République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Abderrahmane Mira de Béjaia

Faculté des Sciences Exactes

Département de Recherche Opérationnelle

Mémoire de fin de cycle

Option : Modélisation mathématique et téchnique de décision

Thème

Résolution d'un problème de planification de production : cas de l'entreprise MORTERO SPA

Présenté par : Taieb Rayel

Soutenu devant le jury composé de :

M^{me} LEKADIR Ouiza	Présidente	Professeur
M^{r} BRAHMI Belkacem	Examinateur	MCA
M^{me} AMROUN Sonia	Examinatrice	MCB
M^{r} Khimoum Noureddine	Promoteur	MCB

Promotion 2021-2022

Dédicace

Je dédie ce travail en signe de reconnaissances :

À celui qui a lutté et sacrifié pour m'offrir les conditions propices à ma réussite :

Mon très cher père

KAMAL

À celle qui m'a étreint de tendresse et d'affection et qui a constitué la première école de mon existence Ma très précieuse, chaleureuse et aimable mère

SAADIA

À Mes deux sœurs ***MANEL, et ASMAÂ***

Pour leurs encouragements et je leurs souhaite tout le bonheur et la réussite. Que Dieu vous garde.

À toute ma famille pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire.

À Ma Team, *A mes amis* ***Lina.A, et Rofia.B****.*

À tous ceux qui me sont chers, à vous tous

Merci.

- Rayel

Remerciment

Tout d'abord, je remercie Allah le tout puissant de m'avoir donné le courage et la patience nécessaires à mener ce travail à son terme.

Je remercie mes parents et mes soeurs pour leur confiance en moi et leur aide.

Je tiens à remercier tout particulièrement mon encadrant **Dr. KHIMOUM Noureddine**, pour l'aide qu'il m'a apportée, pour sa patience et son encouragement. Ses remarques m'on été très précieuses pour structurer le travail et pour améliorer la qualité des différentes sections.

Pour les membres de jury se trouvent, ici, l'expression de mes sincères remerciements pour l'honneur qu'ils me font en prenant le temps de lire et d'évaluer ce travail.

Je souhaite aussi remercier l'équipe pédagogique et administrative de département Recherche opérationnelle et les membres de l'unité de Recherche *LAMOS* pour leurs efforts dans le but de nos offrir une excellente formation.

Je remercie également les résponsables de l'entreprise MORTERO SPA pour m'avoir accepté au sein de cette dernière. Je tien une place particulière à *Mr M. DJATOUTI* et Mr *K. AIT MEBROUK*.

Pour finir, je souhaite remercier toute personne ayant contribué de prés ou de loin à la réalisation de ce travail.

Table des matières

Table des figures

Liste des tableaux

Introduction générale

Le secteur du bâtiment et des travaux publics est l'un des secteurs clés de la nouvelle politique du gouvernement qui vise à booster la croissance et à réduire la crise du logement. l'Algérie suscite un intérêt considérable pour la construction malgré qu'elle peine encore à produire et à se ravitailler en materiaux de construction.

Née de l'union entre une société Algérienne et PAREXGROUP l'un des leaders mondiaux des matériaux de construction , MORTERO est aujourd'hui présente dans le secteur du bâtiment depuis 2011. Elle se lance dans la fabriquation des produits mortiers secs prêt à l'usage en utilisant essentiellement des sables pour fabriquer ses produits. Son objectif consiste à garantir la meilleure qualité en terme de résistance et de texture pour garder une bonne réputation dans le marché.

Dans ce mémoire on s'intéresse à la production de l'entreprise, nous nous interrogeons sur la planification hebdomadaire de la production. Est-ce-que c'est possible de réaliser une amélioration qui pourra diminuer les reptures de production tout en lancant un nombre minimal de produits dans la journée ?

Afin de traiter le sujet et de répondre à la question précédente, un plan de recherche a été établi. Tout d'abord on a visité la chaîne logistiques de l'entreprise, on a aussi récolter

des données sur le fonctionment des differents secteurs relativement liées à la production. On voudrais comprendre comment fonctionne la chaîne logistique pour contribuer à un planning de production qui va permettre de maximiser la production tout en évitant, dans la mesure du possible, les temps de nettoyage.
Ce mémoire s'articule autour de quatre chapitres :

- On décrira dans le *chapitre 1* la structure de l'entreprise, sa chaîne logistique et ses étapes de fabriquation.
- Le *chapitre 2* on introduit des notions de gestion de production, quelques modèles de plannification et d'ordonnancement,
- On verra dans le *chapitre 3* quelques rappels théoriques sur l'optimisation combinatoire.
- Et enfin le *chapitre 4* où on établit une modélisation et résolution du problème par des méthodes adaptées.

Une conclusion générale faisant le bilan du travail effectué et des résultats obtenus.

Chapitre

1

Présentation de l'entreprise

1.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de présenter l'entreprise, son mode d'organisation, son évolution depuis sa création jusqu'aux extensions qu'elle projette de réaliser, et cela toujours en gardant comme objectif de garantir une bonne qualité de produit sur le marché.

1.2 Historique

Fondée en 2009 par MADAOUI Abdelaziz, MORTERO est entrée en fabrication en 2012 avec une gamme variée de mortiers colles sous licence PAREX un acteur mondial dans le domaine des mortiers industriels. Une croissance solide a permis à MORTERO de se hisser au premier rang des marques commercialisées en Algérie et ainsi intégrer PAREX, leader mondial des mortiers industriels, qui est devenu actionnaire en 2017.
SIKA nouveau propriétaire de PAREX depuis 2019 fait profiter MORTERO de son expertise dans les gammes de produits liquides. Sika dispose de plus de 100 ans d'expérience, d'une présence dans 76 pays, de 120 sites de productions et de distributions, et de 13

500 collaborateurs. Cette nouvelle association perpétue le développement du savoir-faire MORTERO.
L'année 2020 signe l'année de l'exportation pour MORTERO à travers la plateforme SIKA, les premières opérations débutent en Février vers la Tunisie. Un accompagnement complet de formations est dispensé annuellement par le service technique MORTERO. Aujourd'hui MORTERO compte plus de 70 collaborateurs directs, et est présente sur plus de la moitié des départements du pays avec plus de 500 points de vente.

1.3 Structure de l'entreprise

Comme toute entreprise MORTERO SPA est dirigée par une gérance qui veille à l'exécution optimale des tâches et de la bonne gestion de l'entreprise et de ses ressources. Le personnel est réparti comme suit :

1.3.1 Direction générale

À sa tête le Directeur Général qui gère l'entreprise, il administre l'entreprise, assigne des directives pour les différentes structures et se charge de prendre les décisions principales.

1.3.2 Direction approvisionnement

Cette direction s'occupe de l'achat de la matière première : sables, pigment, produits chimiques, embalage... chez des fournisseurs nationaux et internationaux.

1.3.3 Direction production et maintenance

Cette direction est partagée en deux :
– **Production :** qui s'occupe de prendre des décisions sur la planification et l'optimisation de la production avec une bonne qualité de production. Elle est partagée en trois équipes qui sont en système shift (de 6h00 à 14h00 et de 14h00 à 22h00).

- **Maintenance :** ils sont chargées de l'entretien du matériel, et d'intervenir en cas d'anomalies, afin d'assurer le bon fonctionnement du processus de production.

Les deux services ont un objectif commun, qui est l'optimisation de la production et le bon fonctionnement des machines.

1.3.4 Service qualité recherche et développement

Ce service a plusieurs tâches, il s'occupe du contrôle de la qualité depuis la réception des matières premières jusqu'à l'obtention des produits finis, en passant par les différentes étapes intermédiaires. A l'arrivée de chaque chargement de sable, un échantillon est prélevé pour vérifier la courbe granulométrique avant de sécher, tamiser et stocker le sable dans des silos. Ce service a aussi pour mission de développer de nouvelles formules s'adaptant aux demandes des clients.

1.3.5 Direction commercialle

Elle s'occupe de la présentation des produits finis, et prospecter de nouveaux marchés,elle met au service des clients des agents qui les orientent vert le meilleur choix, évaluent les besoins suivant leurs commandes, dans le but de leur proposer une offre commerciale.

1.3.6 Direction administration et finance

Ce service englobe la comptabilité générale et analytique, service budget, la gestion du personnel et la gestion administrative de l'entreprise.

1.3.7 Direction technique

Cette direction se charge de l'après vente, conseille et fait des démonstrations si il y a des problèmes liés à l'application des produits de l'entreprise. Elle offre aussi des formations pour les applicateurs.

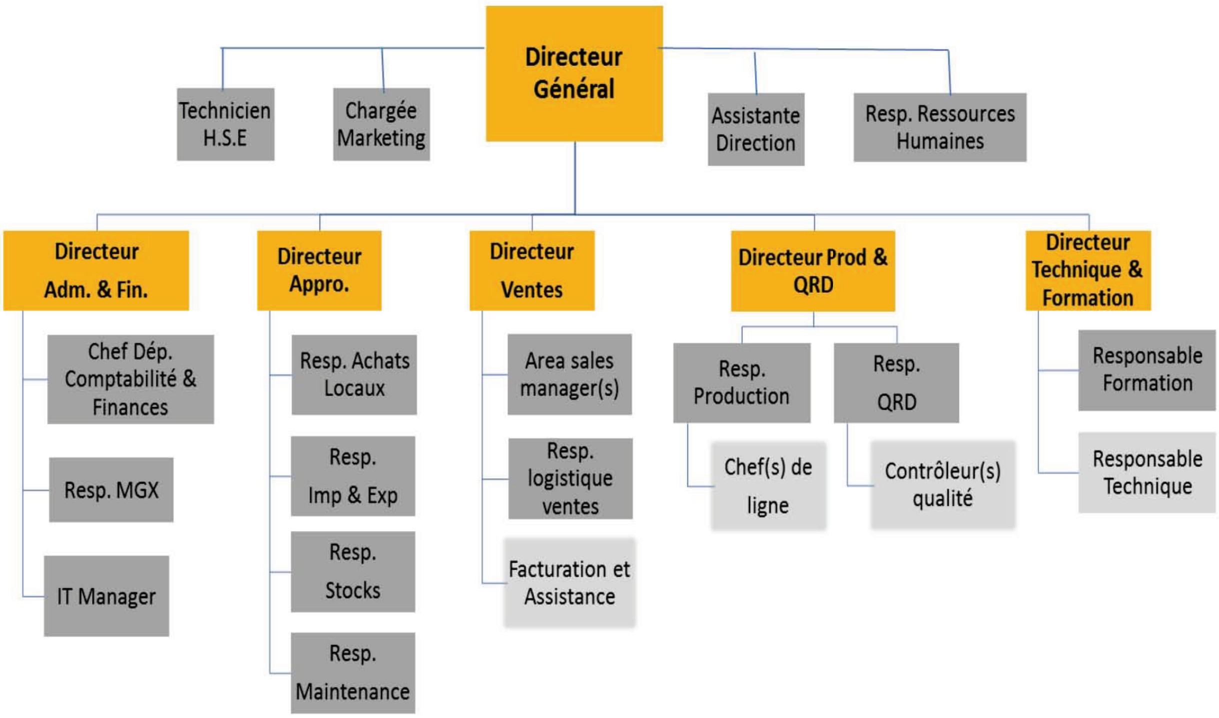


Figure 1.1 – Organigramme de MORTERO.

