

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Abderrahmane MIRA de Bejaia



faculté de Technologie
Département de Génie électrique
Filière: Electrotechnique
Spécialité : réseaux électrique

Mémoire de fin d'étude

Thème

Caractérisation d'une pièce magnétique par optimisation avec la méthode du Simplex

Réalisé par :

MAZOUZ FARID

Encadré par :

MEDJAHED SAKINA

Année universitaire: 2020/2021

Remerciements

Nous remercions tout d'abord Dieu, le tout puissant de nous avoir donné la santé, la patience et la volonté pour achever ce modeste travail.

Nous tenons à exprimer notre ^ profond gratitude à notre promotrice, Mme MEDJAHED pour son encadrement de qualité, ses conseils, son orientation, sa disponibilité à toute épreuve, et pour la confiance qu'elle nous a accordé.

Nous lui sommes très reconnaissants d'avoir mis toute sa compétence à notre disposition, Pour ses conseils judicieux, sa patience et son suivi régulier à l'élaboration de ce travail.

Nos sincères considérations et remerciement sont aussi exprimés aux membres du jury :

Nos sincères remerciements vont également aux enseignants du département, pour leurs conseils et leurs critiques constructives, qui nous ont permis d'évoluer tout au long de notre cursus.

Un grand merci à tous.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail :

A ma source de bonheur :

A mon père, ma mère pour leur amour, leur bonté, leur sacrifice, leurs encouragements perpétuels, leur soutien, puisse Dieu prolonger leur vie dans le bonheur.

A mes deux grandes mères

A mes deux frères

A mes tantes et oncles

A mes cousins et mes cousines

A tous mes amis

A tous ceux que j'aime

MAZOUZ FARID

Sommaire

Sommaire

Notations	1
Listes des figures	
introduction générale	17
<i>CHAPITRE I</i>	
<i>Généralité sur le CND</i>	
I.1 Introduction.....	21
I.2 Champ d'application	22
I.3 Classification des Techniques du CND.....	23
I.4 Les différentes techniques de CND	23
I.5 CND par courant de Foucault.....	25
I.5.1 Principe physique [1] [3].....	26
I.6 Dispositif du CND-CF.....	27
I.6.1 Source d'alimentation	27
I.6.2 les capteurs.....	28
I.6.2.a Type de capteur suivant la structure.....	28
I.6.2.b Type de capteur suivant la forme	29
I.6.2.c Type de capteur selon sa fonction	29
I.6.2.d Type de capteur suivant le mode de contrôle	29
I.7 Grandeurs mesurées.....	30
I.7.1 L'impédance	30
I.7.2 La tension induite	31
I.8 Conclusion	32

CHAPITRE II

Modélisation des équations de Maxwell et la Méthode des circuits couplés

II.1 Introduction	35
II.2 Equations de base	36
II.2.1 Equations de Maxwell	36
II.2.2 Hypothèses simplificatrices	39
II.2.3 Formulation en terme de potentiel vecteur	40
II.3 Méthodes de résolution	41
II.3.1 Méthodes analytiques	42
II.3.2 Méthodes numériques	42
II.3.3 Méthodes semi analytiques	42
II.3.3.1 Principe général	43
II.3.3.2 Formulation intégrale des équations	44
II.4 Organigramme de la méthode des circuits couplés	48
II.5 Conclusion	49

CHAPITRE III

Modélisation d'une pièce magnétique

III.1 Introduction	51
III.2 Le calcul d'impédance à partir de l'équation intégrale générale	51
III.2.1 Discrétisation de l'équation du capteur à vide	52
III.2.2 Equation intégrale du capteur en présence d'une structure à Contrôler	53

III.2.3	Discrétisation de l'équation du capteur en présence de la pièce.....	53
III.2.4	Système d'équations représentant la structure à Contrôler	54
III.2.5	Impédance du capteur en présence d'une pièce métallique	55
III.3	Calcul de la tension induite à partir de l'équation intégrale générale	57
III.3.1	Description et formulation du capteur à vide	57
III.3.2	Description et formulation du capteur en présence de la pièce à contrôler	59
III.4	Notions générales sur les phénomènes magnétiques	61
III.4.1	Notion d'aimantation.....	61
III.4.2	Champ magnétique appliqué à un corps.....	61
III.4.3	Diamagnétisme	61
III.4.4	Paramagnétisme	62
III.4.5	Ferromagnétisme	62
III.4.6	Hystérésis	63
III.4.7	Type de corps magnétiques	64
III.4.7.1	Les matériaux magnétiques doux	64
III.4.7.2	Les matériaux magnétiques durs.....	64
III.4.8	Rôle des matériaux ferromagnétiques	65
III.4.8	Relations caractérisant l'effet magnétique pour une charge magnétique.....	66
III.4.10	Composantes de l'induction magnétique.....	70
III.5	Conclusion	76

CHAPITRE IV

Modélisation des Méthodes d'optimisation et la Méthode de simplex

IV.1 Introduction.....	78
IV.2 Caractéristiques	78
<i>IV.2.1 Sensibilité et robustesse d'une méthode d'optimisation</i>	<i>78</i>
<i>IV.2.2 Opérateurs de recherche fondamentaux</i>	<i>79</i>
<i>IV.2.3 Mode de recherche de l'optimum</i>	<i>80</i>
<i>IV.2.4 ordre d'une méthode de résolution.....</i>	<i>80</i>
IV.3 Classification des méthodes d'optimisation.....	81
<i>IV.3.1Méthodes déterministes</i>	<i>81</i>
<i>IV.3.2Méthodes stochastiques.....</i>	<i>84</i>
IV.4 Résolution des programmes linéaires	87
IV.4.1 Principaux algorithmes	87
IV.4.2 Méthode du Simplex	88
IV.5 Conclusion	93

CHAPITRE V

Simulation et Application

V.1 Description du dispositif.....	95
V.2 Estimation de la conductivité d'une cible.....	96
V.3 Evaluation de l'épaisseur d'une cible	98
V.4 Conclusion.....	100
Conclusion générale	102

Bibliographie

Notations

H : Excitation magnétique

B : Induction magnétique

E : Champ électrique

D : Induction électrique

V : Potentiel électrique scalaire

J : Densité de courant électrique

I : Intensité de courant électrique

I_{s0} : Courant électrique dans la source à vide

I_s : Courant électrique dans la source

I_c : Courant électrique dans la charge

A : Potentiel magnétique vecteur

A_θ : Composante angulaire du potentiel magnétique vecteur

J_θ : Composante angulaire de la densité de courant électrique

A_s : Potentiel magnétique vecteur dans la source

A_c : Potentiel magnétique vecteur dans la charge

N : Nombre de spires

N_s : Nombre d'éléments (spires) de la source (capteur)

N_i : Nombre d'éléments (spires) de la bobine réceptrice (capteur)

N_c : Nombre d'éléments (spires) de la charge (pièce)

N_m : Nombre d'éléments (spires) de la surface de la charge (effet magnétique)

Z : Impédance électrique

Z^(m) : Impédance électrique en présence d'une pièce magnétique

R : Résistance électrique

R₀ : Résistance électrique à vide

X : Réactance électrique à vide

X₀ : Réactance électrique

Z₀ : Impédance totale à vide

ΔZ : Variation de l'impédance

ΔZ^(m) : Variation de l'impédance en présence d'une pièce magnétique

u : Tension appliquée à une spire

U_T : Tension appliquée à la bobine source

U_i : Tension induite dans la bobine réceptrice

$U_i^{(m)}$: Tension induite dans la bobine réceptrice en présence d'une pièce magnétique
 ΔU_i : Variation tension induite dans la bobine réceptrice
 $\Delta U_i^{(m)}$: Variation tension induite dans la bobine réceptrice en présence d'une pièce magnétique
 \mathbf{K} : fonction de coordonnées
 E_1 : Fonction elliptique de Legendre de première espèce
 E_2 : Fonction elliptique de Legendre de deuxième espèce
 \mathbf{E} : fonction elliptique composée
 \mathbf{G} : fonction de Green (ou noyau de Green)
 \mathbf{x} : Axe des abscisses en coordonnées cartésiennes
 \mathbf{y} : Axe des ordonnées en coordonnées cartésiennes
 \mathbf{r} : Axe des abscisses en coordonnées cylindriques
 θ : Axe angulaire en coordonnées cylindrique
 \mathbf{z} : Axe des ordonnées en coordonnées cylindriques
 $\hat{\mathbf{e}}_r$: Vecteur radial unitaire
 $\hat{\mathbf{e}}_\theta$: Vecteur angulaire unitaire
 \mathbf{S} : Section d'une spire
 $d\mathbf{l}$: Longueur élémentaire d'une spire
 τ : Volume
 Γ : Frontière
 Ω : Domaine d'étude
 Ω_s : Domaine de la source (capteur)
 Ω_i : Domaine de la bobine réceptrice (capteur)
 Ω_c : Domaine de la charge (pièce)
 δ : Profondeur de pénétration standard en régime sinusoïdale (épaisseur de peau)
 σ : Conductivité électrique
 σ_s : Conductivité électrique de la source
 σ_c : Conductivité électrique de la charge
 ϕ : Déphasage entre la tension et le courant (phase de l'impédance)
 ω : Pulsation électrique
 f : Fréquence électrique
 ϵ : Permittivité électrique
 ϵ_0 : Permittivité électrique du vide

ϵ_r : Permittivité électrique relative

μ : Perméabilité magnétique

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide

μ_r : Perméabilité magnétique relative

λ : Scalaire utilisé dans l'équation de Fredholm

\bar{M} : Intensité d'aimantation

\mathbf{M} : matrice des mutuelles inductances

$\text{Arg} (..)$: Argument d'une grandeur complexe

\mathbf{p}_0, \mathbf{p} : respectivement point émetteur et point récepteur appartenant à la bobine source du capteur.

\mathbf{q}_0, \mathbf{q} : respectivement point émetteur et point récepteur appartenant à la pièce

\mathbf{m} : point récepteur appartenant à la bobine réceptrice du capteur

\mathbf{b}_0, \mathbf{b} : respectivement point émetteur et point récepteur appartenant à la surface de la pièce (effet magnétique)

CND : Contrôle Non Destructif

CND-CF : Contrôle Non Destructif par courant de Foucault

MGEC Méthode des Grandeurs Electromagnétique Couplées.

MCC : Méthode des ci

Listes des Figures

Figure I.1 : Schéma synoptique du **CND**

Figure I.2 Schéma de principe du contrôle non destructif par courants de Foucault

Figure I.3 variation d'impédance d'une bobine en présence de courants de Foucault.

Figure I.4 Principe de la variation de la tension en présence de courants de Foucault

Figure II.1 Interface entre deux milieux différents

Figure II.2 : Schéma équivalent du système

Figure II.3 Configuration des spires élémentaires.

Figure II.4 Représentation d'une spire élémentaire

Figure II.5 Organigramme de la méthode des circuits couplés

Figure III.1 : Schéma du capteur à vide

Figure III.2 Système pièce-capteur double fonction

Figure III.3 Capteur à fonctions séparées

Figure III.4 Dispositif du capteur à fonction séparées en charge

Figure III.5 Comportement magnétique des matériaux

Figure III.6 : Cycle d'hystérésis et courbe de première aimantation

Figure III.7 Courbe de désaimantation d'un matériau magnétique dur

Figure III.8 Représentation d'un milieu conducteur et magnétique

Figure III.9 : Système électromagnétique (représentation axisymétrique)

Figure III.10 : Répartition de l'induction et sens du produit vectoriel $\vec{n} \wedge \vec{B}$
(Sur la surface de la pièce)

Figure III.11 Configuration d'un capteur à noyau ferromagnétique

Figure III.12 Représentation axisymétrique du système

Figure III.13 Représentation des effets entre les différents éléments du système

Figure III.14 Pièce sans défaut

Figure III.15 Pièce avec défaut

Figure. IV.1. Modèle de la boîte noire

Figure. IV.2 Méthodes d'optimisation déterministes

Figure. IV.3. Méthodes d'optimisations stochastiques

Figure. IV.4. Principe d'une méthode évolutionniste

Figure. IV.5. Mouvement possible dans la méthode du Simplex

Figure. IV.6 Algorithme de la méthode du Simplex de Nelder Mead

Figure V.1 Structure géométrique du dispositif de contrôle

Figure V.2 Evolution du lift-off en fonction des itérations

Figure V.3 Evolution de la fonction objectif en fonction des itérations

Figure V.4 Evolution de la conductivité en fonction des itérations

Figure V.5 Evolution de la fonction objectif en fonction des itérations

Introduction Générale

Introduction

L'automatisation des processus industriels et l'innovation technologique actuelle présentent des dangers inhérents aux biens et au personnel à protéger ; cela nécessite une compréhension globale et une vérification continue des caractéristiques des composants du dispositif industriel pendant le développement et après la mise en service. De telles opérations ne seront rentables que si l'intégrité de l'élément contrôlé est protégée. En fait, il existe une technologie moderne appelée méthode de contrôle non destructif (CND), qui permet l'implantation de capteurs et vise à fournir des informations locales assez précises liées à des paramètres spécifiques (distance, épaisseur, emplacement et caractéristiques physiques des pièces à contrôler).

Dans le domaine du contrôle des pièces métalliques, la technique des courants de Foucault (CF) est l'une des plus anciennement utilisées. Dès 1926, les premiers appareils de mesure d'épaisseur apparaissent. Les bases techniques et pratiques du contrôle ont été établies durant les années 1950 et 1960 correspondant au développement des techniques nucléaires [1] [2]. Le CND-CF consiste à évaluer l'état d'intégrité d'une pièce par la mesure de la variation de l'impédance ou du courant issue du couplage électromagnétique entre le capteur et la pièce à tester. La circulation des courants induits dans la pièce est modifiée par l'existence de défauts ou la variation des caractéristiques électromagnétiques et géométriques. Cette technique est très répandue dans une multitude de domaines comme l'aéronautique, l'aérospatiale, le nucléaire et le ferroviaire.

Dans ce cas, la simulation informatique des contrôles non-destructifs joue un rôle de plus en plus important dans la conception et la démonstration des performances à faible coût des méthodes de contrôle, ainsi que dans l'éducation, la formation et l'assistance aux opérateurs. La simulation est un facteur clé pour améliorer la fiabilité des inspections, car elle permet de contrôler les paramètres mis en œuvre lors des inspections. Cependant, il est non seulement nécessaire d'améliorer la capacité des méthodes de contrôle à détecter les défauts, mais aussi à les caractériser, afin de fournir aux experts des méthodes pour évaluer leurs dangers.

En effet, le développement et la résolution semi – analytique d'un modèle axisymétrique appliqué à un système de capteurs en présence de pièce conductrice magnétique, font l'objet de ce travail. Nous appliquons la méthode de couplage de circuit, qui est un cas particulier de la méthode de couplage de grandeur électromagnétique, dans

laquelle la variable d'état est la densité de courant. Il fournit un temps de calcul relativement court et un modèle bien conçu montre les quantités physiques de manière claire, ce qui permet une modélisation inverse à l'avenir. Le procédé consiste à subdiviser uniquement le milieu conducteur en parties élémentaires. D'après la loi d'induction et le théorème de superposition, on exprime le couplage entre différents éléments produits par subdivision. Dans notre application, nous obtenons enfin une expression semi-analytique d'impédance ou de tension induite pour détecter les défauts et la caractérisation des matériaux conducteurs. En effet, on applique au CND-CF des modèles d'inversion associés à la méthode des circuits couplés, pour aboutir à l'évaluation des propriétés électromagnétiques d'une pièce, ainsi que les propriétés géométriques (épaisseur, rainures, défauts...).

L'inversion peut se faire grâce à des modèles d'inversion directs ou bien à travers les méthodes d'optimisation. Nous présenterons dans notre travail, une méthode d'optimisation déterministe locale qui est la méthode du Simplex.

Pour pouvoir mener à bien une telle étude, nous présentons dans le premier chapitre une description des installations du contrôle non destructif. Une étude détaillée sur les techniques de **CND** par courants de Foucault est relatée en abordant le principe de fonctionnement, le rôle de chaque élément du dispositif de contrôle, les différents types de capteurs, les modes d'excitation, les paramètres d'influence ainsi que les différentes caractéristiques des pièces contrôlées.

Dans le deuxième chapitre, nous exposerons brièvement les équations électromagnétiques de base et les différentes méthodes de résolution existantes.

La résolution des équations de Maxwell pour obtenir la formule intégrale des grandeurs électromagnétiques couplées fait l'objet du chapitre trois. La modélisation de capteurs à double fonction et la modélisation de capteurs à fonctions indépendantes y seront introduites en détail, et nous utilisons l'équation de passage entre deux milieux différents pour simuler l'effet magnétique. Ce dernier est assimilé à un cycle imaginaire de courant magnétisant. Par conséquent, nous avons développé une autre formule intégrale qui s'ajoute à l'expression décrivant le milieu magnétiquement perméable, ce qui conduira à un modèle électromagnétique décrivant le comportement d'un capteur avec un noyau ferromagnétique.

Dans le quatrième chapitre, Nous avons cité les méthodes les plus importantes et les plus utilisées dans la résolution d'un problème d'optimisation que nous pouvons pu réunir en deux différents groupes : les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques. Nous avons donné les aspects théoriques de la méthode du Simplex

Le cinquième chapitre est destiné à simuler et à exposer le problème inverse. En effet, une présentation des méthodes d'optimisation appliquées au problème d'identification paramétrique est élaborée. Le couplage de la méthode des circuits couplés et la méthode du Simplex sera traité pour l'estimation des caractéristiques d'une pièce conductrice.

CHAPITRE I

Généralité sur le CND

I.1 Introduction

Les exigences croissantes sans cesse sur la qualité et la fiabilité des installations et des Produits industriels notamment dans la métallurgie, l'aéronautique et le nucléaire ont conduit À l'apparition et au développement des méthodes dites : évaluation non-destructive (END) et Contrôle non-destructif (CND).

Rigueur et précision dans la construction industrielle sont primordiales pour assurer une sécurité optimale. D'ailleurs, un grand nombre de conditions d'acceptation de haut niveau est exigé des pièces afin d'être utilisées. Des contrôles non-destructifs (CND) doivent avoir lieu, pour garantir la qualité des produits lors de leur formation et le long de leur exploitation. Le contrôle non-destructif a donc une place prépondérante au sein de l'industrie moderne [1].

L'histoire des essais non-destructifs (END) a commencé à la fin du XIXe siècle. Cependant, ce n'est qu'à partir de la Seconde Guerre mondiale que les techniques de CND ont pris leur essor dans l'industrie, en particulier dans la métallurgie : contrôle des aciers, radiographie des soudures. Vers les années, 60/70, une grande accélération du développement des END a été remarquée avec l'apparition de nouvelles industries telles que le génie des centrales électriques nucléaires, l'aéronautique civile et militaire, les gazoducs, oléoducs et les plates-formes offshore.

Les méthodes du CND sont actuellement utilisées pour la recherche et la classification des Défauts dans les pièces d'une part, et la caractérisation des matériaux d'autre part. les techniques sont diverses (Ultrasons, courant de Foucault, radiographie, ressuage, Thermographie...Etc). Chacune d'elles dépend à la fois de la nature du matériau constituant Les pièces à contrôler, de la nature de l'information recherchée (Détection ou mesure, position Et forme du défaut), du type de contrôle à effectuer (Contrôle en ligne, sur pièce mobile, Possibilité de contact ou non avec la pièce), la question économique (coût)...Etc [3]. Dans les Dispositifs électromagnétiques utilisés en électrotechnique, telle que les machines électriques, Les appareils de coupures, les appareillages à haute tension, généralement ont fait appel aux Méthodes électromagnétiques ; tel que le contrôle par courant de Foucault

Pour les différentes méthodes choisies, la représentation du dispositif général du contrôle non-destructif peut être schématisée sous la forme suivante :

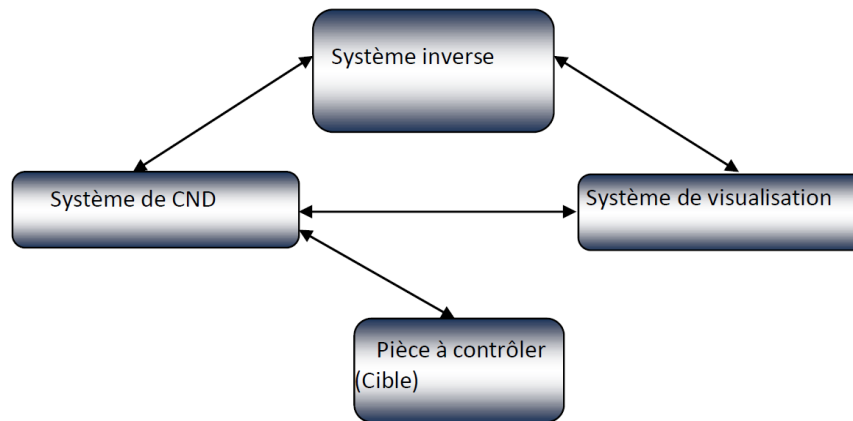


Figure I.1 : Schéma synoptique du CND

La pièce à contrôler s'identifie par des paramètres qui peuvent être estimés dans le but d'élaborer un diagnostic de son état. La mise en œuvre d'un système de CND adéquat permettra de produire des signaux identifiant les paramètres recherchés lus par un dispositif de visualisation choisi. Quant au système inverse, c'est un ensemble de méthodes utilisé pour permettre de remonter aux caractéristiques physiques ou dimensionnelles de la cible ou bien de permettre un dimensionnement de capteurs et leurs positions vis-à-vis de la structure à évaluer. [4]

I.2 Champ d'application

Le CND s'applique, en général, dans les industries à fiabilité élevée. On peut citer:

- Métallurgie, fonderie.
- Industrie automobile.
- Aérospatial et armée.
- Industrie navale (contrôle des coques).
- Aéronautique
- Ferroviaire
- Agroalimentaire (éclats de verre, morceau de métaux).
- Autres (fabrication de mousquetons d'escalade, ouvrage d'arts, etc.).

Le contrôle non destructif d'un produit ou d'un objet peut être effectué à trois stades de sa vie; ce qui conduit à trois types d'applications se différenciant à la fois par le contexte industriel et par la nature du contrôle lui-même [2]

I.3 Classification des méthodes de CND

Méthodes de surface

- Inspection visuelle, endoscopie
- Ressuage
- Magnétoscopie
- Courants de Foucault (Conventionnels ou multiéléments)
- Thermographie infrarouge
- Sériographie

Méthodes globales et volumiques

- Rayons X (argentique, numérique, tomographique)
- Ultrasons (Conventionnels ou multiéléments)
- Laser ultrasons
- Tera hertz
- Émission acoustique
- Ondes guidées

I.4 Les différentes techniques de CND

Vu la diversité des techniques de **CND** utilisées. Le choix de celle-ci dépend de :

- la pièce à contrôler (nature du matériau, forme,...).
- le type de contrôle à effectuer (détection de défauts, mesure d'épaisseur,...).
- les conditions dans lesquelles le contrôle doit être effectué.

Différents types d'énergies sont employés dans ce domaine: énergie mécanique (ultrasons, ressuage), électromagnétique (radioscopie, flux magnétique ...). Nous avons regroupé les différentes techniques du **CND**, leurs principes, leurs avantages et inconvénients dans le tableau I.1:

Tableau I.1 Les procédés de contrôle non destructif : caractéristiques [2]

Types de procédés	Méthodes de contrôle	Principes physiques	Types de défauts détectés	Domaines d'application	Points forts	Points faibles
Optiques	Examen visuel direct ou assisté	Vision Perturbation d'une réflexion	Défauts débouchant, fissures, criques, trous	Contrôle manuel de tous produits à surface accessible	Souplesse	Productivité, fiabilité
	Contrôle laser			Contrôles automatiques de bandes et tôles	Productivité	Taux élevé de fausses alarmes
	Contrôle TV	Formation d'une image	Défauts d'aspect, taches	Contrôle automatique en fabrication des produits divers	Productivité	Défauts fins
	Interférométrie holographique	Détection de microdéformations provoquées	Délaminations, décollements	Contrôle en atelier de parois non métalliques	Contrôle des composites	Interprétation, productivité
	Thermographie infrarouge	Cartographie de perturbations thermiques	Délaminations hétérogénéités diverses	Contrôle sur site	Cartographie	Caractérisation des défauts
Ressuage	Ressuage	Effet de capillarité	Défauts fins débouchant	Contrôle manuel de tous produits à surface accessible	Simplicité Faible coût	Productivité, peu quantitatif
Flux de fuite magnétique	Magnétoscopie	Accumulation de poudre	Défauts fins débouchant et sous-cutanés	Produits ferromagnétiques (aciers)	Sensibilité	Réservé aux aciers Peu quantitatif
	Détection de flux de fuite	Distorsion d'un flux magnétique	Défauts fins débouchant		Sensibilité Automatisation	Fragilité des sondes
Electro-magnétiques	Courants de Foucault	Perturbations d'un courant	Défauts fins débouchant	Contrôle en ligne et sur chantier de tout produit métallique	Sensibilité Automatisation	Matériaux non conducteurs Interprétation
	Potentiel électrique	Perturbations d'un courant	Mesure de profondeur de défauts	Tout produit conducteur	Simplicité Faible coût	Contrôle manuel Lent
	Hyperfréquences	Transmission ou réflexion radar	Hétérogénéités diverses	Matériaux peu conducteurs	Contrôle sans contact	Interprétation du signal
Rayonnements ionisants	Radiographie X	Atténuation d'un flux	Défauts internes	Contrôle en atelier et sur site de tout matériau	Cartographie Souplesse de réglage	Protection Détection des fissures
	Radiographie γ			Contrôle en ligne	Fortes épaisseurs	Profondeur des défauts
	Radioscopie en temps réel				Productivité	Résolution limitée
	Tomographie X			Contrôle de structures non métalliques	Imagerie en coupe	Coût Productivité
	Neutronographie	Rétrodiffusion	Délaminations	Corps hydrogénés	Complète la radiographie	Equipement Condition d'emploi
Vibrations mécaniques	Ultrasons	Perturbation d'une onde, Echographie	Défauts internes Défauts débouchant	Contrôle manuel ou automatique de la majorité des matériaux	Grande sensibilité Nombreuses méthodes d'auscultation	Conditions d'essai Interprétation des échos. Couplage
	Emission acoustique	Emission provoquée par sollicitation mécanique	Criques Fissures	Parois de gros récipients Structures diverses	Contrôle global avec localisation des défauts	Interprétation Bruits parasites
	Essais dynamiques	Perturbations d'un amortissement Mesure de vitesse	Criques Fissures	Contrôle de pièces moulées	Productivité	Qualitatif
Tests d'étanchéité	Essais hydrostatiques	Détection de bulles	Défauts débouchant dans joints ou parois, zone perméable	Tubes et enceintes en tout matériau	Grande étendue de flux de fuite selon la méthode	Contingences diverses selon la méthode
	Tests avec gaz traceurs (halogènes, hélium)	Détection chimique				
	Détection sonore	Bruit acoustique				

I.5 CND par courant de Foucault

Par sa simplicité et son efficacité, le contrôle par courants de Foucault (CND-CF) est la technique la plus utilisée dans la détection des défauts et la caractérisation des propriétés physiques ou géométriques des matériaux électriquement conducteurs. Le CND-CF est généralement utilisé pour quantifier divers défauts superficiels, tels que les fissures et les hétérogénéités chimiques microstructures ou mécaniques. Il est également utilisé pour mesurer les épaisseurs des revêtements métalliques ou isolants sur des matériaux conducteurs [6] [7].

