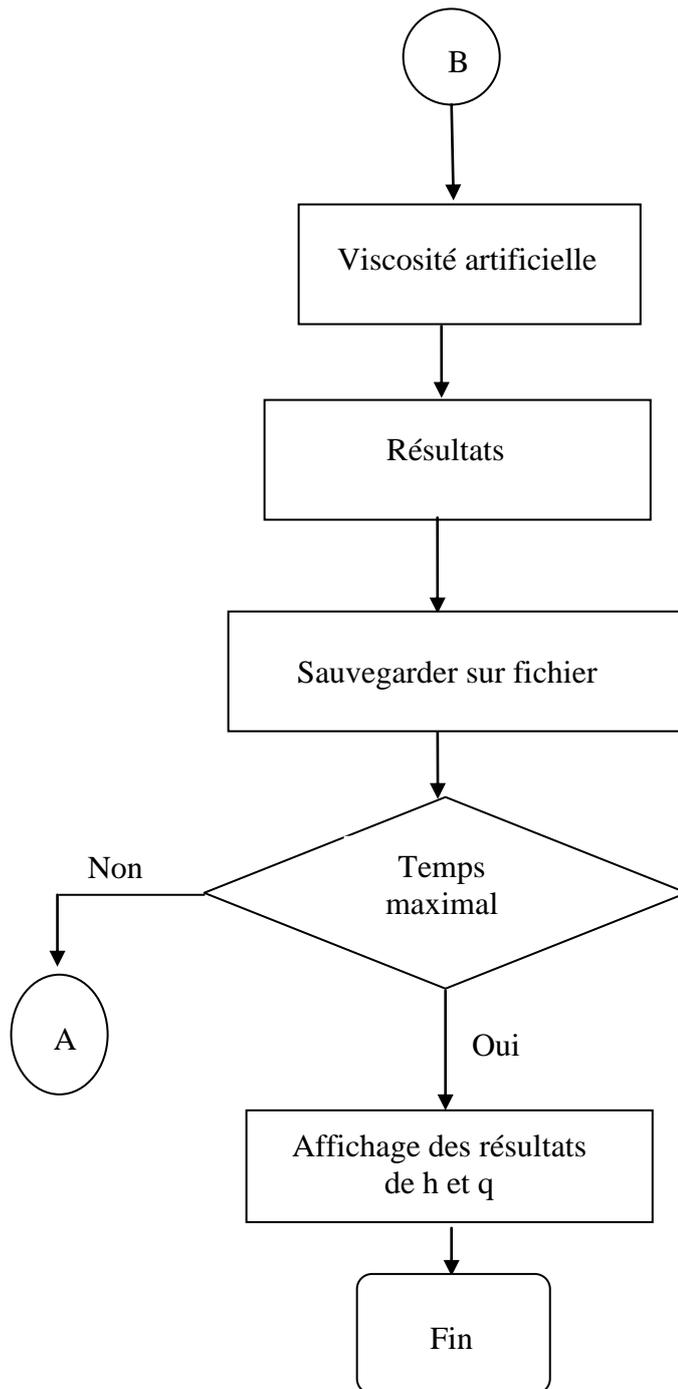


Figure III. 5 : *Organigramme de calcul*

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les principaux schémas numériques pour la résolution des équations de Barré de Saint Venant. Nous avons ensuite développé ces schémas pour résoudre le problème de propagation de l'onde de rupture de barrage en tenant compte des hypothèses simplificatrices.

Chapitre IV : Application numérique

Introduction

L'augmentation des performances des calculateurs ne cesse d'ouvrir de nouvelles perspectives au calcul scientifique en général, et à la simulation numérique des phénomènes physiques complexes en particulier. Parmi ceux-ci, la simulation numérique des écoulements à surface libre.

Dans ce chapitre nous avons choisi d'utiliser La méthode des différences finies pour simuler le phénomène de l'onde de rupture de barrage. Ainsi que les équations de Saint Venant pour modéliser.

Les simulations numériques seront comparées avec les résultats analytiques afin de tester la validité du modèle mathématique qui gouverne les écoulements non permanents à surface libre.

IV.1 Etude de l'onde de rupture de barrage dans un canal horizontal

IV.1.1 Solution analytique pour le cas sec

Nous allons calculer l'onde de rupture d'un barrage. Pour cela, on considère une vanne placée en $X=X_0$ à l'amont, à l'aval la hauteur d'eau est H (Figure IV.1). Après la rupture de la digue, une première onde se propage en amont et une seconde se déplace vers l'aval.

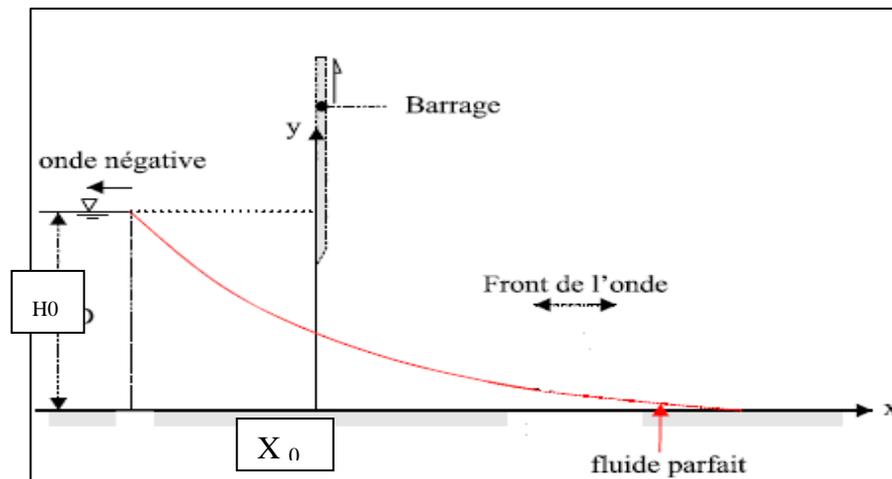


Figure IV. 1 : Rupture de barrage avec un lit sec

Le bord amont de la vague $H=H_0$.