1.4 Présentations des produits

Les types de produits de l'entreprise sont :

1.4.1 Colles

Les colles se présentent exclusivement en poudre blanche minucieusement préparées, sous conditionnement de $25kg$.

- **Le mortier colle C0 :** c'est une colle basique convient pour les carreaux à très forte porosité (pâte rouge, céramique, terre cuite)
- **Le mortier colle C1 :** une colle améliorée convient aux carreaux à moyenne porosité (certains grès cérame, Compacto, porcelaine, patte blanche), utilisable en intérieur et petites surfaces extérieures. Ce mortier est compatible avec les paroies de plaque de plâtre et les supports bétons.
- **Le mortier colle C2 :** Colle flexible convient à tous types de carreaux, supports très peu absorbants, grands passages, bassins et piscines, terrasses, administrations, façades. Elle contient de la résine plastifiante.
- **Le mortier colle C2S :** Colle extra flexible convient à tous types de carreaux, bassins et piscines, supports fermés, très haute résistance à la compression, adhérence maximale, résistance à la chaleur accrue.
- **Le mortier colle CCP :** qui est la plus efficace, très puissante et trè résistante dans les espaces humides.

1.4.2 Joints

Ils existent en deux types : le joint sol, ainsi que le joint mur et piscines, avec 6 coloris, conditionnés en sacheries de $2,5kg$ et $5kg$:

- **Le mortier joint spécial sols :** est fabriqué à base de grains moyens sélectionnés pour résister à la charge, aux joints larges et aux frottements.
- **Le mortier joint spécial murs et piscines :** est fabriqué à base de grains fins pour une finition soignée. Il contient une résine qui le rend imperméable et résistant en milieux

très humides.

FIGURE 1.2 – Mortier joint et colle de MORTERO.

1.4.3 Sous enduit

Le sous enduit est un mortier de crépissage destiné à égaliser les supports muraux en brique, parpaings, pierres et bétons. C'est une première couche applicable à la main comme en machine destiné pour accueillir une finition par-dessus. Il est plus résistant, confère une meilleure finition et plus homogène qu'un enduit traditionnel.

FIGURE 1.3 – Mortier de sous enduit.

1.4.4 Enduits mono-couches

Les enduits monocouches servent à protéger et décorer les paroies extérieures. Ces enduits de décoration de façades ne laissent pas passer les liquides. Les supports admissibles sont les briques, parpaings, pierres, moellons, sous enduit, béton. Il est disponible en 30 teintes, 8 en devloppement.

FIGURE 1.4 – Mortier de façade.

1.5 Description du processus de production

1.5.1 Moyens matériels

Pour la phase de transformation des matières premières, plusieurs opérations sont effectuées afin d'avoir ces produits spécifiques, et ce en utilisant les moyens matériels suivants :

- **Sécheur de sable** : C'est une machine de déshydratation du sable, elle permet d'éviter que le sable se colle contre les parois internes de la machine. Il est largement utilisé, en raison de son fonctionnement simple et fiable.
- **Silos de stockage** : Il s'agit des réservoirs cylindriques verticaux, construits en acier. Le remplissage des silos se fait par le haut. L'unité dispose de 9 silos de stockage, ils sont destinés pour stocker les sables et les ciments.
- **Mélangeur** : Il fonctionne de manière automatique, il rassemble les différentes matières et les mélange jusqu'à ce qu'il soit homogène avec une dureé bien determinée, (environs 2 minutes).

– **Ensacheuses** : On pour rôle de conditionner le produit dans des sacs de $25kg$ et $10kg$ par commande d'une manière automatique.
– **Dépoussiéreur** : Il est mis en place dans les normes en termes de protection de l'environnement afin d'asperer la pousière qui s'échappe des différents produits.
– **Engins de transport** : L'entreprise a naturellement besoin de moyens de déplacement au sein de l'usine de production et au niveau du service commercial. En ce qui concerne l'unité de production, elle dispose de : 3 chariots elevateur, un retro-chargeur et une cocotte. Des véhicules de services sont à la disposition des agents de l'entreprise.

1.5.2 Matières première

Pour fabriquer chacun des produits MORTERO, on utilise les produits bruts tels que les sables appelés aussi charge et les liants stockés au niveau des silos. Ces matières poursuivent le processus de production et une fois mélangés avec les adjuvants et les pigments, le mélange homogène sera acheminé ainsi à l'étape de conditionnement pour être conditionné en sac de $25kg$ et $10kg$ sur commonde pour les colles, les enduis monocouches et les sous enduits, $2,5kg$ et $5kg$ pour la pâte joint.

1.5.3 Étapes de fabrication

Les étapes du processus de fabrication des mortiers secs sont les suivantes :
– Analyse des sables et vérification de la courbe granulométrique.
– Faire passer les sables par le sécheur pour obtenir des sables moins humides.
– Tamisage des sables pour obtenir des sables homogènes.
– Stocker les sables dans des silos.
– Dosage automatique des composants.
– Ajouter des aditifs (pigments et produits chimiques).
– Mélanger les produits avec une durée bien determinée.
– Prélever des échantillons pour les tester au labo à chaque cycle.
– Peser et conditionner automatiquement le produit dans des sacs de $25kg$ ou bien $10kg$ sur commande.

– Assembler les sacs sur des palette à l'aide d'un palettiseur en automatique.
– Stockage du produit fini.

1.6 Demande et distribution

MORTERO a lancé ses premiers produits en janvier 2012, la distribution a pris de l'ampleur au fil du temps et avec le développement de son marketing. L'entreprise a partitionné le marché algérien en quatre zones géographiques : Est, Ouest, Centre et Sud. Un agent commercial désigné s'occupe d'une région, négocie et envoie les commandes des clients à la direction commerciale. Si la demande est disponible dans le stock elle est livrée à travers des prestataires de service, sinon les demandes qui sont transmises à la direction commerciale, sont transférées à la direction de production qui les transforme en ordre de lancement. Une fois réalisée, la marchandise est livrée en respectant les délais de livraison.
MORTERO possède deux types de clients :
– **Grands comptes** ceux qui possèdent de grands moyens comme les prescripteurs, les maîtres d'ouvrages et les entreprises de réalisation. Généralement, ils dépassent largement la consommation moyenne et ils ont des contrats signé avec l'enreprise.
– **Moyens comptes** sont les grossistes, ils achètent des quantités moyennes servant d'interface entre l'entreprise et de nombreux clients détaillants, ils utilisent des bons de commande.

1.7 Planification au niveau de MORTERO

L'entreprise MORTERO se fixe un objectif à réaliser pour chaque fin de mois, afin de satisfaire sa demande mensuelle selon leur prévisions et la capacité maximale de l'unité. La production de l'entreprise n'est pas saisonnière car parfois elle fait face à des contraintes inattendues comme la non disponibilité de la matière première au niveau des fournisseurs.

1.8 Espace de stockage

L'entreprise dispose de deux espaces de stockage :

- Le premier est situé à Iryahen, d'une surface de $9000m^2$, partagé entre le produit fini classé par date de manière FIFO, et la matière première qui sont des pigments, embalage, et produits chimiques.
- Le deuxième se trouve à l'intérieur de l'usine, ou ils stockent temporairement le produit fini aussi appelé "zone temporaire".

Les silos servent également de stock pour les sables après être séchés et les ciments. Le stockage se fait en palette de 64 sacs, surface de $1m^2$ et de hauteur de $1m$ pour les sacs de $25kg$ aves 8 étages chacun a 8 sacs.Une palette de $1,10m^2$ pour la pâte à joint qui contient 160 boites de $5kg$ avec 5 étages chacun a 32 boites. On peut entreposer uniquement trois palettes l'une sur l'autre par mesure de sécurité.

1.9 Organisation du travail

Lorsqu'il s'agit d'une entreprise de production l'organisation du travail est essentiellement efficace, le seul but est la coordination du travail. Les horaires normaux de travail s'étendent du dimanche au jeudi de $8h00$ à $16h00$ avec une pause d'une heure pour le déjeuner. Des rapports journaliers sont effectués par les responsables de chaque service pour permettre une continuité et un bon déroulement des travaux.

1.10 Objectif de MORTERO SPA

L'entreprise a un but purement économique. Elle veut faire de son usine un fondement capable de satisfaire les demandes des clients, répondre au exigences les plus sevères en matière de qualité dans les produits et assurer à ses employés la formation continue intégrée afin de garantir le développement de l'entreprise à long terme et satisfaire les attentes du client.

Chapitre

2

Gestion de production

2.1 Introduction

Ce chapitre a pour but de positionner notre travail dans le vaste domaine de recherche portant sur la gestion des activités de production. Nous rappelons les notions de base de la gestion de production permettant de comprendre les intérêts et les enjeux au sein d'une entreprise. Il permet de préciser notamment l'organisation d'un système de production, la structuration des décisions, ainsi que les modèles de planification et ordonnancement de la production, issus de la littérature.

2.2 Gestion de production

La gestion de production a pour objet la recherche d'une organisation efficace de la production de biens et de services. Elle s'appuie sur un ensemble d'outils d'analyse et de résolution de problèmes qui visent à limiter les ressources nécessaires à l'obtention d'une production dont les caractéristiques technico-commerciales sont connues. On sépare généralement le système de gestion où circule un flux d'informations, du système de production par lequel transite un flux de matières. Les interactions entre le système de gestion, le système de production et son environnement extérieur peuvent être schématisée par la figure suivante :

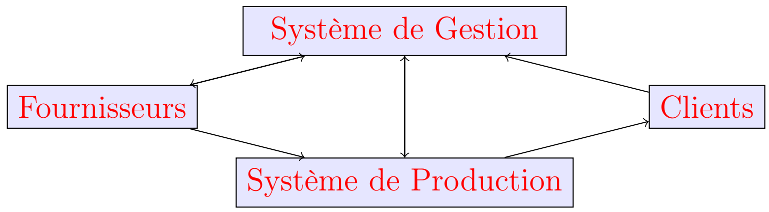


FIGURE 2.1 – Interactions entre système de production et système de gestion. (Dauzère-Pérès, 1992)

2.2.1 Système de production

La notion de système de production a été définie dans la littérature par plusieurs auteurs. Nous reprenons dans ce qui suit la définition de (Lopez, 1991), qui considère que ≪ la production est une opération de transformation d'un ensemble de matières premières ou de composants en produits finis et qu'un système de production est constitué de l'ensemble des éléments qui interviennent dans cette transformation et qui correspondent aux moyens ou ressources (humaines ou technologiques)≫.

Il existe dans la littérature, plusieurs typologies des systémes de production (Giard, 2003). Ces typologies sont construites en fonction de la politique de production, du mode de production et de l'organisation du flux de production. On peut distinguer brièvement dans la première typologie les catégories suivantes :

Production à la commande : La production est qualifiée de production à la commande lorsque le processus de fabrication, l'achat des matières premières, composants et consommables sont déclenchés à la réception d'une commande ferme d'un client.