Plusieurs domaines industriels utilisent le CND-CF telle que:

- Les réacteurs nucléaires : on doit noter que de nombreux incidents qui ont marqué et marquent encore le fonctionnement de ces réacteurs sont dus à la fissuration et à la rupture de leurs gaines [8] [9] [7].

- Turbomachine : la présence de fissures est inadmissible sur les disques de turbomachines,

telles que les turbines à gaz et les turboréacteurs d'avions [10] [11] [7] [9].

- Les ferroviaires [OUK 97], les navires, les automobiles,etc.

Un champ magnétique variable dans le temps, passant à travers un contour conducteur fermé donne naissance à une force électromotrice qui joue le rôle d'un générateur de tension, qui engendre un courant dans ce contour. Ce courant apparaît aussi dans les corps conducteurs en présence d'un Champ magnétique variable. Ils se referment dans les circuits situés dans des plans perpendiculaires au champ magnétique. De tels courants sont appelés courants de Foucault (ou courants induits). Ils créent, à leur tour, leurs propres champs magnétiques et peuvent avoir une action démagnétisante sur le champ initial d'une part ; d'autre part ces courants induits dans les corps métalliques entraîne un excès de consommation d'énergie électrique et réduisent le rendement des systèmes électromagnétiques. Ces pertes sont appelées pertes par courants de Foucault. Cependant, on peut les utiliser pour mettre en action certains mécanismes pour obtenir un régime de fonctionnement souhaité. Les courants induits sont très utilisés dans les domaines industriels tels que : les fours à induction, les compteurs d'énergie électrique, le freinage et le CND-CF. Le CND-CF est un domaine très important durant ces dernières décennies, à cause de l'évolution technologique rapide dans des domaines très importants telles que les centrales nucléaires et le domaine des transports

I.5.1 Principe physique [1] [5]

Toute charge électrique soumise à un champ électromagnétique subit une force appelée force de Lorentz. Cette force entraîne les charges libres du conducteur et crée ainsi des courants électriques, appelés courants de Foucault ou courants induits. Plus la conductivité électrique du matériau est élevée, plus les manifestations de ce phénomène sont importantes. Les courants ainsi générés vont à leur tour agir sur leur environnement. Lent a énoncé : les courants induits, par un champ électromagnétique variable dans le temps et/ou dans l'espace au sein d'un matériau conducteur, tendent à s'opposer à la cause qui leur a donné naissance.

Ainsi, une bobine parcourue par un courant variable, alternatif, génère de tels courants, créant eux-mêmes un flux magnétique qui s'oppose au flux générateur, modifiant l'impédance de cette bobine. C'est l'étude de cette variation d'impédance ou de la variation de la tension induite dans une seconde bobine qui fournira les éléments nécessaires d'un contrôle. En effet, le trajet, la répartition et l'intensité des courants de Foucault dépendent des conditions d'excitations (paramètres électriques et géométriques du bobinage), mais aussi des caractéristiques physiques et géométriques de la cible. On conçoit dès lors qu'un défaut, constituant une discontinuité électrique venant perturber la circulation des courants de Foucault, puisse engendrer une variation d'impédance ou de tension décelable au niveau de la bobine d'excitation ou d'autres bobines réceptrices : figure I.2.

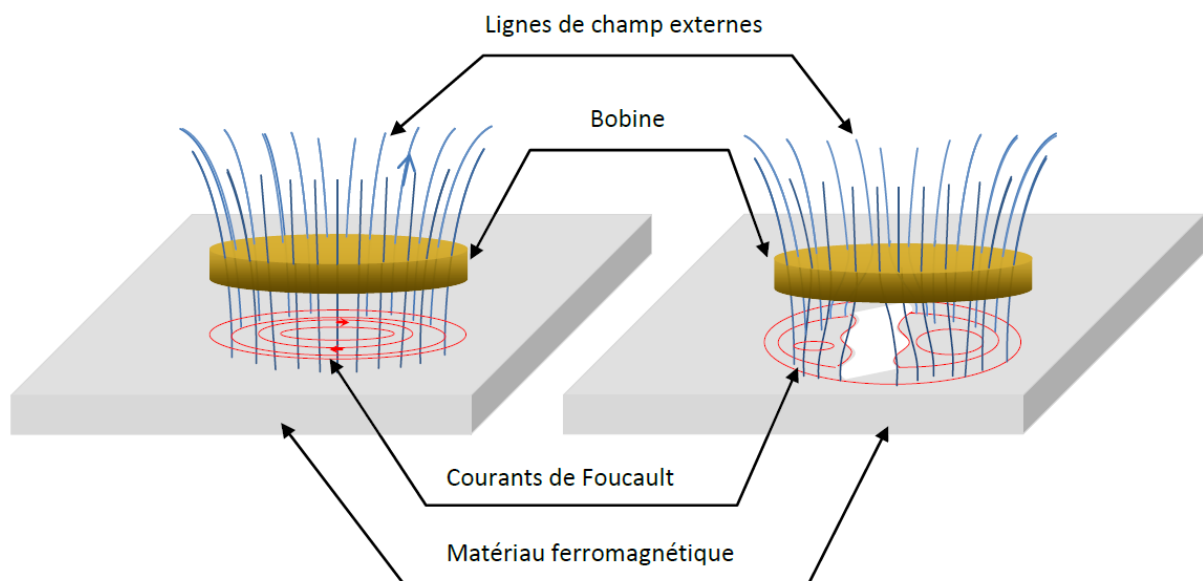


Figure I.2 Schéma de principe du contrôle non destructif par courants de Foucault

I.6 Dispositif du CND-CF

I.6.1 Source d'alimentation

Dans les dispositifs de CND-CF, au moins une bobine doit être alimentée pour produire un champ magnétique qui va exciter la pièce à évaluer. La sensibilité du contrôle dépend de la fréquence du courant ou de la tension d'excitation car c'est l'un des paramètres influant sur la profondeur de pénétration des courants induits dans les matériaux à inspecter.

Les mesures peuvent être faussées par une mauvaise définition de la forme de l'onde fournie ou de sa fréquence. On distingue trois modes d'excitation en fréquence [12]:

- Excitation mono fréquence
- Excitation multifréquence
- Excitation pulsée

Dans le mode mono fréquence, le signal d'excitation est une onde sinusoïdale de fréquence fixe. Le choix de la valeur de la fréquence dépend de l'application visée. En effet, les courants de Foucault à basse fréquence [1Hz:1kHz][13] conviennent pour le contrôle de produits de grande épaisseur [14][15] et les matériaux ferromagnétiques [16][17]. Pour les matériaux de faible ou moyenne épaisseur, on utilise les fréquences de valeurs moyennes [1kHz:1MHz] [18] [19]. Les fréquences supérieures à 1MHz sont peu utilisées. [20][21].

L'évolution de plusieurs paramètres d'un système, tels que la conductivité, la perméabilité d'une pièce ou encore le lift-off (la position du capteur par rapport à la pièce), nécessite un nombre adéquat d'informations issues du capteur. L'excitation en mode multifréquences peut être utilisée. Ce qui permet de s'affranchir de signaux perturbateurs. La technique de mesure peut être réalisée en fréquences séquentielles ou en fréquences simultanées. En pratique, on utilise un système d'excitation en double fréquence (10kHz et 100 kHz) pour le contrôle des rails ferroviaires [22] et à trois fréquences simultanées 100kHz, 240kHz, 500kHz) pour les tubes de vapeur [23]. Cependant, on peut obtenir un spectre fréquentiel plus riche, en choisissant le mode d'excitation pulsée [20][21].

I.6.2 les capteurs

Un capteur est un dispositif qui transforme l'état d'une grandeur physique observée en une grandeur utilisable. Il est un élément de base des systèmes d'acquisition de données. Nous pouvons aussi affirmer qu'il est plus qu'un instrument de mesure, car il se comporte comme une interface entre un processus physique et une information manipulable (donnée accessible à l'utilisateur).

Dans les dispositifs du CND-CF, la topologie des courants de Foucault créés au sein d'une pièce est riche d'informations. Cependant, ces courants ne sont pas directement accessibles à la mesure. C'est par l'intermédiaire d'un capteur inductif constitué d'un inducteur ou un ensemble de bobines, que les informations nécessaires au contrôle sont obtenues. En effet, la variation d'impédance ou la différence de potentiel aux bornes d'une bobine représente la quantité de flux magnétique créé et la puissance dissipées due à la présence des courants de Foucault dans la pièce à contrôler. La forme du capteur, sa position relative au matériau (lift-off), sa fonction et sa conception varient en fonction de son utilisation. Dans ce contexte, on peut classer les capteurs suivant trois caractéristiques :

- Structure
- Forme
- Fonction
- Mode de contrôle.

I.6.2.a Type de capteur suivant la structure

Nous pouvons distinguer deux familles de capteurs : les capteurs à air et les capteurs avec noyaux en ferrites. Les premiers sont constitués de bobines sans noyaux. Leur conception est relativement simple et peuvent être de taille réduite. L'un des objectifs de l'utilisation de capteur en pot de ferrite est d'intensifier le champ magnétique émis par la bobine et de le focaliser sur la pièce à contrôler. L'autre objectif est de protéger le capteur contre d'éventuelles sources magnétiques extérieures [24].

I.6.2.b Type de capteur suivant la forme

On distingue trois types de capteurs suivant leur géométrie [4]: bobine encerclant, sonde et palpeur. Les capteurs axiaux encerclant ou bobine encerclant sont constitués d'enroulement de mesure entourant la pièce à contrôler. Ils sont destinés au contrôle des produits longs (tubes, barres,...). Quant aux palpeurs ou bobines ponctuelles, ce sont de petits inducteurs placés sur ou à proximité de la surface de la pièce. Ce type de capteur permet une inspection locale d'une zone de la pièce et peut atteindre des régions d'accès difficile. Néanmoins, les produits creux sont examinés par des capteurs appelés sondes, pouvant se déplacer à l'intérieur des conduites ou des tubes creux.

I.6.2.c Type de capteur selon sa fonction

C'est la même bobine qui assure le rôle d'excitation et de réception dans un capteur à double fonction. Dans ce type de capteur, l'élément de mesure est l'impédance aux bornes de l'enroulement. C'est la variation de la valeur de l'impédance qui nous renseigne sur l'état de santé de la pièce, comme on peut déduire ses caractéristiques physiques et géométriques.

Dans le cas du capteur à fonction séparée, il existe au moins deux enroulements. L'un est réservé à la création du champ magnétique d'excitation. La mesure de la tension est faite aux bornes d'une seconde bobine qui peut être de taille réduite. Cette tension est induite par le passage du champ magnétique à travers l'ensemble des spires. Le champ magnétisant est dû au courant de conduction de la source, mais aussi au courant induit dans les matériaux avoisinants.

I.6.2.d Type de capteur suivant le mode de contrôle

L'objectif du contrôle ainsi que l'environnement des mesures peuvent déterminer le mode de contrôle. Pour évaluer les caractéristiques physiques et dimensionnelles des structures conductrices, il est préférable d'utiliser la méthode absolue. La mesure se fait par comparaison du signal reçu à une référence artificielle électronique.

Afin d'éliminer les perturbations telles que la température, les chercheurs ont proposé le contrôle compensé. Deux bobines sont utilisées, l'une est mise au voisinage de la structure à

contrôler, par contre l'autre est à proximité de la même structure, mais saine. Une mesure comparative permet de ne retenir que les signaux valables.

Pour détecter de petites discontinuités lors du déplacement de la sonde au-dessus d'un matériau, tout en s'affranchissant des variations lentes de la conductivité ou de l'entrefer, les capteurs différentiels sont préconisés. Deux bobines montées en tête-bêche sont généralement dans le même boîtier de sonde. Dans le cas de pièces saines, l'impédance du capteur est nulle. Dès qu'un changement de topologie (défaut) est rencontré par l'une des deux bobines, une variation d'impédance est relevée.

I.7 Grandeurs mesurées [4]

I.7.1 L'impédance

L'impédance électrique mesure l'opposition d'un circuit électrique au passage d'un courant alternatif sinusoïdale. Elle peut être représentée comme la somme d'une partie réelle (partie résistive, la résistance) plus une partie imaginaire (partie réactive, la réactance).

Dans notre dispositif, l'impédance de la source qui est une bobine, est modifiée par la variation du champ magnétique traversant ses spires. C'est la création des courants de Foucault au sein de l'objet métallique qui induit cette variation. L'organigramme de la figure I.3 schématise la variation d'impédance à partir de ces phénomènes.

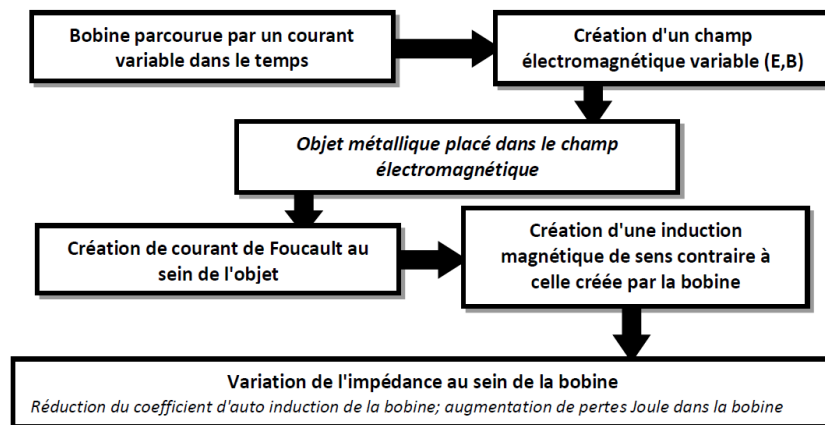


Figure I.3 variation d'impédance d'une bobine en présence de courants de Foucault.

Dans le domaine du contrôle non destructif par courant de Foucault, les valeurs obtenues par la sonde de mesure sont souvent représentées dans le plan d'impédance normalisée. Nous donnons la formulation de la résistance et la réactance normalisées par les équations suivantes:

$$R_N = \frac{R_{charge} - R_{vide}}{X_{vide}} \quad (\text{I.1})$$

$$X_N = \frac{X_{charge}}{X_{vide}} \quad (\text{I.2})$$

Rcharge est la composante résistive qui représente l'ensemble des pertes Joule causées soit par les courants de conduction dû à l'alimentation soit par les courants de Foucault dans la charge. Xcharge est la composante inductive qui représente la réactance du bobinage d'excitation en présence de la pièce à contrôler (charge). R vide et X vide sont respectivement la résistance et la réactance du capteur sans la présence de pièces (à vide). Le plan d'impédance normalisé est le tracé de XN en fonction de RN. Cette représentation permet d'éviter l'influence des caractéristiques propres de la sonde (résistance interne, nombre de spires).

I.7.2 La tension induite

La source étant une bobine alimentée soit par un courant ou bien une tension sinusoïdale crée un champ magnétique variable. Lorsqu'une autre bobine est mise au voisinage de la source, elle est sujette à un changement de champ magnétique. La loi de Faraday pour l'induction établit que :

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{I.3})$$

Le circuit de cette bobine étant ouvert, la tension induite à ses bornes est donnée par :

$$u = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{I.4})$$

Avec e : la force électromotrice [V] ;
 N : le nombre de spires de la bobine ;
 Φ : le flux magnétique [Wb] ;
 u : la tension induite en V

L'organigramme de la figure I.5 schématise la variation de la tension induite à partir de ces phénomènes.

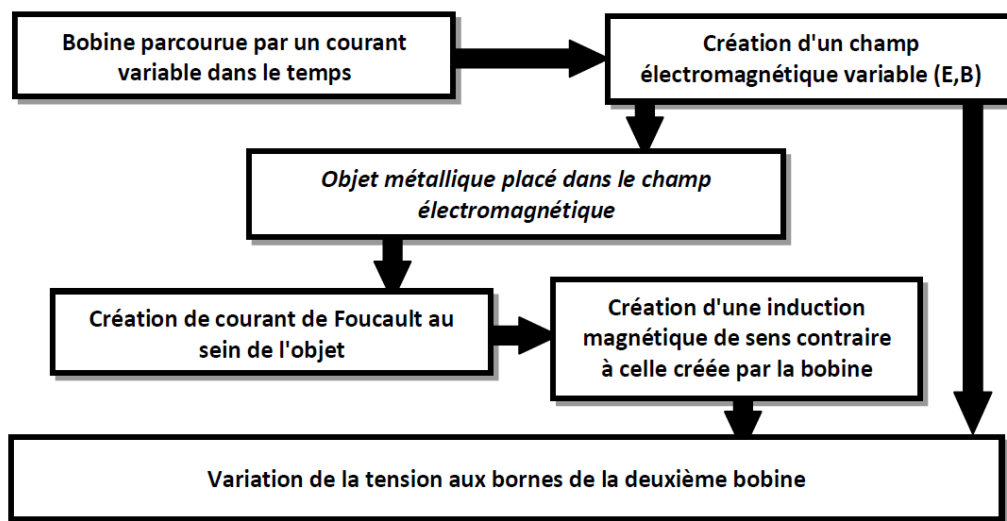


Figure I.4 Principe de la variation de la tension en présence de courants de Foucault

I.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné un aperçu sur la technique du contrôle non destructif par courant de Foucault. Une bobine parcourue par un courant variable, alternatif, génère des courants induits dans un spécimen (pièce conductrice), créant eux-mêmes un flux magnétique qui s'oppose au flux générateur de la bobine, modifiant son impédance. C'est l'étude de cette variation d'impédance ou bien de la variation de tension induite aux bornes d'un bobinage avoisinant qui fournira les éléments nécessaires d'un contrôle.

Nous avons aussi défini les éléments essentiels du dispositif de contrôle à savoir la bobine excitatrice (la forme de la sonde et la tension d'alimentation) et les paramètres électromagnétiques du matériau à contrôler pouvant influencer les mesures.

CHAPITRE II

*Modélisation des
équations de maxwell
et la méthode des
circuits couplés*

II.1.Introduction

Le traitement, l'étude, la conception et l'optimisation des dispositifs électromagnétiques passent par une bonne maîtrise des phénomènes électromagnétiques s'y déroulant, ainsi que par la mise en œuvre de modèles mathématiques d'équations aux dérivées partielles spatio-temporelles représentant et caractérisant le fonctionnement de ces systèmes.

Le but d'une telle modélisation est d'accéder aux grandeurs locales (champ magnétique, densité de courant,...) et globales (courant, flux, énergie,...) nécessaires à l'analyse ou la conception des dispositifs électromagnétiques.

La structure mathématique capable de nous fournir de tels résultats est basée sur la résolution des équations de Maxwell.

Grandeurs électromagnétiques

L'ensemble des phénomènes électromagnétiques intervenant dans l'étude d'un dispositif électromagnétique fait appel aux équations de Maxwell.

Ces dernières définissent les propriétés macroscopiques locales associées aux grandeurs électriques et magnétiques vectorielles dépendantes du temps et de l'espace.

L'ensemble des phénomènes électromagnétiques peut être décrit par le biais de six grandeurs qui dépendent du temps et de l'espace et qui sont les suivantes :

$H(p,t)$: Champ magnétique [A.m-1].

$E(p,t)$: Champ électrique [V.m-1].

$B(p,t)$: Induction magnétique [T].

$D(p,t)$: Induction électrique [C.m-2].

$J(p,t)$: Densité de courant de conduction [A.m-2].

$r(p,t)$: Densité de charges électriques libres [C.m-3].

La variable t représente le temps absolu dans le sens de la transformation de Lorentz. Elle est réduite à celle de Galilée et p est un point du domaine étudié.

II.2 Equations de base

II.2.1 Equations de Maxwell

Tout phénomène électromagnétique peut être décrit par une formulation couplée des équations dites de Maxwell. Celui-ci a pu rassembler les découvertes de ces prédécesseurs pour donner la formulation de l'électromagnétisme liant les grandeurs électriques et magnétiques dans les équations suivantes: [25][26]

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{Equation de Maxwell- Ampère} \quad (\text{II.1.a})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Equation de Maxwell- Faraday} \quad (\text{II.1.b})$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad \text{Conservation du flux magnétique} \quad (\text{II.1.c})$$

$$\text{div}\vec{D} = \rho \quad \text{Equation de Maxwell-Gauss} \quad (\text{II.1.d})$$

Avec:

$E[\text{V/m}]$ et $H[\text{A/m}]$: champs électrique et magnétique.

$D[\text{A.s/m}]$ et $B[\text{T}]$: inductions électrique et magnétique.

$J[\text{A/m}^2]$: densité de courant de conduction.

$\rho[\text{C/m}^3]$: densité volumique de charge.

L'équation de Maxwell- Ampère nous permet de trouver une relation directe entre le champ électrique, le champ magnétique et les courants électriques.

L'équation de Maxwell- Faraday représente la loi d'induction qui établit le lien entre le champ électrique et l'induction magnétique. C'est la formulation mathématique du phénomène inductif dans un conducteur soumis à un champ magnétique variable ou dans un conducteur en mouvement mais soumis à un champ magnétique constant.

Cependant, les deux premières équations définissent le lien qui existe entre les champs et leurs sources. Par contre, la troisième et la quatrième équation donnent respectivement la notion de conservation du champ magnétique et de la charge électrique.

Des relations supplémentaires caractérisant les différents milieux doivent être ajoutées aux équations précédentes. Pour les milieux isotropes, nous avons les formulations suivantes :

Caractéristique magnétique :

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (\text{II.2})$$

Avec:

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$: perméabilité magnétique du vide.

μ_r : perméabilité magnétique relative du milieu. Pour un milieu amagnétique $\mu_r=1$. Pour un milieu magnétique $\mu_r=\mu_r(\mathbf{H})$

Caractéristique diélectrique:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \quad (\text{II.3})$$

avec

$\varepsilon_0 = 1/\mu_0 C^2 = 10^{-9}/36\pi$ [F/m] : Permittivité électrique du vide.

$C = 3.10^8$ m/s : Vitesse de la lumière.

ε_r : Permittivité relative du milieu considéré.

Loi d'Ohm:

Pour un milieu conducteur, la densité de courant est donnée par la loi d'Ohm généralisée :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II.4})$$

$\sigma[(\Omega.m)^{-1}]$: Conductivité électrique.

Les équations précédentes sont valables en tout point d'un milieu continu. A la limite de séparation de deux milieux correspondants respectivement aux indices 1 et 2, il existe les conditions suivantes [25]:

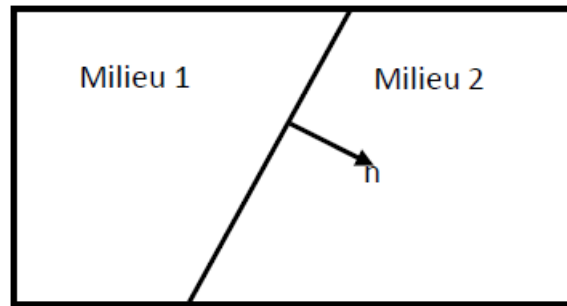


Figure II.1 Interface entre deux milieux différents

Continuité de la composante tangentielle du vecteur champ électrique \mathbf{E} :

$$\vec{E}_1 \wedge \vec{n} = \vec{E}_2 \wedge \vec{n} \quad (\text{II.5})$$

Continuité de la composante normale du vecteur d'induction magnétique \mathbf{B} :

$$\vec{n} \cdot \vec{B}_1 = \vec{n} \cdot \vec{B}_2 \quad (\text{II.6})$$

Discontinuité de la composante tangentielle du vecteur champ magnétique \mathbf{H} :

$$\vec{H}_1 \wedge \vec{n} - \vec{H}_2 \wedge \vec{n} = \vec{J}_s \quad (\text{II.7})$$

Discontinuité de la composante normale du vecteur induction électrique \mathbf{D} , en présence de charges superficielles

$$\vec{n} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_s \quad (\text{II.8})$$

Où

n : est le vecteur normal à la surface de séparation entre les deux milieux 1 et 2

J_s : la densité surfacique d'une nappe de courant entre les deux milieux.

