

*République Algérienne Démocratique et Populaire*  
*Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique*

*Université A.MIRA – BEJAIA*



*Faculté des Sciences Exactes*

*Département de Physique*

*Mémoire de master*

*Spécialité: Dynamique des fluides et énergétique*

**THEME**

*Contribution à l'étude des instabilités de  
type Rayleigh-Bénard*

*Présenté par :*

- **OUARET ASSIA**
- **REMINI RYMA**

*Devant le jury composé de MM.*

*Ziani*

*Lynda*

*MCB*

*Président*

*Meziani-Ourrad*

*Ouerdia*

*Professeur*

*Examinatrice*

*Amatousse*

*Nawel*

*Professeur*

*Encadreur*

**Année Universitaire 2021/2022**

## ***Dédicace***

*C'est avec toute mon affection que*

*Je dédie ce travail :*

*À celui qui m'a donné vie et qui m'a apporté sans cesse*

*Son amour, mon Père*

*À ma très chère Mère qui m'a apporté sans cesse amour, soutien  
et encouragement, et qu'elle trouve ici l'expression de mes vives  
reconnaisances.*

*Mes très chers Frères et Sœurs, leurs fils et filles.*

*À tous mes amis et toutes personnes que j'aime.*

***Assia***

## ***Dédicace***

*Je dédie ce modeste travail :*

*À ma source de tendresse, l'être la plus chère au monde, la femme la plus patiente, ma très chère Mère.*

*À mon idéal, l'être le plus généreux, mon très cher Père qui m'ont prodigués conseils et encouragements le long de ses années.*

*À ma très chère grand-mère.*

*À mes frères et mes sœurs.*

*À mes nièces, et mes neveux.*

*À toute ma famille.*

*À la mémoire de mon oncle décédé tout récemment puisse dieu le miséricordieux ait pitié de son âme.*

***Ryma***

## **Remerciements**

*Nous commençons tout d'abord par remercier Dieu le très haut et miséricordieux par excellence qui nous a inspiré durant la conception de ce mémoire.*

*Nos remerciements les plus sincères s'adressent de même à **M<sup>me</sup> AMATOUSSE NAWEL** qui nous a fait l'honneur d'être notre encadrante.*

*Nous la remercions profondément pour son encouragement continue et aussi d'être toujours là pour nous écouter, nous aider et nous guider à retrouver le bon chemin par sa sagesse et ses précieux conseils.*

*Mes remerciements s'adressent également aux membres du jury d'avoir accepté de participer au jury, de lire et d'évaluer ce travail.*

*Nous tenons à remercier également tous les Profs du Département de Physique et toutes les personnes qui ont contribué à l'aboutissement de ce modeste travail.*

# Liste des Figures

<b>Fig. I.1:</b> schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection.....	7
<b>Fig. I.2:</b> convection naturelle dans une Brise de mer .....	7
<b>Fig. I.3:</b> nuage créé par changement de température.....	7
<b>Fig. I.4:</b> Four à turbine (convection forcée).....	8
<b>Fig. I.5:</b> Rouleaux d'instabilité de Rayleigh-Bénard.....	9
<b>Fig. I.6 :</b> (a) image réelle d'apparition des cellules Rayleigh-Bénard après l'expérience physique (b) vue microscopique des cellules de Bénard .....	9
<b>Fig. I.7:</b> Schématisation de l'écoulement à l'intérieur d'une cellule de Rayleigh-Bénard (à gauche). Profil moyen de température suivant la hauteur de la cellule (à droite).....	10
<b>Fig. I.8:</b> mouvement de fluide entre les deux parois soumises à une différence de température (convection de Rayleigh-Bénard).....	11
<b>Fig. I.9:</b> la convection Rayleigh-Bénard (mécanisme physique).....	11
<b>Fig. II.1 :</b> Géométrie du problème .....	24
<b>Fig. III.1 :</b> Volume de contrôle bidimensionnel.....	32
<b>Fig. III.2:</b> Volume de contrôle décalé vers la droite. ....	32
<b>Fig. III.3 :</b> Volume de contrôle décalé vers le haut. ....	33

