
République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université A. MIRA-BEJAÏA

Faculté de Technologie

Département de Génie Electrique



Mémoire de Fin d'Etude

En vue de l'obtention du diplôme de Master en Electromécanique

Option :

Maintenance Industrielle

Thème :

Influence de paramètre de forme de la loi de Weibull sur la
politique de maintenance préventive selon l'âge

Présenté par :

MEZIANI Nafiâa

BESSAH Mayssa

Devant le jury composé de :

M^{me} . ABACI

Mr . N.ZOUGAB

Mr. R.LAGGOUNE

M^{elle} .L.MAY

Présidente

Examineur

Promoteur

Co-Promoteur

Année universitaire 2021-2022

Dédicace

J'ai le grand plaisir de dédier ce modeste travail à :

Mes chers parents pour leur amour et leur soutien

Et la confiance qu'ils m'ont accordée

A mes frères et ma sœur

A toute ma famille et mes amis

Et bien sûr à ma chère binôme Nafiâa

Bessah Mayssa

Dédicace

Je dédie ce travail

*A ma mère, pour son amour, ses encouragements et ses
sacrifices*

*A mon père, pour son soutien, son affection et la
confiance qu'il m'a accordé*

A mes chers frères et sœurs

*Et bien sur sans oublier ma chère binôme
Mayssa*

Meziani Nafâa

Remerciements

Pour cette occasion, on remercie toutes personnes venue en aide durant la réalisation de notre modeste travail, notamment notre cher promoteur Mr. R. Laggoune et notre chère co-promoteur M^{lle}. L. May, et tous les autres enseignants qui nous ont aidé à réussir notre cursus universitaire.

Sans oublier de remercier les membres de jury.

Table de matières

Introduction générale :	
Chapitre 1 : Rappels sur les politiques de maintenance.....	
1. Introduction :	1
2. Rappel sur la maintenance :	1
2.1 Définition de la maintenance :	1
2.2 Objectif de la maintenance :	1
2.3 Evolution de la maintenance :	2
2.4 Typologie de la maintenance :	3
2.4.1 La maintenance corrective :	4
2.4.1.1 La maintenance corrective palliative:	5
2.4.1.2 La maintenance corrective curative :	5
2.4.2 La maintenance préventive :	5
2.4.2.1 La maintenance préventive systématique :	5
2.4.2.2 La maintenance préventive conditionnelle:	6
2.4.2.3 La maintenance préventive prévisionnelle:	6
2.5 Politique de maintenance :	6
2.5.1 Définition d'une politique de maintenance :	6
2.5.2 Type de politique de maintenance :	6
2.5.2.1 Politique de MP dépendant de l'âge :	6
2.5.2.2 Politique de MP en bloc :	7
2.5.2.3 Politique de remplacement périodique avec réparation minimale :	8
2.5.2.4 Politique de maintenance périodique imparfaite avec réparation minimale à la défaillance :	9
2.5.2.5 Autres politiques de maintenance pour systèmes mono-composants	9
2.6 Analyse des coûts :	10
2.6.1 Coût de défaillance :	10
2.6.2 Coûts de maintenance préventive :	10
3 Conclusion :	11

Chapitre 2 : Généralités sur la fiabilité	
1 Introduction :	12
2 Notions de fiabilité :	12
2.1 Définition de la fiabilité :	12
2.2 Modèle mathématique :	12
2.2.1 Variable aléatoire :	12
2.2.2 Fiabilité $R(t)$:	12
2.2.3 Fonction de répartition (Défiabilité) $F(t)$:	13
2.2.4 Densité de probabilité de défaillance $f(t)$:	13
2.2.5 Taux de défaillance :	13
2.2.6 La MTBF(Mean Time Between Failure):	15
2.2.7 La MTTF (Mean Time To Failure):	15
2.2.8 La MTTR (Mean Time To Repair):	15
2.3 La relation entre la fiabilité et la maintenance :	15
2.4 La courbe en baignoire :	16
2.5 Loi de probabilité :	17
2.5.1 Loi continue :	17
2.5.2 La loi de exponentielle :	17
2.5.3 La loi de Weibull :	18
2.5.3.1 Caractéristiques :	20
2.5.3.2 Signification des paramètres de Weibull :	23
3 Conclusion :	23

Chapitre 3 : Formalisme de la politique de maintenance selon l'âge :	
1 Introduction:	24
2 Politique de MP selon l'âge :	24
2.1 Définition :	24
2.2 Evolution de la MP dépendant de l'âge :	24
3 Modèles de remplacement basés sur l'âge :	25
3.1 Modèle de coût :	25
3.2 Modèle de disponibilité :	27
2.3 Modèle de coût selon weibull :	28
4 Optimisation de la MP selon l'âge :	29
5 Algorithme de résolution :	30
6 Conclusion :	31
Chapitre 4 : Etude paramétrique de la politique de maintenace préventive selon l'âge :	
1 Introduction :	32
2 Cas d'étude :	32
3 Influence des paramètres β et C_p/C_c sur l'optimalité de la politique de MP selon l'âge	33
4 Influence de la corrélation entre β et η sur les valeurs optimals :	35
5 Conclusion :	36
Conclusion générale :	37
Références bibliographique :	39

Liste des tableaux

Tableau 4.1 : Données de coûts et de fiabilité des composants étudiés.....	32
Tableau 4.2 : Influence de C_p/C_c sur les valeurs optimales	33
Tableau 4.3 : Influence de β et η sur les valeurs optimales.....	35

Liste des figures

Figure1. 1: Objectif de la maintenance	1
Figure1.2: Evolution de la maintenance depuis 1940.....	2
Figure1.3: Les types de maintenance.....	3
Figure1.4: Intervention corrective	3
Figure1.5: Intervention préventive	4
Figure1.6: Schéma d'une MP selon l'âge	5
Figure1.7: Schéma d'une politique de remplacement par bloc.....	7
Figure1.8: Equilibre entre les coûts correctifs et préventifs.....	10
Figure2. 1: Courbe de taux de défaillance	13
Figure2.2: Courbe en baignoire.....	15
Figure2.3: Représentation graphique de la loi exponentielle.....	18
Figure2.4: Influence du paramètre β sur la densité de probabilité de défaillance $f(t)$	22
Figure2.5: Influence du paramètre β sur le temps de défaillance $\lambda(t)$	22
Figure2.6: : Influence du paramètre β sur la fiabilité $R(t)$	23
Figure3.1: Organigramme	30
Figure4.1: Les valeurs du temps optimum T^* en fonction de C_p/C_c	35
Figure4.2: Représentation du temps optimum T^* en fonction des paramètres η et β	36

Nomenclature

T : Age de remplacement préventif.

$C(T)$: Coût de maintenance par unité de temps.

C_p : Coût du remplacement préventif.

C_c : Coût de défaillance.

$A(T)$: Disponibilité.

t_p : Durée moyenne d'une intervention préventive.

t_c : Durée moyenne d'une intervention corrective.

$R(t)$: Probabilité de survie.

T_0 : Age de pièce.

t : Temps de fonctionnement.

δ : Fonction de Dirac.

$N_d(T)$: Nombre de défaillance.

$H(T)$: Taux de hazard.

C_{min} : Coût de la réparation minimale.

C_{ov} : Coût de la révision générale.

K : Nombre de révision partielle.

e^α : Facteur de dégradation

P_p : Perte de production.

P_a : Perte d'amortissement.

P_e : Energie consommée.

C_h : Coût horaire.

C_s : Coûts des salaires.

C_o : Coûts de stockage des pièces de rechanges.

C_m : Coûts de pièces et de matières.

X : Variable aléatoire.

$R(T)$: Fonction de fiabilité.

$F(T)$: Fonction de répartition.

$f(t)$: Fonction de densité de probabilité.

$\lambda(t)$: Taux de défaillance (taux d'avarie).

$E(X)$: Esperance de la période de renouvellement.

$E(C)$: Esperance du coût.

$E(T)$: Esperance du temps.

MTBF : Mean Time Between Failure.

MTTF : Mean Time To Failure.

MTTR : Mean Time To Repair.

MUT : Mean Up Time.

MDT : Mean Down Time.

β : Paramètre de forme.

η : Paramètre d'échelle.

γ : Paramètre de position.

Γ : Fonction gamma.

v : La variance.

Introduction générale

La maintenance qui est l'une des fonctions de l'entreprise aujourd'hui est le résultat de l'évolution d'un concept qui a su mettre en place des stratégies qui se révèlent être optimales mais qui soient coûteuses. Jugée pendant longtemps comme étant secondaire entraînant des dépenses non productives, on l'assimilait souvent avec la fonction de dépannage et réparation.

De nos jours, la maintenance est passée d'une fonction secondaire à une fonction essentielle de tout un système de production, la maintenance assure une action de production en offrant de meilleures conditions de travail possibles par l'émergence de solutions de traitement et d'analyse de données incluant l'intelligence artificielle, celle-ci devient préventive c'est à dire qu'elle permet de détecter les défaillances sur les équipements industriels avant qu'ils ne se détériorent. La complexité des phénomènes de défaillance nous conduit à chercher des moyens qui permettent d'améliorer les stratégies et les politiques de maintenance afin que l'équipement puisse exécuter correctement ses fonctions. La détermination de la périodicité optimale pour le remplacement des pièces et composants mécaniques pose toujours un problème économique. La connaissance de la fiabilité opérationnelle et du délai le plus avantageux pour effectuer ce remplacement préventif est la solution à ce problème.

Déterminer la période optimale pour le remplacement préventif se fait selon deux modèles mathématiques : le modèle de remplacement par bloc et le modèle de remplacement basé sur l'âge. Dans ce mémoire nous avons étudié le modèle de remplacement basé sur l'âge autrement dit, on détermine l'âge optimal de remplacement préventif.

La mise en œuvre de cette politique de maintenance passe par la formulation de l'expression de la fonction objectif à optimiser qui peut être une fonction de coût total de maintenance par unité de temps, cette expression va donc renfermer des paramètres tels que les paramètres de fiabilité, le coût de remplacement préventif, le coût de remplacement correctif, ...etc. Il serait intéressant d'explorer l'influence de ces différents paramètres sur l'optimisation de cette politique.

Notre travail est scindé en quatre chapitres :

- Le premier chapitre est dédié à la présentation de la maintenance (définition, types, objectifs) en parcourant ses diverses politiques plus précisément la politique de MP selon l'âge.
- Le second chapitre offre un rappel sur la fiabilité et les lois de probabilité paramétriques particulièrement la loi de Weibull et la loi exponentielle.

- Le troisième chapitre est consacré à la modélisation et l'optimisation de la politique de MP selon l'âge.
- Le quatrième chapitre décrit l'application et l'analyse de l'influence de différents paramètres sur l'optimalité de la politique de maintenance préventive selon l'âge.

Ce mémoire se termine par une conclusion générale et une liste bibliographique.

Chapitre 1
Rappel sur les politiques
De maintenance

1. Introduction

Dans ce chapitre, nous parlerons de la maintenance d'une manière générale (types, définitions), nous nous intéresserons plus précisément aux politiques de maintenance préventive puis nous évoquerons aussi les modèles qui en découlent. Par souci de clarté, nous mettrons d'avantage l'accent sur les politiques de maintenance, d'ailleurs nous mentionnerons les critères de coûts et de disponibilité de chacune des politiques. En ce qui concerne ces politiques, la planification des instants de remplacement est fondée sur un modèle de défaillance supposé connu.

2. Rappel sur la maintenance

2.1 Définition de la maintenance

L'association Française de Normalisation (AFNOR), définit la maintenance comme : « L'ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de management durant le cycle de vie d'un bien, destinée à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans lequel il peut accomplir la fonction requise ».

- Maintenir, c'est intervenir dans de meilleures conditions ou appliquer les différentes méthodes afin d'optimiser le coût global de possession : maintenir, c'est maîtriser.
- Rétablir, c'est ramener dans son état d'origine ou en état de marche ; rétablir, c'est restituer.