Le front d'onde de rupture de barrage dont la hauteur est H .

- La solution de Ritter s'écrit (Delestre, 2010) :

$$(h(t, x), u(t, x)) = \begin{cases} (H_0, 0) & \text{Si } x \leq x_A(t) \\ \left(\frac{4}{9g} (c_m - \frac{x-x_0}{2t})^2, \frac{2}{3} \left(\frac{x-x_0}{t} + c_m \right) \right) & \text{Si } x_A(t) \leq x \leq x_B(t) \\ \left(\frac{cm^2}{g}, 2(\sqrt{gH_0} - cm) \right) & \text{Si } x_B(t) \leq x \leq x_C(t) \\ (H, 0) & \text{Si } x_C(t) < x \end{cases} \quad (IV.1)$$

Tel que :

$$x_A(t) = x_0 - t\sqrt{gH_0} \quad (IV.2)$$

$$x_B(t) = x_0 + t(2\sqrt{gH_0} - 3cm) \quad (IV.3)$$

$$x_C(t) = x_0 + t \frac{2cm^2(\sqrt{gH_0} - cm)}{cm^2 - gH} \quad (IV.4)$$

$$cm = \sqrt{g h_m} \quad (IV.5)$$

$$h_m = -8gH cm^2 (\sqrt{gH_0} - cm)^2 + (cm^2 - gH_0)^2 (cm^2 + gH_0) = 0 \quad (IV.6)$$

IV.1.2 Le régime d'écoulement

Un écoulement peut être soumis aux différents régimes qui sont classés par le nombre de Froude en tenant compte des forces d'inertie, forces de gravité (Lancastre, 1996).

Il est défini comme le rapport entre les force de gravité et les forces d'inertie ou :

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gD_h}} \quad (IV.7)$$

- U : Vitesse moyenne de l'écoulement.
- D_h : Profondeur hydraulique.
- g: Accélération gravitationnelle.

Le nombre de Froude permet le classement du type des écoulements comme suit :

- Fr > 1: Le régime est torrentiel (supercritique) ;
- Fr < 1: Le régime est fluvial (subcritique) ;

- $Fr = 1$: le régime est critique.

IV.1.3 Influence de la hauteur à l'aval sur le régime de l'écoulement

La figure (IV.2) montre la variation de la hauteur, la variation de la vitesse, la variation du nombre de Froude et la variation du débit unitaire. D'après cette figure, on constate pour :

- $H_{\text{aval}} = 0.1\text{m}$, le régime d'écoulement est torrentiel car le nombre de Froude est supérieur à l'unité ($Fr > 1$).
- $H_{\text{aval}} = 0.5\text{m}$, le régime d'écoulement est fluviale car le nombre de Froude est inférieur à l'unité ($Fr < 1$).
- $H_{\text{aval}} = 0.14\text{m}$, le régime d'écoulement est critique car le nombre de Froude est égal à l'unité ($Fr = 1$).

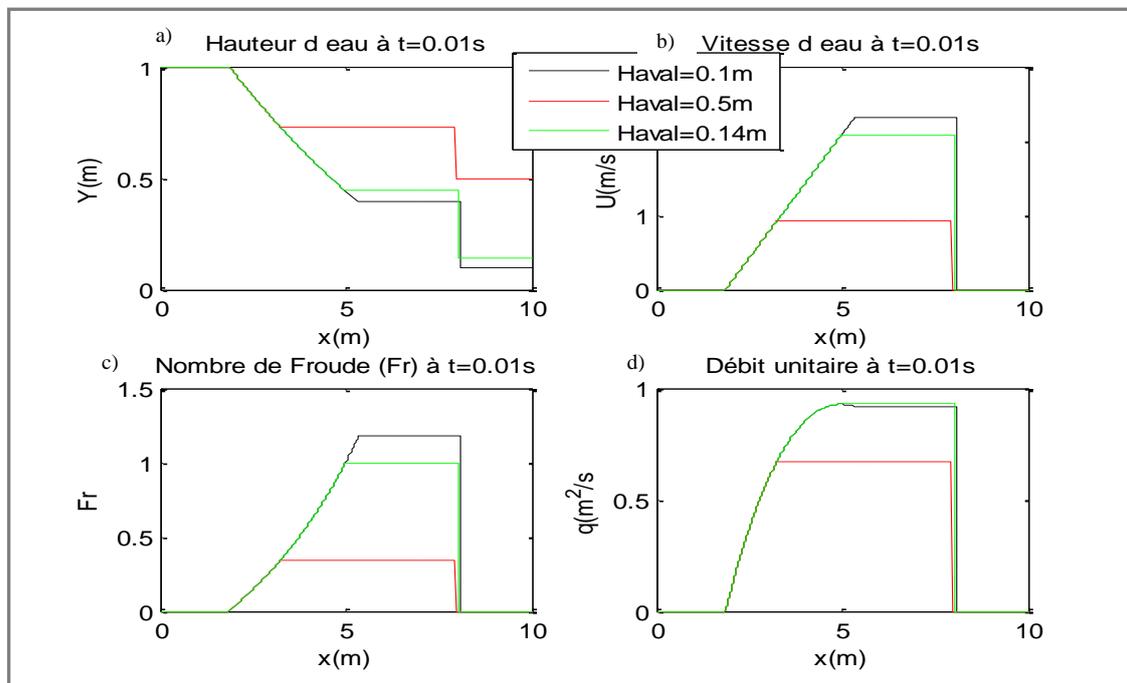


Figure IV. 2: Résultats analytiques à $t=1\text{s}$, $H_{\text{amont}} = 1\text{m}$ et $H_{\text{aval}} = (0.1\text{m}, 0.14\text{m}, 0.5\text{m})$: Variation de la hauteur d'eau H (m) ; Variation de la vitesse d'écoulement U (m/s) ; Variation du nombre de Froude Fr ; Variation du débit par unité de largeur $q = hu$ (m^2/s).