# Liste des Tableaux

<b>Tab I.1:</b> Corrélations expérimentales en convection naturelle- valeurs des paramètres C et n15	
<b>Tab. II.1 :</b> Conditions aux limites .....	24
<b>Tab III.1 :</b> les paramètres thermo-physiques de l'air à T=300°K.....	29
<b>Tab III.2 :</b> Propriétés thermo-physiques du Gallium.....	29
<b>Tab III.3 :</b> lignes de courant de l'air en fonction du nombre de Rayleigh avec une Source de chaleur de longueur $\varepsilon = 10\text{mm}$ .....	34
<b>Tab III.4:</b> lignes de courant de l'air en fonction du nombre de Rayleigh avec une Source de chaleur de longueur $\varepsilon = 40\text{mm}$ .....	34
<b>Tab III.5 :</b> lignes de courant de l'air en fonction du nombre de Rayleigh avec une Source de chaleur de longueur $\varepsilon = 4\text{mm}$ .....	35
<b>Tab. III.6:</b> Lignes de courant du Gallium en fonction du nombre de Rayleigh avec une source de chaleur de longueur $\varepsilon = 10\text{mm}$ .....	36
<b>Tab III.7</b> isothermes obtenues pour une source de chaleur de longueur $\varepsilon = 40\text{mm}$ pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.....	37
<b>Tab III.8 :</b> isothermes obtenues pour une source de chaleur de longueur $\varepsilon = 4\text{mm}$ pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.....	38
<b>Tab III.9:</b> isothermes obtenues pour une source de chaleur de longueur $\varepsilon = 10\text{mm}$ pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.....	38
<b>Tab III.10 :</b> isothermes obtenues pour une source de chaleur de longueur $\varepsilon = 10\text{mm}$ pour différentes valeurs de nombre de Rayleigh.....	39
<b>Tab III.11:</b> comparaison des isothermes, cas de l'air (a) les résultats obtenus expérimentalement par Calcagni et al pour $Ra=18.36 \cdot 10^4$ (b) nos résultats pour un $Ra=18.36 \cdot 10^4$ .....	40
<b>Tab III.12:</b> comparaison des isothermes, cas de l'air (a) Résultats obtenus expérimentalement par Calcagni et al. pour $Ra=18.6 \cdot 10^4$ (b) nos résultats pour un $Ra=18.6 \cdot 10^4$ .....	41

# NOMENCLATURE

## Symboles latin :

$u$	la composante du vecteur vitesse suivant x
$v$	la composante du vecteur vitesse suivant y
$t$	Le temps, [s]
$g$	L'Accélération de la pesanteur, [m <sup>2</sup> /s]
$T$	La Température, [K]
$P$	La pression, [Pa]
$L$	Longueur des parois de la cavité, [m]
$C_p$	La chaleur spécifique à pression constante, [J/kg K]
$t_0$	Le temps adimensionnel
$Pr$	Le nombre de Prandtl
$Ra$	Le nombre de Rayleigh
$Gr$	Le nombre de Grashof
$Nu$	Le nombre de Nusselt
$h$	Le coefficient de convection, [W/m <sup>2</sup> . °C]
$L_c$	La longueur caractéristique.
$\Delta T$	La différence de température
$(x, y)$	Les coordonnées cartésiennes
$T_f$	La température froide [k]

## Lettres grecs

$\theta$	La température adimensionnelle [K].
$\beta$	Le coefficient de dilatation à pression constante, [1/K]
$\alpha$	La diffusivité thermique, [m <sup>2</sup> /s]
$\lambda$	La conductivité thermique, [W/m K]
$\rho$	La masse volumique du fluide, [kg/m <sup>3</sup> ]
$\mu$	La viscosité dynamique, [kg/m s]

$\nu$  La viscosité cinématique, [m<sup>2</sup>/s]  
 $\rho_0$  La masse volumique de référence

### **Acronymes**

**CRB** : Convection de Rayleigh-Bénard

**CDC** : Convection différentiellement chauffée

# Table des matières

Remerciement

Dédicace

Liste des figures

Liste des Tableaux

Table de matière

NOMENCLATURE

**Introduction Générale**..... 1

## CHAPITRE I:

### Généralités et Synthèse Bibliographique

1. Introduction .....	6
2. Le phénomène de convection .....	6
2.1. La convection naturelle ou libre .....	7
2.2. La convection forcée .....	8
2.3. La convection mixte .....	8
3. Instabilité de Rayleigh-Bénard .....	8
4. Mécanisme de la convection de Rayleigh-Bénard .....	11
5. Les Nombres Adimensionnels .....	12
5.1 Les Nombres Adimensionnels courants en transfert de chaleur .....	12
5.1.1. Nombre de Prandtl .....	12
5.1.2. Nombre de Grashof .....	12
5.1.3. Nombre de Rayleigh.....	13
5.1.4. Nombre de Nusselt .....	13
6. Corrélations expérimentales en convection naturelle.....	13
7. Synthèse Bibliographique .....	15
8. Conclusion.....	17

## Chapitre II :

### Modélisation et Formulation Mathématique du problème.

1. Introduction .....	20
2. Hypothèses simplificatrices.....	20
3. Formulation Mathématique du problème .....	21
3.1. Conservation de la masse (équation de continuité):.....	21
3.2. Conservation de la quantité de mouvement : .....	22
3.3. Conservation de l'énergie : .....	22
4. Approximation de Boussinesq .....	23
5. Géométrie du problème et Conditions aux limites.....	24
5.1. Géométrie : .....	24
5.2. Conditions aux limites : .....	25
6. Analyse adimensionnelle.....	26
7. Conclusion.....	27