Production pour stock : Une entreprise opte, en général, pour une organisation de production pour stock lorsqu'il est possible d'effectuer une prévision fiable de la demande. Ce type de système est envisagé pour des produits dont la gamme reste relativement stable, et lorsque la demande pour chaque produit est suffisamment importante et prévisible.

La seconde typologie est déterminée par le mode d'organisation de la production. On distingue trois catégories :

Systèmes de production unitaire : Ils s'intéressent à la fabrication d'un produit unique. Il est rare de constater la fabrication multiple du même produit. Ce type de production fait toujours l'objet d'un grand projet. Le type de production unitaire est rencontré par exemple dans les entreprises de génie civil (construction d'un pont), où chaque pont fabriqué est unique.

Systèmes de production en petite et moyenne séries : Pour ces structures, la production est relativement diversifiée et fait l'objet d'une production limitée. Dans ce mode d'organisation, les ressources assurant la même fonction technique sont réunies en un même lieu. Il peut s'agir d'entreprises de grande taille, dans le secteur automobile par exemple, mais aussi de PME manufacturières et de sous-traitance.

Les systèmes de production en grande série : Dans le cas où le nombre de produits à fabriquer est peu diversifié ou standardisé, on parle de production en grande série. Les moyens de production sont organisés sous forme de lignes de production spécifiques à chaque produit (les équipements sont placés dans un ordre précis pour permettre à un produit de transiter par la même séquence de postes de travail).

La troisième typologie est déterminée par l'organisation du flux de production. On distingue en général deux catégories : les systèmes de production continue qui fait l'objet de notre étude et les systèmes de production discontinue.

Systèmes de production continue : Ce type est retenu lorsqu'on traite des quantités importantes d'un produit ou d'une famille de produits. L'implantation est réalisée en ligne de production, ce qui rend le flux du produit linéaire. Dans ce type de production, les machines ou les installations sont dédiées au produit à fabriquer ce qui, en général, ne permet pas une grande flexibilité. En règle générale, ce type de production est accompagné d'une automatisation poussée des processus de production ainsi que des systèmes de manutention. Parmi les entreprises typiques utilisant ce type de système de production : les industries pétrochimiques, les cimenteries, etc.

Systèmes de production discontinue : Ce type est retenu lorsque l'on traite des quantités relativement moyennes de nombreux produits variés, réalisés à partir d'un parc de machines à vocation générale. Dans ce type de production, les machines ou les installations sont capables de réaliser un grand nombre de travaux, elles ne sont pas spécifiques à un produit, ce qui donne une grande flexibilité.

2.2.2 Système de gestion

Dans un contexte général d'un problème de planification de production, nous pouvons reprendre la définition dans (Hétreux, 1996), qui considère un système de gestion comme un système qui permet de déterminer un ensemble de décisions assurant une organisation efficace de la production compte tenu des multiples contraintes internes ou externes à l'entreprise. Classiquement, le système de gestion de production exerce quatre principales activités :

- la gestion des données techniques qui recense les nomenclatures (listes des composants et/ou matières premières requis pour réaliser un produit donné) et les gammes opératoires (listes ordonnées d'opérations permettant de réaliser un produit donné) nécessaires à la fabrication des produits de l'entreprise.
- La gestion des matières qui assure l'approvisionnement en matières premières ou en composants semi-finis et le stockage des produits (finis ou semi-finis) fabriqués.
- La gestion des données commerciales qui reçoit les commandes et négocie les prix, quantités et délais de livraison souhaités ;
- La gestion des données du travail qui organise dans le temps la réalisation des opérations nécessaires à la fabrication des produits

Quant à l'architecture décisionnelle d'une entreprise elle est divisée en trois niveaux de décision. Il s'agit des niveaux stratégique, tactique et opérationnel correspondant respectivement à des horizons à long, moyen et court terme (Anthony, 1965). Cette approche hiérarchisée permet de décomposer le problème global en une succession de sous-problèmes et par la suite de réduire le nombre de variables pour chaque niveau de décision.

Remarque 1. Dans le cadre de ce travail, nous sommes plutôt concernés par le niveau tactique, où les décisions traitent, principalement, des objectifs de volumes à produire par période (la période de planification varie principalement entre une semaine et un mois). A ce niveau, l'optimisation se fait par la maximisation ou la minimisation d'une fonction économique, en se basant sur les leviers décisionnels disponibles pour l'entreprise. Les décisions à moyen terme consistent aussi en des directives pour la production détaillée.

Cependant, cette décomposition hiérarchique des décisions pose de multiples problèmes et rend incontournable le recours à une forte cohésion entre les acteurs des différents niveaux. Dans (Wolosewicz, 2008), l'auteur note que les décisions prises à un niveau deviennent des contraintes à satisfaire par les niveaux inférieurs. Il faut donc s'assurer que, lorsque des décisions sont transmises au niveau inférieur, elles soient cohérentes avec les contraintes de ce niveau, c'est-à-dire qu'il soit possible de mettre effectivement en oeuvre ces décisions.

2.3 Modèles de planification et ordonnancement

La planification a pour objet de déterminer un programme prévisionnel de la production. Ces décisions imposent la prise en compte, au niveau de l'ordonnancement, de contraintes sur le processus de production (enchaînement des opérations de fabrication) et sur les ressources (contraintes de capacité). Dans le cadre d'une approche hiérarchique, on trouve essentiellement deux types de modèles associés respectivement à la planification et l'ordonnancement (Miller, 2001) :

- Les modèles par ≪dates de début≫ qui consistent à déterminer les dates de début de tâches sur différentes ressources,
- Les modèles par ≪quantité≫ qui consistent à déterminer des quantités de produits à fabriquer par période de temps.

2.3.1 Ordonnancement : modèles par dates

Résoudre un problème d'ordonnancement revient à trouver une adéquation entre un travail à effectuer, décrit sous la forme d'un ensemble de tâches interdépendantes, et les moyens disponibles pour sa réalisation (Gotha, 1993). Il s'agira de produire les quantités (lots) déterminées à l'issue de la planification, dans les délais. Ces lots (ou ordres de fabrication) doivent traverser l'atelier de fabrication en subissant diverses opérations, dans un ordre fixe ou non afin d'obtenir des produits finis. Une opération (ou tâche) correspond au traitement d'un ordre de fabrication par une ressource. ≪ Ordonnancer un ensemble de tâches, consiste à programmer leur exécution en leur allouant les ressources requises et en fixant leurs dates de début≫.

Les contraintes principales du problème d'ordonnancement sont les contraintes de précédence qui définissent l'ordre d'exécution des ordres de fabrication, les contraintes de capacité qui expriment le fait que, sur chaque ressource, on ne peut exécuter qu'un nombre limité de tâches simultanément et les contraintes de respect des dates de livraison données aux clients. Dans les modèles par dates, les variables de décision sont les dates de début des tâches t_i sur les différentes ressources. On définit une tâche comme étant une quantité de travail concernant la fabrication d'un produit caractérisée par sa durée d'exécution d_i. Les contraintes principales du problème d'ordonnancement avec un modèle par dates sont les suivantes :

Contraintes de précédence

Les contraintes de précédence se traduisent de la manière suivante : $\forall j$, $\forall i$, $t_j - t_i \geq a_{ij}$, avec $a_{ij} = d_i$ pour les contraintes de succession.

Contraintes de capacité

Les containtes de capacité expriment le fait que, sur chaque ressource, on ne peut faire qu'un nombre limité de tâches simultanément. Parmi ces contraintes, on distingue :

- Les contraintes disjonctives qui concernent les ressources de capacité unitaire, ce sont des contraintes du type ≪ tâche i avant tâche j ≫ ou ≪ tâche j avant tâche i ≫

qui s'expriment comme une disjonction de contraintes de potentiels : $t_i + d_i \leq t_j$ ou $t_j + d_j \leq t_i$

- Les contraintes cumulatives dans le cas de ressources de capacite non unitaire. Il faut exprimer que, à chaque instant, les moyens nécessaires à l'éxecution d'un certain nombre de tâches sont limités sur une unité de production. Ceci se traduit par la contrainte suivante : $\forall t, \forall r, \sum_i q_{i,t,r} \leq C_r$, $q_{i,t,r}$ étant la quantité de ressources utilisée pour l'éxecution de la tâche i sur la ressource r à l'instant t et C_r la capacité de la ressource r.
- Les contraintes de respect des dates de livraison : les dates de livraison données par le client doivent être respectées. Le modèle par dates de début exprime le fait que la date de fin d'une tâche doit être inférieure à la date échue concernant cette tâche. Ce qui se traduit par des contraintes de type : $t_i + d_i \leq \beta_j$, avec β_j la date échue de la tâche i.

2.3.2 Planification : modèles par quantités

La planification est une décision tactique qui permet une programmation prévisionnelle de la production en s'appuyant sur une démarche d'optimisation des moyens de production dans le but de satisfaire les demandes aux moindres coûts. Elle constitue un lien entre les décisions stratégiques à long terme et les décisions opérationnelles à court terme. La planification part de certaines informations telles que les demandes clients (connues ou estimées), la capacité de production (par unité de temps, atelier ou machine), les informations sur les produits, les différents coûts (production, lancement, utilisation d'heures supplémentaires, stockage, rupture de stocks . . .). A ce niveau, le temps est divisé en intervalles de temps appelés périodes et les informations rassemblées permettent de définir des plans de production qui déterminent pour chaque période de l'horizon de planification :

- Les quantites a produire pour chaque produit,
- Les quantites a sous-traiter pour chaque produit,
- Les niveaux de stocks en produits finis,

- L'utilisation des ressources humaines et materielles,
- Le nombre d'heures supplementaires.

Dans les modèles par quantités, le temps est divisé en intervalles de temps appelés périodes. Les variables de décision $x_{i,t}$ représentent les quantités de produits (et de sousproduits) i fabriquées pendant les périodes t. Les contraintes principales d'un problème de planification avec un modèle par quantités sont les suivantes :

Contraintes de succession

- Les contraintes de conservation au niveau des stocks : $\forall i, \forall t, I_{i,t+1} = I_{i,t} + IN_{i,t} - OUT_{i,t}$, avec $I_{i,t}$, la quantité de produit i en stock au début de la période t, $IN_{i,t}$, la quantité de produit i arrivant dans le stock pendant la période t et $OUT_{i,t}$, étant la quantité quittant ce stock pendant cette même période ;
- Les contraintes de respect de la nomenclature, en liaison avec les contraintes de conservation qui expriment le fait que, pour fabriquer un produit, il faut disposer de ses composants $OUT_{i,t} = \sum_{j \in S_i} g_{i,j} x_{j,t}$, avec $g_{i,j}$, la quantité de produit i nécessaire pour fabriquer un produit j et S_i, la liste des produits j qui utilisent i.

Contraintes de capacité

Elles expriment la limitation des capacites des ressources. La ressource a une quantité $C_{r,t}$, disponible, exprimée en unités de ressources.temps (machines.heures par exemple), et on ne peut pas utiliser plus que cette quantite. $x_{i,t} \leq C_{r,t}$ étant la quantite de la ressource (exprimee dans la même unité que la capacité) utilisée pour la fabrication du produit i.