IV.1.4 Résultats de la solution analytique pour un écoulement transcritique dans le cas humide

Les figures IV.3, IV.4 et IV.5 représentent la variation de la hauteur, la variation de la vitesse, la variation du nombre de Froude et la variation du débit unitaire pour le rapport des profondeurs $H_{\text{aval}}/H_{\text{amont}} = 0.14$. On constate d'après ces figures que le nombre de Froude passe d'une valeur inférieure à un ($Fr < 1$) jusqu'à une valeur égale à un ($Fr = 1$). Ces résultats montrent aussi que pour le rapport des profondeurs $H_{\text{aval}}/H_{\text{amont}} = 0.14$, le nombre de Froude est toujours inférieur ou égal à un ($Fr \leq 1$).

- 1^{er} cas $H_{\text{aval}} = 0.14\text{m}$ et $H_{\text{amont}} = 1\text{m}$

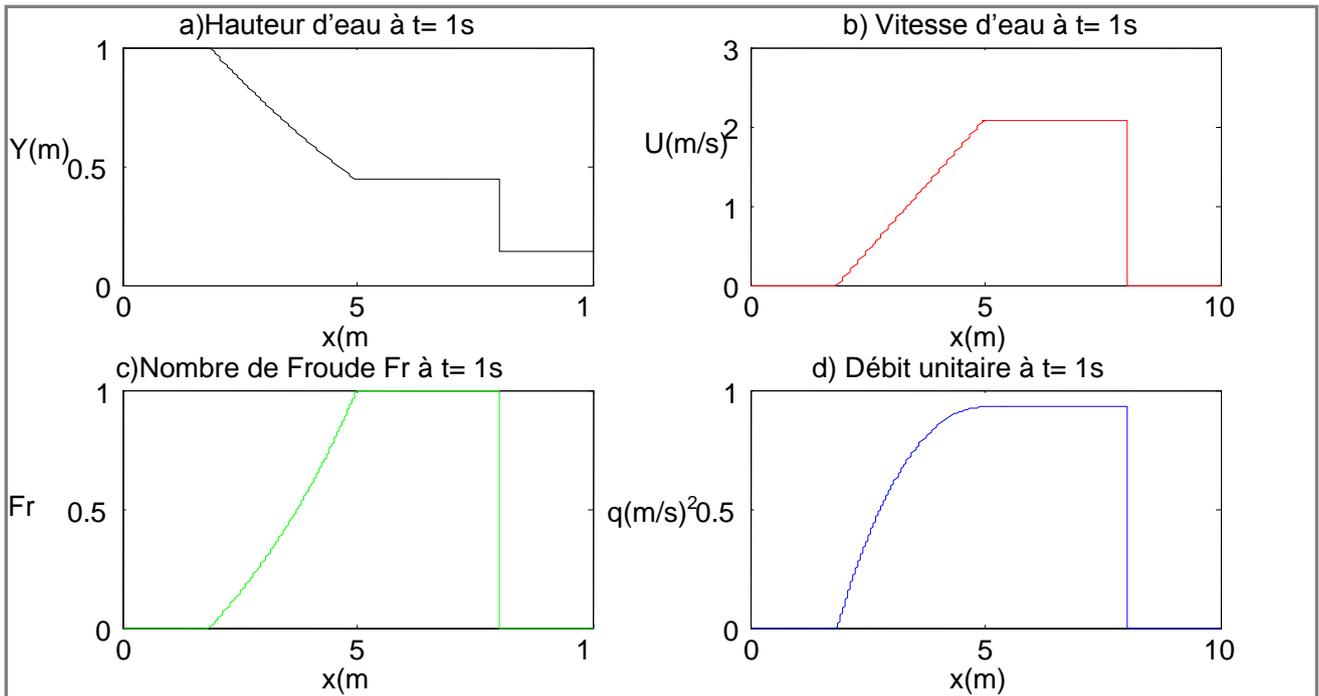


Figure IV. 3: Paramètres de l'écoulement à $t= 1\text{s}$ et, $H_{\text{amont}} = 1\text{ m}$ $H_{\text{aval}} = 0.14\text{ m}$: a) Variation de la hauteur d'eau $H(\text{m})$; b) Variation de la vitesse d'écoulement $U(\text{m/s})$; c) Variation du nombre de Froude Fr ; d) Variation du débit par unité de largeur $q = hu(\text{m}^2/\text{s})$