L'ensemble des équations que nous venons de présenter, décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques, mais dans la plupart des cas, nous ne pouvons pas les résoudre directement. Suivant la forme des dispositifs que l'on étudie, certains phénomènes

deviennent négligeables. Par conséquent, les équations se simplifient pour donner lieu à des modèles plus simples.

II.2.2 Hypothèses simplificatrices

1. Les courants de déplacement sont négligeables. En effet Les structures électromagnétiques que nous étudions sont caractérisées par les mêmes propriétés diélectriques que celles du vide ($\epsilon_r = 1$). D'autre part, la fréquence de travail dans les opérations de contrôle non destructif ne dépasse pas 1MHz. Le terme de déplacement dans le cas d'une excitation sinusoïdale est :

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial \epsilon_0 \vec{E}}{\partial t} = \frac{\epsilon_0}{\sigma} \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = j2\pi f \frac{\epsilon_0}{\sigma} \vec{J} = jR\vec{J} \quad (\text{II.9})$$

Le rapport R entre le module du courant de déplacement et celui du courant de conduction ; pour une conductivité électrique $\sigma = 10^6 (\Omega.m)^{-1}$ une fréquence $f = 1\text{MHz}$ et $\epsilon_0 = 8.8 \cdot 10^{-12} \text{F/m}$ est : $R \cong 10^{-10}$. Ce qui nous permet de négliger l'effet du courant de déplacement devant l'effet du courant de conduction

2. La densité surfacique de courant entre les deux milieux est nulle ($\mathbf{J}_s = 0$) ;
3. La densité volumique de charge est considérée nul ($\rho_s = 0$) ;

Pour une spire élémentaire le comportement électromagnétique du circuit, avec les hypothèses ainsi formulées, les équations de Maxwell à résoudre sont :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{II.10.a})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.10.b})$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.10.c})$$

$$\text{div} \vec{E} = 0 \quad (\text{II.10.d})$$

II.2.3 Formulation en terme de potentiel vecteur

Les équations de Maxwell constituent un système différentiel du premier ordre qui, dans le cas général, ne permet pas d'explicitier séparément les champs \mathbf{E} et \mathbf{B} . En introduisant une variable d'état appropriée à la géométrie des dispositifs étudiés, nous pouvons réduire les équations de Maxwell à une équation aux dérivées partielles facile à résoudre.

Dans une configuration cylindrique, la variable d'état la plus adaptée est le potentiel magnétique A et le potentiel scalaire électrique V [27]. On définit le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} par l'équation suivante :

$$\vec{\mathbf{B}} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{\mathbf{A}} \quad (\text{II.11})$$

Dans le cas général, il existe une infinité de vecteur \mathbf{A} pouvant satisfaire la relation. En effet, puisque le rotationnel du gradient de toute fonction scalaire f est nul, donc, tout vecteur $(\mathbf{A} + \mathbf{grad}(f))$ satisfait la relation, d'où la nécessité d'imposer une condition de jauge afin d'assurer l'unicité de la solution. Nous proposons d'utiliser la jauge de Coulomb

$$\text{div}(\mathbf{A}) = 0$$

En tenant compte de cette dernière écriture, l'équation (II.10.b) devient:

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\vec{\mathbf{E}} + \frac{\partial \vec{\mathbf{A}}}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{II.12})$$

A partir de cette relation, on peut définir un potentiel scalaire électrique V tel que :

$$\vec{\mathbf{E}} + \frac{\partial \vec{\mathbf{A}}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}} V \quad (\text{II.13})$$

En rassemblant les équations (II.10.a) et (II.11), on peut aboutir à la relation suivante:

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{\mathbf{A}} \right) = \vec{\mathbf{j}} \quad (\text{II.14})$$

Si on introduit la notion de la loi d'Ohm (II.4), les équations de Maxwell seront représentées par les deux équations couplées suivantes:

$$\begin{cases} \overline{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overline{\text{rot}} \vec{A} \right) = \vec{J} & \text{(a)} \\ \vec{J} = -\sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overline{\text{grad}} V \right) & \text{(b)} \end{cases} \quad \text{(II.15)}$$

Nous considérons la configuration particulière des dispositifs de contrôle non destructifs dont l'inducteur est un plan spiral face à une pièce plane (Figure II.1.a) ou une forme cylindrique (Figure II.1.b). En négligeant la forme hélicoïdale des spires inductrices, le problème devient bidimensionnel, car il possède une symétrie de révolution. Dans une configuration axisymétrique (coordonnées cylindriques (r, θ, z)), la formulation utilisant le potentiel vecteur offre l'intérêt suivant : Lorsque le courant d'excitation est orienté suivant la direction θ , le système présente une seule inconnue celle de la composante azimutale suivant l'axe θ (A_θ) du vecteur \mathbf{A} . Dans une telle configuration, les courants sont perpendiculaires au plan d'étude.

$$\vec{J} = \begin{Bmatrix} 0 \\ J_\theta \\ 0 \end{Bmatrix} ; \vec{E} = \begin{Bmatrix} 0 \\ E_\theta \\ 0 \end{Bmatrix} ; \vec{A} = \begin{Bmatrix} 0 \\ A_\theta \\ 0 \end{Bmatrix} ; \vec{B} = \begin{Bmatrix} B_r \\ 0 \\ B_z \end{Bmatrix} ; \vec{H} = \begin{Bmatrix} H_r \\ 0 \\ H_z \end{Bmatrix} \quad \text{(II.16)}$$

Comme le vecteur \mathbf{A} est confondu avec sa composante ortho-radiale, sa divergence est donc intrinsèquement nulle, alors la condition de jauge est vérifiée implicitement. Si on est dans le domaine complexe (sources sinusoïdales) et en considérant A et J comme des grandeurs scalaires (une seule composante), le système d'équations se réduit alors à :

$$\begin{cases} \text{div}(\overline{\text{grad}} A) = -\mu J & \text{(a)} \\ J = -\sigma(j\omega A + \overline{\text{grad}} V) & \text{(b)} \end{cases} \quad \text{(II.17)}$$

II.3 Méthodes de résolution :

Différentes méthodes peuvent être utilisées pour la résolution des équations aux dérivées partielles, décrites précédemment.

II.3.1 Méthodes analytiques :

Les premiers travaux se sont basés sur des méthodes de résolution analytiques des équations issues des modèles à une seule dimension [28]. Pour les modèles bidimensionnels, la solution analytique peut s'avérer très complexe même si pour des géométries simples, on peut trouver des solutions exactes à partir de la méthode de séparation des variables [29],[30],[31]. Dans des cas particuliers, ces méthodes sont des références de validation pour le reste des autres méthodes.

II.3.2 Méthodes numériques :

Avec l'évolution de l'outil informatique, l'utilisation des méthodes numériques pour la résolution de cette catégorie d'équations se généralise de plus en plus. Les méthodes numériques les plus connues sont : la méthode des intégrales, la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis et la méthode des éléments finis. Nous devons cependant signaler que ces méthodes exigent des temps de calcul relativement longs et des espaces mémoires considérablement grands, donc des outils informatiques développés.

II.3.3 Méthodes semi analytiques :

Ce sont des méthodes mixtes, qui sont une combinaison de méthodes analytiques couplées à des méthodes numériques. Ces méthodes ne sont appliquées que pour résoudre certains types de problèmes. Cette approche nous permet d'obtenir des expressions analytiques faciles à résoudre et de réduire le temps de simulation tout en ayant des résultats assez proches de la réalité.

Pour la simulation du contrôle non destructif, nous avons choisi d'utiliser la méthode des grandeurs électromagnétiques couplées. Le modèle développé sur la base de circuits couplés est proposé dans le domaine du chauffage par induction par Delage et Ernest [24].

L'inducteur et la charge sont discrétisés en spires concentriques à l'intérieur desquelles la densité de courant est supposée constante. L'ensemble ainsi défini forme un réseau de résistances, d'inductances et de mutuelles couplées qui est représenté par un système d'équations analytiques. La résolution numérique de ce système permet de donner la valeur de

la différence de potentiel aux bornes de la bobine ainsi que la répartition de la densité de courant dans l'ensemble du système. On peut ainsi connaître la valeur de l'impédance de la bobine, puis évaluer la valeur de la puissance injectée dans la charge. Cette méthode a été appliquée pour la première fois dans le domaine du contrôle non destructif par courant de Foucault par Maouche [12],[33],[34],[35].

Le modèle est ensuite étendu au cas d'un inducteur muni d'un pot en ferrite en introduisant le principe des courants fictifs sur le contour de la pièce. [36].

II.3.3.1 Principe général

La méthode des circuits couplés est basée sur la résolution analytique de l'équation (II.17.a) par l'intermédiaire de la loi de Biot et Savart. Cette résolution nous donne l'expression analytique du potentiel vecteur magnétique qui sera injectée dans l'équation (II.17.b). Par discrétisation, on subdivise le capteur et la pièce en spires élémentaires coaxiales. Ces spires peuvent être de taille identique ou différente. Chacune des spires constitue un élément du circuit qui est représenté par sa résistance électrique et son inductance. L'ensemble de ces éléments constitue un système couplé en série ou en parallèle. Finalement, nous obtenons un schéma électrique équivalent.

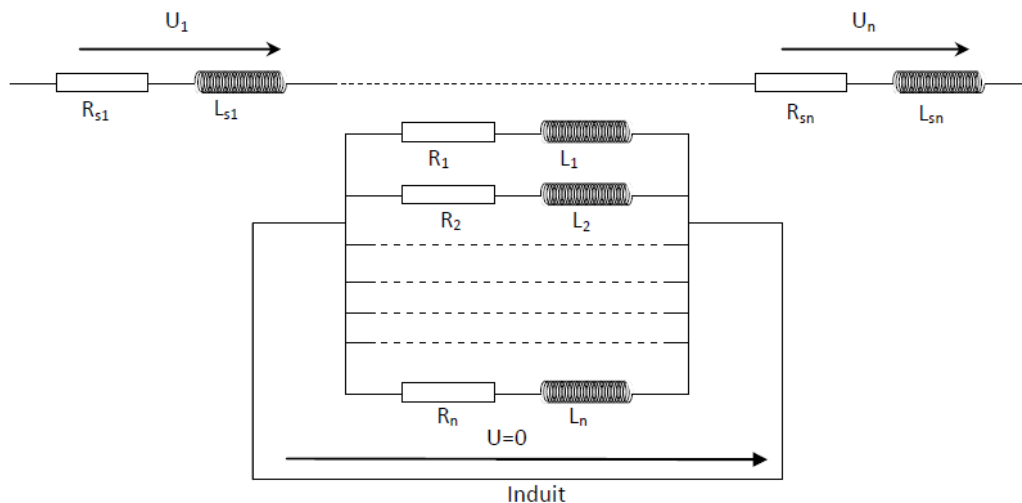


Figure II.2 : Schéma équivalent du système

Notons que les capteurs utilisés dans le CND-CF sont de plus en plus miniaturisés pour atteindre les endroits difficiles d'accès. Pour cette raison, la section du fil utilisé pour le bobinage est très fine. La subdivision des spires du capteur en spires élémentaires n'est pas recommandée; ce qui simplifie considérablement le schéma équivalent figure II.2.

L'application des lois fondamentales de Kirchhoff, nous permet d'aboutir à des expressions analytiques de l'impédance ou de la tension induite.

II.3.3.2 Formulation intégrale des équations

Soient deux points de l'espace p et q tels que p est le récepteur et q l'émetteur. Nous allons réécrire le système simplifié (II.15) comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overline{\text{rot}} \vec{A}(p, q) \right) = \vec{J}(q) \quad (\text{a}) \\ \vec{J}(p) = -\sigma(p) \left(\frac{\partial \vec{A}(p, q)}{\partial t} + \overline{\text{grad}} V(p) \right) \quad (\text{b}) \end{array} \right. \quad (\text{II.18})$$

Nous définissons $A(p, q)$ comme étant le potentiel vecteur magnétique inconnu au point p engendré par le point q de la source. $J(p)$ est la densité de courant au point p de la charge et $J(q)$ est la densité de courant au point q de la source.

L'équation de Poisson (II.18.a) représente la génération du potentiel vecteur $A(p, q)$ par la densité de courant source $J(q)$.

Cependant, l'équation (II.18.b) représente l'induction de la densité de courant $J(p)$ par la variation temporelle du potentiel vecteur magnétique et la variation spatiale du potentiel scalaire électrique.

La résolution de l'équation (II.18.a) par une transformation de Fourier permet d'aboutir à la formule de Biot et Savart du potentiel vecteur magnétique suivante:

$$\vec{A}(p, q) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_v \frac{\vec{J}(p, q)}{|\overline{oq} - \overline{op}|} dv \quad (\text{II.19})$$

Nous indiquons que les deux points p et q peuvent être de deux domaines différents comme ils peuvent appartenir au même milieu.

Donc, le potentiel est calculé au point récepteur $p(r, z)$, mais créé par une spire de section $s(q)$, de centre $q(r, z)$, de contour C et parcourue par une densité de courant $J(q)$. En considérant la section de la spire suffisamment petite pour négliger l'effet de peau, nous admettant que le courant est constant dans la section de la spire ce qui nous permet d'écrire:

$$\begin{cases} J(q)dv = I(q)d\ell & (a) \\ I(q) = J(q)s(q) & (b) \end{cases} \quad (II.20)$$

Le système est à symétrie de révolution, le potentiel magnétique vecteur n'a qu'une composante dirigée suivant l'angle θ . Le courant circule suivant un contour C de rayon $r(q)$ et de longueur $\ell(q)$.

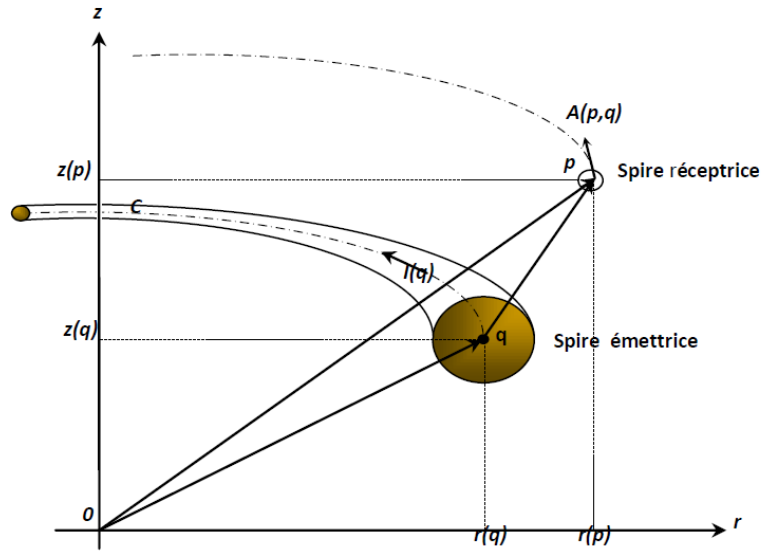


Figure II.3 Configuration des spires élémentaires.

Les termes de chute des tensions résistives et inductives. Le potentiel vecteur magnétique A correspond à la contribution du courant de la spire elle-même ainsi qu'à la contribution des courants circulant dans toutes les autres spires.

L'équation de la spire élémentaire :

$$U = -2. \pi. r. (\rho. \vec{j} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t})$$

Nous pouvons écrire :

$$\vec{A}(p, q) = A_\theta(p, q)\vec{e}_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} I(q) \int_C \frac{d\ell}{|\vec{op} - \vec{oq}|} \quad (II.21)$$

En utilisant les coordonnées cylindriques et en tenant compte de la symétrie de révolution du système pour intégrer dans l'intervall $[0, \pi/2]$ nous réécrivons la formulation (II.21) comme suit: [12][35]

$$A(p, q) = \frac{\mu_0}{2\pi} G(p, q)I(q) \quad (II.22)$$

Avec :

$$\left\{ \begin{aligned} G(p, q) &= \sqrt{\frac{r(p)}{r(q)}} E(k(p, q)) \\ E(k(p, q)) &= \frac{(2 - k^2)E_1(k) - 2E_2(k)}{k} \\ k(p, q) &= \sqrt{\frac{4r(p)r(q)}{[r(p) + r(q)]^2 + [z(p) - z(q)]^2}} \end{aligned} \right. \quad (\text{II.23})$$

$E_1(k)$ et $E_2(k)$ sont respectivement des fonctions elliptiques de première et de seconde espèce de Legendre. $r(p)$ et $r(q)$ sont respectivement les rayons des points émetteur et récepteur. $z(p)$ et $z(q)$ sont leurs hauteurs respectives.

L'expression générale du gradient de potentiel en coordonnées cylindrique est la suivante:

$$\overrightarrow{\text{grad}}V(p) = \frac{\partial V}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r(p)} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{e}_\theta \quad (\text{II.24})$$

Comme la circulation du courant se fait le long du périmètre moyen de la spire, alors, la composante du gradient de potentiel selon l'axe radial est nulle ($\frac{\partial V}{\partial r} = 0$), figure II.4. Ce qui nous amène à donner l'expression du gradient du potentiel électrique par :

$$\overrightarrow{\text{grad}}V(p) = \frac{1}{r(p)} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{e}_\theta \quad (\text{II.25})$$

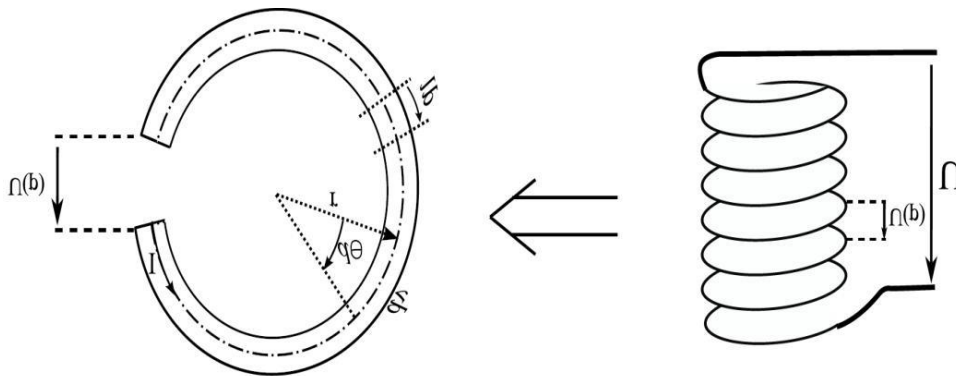


Figure II.4 Représentation d'une spire élémentaire

Or tout le long du périmètre moyen, le courant est le même. Dans ce cas, nous déduisons que le gradient de potentiel est constant. En notant $u(p)$ la tension appliquée aux bornes de la spire, on peut donc écrire :

$$\int_{u(p)}^0 dV(p) = (\overrightarrow{\text{grad}V(p)}\overrightarrow{e_\theta})r(p) \int_0^{2\pi} d\theta \quad (\text{II.26})$$

$$u(p) = -2\pi r(p)\overrightarrow{\text{grad}V(p)}\overrightarrow{e_\theta} \quad (\text{II.27})$$

Ceci nous permet de dire que la variation spatiale du potentiel électrique scalaire est exprimée en fonction de la tension appliquée ou induite $u(p)$ aux bornes de la spire comme suit :

$$\overrightarrow{\text{grad}V(p)}\overrightarrow{e_\theta} = \frac{u(p)}{2\pi r(p)} \quad (\text{II.28})$$

En injectant la formulation du potentiel vecteur magnétique (II.22) ainsi que celle du potentiel scalaire électrique (II.28) dans l'équation (II.18.b), nous arrivons à exprimer l'équation électromagnétique élémentaire dans une spire en fonction de la densité de courant et de la tension du point source q et charge p : [12]:

$$\frac{2\pi r(p)}{\sigma(p)}J(p) + \mu_0 r(p)G(p, q)\frac{dI(q)}{dt} = u(p) \quad (\text{II.29})$$

A partir de cette équation, nous pouvons mettre en évidence, la génération d'une densité de courant $J(p)$ en un point quelconque p par la tension constante $u(p)$ appliquée en ce point et par la variation temporelle de l'intensité d'un courant se trouvant au point q .

Dans un cas général, le potentiel vecteur magnétique en un point p est créé par la somme de toutes les densités de courant se trouvant au voisinage. Donc, nous pouvons intégrer toutes les densités de courant appartenant au domaine Ω en utilisant l'expression (II.22) comme suit :

$$A(p, q) = \frac{\mu_0}{2\pi} \iint_{\Omega} G(p, q)J(q)d\Omega \quad (\text{II.30})$$

En couplant cette dernière équation avec (II.29), nous obtenons:

$$\frac{2\pi r(p)}{\sigma(p)} J(p) + \mu_0 r(p) \iint_{\Omega} G(p, q) \frac{dJ(q)}{dt} d\Omega = u(p) \quad (\text{II.31})$$

Et si l'excitation est sinusoïdale, alors l'opérateur $\frac{d}{dt}$ peut être remplacé par $j\omega$ ce qui nous conduit à écrire:

$$\frac{2\pi r(p)}{\sigma(p)} J(p) + j\mu_0 \omega r(p) \iint_{\Omega} G(p, q) J(q) d\Omega = u(p) \quad (\text{II.31})$$

Cette équation est la formule intégrale généralisée des circuits électromagnétiques couplés (MCEMC).

II.4. Organigramme de la méthode des circuits couplés :

On peut regrouper les étapes de la méthode de résolution utilisée dans l'organigramme suivant:

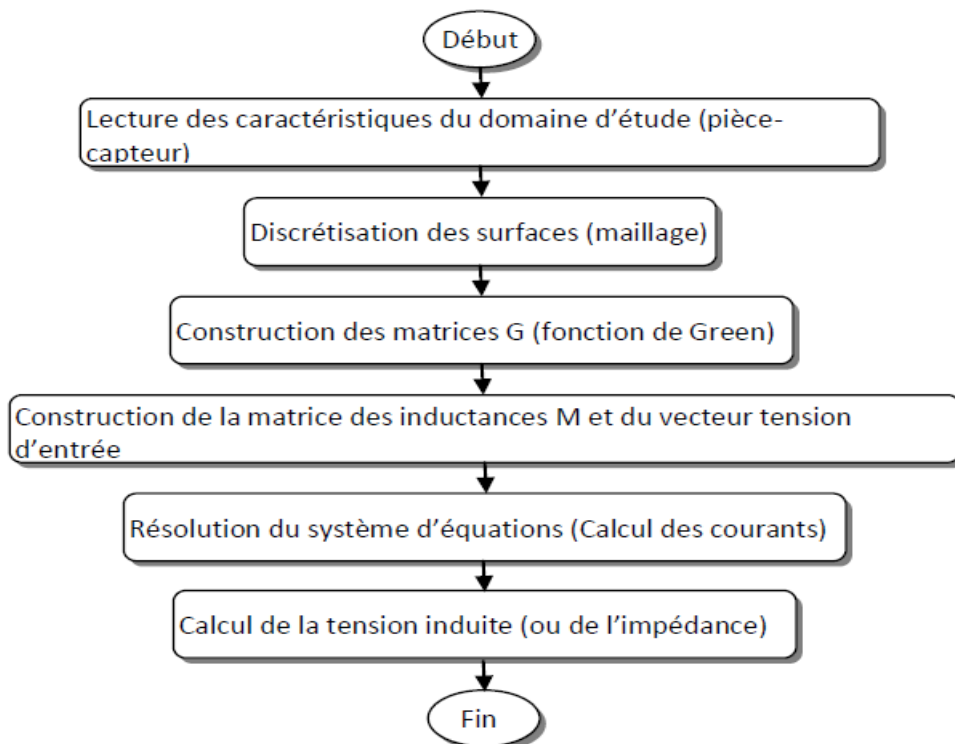


Figure II.5 Organigramme de la méthode des circuits couplés

II.5 Conclusion

Les équations de Maxwell et les lois de comportement des milieux permettent avec un judicieux raisonnement d'aboutir à une modélisation des phénomènes électromagnétiques sous forme d'équations aux dérivées partielles. Ces équations peuvent être résolues de diverses manières.

Dans le cas présent, nous avons opté pour la méthode des circuits couplés, car cette méthode permet de réaliser un couplage entre les grandeurs électromagnétiques du dispositif de contrôle. Dans le cas du capteur à double fonctions, la formulation de l'impédance de la bobine source caractérise ce couplage mais dans le cas du capteur à fonctions séparées, c'est l'équation de la tension induite aux bornes de la bobine réceptrice qui relie les différentes grandeurs

Nous avons présenté les différentes étapes de la résolution par cette méthode ainsi qu'une équation intégrale générale qui décrit les interactions électromagnétiques entre les différents domaines.

CHAPITRE III

Modélisation d'une pièce magnétique

III.1 Introduction

Dans ce type de control, la bobine d'excitation et le bobinage de mesure sont dissociés. Le capteur est donc constitué de deux bobines, la première servira pour créer le flux magnétique et la seconde sera utiliser comme élément de mesure. En effet, cette dernière voit apparaître à ses bornes une f.e.m. induite due au couplage des champs créés par la bobine excitatrice et le matériau à contrôler.