Contraintes de respect des dates de livraison

Elles expriment le fait qu'une date de livraison est imposée par le client : on livre à la date de livraison la quantité de produit commandée pour cette date : $OUT_{i,t} = d_{i,t}$, avec $d_{i,t}$, la quantité de produit i demandée pour la période t.

Remarque 2. Les variantes de ce modèle constituent la famille des problèmes pléthoriques de dimensionnement de lots (lot-sizing problems, voir (Rota, 1998) pour un exposé plus détaillé).

Plusieurs classes de problèmes d'ordonnancement peuvent être envisagées. En effet, les ressources sont soit renouvelables soit consommables. Dans le cas où elles sont renouvelables disjonctives, on définit un problème d'atelier (Ressource unique, Job shop, Flow shop, Open shop) et si elles sont renouvelables cumulatives, on définit un problème d'ordonnancement à ressources limitées.

Chapitre

3

Optimisation combinatoire : rappels théoriques

3.1 Introduction

L'optimisation combinatoire est une discipline mathématique cohérente, elle occupe une place très importante en Recherche Opérationnelle (RO). Son importance se justifie, d'une part par la grande difficulté de ces problèmes et d'autre part par de nombreuses applications pratiques qui peuvent être formulées sous la forme d'un problème d'optimisation combinatoire. Le but de ce chapitre est de définir quelques problèmes d'optimisation combinatoire (OC), leur modélisation et les méthodes de résolution, plus précisément, les problèmes de programmation linéaire en nombre entiers (PLNE) et les problèmes de Bin packing.

3.2 Problème d'Optimisation Combinatoire (POC)

Un problème d'optimisation consiste à chercher une instantiation d'un ensemble de variables soumises à des contraintes, de façon à maximiser ou minimiser un ou plusieurs critères. Lorsque les domaines de valeurs des variables sont discrets, on parle alors de problèmes d'optimisation combinatoire (Sakarovitch, 1984), qui s'avère un outil indispensable combinant diverses techniques de la mathématique discrète et de l'informatique. Son importance se justifie par de nombreuses applications pratiques pouvant être formulées sous la forme d'un problème d'optimisation combinatoire. Bien que ces problèmes soient souvent faciles à définir, ils sont généralement difficiles à résoudre. En effet, la plupart appartiennent à la classe des problèmes NP-difficiles et ne possèdent pas, à ce jour, de solution algorithmique efficace valable pour toutes les données. Formellement, nous avons la définition suivante :

Définition 3.2.1. (Papadimitriou et Steiglitz, 1982)
Une instance d'un problème de minimisation (maximisation) est un couple (X, f). Où $X \subseteq S$ est un ensemble fini de solutions potentielles admissibles et f est une fonction du coût (fonction objectif) à minimiser (à maximiser), $f : x \to \mathbb{R}$. L'objectif est de trouver $s^* \in X$ tel que $f(s^*) \leq f(s)$ (Au cas de maximisation : $f(s^*) \geq f(s)$) pour n'importe quelle solution $s \in X$

Définition 3.2.2. ((Sakarovitch, 1984))
Un Problème d'optimisation combinatoire est défini par l'ensemble S des solutions possibles d'un problème dont $X \subseteq S$ qui est l'ensemble des solutions réalisables. La fonction f : $x \to \mathbb{R}$, est une fonction que l'on nomme objectives. La résolution du problème consiste à minimiser (maximiser) la valeur $f(s)$, où $s \in X$.

Les problèmes d'optimisation combinatoire sont réparties en deux grandes classes :

* **Problèmes faciles** (polynomiales) : On dit qu'un problème est facile s'il existe un algorithme polynomial pour le résoudre, à savoir les problème :
  – De cheminement.
  – D'afféctation.
  – De flot maximum.
  – De transport.

* **Problèmes difficiles** : Ce sont des problèmes qui ne sont pas faciles, par exemple les problème :
  – De coloration (sommets et arêtes).

- Du voyageur de commerce (TSP).
- D'ordonnancement.
- Du Sac-à-dos.

On peut classifier les problèmes d'optimisation combinatoire que l'on rencontre dans la réalité selon les caractéristiques de chaqu'un, on les distinguer ainsi selon :

- **Le nombre de variables de décision :** c'est un probème mono-variable ou bien multi-variables.
- **Le type de variables de décision :** les variables sont continues (réels), discrètes (nombre entier) ou bien combinatoire (permutations sur un ensemble fini de nombre).
- **Le type de la fonction-objectif :** elle peut être linéaire, non-linéaire, ou quadratique.
- **La formulation du problème :** on peut le formuler soit avec contraintes ou bien sans contraintes.

3.3 Modélisation de quelques problèmes d'OC

Pour modéliser un problème d'optimisation combinatoire on doit passer par les étapes suivantes :

- Identifier $\mathcal{N}$ l'ensemble de travail, on détermine le nombre de variables en approfondissant l'analyse.
- Identifier $\mathcal{F}$, les contraintes du problème.
- Identifier la fonction objectif à maximiser ou à minimiser.

Un problème où on doit choisir est représenté généralement par une somme, la dépendance est souvent représenté par une inégalité.

Définition 3.3.1. Un problème d'optimisation combinatoire est définie à partir d'un ensemble fini X et d'une application $f : x \to \mathbb{R}$ où il s'agit de détérminer $x \in X$ tel que : $f(x) = min_{x \in X} \quad f(x)$

$$(P) \begin{cases} Z = \min f(x) \\ x \in X \end{cases}$$

Remarque 3. On peut aussi modéliser les problèmes d'optimisation combinatoire en utilisant la théorie des graphes. C'est un outil très puissant de modélisation de la recherche opérationnelle en général et de l'optimisation combinatoire en particulier, elle s'introduit de manière très naturelle comme support de modélisation. La théorie des graphes comprend les définitions des différentes structures de graphes connues (chemin, parcours ...), ainsi que les problèmes de décision liés à ces structures (plus court chemin, voyageur de commerce ...)

3.3.1 Problème de sac à dos

Le problème de sac à dos est un problème classique d'optimisation combinatoire appartenant à la classe des problèmes NP-complets. L'énoncé de ce problème est simple : Étant donné un ensemble de n objets, où chaque objet o_i est caractérisé par un poids w_i et un profit c_i on cherche le sous-ensemble d'objets à charger dans un sac de capacité w afin de maximiser la somme des profits. Le problème se formule ainsi :

$$\begin{aligned} \max z(x) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i, & \\ \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \leq w, & \\ x_i \in \{0,1\}, \forall i = 1, \ldots, n. & \end{aligned} \tag{3.1}$$

Les poids w_i et les profits c_i ainsi que la capacité w sont des entiers positifs $\forall i = 1, \ldots, n$. La variable x_i est la variable de décision, elle prend la valeur 1 si l'objet i est chargé dans le sac, sinon elle prend la valeur 0.(Aoudia, 2018)

Exemple 1. Un voyageur prépare ses valises pour visiter une nouvelle ville. Il a la possibilité d'emporter dans sa valise un certain nombre d'objet $O = \{o_1, o_2, ..., o_n\}$ qui ne dépasse pas la capacité de la valise. Il doit donc choisire un sous-ensemble qui maximise l'utilité total des objets emportés et qui ne dépasse pas la capacité de la valise.
D'où on a la question suivante : quels objets à choisir afin de maximiser l'utilité des objets

emportés tout en ne dépassant pas la capacité autorisée ?

Pour modéliser ce problème, on note par : $\mathcal{N}$ l'ensemble des objets, $\mathcal{F}$ l'ensemble des contraintes (ne pas dépasser la capacité de la valise), et $f(S)$ la fonction objectif.

• $\mathcal{N} \rightsquigarrow O = \{o_1; o_2; \ldots; o_n\}$

• $\mathcal{F} \rightsquigarrow \{S \subset O; \quad \sum_{o_j \in S} w_j \leq w\}$ tels que w_j est le pois de l'objet j et w est le poids de la valise.

• $f(S) = \sum_{o_j \in S} c_j$ tel que c_j l'utilité de l'objet j.

D'où la formulation mathématique suivante :

$$(P) \begin{cases} Z = max \quad f(S) = \sum_{o_j \in S} c_j \\ \displaystyle\sum_{o_j \in S} w_j \leq w \end{cases}$$

3.3.2 Problème d'affectation

Le problème d'affectation consiste à trouver des liens entre les éléments de deux ensembles distincts, de manière à minimiser un coût et à respecter des contraintes d'unicité de lien. Soit un ensemble de m opérations qui doivent être exécutées par n ressources, $n \geq m$. Chaque couple (opération i, ressource j, $i = 1 \ldots m$, $j = 1 \ldots n$) a un coût associé c_{ij}, qui représente la dépense associée à la réalisation de l'opération i par la ressource j. En supposant que chaque opération doit être exécutée une seule fois et que chaque ressource est utilisée au plus par une seule opération(Aoudia, 2018). Le problème peut être modélisé de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}, \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \forall i = 1, \ldots, m, \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1; \forall j = 1, \ldots, n, \\ x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i = 1, \ldots, m; j = 1, \ldots, n. \end{aligned} \tag{3.2}$$

où x_{ij} est une variable binaire associée à chaque paire (opération i, ressource j) et qui vaut 1 si l'opération i est effectuée par la ressource j et 0 sinon. Si l'on considère que X_1 représente l'ensemble des opérations ($|X_1| = m$) et X_2 l'ensemble des ressources ($|X_2| = n$) du problème (3.2), avec $m \leq n$ alors chaque arête entre un sommet i de X_1 et un sommet j de X_2 signifie que l'opération i peut être effectuée par la ressource j. On associe à chacune de ces arêtes un coût égal à c_{ij}. Comme le coût total d'un couplage est donné par la somme des coûts de chaque arête, le problème d'affectation revient à trouver un couplage de cardinalité m et de coût minimal.

Exemple 2. Soit dans un établissement scolaire un ensemble de nouveaux professeurs $\mathcal{N}_1$, et un ensemble de postes vacants $\mathcal{N}_2$, tel que $|\mathcal{N}_1| = |\mathcal{N}_2| = n$. On suppose que chaque professeur i peut ocuuper un seul poste j avec un coût $c_{ij} \quad i = 1...n$.
D'où la question suivante : quelle est l'affectation qui minimise le coût total de telle sorte qu'un poste est occupé par un et un seul professeur, et un professeur n'occupe qu'un et un seul poste ?