## Chapitre III :

### Expérimentation Numérique

1. Introduction .....	28
2. Description du problème physique.....	28
3. Présentation du logiciel ANSYS FLUENT : .....	29
4. Présentation de la Méthode des volumes finis .....	30
5. Le Maillage .....	32
6. Résultats et Discussion.....	33
7. Comparaison des résultats .....	40
8. Conclusion.....	41
<b>Conclusion Générale</b> .....	42

### Références Bibliographiques

### Résumé

# *CHAPITRE I:*

## *Généralités et Synthèse Bibliographique*

## 1. Introduction

La convection est le mécanisme le plus important de transfert de chaleur entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Lorsque deux systèmes sont à des températures différentes, le système le plus chaud cède de la chaleur au plus froid, il y a échange thermique ou encore transfert thermique entre ces deux systèmes.

Le mécanisme de cette transmission de chaleur s'effectue suivant trois modes : conduction, convection et rayonnement.

L'étude de la convection naturelle des fluides dans les cavités a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de ces études réside dans son implication dans de nombreux phénomènes naturels et industriels tels que le refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires, les isolations des bâtiments, l'industrie métallurgique, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi-conducteurs...

Ce chapitre sera consacré à des généralités sur le phénomène de convection naturelle et à une revue bibliographique des principaux travaux inhérents à la convection naturelle laminaire dans une cavité carrée remplie d'un fluide et munie d'une source chauffante placée sur sa paroi inférieure.

## 2. Le phénomène de convection

La convection est le mode de transmission de la chaleur qui se produit au sein des milieux fluides (liquides ou gaz). Elle est caractérisée par un transfert de chaleur associé à un mouvement de fluide.

Le transfert par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes :

D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux molécules adjacentes du fluide. La chaleur ainsi transmise sert à faire augmenter la température et l'énergie interne de ces molécules.

Ensuite les molécules vont se mélanger avec d'autres molécules situées dans une région à une température inférieure et transférer une partie de leur énergie. Dans ce cas, l'écoulement transporte le fluide et l'énergie. L'énergie est, à présent, emmagasinée dans les molécules du fluide et elle est transportée sous l'effet de leurs mouvements. [1]

Selon la nature du mécanisme qui provoque le mouvement du fluide, on distingue trois types de convection :

- la convection naturelle ou libre
- La convection forcée
- La convection mixte

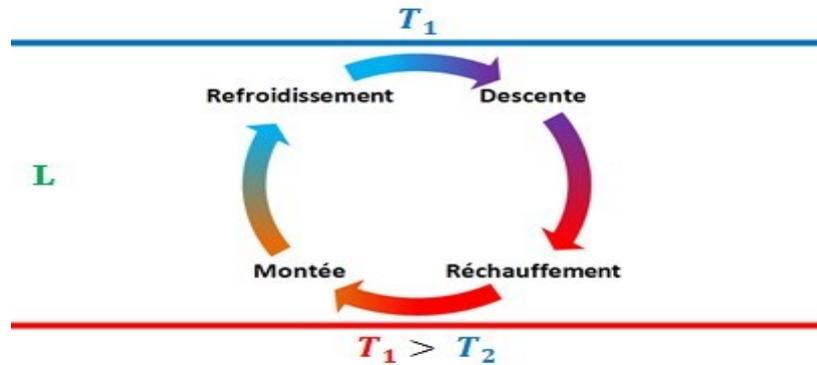


Fig. I.1: schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection

## 2.1. La convection naturelle ou libre

La convection naturelle, appelée aussi convection libre, est un mécanisme, ou type de transport de masse et de chaleur, dans lequel le mouvement du fluide est généré uniquement par des différences de densité dans le fluide (lorsqu'un gradient induit un mouvement dans le fluide). [2]

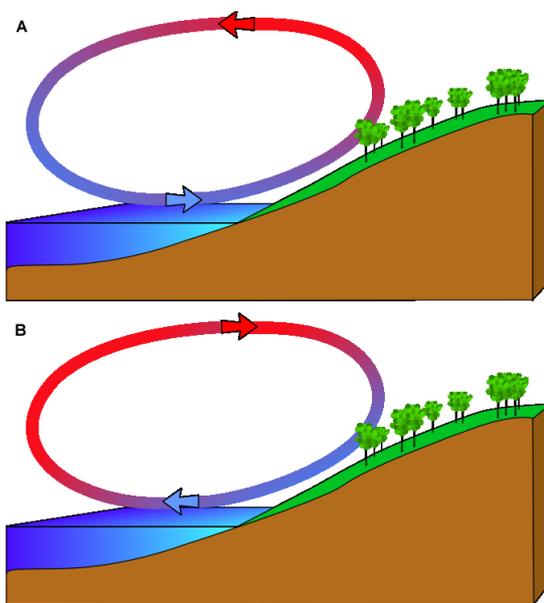


Fig. I.2: convection naturelle dans une Brise de mer.