- 2^{ème} cas $H_{\text{aval}} = 2\text{m}$ et $H_{\text{aval}} = 0.28\text{m}$

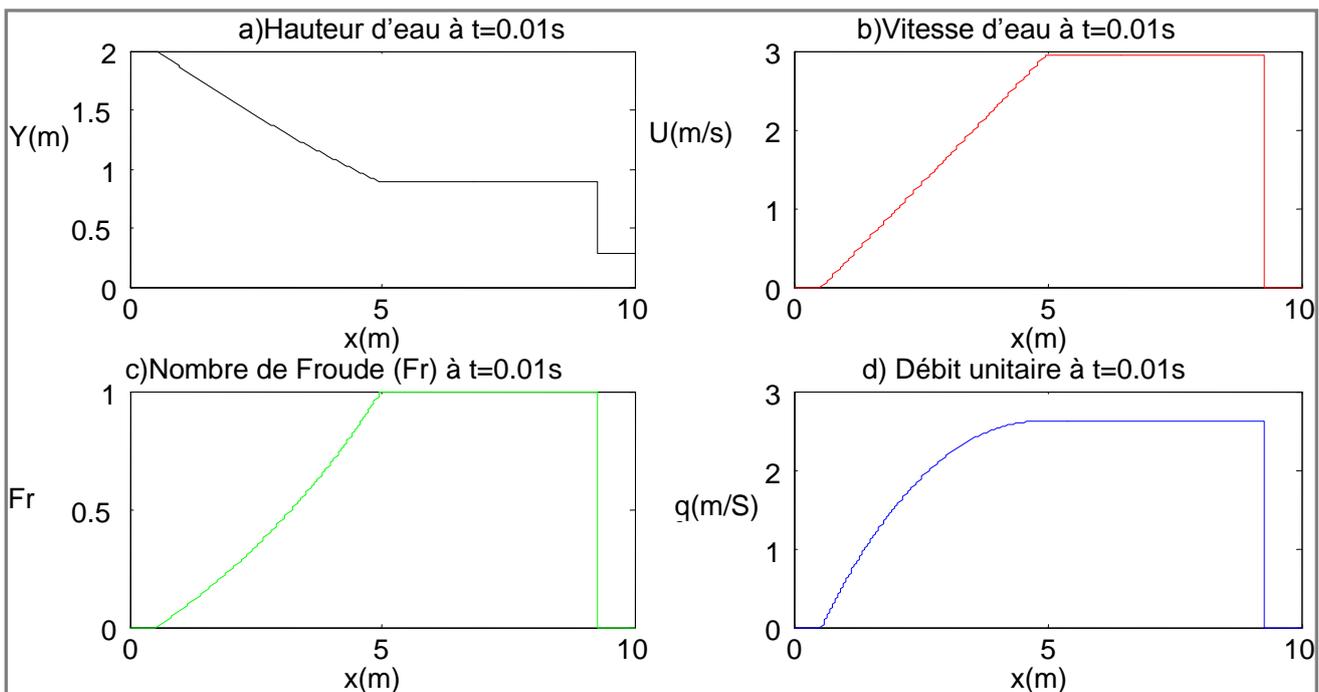


Figure IV. 4: Paramètres de l'écoulement à $t= 0.01\text{s}$ et, $H_{\text{amont}} = 2\text{ m}$ $H_{\text{aval}} = 0.28\text{ m}$: a) Variation de la hauteur d'eau $H(\text{m})$; b) Variation de la vitesse d'écoulement $U(\text{m/s})$; c) Variation du nombre de Froude Fr ; d) Variation du débit par unité de largeur $q = hu(\text{m}^2/\text{s})$

- 3^{ème} cas $H_{\text{aval}} = 0.07\text{m}$ et $H_{\text{amont}} = 0.5\text{m}$

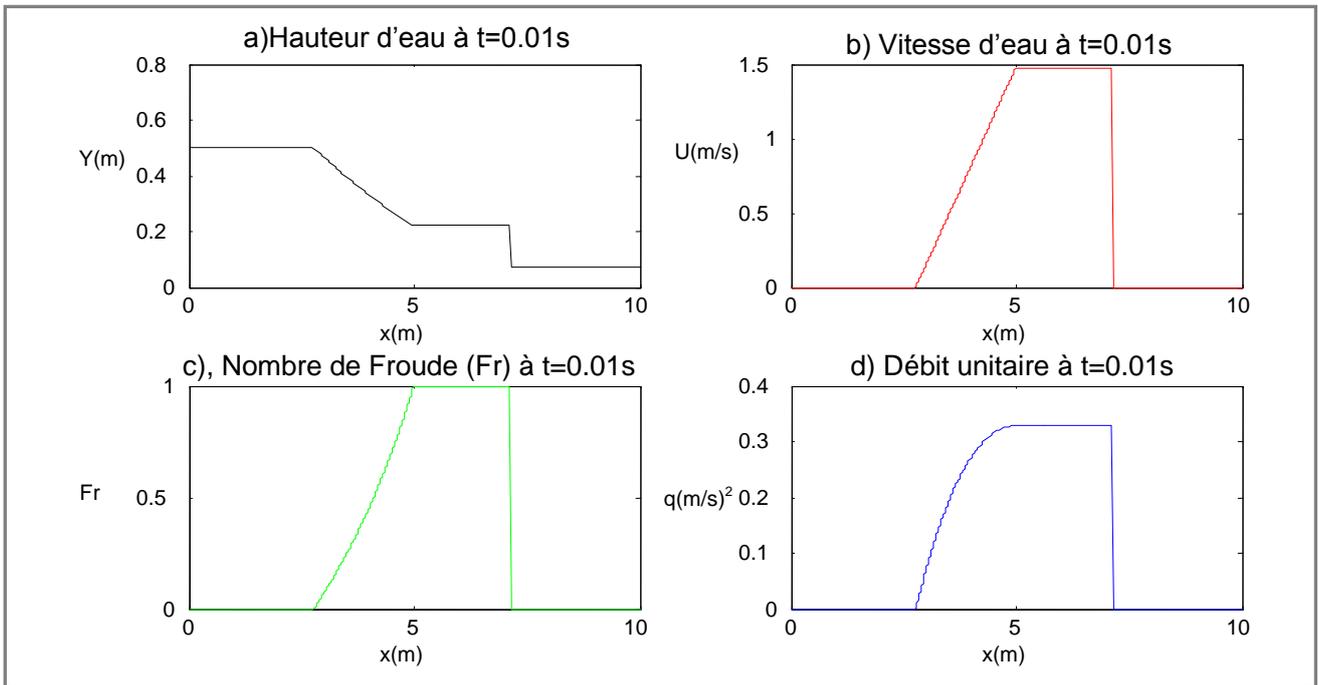


Figure IV. 5: Paramètres de l'écoulement à $t = 1\text{s}$ et, $H_{\text{amont}} = 0.5\text{ m}$ $H_{\text{aval}} = 0.07\text{ m}$: a) Variation de la hauteur d'eau $H(\text{m})$; b) Variation de la vitesse d'écoulement $U(\text{m/s})$; c) Variation du nombre de Froude Fr ; d) Variation du débit par unité de largeur $q = hu (\text{m}^2 / \text{s})$

IV.1.5 Etude comparative de la solution numérique avec la solution analytique dans le cas sec

Pour valider le modèle, nous avons fait une étude comparative entre les résultats du modèle numérique et les résultats analytiques.

- **Cas 01**

Les données utilisées pour cette étude sont :

- La longueur $L = 1\text{m}$;
- La hauteur $H_0 = 0.01\text{m}$ (à l'aval) ;
- Le pas de discrétisation $dx = 1/nx$ ($nx = 1000$) ;
- $C_n = 0.7$;
- $\alpha = 0.07$.

La figure IV.6 montre que les résultats de la simulation obtenus suivent la solution analytique de manière appréciable.