3.3.3 Problème du Bin Packing

Le problème du bin packing considère n objets ayant chacun une taille connue et plusieurs boites de même capacité. L'objectif est de placer tous les objets dans un nombre minimum de boites en s'assurant que la somme des tailles des objets placés dans chaque boite est inférieure à la capacité de la boite en affectant chaque objet dans une et une seule boite. D'une façon classique, un problème de bin-packing peut être formulé de la manière suivante :

$$
\begin{aligned}
\min \sum_{j=1}^{n} y_j, \\
&\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \forall i = 1, \ldots, m, \\
&\sum_{i=1}^{m} a_{ij} x_{ij} \leq b_j y_j, \forall j = 1, \ldots, n, \\
&x_{ij} \in \{0, 1\}, \forall i = 1, \ldots, m; \quad j = 1, \ldots, n, \\
&y_j \in \{0, 1\}, \forall j = 1, \ldots, n.
\end{aligned} \tag{3.3}
$$

où m est le nombre des objets à placer dans des boites, n est le nombre d'objets, a_i donne la taille de l'objet i, b_j donne la capacité de la boite j. On considère la variable binaire x_{ij} qui vaut 1 si l'objet i est placée dans la boite j, 0 sinon et y_j est une variable binaire qui vaut 1 si la boite j fait partie de la solution, 0 sinon.

Remarque 4. Le problème de bin-packing est un problème NP-difficile (Dyckhoff, 1990). Cependant, il existe de nombreux algorithmes de résolution approchés.

Exemple 3. Problèmes bin packing On dispose de plaques rectangulaires toutes identiques dans lesquelles on veut placer des pièces rectangulaires sans chevauchement. Les pièces à placer ont des dimensions différentes.

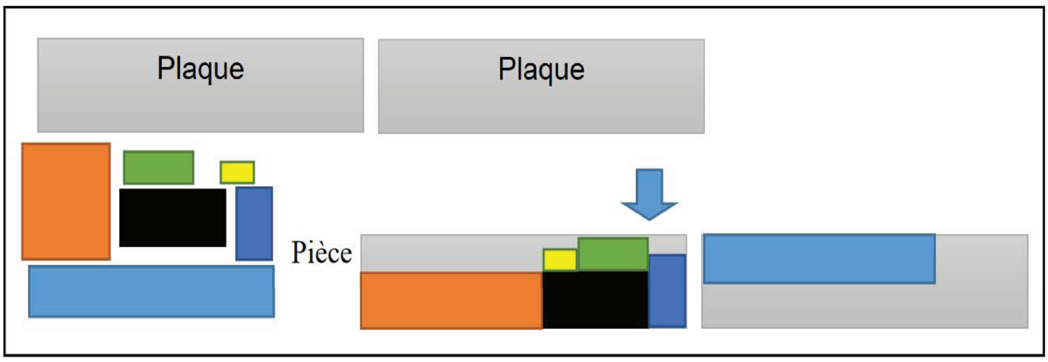


FIGURE 3.1 – Solution possible du problème de placement des pièces.

3.3.4 Programmation linéaire en nombres entiers

Soit une $m \times n$-matrice $\mathcal{A}$, avec m-vecteur colonne, n-vecteur ligne, b un vecteur de dimention m, et c un vecteur de dimention n, on appelle « Programme linéaire en nombre entiers » le problème d'optimisation suivant :

$$(PLNE) \begin{cases} \min z = cx \\ Ax \geq b \\ x \geq 0 \quad x_j \in \mathbb{N} \quad j = 1..n \end{cases}$$

où $z(min)$ c'est la fonction objective, c et x sont des vecteurs de dimention n. Dans le cas particulier où les contraintes $x_j \in \mathbb{N}$ sont remplacées par $x \in \{0, 1\}$, on dit qu'on a un « Programme linéaire en $0, 1$ ».

Exemple 4. Connaissant les quantités disponibles de chacune des unités de production, les quantités requises aux points de distribution et le coût de transport d'un bien d'une usine vers un point de vente, il s'agit de déterminer le plan de transport optimal, c'est-à-dire de déterminer les quantités de biens que chaque usine va envoyer vers chacun des points de vente afin que le coût de transport total soit minimum. On suppose qu'il est possible d'expédier des produits de n'importe quelle origine vers n'importe quelle destination. Nous voulons que le plan d'expédition des caisses minimise le coût total de transport des usines aux dépôts.

3.4 Méthodes de résolusion

Un grand nombre de méthodes de résolution existe en recherche opérationnelle pour l'optimisation combinatoire. La nature des variables, domaines de définitions et des critères à optimiser influent le choix de la méthode d'optimisation à utiliser. Un certain nombre de problèmes faciles ont été identifiés et étudiés (problème du plus court chemin). S'agissant des problèmes difficiles, il existe deux grandes familles : **les méthodes exactes** et **les méthodes approchées.**

3.4.1 Méthodes exactes

Les méthodes exactes produisent une solution optimal pour une instance du problème d'optimisation donné. Elles se reposent généralement sur l'enumération partielle de l'espace de solution. Les méthodes de résolution exactes sont nombreuses et se caractérisent par le fait qu'elles permettent d'obtenire une ou plusieurs solutions dont l'optimalité est garantie. Ces méthodes génériques sont : "*Branch and Bound*", "*Branch and Cut*", "*Branch and Price*", "*Branch, Cut and Price*", "*Méthode à deux phases*". D'autres méthodes sont moins générales, comme : "*La programmation dynamique*", "*simplexe*", "*La programmation linéaire en nombre entiers*"...etc.
Toutefois, malgré les progrès réalisés, les méthodes exactes deviennent inefficaces à mesure que la taille des problèmes devient importante, d'où la nécessité d'appliquer des méthodes approchées.(Farouk, 2019)

Résolution du problème du sac à dos

L'un des algorithmes fréquemment utilisé pour résoudre ce type de problème est la programmation dynamique. Ce type d'algorithme s'appuie sur le fait que le problème peut se décomposer en sous-problèmes de même nature. L'idée est de fournir une expression de la valeur de la solution optimale sous la forme d'une fonction de récurrence basée sur les valeurs des solutions optimales des sous-problèmes. Dans le cas du sac à dos, en ne considérant que les i premiers objets, le problème peut être résolu de manière optimale grâce à la solution optimale obtenue avec les $i-1$ premiers objets. En effet, en notant $H(i)$ la valeur du sac obtenue et en ne considérant que les i premiers objets, les deux solutions pour $H(i)$ sont $H(i) = H(i-1) + p_i$ si l'objet i est mis dans le sac, $H(i) = H(i-1)$ sinon. Cela, en supposant connaître la résolution du sous-problème correspondant à $H(i-1)$. Au final, pour n objets, en partant de $H(0) = 0$, la solution optimale de ce problème du sac à dos correspondrait à $H(n)$. Dans le processus de calcul de la solution optimale, il faut bien évidemment tenir compte de la capacité maximale du sac, à ne pas dépasser.

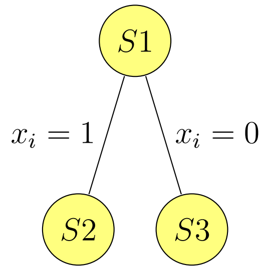


FIGURE 3.2 – Graph qui indique le choix de l'objet.

Algorithm 1 Sac à dos

$E(0) = (0, 0)$

for all $i = 1, \ldots, n$ **do**

Initialiser $E(i) = \{\}$.

if $v + v_i = Vmax$ **then**

Créer pour chaque (u, v) de $E(i-1)$ deux états $(u + w_i, v + v_i)$ et (u, v) et les insérer dans E_i.

Pour chaque valeur v, garder au maximum un état (u, v) dans $E(i)$ avec u maximal.

end if

Retourner $max(u, v)$ dans $E_n(u)$

end for

Exemple 5. Ce qui suit est une instance du problème de la section (3.3.1) avec le poids maximal v=10 et les valeurs suivantes :

Objet	1	2	3
Poids	7	6	4
Valeur	11	8	5

Après calcul on obtient

	Poids	Valeur	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	7	11	0	0	0	0	0	0	0	11	11	11	11
2	6	8	0	0	0	0	0	0	8	11	11	11	11
3	4	5	0	0	0	0	5	5	8	11	11	11	13

et l'état $(13, 10)$ qui confirme l'utilité maximale égale à 13.

Résolution du problème d'affectation

Le problème introduit dans cette section 3.3.2, peut être résolu par l'algorithme Hongrois (Dezbaseille, 1976). Les étapes de cette méthode sont résumés comme suit :

Algorithm 2 Méthode Hongroise

Étape 1 Soustraire le plus petit élément de chaque ligne et de chaque colonne.

Étape 2 : Recherche d'une solution de coût nul :

1. Prendre la ligne contenant le moins de zéros

2. Encadrer le premier zéro. Barrer les zéros de la ligne et de la colonne du zéro encadré

3. Retour à 1 jusqú'à impossibilité d'encadrer un zéro.

Étape 3 : Recherche d'une solution optimale :

a. Marquer d'une croix les lignes ne contenant aucun 0 encadré (s'il n'y en a pas : FIN)

b. Marquer d'une croix toute colonne qui a un 0 barré sur une ligne marquée

c. Marquer d'une croix toute ligne qui a un 0 encadré dans une colonne marquée

d. Répéter b et c jusqú'à ce qu'il n'y ait plus de ligne ou de colonne à marquer (si toutes les colonnes sont marquées : FIN).

Étape 4 : Traçer un trait sur chaque ligne non marquée et chaque colonne marquée.

a. Choisir le plus petit élément du tableau non barré.

b. L'ajouter aux lignes barrées et le soustraire aux colonnes non barrés.

Retour à l'Étape 2.

Étape 5 : Obtention de la solution optimale (s'il existe une colonne marquée ne contenant pas de zéro encadré). Remplacer alternativement les 0 barrés (resp. encadrés) ayant servi au marquage de cette colonne par des 0 encadrés (resp. barrés).

Exemple 6. Considérons 3 taches et 3 personnes, et une matrice carrée d'ordre 3 contenant le temps nécessaire à chaque personne pour réaliser chaque tâche. On souhaite affecter chaque tâche à une personne afin de minimiser le temps total de réalisation.

$$\begin{pmatrix} & M1 & M2 & M3 \\ P1 & 60 & 30 & 70 \\ P2 & 120 & 50 & 100 \\ P3 & 50 & 110 & 80 \end{pmatrix}$$

L'application de l'algorithme 2, donne :

$$
\begin{array}{cccc}
 & \mathrm{M1} & \mathrm{M2} & \mathrm{M3} \\
\mathrm{x\ P1} & \cancel{30} & \boxed{0} & \cancel{10} \\
\mathrm{P2} & 70 & & 20 \\
\mathrm{x\ P3} & \boxed{0} & \cancel{60} &
\end{array}
\longrightarrow
\begin{array}{cccc}
 & \mathrm{M1} & \mathrm{M2} & \mathrm{M3} \\
\mathrm{P1} & 50 & \boxed{0} & 30 \\
\mathrm{P2} & 50 & & \boxed{0} \\
\mathrm{P3} & \boxed{0} & 60 &
\end{array}
$$

Par conséquent, l'affectation optimale est : $\{(P1, M2), (P2, M3), (P3, M1)\}$.

3.4.2 Méthodes approchées

Méthodes souvent inspirées de mécanismes d'optimisation rencontrés dans la nature. Elles sont utilisées pour les problèmes où on ne connaît pas d'algorithmes de résolution en temps polynomial et pour lesquels on espère trouver une solution approchée de l'optimum global. Typiquement ce type de méthodes, dites heuristiques permettent d'obtenir des solutions de bonne qualité en un temps de calcul réduit, et particulièrement utile pour résoudre des problèmes difficiles sur des instances numériques de grande taille lorsque les méthodes exactes échouent. Elles peuvent aussi être utilisées afin d'initialiser une méthode exacte (Branch and Bound).