2.2 Objectif de la maintenance

Les objectifs de la maintenance, illustrés par la figure suivante sont multiples :

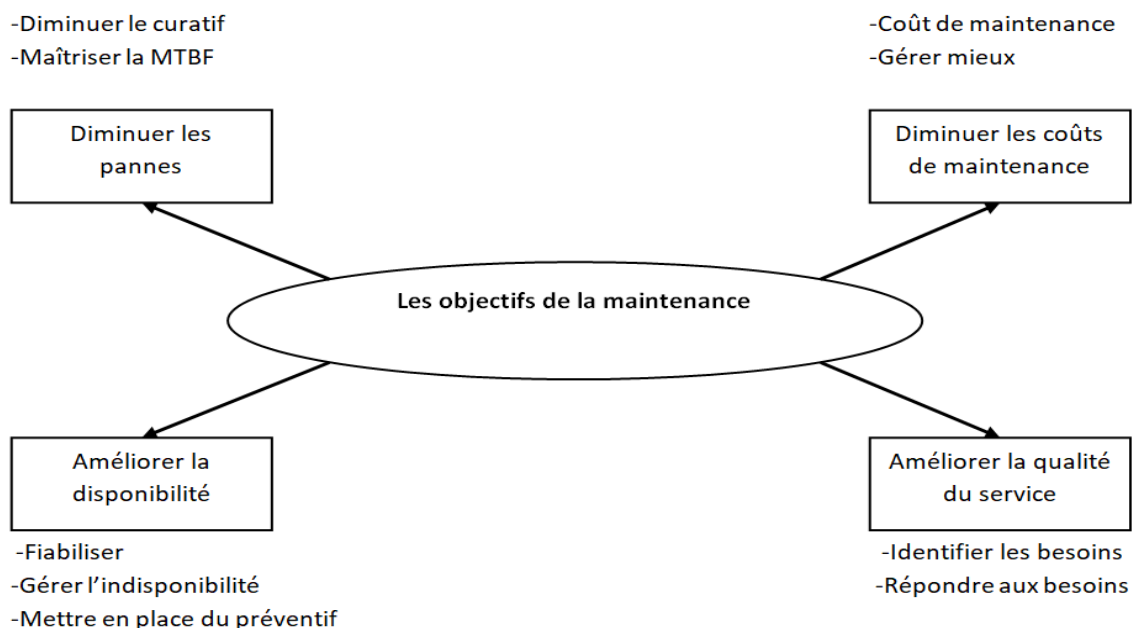


Figure1. 1: Objectif de la maintenance.

2.3 Evolution de la maintenance

Dans un contexte de concurrence économique à l'échelle planétaire, la gestion de la maintenance est loin d'être stabilisée dans un environnement où l'automatisation et le processus de fabrication deviennent de plus en plus complexes. D'après [1], Depuis les années 1940, l'évolution de la maintenance peut être tracée à travers trois générations (Figure 1.2).

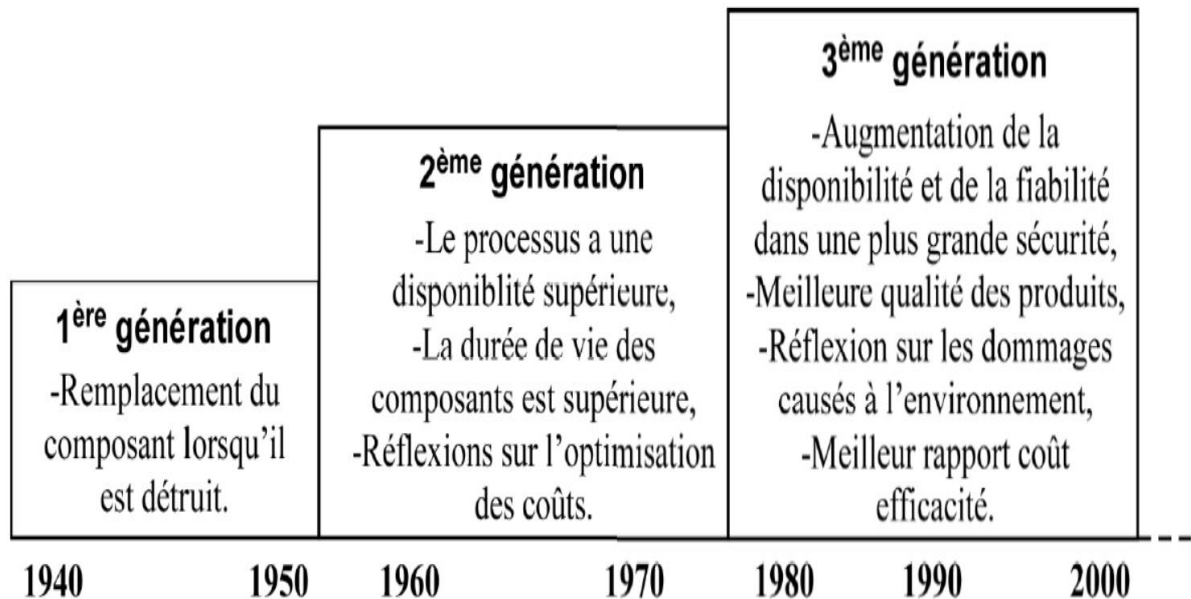


Figure 1.2: Evolution de la maintenance depuis 1940 [2].

2.4 Typologie de la maintenance

Les stratégies de maintenance peuvent être divisées en deux catégories ; la maintenance corrective (MC) qui intervient suite à la défaillance du système, cependant les activités de maintenance dépendent que de la survenance d'une panne ; et la maintenance préventive (MP) qui se réalise lorsque le système est encore en fonctionnement, dont ses interventions sont planifiées à partir de différents paramètres.

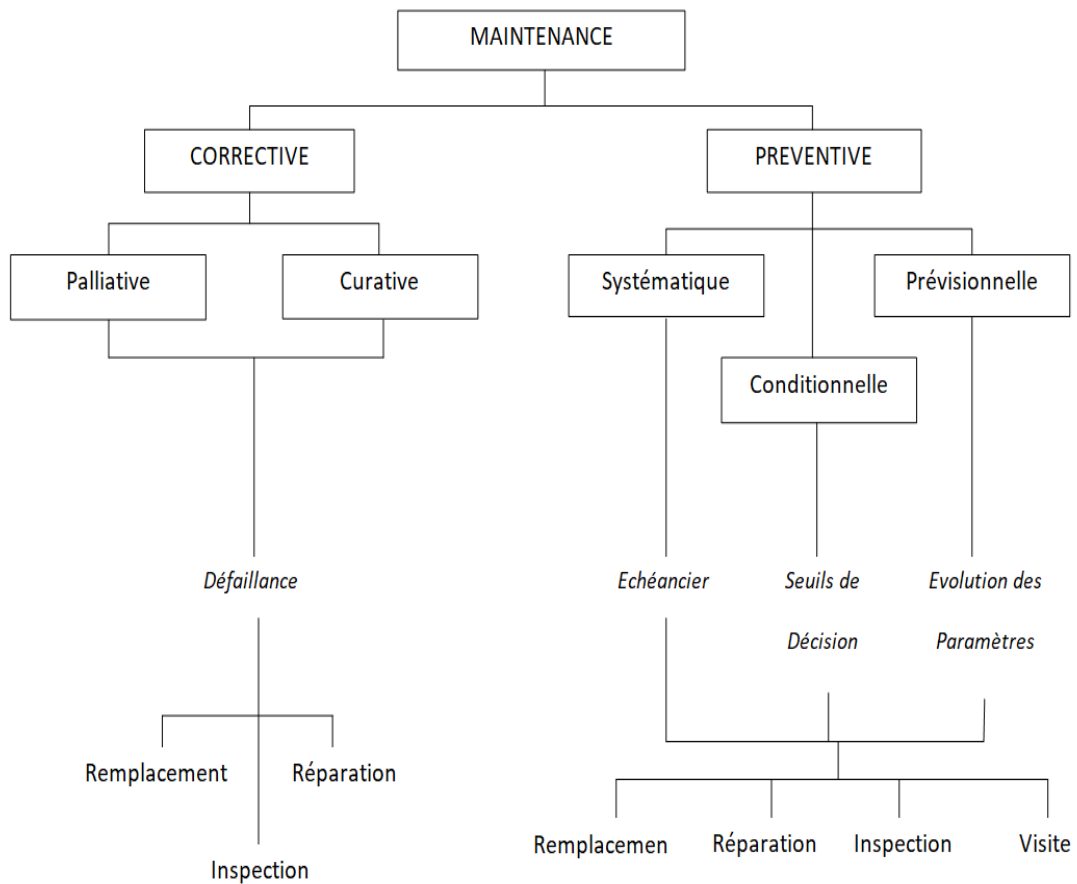


Figure1.3: Les types de maintenance.

2.4.1 La maintenance corrective

Selon la norme AFNOR (norme X60-010) la MC est définie en tant qu’une « Opération de maintenance effectuée après défaillance ».

C’est l’ensemble des activités qui sont exécutées après défaillance afin de remettre un équipement (composant) dans un état de fonctionnement.

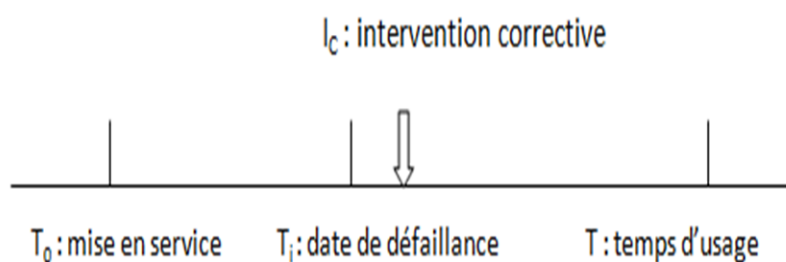


Figure1.4: Intervention corrective.

Deux formes d'interventions de maintenances se font, une dite provisoire appelée maintenance palliative, une autre dite définitive appelée maintenance curative.

2.4.1.1 La maintenance corrective palliative

C'est une action de maintenance qui permet de remettre un équipement dans un état provisoire de fonctionnement en vue d'accomplir la fonction requise. Elle doit être suivie d'actions curatives.

2.4.1.2 La maintenance corrective curative

Elle regroupe les activités de maintenance corrective qui permettent de remettre définitivement le système en état de marche, après détection de défaillance.

2.4.2 La maintenance préventive

C'est une maintenance qui est effectuée dans le but de réduire la probabilité de défaillance ou la dégradation du fonctionnement d'un bien, basée sur le proverbe "mieux vaut prévenir que guérir".

Elle vise à réduire les coûts de panne et de maintenance, tout en évitant les périodes de dysfonctionnement avant la panne.

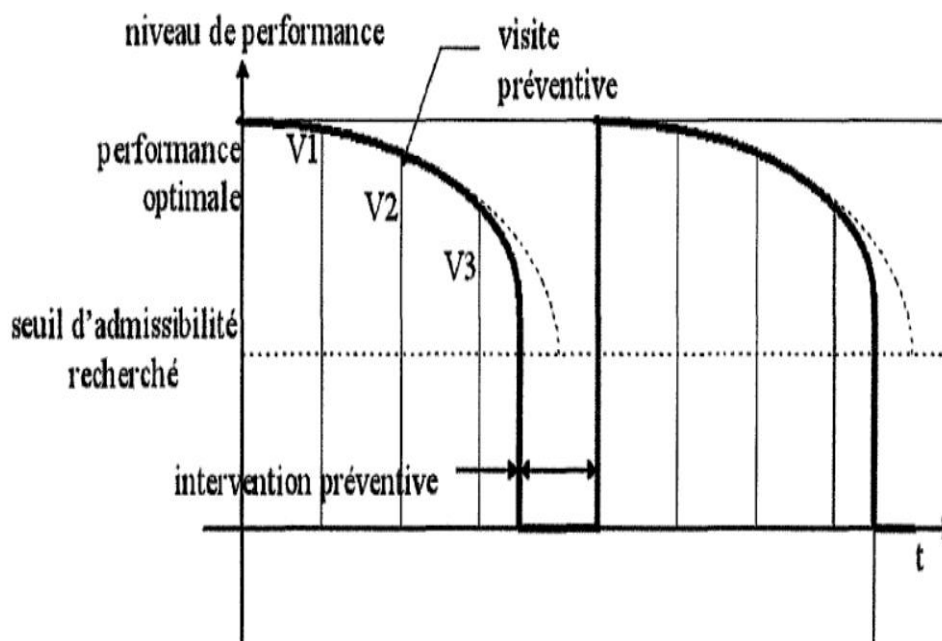


Figure1.5: Intervention préventive[3].