Dans ce chapitre, nous donnerons d'abord un aperçu du modèle d'un capteur absolu à double fonction pour une meilleure compréhension de la méthode des circuits couplés. Une simulation d'un capteur à fonctions séparées en présence des pièces conductrices sera ensuite présentée.

III.2. Le calcul d'impédance à partir de l'équation intégrale générale :

Pour faciliter la compréhension de la méthode et son évolution, nous présenterons en premier lieu le capteur seul (système à vide), puis, en second lieu, l'ensemble du capteur et de la pièce à évaluer sera étudié (système en charge).

Le capteur à double fonction qui n'est qu'une simple bobine de N_s spires élémentaires filiformes de section S_s et de conductivité σ_s est représenté dans la figure III.1 [12].

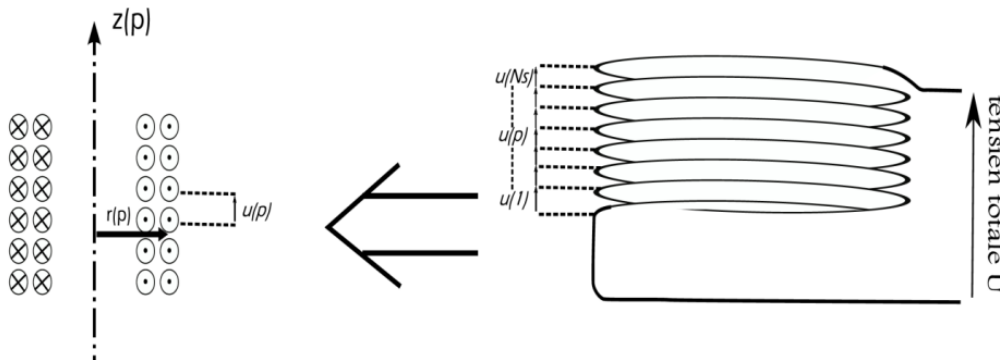


Figure III.1 : Schéma du capteur à vide

Nous pouvons réécrire l'équation (II.32) comme suit:

$$\frac{2\pi r_s(p)}{\sigma_s(p)} J_s(p) + j\mu_0 \omega r_s(p) \iint_{\Omega_s} G_{ss}(p, q) J_s(q) d\Omega_s = u(p) \quad (\text{III.1})$$

Avec :

$$G_{ss}(k(p, q)) = \sqrt{\frac{r_s(q)}{r_s(p)}} E(k(p, q)) \quad (\text{III.2})$$

En introduisant la définition de l'intensité du courant de l'équation (II.20.b), nous obtenons l'écriture suivante:

$$\frac{2\pi r_s(p)}{\sigma_s(p)S_s(p)} I_s(p) + j\mu_0\omega r_s(p) \iint_{\Omega_s} G_{ss}(p, q) I_s(q) d\Omega_s = u(p) \quad (\text{III.3})$$

III.2.1 Discrétisation de l'équation du capteur à vide

La discrétisation de l'équation (III.3), nous permet de transformer l'intégrale en une somme; ce qui nous facilite les calculs considérablement :

$$\frac{2\pi r_s(p)}{\sigma_s(p)S_s(p)} I_s(p) + j\mu_0\omega r_s(p) \sum_{q=1}^{N_s} G_{ss}(p, q) I_s(q) = u(p) \quad (\text{III.4})$$

Nous rappelons que la bobine du capteur est constituée de spires en séries. Ce qui est traduit par les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_T = \sum_{p=1}^{N_s} u(p) \quad (\text{a}) \\ I(1) = \dots I(p) = I(q) = \dots I(N_s) = I_s \quad (\text{b}) \end{array} \right. \quad (\text{III.5})$$

A partir des deux dernières équations, nous pouvons donner l'expression de la tension totale aux bornes de la bobine :

$$U_T = \sum_{p=1}^{N_s} \frac{2\pi r_s(p)}{\sigma_s(p)S_s(p)} I_s + j\mu_0\omega I_s \sum_{p=1}^{N_s} r_s(p) \sum_{q=1}^{N_s} G_{ss}(p, q) \quad (\text{III.6})$$

Enfin, nous donnons la forme mathématique de l'impédance du capteur sans la présence de la pièce à contrôler :

$$Z_0 = \frac{U_T}{I_s} = \sum_{p=1}^{N_s} \frac{2\pi r_s(p)}{\sigma_s(p) S_s(p)} + j\mu_0 \omega \sum_{p=1}^{N_s} r_s(p) \sum_{q=1}^{N_s} G_{ss}(p, q) \quad (\text{III.7})$$

III.2.2 Equation intégrale du capteur en présence d'une structure à Contrôler :

Pour définir l'équation du capteur avec une pièce métallique en son voisinage, il est important de rajouter l'effet des courants induits dans la pièce à évaluer. L'équation (III.1) devient alors :

$$u(p) = \frac{2\pi r_s(p)}{\sigma_s(p)} J_s(p) + j\mu_0 \omega r_s(p) \left[\iint_{\Omega_s} G_{ss}(p, q_s) J_s(q_s) d\Omega_s + \iint_{\Omega_c} G_{sc}(p, q_c) J_c(q_c) d\Omega_c \right] \quad (\text{III.8})$$

L'indice c représente la pièce (charge). Nous donnons dans l'équation qui suit l'expression de G_{sc} qui est une fonction des coordonnées p et q_c :

$$G_{sc}(k(p, q)) = \sqrt{\frac{r_c(q_c)}{r_s(p)}} E(k(p, q_c)) \quad (\text{III.9})$$

III.2.3 Discrétisation de l'équation du capteur en présence de la pièce :

Pour pouvoir estimer la tension aux bornes du capteur en présence de la pièce, nous devons aussi décomposer le domaine de la pièce en N_c spires imaginaires qui sont représentées géométriquement par les coordonnées de leurs centres $q_c(r_c, z_c)$ et leurs sections S_c comme montré dans la figure III.2. Cette figure représente un dispositif de contrôle non destructif par courant de Foucault en coordonnées cylindriques. C'est un système axisymétrique composé d'une source de tension ou de courant (bobine d'excitation) qui est elle même le capteur. Son domaine est désigné par le symbole Ω_s . La cible est une partie de ce système, sa section est désignée par le symbole Ω_c .

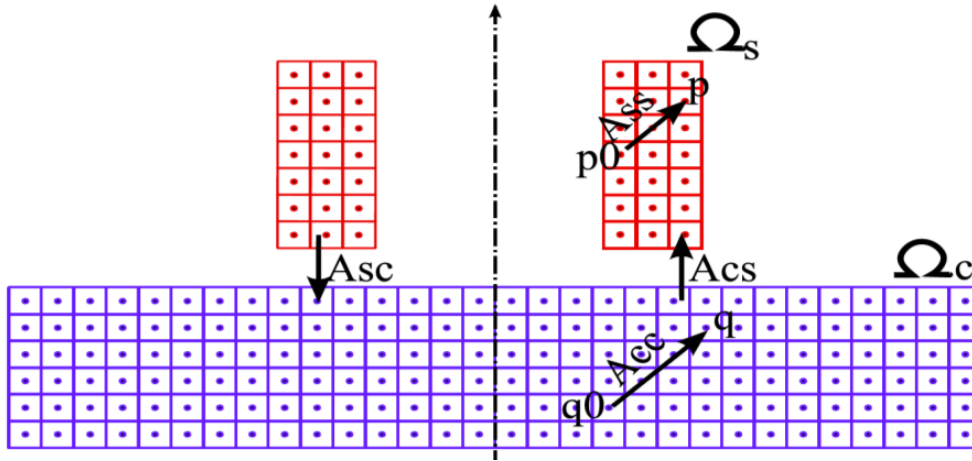


Figure III.2 Système pièce-captur double fonction

L'équation (III.8) est remplacée par l'équation suivante:

$$U_T = \sum_{p=1}^{N_s} \frac{2\pi r_s(p)}{\sigma_s(p)S_s(p)} I_s + j\mu_0\omega I_s \sum_{p=1}^{N_s} r_s(p) \sum_{q=1}^{N_s} G_{ss}(p, q_s) + j\mu_0\omega \sum_{p=1}^{N_s} r_s(p) \sum_{q=1}^{N_c} G_{sc}(p, q_c) I_c(q_c) \quad (III.10)$$

III.2.4 Système d'équations représentant la structure à Contrôler :

La pièce est un conducteur massif (son schéma électrique équivalent est un circuit fermé). La tension induite dans la charge est nulle. Chaque spire fictive de la pièce est modélisée par une équation intégrale qui englobe l'effet de la spire en question sur elle-même ainsi que les effets des autres spires élémentaires fictives de la pièce sans oublier de rajouter l'effet des spires réelles de la source.

$$0 = \frac{2\pi}{\sigma_s(p)S_c(p)} I_c(p) + j\mu_0\omega \left[\iint_{\Omega_c} G_{cc}(p, q_s) J_c(q_c) d\Omega_c + \iint_{\Omega_s} G_{sc}(p, q_s) J_s(q_s) d\Omega_s \right] \quad (III.11)$$

Les N_c équations discrétisées représentant la pièce sont données par l'écriture suivante:

$$\frac{2\pi}{\sigma_c(p)S_c(p)} I_c(p) + j\mu_0\omega \sum_{q=1}^{N_c} G_{cc}(p, q_c) I_c(q_c) + j\mu_0\omega \sum_{q=1}^{N_s} G_{cs}(p, q_s) I_s(q_s) = 0 \quad (III.12)$$

$p = \overline{1, N_c}$

III.2.5 Impédance du capteur en présence d'une pièce métallique :

L'équation (III.10) et l'ensemble des équations (III.12) forment le système d'équations à résoudre. On peut les assembler comme suit:

$$\begin{cases} Z_0 I_s + j\mu_0 \omega \sum_{p=1}^{N_s} r_s(p) \sum_{q=1}^{N_c} G_{sc}(p, q_c) I_c(q_c) = U_T \\ \frac{2\pi}{\sigma_c(p) S_c(p)} I_c(p) + j\mu_0 \omega \left[\sum_{q_c=1}^{N_c} G_{cc}(p, q_c) I_c(q_c) + \sum_{q_s=1}^{N_s} G_{cs}(p, q_s) I_s(q_s) \right] = 0 \end{cases} \quad (III.13)$$

$p = \overline{1, N_c}$

Dans le but de résoudre ce système, nous le mettons sous forme matricielle comme suit :

$$\begin{bmatrix} Z_0 & M_{sc} \\ M_{cs} & M_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \\ I_c(1) \\ I_c(2) \\ \vdots \\ I_c(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_T \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (III.14)$$

Les éléments de la matrice inductance sont définis comme suit :

Z_0 est l'impédance du capteur à vide donné par l'équation (III.7). Cette grandeur représente l'effet de la source sur elle-même.

M_{sc} est un vecteur ligne représentant l'effet des spires de la pièce sur celles de la source.

$$M_{sc}(1, q_c) = j\mu_0 \omega \sum_{p=1}^{N_s} G_{sc}(p, q_c) r_s(p) \quad (III.15)$$

$q_c = \overline{1, N_c}$

M_{cs} est un vecteur colonne représentant l'effet des spires de la source sur celles de la pièce.

$$M_{cs}(q_c, 1) = j\mu_0 \omega \sum_{p=1}^{N_s} G_{cs}(q_c, p) \quad (III.16)$$

$q_c = \overline{1, N_c}$

M_{cc} est une matrice carrée représentant l'effet des spires de la pièce sur elles-même.

$$\begin{cases} M_{cc}(q_c, q_c) = \frac{2\pi}{\sigma_c(q_c)S_c(q_c)} + j\omega\mu_0 G_{cc}(q_c, q_c) \\ M_{cc}(q_c, p_c) = j\omega\mu_0 G_{cc}(q_c, p_c) \\ p_c = \overline{1, N_c} \quad \text{et } p_c \neq q_c \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

En résolvant ce système, nous obtenons la valeur du courant d'excitation I_s et les N_c courants induits $I_c(i)$ dans la pièce. Dans le cas d'une excitation en courant, la valeur du courant d'excitation est connue. Le système matriciel sera réduit comme suit :

$$[M_{cc}] \begin{bmatrix} I_c(1) \\ I_c(2) \\ I_c(3) \\ \vdots \\ I_c(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.18})$$

En général, la valeur de l'impédance sera donnée par l'équation suivante :

$$Z = \frac{U_T}{I_s} = Z_0 + j \frac{\mu_0 \omega}{I_s} \sum_{p=1}^{N_s} r_s(p) \sum_{q=1}^{N_c} G_{sc}(p, q_c) I_c(q_c) \quad (\text{III.19})$$

Pour évaluer l'influence que provoque la présence de la pièce au voisinage de la source, il faut retrancher la valeur de l'impédance du capteur à vide.

$$\Delta Z = Z - Z_0 = j \frac{\mu_0 \omega}{I_s} \sum_{p=1}^{N_s} r_s(p) \sum_{q=1}^{N_c} G_{sc}(p, q_c) I_c(q_c) \quad (\text{III.20})$$

Nous avons présenté ce type de capteur dans le but de faciliter l'étude des capteurs à fonctions séparées. Les résultats de l'application et la simulation des capteurs absolus à doubles fonctions sont donnés par Maouche [12].

III.3. Calcul de la tension induite à partir de l'équation intégrale générale :

Dans le cas des capteurs à fonctions séparées, la grandeur qui nous renseigne sur l'état de la pièce est la tension induite.

III.3.1 Description et formulation du capteur à vide :

Ce capteur est composé de deux bobines. L'une des bobines a une fonction de source excitatrice, alimentée d'une tension U_T . La seconde bobine (réceptrice) servira d'outil de détection de défaut à travers la mesure de la tension induite à ses bornes. Figure III.3.

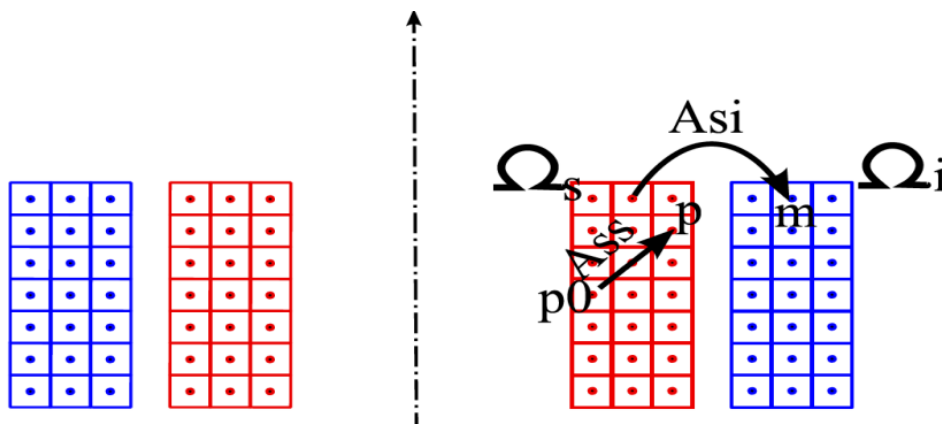


Figure III.3 Capteur à fonctions séparées

Notons que la bobine réceptrice est en circuit ouvert, aucun courant ne peut donc y circuler. Dans ce cas, nous pouvons déduire que la présence de la bobine réceptrice n'influe ni sur le courant de la source ni sur les courants induits dans la pièce. En théorie, on peut admettre l'existence de plusieurs bobines réceptrices. Les équations de la source et de la pièce restent donc sans changement. Pour évaluer l'équation modélisant la bobine réceptrice, nous devons suivre les mêmes étapes que dans le cas du capteur à double fonctions.

Le circuit récepteur est constitué de NI spires élémentaires de section SI . Son domaine est noté Ω_i . Le matériau de la bobine réceptrice est le même que celui de la source de conductivité σ_s . En appliquant l'équation (II.32) pour une spire en circuit ouvert, nous obtenons:

$$j\mu_0\omega r_I(m) \iint_{\Omega_s} G_{IS}(m, q_s) J_s(q_s) d\Omega_s = u_I(m) \quad (\text{III.21})$$

$$m = \overline{1:N_I}$$

Avec G_{IS} une fonction de coordonnées relatives entre la bobine émettrice et celle réceptrice :

$$G_{IS}(K(m, q_s)) = \sqrt{\frac{r_s(q_s)}{r_I(m)}} E(k(m, q_s)) \quad (\text{III.22})$$

La discrétisation de l'équation (III.21) permet de remplacer l'intégrale par une somme:

$$j\mu_0\omega r_I(m) \sum_{q_s=1}^{N_s} G_{IS}(m, q_s) I_{s0}(q_s) = u_I(m) \quad (\text{III.23})$$

En sachant que les spires de la bobine réceptrice sont en séries, nous admettons que :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{I0} = \sum_{m=1}^{N_I} u_I(m) \\ U_{I0} = \sum_{m=1}^{N_I} \left(j\mu_0\omega r_I(m) \sum_{q_s=1}^{N_s} G_{IS}(m, q_s) I_{s0}(q_s) \right) \end{array} \right. \quad (\text{III.24})$$

Le système d'équations qui représente le capteur à fonction séparée à vide est la combinaison des équations (III.6) et (III.24):

$$\left\{ \begin{array}{l} U_T = \sum_{p=1}^{N_s} \frac{2\pi r_s(p)}{\sigma_s(p) \mathcal{S}_s(p)} I_{s0} + j\mu_0\omega I_{s0} \sum_{p=1}^{N_s} r_s(p) \sum_{q=1}^{N_s} G_{ss}(p, q) \\ U_{I0} = j\mu_0\omega I_{s0} \sum_{m=1}^{N_I} \sum_{q_s=1}^{N_s} r_I(m) G_{IS}(m, q_s) \end{array} \right. \quad (\text{III.25})$$

Nous remarquons que la bobine réceptrice voit naître à ses bornes une tension proportionnelle au courant circulant dans la bobine inductrice (source) et présente un déphasage de $(\pi/2)$ par rapport au courant de la source. En effet : $\arg(U_{I_0}) = \pi/2 + \arg(I_s) + 0$.

III.3.2 Description et formulation du capteur en présence de la pièce à contrôler

Le dispositif est composé d'un capteur de deux bobines, l'une émettrice (source) et l'autre réceptrice ainsi qu'une pièce en matériau conducteur (structure à contrôler). Le capteur peut se présenter sous deux configurations possibles. Figure III.4:

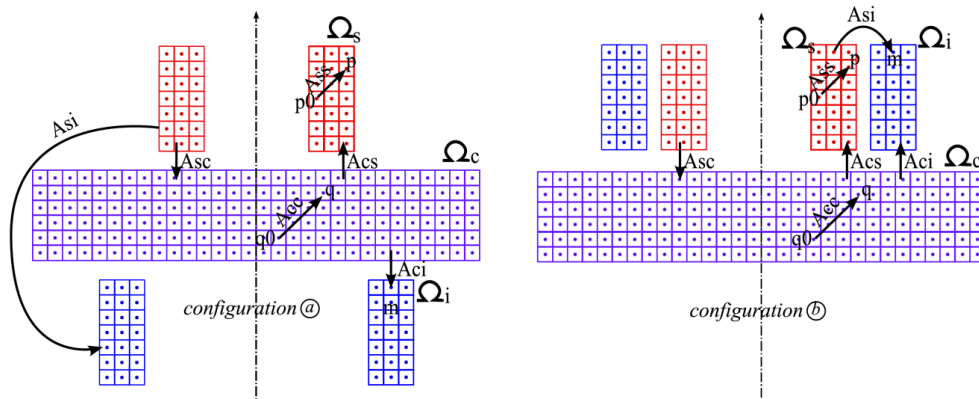


Figure III.4 Dispositif du capteur à fonction séparées en charge

Les équations de la source et de la pièce restent inchangées par rapport au cas du capteur absolu à double fonctions. En ce qui concerne la bobine réceptrice, son équation est obtenue en rajoutant l'effet des courants induits dans la pièce dans l'équation (III.23) :

$$j\mu_0\omega r_I(m) \sum_{q_s=1}^{N_s} G_{I_s}(m, q_s) I_s(q_s) + j\mu_0\omega r_I(m) \sum_{q_c=1}^{N_c} G_{I_c}(m, q_c) I_c(q_c) = u_I(m) \quad (III.26)$$

$$m = \overline{1:N_I}$$

Avec G_{I_c} une fonction de coordonnées relatives entre la pièce et le circuit récepteur.

$$G_{I_c}(K(m, q_c)) = \sqrt{\frac{r_c(q_c)}{r_I(m)}} E(k(m, q_c)) \quad (III.27)$$

La tension induite totale est la somme des tensions élémentaires; nous aurons alors :

$$\begin{cases} U_I = \sum_{m=1}^{N_I} u_I(m) \\ U_I = \sum_{m=1}^{N_I} \left(j\mu_0 \omega r_I(m) \left[\sum_{q_s=1}^{N_s} G_{I_s}(m, q_s) I_s(q_s) + \sum_{q_c=1}^{N_c} G_{I_c}(m, q_c) I_c(q_c) \right] \right) \end{cases} \quad (\text{III.28})$$

Le système d'équations qui représente le capteur à fonction séparées au voisinage d'un matériau conducteur est la combinaison des équations (III.10), (III.12) et (III.8) :

$$\begin{cases} U_T = \sum_{p=1}^{N_s} \left(\frac{2\pi r_s(p)}{\sigma_s(p) S_s(p)} j\mu_0 \omega r_s(p) \sum_{q=1}^{N_s} G_{ss}(p, q_s) \right) I_s + j\mu_0 \omega \sum_{p=1}^{N_s} r_s(p) \sum_{q=1}^{N_c} G_{sc}(p, q_c) I_c(q_c) & (\text{a}) \\ U_I = \sum_{m=1}^{N_I} \left(j\mu_0 \omega r_I(m) \left[\sum_{q_s=1}^{N_s} G_{I_s}(m, q_s) I_s(q_s) + \sum_{q_c=1}^{N_c} G_{I_c}(m, q_c) I_c(q_c) \right] \right) & (\text{b}) \\ \frac{2\pi}{\sigma_c(p) S_c(p)} I_c(p) + j\mu_0 \omega \sum_{q=1}^{N_c} G_{cc}(p, q_c) I_c(q_c) + j\mu_0 \omega \sum_{q=1}^{N_s} G_{cs}(p, q_s) I_s(q_s) = 0, p = \overline{1, N_c} & (\text{c}) \end{cases} \quad (\text{III.29})$$

L'équation (III.29.b) est une équation d'observation. Elle permet de calculer la tension induite aux bornes de la bobine réceptrice en fonction des caractéristiques géométriques et électromagnétiques de la pièce et de la source. Pour sa résolution, il faut déduire les courants induits dans la pièce. Pour ce faire, nous devons résoudre les équations (III.29.a) et (III.29.c) et cela en le transformant en un système matriciel qui est le même que le système matriciel (III.14). La variation de la tension induite qui est la différence entre la tension sans présence de la pièce et la tension en présence de la pièce est obtenue comme suit :

$$\begin{aligned} \Delta U_I &= U_I - U_{I0} \\ &= j\omega \mu_0 ((I_s - I_{s0}) \sum_{m=1}^{N_I} \sum_{q_s=1}^{N_s} r_I(m) G_{I_s}(m, q_s) + \sum_{m=1}^{N_I} \sum_{q_c=1}^{N_{sc}} r_I(m) G_{I_c}(m, q_c) I_c(q_c)) \end{aligned} \quad (\text{III.30})$$

Cette équation représente l'effet de la présence de la pièce au voisinage du capteur.

III.4 Notions générales sur les phénomènes magnétiques

III.4.1 Notion d'aimantation

On appelle milieu aimanté tout milieu dans lequel on observe une répartition continue du moment dipolaire magnétique. C'est la manifestation à l'échelle macroscopique de l'existence de dipôles magnétiques [37].

III.4.2 Champ magnétique appliqué à un corps

Certains matériaux placés dans un champ magnétique \vec{H} s'aimantent de telle façon que l'intensité d'aimantation \vec{M} possède en générale la même orientation que obéit à la relation suivante [37], [38]:

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad (\text{III.31})$$

Où χ est la susceptibilité magnétique du matériau. Les milieux homogènes, isotropes et vérifiant la relation (III.31) sont appelés matériaux magnétiques parfaits. La susceptibilité magnétique est une grandeur algébrique sans dimensions. Sa valeur absolue est généralement inférieure à l'unité. On classe alors les matériaux en deux catégories :

Pour $\chi < 0$; on parle de matériaux diamagnétiques ;

Pour $\chi > 0$; on parle alors de matériaux paramagnétiques.

III.4.3 Diamagnétisme

Dans les matériaux diamagnétiques, les moments magnétiques de tous les électrons d'un atome s'annulent et les atomes ne possèdent pas de moment magnétique résiduel. Cependant, un champ magnétique appliqué à une substance diamagnétique, produit des moments magnétiques induits dans la substance qui s'alignent dans le sens opposé au champ appliqué. Par conséquent, l'aimantation produite est de sens opposé au champ extérieur, de sorte que la substance diamagnétique a une susceptibilité négative et faible de l'ordre de 10^{-6} . Le comportement de ce type de matériaux peut être ainsi assimilé à la loi de comportement du vide. Parmi les matériaux qui ont ce type de comportement, on peut citer : Graphite, gypse, marbre, quartz, sel, gaz rares, bismuth, cuivre et diamant [39].