Fig. I.3: nuage créé par changement de température.

## 2.2. La convection forcée

La convection forcée est provoquée par une circulation artificielle de fluides (pompes, turbines, ventilateur). La vitesse de transmission est plus rapide que dans le cas de la convection naturelle. On la trouve dans les appareils de chauffage central avec accélérateurs, radiateurs électriques avec ventilateurs, chauffe-eau solaire et fours à turbine.

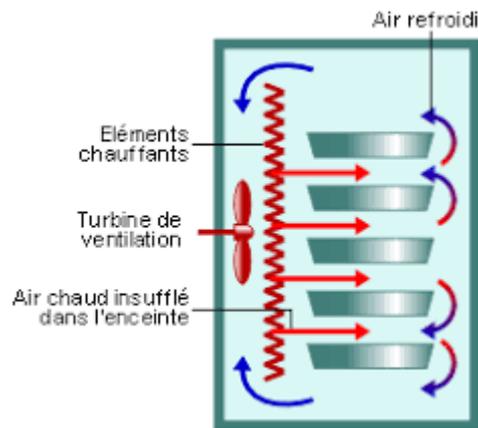


Fig. I.4: Four à turbine (convection forcée)

## 2.3. La convection mixte

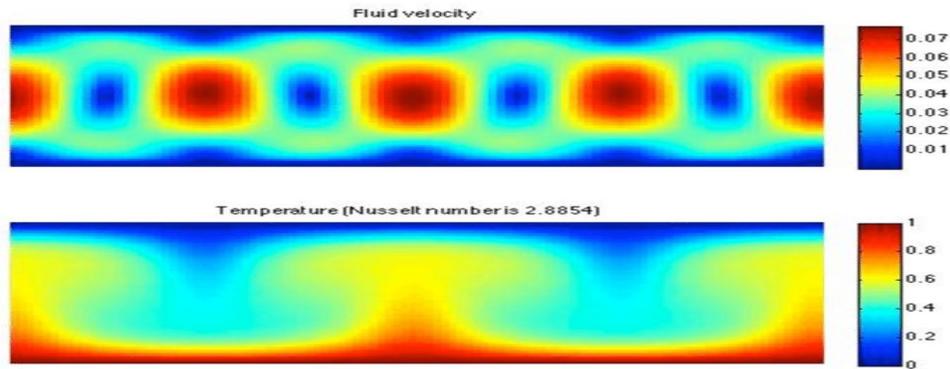
La convection mixte, qu'on peut qualifier de cas général de la convection, correspond au couplage de deux phénomènes, à savoir la convection naturelle et forcée. Le fluide est alors soumis simultanément à une augmentation de pression et à une différence de température. [3]

Parmi les exemples de cette mixité on peut citer : les écoulements lents en canalisation (radiateurs à eau) ou le long d'une paroi, les écoulements atmosphériques et les courants marins qui sont importants pour les questions de climatologie et de pollution, le dépôt de vapeurs chimiques ainsi que le refroidissement des composants électroniques.

## 3. Instabilité de Rayleigh-Bénard

L'instabilité de Rayleigh-Bénard ou convection naturelle est une instabilité convective thermique qui peut se développer dans des milieux fluides soumis à des gradients de température.

Elle conduit à la formation de structures convectives appelées cellules de Bénard (**Fig. I.6**). Ce problème a été étudié expérimentalement par Bénard et théoriquement par Rayleigh. [4]