Elles sont fondées principalement sur des heuristiques, qui peuvent être spécifiques à un type de problème. Parmi ces heuristiques, on trouve les métaheuristiques qui fournissent des schémas de résolution généraux permettant de les appliquer potentiellement à tous les problèmes. Cette dernière catégorie est subdivisée en deux grandes familles :

les méthodes de recherche locale à solution unique telle que : *la méthode de descente*, *le Recuit Simulé* et *la recherche Tabou*.

les méthodes évolutionnaires à base de population de solutions comme : *les algorithmes génétiques*.(Farouk, 2019)

3.5 Programmation linéaire en nombre entiers

La programmation en nombres entiers n'est pas uniquement un outil de modélisation mais comprend également un ensemble de méthodes de résolutions pour des problèmes d'optimisation combinatoire. Elle a pour objet l'étude et la résolution des problèmes d'optimisation dans les quels la fonction objective aussi bien que les contraintes sont exprimées de manièr linéaire, elle cherche a déterminer la meilleur solution possible sous certaines contraintes.(MAQROT, s. d.) En particulier, elle évoque des solutions où un grand nombre de ressources telles que la main d'œuvre, les machines de divrs manière disponnibles doivents être combinées afin d'obtenir des produits de toute nature.

Définition 3.5.1. Un problème d'optimisation en nombre entier est un problème où tout les variables sont contraintes à ne prendre que des valeurs entière, ce programme linéaire en nombre entier est écrit de la manière suivante :

$$(PLNE)\begin{cases} min \quad z = cx \\ Ax \geq b \\ x \geq 0 \qquad\qquad x \in \mathbb{N}^n \end{cases}$$

Si on examine un programme linéaire en nombre entier on constate qu'il est composé :

* D'une fonction objective qu'on cherche à minimiser
* D'un système d'équations linéaire $Ax \geq b$
* D'un système de contrainte d'appatrenance a $\mathbb{N}$ sur les variables $x \in \mathbb{N}$

Résoudre ce programme revient à détérminer les valeurs des variables entières qui minimissent la fonction z.

Exemple 7. (Un problème de transport)
On reprend l'exemple de la section (3.3.4), pour simplifier, supposons qu'il y a deux usines et trois dépôts. L'offre des usines et les demandes des dépôts sont les suivantes (en nombre de caisses) :

Usine 1 : 550	Dépôt 1 : 100
Usine 2 : 300	Dépôt 2 : 200
	Dépôt 3 : 90

Les coûts de transport de chaque origine vers chaque destination sont donnés dans le tableau ci-dessous (en dinars par caisse) :

Usine	Dépôt		
	1	2	3
1	30	20	10
2	26	16	12

Ainsi, le coût pour transporter une caisse de l'usine 1 au dépôt 1 est de 30, le coût pour transporter une caisse de l'usine 2 vers le dépôt 1 est de 26, et ainsi de suite.
Ce problème peut se formuler sous la forme d'un problème de programmation linéaire. Notons par c_{ij} le coût de transport d'une caisse de l'origine i vers la destination j. Nous avons donc, d'après le tableau précédent :

$$\begin{aligned} c_{11} &= 30 \\ c_{12} &= 20 \\ c_{13} &= 10 \\ c_{21} &= 26 \\ c_{22} &= 16 \\ c_{23} &= 12 \end{aligned}$$

Soit a_i la quantité de caisses disponibles à l'origine i et b_j celle requise à la destination j. Nous pouvons représenter le problème sous forme d'un diagramme. Les lignes qui relient les usines aux dépôts peuvent être considérées comme des routes.

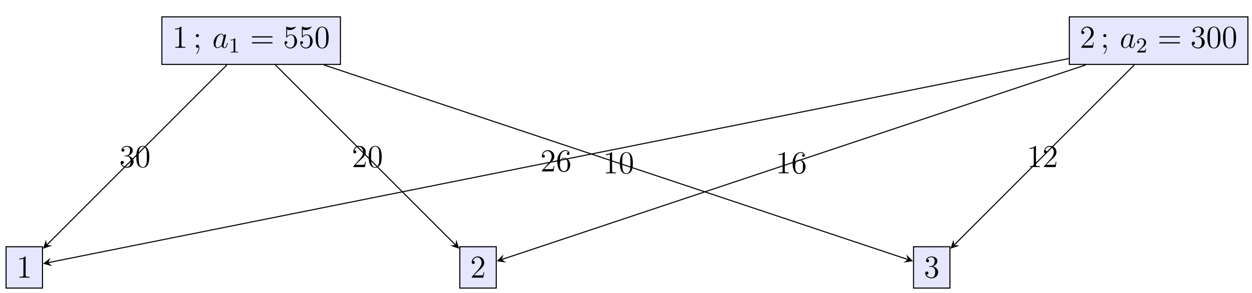


Figure 3.3 – Diagramme qui illustre le problème de transport

On y indique leur coût de transport unitaire respectif. À noter que le nombre de caisses disponibles doit être supérieur ou égal au nombre de caisses requises :

$$a_1 + a_2 \geq b_1 + b_2 + b_3$$

Dans le cas contraire, le problème n'a pas de solutions réalisables. Si x_{ij} représente le nombre de caisses expédiées de l'origine i vers la destination j, le coût total de l'expédition se traduit alors par l'équation :

$$z = \sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{2} c_{ij}x_{ij} = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23}$$

$$z = 30x_{11} + 20x_{12} + 10x_{13} + 26x_{21} + 16x_{22} + 12x_{23}$$

C'est la fonction objectif à minimiser.

Comme il est impossible d'expédier plus de caisses d'une origine donnée qu'il n'y en a de disponibles, nous sommes confrontés aux deux contraintes :

$$\sum_{j=1}^{3} x_{1j} = x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 550 \quad (\textit{usine 1}),$$

$$\sum_{j=1}^{3} x_{2j} = x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 300 \quad (\textit{usine 2}).$$

De plus, il faut approvisionner chacun des trois dépôts avec la quantité requise, ce qui nous donne trois nouvelles contraintes :

$$\sum_{i=1}^{2} x_{i1} = x_{11} + x_{21} = 100 \quad (\textit{dépôt 1}),$$

$$\sum_{i=1}^{2} x_{i2} = x_{12} + x_{22} = 200 \quad (\textit{dépôt 2}),$$

$$\sum_{i=1}^{2} x_{i3} = x_{13} + x_{23} = 90 \quad (\textit{dépôt 3}).$$

Comme il n'est pas possible d'expédier des quantités négatives, nous avons encore les six contraintes de non-négativité suivantes :

$$x_{ij} \in \mathbb{N}, i = 1, 2 et j = 1, 2, 3.$$

Finalement, le programme linéaire à résoudre est :

$$(PLNE)\begin{cases} minimiser \quad z = 30x_{11} + 20x_{12} + 10x_{13} + 26x_{21} + 16x_{22} + 12x_{23}, \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 550, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 300, \\ x_{11} + x_{21} = 100, \\ x_{12} + x_{22} = 200, \\ x_{13} + x_{23} = 90, \\ x_{ij} \in \mathbb{N}, i = 1, 2etj = 1, 2, 3. \end{cases}$$

Cette méthode initialise la réalisation de beaucoup d'autre méthodes de résolution tel que :

* Dans **les méthodes exactes** on cite : *l'algorithme de Branch and Bound*, et *Coupe de Gomory*
* Dans **les méthodes approchées** pour résoudre des problèmes difficile de grande taille on utilese : *les heuristiques* où l'on peut quantifier l'erreur, et *les métaheuristiques.*

Résolution du problème du Bin Packing

L'ordre selon lequel on traite les objets est crucial pour la qualité de la solution. Nous adopterons dans ce qui suit la stratégie ≪ First Fit Decreasing ≫. Dans cette stratégie, une seule boite est considéré initialement. Les objets sont rangés successivement dans la boite courante tant qu'il y a de la place pour l'objet i en cours, sinon cette boite est fermée et une nouvelle boite est ouverte sans fermer la première. Dans une étape intermédiaire où on dispose de k boites ouvertes numérotés de 1 à k selon l'ordre de leur première utilisation, l'objet en cours i est rangé dans la boite de plus faible numéro qui peut le contenir. Dans le cas où aucune boite ne peut contenir i, une nouvelle boite $k + 1$ est alors créée sans fermer les autres.(Dyckhoff, 1990)

Algorithm 3 Bin Packing

1. Trier $B = \{b_1, \ldots, b_n\}$ dans l'ordre décroissant en fonction de w
2. $k := 1$, $S_1 := \emptyset$

for all i=1 to n **do**

  if b_i peut être mis dans S_j avec $j \leq k$ **then**

    Insérer b_i dans S_j

  else

    k=k+1

    Créer un nouveau sac $S_k = \emptyset$

    Insérer b_i dans S_k

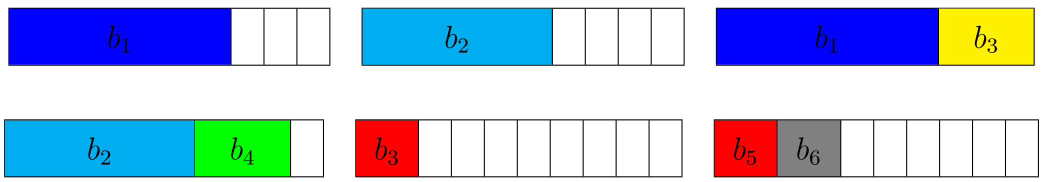
  end if

end for

Exemple 8. Considérons les objets suivants munis de leurs poids. Quel est le nombre minimal de sacs qui peuvent les contenir ?

b_i	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6
w_i	7	6	3	3	2	2

En appliquant l'algorithme **Algorithm** 3, on obtient :



Ainsi, le nombre minimal de sacs est $k = 3$.

Chapitre 4

Formulation et modélisation du problème

4.1 Introduction

La modélisation est un processus qui permet de traduire un phénomène réel en un modèle afin de lui appliquer des outils mathématiques, dans le but de décrire et prévoir le comportement de ce phénomène. Le but de ce chapitre est de proposer une modélisation, ainsi qu'une description d'algorithmes de résolution.

4.2 Position du problème

L'entreprise MORTERO se fixe un objectif à réaliser pour chaque fin de mois, afin de satisfaire sa demande mensuelle selon leur prévisions et la capacité maximale de l'unité. La production de l'entreprise n'est pas saisonnière car parfois elle fait face à des contraintes inattendues comme la non disponibilité de la matière première au niveau des fournisseurs ce qui enchaînent des ruptures de productions, et des changements dans le planning déjà prévu.