III.4.4 Paramagnétisme :

Lorsqu'il existe dans le matériau des porteurs de moment magnétique permanent, d'autres effets magnétiques se superposent au diamagnétisme, le cas le plus simple est celui où l'on peut considérer les différents moments élémentaires comme n'interagissant pas entre eux, mais seulement avec le champ magnétique appliqué. Il s'agit alors du paramagnétisme : Les moments magnétiques élémentaires orientés au hasard en raison de l'agitation thermique, tendent à s'aligner le long du champ ; créant ainsi, une aimantation qui vient renforcer l'action du champ appliqué avec une susceptibilité positive.

On retrouve parmi les substances paramagnétiques : l'acide nitrique, l'ozone et un grand nombre de métaux (Platine, potassium, sodium, aluminium...) [39].

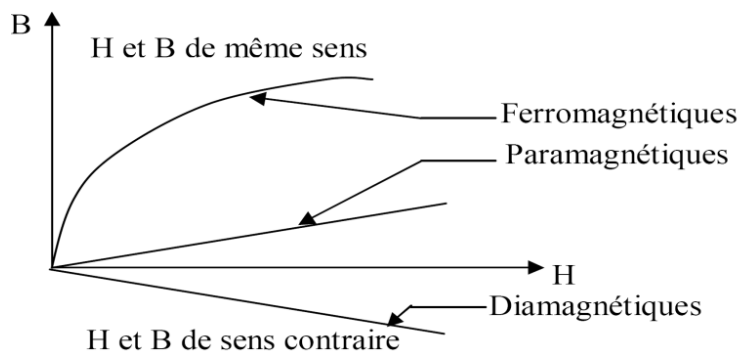


Figure III.5 Comportement magnétique des matériaux

III.4.5 Ferromagnétisme

L'existence d'une aimantation spontanée, même en l'absence de champ magnétique appliqué, conduisit Pierre Weiss à supposer qu'il existe des interactions entre porteurs élémentaires de moments. Ces interactions équivalaient à un champ magnétique fictif appelé champ moléculaire, proportionnel à l'aimantation qui vient s'ajouter au champ appliqué : C'est ce que l'on appelle le ferromagnétisme.

De ce fait, les matériaux ferromagnétiques possèdent la propriété de devenir magnétiques, c'est-à-dire de s'aimanter lorsqu'ils sont placés dans un champ magnétique et de conserver une partie de cette aimantation même lorsque le champ magnétique est supprimé.

Parmi les substances ferromagnétiques, on trouve les alliages à base de fer, le nickel le cobalt qui permettent de renforcer le champ magnétique de manière considérable.

III.4.6 Hystérésis

L'hystérésis magnétique, est un phénomène qui met en évidence le fait que l'aimantation d'un matériau ferromagnétique dépende autant des transformations qu'il a subies antérieurement que de l'intensité du champ appliqué.

C'est aussi une conséquence directe de l'existence des domaines élémentaires et des processus d'aimantation par déplacement et déformation des parois de Bloch dans un matériau toujours imparfait (anisotrope).

Ainsi, un matériau magnétique ayant été aimanté présentera de l'hystérésis si les déplacements de parois ou si les rotations de l'aimantation sont rendues irréversibles.

La courbe d'aimantation des matériaux ferromagnétiques n'est pas constante, elle présente trois points particuliers :

- Lorsqu'on augmente l'intensité de champ magnétique \vec{H} on constate que l'induction n'augmente pas proportionnellement (la perméabilité des matériaux n'est pas constante) et on atteint même une saturation, c'est-à-dire, qu'à un certain moment l'induction magnétique reste constante malgré l'augmentation de... \vec{H}
- Lorsque l'intensité du champ magnétique disparaît, le flux magnétique dans le matériau ne s'annule pas. La valeur de \vec{B} qui subsiste lorsque $\vec{H} = 0$ appelle l'induction rémanente \vec{B}_r
- Pour annuler le champ dans le matériau il faut appliquer une certaine quantité d'intensité de champ en sens inverse, cette valeur s'appelle champ coercitif \vec{H}_c .

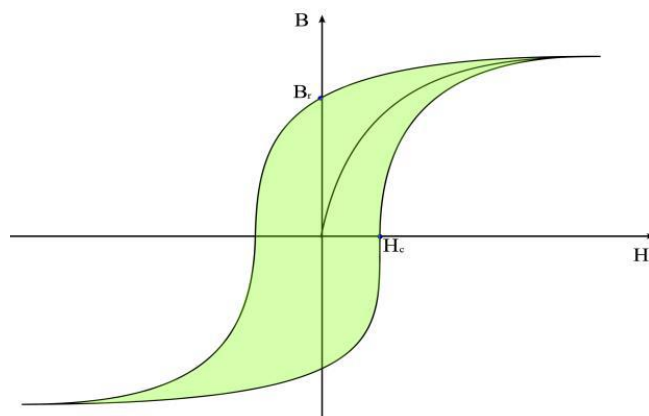


Figure III.6 : Cycle d'hystérésis et courbe de première aimantation

III.4.7 Type de corps magnétiques

Traditionnellement, les matériaux magnétiques sont répartis en matériaux doux et matériaux durs, auxquels on a ajouté ultérieurement les matériaux semi-durs, classe réservée de façon restrictive aux seuls matériaux d'enregistrement.

La classe de chaque type de matériau repose essentiellement sur les valeurs du champ coercitif \vec{H}_c et de l'induction rémanente \vec{B}_r qui lui sont associées.

III.4.7.1 Les matériaux magnétiques doux

Selon les critères de l'ingénieur électrotechnicien, un bon matériau métallique doux, soumis à l'action des champs magnétiques relativement faibles, doit présenter une aimantation élevée, proche de l'aimantation à saturation. Cette facilité d'aimantation signifie une perméabilité magnétique très élevée. Le cycle d'hystérésis associé à ce type de matériaux est très étroit, donc un champ coercitif très réduit.

Aucun matériau ne présente à la fois l'ensemble des propriétés idéales énumérées. Mais, selon le type d'excitation magnétique à laquelle on soumet le matériau, toutes ces propriétés n'ont pas la même importance. Pour juger de la priorité qu'il faut accorder à l'un ou l'autre de ces critères, c'est la fréquence du champ qui joue le rôle le plus significatif.

Ces matériaux sont généralement très utilisés dans les applications où il est nécessaire de guider le flux magnétique (transformateurs et moteurs).

On en cite :

- Les aciers électriques.
- Les alliages FeNi et FeCo.
- Les ferrites.
- Les matériaux magnétiques amorphes.

III.4.7.2 Les matériaux magnétiques durs

Par opposition aux matériaux magnétiques doux qu'on aimante et désaimante facilement, les matériaux durs ne peuvent être désaimantés qu'avec difficulté, d'où leur intérêt pour la réalisation des aimants permanents. Les performances d'un aimant sont très

étroitement liées à la forme de son cycle d'hystérésis, en particulier à sa courbe de désaimantation (quart supérieur gauche du cycle correspondant à $B > 0$ et $H < 0$).

Cette courbe donne :

- L'induction rémanente \vec{B}_r
- Le champ coercitif \vec{H}_c qui est le champ démagnétisant annulant l'induction. Plus sa valeur est élevée et plus l'aimant est stable.
- Le produit d'énergie volumique $(B \cdot H)$ max qui définit la valeur énergétique de l'aimant par unité de volume.
- Les valeurs H_m et B_m du point de fonctionnement optimal correspondant à $(B \cdot H)$ max [39].

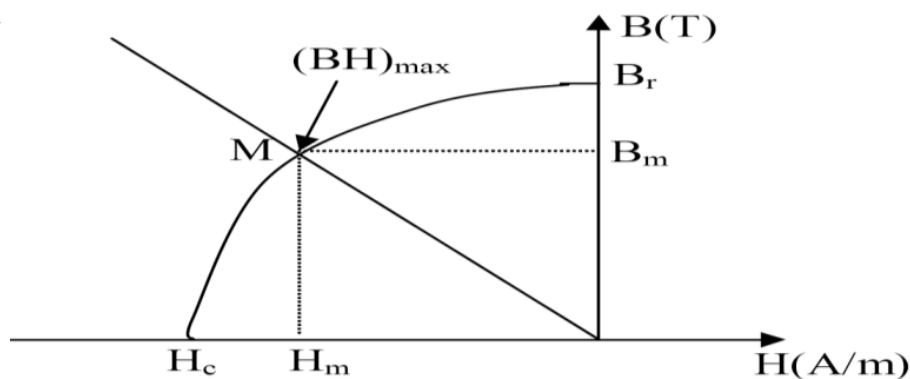


Figure III.7 Courbe de désaimantation d'un matériau magnétique dur

III.4.8 Rôle des matériaux ferromagnétiques :

Les matériaux ferromagnétiques ont une particularité qui leur procure un avantage de poids, cette particularité consiste au fait qu'ils présentent une aimantation non nulle, ce qui leur donne des applications dans de nombreux secteurs industriels, à citer :

La protection radar.

Le stockage d'informations.

La gestion de l'énergie et le matériel de télécommunication.

Protection magnétique (écrans) d'équipements sensibles.

Noyaux magnétiques de transformateurs ou de bobines.

L'étude de cette propriété magnétique se trouve aujourd'hui dans le coeur de la plupart des problèmes industriels.

III.4.9 Relations caractérisant l'effet magnétique pour une charge magnétique :

La bobine inductrice du capteur produit une induction magnétique \vec{B}_0 en tout point de l'espace avoisinant. La pièce à contrôler est d'une part conductrice, donc, le siège de courants de Foucault produisant l'induction \vec{B}_c et d'autre part le matériau de la pièce s'aimante en créant une induction d'aimantation \vec{B}_m . Par conséquent, l'induction totale dans la pièce magnétique est :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_c + \vec{B}_m \quad (\text{III.32})$$

L'induction agit \vec{B} ainsi sur le milieu en produisant l'aimantation \vec{M} [40]. Ce milieu étant conducteur et magnétique, il se comporte comme une source du fait de la superposition de deux courants : une distribution de courants réels (induits) et une distribution de courants fictifs (aimantation). Les courants fictifs peuvent être considérés comme des courants surfaciques $\vec{J}_{sm}(m)$ définis comme suit :

$$\vec{J}_{sm}(m) = -(\vec{n} \wedge \vec{M}) \quad (\text{III.33})$$

$\vec{J}_{sm}(m)$ A/m] : Densité de courant fictif circulant sur une surface S. étant la normale orientée positivement vers l'extérieur figure III.8.

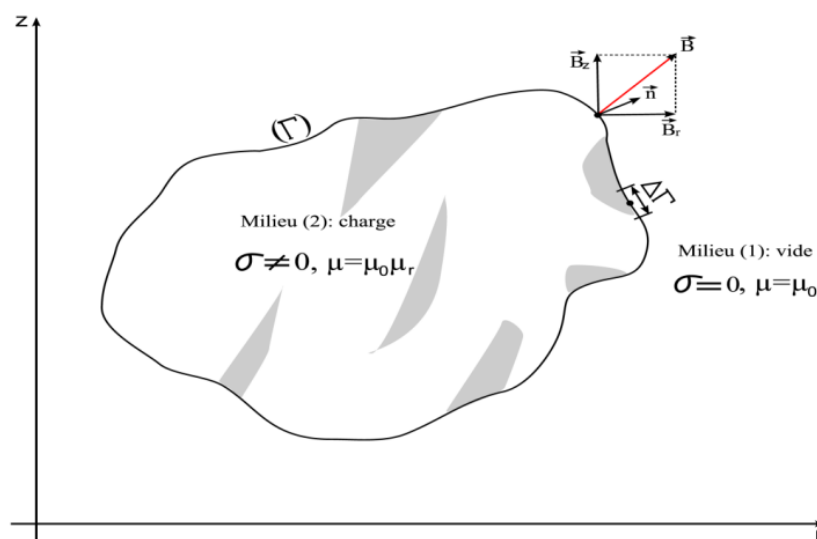


Figure III.8 Représentation d'un milieu conducteur et magnétique

La méthode de résolution consiste à définir les relations liants l'induction et le champ magnétique en utilisant les équations (II.6) et (II.7) de passage entre les milieux 1 et 2 de la surface de séparation entre la charge et le vide. Ces relations nous permettent d'écrire :

$$\begin{cases} A_1 = A_2 & \text{(a)} \\ \vec{n} \wedge \left(\frac{1}{\mu_1} \overrightarrow{rot}(A_1) - \frac{1}{\mu_2} \overrightarrow{rot}(A_2) \right) = \overrightarrow{J_{sm}} & \text{(b)} \end{cases} \quad \text{(III.34)}$$

En suivant le même principe de superposition précédemment défini pour l'induction magnétique, nous pouvons donner la forme générale du potentiel vecteur magnétique comme suit :

$$\vec{A} = \vec{A}_0 + \vec{A}_c + \vec{A}_m \quad \text{(III.35)}$$

Avec \vec{A}_0 le potentiel vecteur magnétique correspondant à la densité de courant de source qui a donné naissance à l'induction magnétique \vec{B}_0 , \vec{A}_c est le potentiel correspondant à la densité de courant induit à l'intérieur du milieu aimanté (pièce) \vec{A}_m est le potentiel vecteur magnétique dû à la densité de courant superficiel magnétisant \vec{J}_{sm} créé par l'aimantation magnétique.

A partir de l'équation (III.35), nous pouvons écrire pour chaque milieu 1 et 2 le système d'équations suivant

$$\begin{cases} \vec{A}_1 = \vec{A}_1^{(0)} + \vec{A}_1^{(c)} + \vec{A}_1^{(m)} \\ \vec{A}_2 = \vec{A}_2^{(0)} + \vec{A}_2^{(c)} + \vec{A}_2^{(m)} \end{cases} \quad \text{(III.36)}$$

$\vec{A}_1^{(0)}, \vec{A}_2^{(0)}$ sont respectivement les potentiels vecteurs magnétiques dans les milieux 1 et 2 créés par la source.

$\vec{A}_1^{(c)}, \vec{A}_2^{(c)}$ ont respectivement les potentiels vecteurs magnétiques dans les milieux 1 et 2 générés par la pièce à contrôler (charge).

$\vec{A}_1^{(m)}, \vec{A}_2^{(m)}$ ont respectivement les potentiels vecteurs magnétiques dans les milieux 1 et 2 produits par les courants fictifs circulant sur la surface de séparation.

En généralisant les notions qui relient le champ magnétique et l'induction magnétique données par les équations (II.2) et (III.32), nous pouvons écrire:

$$\begin{cases}
 \vec{B}_s^{(0)} = \mu_0 \vec{H} & \text{(a)} \\
 \vec{B}_{sm}^{(m)} = \mu_0 \vec{H}_{sm}^{(m)} & \text{(b)} \\
 \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{H}_{sm}^{(m)}) & \text{(c)} \\
 \vec{H}_{sm}^{(m)} = \chi \vec{H} & \text{(d)}
 \end{cases} \quad \text{(III.37)}$$

En remplaçant (III.37.d) dans (III.37.c), on aura :

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} \quad \text{(III.38)}$$

A partir de cette équation, on peut écrire :

$$\begin{cases}
 \vec{B} = \mu \vec{H} & \text{(a)} \\
 \mu = \mu_0 \mu_r & \text{(b)} \\
 \text{par identification: } \mu_r = 1 + \chi & \text{(c)}
 \end{cases} \quad \text{(III.39)}$$

De l'équation (III.37.d) et (III.39.a), on aboutit à :

$$\vec{H}_{sm}^{(m)} = \frac{\chi}{\mu} \vec{B} \quad \text{(III.40)}$$

De la relation (III.39.b) et (III.39.c), on tire :

$$\chi = \frac{\mu}{\mu_0} - 1 \Rightarrow \frac{\chi}{\mu} = \frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \quad \text{(III.41)}$$

L'équation (III.40) devient alors :

$$\vec{H}_{sm}^{(m)} = \left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right) \vec{B} \quad \text{(III.42)}$$

Nous pouvons réécrire l'équation (III.34.b) comme suit:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\mu_2} \right) [\vec{n} \wedge (\text{rot} \vec{A}_1 + \text{rot} \vec{A}_2)] + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} \right) [\vec{n} \wedge (\text{rot} \vec{A}_1 - \text{rot} \vec{A}_2)] = \vec{J}_{sm} \quad (\text{III.43})$$

En utilisant les équations précédentes, nous obtenons la nouvelle forme de l'équation (III.43)

$$\frac{\mu_0 (\mu_1 + \mu_2)}{2 (\mu_1 - \mu_2)} \vec{J}_{sm} + \left(\frac{\mu_0 (\mu_1 + \mu_2) - 2\mu_1 \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \right) \vec{J}_{sc} - \vec{n} \wedge (\vec{B}_s^{(0)} + \vec{B}_s^{(c)} + \vec{B}_s^{(m)}) = \vec{0} \quad (\text{III.44})$$

En ce qui concerne notre étude, le milieu 1 est l'air, de perméabilité $\mu^1 = \mu_0$ et le milieu 2 représente la pièce magnétique, de perméabilité $\mu^2 = \mu^0 \mu_r$. En prenant compte de ces notions, on obtient :

$$\frac{\mu_0 (1 + \mu_r)}{2 (1 - \mu_r)} \vec{J}_{sm} + \vec{J}_{sc} - \vec{n} \wedge (\vec{B}_s^{(0)} + \vec{B}_s^{(c)} + \vec{B}_s^{(m)}) = \vec{0} \quad (\text{III.45})$$

L'équation ainsi obtenue est de type Fredholm de 2^{ème} espèce valable en tout point sur la surface de séparation entre un matériau magnétique et le vide. Cette équation exprime les effets de l'induction magnétique entre les différents composants du système électromagnétique (bobines et pièce magnétique).

Dans la figure suivante nous représentons seulement le quart du dispositif de CND-CF et nous illustrons les influences entre les différentes parties du dispositif. On suppose que la pièce contient un défaut débouchant.

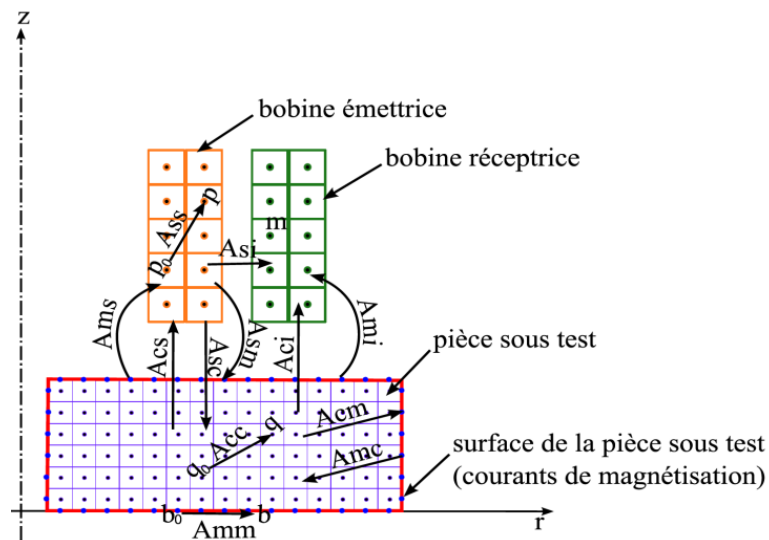


Figure III.9 : Système électromagnétique (représentation axisymétrique)

III.4.10 Composantes de l'induction magnétique

En coordonnées cylindriques, nous écrivons l'induction magnétique comme suit :

$$\vec{B} = \vec{B}_r(r, z)\vec{e}_r + \vec{B}_z(r, z)\vec{e}_z \quad \text{avec} \quad \begin{cases} B_r(r, z) = -\frac{\partial A(r, z)}{\partial z} & \text{(a)} \\ B_z(r, z) = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA(r, z))}{\partial r} & \text{(b)} \end{cases} \quad \text{(III.46)}$$

Introduisant la fonction K dans l'équation (III.46) qui est définie par l'équation n obtient:

$$\begin{cases} B_r(r, z) = -\frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial A(r, z)}{\partial k} & \text{(a)} \\ B_z(r, z) = \frac{A}{r} + \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial A(r, z)}{\partial k} & \text{(b)} \end{cases} \quad \text{(III.47)}$$

Dans le chapitre II, nous avons vu que A est une fonction des intégrales elliptiques de Legendre E_1 et E_2 . Pour obtenir la dérivée de A, il faut connaître la dérivée de E_1 et E_2 que nous donnerons

$$\begin{cases} \frac{dE_1(k)}{dk} = \frac{1}{k} \left(\frac{E_2(k)}{1-k^2} - E_1(k) \right) & \text{(a)} \\ \frac{dE_2(k)}{dk} = \frac{1}{k} (E_2(k) - E_1(k)) & \text{(b)} \end{cases} \quad \text{(III.48)}$$

enterons aussi les dérivées de k comme suit:

$$\begin{cases} \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{-2(1 + \frac{r(p)}{r(q)})k^3}{4r(p)r(q)} & \text{(a)} \\ \frac{\partial k}{\partial z} = -\frac{z(p) - z(q)}{4r(p)r(q)} k^3 & \text{(b)} \end{cases} \quad \text{(III.49)}$$

Si on introduit les équations (III.49) et (III.48) dans l'équation (IV.17), on aura :

$$\begin{cases} B_r(p, q) = \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q=1}^{N_m} \frac{(z(p) - z(q))k}{r(p)\sqrt{r(p)r(q)}} J_l(q) \left[\frac{(2-k^2)E_2(k)}{1-k^2} - 2E_1(k) \right] & \text{(a)} \\ B_z(p, q) = \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q=1}^{N_m} \frac{k}{\sqrt{r(p)r(q)}} J_l(q) \left[\frac{2 - (1 + \frac{r(p)}{r(q)})k^2}{1-k^2} E_2(k) - 2E_1(k) \right] & \text{(b)} \end{cases} \quad \text{(III.50)}$$

Nous pouvons, en utilisant la loi de Biot et Savart, récrire l'équation précédente comme suit :

$$\vec{B}(p, q) = \frac{\mu_0}{8\pi} \iint_{\Omega} (G_{Br}(p, q)\vec{e}_r + G_{Bz}(p, q)\vec{e}_z)J(q)d\Omega \quad (\text{III.51})$$

Les grandeurs G_{Br} et G_{Bz} sont une fonction des points récepteurs $p(r, z)$ et émetteurs $q(r, z)$. Ces grandeurs sont définies par:

$$\begin{cases} G_{Br}(p, q) = \frac{(z(p) - z(q))k}{r(p)\sqrt{r(p)r(q)}} \left[\frac{(2 - k^2)E_2(k)}{1 - k^2} - 2E_1(k) \right] & \text{(a)} \\ G_{Bz}(p) = \frac{k}{\sqrt{r(p)r(q)}} \left[\frac{2 - (1 + \frac{r(p)}{r(q)})k^2}{1 - k^2} E_2(k) - 2E_1(k) \right] & \text{(b)} \end{cases} \quad (\text{III.52})$$

Dans le but d'une écriture moins encombrante des équations qui vont suivre, nous proposons de noter le gradient de la fonction G_B comme suite :

$$\overrightarrow{\text{grad}}G_B(p, q) = G_{Br}(p, q)\vec{e}_r + G_{Bz}(p, q)\vec{e}_z \quad (\text{III.53})$$

Nous introduisons les équations (III.51), (III.52) et (III.53) dans l'équation (III.45), nous obtenons la relation traduisant la variation des grandeurs physiques à la frontière de séparation de l'air et d'un matériau magnétique dans le cas axisymétrique:

$$\begin{aligned} & \frac{\mu_0}{2} \left(\frac{1 + \mu_r}{1 - \mu_r} \right) J_{sm}(p) + J_{sc}(p) - \frac{\mu_0}{8\pi} \int_{\Gamma_m} \vec{n} \wedge \overrightarrow{\text{grad}}G_B(p, q) J_{sm}(q) d\Gamma_m \\ & - \frac{\mu_0}{8\pi} \iint_{\Omega_c} \vec{n} \wedge \overrightarrow{\text{grad}}G_B(p, q) J_c(q) d\Omega_c - \frac{\mu_0}{8\pi} \iint_{\Omega_s} \vec{n} \wedge \overrightarrow{\text{grad}}G_B(p, q) J_s(q) d\Omega_s \\ & = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.54})$$

En discrétisant l'équation (III.54) suivant la figure III.10, nous obtenons quatre équations; Chacune correspondante à une des quatre faces du matériau:

$$\begin{aligned} & \frac{\mu_0}{2\Gamma_m(p)} \left(\frac{1 + \mu_r}{1 - \mu_r} \right) I_{smr}(p) + \frac{I_c(p)}{\Gamma_m(p)} - \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q=1}^{N_m} G_{Br}(p, q) I_{sm}(q) - \\ & \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q=1}^{N_c} G_{Br}(p, q) I_c(q) - \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q=1}^{N_s} G_{Br}(p, q) I_s(q) = 0 \end{aligned} \quad (a) \quad (III.55)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\mu_0}{2\Gamma_m(p)} \left(\frac{1 + \mu_r}{1 - \mu_r} \right) I_{smr}(p) + \frac{I_c(p)}{\Gamma_m(p)} + \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q=1}^{N_m} G_{Br}(p, q) I_{sm}(q) + \\ & \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q=1}^{N_c} G_{Br}(p, q) I_c(q) + \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q=1}^{N_s} G_{Br}(p, q) I_s(q) = 0 \end{aligned} \quad (b) \quad (III.55)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\mu_0}{2\Gamma_m(p)} \left(\frac{1 + \mu_r}{1 - \mu_r} \right) I_{smz}(p) + \frac{I_c(p)}{\Gamma_m(p)} - \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q=1}^{N_m} G_{Bz}(p, q) I_{sm}(q) - \\ & \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q=1}^{N_c} G_{Bz}(p, q) I_c(q) - \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q=1}^{N_s} G_{Bz}(p, q) I_s(q) = 0 \end{aligned} \quad (c) \quad (III.55)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\mu_0}{2\Gamma_m(p)} \left(\frac{1 + \mu_r}{1 - \mu_r} \right) I_{smz}(p) + \frac{I_c(p)}{\Gamma_m(p)} + \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q=1}^{N_m} G_{Bz}(p, q) I_{sm}(q) + \\ & \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q=1}^{N_c} G_{Bz}(p, q) I_c(q) + \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q=1}^{N_s} G_{Bz}(p, q) I_s(q) = 0 \end{aligned} \quad (d) \quad (III.55)$$

$$N_m = 2(N_{mr} + N_{ms}) \quad (III.56)$$

J_{sm} : est la densité linéique de courant surfacique de magnétisation.