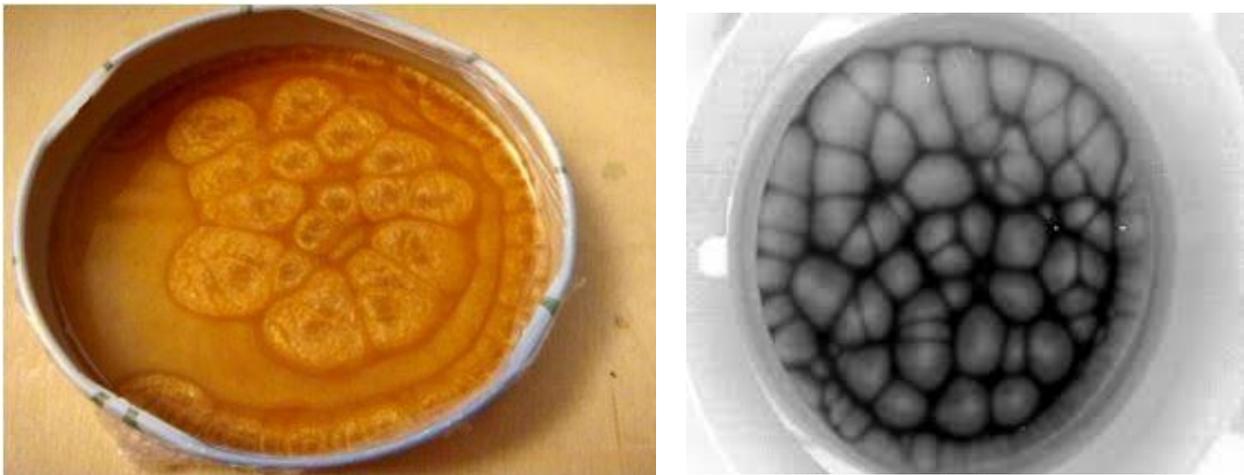


**Fig. I.5:** Rouleaux d'instabilités de Rayleigh-Bénard

Lord Rayleigh et Henri Bénard sont les deux physiciens à l'origine de la découverte et de l'analyse de la convection. Ces analyses ont été faites de façon indépendante et simultanée au début du vingtième siècle.

C'est Henri Bénard, qui a été l'un des premiers à mener une étude en laboratoire sur les courants de convection dans son article intitulé « les tourbillons cellulaires dans une nappe de liquide (Bénard (1900)). L'auteur étudie des couches minces de fluide (environ 1mm) chauffées par le bas, la surface supérieure du liquide étant libre.

La cellule de Rayleigh-Bénard (**Fig. I.6**) reste encore aujourd'hui un dispositif d'étude de la convection thermique très utilisé. Il s'agit en effet d'une géométrie simple avec peu de paramètres de contrôle qui peuvent être ajustés indépendamment les uns des autres.

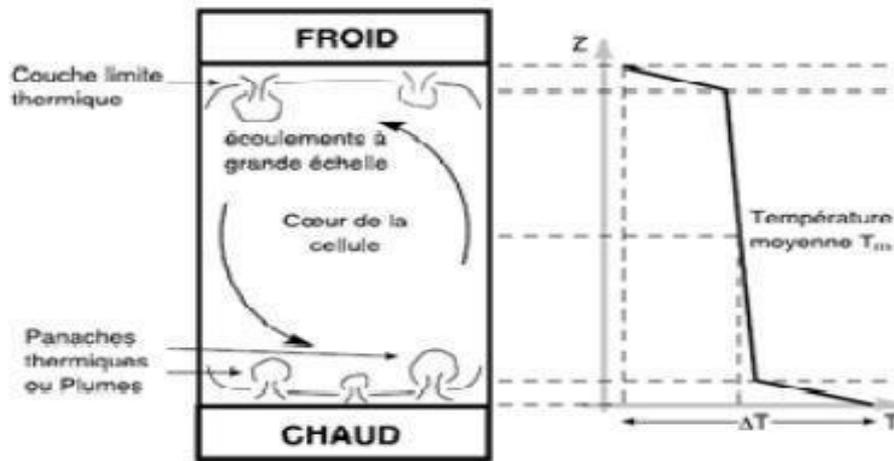


**(a)**

**(b)**

**Fig. I.6 :** **(a)** image réelle d'apparition des cellules Rayleigh-Bénard après l'expérience physique **(b)** vue microscopique des cellules de Bénard

Cependant, malgré le grand nombre d'études sur ce sujet, des zones d'ombre persistent, en particulier la compréhension du mécanisme de transport de la chaleur par l'écoulement turbulent pour les grands nombres de Rayleigh. (**Fig. I.7**)

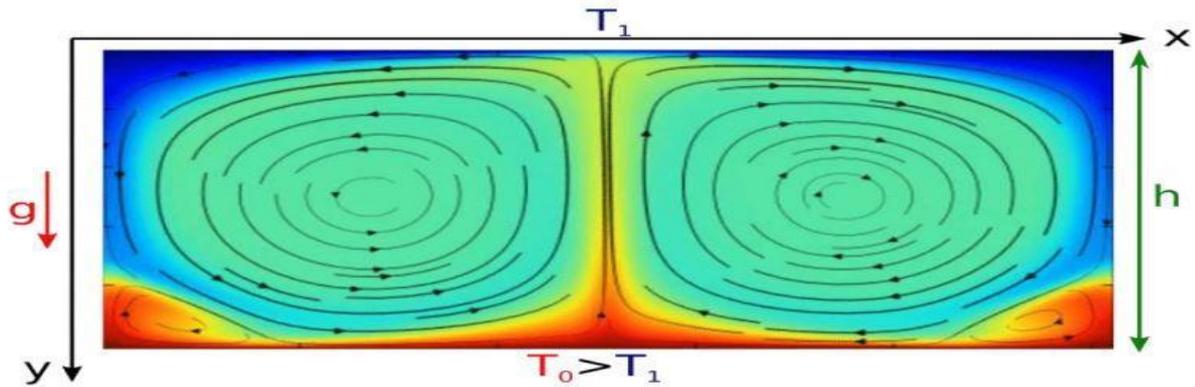


**Fig. I.7:** Schématisation de l'écoulement à l'intérieur d'une cellule de Rayleigh-Bénard (à gauche). Profil moyen de température suivant la hauteur de la cellule (à droite)

La convection de Rayleigh-Bénard est l'un des phénomènes de convection les plus étudiés en raison de son accessibilité analytique et expérimentale.