Nous citerons ici-bas les types de maintenance préventive :

2.4.2.1 La maintenance préventive systématique

" Maintenance préventive exécutées à des intervalles de temps préétablis ou selon un nombre défini d'unités d'usage sans contrôle préalable de l'état du bien" (extrait norme NF EN 13306 X 60-319) [4].

2.4.2.2 La maintenance préventive conditionnelle

“ C’est une maintenance préventive basée sur une surveillance du fonctionnement du bien et/ou des paramètres significatifs de ce fonctionnement intégrant les actions qui en découlent ” (extrait norme NF EN 13306 X 60-319) [4].

2.4.2.3 La maintenance préventive prévisionnelle

“Maintenance conditionnelle exécutées suivant les prévisions extrapolées de l’analyse et l’évaluation des paramètres significatifs de la dégradation du bien” (extrait norme NF EN 13306 X 60-319) [4].

2.5 Politique de maintenance

De nombreux types de maintenance ont été étudiés dans la littérature et sont les constituants de nombreuses politiques de maintenance. Nous distinguons deux politiques majeures de maintenance qui sont basées sur la connaissance du temps de fonctionnement du système : la politique de type âge et de type bloc [5].

2.5.1 Définition d’une politique de maintenance

La politique de maintenance consiste à fixer les orientations (méthodes, programme, budget, etc) dans le cadre des objectifs par la direction des entreprises.

La politique de maintenance conduit, en particulier, à faire des choix entre :

- maintenance préventive et /ou corrective, systématique ou conditionnelle;
- maintenance internalisée et /ou externalisée;
- politique d’approvisionnement en pièces de rechange;
- développement des ressources humaines;
- management qualité de la fonction maintenance;
- Etablissement du système sécurité, etc [6].

2.5.2 Type de politique de maintenance

2.5.2.1 Politique de MP dépendant de l’âge

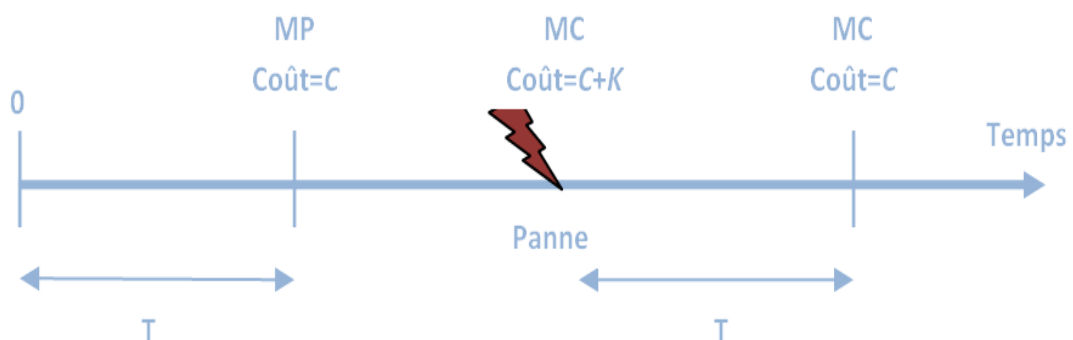


Figure1.6: Schéma d'une MP selon l'âge.

Dans cette politique le système (composant) est remplacé par un autre neuf à la défaillance ou quand il atteint l'âge T .

- Le coût moyen par unité de temps est noté par :

$$C(T) = \frac{C_p R(t) + C_c F(T)}{\int_0^T R(t) dt} \quad (1.1)$$

Où

T : L'âge du remplacement préventif.

C_p : Coût du remplacement préventif.

C_c : Coût de défaillance.

La fonction de répartition $F(t)$ est donnée :

$$F(t) = 1 - R(t) \quad (1.2)$$

- La disponibilité du système est :

$$A(T) = \frac{\int_0^T R(t) dt}{\int_0^T R(t) dt + t_c F(T) + t_p R(T)} \quad (1.3)$$

Avec :

t_c : La durée moyenne d'une intervention corrective.

t_p : La durée moyenne d'une intervention préventive.

L'expression :

$$E(T) = \int_0^T R(t) dt + t_c F(T) + t_p R(T) \quad (1.4)$$

Représente l'espérance de la période de renouvellement.

2.5.2.2 Politique de MP en bloc

Aussi connue par « politique de MP périodique », cette politique considère qu'un élément est périodiquement remplacé à des intervalles de temps fixes $KT(T, 2T, 3T, \dots)$ indépendant de l'historique des pannes, et réparé à la défaillance.

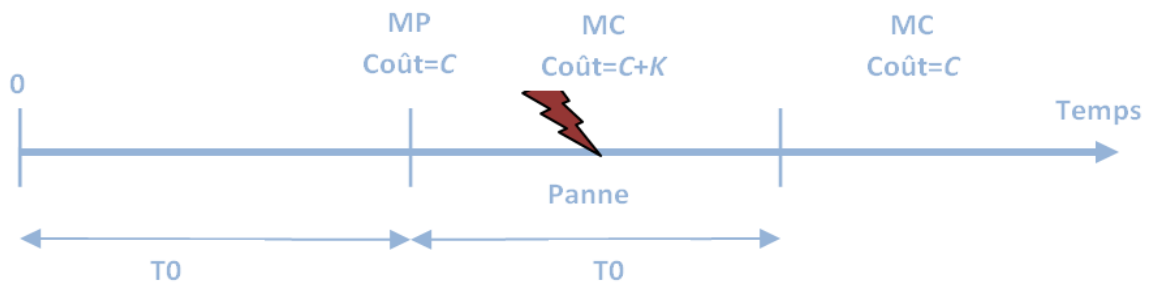


Figure1.7: Schéma d'une politique de remplacement par bloc.

Le coût moyen par unité de temps est donné par :

$$C(T) = \frac{C_c \cdot E[N_d(T)] + C_p}{T} \quad (1.5)$$

Où

$E[N_d(T)]$: L'espérance du nombre de défaillance dans l'intervalle $[0, T]$.

- Le modèle de disponibilité pour cette politique s'écrit :

$$A(T) = \frac{T}{T + t_c E[N_d(T)] + t_p} \quad (1.6)$$

2.5.2.3 Politique de remplacement périodique avec réparation minimale

Variante de la précédente, dans cette politique les défaillances sont détectées à temps mais ne font l'objet que d'une réparation minimale.

- Le taux de hasard cumulé est donné par :

$$H(T) = \int_0^T \lambda(t) dt \quad (1.7)$$

Où

$\lambda(t)$: Représente le taux d'occurrence de défaillance.

- L'espérance du coût de maintenance par unité de temps s'écrit :

$$C(T) = \frac{C_c H(T) + C_p}{T} = \frac{C_c \int_0^T \lambda(t) dt + C_p}{T} \quad (1.8)$$

- Concernant la disponibilité la formule est la suivante :

$$A(T) = \frac{T}{T + t_c H(T) + t_p} \quad (1.9)$$

2.5.2.4 Politique de maintenance périodique imparfaite avec réparation minimale à la défaillance

Suivant cette politique, le système est soumis à des opérations de maintenance périodiques et imparfaites se distinguant de la précédente dont le fait qu'ici les actions de maintenance sont imparfaites et non pas parfaites, après défaillance une réparation minimale est effectuée.

$$C(T) = \frac{C_{min}H(T)(1 + e^{\alpha} + \dots + e^{\alpha(k-1)}) + (K - 1)C_p + C_{ov}}{KT} \quad (1.10)$$

Avec :

C_{min} : Coût de la réparation minimale.

C_p : Coût de maintenance préventive.

C_{ov} : Coût de la révision générale.

K : Nombre de révisions partielles avant la révision générale.

e^{α} : Facteur de dégradation.

2.5.2.5 Autres politiques de maintenance pour systèmes mono-composants

D'autres politiques peu populaires mais possèdent leur importance, citées ci-dessous.

Politique de la limite de défaillance

La présente politique, prévoit un entretien préventif qui se produit seulement quand le taux de défaillance ou d'autres indicateurs de fiabilité atteignent un niveau prédéterminé et que les défaillances sont corrigées par des réparations.

Politique de maintenance préventive séquentielle

Sous cette politique, un élément est maintenu de manière préventive à des intervalles de temps inégaux. Souvent ces intervalles deviennent plus courts, sachant que la plupart des éléments nécessitent un entretien plus fréquent avec l'âge.

Politique de la limite de réparation

En cas d'une défaillance d'un élément, le coût de réparation est estimé et la réparation est entreprise si le coût estimé est inférieur à une limite préétablie ; sinon l'élément est remplacé, cette politique est connue sous le nom de «la limite du coût de réparation».

2.6 Analyse des coûts

Les coûts de maintenance représentent les dépenses consacrées à l'entretien d'un système complexe. Ils sont souvent liés aux besoins opérationnels en matière de sûreté, de fiabilité ou encore de disponibilité. On analyse les coûts de maintenance : préventive et de défaillance.

2.6.1 Coût de défaillance

Il se compose des coûts suivants :

-Perte de production P_p , est estimé de la façon suivante :

$$P_p = t \cdot C_h \quad (1.11)$$

D'où le coût de défaillance

$$C_d = P_p(t) + P_m(t) + P_a(t) + P_e(t) \quad (1.12)$$

Avec :

C_h : Coût horaire (production pendant 1h)

P_m : Pertes de matières premières

P_a : Perte d'amortissement

P_e : Energie consommée

2.6.2 Coûts de maintenance préventive

Les coûts de maintenance préventive varient logiquement par opposition aux coûts de maintenance corrective.

Il se compose des coûts suivant :

-Coûts des salaires (salaires directs + charges)+(salaires indirects +charges)= C_s

- C_a : Coûts d'amortissement.

-Temps d'intervention.

- C_o : Coûts de stockage des pièces de rechange.

- C_m : Coûts de pièces et matières.

D'où le coût du préventif :

$$C_p = (C_s(t) + C_a(t))t + C_o(t) + C_m(t) \quad (1.13)$$

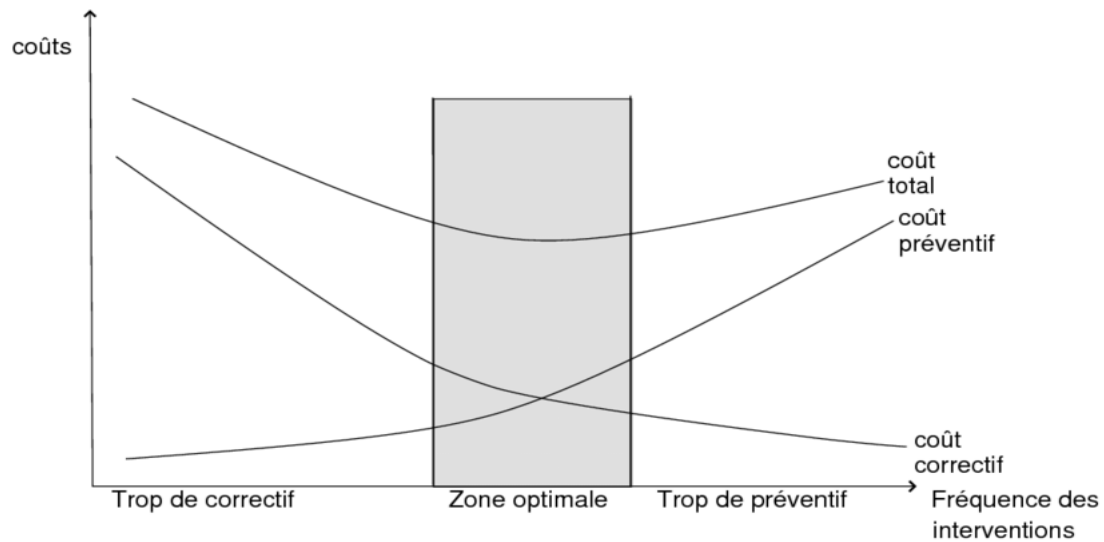


Figure1.8: Equilibre entre les coûts correctifs et préventifs[7].

3 Conclusion

Bien que l'objectif commun de ces stratégies est d'améliorer l'efficacité de production, d'un point de vue économique la politique de MP selon l'âge semble être préférable à celle du type bloc, cette dernière reste limitée dans la représentation puisqu'elle permet un gaspillage d'équipement. Et puisque on s'intéresse à la politique de MP basée sur l'âge et qu'elle porte l'intitulé de notre mémoire, nous la détaillerons dans les prochains chapitres.