J_{smr} : est la densité linéique de courant surfacique de magnétisation radiale.

J_{smz} : est la densité linéique de courant surfacique de magnétisation axiale.

N_{mp} : est le nombre d'éléments de courants fictifs suivant r .

N_{mz} : est le nombre d'éléments de courants fictifs suivant z .

Γ_{mr} : est la longueur de l'élément linéique suivant r .

Γ_{mz} : est la longueur de l'élément linéique suivant z .

Sur la surface latérale supérieure de la pièce, nous appliquons l'équation (III.55.a).

Sur la surface latérale inférieure de la pièce, nous appliquons l'équation (III.55.b).

L'équation (III.55.c) s'applique sur la surface axiale externe de la pièce.

L'équation (III.55.d) s'applique sur la surface axiale interne de la pièce (pour une pièce creuse). Dans le cas d'une pièce axisymétrique pleine, cette surface n'existe pas.

Dans ce qui suit, nous notons G_B toutes les formes de ce type de fonction, tel que:

$$\begin{cases} G_B(p, q) = -G_{Br}(p, q) & \text{sur la surface latérale supérieure} \\ G_B(p, q) = +G_{Br}(p, q) & \text{sur la surface latérale inférieure} \\ G_B(p, q) = -G_{Bz}(p, q) & \text{sur la surface axiale externe} \\ G_B(p, q) = +G_{Bz}(p, q) & \text{sur la surface axiale interne} \end{cases} \quad (III.57)$$

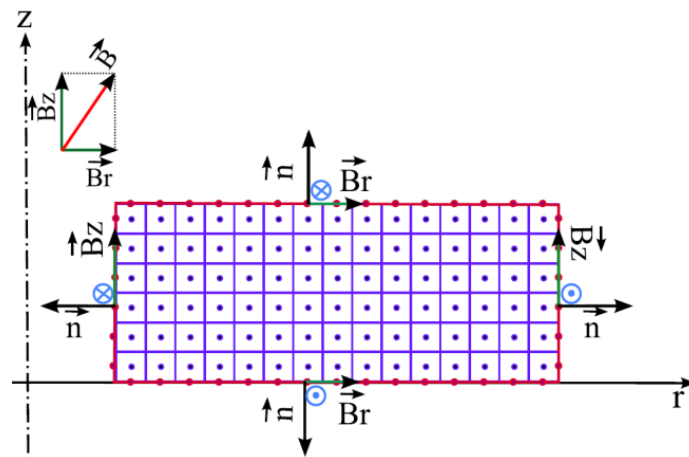


Figure III.10 : Répartition de l'induction et sens du produit vectoriel $\vec{n} \wedge \vec{B}$
(Sur la surface de la pièce)

En rajoutant l'effet des courants de magnétisation fictifs, nous obtenons les équations suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_0 I_s + j\mu_0 \omega \sum_{p=1}^{N_s} r_s(p) \left(\sum_{q_c=1}^{N_c} G_{sc}(p, q_c) I_c(q_c) + \sum_{q_m=1}^{N_m} G_{sm}(p, q_m) I_{sm}(q_m) \right) = U_T \\ \frac{2\pi}{\sigma_c(p) S_c(p)} I_c(p) + j\mu_0 \omega \sum_{q_c=1}^{N_c} G_{cc}(p, q_c) I_c(q_c) + j\mu_0 \omega \sum_{q_s=1}^{N_s} G_{cs}(p, q_s) I_s(q_s) + \\ j\mu_0 \omega \sum_{q_m=1}^{N_m} G_{cm}(p, q_m) I_{sm}(q_m) = 0 \quad \forall p = \overline{1, N_c} \\ \frac{\mu_0}{2\Gamma_m(p)} \left(\frac{1 + \mu_r}{1 - \mu_r} \right) I_{sm}(p) + \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q_m=1}^{N_m} G_B(p, q_m) I_{sm}(q_m) + \\ \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q_c=1}^{N_c} G_B(p, q_c) I_c(q_c) + \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{q_s=1}^{N_s} G_B(p, q_s) I_s(q_s) = 0 \quad \forall p = \overline{1, N_m} \end{array} \right. \quad (III.58)$$

Avec:

G_m : est une fonction des coordonnées relatives entre la surface de la pièce et la source:

$$G_{sm}(k(p, q)) = \sqrt{\frac{r_m(q_m)}{r_s(p)}} E(k(p, q_m)) \quad (III.69)$$

G_{cm} : est une fonction des coordonnées relatives entre l'intérieur de la pièce et sa surface:

$$G_{cm}(k(p, q)) = \sqrt{\frac{r_m(q_m)}{r_c(p)}} E(k(p, q_m)) \quad (III.60)$$

Dans le but de résoudre ce système, nous le mettons sous forme matricielle comme suit :

$$\begin{bmatrix} Z_0 & M_{sc} & M_{sm} \\ M_{cs} & M_{cc} & M_{cm} \\ M_{ms} & M_{mc} & M_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \\ I_c(1) \\ I_c(2) \\ \vdots \\ I_c(p) \\ I_{sm}(1) \\ \vdots \\ I_{sm}(N_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_T \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.61})$$

Les éléments de la matrice ci-dessus sont définis comme suit:

Z_0 est l'impédance du capteur à vide donnée par l'équation (III. 7).

M_C est un vecteur ligne représentant l'effet des spires de la pièce sur celles de la source donné par l'équation(III.15).

M_{es} est un vecteur colonne représentant l'effet des spires de la source sur celles de la pièce donné par l'équation (III 16).

M_{CC} est une matrice carrée représentant l'effet des spires de la pièce sur elles-mêmes donnée par l'équation (III.17).

M_m est un vecteur ligne représentant l'effet magnétique des spires de la surface de la pièce sur celles de la source.

$$M_{sm}(1, q_m) = j\mu_0\omega \sum_{p=1}^{N_s} G_{sm}(p, q_m)r_s(p) \quad (\text{III.62})$$

$$q_m = \overline{1, N_m}$$

M_{cm} est une matrice carrée représentant l'effet des spires de la pièce sur celle de la surface de la pièce.

$$M_{cm}(p_c, q_m) = j\omega\mu_0 G_{cm}(p_c, q_m) \quad (\text{III.63})$$

$$p_c = \overline{1, N_c} \quad \text{et} \quad q_m = \overline{1, N_m}$$

En résolvant ce système, nous obtenons la valeur du courant d'excitation I_s , les N_c courants induits dans la pièce I_c ainsi que les N_m courants de magnétisation fictifs I_m . L'impédance du système est donnée par l'équation suivante :

$$Z = \frac{U_T}{I_s} = Z_0 + \frac{j \mu_0 \omega}{I_s} \sum_{p=1}^{N_s} r_s(p) \left(\sum_{q_c=1}^{N_c} G_{sc}(p, q_c) I_c(q_c) + \sum_{q_m=1}^{N_m} G_{sm}(p, q_m) I_{sm}(q_m) \right) \quad (\text{III.64})$$

III.11 Conclusion

La tension induite aux bornes du capteur est une fonction directe des caractéristiques du système capteur- pièce à étudier. Un capteur à fonctions séparées est plus encombrant que le capteur absolu qui dispose d'une seule bobine d'émission et de réception. Néanmoins, la mesure dans le capteur à fonctions séparées est directe, Le temps de calcul de la tension induite aux bornes du capteur par la méthode MGEC est très réduit, ce qui est un point intéressant dans les applications en temps réel.

Nous nous sommes intéressés dans cette partie, au développement de modèles directs explicitant les caractéristiques géométriques et électromagnétiques des dispositifs de contrôle non destructif par courant de Foucault dans le cas de capteurs avec noyaux.

L'originalité de notre travail consiste à proposer une méthode semi analytique de calcul en magnétodynamique de systèmes axisymétriques constitués de capteurs avec noyaux en ferrite et de pièces magnétiques sous forme de plaque cylindriques qui va générer une expression d'impédance explicitant les caractéristiques du dispositif ; ce qui conduit à une identification directe de la pièce à contrôler.

Pour l'étude de l'influence de la pièce sur la bobine du capteur et sur la pièce à examiner, nous exploitons les équations de passage entre deux milieux différents. L'effet magnétique de la pièce est assimilé à une circulation de courants fictifs de magnétisation.

Nous avons étudié le cas de capteur absolu à double fonction avec noyau ferromagnétique en présence de pièces magnétiques saines ou avec défaut. Les différents résultats obtenus ont été validés par comparaisons à des résultats issues de calcul par la méthode numérique des éléments finis développé à cet effet.

CHAPITRE IV

*Modélisation des
Méthodes
d'optimisations et la
Méthode du simplexe*

IV.1 Introduction :

Nombreuses sont les méthodes d'optimisation. On peut cependant les classer en deux grandes catégories : les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques. Dans la première classe, on rencontre toutes les méthodes qui cherchent le minimum d'une fonction en se basant sur la connaissance d'une direction de recherche, souvent donnée par le gradient de cette fonction. Dans le cas d'optima multiple, elles s'arrêtent sur le premier rencontré.

Les méthodes stochastiques sont une alternative pour palier cet inconvénient. Les trois méthodes stochastiques les plus répandues sont les algorithmes génétiques, le recuit simulé et la recherche taboue. Elles sont capables de trouver le minimum globale d'une fonction même dans des cas très difficiles, mais le temps de calcul peut être élevé. Ceci est particulièrement pénalisant lorsque le calcul de la performance de chaque nouvelle solution proposée par le processus aléatoire nécessite la résolution d'un modèle éléments finis [43].

Les algorithmes génétiques imitent l'évolution naturelle et le processus de sélection. En employant des opérations de base : sélection, croisement et mutation. Ils sont capables de trouver le minimum globale ou au moins une solution proche.

La méthode du Simplex est très populaire c'est une méthode de recherche locale des problèmes d'optimisation non linéaire sans contraintes. Le procédé Simplex est basé sur le déplacement et le redimensionnement d'un polygone multidimensionnel (Simplex) le long d'une direction en descendant jusqu'à ce qu'un minimum local soit rencontré [42].

IV.2 Caractéristique

IV.2.1 Sensibilité et robustesse d'une méthode d'optimisation

La méthode d'optimisation est conditionnée par des paramètres de contrôle et des conditions initiales (valeurs initiales des variables de conception, valeurs initiales des paramètres de contrôle,...). Elle peut être caractérisée selon le modèle de la boîte noire illustré en figure IV.1 [44].

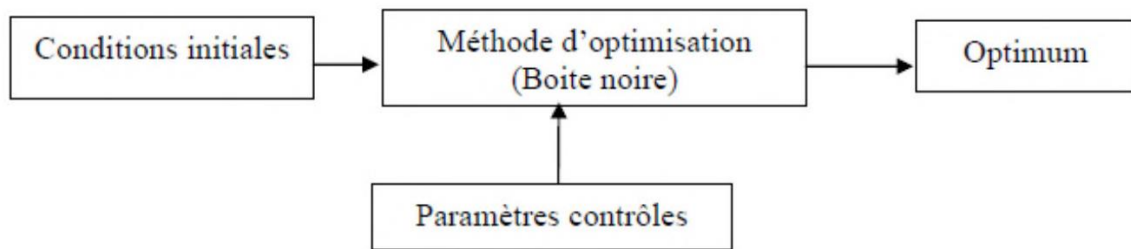


Figure. IV.1. Modèle de la boîte noire

L'efficacité d'une méthode d'optimisation est liée à la sensibilité et à la robustesse par rapport aux paramètres de contrôle et à la condition initiale. Lorsque les variables doivent prendre une valeur bien précise pour que la méthode de résolution converge vers l'optimum d'une fonction donnée, la méthode est dite sensible aux conditions initiales.

Une méthode d'optimisation est robuste si pour une même valeur des paramètres de contrôle et des conditions initiales, elle est capable de trouver l'optimum de fonctions très différentes.

Une méthode parfaite devrait être totalement insensible aux conditions initiales et aux variables de contrôle et converger vers l'optimum quelles que soient la fonction objective et les contraintes [45].

IV.2.2 Opérateurs de recherche fondamentaux

La recherche de l'optimum d'une fonction est généralement réalisée à l'aide de deux opérateurs fondamentaux : l'exploration et l'exploitation.

L'exploration permet une localisation imprécise de l'optimum globale alors que l'exploitation affine cette solution en augmentant la précision de l'optimum

La réussite et l'efficacité d'une technique de résolution dépendent la plupart du temps d'un compromis entre l'exploration. Certaines méthodes toutefois n'utilisent qu'un seul de ces opérateurs pour parvenir à l'optimum. Ainsi, les méthodes déterministes, exploitant les dérivées de la fonction objective et des contraintes pour atteindre rapidement et précisément le minimum local le plus proche du point de départ, privilégient l'exploitation au détriment de l'exploration.

Tout algorithme d'optimisation doit utiliser ces stratégies pour trouver l'optimum global : l'exploration pour la recherche de régions inexplorées de l'espace de recherche, et des points meilleurs. Ces deux exigences peuvent paraître contradictoires mais un bon algorithme de recherche doit trouver le bon compromis entre les deux. Une recherche purement aléatoire est bonne pour l'exploration mais pas pour l'exploitation alors que la recherche dans le voisinage est une bonne méthode d'exploitation mais pas d'exploration[44].

IV.2.3 Mode de recherche de l'optimum

Lorsque l'évolution de la méthode de résolution est prévisible et ne laisse aucune place au hasard, celle-ci est qualifiée de déterministe. En revanche les méthodes dites stochastiques s'appuient sur des mécanismes de transition probabiliste qui peuvent conduire à des résultats différents pour des conditions initiales et des paramètres de contrôle identiques.

Les méthodes déterministes sont qualifiées de méthodes locales, c'est-à-dire qu'elles convergent vers un optimum dépendant uniquement du point de départ, qu'il soit local ou global. A l'opposé, les techniques stochastiques sont reconnues comme des méthodes globales qui permettent de localiser l'optimum global. [43].

IV.2.4 Ordre d'une méthode de résolution

Les méthodes de résolution peuvent être classées à partir de leur ordre selon qu'elles nécessitent ou non le calcul des dérivées de la fonction objectif et des fonctions contraintes par rapport aux paramètres. Une méthode est dite d'ordre zéro si elle utilise uniquement la connaissance de la fonction elle-même. Elle est d'ordre un si elle requiert le calcul des dérivées premières et d'ordre deux s'il lui faut aussi accéder aux dérivées secondes.

Les méthodes d'ordre zéro sont en général peu précises et convergent plus lentement vers l'optimum. En revanche, elles offrent l'avantage d'éviter le calcul du gradient, ce qui est intéressant lorsque la fonction n'est pas différentiable ou que le calcul de son gradient représente un coût important. C'est notamment le cas des modèles éléments finis.

Les méthodes d'ordre un permettent d'accélérer la localisation de l'optimum, puisque le gradient donne l'information sur la direction de l'amélioration. Par contre elles sont applicables seulement aux problèmes où les fonctions objectives et contraintes sont continûment différentiables. [43].

IV.3 Classification des méthodes d'optimisation :

Les méthodes d'optimisation est classée selon la méthode de recherche de la valeur optimale, Divisé en deux catégories : les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques (aléatoires).

IV.3.1 Méthodes déterministes :

Ces méthodes peuvent être subdivisées en plusieurs sous-classes, les méthodes. Heuristiques, les méthodes statistiques, les méthodes de branche et bound, les méthodes Mathématiques, et les méthodes d'apprentissage automatique. Cette classification est illustrée. En figure IV. 2

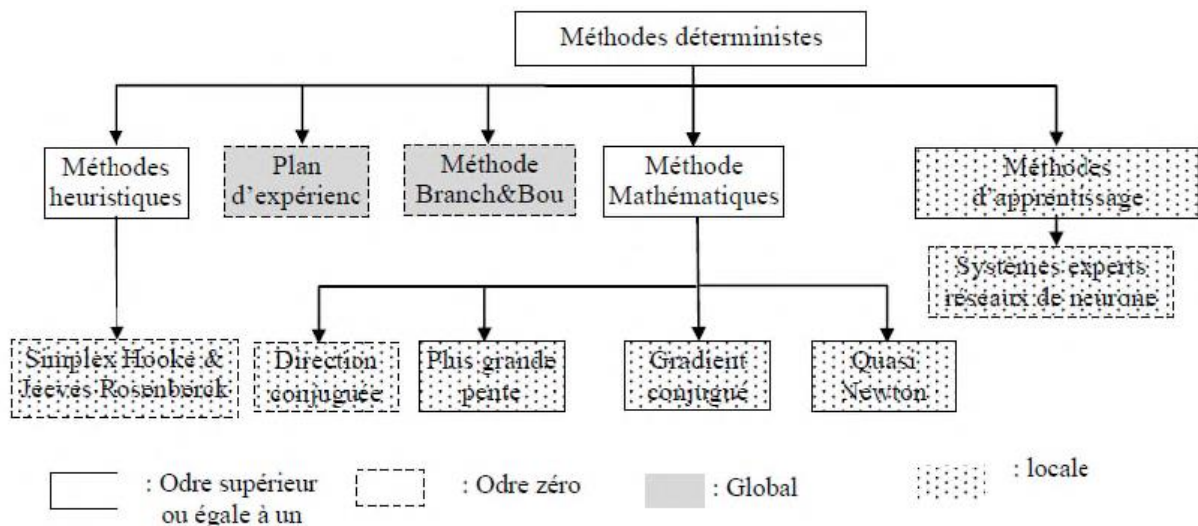


Figure. IV.2 Méthodes d'optimisation déterministes.

✓ Méthodes heuristique ou méthodes géométriques.

Elles explorent l'espace par essais successifs en recherchant les directions les plus favorables. La stratégie de Hooke et Jeeves [46], la méthode de Rosenbrock [47], ou la méthode du Simplex [48], [49] sont les plus souvent employées. Toutes ces techniques sont déterministes et locales mais elles sont beaucoup plus robustes que les méthodes mathématiques, en particulier lorsque la fonction objectif est discontinue. Par contre, elles deviennent moins robustes lorsque le nombre de paramètres est élevé [50].

✓ Les méthodes Branch&Bound

Ils sont basés sur l'algèbre molaire ou l'algèbre d'intervalle, permettant d'estimer l'intervalle de variation de la fonction à partir de l'expression analytique de la fonction et Intervalle de changement de paramètre [51]. Ils sont déterministes d'ordre zéro et Global mais applicable uniquement aux modèles d'analyse. Le plus avancé est capable de localiser toutes les valeurs optimales de la fonction avec une certaine précision liée à la taille Incertitude de l'estimation de la subdivision spatiale et de l'intervalle de changement Fonction objectif. Ils sont généralement coûteux en temps de calcul et ne peuvent ne s'applique qu'à un nombre réduit de paramètres.

✓ Méthodes mathématiques

Pour déterminer un optimum, les méthodes mathématiques se basent sur la connaissance d'une direction de recherche donnée souvent par le gradient de la fonction objective par rapport aux paramètres. Elles génèrent une suite de points $(X_k, k \in \mathbb{N})$ qui convergent vers un minimum local X^* de la fonction f vérifiant (I.11) ou $\phi(X^*, r) = 0$ Suivant le traitement des contraintes utilisées.

L'inconvénient principal des méthodes à base de gradient est que la dérivée de la fonction f n'est pas toujours connue, dans ce cas, il faut l'estimer par différences finies.

$$\frac{\Delta f}{\Delta x_i} = \frac{f(x_1, \dots, x_i + \lambda, \dots, x_n) - f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)}{\lambda} \quad (\text{IV.1})$$

Dans ces conditions le choix du pas du gradient λ est très important, il conditionne la bonne détermination de la direction de recherche.

Les exemples les plus significatifs des méthodes mathématiques sont la méthode de Cauchy ou méthode de la plus grande pente [52] et la méthode du gradient conjugué [53] qui sont d'ordre un. D'autres techniques de gradient construisent une estimation du Hessien c'est-à-dire des dérivées secondes comme les méthodes DFP [54] et BFGS [55] qui sont dites quasi-Newton [53] [56] [52].

Parmi ces méthodes, la méthode du gradient conjugué, la méthode quasi-Newton, la méthode SQP et la méthode de Powell sont présentées brièvement. Elles sont comparées par la suite avec les méthodes stochastiques.

✓ La méthode des directions conjuguées de Powell

Lorsqu'il n'est pas possible de calculer le gradient, la méthode de direction conjuguée propose de trouver l'optimum uniquement par des recherches linéaires [54]. Elle effectue n recherches linéaires successives suivant des directions conjuguées qui sont modifiées à chaque itération pour accélérer la convergence.

Ces méthodes convergent rapidement et précisément vers l'optimum si celui-ci est proche du point initial. Si ces méthodes sont intéressantes en raison de leur grande rapidité de convergence, elles ont plusieurs inconvénients :

1. les valeurs de la fonction objective et éventuellement de ses dérivées doivent être accessibles.
2. lorsque le gradient de la fonction n'est pas calculable directement, sa détermination par la méthode des différences finies est toujours délicate à cause de problèmes liés au choix du pas de variation pouvant conduire à des problèmes de convergence [53].
3. ces méthodes nécessitent la résolution de systèmes matriciels pouvant être mal conditionnés [55].
4. la convergence est exclusivement locale. L'optimum trouvé dépend du point initial. La sensibilité par rapport aux conditions initiales est importante.

✓ La méthode de gradient conjugué

La méthode du gradient conjugué [57] [53] [56] [52] est une Variante améliorée de la méthode de la plus grande pente, y compris la direction suivante Contrairement au gradient. Cette méthode a l'inconvénient de créer une direction de recherche Orthogonal, ce qui ralentira la vitesse de convergence de l'algorithme. La méthode de Fletcher et Reeves [53] résout ce problème en déterminant une nouvelle direction de recherche Du début du gradient à l'étape actuelle et précédente.

✓ Méthode quasi-Newton

La méthode quasi-Newton consiste à imiter la méthode de Newton, où l'optimisation d'une fonction est obtenue à partir de sa minimisation continue approximation du second ordre. Ils ne calculent pas Hessian, mais ils utilisent l'approximation définie positive de Hessian peut être obtenue par l'expression proposée Suggestions de Davidson-Fletcher-Powell (DFP) ou Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) [55].

✓ Méthode PQS

Méthode de programmation quadratique séquentielle (PQS), par Schittkowski [58] en 1983 est une méthode de programmation non linéaire. Elle était reconnue comme l'un des moyens les plus efficaces de résoudre les problèmes d'optimisation avec des petites et moyennes contraintes. Comme le nom le suggère, La méthode PQS trouve la solution optimale à travers une série de problèmes de programmation secondaire. A chaque itération, la fonction objectif et Utilisez une approximation linéaire de la contrainte. La toile de jute est construite par BFGS. L'analyse typique fournit la somme minimale de la fonction lagrangienne déplacé jusqu'à ce point.

IV.3.2 Méthodes stochastique :

La méthode d'optimisation stochastique dépend de Probabilité et conversion aléatoire. Cette caractéristique indique que plusieurs exécutions La même méthode peut conduire à des résultats différents Optimisez les paramètres initiaux du problème.

Ces méthodes (Figure 3) ont une grande capacité à trouver la valeur optimale globale problème. Contrairement à la plupart des méthodes déterministes, elles ne nécessitent aucun Point de départ, ne connais pas le gradient de la fonction objectif pour atteindre la solution optimale. Ils sont d'ordre zéro. Cependant, ils nécessitent beaucoup d'évaluation des objectifs fonctionnels.

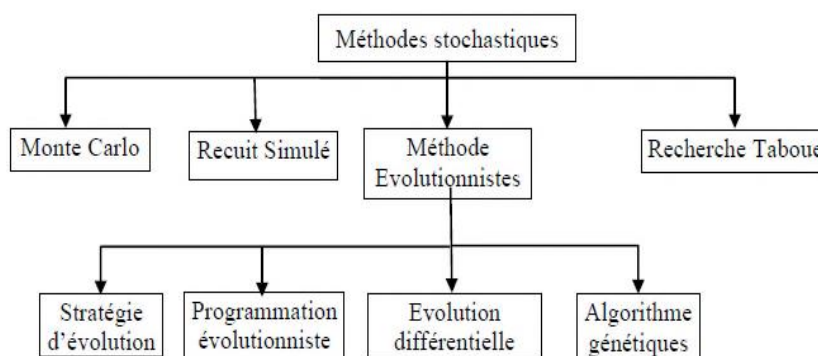


Figure. IV.3. Méthodes d'optimisations stochastiques

✓ Monte-Carlo

C'est la plus simple des méthodes stochastiques [59] [60]. Elle consiste à tirer une solution au hasard à chaque itération. La fonction objective est évaluée en ce point. Si elle est

meilleure que l'optimum courant, cette valeur est enregistrée, ainsi que la solution correspondante et le processus continu jusqu'à ce que les conditions d'arrêt soient vérifiées. Il s'agit donc d'un processus d'exploration.