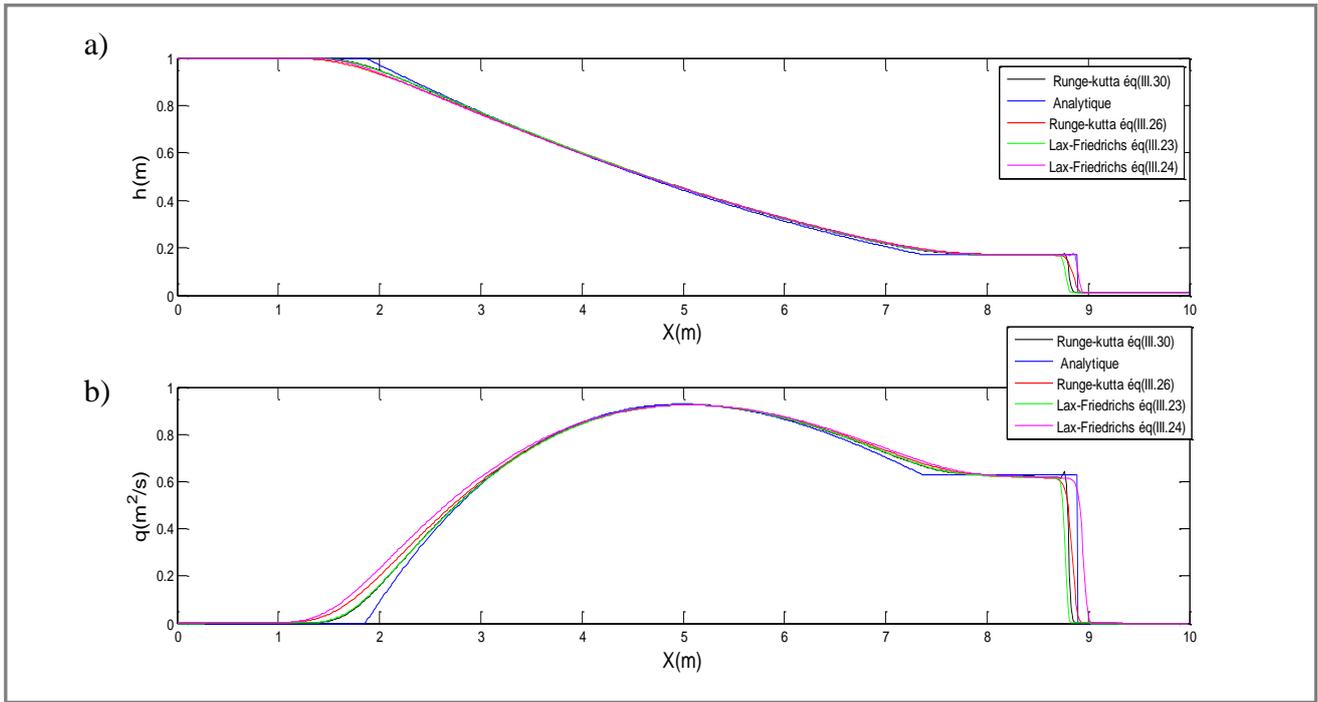


Figure IV. 6: Comparaison des résultats numériques et les résultats analytiques dans le cas sec à $t=1s$: a) variation de la profondeur d'eau $H(m)$; b) variation du débit unitaire $q (m^2/s)$

Le calcul d'erreur entre la solution analytique et les résultats simulés se calcule par la formule suivante (Carlier, 1972) :

$$\text{Erreur}_N = \sum_{i=1}^N \frac{u_i - u_i^{ext}}{N} \tag{IV.8}$$

Où u_i et u_i^{ext} sont les solutions calculées et exactes, i est l'indice de la grille et N est le nombre totale de la grille.

D'après les valeurs calculées de l'erreur (Tableau IV.1), on constate que le schéma de Lax-Friedrichs éq (III.24) donne les meilleurs résultats.

Tableau IV. 1 : Calcul d'erreur pour le cas 01

	Eq(III.23)	Eq (III.24)	Eq (III.26)	Eq (III.30)
Erreur ($H_{aval}/H_{amont}=0.01m$)	0.073085	0.06739508	0.070611989	0.07277437

• **Cas 02**

Les données utilisées pour cette étude sont :

- La longueur $L=1m$;
- La hauteur $H_0 = 0.01m$ (à l'aval) ;

- Le pas de discrétisation $dx=1/nx$ ($nx=1000$) ;
- $Cn = 0.5$;
- $\alpha =0.01$.

Les résultats obtenus montrent un bon calage entre la solution analytique et les résultats de simulations.