Chapitre 2

Généralités sur la fiabilité

1 Introduction

L'application d'une politique de maintenance, exige une connaissance du comportement opérationnel de l'équipement, par l'intermédiaire des lois probabilistes, dont l'objectif est d'ajuster les phénomènes de survenance des pannes.

Par conséquent, la maintenance vise principalement à maintenir et à améliorer la fiabilité du système, dans ce contexte la capacité de modélisation d'une défaillance est que la dégradation du système est un élément du développement et de l'optimisation de la politique de maintenance. Nous définissons la fiabilité d'un dispositif pour une période donnée comme la probabilité qu'aucune panne ne survienne pendant cette durée, étant donné que les défaillances se produisent de manière aléatoire et pour traiter le concept de fiabilité, on attribue à chaque dispositif une variable aléatoire non négative T représentant la durée de vie (ou le temps jusqu'à apparition d'une panne).

En s'appuyant sur ce constat, ce chapitre commence par donner une définition précise de la fiabilité ainsi que ses grandeurs caractéristiques. Ensuite, nous présentons les lois de probabilité à notre disposition dans les calculs de fiabilité, et plus précisément la loi de Weibull et la loi exponentielle, étant les lois paramétriques les plus utilisées pour répondre aux préoccupations en matière de fiabilité.

2 Notions de fiabilité

2.1 Définition de la fiabilité

Selon la (norme AFNOR X 06-501) la fiabilité est la caractéristique d'un dispositif exprimée par la probabilité que ce dispositif accomplisse une fonction requise dans des conditions d'utilisation et pour une période de temps déterminée.

2.2 Modèle mathématique

2.2.1 Variable aléatoire

Une variable est nommée variable aléatoire, de sorte que chaque valeur t de T peut être associée à une probabilité. La correspondance entre les variables aléatoires et la probabilité qui s'y rattache établit une loi de probabilité.

2.2.2 Fiabilité $R(t)$

Notons par $R(t)$ la probabilité qu'un système puisse accomplir ses fonctions durant un intervalle de temps $[0, T]$ sans subir de défaillance sachant qu'à l'instant 0 il ne présentait aucun cas de défaillance.

$$R(t) = \text{Prob}(T > t) \quad (2.1)$$

Où

$[0, t]$: Durée de vie de fonctionnement de l'équipement.

Aussi appelée une fonction de survie $R(X)$ est une fonction continue strictement positive et décroissante.

2.2.3 Fonction de répartition (Défiabilité) $F(t)$

Sachant que $R(t)$ est la fonction complémentaire de la fonction de répartition, à son inverse la défiabilité est la probabilité qu'un équipement ait connu une défaillance.

On définit la probabilité de défaillance d'un équipement ou d'un système par la relation suivante :

$$F(t) = 1 - R(t) = \text{Prob}(T \leq t) \quad (2.2)$$

On peut aussi l'écrire sous la forme suivante :

$$F(t) + R(t) = 1 \quad (2.3)$$

2.2.4 Densité de probabilité de défaillance $f(t)$

La densité de probabilité de défaillance $f(t)$ est la probabilité qu'un équipement ou un système cesse de fonctionner pendant une période de temps déterminée. Il s'agit d'une fonction mesurable et au même titre que l'unité.

Soit un système probablement défaillant entre t et $t + dt$, on définit la relation suivante :

$$f(t) = \lim_{dt \rightarrow \infty} \frac{\text{Prob}(t < T < dt)}{dt} \quad (2.4)$$

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt} \quad (2.5)$$

2.2.5 Taux de défaillance

Le taux de défaillance $\lambda(t)$ aussi connu comme le taux d'avarie, est la probabilité pour un système de perdre sa capacité à exécuter une fonction entre deux instants t et $t + dt$, sachant qu'il est en fonctionnement à l'instant t .

Les composants d'un système ne sont habituellement pas spécifiés par leur fiabilité, mais par le taux de défaillance ou le risque de panne, qui est la probabilité ramenée à l'unité de temps, de sorte qu'il y'ait une panne entre les instants t et $t + dt$. Etant donné que le

Système est composé d'éléments, son taux de défaillance sera la probabilité qu'il ne fonctionne pas durant l'unité de temps qui suit le temps de bon fonctionnement.

L'écriture mathématique du taux de défaillance à l'instant t est :

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\Delta t} \frac{R(T) - R(t + \Delta t)}{R(T)} \right) \quad (2.6)$$

$$\lambda(t) = - \frac{dR(T)}{dt} \frac{1}{R(T)} \quad (2.7)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(T)} \quad (2.8)$$

Où

$R(T)$: La fonction de fiabilité de ce matériel.

Ce qui nous amène à résoudre l'équation différentielle du 1^{er} ordre :

$$R(t) + \lambda(t)R(t) = 0 \quad (2.9)$$

On déduit alors :

$$R(t) = e^{\int_0^t \lambda(t) dt} \quad (2.10)$$

Et

$$F(t) = 1 - e^{\int_0^t \lambda(t) dt} \quad (2.11)$$

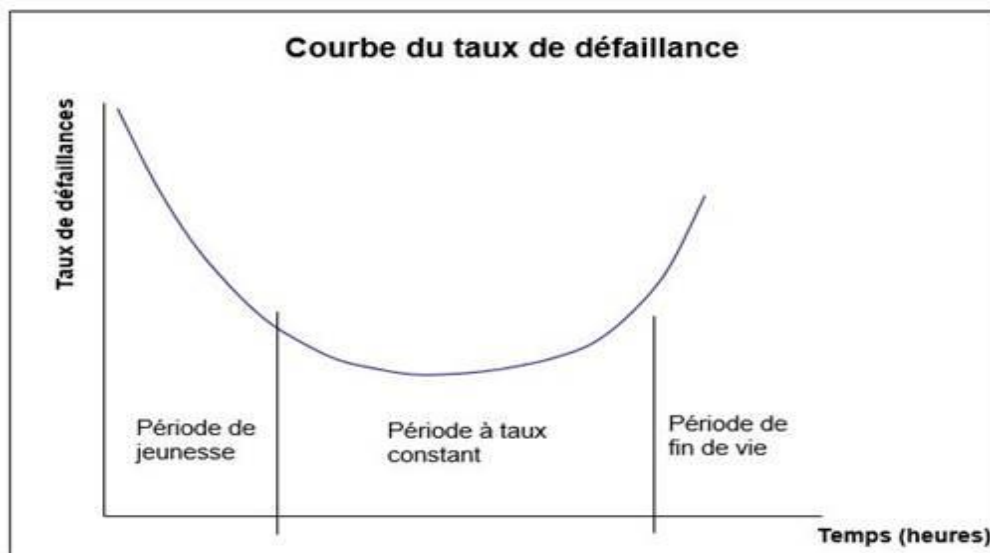


Figure 2.1 : Courbe du taux de défaillance [8].

2.2.6 La MTBF (Mean Time Between Failure)

La MTBF correspond au temps moyen entre deux défaillances. Lorsque le temps moyen d'indisponibilité MDT (Mean Down Time) est négligeable devant le temps moyen de disponibilité MUT (Mean Up Time), il ya quasi-identité entre MUT et MTBF qui représente dans ce cas la moyenne de temps de bon fonctionnement, alors on peut l'évaluer en prenant la valeur moyenne de $R(t)$.

$$MTBF = \int_0^{+\infty} R(t) dt \quad (2.12)$$

C'est aussi l'espérance mathématique de la variable aléatoire

$$MTBF = E(T) \quad (2.13)$$

Dans le cas d'une variable discrète :

$$MTBF = E(T) = \sum_{i=1}^n Prob(T = t_i) \quad (2.14)$$

Dans le cas d'une variable continue :

$$MTBF = \int_0^{+\infty} t \cdot f(t) dt = \int_0^{+\infty} R(t) dt \quad (2.15)$$

Si le taux d'avarie instantané est constant et égale à λ_0 , alors :

$$MTBF = \frac{1}{\lambda_0} \quad (2.16)$$

Par définition la MTBF est la durée de vie moyenne du système.

2.2.7 La MTTF (Mean Time To Failure)

Le temps moyen de défaillance est une mesure indispensable de la fiabilité utilisée dans les systèmes non réparables, il correspond au temps de fonctionnement voulu d'un élément jusqu'à ce qu'il tombe en panne.

2.2.8 La MTTR (Mean Time To Repair)

Le temps moyen de réparation, se rapporte au temps requis pour réparer un système et remettre en vigueur toutes ses fonctionnalités.

2.3 La relation entre la fiabilité et la maintenance

Les principales liaisons entre la fiabilité et la maintenance sont les suivantes :

- Les études faites en maintenance et celles faites en fiabilité son principalement réalisé en parallèle.

- Quelques soit le genre d'opération de maintenance, elles sont liées au caractère de durée de vie et aux caractéristiques de fiabilité du composant.
- Le nombre d'opérations de maintenance corrective est en fonction du taux de défaillance.
- Les opérations de maintenance préventive sont exécutées lorsque le taux de défaillance est en croissance, les temps de remplacement sont alors déterminés à partir des caractéristiques de fiabilité.

2.4 La courbe en baignoire

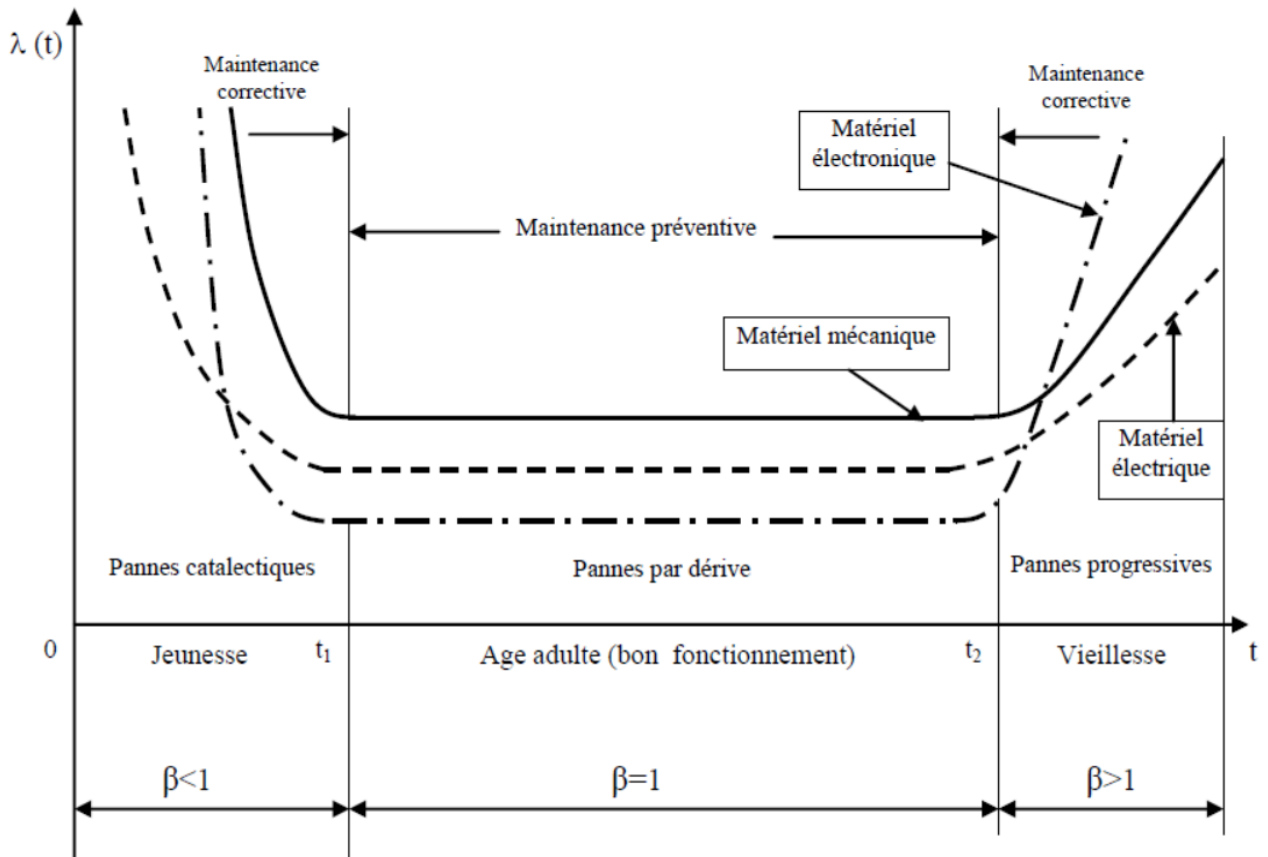


Figure2.2 : Courbe en baignoire [9].