MORTERO utilise essentiellement des sables pour fabriquer ses produits, chaque type a

ses caractéristiques spécifiques. Pour faire un réapprovisionnement il faut vider le silo. La différence de couleur du sable implique le changement de dose de pigment dans les premièrs cycles de production. Les produits non conforme sont alors recyclés ou vendus en choix dégradé voir même à moitié prix. La production est liée étroitement à la qualité du sable apporté de telle sorte que s'il est conforme aux normes de l'entreprise ils l'utilisent pour la production, sinon il est renvoyé au fournisseur. Une autre contrainte qui freine la production c'est le manque de fournisseurs locaux du sable en vrac.
Dans ce qui suit on présente le problème de planification hebdomadaire de la production, pour lequel nous disposons d'une liste de produits à réaliser. Pour le lancement de la production qui est étroitement lié aux quantités des composantes disponibles en stock, l'entreprise a comme objectif d'établir un plan de production hebdomadaire, mais en lançant un nombre minimal de produits pour la journée, et ce dans le but d'éviter dans la mesure du possible les temps d'arrêts pour faire le nettoyage.

4.2.1 Le système de production actuel

Afin de se conformer à la réalité de l'entreprise, nous présentons le système de production en place en estimant les capacité de stockage, les taux de production journaliers, mais aussi les moyens physiques, humains et commerciaux.

Stockage

L'entreprise souhaiterait mettre à disposition des ressources les stocks nécessaires afin d'éviter toute situation de rupture. Dans cette logique de base, la solution la plus simple consiste à mettre des stocks un peu partout afin de garantir un taux de service satisfaisant. Le tableau suivant représente les capacités de stockage estimés de chaque produit.

Produit	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9
Capacité max	120650	408675	38586	256225	10600	27475	170525	295625	359450

TABLE 4.1 – La capacité maximale de stockage estimée pour chaque produit.

Produits finis

Comme nous l'avons cité plus haut, l'entreprise utilise essentiellement des sables pour fabriquer ses produits, chaque type a ses caractéristiques spécifiques. Mais aussi, un produit est une combinaison d'adjuvants et de pigments, le mélange homogène sera acheminé ainsi à l'étape de conditionnement pour être conditionné en sac de $25kg$ et $10kg$. Le tableau suivant représente les quantités des divers produits de l'entreprise avec le taux de chaque composant entrant dans la fabrication du produit.

Produit	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_8'	P_9	P_9'
C_1	78%	77%	79%	63%	63%	59%					
C_2							72%				
C_3	17%	22%	20%	35%	35%	35%	15%	12%	12%	12%	12%
C_4	5%						13%	33%	13%		26%
C_5										26%	
C_6								24%	5%		30%
C_7										30%	
C_8								31%			32%
C_9										32%	
C_{10}									70%		

TABLE 4.2 – Taux des composants figurants dans chaque produit

Remarque 5. Pour des raisons de confidentialté de l'entreprise, nous ne citerons que des codes attribués aux produits et composants.

4.2.2 Formulation mathématique du problème

Pour la formulation mathématique, nous allons considérer les notations suivantes :

- n **:** le nombre des produits finis de l'entreprise.
- P_k **:** le produit k, $0 \leq k \leq n$.

- R_k **:** le prix de vente du produit P_k, $0 \leq k \leq n$.
- m **:** le nombre de composants.
- C_l **:** le composant l, $1 \leq l \leq m$.
- x_{ij} **:** la quantité du composant i qui rentre dans la fabrication du produit j.
- B_k **:** la capacité de stockage du produit P_k.
- q_{lk} **:** la quantité nécessaire du composant C_l pour produir une unité du produit P_k.
- Q_{kj} **:** la quantité de P_k produite le jour j.
- D_l **:** la quantité disponible du composent C_l en stock.
- S_{kj} **:** la quantité du produit P_k disponible en stock.
- V_{kj} **:** la quantité vendue du produit P_k le jour j.
- T **:** le temp nécessaire pour le nettoyage entre deux produits successifs.
- T_i **:** le temp nécessaire pour produire 1 tonne du produit P_i.
- np_j **:** le nombre de produits réalisés dans la journée j, $j = 1 \ldots 7$.
- np_s **:** le nombre de produits réalisés dans une semaine.

On considère d'une part, la matrice suivante qui représente les différentes quanités à produire sur un horizon d'une semaine de chaque produit :

$Q =$

Produit	1	2	...	j	...	7
P_1	$Q_{1,1}$	$Q_{1,2}$	...	$Q_{1,j}$		$Q_{1,7}$
P_2						
...						
P_i				$Q_{i,j}$		
...						
P_n	$Q_{n,1}$					$Q_{n,7}$

où $Q_{i,j}$ représente la quantité du produit P_i, à fabriquer le jour j, $0 \leq i \leq n$, $j = 1 \ldots 7$. et d'autre part, la matrice suivante qui représente les différents composants necessaires pour la fabrication de chaque produit :

$C =$

Produit	1	2	...	j	...	m
P_1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,j}$		$C_{1,m}$
P_2						
...						
P_i				$C_{i,j}$		
...						
P_n	$C_{n,1}$					$C_{n,m}$

où $C_{i,j}$ vaut 1, si le composant i entre dans la fabrication du produit P_j, $0 \leq i \leq m$, $0 \leq j \leq n$. 0 sinon.

Ainsi, le problème de planification de la production est formulé comme suit :

$$\max \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} R_i Q_{i,j} \tag{4.1}$$

s/c

$$\sum_{j=1}^{m} x_{i,j} C_{i,j} \leq D_j, \quad i = 1, \ldots, n \tag{4.2}$$

$$Q_{k,j} \leq B_k - V_{k,j}, \quad k = 1, \ldots, n, \quad j = 1, \ldots, 7, \tag{4.3}$$

$$\sum_{i=1}^{n} T_i \leq H - (n-1)T, \tag{4.4}$$

$$C_{i,j} \in \{0, 1\}, \tag{4.5}$$

$$Q_{i,j} \geq 0, \tag{4.6}$$

La fonction objectif (4.1) de ce modèle donne la somme des quantités des différents produits sur l'horizon de planification d'une semaine. La contrainte (4.2) assure que pour chaque composant, la somme des quantités utilisées ne dépasse pas la quantité disponible en stock. La contrainte (4.3) garantit que la quantité fabriquée d'un produit fini ne dépasse pas sa capacité de stockage. La contrainte (4.4) assure que le temps alloué pour la fabrication des produits est inférieure ou égale au temps de travail.

4.2.3 Processus de résolution

La demarche générale est basée sur la résolution des itérations successives d'un problème de programmation linéaire et d'un problème de Bin packing telles que : la première itération correspond au problème initial et l'itération (k+1) correspond au problème (k) avec prise en compte des niveaux de stock des produits finis. Le niveau de stock est mis à jour selon la formule suivante :

$$S_{k,j} = S_{k,j} + Q_{k,j} - V_{k,j}, \quad j = 1 \ldots 7$$

4.3 Heuristique de résolution

Pour trouver une solution idéale pour ce problème qui sert à maximiser la production et minimiser le temp de nettoyage on a utilisé comme méthode : la programmation linéaire pour le problème de maximisation de la production, la méthode de Bin-Paking pour le problème de minimisation des temps de nettoyage.
passant par les étapes suivantes :
Étape 1 **:** Saisir les paramètre d'entrée du programme linéaire ;
Étape 2 **:** On commence par la résolution du problème linéaire cité dans la section (4.2.2) en fonction des paramètres introduits ;
Étape 3 **:** On vérifie si la solution P^* obtenu est réalisable ou non ;
◇ Dans le cas où P^* est non réalisable, on dit qu'il n'y a pas de vecteur qui maximise la production ; retour à l'*Étape* 1 ;
◇ Dans le cas où P^* est réalisable on dit qu'on a trouvé une solution optimal qui maximise la production ; on passe à l'étape suivante ;
Étape 4 **:** On applique l'agorithme (3) du bin packing dans le but de diminuer les temps de nettoyage. Tel que P^* est la solution obtenu dans l'*Étape* 3, a_i les capacité horaire des P^*, et S le vecteur solution ;
Étape 5 **:** Mettre a jour des quantité de stock par la formule suivante :

$$S_{k,j} = S_{k,j} + Q_{k,j} - V_{k,j}, \quad j = 1 \ldots 7.$$

Étape 6 **:** On répète le processus jusqu'à obtenir un planing de 7 jours.

4.4 Application numérique

D'aprés les données récoltées de l'entreprise on a établi une étude comparative entre un planning d'une semaine extrait des réalisation de l'entreprise (Annexe), et un planning generé à travers la résolution de l'heuristique présentée dans la section précédante (4.3).
On représante dans le tableau suivant une semaine extraite des valeurs réalisées dans l'entreprise.

jours	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	Total Tonne	sacs
22		123200							205725	328925	13157
23		150925						137425		288350	11534
24								279150		279150	11166
25		207700						75725		283425	11337
26		79075						14050	194625	287750	11510
27	114600							145450	78400	338450	13538
28	5000	125600		53900						184500	7380

TABLE 4.3 – Réalisation de la 3^{me} semaine de Janvier 2022.

On remarque que les produits les plus demandé durant cette semaine sont P_2 et P_8. On a calculé le temp necessaire pour la fabriquation de ces réalisations présentés dont le tableau suivant :

	Produit choisit	T.prod (H)	T.Nettoy
Jour 1	$(0; P_2; 0; 0; 0; 0; 0; 0; P_9)$	$(0; 5; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 10)$	20 min
Jour 2	$(0; P_2; 0; 0; 0; 0; 0; P_8; 0)$	$(0; 7; 0; 0; 0; 0; 0; 7.20; 0)$	20 min
Jour 3	$(0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; P_8; 0)$	$(0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 15; 0)$	0 min
Jour 4	$(0; P_2; 0; 0; 0; 0; 0; P_8; 0)$	$(0; 11; 0; 0; 0; 0; 0; 4; 0)$	20 min
Jour 5	$(0; P_2; 0; 0; 0; 0; 0; P_8; P_9)$	$(0; 4; 0; 0; 0; 0; 0; 0.30; 10)$	40 min
Jour 6	$(0; P_2; 0; 0; 0; 0; 0; P_8; P_9)$	$(0; 5; 0; 0; 0; 0; 0; 6; 4)$	40 min
Jour 7	$(P_1; P_2; 0; P_4; 0; 0; 0; 0; 0)$	$(0.26; 6; 0; 3; 0; 0; 0; 0; 0)$	40 min

TABLE 4.4 – Temp de fabriquation des réalisation de la $3^{ème}$ semaine de Janvier 2022.

On remarque que les temps de fabriquation sont dans la norme des $16h$, mais les temps consacré pour le nettoyage est bien grand, la cause principal est les changement fréquant des produit.
On appliquant l'heuristique qu'on propose, on presente l'exemple des quantité suivant :

jours	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9
1	111025	216925	0	53900	0	0	0	279150	271600
2	120650	408675	0	62150	0	5725	121700	195925	331200
3	0	227625	0	256225	10600	27475	31600	295625	359450
4	0	147875	0	110100	0	7350	170525	288200	316800
5	0	102625	104650	53200	167425	148400	31200	251450	186200
6	90000	0	359450	227625	0	56125	26900	196125	59325
7	27475	3000	192875	126100	84725	295625	109300	61675	110800

TABLE 4.5 – Réalisation retrouvée à partir du PL.