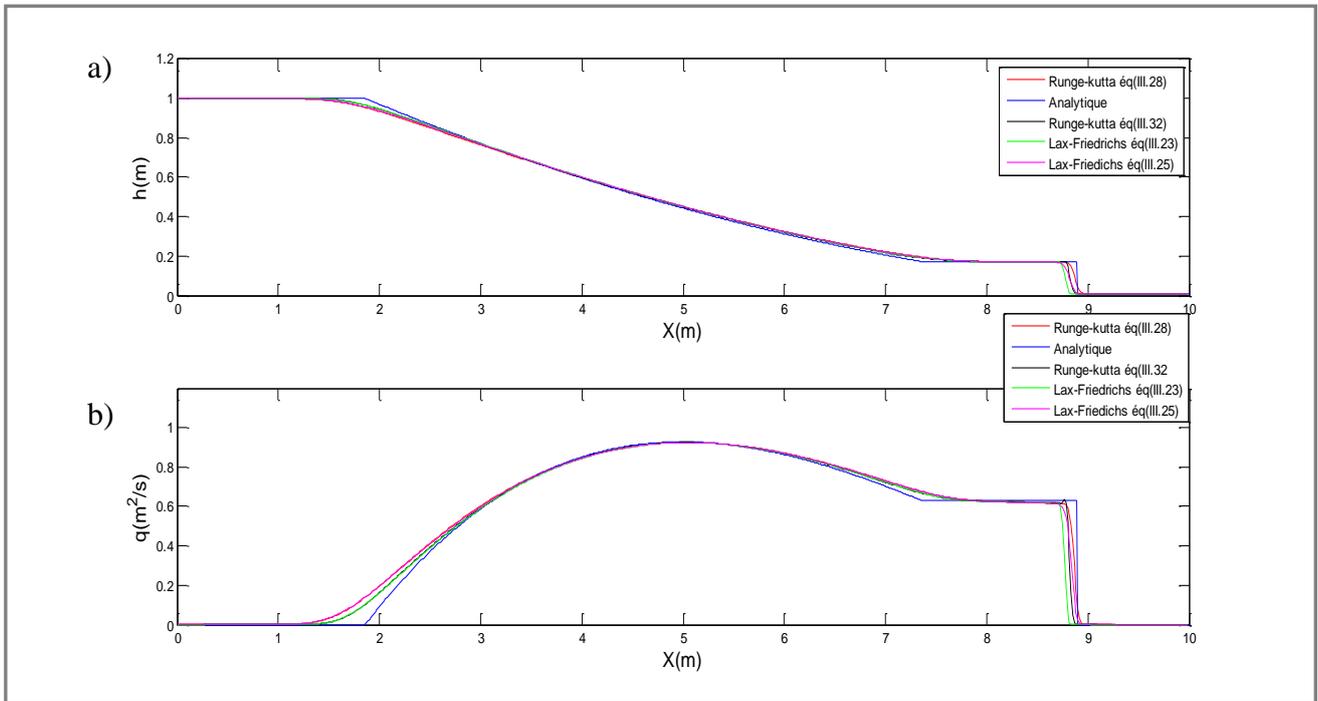


Figure IV. 7: Comparaison des résultats numériques et les résultats analytiques dans le cas sec à $t=1$ s : a) variation de la profondeur d'eau H (m) ; b) variation du débit unitaire q (m^2/s)

On constate d'après l'erreur calculée (Tableau IV.2) que le schéma de Runge-Kutta ordre 2 éq (III.32) qui donne le meilleur calage de la solution analytique par la solution numérique.

Tableau IV. 2 : Calcul d'erreur pour le cas 02

		Eq (III.23)	Eq (III.25)	Eq (III.28)	Eq (III.32)
Erreur	$(H_{aval}/H_{amont}=0.01m)$	0.073085	0.070891	0.07041631	0.13628495

• **Cas 03**

Les données utilisées pour cette étude sont :

- La longueur $L=1m$;
- La hauteur $H_0 = 0.01m$ (à l'aval) ;
- Le pas de discrétisation $dx=1/nx$ ($nx=1000$) ;
- $Cn = 0.90$;
- $\alpha =0.60$.

La figure IV.8 montre un bon accord entre la solution analytique par les résultats de simulation obtenus.

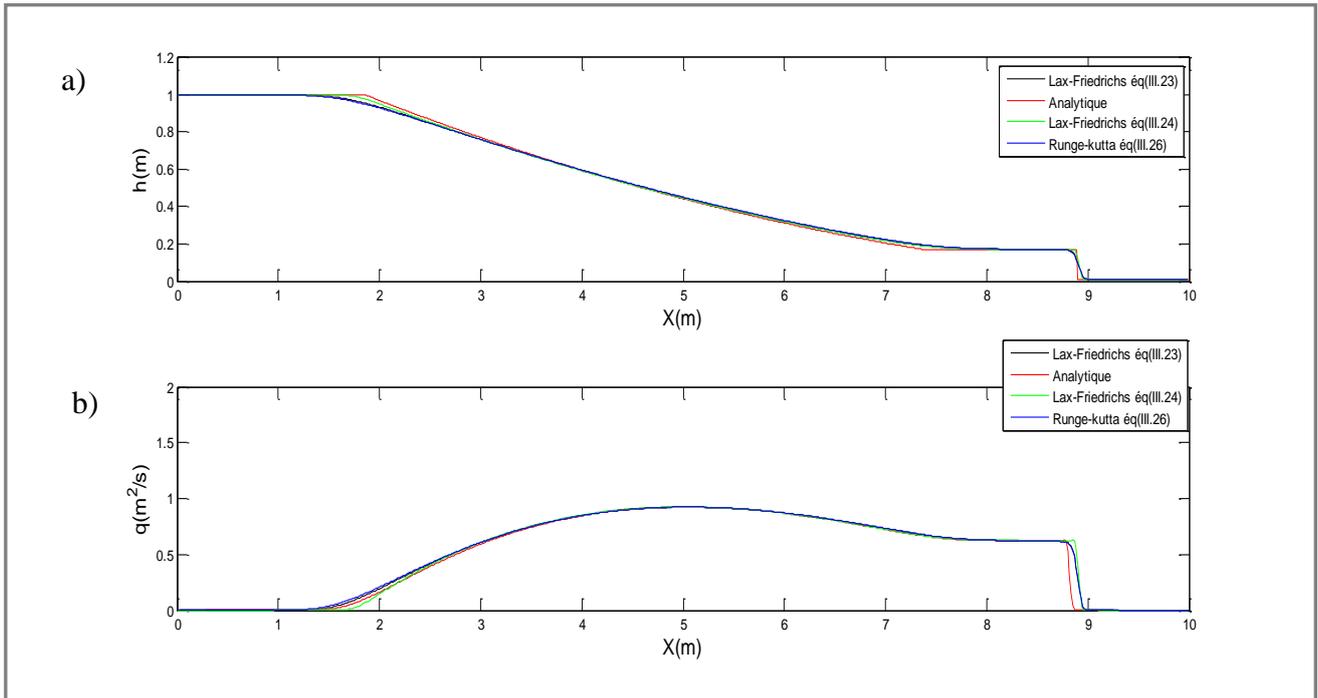


Figure IV. 8: Comparaison des résultats numériques et les résultats analytiques dans le cas sec à $t=1$ s : a) variation de la profondeur d'eau $H(m)$; b) variation du débit unitaire q (m^2/s)

Le tableau IV.3 montre bien que c'est le schéma de TVD Runge-Kutta éq (III.36) qui donne le meilleur calage.