Afin de mettre en œuvre une politique de maintenance fiable et efficace, il est nécessaire de bien comprendre les phénomènes de défaillance ou l'état de dégradation du matériel. La courbe en baignoire caractérise l'évolution du taux de défaillance d'un matériel pendant sa durée de vie.

Zone 1 (période de jeunesse) $\beta < 1$

-Caractérisée par une décroissance rapide.

-Les défaillances sont dues aux anomalies et aux défauts de montages.

Zone 2 (période de vie utile) $\beta=1$

-La période où le matériel ne représente aucun signe de dégradation préalable (période de bon fonctionnement).

-Le taux de défaillance est sensiblement constant.

-Les défaillances sont aléatoires.

Zone 3 (période de vieillesse) $\beta>1$

-Caractérisée par une croissance rapide.

-Période d'usure du matériel.

2.5 Loi de probabilité

On appelle loi de probabilité, tout modèle qui représente mieux une distribution de fréquence d'une variable aléatoire.

2.5.1 Loi continue

C'est une loi de probabilité dont la variable aléatoire prend des valeurs qui varient d'une façon continue. Nous avons quelques lois de probabilité continues :

-La loi normale.

-La loi gamma.

-La loi exponentielle.

-La loi de Weibull.

2.5.2 La loi exponentielle

La loi exponentielle est définie par le taux de défaillance λ ou par la MTBF, cette loi s'applique pour la période de vie utile (dont le taux de défaillance est constant). Elle est applicable sur tous les dispositifs pendant leur durée de vie utile.

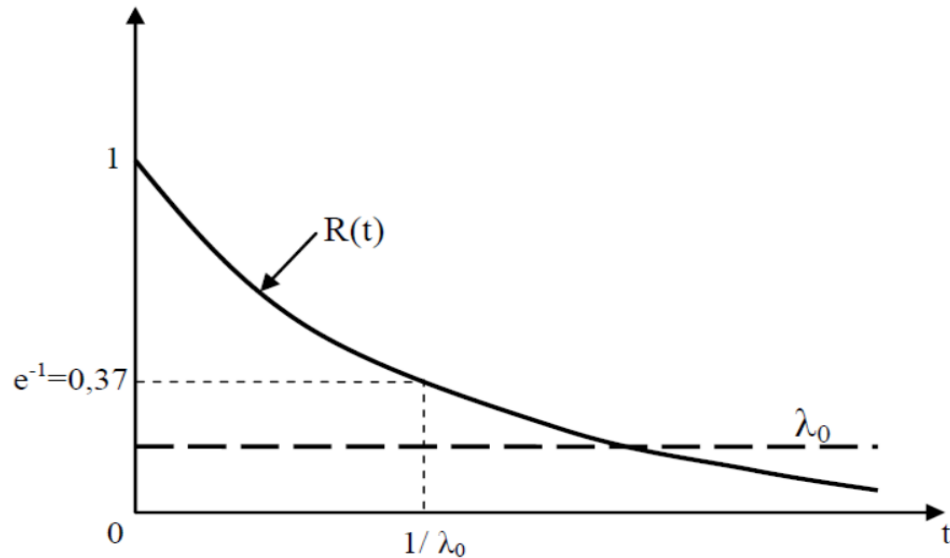


Figure2.3 : Représentation graphique de la loi exponentielle [9].

D'une façon générale, la distribution exponentielle est la suivante :

$$f(t) \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ \lambda & \text{si } t > 0 \end{cases}$$

Notons par T la durée de vie d'un composant (matériel), suivant la loi exponentielle on a :

- La fiabilité $R(T)$ s'écrit :

$$R(t) = \text{prob}(t < T) = e^{-\lambda t} \quad \lambda > 0 \text{ et } t \geq 0$$

Avec λ est le paramètre de la loi exponentielle.

- La densité de probabilité de défaillance $f(t)$:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad \lambda > 0 \text{ et } t \geq 0$$

- La probabilité de défaillance $F(T)$:

$$F(T) = 1 - e^{-\lambda t} \quad \lambda > 0 \text{ et } t \geq 0$$

- Le taux d'avarie :

$$\lambda = \frac{1}{MTBF} \quad (2.17)$$

Caractéristiques

- L'espérance mathématique $E(T)$:

$$E(T) = MTBF = \int_0^{+\infty} t \cdot f(t) = \int_0^{+\infty} \lambda e^{-\lambda t} = \frac{1}{\lambda} \quad (2.18)$$

2.5.3 La loi de Weibull

La loi de Weibull est un modèle statistique approprié pour l'étude de la fiabilité notamment l'étude des défaillances. Cette loi de probabilité continue à 3 paramètres considérée comme la loi la plus utilisée, elle peut être ajoutée à tous types de résultats expérimentaux vu sa souplesse et sa possibilité à recouvrir tous les cas où le taux d'avarie $\lambda(t)$ est variable.

Notons par T la durée de vie d'une pièce (composant) ; suivant la loi de Weibull, on a :

- La fiabilité $R(t)$ s'écrit :

Si $t > \Upsilon$

$$R(t) = \text{Prob}(T > t) = e^{-\left(\frac{t-\Upsilon}{\eta}\right)^\beta} \quad (2.19)$$

Si $t \leq \Upsilon$

$$R(t) = 1 \quad (2.20)$$

β : Paramètre de forme ($\beta > 0$).

Υ : Paramètre de position ($-\infty > \Upsilon > +\infty$).

η : Paramètre d'échelle ($\eta > 0$).

On remarque pour $\beta = 1$ et $\Upsilon = 0$ la loi devient une loi exponentielle.

- La densité de probabilité $f(t)$ est :

Si $t > \Upsilon$

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\Upsilon}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\Upsilon}{\eta}\right)^\beta} \quad (2.21)$$

$$\text{Si } t \leq \gamma \quad f(t) = 0 \quad (2.22)$$

- La fonction de répartition $F(t)$ est donnée comme suit :

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad (2.23)$$

- Le taux de défaillance (taux d'avarie) $\lambda(t)$:

Si $t > \gamma$

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} \quad (2.24)$$

Si $t \leq \gamma$

$$\lambda(t) = 0 \quad (2.25)$$

Remarque Si :

$\gamma = 0$ et $\beta = 1$

Le taux de défaillance devient :

$$\lambda(t) = \frac{1}{\eta} = \frac{1}{MTBF} \quad (2.26)$$

On aura $f(t)$ qui est un cas particulier de Weibull (distribution exponentielle) :

$$f(t) = \frac{1}{\eta} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)} \quad (2.27)$$

2.5.3.1 Caractéristique

- Espérance mathématique $E(T)$:

$$E(T) = MTBF = \gamma + \eta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (2.28)$$

Avec :

Γ : Fonction gamma.

$\Gamma(x)$ Est donnée comme suit :

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} z^{x-1} e^{-z} dz \quad (2.29)$$

- La variance $v(t)$:

$$v(t) = \eta^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right] \quad (2.30)$$

- Le taux de défaillance (taux d'avarie) $\lambda(t)$:

Si $t > \gamma$

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} \quad (2.31)$$

Si $t \leq \gamma$

$$\lambda(t) = 0 \quad (2.32)$$

Remarque

Si

$\gamma = 0$ et $\beta = 1$

Le taux de défaillance devient :

$$\lambda(t) = \frac{1}{\eta} = \frac{1}{MTBF} \quad (2.33)$$

On aura $f(t)$ qui est un cas particulier de Weibull (distribution exponentielle) :

$$f(t) = \frac{1}{\eta} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)} \quad (2.34)$$

- Représentation graphique :

Ces graphes montrent le polymorphisme de la loi de Weibull sous l'influence de son paramètre de forme β [7].

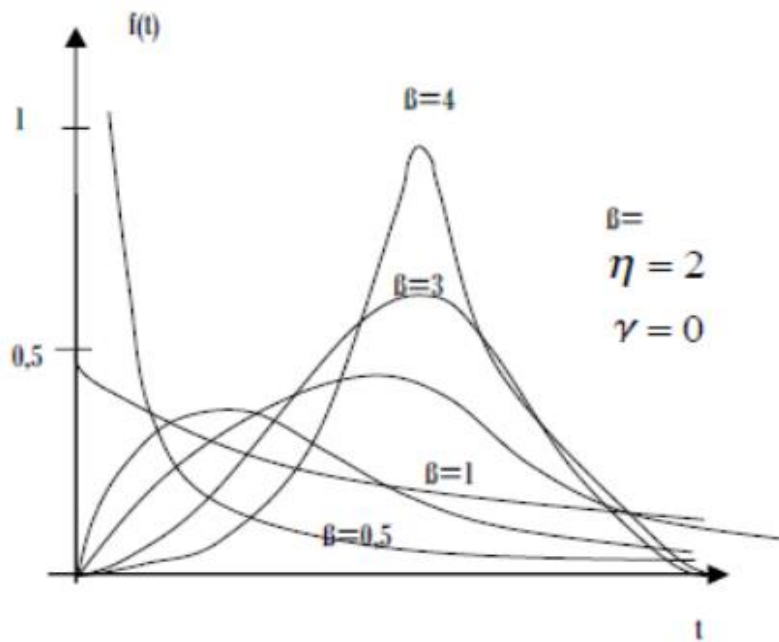


Figure 2.4 : Influence du paramètre β sur la densité de probabilité de défaillance $f(t)$ [10].

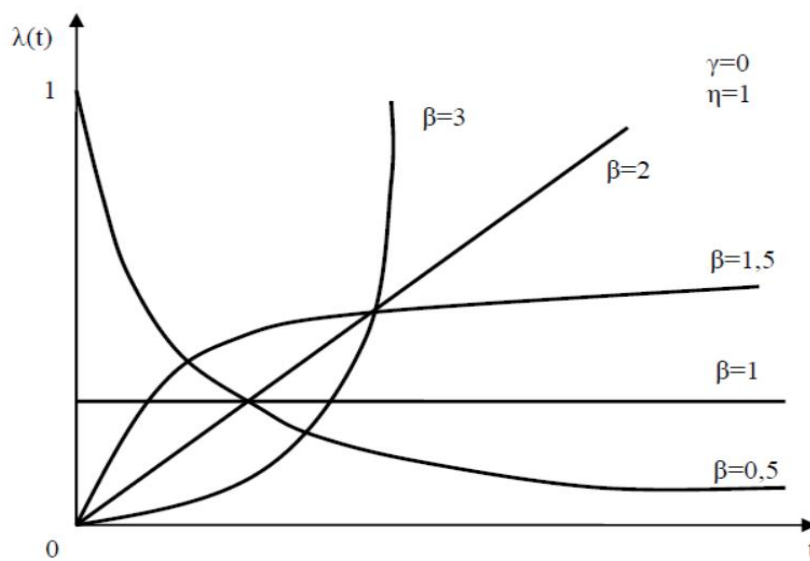


Figure 2.5 : Influence du paramètre β sur le temps de défaillance $\lambda(t)$ [10].

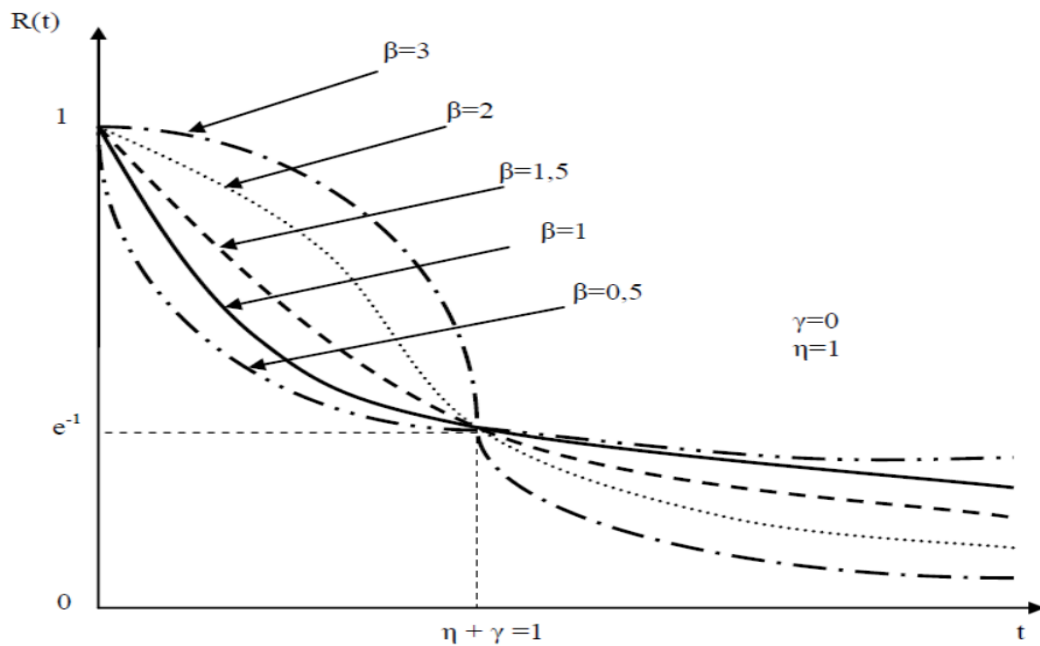


Figure 2.6 : Influence du paramètre β sur la fiabilité $R(t)$ [9].