Ce phénomène correspond à l'état instable dans lequel se trouve une couche de fluide dilatable, couche confinée entre deux plans rigides horizontaux, d'épaisseur  $d$  et soumise à un écart de température  $\Delta T = T_2 - T_1$ . Si cet écart dépasse une valeur critique  $\Delta T_c$ , la structure devient instable et des mouvements naissent à l'intérieur du fluide (**Fig.I.6**). Ces mouvements augmentent l'échange de la chaleur bien au-delà de l'échange thermique par simple conduction c'est-à-dire qu'à la conduction vient s'ajouter un flux thermique convectif. Les particules du fluide en mouvement transportent de la chaleur vers d'autres particules plus froides, puis vers l'extérieur du fluide. L'exemple le plus simple de ce phénomène est celui de l'eau que l'on fait bouillir dans une casserole sur une plaque chauffante : au voisinage de celle-ci, le fluide se réchauffe, devient plus léger et se met à monter, tandis qu'à la surface, au contact de l'air, il se refroidit, devient plus lourd et se met à descendre (**Fig.I.8**).

Les instabilités de Rayleigh-Bénard sont contrôlées par une concurrence entre plusieurs forces ; la poussée d'Archimède (la force motrice), la dissipation de quantité de mouvement (le terme visqueux) et la diffusivité thermique. Ces deux derniers représentant les forces de freinage.



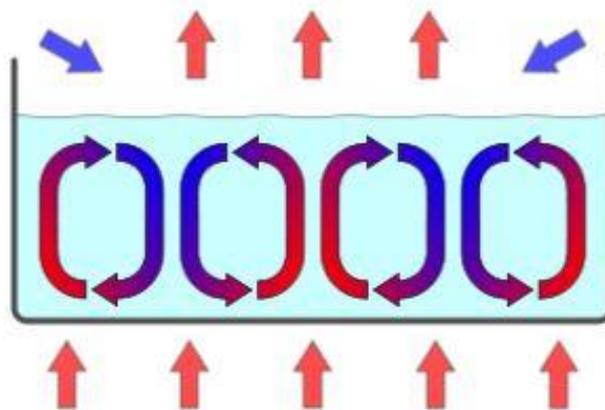
**Fig.I.8:** mouvement de fluide entre les deux parois soumise à une différence de température (convection de Rayleigh-Bénard)

#### 4. Mécanisme de la convection de Rayleigh-Bénard

Les particules se refroidissent au contact de la plaque froide, elles deviennent plus denses et ont donc tendance à couler. D'autres particules deviennent moins denses au contact de la plaque chaude, elles se dilatent et ont donc tendance à monter (**Fig.I.9**). La présence d'un gradient thermique dans le fluide induit un gradient de densité.

C'est cette différence de densité qui fait naître la poussée d'Archimède au sein du fluide, poussée qui croît avec l'augmentation de l'écart de température entre le haut et le bas du fluide. Le système est en équilibre mécanique, et le transfert thermique reste purement conductif tant que la poussée d'Archimède n'arrive pas à vaincre les forces de freinages et les effets de la gravité.

À partir d'un certain écart de température entre le haut et le bas du fluide, la poussée d'Archimède devient suffisamment importante pour enclencher les mouvements ascendants et descendants de convection.



**Fig. I.9:** la convection Rayleigh-Bénard (mécanisme physique)

## 5. Les Nombres Adimensionnels

Une grandeur sans dimension, ou grandeur adimensionnelle, est une grandeur physique dont l'analyse dimensionnelle aboutit à un produit où tous les exposants des grandeurs de base sont nuls. Elle est donc constituée du produit ou rapport de grandeurs à dimensions, de telle façon que le rapport des unités équivaut à un.

### 5.1. Les Nombres Adimensionnels courants en transfert de chaleur

#### 5.1.1 Nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl est un nombre sans dimension, ainsi nommé en hommage au physicien allemand Ludwig Prandtl. [5]

C'est le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement (viscosité cinématique) et celle de la chaleur (diffusivité thermique) :

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

Où :

$\alpha$  : la diffusivité thermique (m<sup>2</sup>/s)

$\nu$  : viscosité cinématique (m<sup>2</sup>/s)

#### 5.1.2. Nombre de Grashof

Le nombre de Grashof est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides pour caractériser la convection libre dans un fluide. Il correspond au rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses. Il est défini de la manière suivante :

$$Gr = \frac{g \beta \Delta T L_c^3 \rho^2}{\mu^2}$$

Avec :

$g$  : accélération de la pesanteur.