Tableau IV. 3 : Calcul d'erreur pour le cas 03

	Eq (III.34)	Eq (III.35)	Eq (III.36)
Erreur ($H_{aval}/H_{amont}=0.01m$)	0.06992405	0.07119849	0.0693672

Conclusion

Dans ce chapitre, on a utilisé trois schémas explicites (schéma de Lax-Friedrichs, schéma de Runge-Kutta TVD et le schéma de Runge-Kutta d'ordre 2) pour étudier l'effet de la hauteur de l'eau à l'aval du barrage sur le régime de l'écoulement. Ensuite on a effectué une comparaison entre les résultats numérique et la solution analytique pour la validation du modèle.

Les résultats numériques discutés nous permettent de conclure que pour les trois cas étudiés c'est le schéma de TVD Runge-Kutta qui donne une bonne approximation dans deux cas entre la solution analytique et la solution numérique.

Conclusion générale

La propagation de l'onde de rupture du barrage sur un plan horizontal est étudiée. L'étude présente un modèle simple pour le calcul du profil de la surface libre due à la rupture totale du barrage en utilisant les équations de Barré de Saint Venant (1D). La vérification du modèle pour étudier correctement les écoulements rapidement variés est faite en comparant les résultats numériques obtenus avec la solution analytique.

Le phénomène de rupture de barrage peut être causé par plusieurs facteurs avec différents modes de rupture. Une présentation générale des notions relatives à ce phénomène avec quelques travaux effectués et des exemples de rupture fut l'objectif du premier chapitre.

Dans le deuxième chapitre, l'étude a été faite avec les équations de Barré de Saint Venant unidimensionnelles dans un canal rectangulaire horizontal et en tenant compte des hypothèses simplificatrices, les conditions initiales et les conditions aux limites ont été maintenues constantes tout le long des itérations

Trois schémas numériques aux différences finies de types explicites à savoir le schéma de Lax- Friedrichs, le schéma de TVD Runge-Kutta et le schéma de Runge-Kutta ordre 2, sont utilisés dans le troisième chapitre pour la simulation de l'onde de rupture de barrage.

Dans le quatrième chapitre, Les résultats numériques obtenus ont été comparés avec les résultats analytiques dans le cas sec et humide. L'analyse de ces résultats prouve la validité des modèles traités.

L'Analyse du nombre de Froude obtenu indique que pour l'écoulement sur un fond sec le régime est torrentiel et que pour un fond humide le régime est fluvial.

D'après les calculs d'erreurs obtenus on constate que le schéma de Runge-Kutta donne de meilleurs résultats de simulation.

L'étude de l'influence de quelques paramètres nous a permis de savoir quelles sont les valeurs qui nous rapprochent le plus de la solution analytique.

Les résultats de cette étude de rupture sont très utiles pour maîtriser la propagation de ce phénomène c'est à dire la détermination des paramètres de l'onde de submersion (h , q , v ,...).

On recommande d'étudier ce phénomène en deux dimensions pour réaliser des cartes pour les zones inondables situées à l'aval du barrage dans le but d'éviter les catastrophes.

Bibliographie

ABDALLAH, M., (2005) « Sur les méthodes de discrétisation numérique de problèmes hyperboliques non linéaires appliquées aux équations de Barré de Saint-Venant pour la modélisation de l'hydraulique en réseau d'assainissement », *thèse de doctorat*, Université Louis Pasteur Strasbourg I, 196 pages.,.

BALIT, M., (2013) « Simulation de la rupture d'un barrage à l'aide du modèle VOF », *mémoire de fin d'études*, université de Bejaia, Algérie, 62 pages.

BRUEL, F., (1959) « La catastrophe de Malpasset ».

BOUZID, T., (2010) « Les barrages et la politique hydraulique en Algérie: état, diagnostic et perspectives d'un aménagement durable », Thèse de doctorat, Université de Mentouri-Constantine.

CARLIER, M., (1972) « Hydraulique générale et appliquée », Edition Eyrolles, Paris, 568 pages.

CHANSON, H., (2006) « Solutions analytiques de l'onde de rupture de barrage sur plan horizontal et incliné », La Houille Blanche, Vol.3, pages 76,86.

CHAUDHRY, M. H., (2008) « Open Channels Flow ». Deuxième Edition, Springer

DELESTRE, O., (2010) « Simulation du ruissellement d'eau de pluie sur des surfaces agricoles », thèse de doctorat, Université d'Orléans, 293 pages.

DUFFAUT, P., (2009) « Cinquantenaire de la rupture des fondations et du barrage de Malpasset (Var). Travaux du Comité français d'histoire de la géologie (COFRHIGEO) ». Troisième série, t. XXIII, n°9. 24pages.

EDOM, E., (2008) « Numerical calculation of the dam-break Riemann problem with a detailed method and comparison with a simplified method », *thèse*, école polytechnique fédérale de Lausanne, 129 pages.

MINARI, F. « Effet de l'interaction sol-structure sur la réponse sismique d'un barrage-poids en béton ». Département de Génie Civil, Université A. Mira de Bejaia.

GHOUMI, F., (2017) « Calcul des écoulements instationnaires à surface libre (onde de rupture de barrage) », *mémoire de fin d'étude*, université de Bejaia, Algérie, 58 pages.

GOBLOT, H., (1967) « Sur quelques barrages anciens et la genèse des barrages-voûtes ». Revue d'histoire des sciences et de leurs applications, pages 109,140.

GRAF, W., ALTINAKAR, M., (1998) « hydraudynamique, une introduction ».: Presses Polytechniques et Universitaire Romandes, Lausanne.