2.5.3.2 Signification des paramètres de Weibull

- **Paramètre de position γ**

Aussi appelé paramètre de décalage, γ indique la date de début des défaillances. Il est souvent nul; ce qui correspond à la loi de Weibull à 2 paramètres.

-Si γ est négatif, le composant (système) est détruit dès l'origine.

-Si γ est positif, la distribution des défaillances a son origine après $t = \gamma$ [9].

- **Paramètre de l'échelle η**

De même dimension que le temps, il définit l'ordre de la durée de vie moyenne.

- **Paramètre de forme β**

Est un paramètre sans dimension qui porte des indications sur les défaillances ainsi que leurs évolutions en fonction du temps, ce qui lui permet de caractériser les distributions de durées étudiées.

2 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons passé en revue le sujet de fiabilité et les lois de probabilité, nous avons privilégié la loi de Weibull pour sa souplesse et son aptitude à couvrir un nombre de lois notamment la loi exponentielle qui est définie comme un des cas particuliers de la loi de Weibull. Cela reste la raison pour laquelle nous les avons mis en avant.

Chapitre 3

Formalisme de la politique de maintenance selon l'âge

1 Introduction

Ce chapitre vise à donner un aperçu sur l'élaboration, la modélisation et l'optimisation de la maintenance préventive selon l'âge, cette dernière est une stratégie qui se repose sur la connaissance du temps de bon fonctionnement. Un modèle de remplacement préventif qui est le remplacement basé sur l'âge, fondé sur la détermination de la période avec laquelle on doit effectuer une action de MP afin de minimiser le coût de l'opération.

2 Politique de MP selon l'âge

2.1 Définition

La stratégie de MP selon l'âge ne doit effectuer un remplacement préventif que lorsque l'équipement atteint l'âge T , la durée de la période T est déterminée de manière à effectuer un remplacement préventif avant le moment où l'on considère que l'équipement risque de tomber en panne. Cependant, si une défaillance se produit avant l'âge T un remplacement correctif est effectué.

2.2 Evolution de la MP dépendant de l'âge

Plusieurs chercheurs ont publié de nombreux résultats intéressants et importants tels que Tahara et Nishida (1975). Ces derniers proposent de remplacer un composant s'il tombe en panne pour la première fois à t_0 de temps de bon fonctionnement ou s'il atteint un âge T ($0 < t_0 < T$). Néanmoins une réparation minimale est appliquée si celui-ci tomberait en panne dans l'intervalle de $[0, t_0]$. Nakagawa (1980) a rajouté au paramètre de l'âge T un autre paramètre qui est celui du nombre de panne N . Un composant est remplacé à l'âge T ou s'il atteint N nombre de panne, dans le reste des cas, une réparation minimale sera effectuée.

Ensuite, le concept du remplacement minimal d'un composant ou le remplacement total de celui-ci a été étudié. Ainsi, un composant subira un remplacement minimal ou partiel à une période T et le sera complètement à la $N^{\text{ème}}$ période. N et T sont des paramètres à optimiser afin d'obtenir le meilleur coût de la maintenance. Sheu, Kuo et Nakagawa (1993) ont travaillé sur ces deux types de remplacement. Par ailleurs, un composant qui tomberait en panne à un temps ($y < t$) subira un remplacement total avec une probabilité $p(y)$ ou d'une manière minimale avec une probabilité de $q(y) = 1 - p(y)$. Sinon le composant sera totalement remplacé si celui-ci tombe en panne pour la première fois après une période t ou arrive à un temps de bon fonctionnement T à savoir ($0 < t < T$) Les deux paramètres t et T doivent être optimisés pour un meilleur choix de la politique.

Toujours dans ce même concept de choix entre ces deux types de remplacement H.Wang et Pham (2006) ont étendu la maintenance dépendante de l'âge pour une politique

de maintenance préventive dite mixte basée sur l'âge. Dans cette politique, après un certain nombre de remplacements minimaux, il existe deux types de défaillances. Le type 1 est une panne totale en revanche le type 2 serait une panne légère. Lorsqu'une défaillance se produit, elle est de type 1 avec une probabilité $p(t)$ et de type 2 avec une probabilité $q(t) = 1 - p(t)$. Les défaillances de type 1 seront soumises à un remplacement total, par contre les défaillances de type 2 sont soumises à des réparations minimales. Après n réparations imparfaites, l'équipement en question sera soumis à un remplacement à l'âge T ou si une panne totale arrive (type 1). Ce processus sera répété le long d'un horizon temporel infini [3].

3 Modèles de remplacement basés sur l'âge

3.1 Modèle de coût

On note $C(T)$ l'espérance du coût d'une politique de maintenance par unité de temps. C_c et C_p représentent respectivement le coût d'une maintenance corrective et d'une maintenance préventive, avec $c_c \gg c_p$, les durées des deux types de maintenance t_p et t_c sont négligeables.

Pour obtenir l'équation du coût total nous allons procéder de la manière suivante :

$$R(t, T_0) = R(t) ; \text{ pour } : 0 \leq t \leq T_0 \text{ et } R(t, T_0) = 0 ; \text{ pour } : t > T_0$$

$$f(t, T_0) = f(t) ; \text{ pour } : 0 \leq t \leq T_0 \text{ et } f(t, T_0) = R(T_0) \cdot \delta(t - T_0) ; \text{ pour } : t > T_0$$

$R(t)$: Probabilité de survie de la pièce sans limite de fonctionnement.

T_0 : Age de la pièce.

t : Temps de fonctionnement.

δ : Fonction de dirac.

Le coût moyen par unité de temps est :

$$C(T) = \frac{E(C)}{E(T)} \quad (3.1)$$

Avec :

$E(C)$: Espérance du coût

$E(T)$: Espérance du temps

$$E(C) = \int_0^{+\infty} c \cdot f(t, T_0) dt \quad (3.2)$$

$$f(t, T_0) = C_c \int_0^{T_0} f(t) dt + C_p \int_{T_0}^{+\infty} R(T_0) \delta(t - T_0) dt \quad (3.3)$$

$$E(C) = \int_0^{T_0} c \cdot f(t) dt + \int_{T_0}^{+\infty} c \cdot R(T_0) \delta(t - T_0) dt \quad (3.4)$$

On pose : $U = t - T_0$ donc : $dU = dt$

$$E(C) = C_c(1 - R(T_0)) + C_p \int_0^{+\infty} R(T_0) \delta(u) du \quad (3.5)$$

Sachant que :

$$\int_{T_0}^{+\infty} R(T_0) \delta(t - T_0) dt = R(T_0) \quad (3.6)$$

Donc :

$$E(C) = C_c(1 - R(T_0)) + C_p R(T_0) \quad (3.7)$$

Avec :

C_c : Coût de remplacement dû à une défaillance pendant la durée de T_0 .

C_p : Coût du remplacement préventif.

$$E(T) = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot f(t, T_0) dt \quad (3.8)$$

$$E(T) = \int_0^{T_0} t \cdot f(T_0) dt + \int_{T_0}^{+\infty} t \cdot R(T_0) \delta(t - T_0) dt \quad (3.9)$$

$$\int_0^{T_0} t \cdot f(T_0) dt = [t - R(t)] + \int_0^{T_0} R(t) dt = -T_0 \cdot R(T_0) + \int_0^{T_0} R(t) dt \quad (3.10)$$

$$\int_{T_0}^{+\infty} t \cdot R(T_0) \delta(t - T_0) dt = \int_{T_0}^{+\infty} (u + T_0) R(T_0) \delta(u) du = T_0 R(T_0) \quad (3.11)$$

$$E(T) = \int_0^{+\infty} R(t) dt \quad (3.12)$$

D'où :

$$C(T_0) = \frac{C_c(1 - R(T_0)) + C_p(R(T_0))}{\int_0^{T_0} R(t)dt} \quad (3.13)$$

3.2 Modèle de disponibilité

La disponibilité exprime la probabilité d'un équipement à être disponible, c'est-à-dire à pouvoir fonctionner dans un état normal (selon la norme NF-X-60-010).

Il se calcule comme suit :

$$\text{Disponibilité} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$

Avec:

MTBF : Mean time Between Failure.

MTTR : Mean Time to repair.

Ce présent modèle contrairement au modèle de coût estime que les durées des réparations sont à prendre en considération. On note t_p et t_c les durées moyennes d'une maintenance préventive et corrective, avec $t_c \gg t_p$.

Suivant ce modèle, la période de renouvellement K est égale à :

$K = t + t_c$, si le système tombe en panne dans l'intervalle $[t, t + dt]$, $t \leq T$, avec une probabilité $f(t)$

Ou

$K = T + t_p$, si le système fonctionne sans défaillance jusqu'à atteindre l'âge T , ce qui se produira avec une probabilité $R(T)$.

Nous avons :

$$A(t) = \frac{E(T)}{E(K)} \quad (3.14)$$

Sachant que :

$$E(K) = E(T) + E(C) \quad (3.15)$$

$E(K)$: Espérance de la période de renouvellement.

$E(T)$: Espérance du temps.

$E(C)$: Espérance du coût.

$E(C)$ et $E(T)$ déjà démontrées précédemment nous aurons le développement suivant :

$$E(T) = \int_0^{+\infty} R(t)dt \quad (3.16)$$

$$E(C) = t_c(1 - R(T_0)) + t_p R(T_0) \quad (3.17)$$

Donc :

$$E(K) = \int_0^{+\infty} R(t)dt + t_c(1 - R(T_0)) + t_p R(T_0) \quad (3.18)$$

On aura :

$$A(t) = \frac{\int_0^{+\infty} R(t)dt}{\int_0^{+\infty} R(t)dt + t_c(1 - R(T_0)) + t_p R(T_0)} \quad (3.19)$$

2.3 Modèle de coût selon Weibull

La génération des instants des pannes est faite par une fonction aléatoire, une des fonctions les plus utilisées est la loi de distribution de Weibull. Celle-ci est intéressante vue sa flexibilité et le nombre de lois qu'elle peut recouvrir juste en variant ses paramètres [9].

Dans ce cadre la loi la plus appropriée est la loi de distribution de Weibull, suivant cette dernière nous définirons le critère du coût comme suit :

Le coût moyen par unité de temps :

$$C(T) = \frac{E(C)}{E(T)} \quad (3.20)$$

Avec :

$$E(C) = C_c(1 - R(T_0)) + C_p R(T_0) \quad (3.21)$$

$$E(T) = \int_0^{+\infty} R(t)dt \quad (3.22)$$

Suivant la loi de Weibull, nous avons :

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad t \geq \gamma \quad (3.23)$$

On obtient alors :

$$E(C) = C_c \left(1 - e^{-\left(\frac{t-y}{\eta}\right)^\beta}\right) + C_p \left(e^{-\left(\frac{t-y}{\eta}\right)^\beta}\right) \quad (3.24)$$

Et :

$$E(T) = \int_0^{+\infty} \left(e^{-\left(\frac{t-y}{\eta}\right)^\beta}\right) dt \quad (3.25)$$

Par substitution, l'expression du coût (dans le cas de Weibull) de la politique de MP selon l'âge prend la forme suivante :

$$C(t) = \frac{C_c \left(1 - e^{-\left(\frac{t-y}{\eta}\right)^\beta}\right) + C_p \left(e^{-\left(\frac{t-y}{\eta}\right)^\beta}\right)}{\int_0^{+\infty} \left(e^{-\left(\frac{t-y}{\eta}\right)^\beta}\right) dt} \quad (3.26)$$

4 Optimisation de la MP selon l'âge

Pour l'optimisation de la politique de remplacement basée sur l'âge, on détermine l'intervalle de temps T_0 qui offre le meilleur compromis entre la maintenance préventive et corrective afin de minimiser le critère de coût ou maximiser celui de la disponibilité pour cette dernière. Vue que le modèle mathématique de cette stratégie étant déjà développé par Barlow et Prochan (1956) reste difficile à résoudre d'un point analytique, on fait appel aux méthodes numériques en utilisant un logiciel de résolution dit MATLAB.