Les méthodes Monte-Carlo peuvent être utilisées, en première approche, pour avoir des renseignements utiles sur la forme de la fonction. Elles permettent par exemple de choisir de façon plus appropriée le point de départ d'un algorithme de recherche locale. Toutefois, cette association ne garantit pas la localisation de l'optimum global.

✓ **Méthode de Recuit Simulé**

L'algorithme du Recuit Simulé (SA) permet de résoudre le problème de minimum local. En eet, contrairement à la méthode du Gradient, un nouveau trajet de coût supérieur à celui du trajet courant ne sera pas forcément rejeté, son acceptation sera déterminée aléatoirement en tenant compte de la différence entre les coûts ainsi que d'un autre facteur appelé température [[61], [62], [63], [64] et les références incluses].

Ce paramètre, la "température", sert à prendre en compte le fait que plus le processus d'optimisation est avancé, moins on est prêt à accepter une solution plus coûteuse, ou alors, elle ne doit pas être trop coûteuse. Par contre, au début, l'acceptation de solutions fortement coûteuses permettra de mieux explorer tout l'espace des solutions possibles et par là-même, d'accroître nos chances d'approcher le minimum global. [65]

L'idée est d'effectuer un mouvement selon une distribution de probabilité qui dépend de la qualité des différents voisins :

- Les meilleurs voisins ont une probabilité plus élevée.
- Les moins bons ont une probabilité plus faible.

✓ **Méthode de recherche taboue**

La recherche taboue (RT) est une méta-heuristique originalement développée par Glover en 1986 [66] spécifiquement pour des problèmes d'optimisation combinatoire et qui permet de trouver d'une manière flexible un compromis entre la qualité de la solution et le temps de calcul [67]. Elle est basée sur l'utilisation d'une mémoire flexible qui joue un rôle essentiel dans le processus de recherche et permet d'exploiter son historique en évitant de se faire piéger dans des optimums locaux et de revenir à des solutions déjà visitées. Une liste

taboue est utilisée pour stocker les meilleures solutions pendant une durée dépendante de la taille de la liste [68]. Cette méthode a été appliquée avec succès pour résoudre de nombreux problèmes d'optimisation réputés difficiles tels que le voyageur de commerce [69] [70], le routage de véhicule [71], l'ordonnancement [72] et la planification des restaurations [73] ou des rencontres sportives [74].

✓ Méthodes évolutionnistes

Les méthodes évolutionnistes font partie de la dernière grande classe de méthodes stochastiques. Elles reposent sur une analogie avec la théorie de l'évolution naturelle des espèces de Darwin selon laquelle, les individus les mieux adaptés à leur environnement survivent et peuvent se reproduire pour donner des enfants encore mieux adaptés de génération à génération [45].

Contrairement aux techniques d'optimisation qui explorent l'espace à partir d'un point unique, les méthodes évolutionnistes partent d'un ensemble de configurations, c'est-à-dire d'une population d'individus, et la font évoluer à partir d'opérateurs à transition aléatoire, la sélection et l'évolution, selon le principe de la figure IV.4.

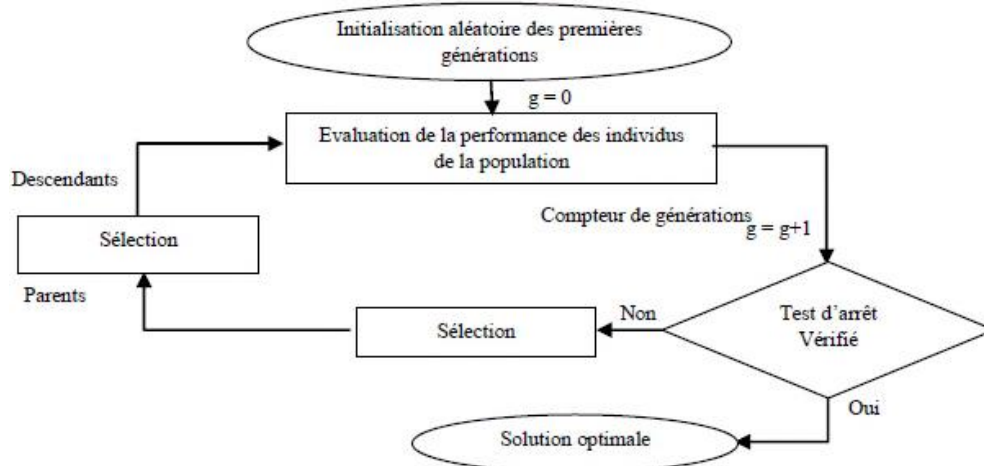


Figure. IV.4. Principe d'une méthode évolutionniste

Les algorithmes évolutionnistes remontent à l'introduction des algorithmes génétiques (AG) par Holland [75]. Reshenberg et Schwefel ont mis au point trois méthodes assez similaires : les stratégies d'évolution [76], la programmation évolutionniste [77] et la programmation génétique [78]. L'évolution différentielle est apparue plus récemment [79] [80].

Les différences entre ces méthodes sont liées à la représentation des individus et aux modes d'évolution de la population. Les AG utilisent un codage des paramètres de la fonction à optimiser alors que les autres techniques se servent directement de la valeur des paramètres. Chacune des méthodes est caractérisée par un opérateur d'évolution particulier. Les AG et l'évolution différentielle ont un mécanisme de croisement qui permet la génération de nouvelles configurations par recombinaison de solutions existantes. C'est donc un opérateur d'exploration. L'exploitation est faite par le processus de sélection. Les stratégies d'évolution et la programmation évolutionniste sont, pour leur part, basées principalement sur un procédé de mutation de la population par perturbation successive de chaque solution [81].

Les méthodes évolutionnistes s'affirment peu à peu comme les techniques d'optimisation les plus robustes. Elles peuvent être appliquées à des problèmes très divers car elles sont indépendantes du processus à optimiser et n'utilisent pas les dérivées.

Parmi les algorithmes évolutionnistes cités précédemment, les algorithmes génétiques occupent une place particulière car ils réunissent les trois opérateurs de sélection, croisement et mutation.

IV.4 Résolution des programmes linéaires

IV.4.1 Principaux algorithmes

Aujourd'hui encore la plus utilisée des méthodes de résolution en programmation linéaire, la méthode du simplexe, développée en 1947 par G. Dantzig, a longtemps été à la base de la plupart des algorithmes de résolution des programmes linéaires. Cependant, s'il se révèle très efficace en moyenne, Klee et Minty ont mis en évidence en 1972 des exemples pour lesquels le simplexe nécessite un nombre d'opérations croissant exponentiellement avec la taille du problème [82]. Cette possibilité théorique d'avoir un mauvais comportement du simplexe a suscité un regain d'intérêt pour la recherche d'algorithmes polynomiaux 1 de résolution des programmes linéaires.

Le premier algorithme de ce type, appelé méthode ellipsoïde, a été développé en 1979 par Khachian, montrant alors que les problèmes de programmation linéaire sont polynomiaux [83]. Il s'agit d'une variante des méthodes de dilatation d'espace dues à Shor ; il s'inspire également de travaux antérieurs sur des algorithmes dits ellipsoïdaux. L'idée est d'utiliser une suite d'ellipsoïdes de volume décroissant mais qui contiennent à chaque itération la solution optimale du programme linéaire à résoudre. On peut trouver une présentation détaillée de cet

algorithme dans [84]. Bien que plus rapide que le simplexe sur les problèmes de Klee et Minty, il reste bien plus lent sur les problèmes réels.

Karmakar a développé un deuxième algorithme polynomial en 1984 [Karmarkar 84]. Il s'agit d'une méthode de points intérieurs qui se base sur des principes de géométrie projective et de programmation non linéaire. L'idée est de chercher des points, à l'intérieur du polyèdre des contraintes, permettant de se diriger rapidement vers le sommet optimal. Des dérivés de cet algorithme, en particulier la méthode dite de barrière, commencent à concurrencer le simplexe sur certains problèmes de grande taille. Pour plus de détails sur cet algorithme, on peut se référer à des ouvrages spécialisés tels que [Goldfarb & Todd 89].

Le simplexe reste cependant la méthode privilégiée de résolution des programmes linéaires formulés dans la pratique. Ceci est dû à ses performances et également à sa capacité à fournir des solutions de base, très importantes dans les approches de décomposition ou encore dans des procédures de ré-optimisation itératives [85].

IV.4.2 Méthode du simplexe [85]

C'est une méthode d'optimisation locale qui est fréquemment utilisée. Cette méthode déterministe est dite directe ; elle tente de résoudre le problème en utilisant directement la valeur de la fonction objectif, sans faire appel à ses dérivées. Cette méthode est appréciée pour sa robustesse, sa simplicité de programmation, sa faible consommation de mémoire (peu de variables) et son faible temps de calcul. Son algorithme est robuste car il est très tolérant aux bruits sur les valeurs de la fonction objective. En conséquence, cette fonction n'a pas besoin d'être calculée de manière exacte, car il est possible d'avoir recours à une approximation de sa valeur.

Contrairement aux autres méthodes qui démarrent à partir d'un point initial, la méthode de Nelder-Mead utilise un Simplex de départ. Un Simplex est une figure géométrique. C'est un jeu de $(n+1)$ points linéairement indépendants (avec n le nombre de paramètres). Le Simplex de départ est obtenu par le tirage aléatoire d'un point x dans l'espace solution, les autres points sont choisis de manière à former une base, généralement orthogonale :

- Le premier sommet du Simplex initial (point de départ) peut être fourni par l'utilisateur ou bien simplement estimé. Les autres sommets peuvent être définis à partir de celui-ci, en sommant une longueur en chaque direction des n coordonnées :

$$x_i = x_0 + ae_i \quad i = 1 \dots n \quad (\text{IV.2})$$

Où

x_0 est le point initial.

e_i le vecteur de la base canonique dans la i ème direction.

a , la taille initiale. Généralement a est une constante adaptée à la caractéristique du problème (domaine de variation des différentes composantes).

On peut choisir des a_i différents pour chaque vecteur de direction, cependant pour définir une base orthonormée, on prend une seule valeur a égale à l'unité et le produit scalaire entre deux vecteurs unitaire e_i est nul. Hafika et Gürdal ont suggéré l'équation suivante pour positionner les sommets d'un Simplex de taille a et point initial x_0 :

$$x_i = x_0 + pe_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n qe_k \quad i = 1 \dots n$$

Avec :

$$p = \frac{a}{n\sqrt{2}}(\sqrt{n+1} + n - 1) \quad (\text{IV.3})$$

$$q = \frac{a}{n\sqrt{2}}(\sqrt{n+1} - 1)$$

$$a = \text{random}(0.02, 0.10) * \min(x_i^{\max} - x_i^{\min})$$

Le but d'une itération de l'algorithme du Simplex est de générer un nouveau Simplex qui se rapproche de l'optimum en éliminant le point de plus forte valeur de la fonction objectif.

A chaque itération de l'algorithme du Simplex, $n+1$ points sont utilisés pour déterminer un pas d'essai. Les points x_i sont ordonnés de manière à avoir :

$$f(x_1) \leq f(x_2) \dots \leq f(x_{n+1}) \tag{IV.4}$$

Le schéma des différents pas pour un Simplex formé de 4 points est illustré dans la figure (IV.5)

Soit x_{moy} l'isobarycentre des points x_i avec $i \neq n+1$:

$$x_{moy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \tag{IV.5}$$

Le point réfléchi x_r est déterminé en calculant le symétrique par rapport au barycentre, du plus mauvais point x_{n+1} du Simplex, il est obtenu en utilisant la relation suivante :

$$x_r = (1 + \alpha)x_{moy} - \alpha x_{n+1} \tag{IV.6}$$

Où α est constante positive, généralement égale à 1, appelée constante de réflexion.

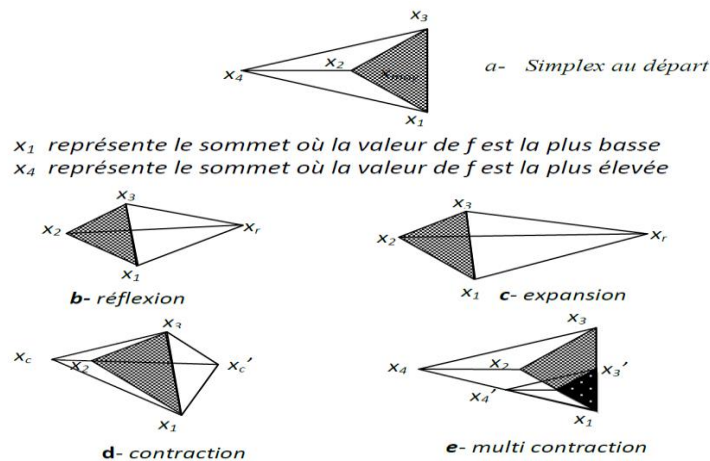


Figure. IV.5. Mouvement possible dans la méthode du Simplex

Le point réfléchi est accepté si $f(x_1) \leq f(x_r) \dots \leq f(x_n)$, et à l'itération suivante, on réitérera la réflexion avec le nouveau Simplex défini par $\{x_1, x_2, \dots, x_n, x_r\}$.

- Si la valeur de la fonction objectif au point réfléchi est inférieure à celle au point x_l c'est-à-dire $f(x_r) < f(x_l)$ alors le point est accepté puis on continue dans cette direction par une expansion du pas. L'expansion est déterminée par :

$$x_e = \gamma x_r + (1 + \gamma)x_{moy} \quad (IV.7)$$

La constante d'expansion γ , dont la valeur est supérieure à l'unité, désigne le rapport de la distance $[x_e \text{ } x_{moy}]$ à la distance $[x_r \text{ } x_{moy}]$. le point ainsi obtenu x_e est accepté si $f(x_e) < f(x_r)$ sinon seul le point réfléchi est accepté. On ordonne le nouveau Simplex ainsi obtenu (les points x_i), et on réitère le procédé.

Si le point x_n est plus mauvais que le point réfléchi, $f(x_r) < f(x_n)$ alors ce dernier est accepté et on réitère le procédé avec ce nouveau Simplex.

Si le point réfléchi x_r est moins bon que x_n , $f(x_r) \geq f(x_n)$, alors un pas de contraction est à effectuer avec le meilleur point : x_r ou x_{n+1} .

Si x_r est plus mauvais que x_{n+1} , $f(x_r) \geq f(x_{n+1})$, alors la contraction interne est calculée par :

$$x_c = \beta x_{n+1} + (1 - \beta)x_{moy} \quad (IV.8)$$

Sinon, la contraction externe, est calculée comme suit :

$$x'_c = \beta x_r + (1 - \beta)x_{moy} \quad (IV.9)$$

La valeur du coefficient β se situe entre 0 et 1, par défaut on prend 0.5.

Le point x_c ainsi obtenu est accepté si $f(x_c) \leq f(x_{n+1})$

Pour chaque contraction rejetée $f(x_n) \leq f(c)$, on remplace tous les points x_i du Simplex par $\frac{(x_i+x_1)}{2}$, on obtient ainsi le rétrécissement (ou multi-contraction) du Simplex et le processus redémarre.

Le critère d'arrêt est une mesure de déplacement d'une itération k à l'itération suivante $k+1$. L'algorithme s'arrête lorsque les deux critères suivant sont satisfaits :

$$\begin{cases} \max \left| \frac{x_{n+1} - x_n}{x_n} \right| < \varepsilon \\ \left| \frac{f(x_{n+1}) - f(x_n)}{f(x_n)} \right| < \varepsilon \end{cases} \quad (IV.10)$$

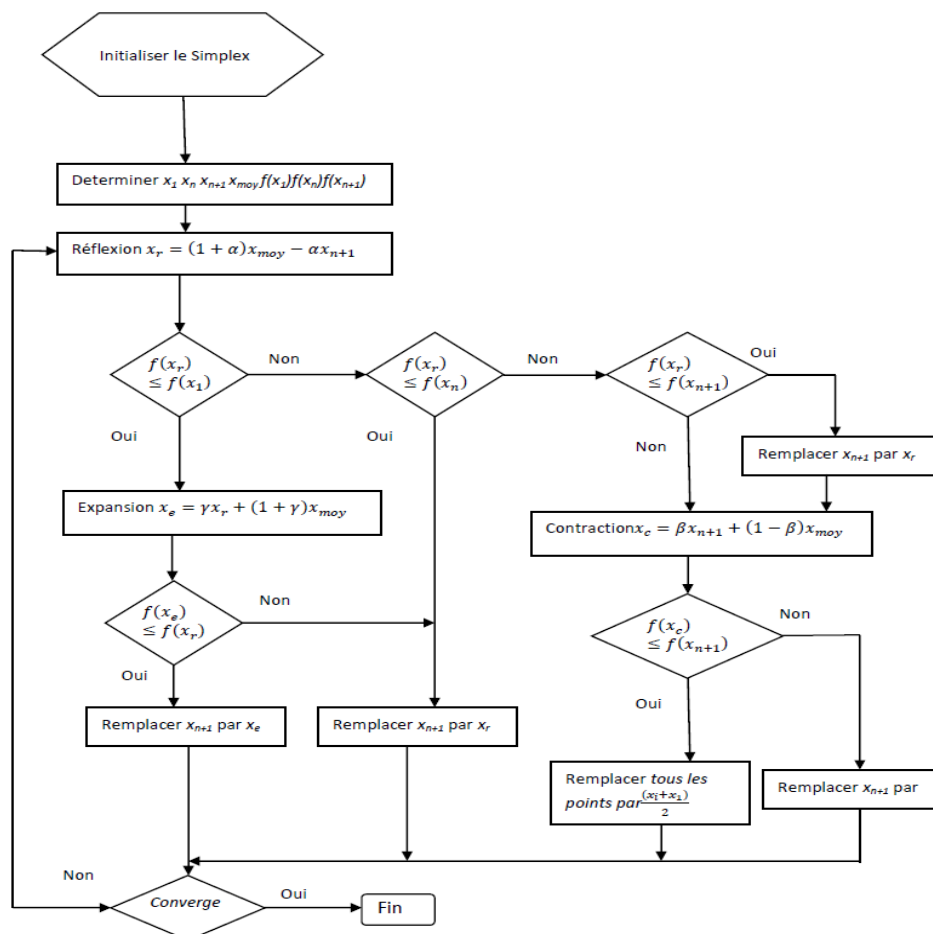


Figure. IV.6 Algorithme de la méthode du Simplex de Nelder Mead

IV.5 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de situer les problèmes d'identification par analyse inverse et les problèmes d'optimisation appliqués au CND. Nous avons cité les méthodes les plus importantes et les plus utilisées dans la résolution d'un problème d'optimisation que nous pouvons pu réunir en deux différents groupes : les méthodes déterministes et les méthodes stochastiques. Nous avons donné les aspects théoriques de la méthode du Simplex choisies

CHAPITRE V

Simulation et Application

V.1 Description du dispositif

Le dispositif sur lequel nous appliquerons le modèle d'inversion est un système axisymétrique à symétrie de révolution constitué d'un capteur absolu de type pancake et d'une pièce de section rectangulaire. L'étude se fera sur la moitié de la paroi de la pièce en cuivre de conductivité $\sigma = 59 \cdot 10^6$ S/m d'une longueur de 12.5mm et d'épaisseur de 2.75 mm subdivisée en 550 éléments rectangulaires représenté dans la figure V.1

Le capteur de type pancake comprend 96 spires de section circulaire et de 1.5 mm d'épaisseur. Son rayon intérieur est de 1mm et son rayon extérieur est de 5mm. Le lift-off représente la distance séparant le capteur de la pièce et il vaut 0.1mm dans le cas de cette application.

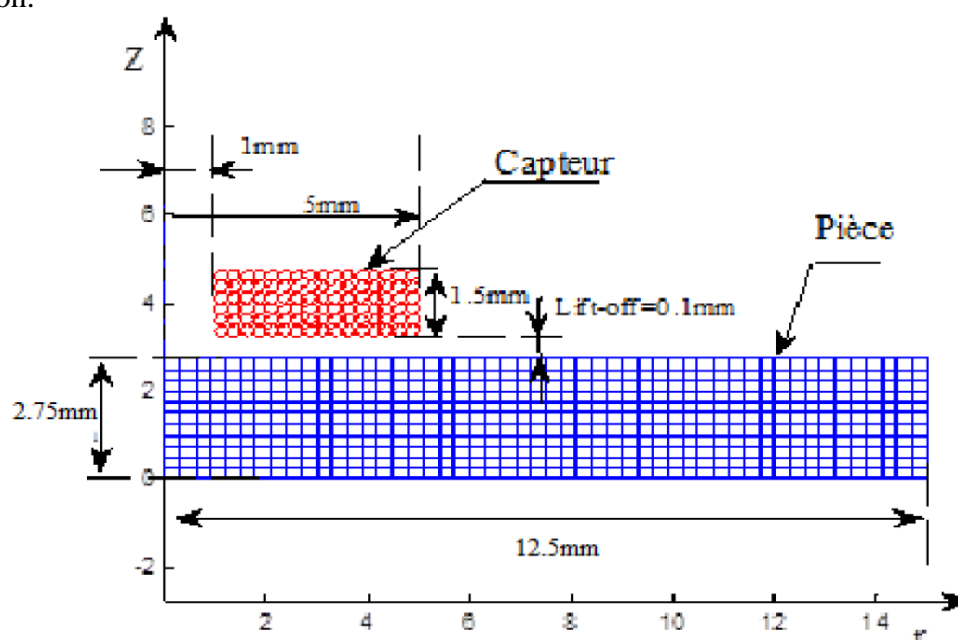


Figure V.1 Structure géométrique du dispositif de contrôle

Dans cette application, le modèle inverse réalisé consiste à évaluer les caractéristiques de la cible (comme la conductivité, l'épaisseur et le lift-off) à partir de la réponse du capteur. La réponse est représentée par la variation de l'impédance aux bornes du capteur due à la présence de la pièce.

L'entrée du modèle d'inversion est une fonctionnelle d'erreur constituée par la partie réelle et imaginaire de la déviation de l'impédance vue aux bornes du capteur (ΔZ), quant à la sortie, elle correspond aux propriétés recherchées.

V.2 Evaluation du lift-off d'une cible

L'épaisseur de la pièce est fixée à 1.55 mm, la conductivité à 35 MS/m et on introduit les bornes maximales et minimales du lift-off entre 0.01 et 2 mm. Comme dans les autres cas, on choisit la valeur milieu de l'intervalle de simulation comme point de départ.

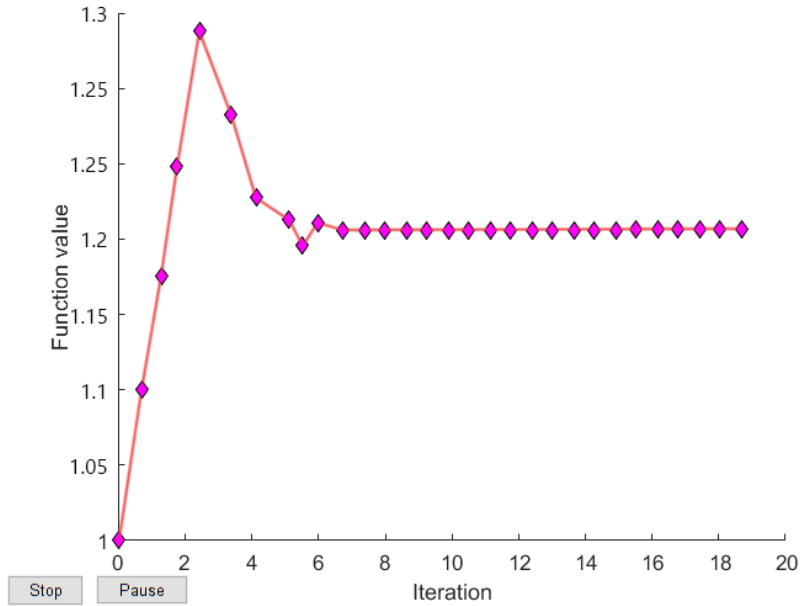


Figure V.2 Evolution du lift-off en fonction des itérations

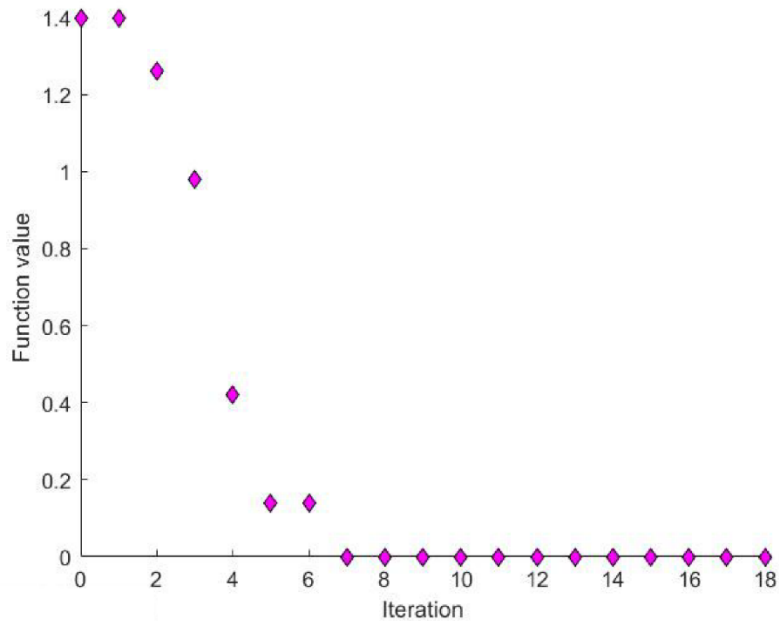


Figure V.3 Evolution de la fonction objectif en fonction des itérations

Exemple d'une Estimation de la conductivité d'une cible :

Iteration	Func-count	min f(x)	Procedure
0	1	1	
1	3	1.19975	initial simplex
2	5	1.25962	expand
2	9	1.253531	expand
3	11	1.284641	expand
4	13	1.215867	expand
5	14	1.215867	reflect
6	16	1.219664	contract inside
7	18	1.229664	contract outside
8	20	1.304609	contract inside
9	21	1.2304609	reflect
10	23	1.21319609	contract inside
11	25	1.2129609	contract outside
12	27	1.2139434	contract inside
13	30	1.21475439	reflect
14	32	1.21375439	contract inside
15	35	0.215663452	reflect
16	37	0.214663452	contract inside
17	43	1.214306264	contract outside
18	45	1.214174061	contract inside
19	46	1.21474061	reflect
20	48	1.21481341	contract inside
21	53	1.21453622	contract outside

Valeur désirée :liftoff= $1.2e-3$ **Valeur obtenue :**Liftoff= $1.214e-3$

V.3 Estimation de la conductivité d'une cible

L'épaisseur de la pièce est fixée à 1.55 mm, le lift-off à 0.1 mm. L'intervalle de variation de la conductivité est [1MS/m 100MS/m]. Nous choisissons comme point de départ le point milieu de cet intervalle. Le processus d'optimisation est arrêté lorsque la variation relative des paramètres et la valeur de la fonction objective sont inférieures à 10^{-3} .