$\beta$  : coefficient de dilatation.

$\Delta T$  : différence de température.

$L_c$  : longueur caractéristique.

$\mu$  : viscosité dynamique.

$\rho$  : Masse volumique.

### 5.1.3. Nombre de Rayleigh

Le nombre de Rayleigh est un nombre sans dimension nommé d'après Lord Rayleigh. Le nombre de Rayleigh est étroitement lié au nombre de Grashof, qui sont tous les deux utilisés pour décrire la convection naturelle et le transfert de chaleur par convection naturelle. [6]

Le nombre de Rayleigh est simplement défini comme le produit du nombre de Grashof, qui décrit la relation entre la flottabilité et la viscosité dans un fluide, et le nombre de Prandtl, qui décrit la relation entre la diffusivité de l'impulsion et la diffusivité thermique.

$$Ra = Gr Pr$$

### 5.1.4. Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt est un nombre sans dimension nommé d'après l'ingénieur allemand Wilhelm Nusselt. Le nombre de Nusselt désigne le rapport entre les quantités de chaleur échangées par convection et par conduction

Le nombre de Nusselt est défini comme :

$$Nu = h \frac{Lc}{\lambda}$$

$h$  : coefficient de convection.

$Lc$  : dimension caractéristique de l'écoulement.

$\lambda$ : conductivité thermique du fluide.

## 6. Corrélations expérimentales en convection naturelle

La plupart des corrélations de transfert de chaleur par convection naturelle sont basées sur des mesures expérimentales, et les ingénieurs utilisent souvent des nombres caractéristiques appropriés pour décrire le transfert de chaleur par convection naturelle sous la forme suivante  $Nu = f(Gr, Pr)$ .

Le nombre caractéristique décrivant le transfert de chaleur par convection (c'est-à-dire le coefficient de transfert de chaleur) est le nombre de Nusselt, qui est, rappelons-le, défini comme le rapport de l'énergie thermique convective dans un fluide à l'énergie thermique conductive dans le fluide.

Le nombre de Nusselt caractérise l'amélioration du transfert de chaleur à travers une couche de fluide due à la convection par rapport à la conduction à travers la même couche de fluide.

Le nombre de Rayleigh est utilisé pour représenter le transfert de chaleur en convection naturelle. L'amplitude du nombre de Rayleigh est une bonne indication pour savoir si la couche de fluide est laminaire ou turbulente. Une corrélation empirique simple pour le nombre de Nusselt moyen  $Nu$  en convection naturelle a la forme suivante :

$$Nu = C Ra^n$$

avec

$$Ra = Gr Pr$$

La valeur du coefficient  $C$  dépend de la nature du régime et des fluides. Elle se détermine en calculant  $Ra$ , selon la valeur trouvée on choisit les valeurs de  $C$  et  $n$  convenables qui sont donnée dans le tableau suivant : [7]

Géométrie/ orientation de la paroi	Dimension caractéristique $L_c$	C	n	Ra
Plaque verticale	Hauteur	0,59	1/4	$10^4 - 10^9$
		0,021	2/5	$10^9 - 10^{13}$
Plaque horizontale chauffant vers le haut	Largeur	0,54 0,27	0,25	$10^8 - 10^{11}$
Plaque horizontale chauffante ver le bas	Largeur	0,27	0,25	$2 \cdot 10^4 - 8 \cdot 10^6$
		0,54	0,33	$8 \cdot 10^6 - 10^{11}$
		0,15		

Cylindre horizontal	Diamètre extérieur	0,675	0,058	$10^{-10}$ - $10^{-2}$
		1,02	0,148	$10^{-2}$ - $10^2$
		0,850	0,188	$10^2$ - $10^4$
		0,480	0,25	$10^4$ - $10^7$
		0,125	0,33	$10^7$ - $10^{12}$

**Tab I.1:** Corrélations expérimentales en convection naturelle- valeurs des paramètres C et n

## 7. Synthèse Bibliographique

Le transfert de chaleur par convection naturelle dans les cavités fermées a suscité l'intérêt de nombreux scientifiques. La synthèse bibliographique que nous allons présenter montre l'importance de ces études ainsi que l'existence d'un nombre considérable de travaux théoriques, expérimentaux et numériques consacrés à l'étude de transfert de chaleur par convection naturelle dans des milieux fluides contenus dans des cavités de différentes formes.