La loi de Weibull est largement utilisée dans ce contexte grâce à sa souplesse et sa propriété de linéarisation [12], suite à des travaux antérieurs où nous avons constaté la sensibilité de la politique de maintenance préventive selon l'âge à la variation du paramètre de forme β . Dans ce travail nous allons alors explorer ce fait.

5 Organigramme

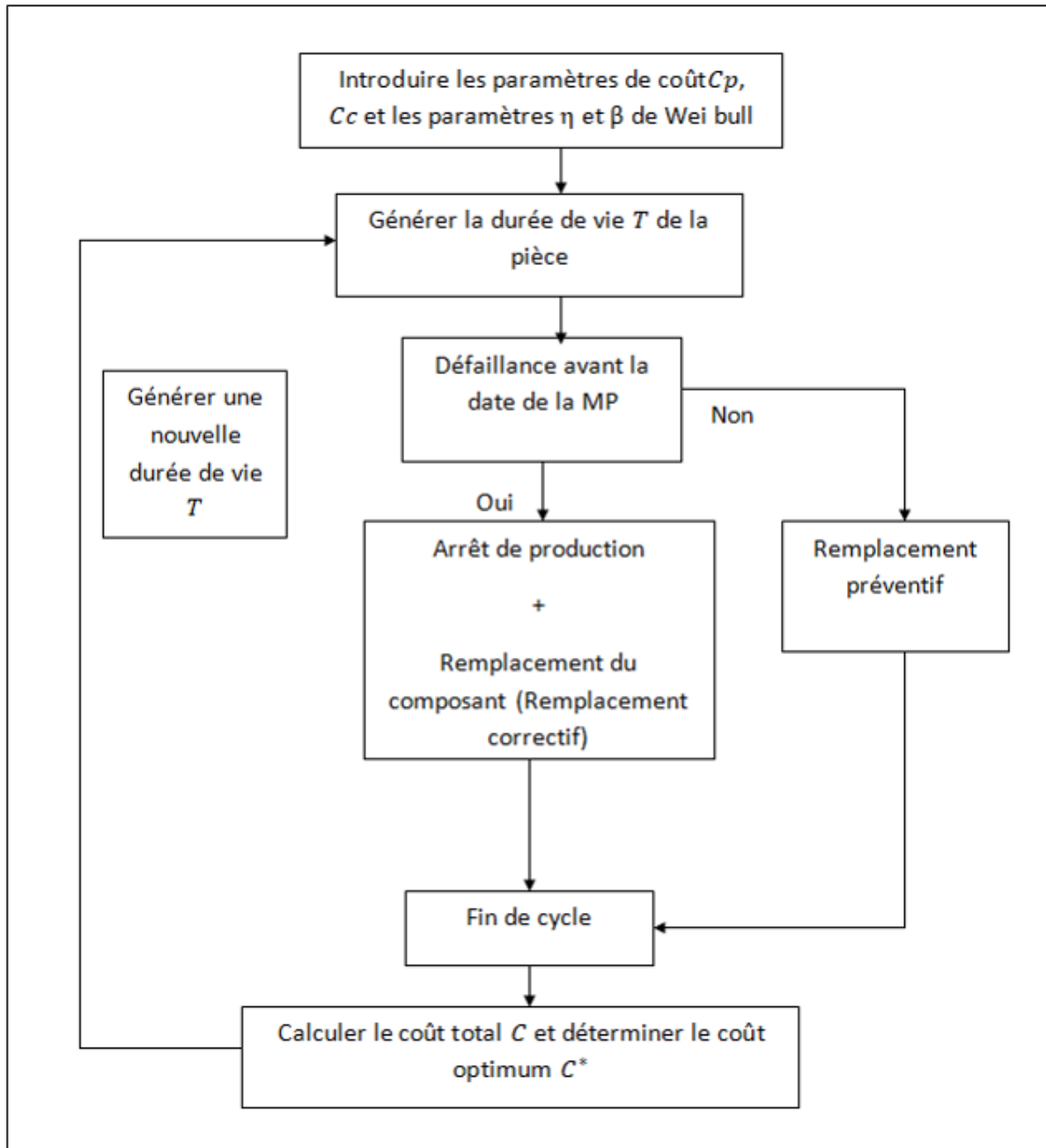


Figure 3.1 : Organigramme.

6 Conclusion

Ce chapitre a traité la politique de MP selon l'âge de manière approfondie, puisque la résolution analytique de son équation (de coût) semble difficile voire impossible à réaliser. Nous avons eu recours à la résolution numérique en utilisant le logiciel MATLAB.

Chapitre 4

Etude paramétrique de la politique de maintenance préventive selon l'âge

1. Introduction

Le présent chapitre sera consacré dans son intégralité pour l'analyse de l'influence des différents paramètres du modèle de la politique de maintenance préventive selon l'âge sur son optimalité.

2. Cas d'étude

Pour illustrer notre méthodologie, nous avons effectué une application sur les composants d'un système industriel récupérés dans la thèse de [11], les données de coûts et de fiabilité des composants étudiés sont consignées dans le tableau suivant :

Tableau 4.1 : Données de coût et de fiabilité des composants étudiés.

Composants	Coût du préventif	Coût du correctif	Rapport des coûts préventif/Correctif
Bague d'étanchéité 460 $\beta=1.5$ $\eta=905$	13554	73860	0.18
Garniture d'étanchéité 286 $\beta=1.73$ $\eta=498$	3639	14868	0.24
Garniture Oring 285 $\beta=1.89$ $\eta=507$	5438	39204	0.14
Porte labyrinthe HP 780 $\beta=2.09$ $\eta=1388$	24348	74232	0.33
Bague d'étanchéité HP 275 $\beta=2.43$ $\eta=286$	7398	44880	0.16
Palier de butée 401 $\beta=2.68$ $\eta=1093$	21356	48568	0.44
Palier portant 419 $\beta=3.55$ $\eta=736$	14130	46752	0.30

Notons que pour une étude plus élargie nous avons rajouté trois composants que nous avons appelés K, M et N à notre système industriel.

3. Influence des paramètres β et C_p/C_c sur l'optimalité de la politique de MP selon L'âge

Varions le rapport C_p/C_c et calculons le coût et l'âge optimum de remplacement préventif pour les différents composants étudiés. Les calculs ont été effectués par l'algorithme (chapitre 3, page 31) sur Matlab. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

Tableau 4.2 : influence de C_p/C_c sur les valeurs optimales.

Composants		C_p/C_c						
		0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6
Composant K $\beta=1$ $\eta=420$	T*	13392	13392	13392	13392	13392	13392	13392
	C*	34.52	42.86	53.1	47.62	22.62	47.79	32.14
Composant M $\beta=1.2$ $\eta=320$	T*	2247	6240	6240	6240	6240	6240	6240
	C*	91.13	109	162.8	170.1	57.63	100.7	131.5
Bague d'étanchéité 460 $\beta=1.5$ $\eta=905$	T*	1339	3085	11622	11622	11622	11622	11622
	C*	61.02	60.45	73.07	83.24	17.37	78.71	50.3
Garniture d'étanchéité 286 $\beta=1.73$ $\eta=498$	T*	524	963	9429	9429	9429	9429	9429
	C*	181.8	84.23	115.3	9.914	123.3	168.7	63.8
Garniture Oring 285 $\beta=1.89$ $\eta=507$	T*	467	789	1731	8324	8324	8324	8324
	C*	119.3	90.64	133.1	143.81	110.8	165.52	88.45
Porte labyrinthe HP 780 $\beta=2.09$ $\eta=1388$	T*	1147	1775	3411	8185	8185	8185	8185
	C*	7.936	68.11	77.87	34.07	40.11	52.72	13.86
Bague d'étanchéité HP 275 $\beta=2.43$ $\eta=286$	T*	215	311	515	8431	8431	8431	8431
	C*	149.4	64.56	93.94	196.65	202.7	293.32	281.1
Palier de butée 401 $\beta=2.68$ $\eta=1093$	T*	790	1096	1699	17530	17530	17530	17530
	C*	11.77	53.88	24.16	86.55	56.99	82.57	34.42
Palier portant 419 $\beta=3.55$ $\eta=736$	T*	508	645	875	13329	13329	13329	13329
	C*	69.91	44.76	67.53	113.2	97.82	86.48	68.28
Composant N $\beta=3.8$ $\eta=840$	T*	580	723	957	12427	12427	12427	12427
	C*	43.4	58.06	48.59	82.29	69.84	45.87	57.89

Interprétation des résultats

- Nous avons remarqué que le temps optimum augmente avec l'augmentation de C_p/C_c et se stabilise à partir de la valeur 0.6 du rapport pour des bêta petits, pour des valeurs plus grandes de bêta la stabilité apparaît pour de plus grandes valeurs de C_p/C_c (au tour de 1)
- Nous avons remarqué aussi que pour le temps optimum T^* du composant M avec un (β) qui vaut 1.2, le T^* prend une valeur asymptotique à partir de la valeur 0.6 du rapport.
- Nous avons pu constater que pour un composant qui possède une valeur de beta (β) égale à 1 de tous les rapports du coût le T^* correspondant est constant, ce qui explique que nous sommes en face d'un taux de défaillance qui est constant et que les défaillances arrivent indépendamment du temps. Etant donné que la valeur de T^* est remarquablement élevée, cela signifie qu'on accorderait la priorité à la maintenance corrective plutôt qu'à la préventive.
- Pour la bague d'étanchéité dont beta égale 1.5 ($\beta=1.5$) le temps optimum T^* prend une valeur asymptotique à partir de la valeur 0.8 du rapport. Par contre, les composants ayant une valeur de beta propre supérieure à 1.5 ($\beta > 1.5$) le temps T^* prend une valeur asymptotique après avoir atteint la valeur 1 du rapport.
- Nous avons découvert que pour les composants qui se caractérisent par un bêta qui est petit et un éta qui est grand l'allure de la courbe est asymptotique, ce qui signifie que la courbe descend pour un minimum mais ne remonte plus, laisse à sous-entendre que pour ce cas nous devons éviter de faire du préventif mais plutôt faire directement du correctif pour un optimum qui tend vers l'infini.
- Alors que pour le cas où beta prend de plus grandes valeurs et éta de petites (exemple composant bague d'étanchéité Hp $\beta=2.43$ $\eta=286$) on obtient une courbe qui descend pour un minimum et remonte juste après avoir atteint le point d'inflexion C^* et T^* , dans ce cas nous devons favoriser le préventif afin de devancer la défaillance.