- GRAF, W., ALTINAKAR, M., (2000)** «Hydraulique fluvial", "Ecoulement et phénomènes de transport dans les canaux à géométrie simple », vol 16, Ed. Traité de Génie Civil de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, pages 627.
- HOOSHYARIPOR, F., (2017)** «Dam break flood wave under different reservoir's capacities and lengths», *Sadhanavol.* 42, pages 1557,1569.
- ICOLD ., (1995)** « Dam Failures - Statistical Analysis - Bulletin 99 ».
- KOVACS, Y., (1988)** « Modèles de simulation d'écoulement transitoire en réseau d'assainissement », *thèse de doctorat*, Ecole nationale des ponts et chaussées, 328 pages.
- LANCASTRE ,A., (1996)** « Hydraulique générale », *Edition Eyrolles*, Paris, 411 pages.
- MACHALINSKA-MURAWSKA, J., SZYDLOWSKI, M., (2013)** «Lax-Wendroff and McCormack schemes for numerical simulation of unsteady gradually and rapidly varied open channel flow», *Vol. 60, No. 1-4*, pages 51,62.
- MARC, B., (2002)** « Transport de flux en reseau d'assainissement :modele 1D pour l'hydraulique des collecteurs et deversoirs avec prise en compte des discontinuités », *thèse de doctorat*, Université Louis Pasteur Strasbourg I, 225 pages.
- MARCHE , C., (2004)** « Barrage crues de rupture et protection civile », *Presse internationales Polytechnique*.
- MIHOUBI, M. K., L, SALHI ., R, VERJUS., S, GUILLOU .,(2012)** « Calcul de onde de rupture d'un barrage en mode bidimensionnel via le code TELEMAC-2D », *LJEE N°20*, pages71,80.
- NAIK, S., KHATUA, K.K., (2015)** «Numerical simulation of a dam break flow using finite difference method», *Civil Engineering, National institute of technology Rourkela, India*, pages 37,41.
- LANCASTRE, A., (1996)** « Hydraulique générale », *Edition Eyrolles*, Paris, 411 pages.
- LE DELLIOU, P., (2004)** « Les barrages conception et maintenance ». *Presses universitaires de Lyon, Vaulx-en-Velin, ENTPE*.
- RAHMANI, K. (2014)** « Quelques solutions des ondes de rupture d'un barrage sur un fond sec et inclinée », *Mémoire de Magister, Université Hadj lakhdar de Batna, Algérie*, 70 pages.
- SAINT-VENANT A.J.C., (1871)** « Théorie du mouvement non-permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit ». *Compte-Rendu à l'Académie des Sciences de Paris 1871*; pages 73:147,154.
- SCHNITTER, N. J., (1994)** «A History of Dams». *Rotterdam: Balkema*.
- SCHUSTER ,R. L ., (1986)** «Landslide Dams : Processes, Risk, and Mitigation». *American Society of Civil Engineers* , 172 pages.

SMAOUI, H., (1975) « Modélisation numérique tridimensionnelle de l'hydrodynamisme et des transports sédimentaires en Manche Orientale et dans le sud de la mer du nord », université des sciences et technologies de lille.

SOARES, S, FRAZAO., ZECK,Y., (2007) «Dam-dreak flow an idealized city,» Journal of Hydrodynamic research, vol. 46, pages 648,658.

STOKES, G., (1845) «On the theories of the internal friction of fluids motion and of the equilibrium and motion of elastic solids». Trans.Cambridge Phil.Soc. 8:287-305

STRAUSS, L., (2010) «CFD simulations on idealized dam-break flow and solitary waves» université OSSOENSIS MDCCCXI.

TOUBACHE.Y., (2006) «Calcul de l'onde de subreption en aval en cas de rupture d'un barrage, cas d'un barrage des Portes de fer Bordj bou arreridj,» projet de fin d'études ENP.

TOWNSON J. M., Al-SALIHI A. H.,(1989) «Models of dam-break flow in R-T space. ASCE J.Hydraulic Engineering », 115 (5), pages 561 ,575.

TRAORE, S., DIALLO , S., (2001) « Etude d'un écoulement transitoire à surface libre (dam-break) «onde de rupture d'un barrage» ", *mémoire de fin d'études*, université de Bejaia, Algérie, 82 pages.

VAZQUEZ, J., (2012) « Hydraulique à surface libre », Ecole nationale du genie de l'eau et de l'environnement de strasbourg.

YANG F., ZHANG X., TAN G., (2007) «one and two dimensional coupled hydrodynamics model for dam break flow», Journal of Hydraulic, pages 7 69,775.

ZOUAOUI, D., (2005) « Simulation numérique des écoulements a surface libre avec onde ‘‘ Dam - break’’ »Projet de fin d'études ENP.

ملخص:

يتناول هذا العمل المحاكاة الرقمية للموجات المسببة في هدم سد على مستوى افقي وعلى مستوى مائل في حالة أخرى. توصف هذه

الظاهرة بمعادلات سان فنان أحادية البعد. يتم استخدام طريقة الفروق المنتهية لحل هذه المعادلات. تم دراسة اثار تدفق الماء وخطوة وطول القناة والارتفاع الابتدائي الأمامي والزوجة الاصطناعية. تم مقارنة النتائج بالنسبة للنتائج النظرية. هذه النتائج المحصل عليها بهذه الطريقة مقنعة.

. الكلمات المفتاحية : هدم سد، سان فنان، طريقة الفروق المنتهية، تدفق غير مستقر، اللزوجة الاصطناعية.

Résumé :

Ce travail traite la simulation numérique de l'onde de rupture d'un barrage dans un canal horizontal sec. Ce phénomène est décrit par les équations de Saint Venant unidimensionnelle. La méthode des différences finies est utilisée pour la discrétisation de ces équations. L'effet de nombre de courant, le pas de discrétisation, la hauteur initiale à l'aval et la viscosité artificielle sont étudiés. Le calage des résultats numériques est fait par rapport à la solution analytique. Ces résultats obtenus avec cette méthode sont satisfaisants.

Mots clés : rupture de barrage, Saint Venant, méthode des différences finies, viscosité artificielle.

Abstract:

This work deals with the numerical simulation of the rupture wave of a dam in a horizontal and inclined channel. This phenomenon is described by the one dimensional Saint Venant equations. The finite difference method is used for the discretization of these equations. The effect of the flow number, the step of discretization, the downstream initial height and the artificial viscosity are studied. The calibration of the results is done with the analytical solution. These results obtained with this method are satisfactory.

Key word: dam break , Saint Venant, finite difference method, artificial viscosity,