Pour chaque valeur de conductivité désirée, nous donnons la valeur de la conductivité évaluée, le nombre d'itération « it », la précision du calcul et le temps de calcul « T » ainsi que les différentes précisions relatives obtenues lors de l'estimation du paramètre.

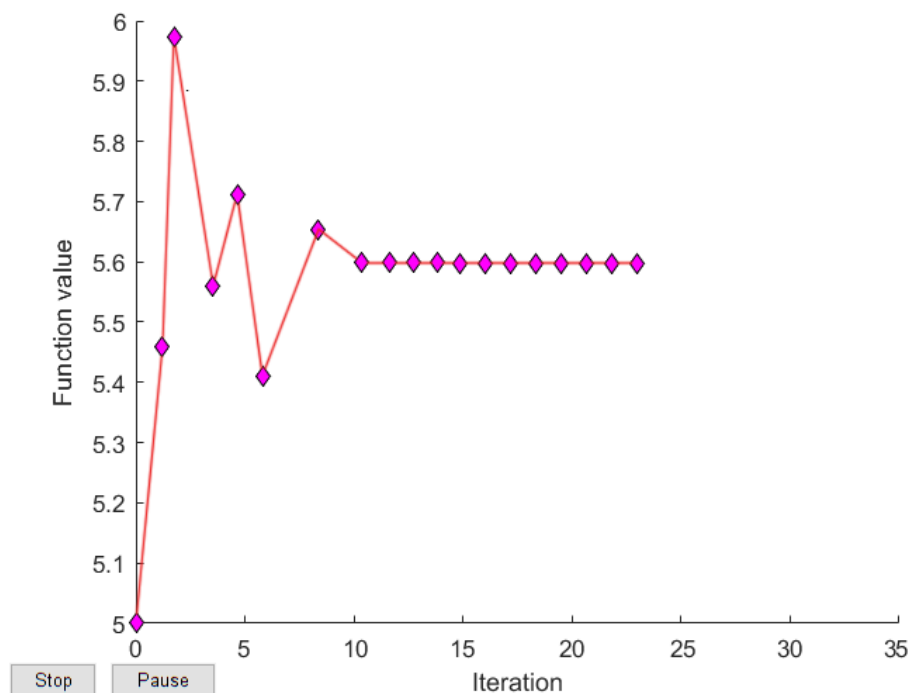


Figure V.4 Evolution de la conductivité en fonction des itérations

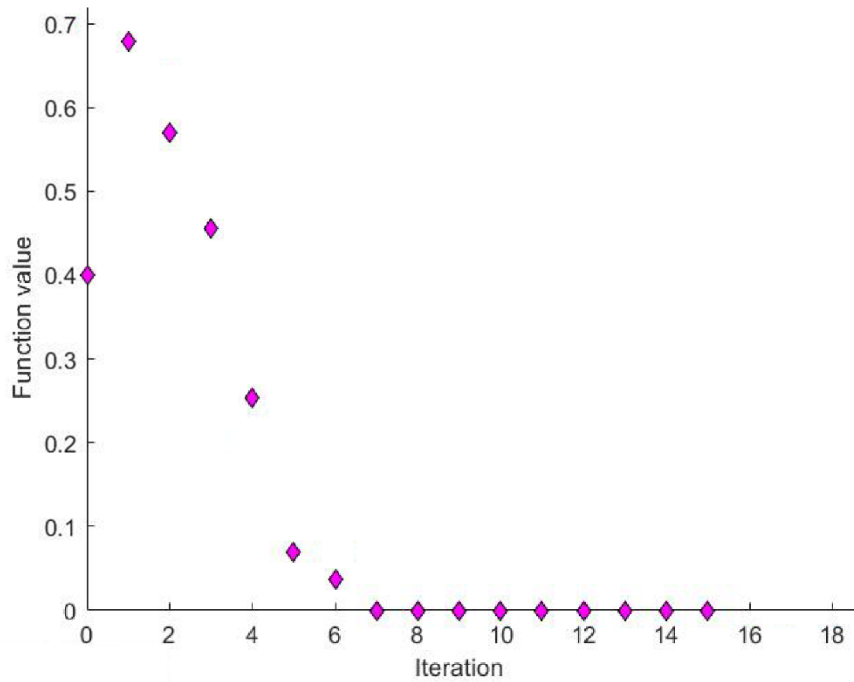


Figure V.5 Evolution de la fonction objectif en fonction des itérations

Iteration	Func-count	min f(x)	Procedure
0	1	0.12	
1	3	5.11975	initial simplex
2	5	5.597625	expand
3	7	5.581062	expand
4	9	5.7735312	expand
5	11	5.7166406	expand
6	13	5.4191094	reflect
7	15	5.51778125	reflect
8	17	5.50778125	contract outside
9	19	5.6590332	contract inside
10	21	5.59390332	contract outside
11	23	5.58178888	contract inside
12	24	5.61178888	reflect
13	26	5.580907135	contract inside
14	27	5.570907135	reflect
15	29	5.590290787	contract inside
16	30	5.57290787	reflect
17	32	5.570158089	contract inside
18	32	5.570148074	contract inside
19	34	5.560158089	contract outside
20	38	7.57097e-05	contract inside
21	39	7.58097e-05	reflect
22	41	5.59073e-05	contract inside

23	42	5.59073e-05	reflect
24	44	5.58905e-05	contract inside

Valeur désirée :

$$\delta = 5.59e+7$$

Valeur obtenue :

$$\delta = 5.589e+7$$

V.4 Conclusion

Nous avons présenté l'application d'un code de calcul par la méthode du Simplex à un dispositif de contrôle non destructif à capteur double fonction. Nous avons pu évaluer des paramètres d'une pièce amagnétique. Nous avons déduis que les résultats donnés par la simulation sont presque identiques aux valeurs réelles

Conclusion Générale

Conclusion

Le contrôle non destructif par courants de Foucault est l'un des plus fiables et des plus faciles à réaliser. La seule restriction qu'il impose est qu'il ne s'applique qu'aux matériaux conducteurs. Ce n'est évidemment pas un gros obstacle, car l'industrie métallurgique se développe chaque jour, ce qui montre que ce type de contrôle va continuer à progresser. Dans ce cas, nous avons développé ce travail, qui comprend la modélisation d'équipements de contrôle non destructif. Parmi les méthodes de modélisation existantes, nous avons choisi la méthode des quantités électromagnétiques couplées (MGEC), en particulier la méthode des circuits couplés, qui est une méthode semi-analytique permettant d'étudier les phénomènes électromagnétiques comme un ensemble d'éléments couplés.

À cette fin, nous avons d'abord présenté les différents types de contrôles non destructifs disponibles à travers une étude. Nous donnons également les principaux éléments de base des équipements de test par courants de Foucault. Nous avons ensuite présenté de brèves allusions aux équations de Maxwell, ainsi que des simplifications liées à la géométrie utilisée et aux considérations électromagnétiques choisies.

Le travail présenté comprend la mise en œuvre d'un modèle d'inversion lié au MCC pour CND-CF. Le modèle est basé sur l'utilisation de méthodes d'optimisation pour évaluer les paramètres physiques et géométriques de la cible à contrôler. Nous avons travaillé sur la compréhension des méthodes d'optimisation pour acquérir les connaissances nécessaires à la mise en œuvre de ces méthodes dans CND-CF. Nous choisissons la méthode Simplex car elle est simple, efficace et robuste afin de l'adapter et de l'appliquer pour identifier les paramètres physiques et géométriques des pièces à inspecter.

Dans ce contexte, nous avons appliqué le modèle d'une part pour l'évaluation d'un seul paramètre : la conductivité, l'épaisseur ou le lift-off et d'autre part, pour l'évaluation de deux paramètres : conductivité/épaisseur ou conductivité/lift-off. Nous avons constaté que notre modèle inverse arrive à estimer ces paramètres avec une très bonne précision et les résultats obtenus sont très proches de ceux recherchés

Bibliographie

- [1] P. Judenne "Modèle Simulation et expériences à la pointe de la technique. Les END dans l'aéronautique Contrôles Essais Mesures" Vol.19, pp 105-111, Avr 2007.
- [2] Dumont-Fillon "Contrôle non destructif (CND)", traité Mesures et Contrôle, techniques de l'ingénieur R1400, 1996.
- [3] Dumont-Fillon "contrôle non destructif (CND)" Technique de l'ingénieur, R1400, 2003.
- [4] Mme ZERGUINI SAKINA, "Elaboration de modèles électromagnétiques caractérisant le contrôle non destructif par courant de Foucault" thèse Doctorat Filière : Génie Électrique, université DE CONSTANTINE, 2009.
- [5] J.P. Perez, R. Carles et R. Fleckinger "Electromagnétisme. Fondement et applications", [Masson], 1996.
- [6] I. N. El ghouli, A. Cheriet, S. Bensaid, Evaluation de l'épaisseur des plaques conductrices par la Méthode des Courants de Foucault, 4ème colloque que l'inductif CI'2015, Jijel, Algérie.
- [7] B. Helifa, A. Oulhadj, A. Benbelghit, I.K. Lefkaier, F. Boubenider, D. Boutassouna, Detection and measurement of surface cracks in ferromagnetic materials using eddy current testing, NDT&E International, Elsevier, Vol. 39, Issue 1, March 2006, pp. 384-390
- [8] Do Haeng Hur, Deok Hyun Lee, Myung Sik Choi, Un Chul Lee, Seon Jin Kim, Jung Ho Han, Discrimination method of through-wall cracks in steam generator tubes using eddy current signals, NDT&E International, Vol. 39, 2006, pp.361-366
- [9] Do Haeng Hur, Myung Sik Choi, Deok Hyun Lee, Seon Jin Kim, Jung Ho Han, A case study on detection and sizing of defects in steam generator tubes using eddy current testing, Nuclear Engineering and Design, Vol. 240, 2010, pp. 204-208.
- [10] V. Monebhurrin, B. Duchêne, D. Lesselier, Three-dimensional inversion of eddy current data for non-destructive evaluation of steam generator tubes, Inverse Problems Vol. 14, 1998, pp.707-724.
- [11] Yan H., Zhong P.D., Xi N.S., Tao C.H., A case study of cracks in aeroengine compressor discs, Engineering Failure Analysis, PERGAMON, June 1999, p1
- [12] B. Maouche "Elaboration de modèles couplés basés sur la méthode des moments pour la modélisation de structures électromagnétiques- application à l'étude du contrôle non destructif par induction" Thèse de Doctorat université de Setif, 2007.
- [13] N. Harfield, Y. Yoshida, et J.R. Bowler "Low-frequency perturbation theory in eddy-current non-destructive evaluation". J. Appl. Phys. 80(7), 1 Octobre 1996, pp.4090-4100.
- [14] J.R. Bowler, S.A. Jenkins, L.D. Sabbagh, H.A. Sabbagh "Eddy current probe impedance due to a volumetric Flaw". Journal of Applied Physics, Vol. 70, N°3, 1991, p.1107.

- [15] F.Thollon "Conception et optimisation de capteur à courant de Foucault pour la detectione de défauts profonds dans les pièces amagnétiques". Ecole centrale de Lyon, 31 Janvier 1995.
- [16] Lê M. Q.Placko D "Nouvelle structure de capteur à courant de Foucault et algorithme associé pour la mesure des propriétés électriques et magnétiques d'un métal". Journal de physique III pp.807-824, 1995.
- [17] J.C. Moulder, C.C. Tai, B.F. Larson, H.Rose "Inductance of a coil on a think ferromagnetic metal plate". IEEE Transaction on Magnetic, Vol.34, N°2, March 1998.
- [18] Y. Le Bihan "Conception et caractérisation d'un dispositif à courants de Foucault pour caractérisation de l'épaisseur de paroi d'aube de turbine creuses" Thèse doctorat de l'Ecole Normal Supérieur Cachan, 10 juillet 2000.
- [19] J.C. Moulder, E. Uzal et J.H.Rose "Thickness and conductivity of layers from eddy current measurements" Rev. Sci. Instru. 63, 6 june 1992.
- [20] M.Bensetti "Etude et modélisation de capteur destines au contrôle non destructive par courant de Foucault. Mise en oeuvre de méthode d'inversion" Thèse de Docteur en science de l'université de Pari sud-XI, France, 14 Décembre 2004.
- [21] Bensetti M., Biham Y., Marchand C., Tassiti C., Lissorgues G., Dufour E., Gilles J.P "A hybrid Finite-Element Method for the modeling of Microcoils", IEE Transaction on magnetics, Vol.41, N°5,pp.1868-1871, May 2005.
- [22] L. Oukhellou "Paramétrisation et classification de signaux en contrôle non destructive, Application à la reconnaissance des defaults de rail par courant de Foucault" Thèse de docteur en science, Orsay, Paris XI, 04 juillet 1997.
- [23] Rémy LA "Modélisation phénoménologique des signaux courants de Foucault en vue de l'évaluation non destructive des caractéristiques des défauts des tubes de générateurs de vapeur" Thèse de doctorat, université de Compiègne, CEA\Saclay, France, février 1997.
- [24] V.Doirat "Contribution à la modélisation de système de contrôles non destructif par courant de Foucault. Application à la caractérisation physique et dimensionnelle de matériaux de l'aéronautique" ,Thèse de Doctorat de l'université de Nantes, Octobre 2007.
- [25] M.Bertin, J.P.Faroux, J.Renault "Electromagnétisme 4, milieu diélectriques et aimantés", édition Dunod, 1984.
- [26] D.Cordier "Electromagnétisme1, électrostatique et magnétostatique" , édition DUNOD, 2004.
- [27] E.Boridy "Electromagnétique théorie et application" Masson, 1992.
- [28] M. Ivanes, R. Perret " Eléments de génie électrique - Connaissances de bases et machines statiques" Edition Hermès, Paris, 1994.

- [29] C.V.Dodd,W.E.Deeds "Analytical solution to Eddy-current Probe-Coil Problems"; Journal of Applied Physics, Vol.39, number 6, May1968,pp.2829-2838.
- [30] C.V.Dodd,W.E.Deeds "Integral Solutions to some Eddy current Problems" International Journal of Nondestructive Testing, Vol.1.,1969,pp.29-90.
- [31] H. Gie, J.P. Sarmant "Electromagnétisme 2", Lavoisier Paris 1982.
- [32] G.Fournet "Electromagnétisme ", Traité génie électrique, techniques de l'ingénieur D1020,1993.
- [33] E. Roubine "Mathématiques pour l'électricien, matrices et analyse vectorielle ", Traité génie électrique, techniques de l'ingénieur D32,1999.
- [34] B.Maouche, M.Feliachi Analyse de l'effet des courants induits sur l'impédance d'un système électromagnétique alimenté en tension BF ou HF. Utilisation de la méthode des circuits couplés □ J.Phys.III N°10,Oct.1997,pp.1967-1973.
- [35] B.Maouche, M.Feliachi, N.khenfer A half-analytical formulation for the impedance variation in axisymmetrical modeling of eddy current non destructive testing Eur.Phys.J.Appl.Pys.33,59-67(2006).
- [36] B.Maouche, R.Alkama et N.Khenfer "Modélisation Semi-Analytique du Contrôle Non Destructif par Courants de Foucault à capteur Absolu"3rd conference on Electrical Engineering, pp 149-152 octobre 2004.
- [37] D. CORDIER "Electromagnétisme1, électrostatique et magnétostatique" édition DUNOD, 2004.
- [38] R. PASCAL "Modélisation du traitement thermique superficiel par induction" Thèse de doctorat en mécanique, école centrale de Lyon, 2003.
- [39] N. KISSA "Modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de son intégration dans un code de calcul de champs électromagnétique" Thèse de magistère en électrotechnique, université de Blida, 2006.
- [40] : B. MAOUCHE "Etude et développement semi - analytique de l'équation de diffusion électromagnétique avec terme de déplacement dans le cas de dispositif axisymétrique excité en courant ou en tension" Thèse de magistère en génie électrique, université de Bejaia, 1996.
- [41] .ZERGUINI,B.MAUCHE, M.LATRECHE, M.FELIACHI v"A coupled fictitious electric circuit's method for impedance of a sensor with ferromagnetic core calculation. Application to eddy currents non destructive testing" .,Eur. Phys. J. App. Phys. 48,31202, 2009
- [42] A. BOUZIDI, "Etude du Contrôle Non Destructif par Courants de Foucault Pulsés en utilisant les Circuits Electromagnétiques Couplés" thèse Doctorat Filière : Génie Électrique, Option : Machines électriques électrotechnique, université ABDERRAHMANE MIRA Bejaia, 2013.

- [43] Omessaad HAJJI, Contribution au développement de méthode d'optimisation stochastique. Application a la conception des dispositifs électrotechniques, thèse doctorat, 2003.
- [44] Stéphane Vivier, "Stratégies d'optimisation par la méthode des plans d'expériences et application aux dispositifs électrotechniques modélisés par éléments finis", thèse de doctorat en Génie Electrique, Ecole centrale de Lille, Université des sciences et technologies de Lille, Juillet 2002.
- [45] Ch. Darwin, "The origin of species by means of natural selection", Jhon Marray London, 1859.
- [46] Y. Cherruault, "Optimisation: méthodes locales et globales" Presses Universitaires de France, ISBN 2613064991064, 1999.
- [47] S. S. Rao "Engineering Optimisation, Theory and Practice" John Wiley & Sons, 1996.
- [48] J.A. Nelder, R. Mead, "A Simplex Method for function Minimisation" Computer Journal, Vol. 7, pp. 308-312, 1965.
- [49] H.P. Schwefel "Evolution and Optimum Seeking- Sixth generation Computer Technology Series" John Wiley & Sons, New York, 1996.
- [50] B. Sareni "Méthodes d'optimisation multimodales associées à la modélisation numérique en électromagnétisme » Thèse de doctorat, Ecole Centrale Lyon, 1999.
- [51] F. Messine, B. Nogarède, J.L. Langounaelle "Optimal Design of Electro-Mechanical Actuators: A New Method Based on Global Optimization" IEEE Trans. Magn. Vol. 34, No. 1, pp. 299-308, 1998.
- [52] J.C. Culioli, "Introduction à l'optimisation" Ellipses, ISBN 26729-89428-4, 1994.
- [53] R. Fletcher, "Practical Methods of Optimization" John Wiley & Sons, ISBN 0-471-49463-1, 1987.
- [54] M.J.D. Powell, "An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivations" Computer Journal, Vol. 7, pp. 155-162, 1965.
- [55] M. Minoux, "Programmation mathématique : Tome 1 Théorie et algorithmes" Ed. Dunod, 1983.
- [56] W.H. Press "Numerical Recipes in C: The art of Scientific Computing" Cambridge University Press, ISBN 0-521-43108-5, 1992.
- [57] R. Fletcher, C. M. Reeves "Function minimisation by conjugual gradients" Computer Journal, No. 7, pp. 148-154, 1964.
- [58] K. Schittkowski, "On the convergence of a sequential quadratic programming method with an augmented Lagrangian line search function", Mathematische Operationsforschung and Statistik, Series optimisation 14, 1983.

- [59] T. Elperin "Monte Carlo structural optimisation in discrete variables with annealing algorithm" International Journal for numerical methods in engineering, Vol. 26, pp.815-821, 1988.
- [60] G. S. Fishman "Monte Carlo, concepts, Algorithms and Applications" Springer-Verlag, New York, 1997.
- [61] Siarry.P et Rahoual.M. Méthodes et pratiques de l'ingénieur. In Réseaux informatiques : Conception et Optimisation.
- [62] Berthiau Gérard. La méthode du recuit simulé pour la conception des circuits électroniques : adaptation et comparaison avec d'autres méthodes d'optimisation. PhD thesis, Ecole centrale des arts et manufactures, Chatenay-Malabry, FRANCE, 1994.
- [63] Fieguth.P et Lee.L.J Jamieson.M. Parametric contour estimation by simulated annealing. ICIP03, 3 :449452, 2003.
- [64] D. Naddef et G. Mounié O. Briant. Greedy approach and multi-criteria simulated annealing for the car sequencing problem. European Journal of Operational Research.
- [65] Sarra Bouallagui. Techniques d'optimisation déterministe et stochastique pour la résolution de problèmes difficiles en cryptologie. Mathématiques générales [math.GM]. INSA de Rouen, 2010. Français. ffNNT : 2010ISAM0015ff. fftel-00557912f
- [66] F. Glover "Future paths for integer programming and links to artificial intelligence" Computers & Operations Research 13, pp. 533-549, 1986.
- [67] D.E. Goldberg "Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning" Addison Wesley, 1989.
- [68] F. Glover, M. Laguna "Tabu Search" Colin R. Reeves (ed.), Modern Heuristic Techniques for combinatorial Problems, Blackwell Scientific Publications, Oxford, pp. 70-150, 1993.
- [69] S. Martello, P. Toth "Knapsack Problems" John Wiley & Sons, Chichester, UK. 1990.
- [70] S. Tsubakitani, J. R. Evans "Optimizing tabu list size for the travelling salesman problem", Computers Ops. Res., Vol. 25, No. 2, pp. 91-97, 1998.
- [71] M. Gendreau, G. Laporte "A tabu search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem" Computers & Operations Research No. 26, pp. 1153-1173, 1999.
- [72] M. Widmer, A. Hertz "A new approach for solving the flow shop sequencing problem" Europ. J. Oper. Res., Vol. 41, pp. 186-193, 1989.
- [73] C.C. Shyur, T.C. Lu "Applying tabu search to spare capacity planning for network restoration" Computers & Oper. Res., Vol. 26, pp. 1175-1194, 1999

- [74] J. P. Hamiez, Jin-Kao Hao “Recherche taboue et planification de rencontre sportives”, RFRIA’2000, Paris, Janvier 2000.
- [75] J. H. Holland “Adaptation in natural and artificial systems” University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
- [76] I. Rechenberg “Evolution Strategy” In Zarada Computational Intelligence: Imitating Life, pp.147-159, 1994.
- [77] L.J. Fogel “Evolutionary Programming in Perspective: The top-Dawn View”Computational Intelligence: Imitating Life, in Zarada, pp. 135-146, 1994.
- [78] J.R. Koza “Genetic Programming” Cambridge, MA, MIT Press, 1992.
- [79] R. Storn, K. Price “Minimizing the real functions of the ICEC’96 contest by Differential Evolution” International Conference on Evolutionary computation, Nagoya, Japon,1996.
- [80] U. Pahner, K. Hameyer “Adaptive Coupling of Differential Evolution and Multiquadrics Approximation for the tuning of the optimization process”IEEE Trans. Magn., Vol. 36, No. 4, pp. 1047-1051, July 2000.
- [81] Ch. Darwin, “The origin of species by means of natural selection” John Marray London, 1859.
- [82] V. Klee & G. J. Minty. How good is the simplex algorithm. In Shisha Os, éditeur, Inequalities III, pages 159–175. Academic Press, NewYork, 1972.
- [83] L.G. Khachian. A polynomial algorithm in linear programming. Soviet Mathematics Doklady, vol. 20, pages 191–194, 1979.
- [84] D. Goldfarb & M.J. Todd. Linear programming. In M.J. Todd G.L. Nemhauser A.H.G. Rinnooy Kan, éditeur, Handbooks in operations research and management science, 1, pages 73–170. Elsevier, 1989.
- [85] M. Lebbar. Résolution de problèmes combinatoires dans l’industrie, apport de la programmation mathématique et des techniques de décomposition. Thèse de doctorat, École Centrale, Paris, 2000.