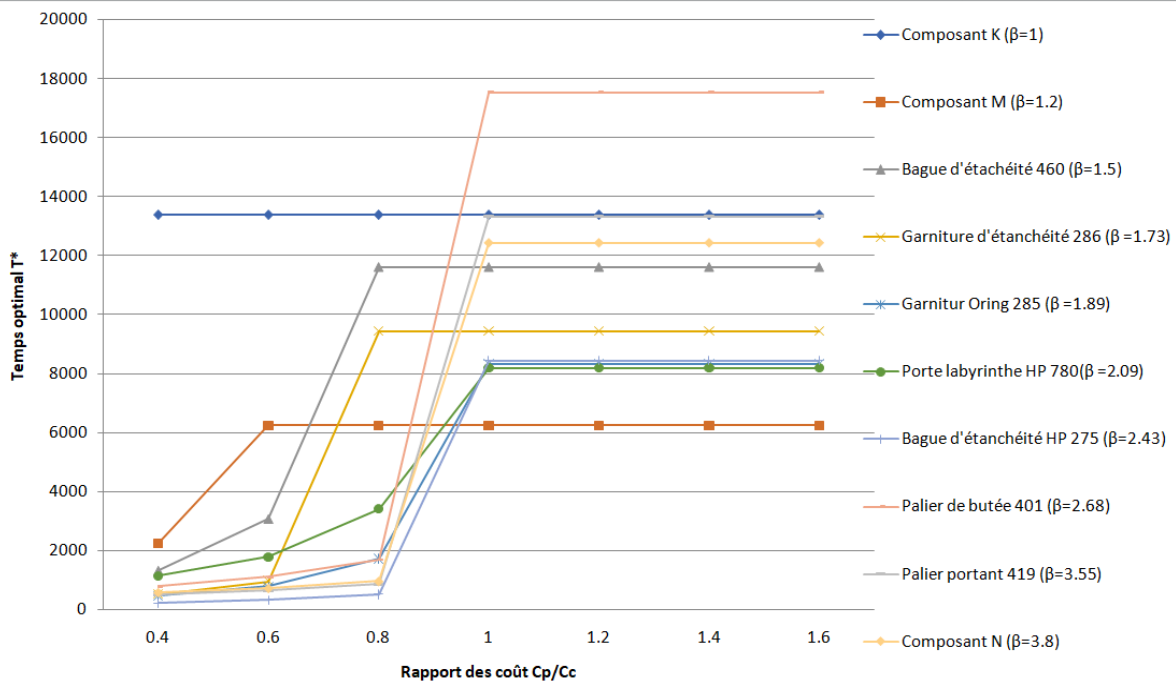


Figure 4.1 : Les valeurs du temps optimum T^* en fonction du rapport C_p/C_c

4. Influence de la corrélation entre β et η sur les valeurs optimales

Fixons le rapport C_p/C_c et varions le paramètre d'échelle η pour toutes les valeurs de β , les résultats sont illustrés dans le tableau suivant :

Tableau 4.2: influence de η et β sur les valeurs optimales.

$\beta \backslash \eta$		η								
		50	100	170	200	300	450	600	900	1200
1	T^*	2911	2845	3311	3951	19573	30072	40769	62574	84774
	C^*	297.36	148.69	87.45	73.34	49.56	33.04	24.78	16.52	12.39
1.2	T^*	110	219	372	438	657	986	1314	1971	2628
	C^*	315.24	157.62	92.71	78.81	52.54	35.02	26.27	17.51	13.13
1.8	T^*	32	63	107	126	189	281	378	568	757
	C^*	279.62	139.8	82.23	69.9	46.68	31.07	23.3	15.53	11.65
2.1	T^*	29	57	97	114	172	257	343	515	686
	C^*	255.01	127.49	63.75	42.5	75	28.73	21.24	14.16	10.62
2.7	T^*	27	55	93	109	164	246	328	492	665
	C^*	217.08	108.53	63.84	54.26	36.17	24.11	18.08	12.05	9.04
3.2	T^*	28	55	94	111	166	219	332	497	663
	C^*	194.97	97.47	57.33	48.73	32.48	21.65	16.24	10.82	8.12
3.8	T^*	28	57	97	114	171	256	341	512	682
	C^*	175.81	87.88	51.69	43.94	29.29	19.52	14.64	9.76	7.32

Interprétations des résultats

- Nous remarquons que la période optimale T^* augmente au fur et à mesure que la valeur de η augmente et β diminue, contrairement à la valeur du coût C^* qui diminue et cela pour toutes les valeurs de β . Sachant que le paramètre η est la durée de vie caractéristique du composant, elle correspond au temps au bout duquel la probabilité de défaillance est égale à 63,2%, son augmentation engendre l'augmentation du temps optimum, ce qui veut dire que la fiabilité augmente. Par conséquent, c'est logique de voir l'âge optimum de remplacement préventif augmenter.
- ✚ En conclusion nous confirmons l'existence d'une plus grande influence lors de la combinaison des deux paramètres de la loi de Weibull qui sont : le paramètre η et β c'est-à-dire faire baisser la valeur de η et augmenter celle de β . La corrélation entre ces deux paramètres influe sur les valeurs optimales.

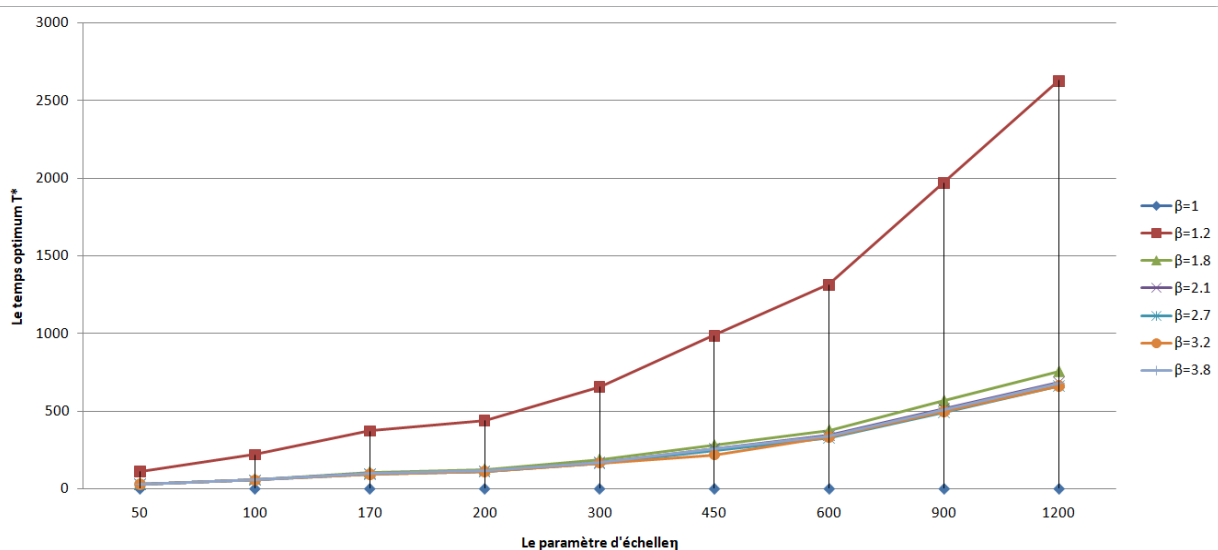


Figure 4.2 : Représentation du temps optimum T^* en fonction des paramètres η et β

5 Conclusion

Nous avons consacré ce chapitre à l'application numérique dans l'intention d'étudier l'influence des paramètres du modèle sur notre politique. Les résultats de l'analyse ont permis de confirmer l'influence des différents paramètres sur les valeurs optimales.

Signalons enfin l'influence de l'interaction entre β et η sur ces valeurs optimales, d'où il serait aberrant de focaliser seulement sur β pour la prise de décision concernant l'âge optimum de remplacement préventif.

Conclusion générale

Ce mémoire a pour ambition d'étudier l'influence des paramètres du modèle de la politique de MP selon l'âge, notamment le comportement de l'âge optimum en fonction du paramètre de forme β .

La recherche bibliographique nous a permis de nous rendre compte que plusieurs politiques de maintenance existent chacune a ses avantages et ses inconvénients et a ses spécificités d'application. D'un autre côté la mise en œuvre d'une politique de maintenance préventive est conditionnée par la vérification de l'hypothèse d'un taux de défaillance croissant.

Dans ce mémoire, nous avons étudié la politique de maintenance préventive selon l'âge, qui consiste à remplacer un composant préventivement lorsqu'il atteint l'âge T ou à la défaillance selon l'événement qui se produit en premier. L'objectif de l'optimisation est de trouver l'âge de remplacement préventif qui conduirait au coût de maintenance par unité de temps minimal. En se basant sur la théorie de renouvellement et en supposant un horizon de temps infini, nous avons formulé l'expression du coût total de maintenance par unité de temps qui constitue notre fonction « objectif » à minimiser.

La complexité de l'expression du coût fait qu'il est impossible de la résoudre analytiquement, ce qui nous a contraint de développer un algorithme de résolution numérique programmé sur Matlab.

Nous avons pu constater que pour un composant qui possède une valeur de beta (β) égale à 1 de tous les rapports du coût le T^* correspondant est constant, ce qui explique que nous sommes en face d'un taux de défaillance qui est constant et que les défaillances arrivent indépendamment du temps. Etant donné que la valeur de T^* est remarquablement élevée, cela signifie qu'on accorderait la priorité à la maintenance corrective plutôt qu'à la préventive.

Nous avons remarqué que le temps optimum augmente avec l'augmentation de Cp/Cc et se stabilise à partir de la valeur 0.6 du rapport pour des bêtas petits, pour des valeurs plus grandes de bêta la stabilité apparait pour de plus grandes valeurs de Cp/Cc (au tour de 1).

L'augmentation de l'âge optimum T^* augmente au fur et à mesure que la valeur de η augmente et β diminue, ce qui est logique puisqu'un η grand signifie une fiabilité élevée, un β petit signifie le composant se dégrade lentement. Ceci nous autorise à prolonger les instants de remplacement préventif.

Les résultats de l'analyse ont permis de confirmer l'influence des différents paramètres sur les valeurs optimales. Signalons enfin l'influence de l'interaction entre β et η

sur ces valeurs optimales, d'où il serait aberrant de focaliser seulement sur β pour la prise de décision concernant l'âge optimum de remplacement préventif.

Références bibliographiques

[1] : J. MOUBRAY, Reliability Centred Maintenance, New York, Industrial Press, 2nd edition, 1997.

[2] : P. VRIGNAT, Génération d'indicateurs de maintenance par une approche semi-paramétrique et par une approche markovienne, Thèse de Doctorat en Automatique, Université d'Orléans, 2010.

[3] : N. CHALABI, Pilotage des systèmes de productions, Thèse de Doctorat en Informatique, option Systèmes de productions, Université d'Oran1, Ahmed Ben Bella, Oran 2017.

[4] : NF-EN-13306-X-60-319-Terminologie de la maintenance. Norme AFNOR 2001.

[5] : I. GERTSBAKH, Reliability theory with application to preventive maintenance, New York, Springer, January 2000.

[6] : D. BOUAMI, le grand livre de la maintenance, Paris, Dominique Cohen, édition AFNOR, 2019.

[7] : R. LESORBE, Modélisation et optimisation de la maintenance et de la surveillance des systèmes multi-composants, application à la maintenance et à la conception de véhicules industriels, Thèse de Doctorat en Automatique productique, université de Grenoble, Août 2006.

[8] : E. ROGER, (Formation et outils qualité I-40-652) analyse des indicateurs de la fiabilité, 2018.

[9] : R. BERREHAL, Détermination de la période optimale pour le remplacement préventif, Thèse de Doctorat 3^{ème} cycle LMD en Génie mécanique, option Maintenance Industrielle, Université des Frères Mentouri-Constantine, 2017.

[10] : L. MEVA'A, Cours de maintenance et fiabilité industrielle, ENSP, 4GIM, université de Yaoundé, Cameroun, 2020.

[11] : R. LAGGOUNE, Optimisation de la maintenance par la fiabilité opérationnelle des systèmes mécaniques multi-composants. Application numérique. Thèse de doctorat en Génie mécanique, option Mécaniques des matériaux, université A.MIRA-BEJAÏA, juin 2009.

Résumé :

La politique de maintenance préventive selon l'âge est fondée sur l'utilisation réelle de l'équipement puisqu'elle évite le remplacement d'un équipement neuf après une courte durée de son installation, néanmoins elle semble difficile à administrer que celle du type bloc car elle nécessite un enregistrement de l'information, cependant il est compliqué voire impossible d'obtenir une forme analytique de tels modèles notamment le modèle basé sur l'âge. L'optimisation de ses modèles sera faite par la résolution numérique de tel sorte à trouver une valeur de (T^*) à laquelle il faut effectuer une maintenance préventive, dans notre cas étudier l'influence de divers paramètres de l'expression du coût de cette politique en particulier la corrélation entre η et β semble intéressant.

Abstract :

The age based preventive maintenance policy is based on the actual use of the equipment since it avoids the replacement of new equipment after a short of installation, nevertheless it seems difficult to administer than that of block type because it requires registration of information, nowever it is complicated or even impossible to obtain an analytical form of such models, in particular the model based on age. The optimization of these models will be made by the numerical resolution so as to find a value of (T^*) at wich is necessary to carry up a preventive maintenance, in our case study the influence of various parameters of the cost expression of this policy in particular the correlation between η and β seems interesting.