On transforme dans le tableau qui suit les quantite du tableau (4.5) présédant en heur de fabriquation :

jours	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9
1	5h	10h	0	2h	0	0	0	13h	12h
2	5h	19h	0	3h	0	16min	6h	9h	15h
3	0	10h	0	12h	30min	1h	2h	14h	17h
4	0	7h	0	5h	0	20min	8h	13h	15h
5	0	5h	6h	3h	9h	8h	2h	13h	10h
6	5h	0	19h	12h	0	3h	1h	10h	2h
7	2h	10min	10h	7h	4h	15h	5h	3h	6h

TABLE 4.6 – Les temps de fabriquation des quantitées.

D'après les tableaux (4.5) et (4.6) récédant on et on appliquant l'algorithme 3 du Bin-Packing, on obtien le planning final suivant :

	Sol.PL	Sol.BP	T.Nettoy
Jour 1	$(P_1; P_2; 0; P_4; 0; 0; 0; P_8; P_9)$	$(P_4; P_8)$	20 min
Jour 2	$(P_1; P_2; 0; P_4; 0; P_6; P_7; P_8; P_9)$	(P_2)	0 min
Jour 3	$(0; P_2; 0; P_4; P_5; P_6; P_7; P_8; P_9)$	(P_3)	0 min
Jour 4	$(0; P_2; 0; P_4; 0; P_6; P_7; P_8; P_9)$	$(P_6; P_9)$	20 min
Jour 5	$(0; P_2; P_3; P_4; P_5; P_6; P_7; P_8; P_9)$	$(P_7; P_8)$	20 min
Jour 6	$(P_1; 0; P_3; P_4; 0; P_6; P_7; P_8; P_9)$	(P_3)	0 min
Jour 7	$(P_1; P_2; P_3; P_4; P_5; P_6; P_7; P_8; P_9)$	(P_6)	0 min

TABLE 4.7 – Exemple de génération d'un planning.

Remarque 6. On peut classifier les produits de l'entreprise en trois (3) classe : les produits $P_2; P_4; P_8; P_9$ reviens souvants dans les plannings de production,c'est les produits les plus demandé sur le marché.
Les produits $P_3; P_5; P_6$ sont moins fabriqué mais demandé sur le marché.
Les produits $P_1; P_7$ sont rarement fabriqué car la demande est faible, l'entreprise les fabrique que si il y a une commande et juste la quantité demandé.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre après avoir modéliser et formuler le problème, on a entamer une étude comparative entre un planning d'une semaine exstrait des réalisation de l'entreprise, et un planning generé à travers la résolution de l'heuristique.
On remarque que les temps de nettoyages du planning (4.7) sont réduit par rapport à celui de l'entreprise (tableau 4.4) tout en ayant maximiser la production.

Conclusion générale

L'exploitation de la gestion de production au sein de l'entreprise MORTERO nous a permit d'étudier la chaîne logistique ainsi que son organisation. L'entreprise est confrontée à une situation où elle a des ruptures de production dues au manque de matière première. C'est pour cela qu'elle a fait appel au méthodes de recherche opérationnelle pour obtenir une amélioration du planinng de production tout en evitant les pertes de temps dans le nettoyage. Dans un premier temps, grâce à la description du système étudié on a élaboré un modèle mathématique qui maximise la production, cette partie est entamée par la résolution d'un programme linéaire, le choix de cette méthode est motivée par le fait qu'elle évoque des solutions où un grand nombre de ressources doivent être combinées afin d'obtenir des résultats.

Dans la deuxième partie, on a fait en sorte de minimiser les temps de nettoyage, cela est fait grâce à la mèthode du Bin-Packing, le choix de cette mèthode est choisi car il y a une ressemblance entre les deux problèmes.

La solution obtenue, représente un planning de production qui maximise la production et permet d'éviter dans la mesure du possible les temps de nettoyage effectués après chaque changement de produit.

Références

Anthony, R. N. (1965). *Planning and control systems : A framework for analysis*. Harvard University, Graduate School of Business Administration, Cambridge, Massachussets.

Aoudia, Z. (2018). *Cours de l3 en optimisation combinatoir*. Départememt de recherche Opérationnelle, Université de Béjaia.

Dauzère-Pérès, S. (1992). *Planification et ordonnancement de la production : une approche intégrée cohérente*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse, France.

Dezbaseille, G. (1976). *Exercices et problèmes de recherche opérationnelle*. Dunod.

Dyckhoff, H. (1990). A typology of cutting and packing problem. *European Journal of Operational Research*, *145*, 145-159.

Farouk, B. (2019). *Thèse de doctorat contribution à l'étude des problèmes d'optimisation des problèmes de scheduling*. Université de Biskra.

Giard, V. (2003). *Gestion de la production et des flux*. Economica.

Gotha. (1993). Les problèmes d'ordonnancement. *RAIRO- Recherche opérationnelle/Operations Research*, *27*(1), 77-150.

Hétreux, G. (1996). *Structures de décision multi-niveaux pour la planification de la production : Robustesse et cohérence des décisions*. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, France.

Lopez, P. (1991). *Approche énergétique pour l'ordonnancement de tâches sous contraintes de temps et de ressources*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse, France.

MAQROT, S. (s. d.). *Thèse de doctorat, méthodes d'optimisation combinatoire en programmation mathématique application à la conception des systèmes de verger-maraîcher*. Université Toulouse 3 Paul Sabatier.

Miller, T. (2001). *Hierarchical operations and supply chain planning*. Springer.

Rota, K. (1998). *Coordination temporelle de centres gérant de façon autonome des ressources : application aux chaînes logistiques intégrées en aéronautique*. Thèse de doctorat, Sup'aéro, France.

Sakarovitch, M. (1984). *Optimisation combinatoire : Graphes et programmation linéaire*. Hermann, Paris.

Wolosewicz, C. (2008). *Approche intégrée en planification et ordonnancement de la production*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, Gardanne, France.

Annexe

jours	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	Total Tonne	sacs
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8									32000	3200	128
9											
10											
11								36475	8200	44675	1787
12								103850	58400	162250	6490
13									216000	216000	8640
14								19200	172425	191625	7665
15								192925		192925	7717
16	53200	122900						98375		274475	10979
17								219425		2194525	8777
18		216925						69350		286275	11451
19								212025		212025	8481
20	111025	102623						104650		318300	12732
21									271600	271600	10864
22		123200							205725	328925	13157
23		150925						137425		288350	11534
24								279150		279150	11166
25		207700						75725		283425	11337
26		79075						14050	194625	287750	11510
27	114600							145450	78400	338450	13538
28	5000	125600		53900						184500	7380
29		167425							148400	315825	12633
30		31200							251450	282650	11306
31		186200								186200	7448

TABLE 4.8 – Réalisation journalière -Janvier 2022-

j	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	Total(Kg)	sacs
1		290200							181875	472075	18883
2	120650	71700							131325	323675	12947
3		150275						186850		337125	13485
4		177975								177975	7119
5		408675								408675	16347
6		215275				5725				221000	8840
7		44400					121700	151600		317700	12708
8		166275					74400			240675	9627
9	78400							190100		268500	10740
10	97375	16425		62150						175950	7038
11											
12											
13								1164125		164125	6565
14											
15	17600	62400						139700		219700	8788
16		208550							68175	276725	11069
17		107600						56000	54875	218475	8739
18		67500						55800	138175	261475	10459
19											
20								195925	123200	319125	12765
21								3150	331200	334350	13374
22		184250						135575		319825	12793
23	181050								136000	317050	12682
24		216800						25875		242675	9707
25		225275							28800	254075	10163
26		17400						158225	194200	369825	14793
27		91700							70850	162550	6502
28								52225	52225	2089	

Table 4.9 – Réalisation Journalière -Février 2022-

j	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	Total(T)	sacs
1								90000	359450	449450	17978
2		227625						56125	26900	310650	12426
3		196125						59325	22225	277675	11107
4				254750				95375		350125	14005
5		189850								189850	7594
6				256225	10600					266825	10673
7		164950								164950	6598
8								132850		132850	5314
9		8325		60775				104600		173700	6946
10		3275		117025				6475	78650	205425	8217
11				62350		27475		3000		92825	3713
12								192875		192875	7715
13				126100				84725		210825	8433
14								295625		295625	11825
15		159125		17600				80600		257325	10293
16		109300		61675				110800		281775	11271
17		207050						88425		295475	11819
18		27875						141250		169125	6765
19		36075		141825				55175		233075	9323
20		52325		71125				71150		194600	7784
21		116025						171075		287100	11484
22		159175						190400		349575	13983
23								230400		230400	9216
24		81175						179300		260475	10419
25							31600	76525		108125	4325
26		217200								217200	8688
27								179000		179000	7160
28	78625							110125		188750	7550
29		51150						148675		199825	7993
30											
31											

TABLE 4.10 – Réalisation journalière -Mars 2022-

j	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	Total(Kg)	sacs
2				88925						88925	3557
3								196400		196400	7856
4		147875						89600		237475	9499
5								122250		122250	4890
6		70125		21975						92100	3684
8		114300		98575		7350				220225	8809
9		5925		110100						116025	4641
10							52775		179775	232550	9302
11							22875		96625	119500	4780
12									145400	145400	5816
13								47500	155600	203100	8124
14							45325	156775	10025	212125	8485
15							162525		162500	325025	13001
16							13800		202400	216200	8648
17								119550	120725	240275	9611
18							125600	22400	121175	269175	10767
19							129400	57900	76875	264174	10567
20								237400		237400	9496
21								38400	103800	142200	5688
22								193825		193825	7753
23							170525			170525	6821
24									316800	316800	12672
25								288200		288200	11528
26							81325		216975	298300	11932
27							21075	246052		267100	10684
28							72100	146725	32800	257625	10305
29									287200	287200	11488
30									198000	198000	7920

TABLE 4.11 – Réalisation journalière -Avril 2022-

Résumé

Dans ce mémoire on s'intéresse à la production de l'entreprise MORTERO SPA, nous nous interrogeons sur la planification hebdomadaire de la production, et la possibilité de réaliser une amélioration qui pourra diminuer les reptures de production tout en lancant un nombre minimal de produits dans la journée. Dans un premier temps on a élaboré un modèle mathématique qui maximise la production, puis on a fait en sorte d'éviter les temps de nettoyage. La solution obtenue, représente un planning de production qui maximise la production et permet d'éviter dans la mesure du possible les temps de nettoyage effectués après chaque changement de produit.

Mots clés : MOTRERO SPA ,Optimisation Combinatoir, Programmation Linéaire, Bin-Packing.

Abstract

In this work, we are interested in the production of the company, we wonder about the weekly planning of the production, and the possibility of carrying out an improvement which will be able to decrease the break in production, while launching a minimal number of products in the daytime. First, we developed a mathematical model that maximizes production, then we made sure to avoid cleaning times. The solution obtained represents a production schedule that maximizes production and avoids, as far as possible, cleaning times carried out after each product change.

Keywords : MOTRERO SPA , Combinatorial Optimization, Linear Programming, Bin-Packing.