- **F. ZOUIRI, M.A OULMANE, N .LABSI, Y. K BENKAHLA, A. BOUTRA [8]:** Leur étude traite de l'analyse numérique de la convection naturelle laminaire au sein d'une cavité carrée dont les parois verticales sont maintenues à une température constante alors que les parois horizontales sont isolées thermiquement à l'exception d'une fraction occupant 20 % à 80 % de la surface inférieure de l'enceinte. Cette fraction est centrée par rapport à la paroi inférieure et est maintenue à une température constante et uniforme, supérieure à celle des parois latérales grâce à une source de chaleur placée en contact avec cette paroi.
- **Valérie MENARAD [9] :** leur objectif était le développement d'un modèle simplifié caractérisant le transfert de chaleur aux parois d'une chambre de relais enterrée et soumise aux variations du flux solaire. Dans un premier temps, la chambre de relais est simplifiée au cas d'une cavité contenant une source de chaleur. Cette configuration est alors caractérisée par une étude expérimentale puis numérique. L'étude expérimentale est basée sur l'utilisation de deux fluides de travail, l'air et l'eau, permettant d'étudier deux nombres de Rayleigh pour une même maquette.

- **OUANOUGHY Yassine [10]:** leur étude consiste en une étude numérique des phénomènes thermo-convectifs dans un espace confiné carré, rempli d'air contenant un obstacle. L'ensemble étant soumis à diverses conditions aux limites. La simulation numérique menée en 2D repose sur l'hypothèse dite de Boussinesq, valable pour un gradient de température entre parois ne dépassant pas  $100\text{C}^\circ$ . Une validation du modèle est faite par comparaison des résultats avec ceux de la littérature. Par la suite une étude paramétrique est menée en fonction du nombre de Rayleigh, du rapport de forme géométrique et de l'orientation de la cavité intérieure pour analyser leurs influences sur le nombre de Nusselt qui caractérise les échanges de chaleur. Les résultats obtenus leur ont permis d'avoir une idée sur l'influence des différents paramètres considérés sur l'écoulement et transfert de chaleur autour d'une cavité carrée confinée dans une enceinte contenant de l'air.
- **Chu and Churchill [11] :** Ils furent les premiers à étudier la convection naturelle au sein d'une cavité rectangulaire bidimensionnelle munie d'une source de chaleur discrète avec des parois horizontales thermiquement isolées, une paroi verticale froide isotherme et une source de chaleur installée sur l'autre paroi verticale, ils ont obtenu numériquement la position de la source qui optimise le transfert thermique, en fonction du nombre de Rayleigh. Cette position optimale se trouve près du centre de la paroi verticale, mais glisse légèrement vers le bas à mesure que le nombre de Rayleigh augmente.
- **M. Keyhani and al [12]:** ils ont clairement démontré qu'il est avantageux d'utiliser des sources discrètes plutôt qu'une paroi chauffée uniformément afin d'optimiser le transfert de chaleur. Ces travaux expérimentaux portaient sur une enceinte munie de 11 sources à flux de chaleur uniformes.
- **Shigeo and Bejan [13]:** leur étude est une synthèse des résultats expérimentaux, des quelques simulations numériques ainsi que des études analytiques disponibles à l'époque. Ils ont ainsi obtenu le comportement général du nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport de forme de l'enceinte pour différents nombres de Rayleigh. Les résultats expérimentaux ont démontré que l'effet du nombre de Prandtl est négligeable lorsque ce dernier est de l'ordre de l'unité ou plus. De leur synthèse, il

apparaît clairement que pour un nombre de Rayleigh donné, le transfert de chaleur atteint un maximum pour un certain rapport de forme optimal. Pour  $Ra \sim 10^5$ , le maximum se trouve autour de  $A = 1$  ( $A$  représente la hauteur de l'enceinte sur sa largeur) et il se déplace vers des valeurs plus faibles du rapport de forme lorsque le nombre de Rayleigh est augmenté.

## 8. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons défini la convection et ses différents types en mettant l'accent sur la convection naturelle notamment la convection naturelle de Rayleigh-Bénard, objet de notre étude, suivi d'une description de son mécanisme.

Nous avons également défini les principaux nombres sans dimension rencontrés dans les transferts de chaleur par convection naturelle.

Nous avons ensuite présenté les corrélations expérimentales qui ont été rassemblés dans la littérature pour différents régimes d'écoulement.

Une revue bibliographique sur la convection de Rayleigh-Bénard naturelle et laminaire a enfin été effectuée.

## *Chapitre II:*

# *Modélisation et Formulation Mathématique du problème.*

## 1. Introduction

Dans ce chapitre, on va aborder la formulation mathématique du problème physique traitant des écoulements convectifs dans des cavités fermées en présence d'un fluide newtonien et incompressible, dans notre cas l'Air et le Gallium.

La cavité carrée considérée est munie d'une source de chaleur sur la paroi inférieure, le problème sera traité en bidimensionnel. L'étude de ce modèle exige une modélisation mathématique des équations gouvernant le phénomène.

La résolution du problème de convection naturelle de Rayleigh-Bénard (instabilité de Rayleigh-Bénard) dans une cavité revient à déterminer en tout point et à tout instant les grandeurs caractéristiques du fluide à savoir la vitesse  $\vec{V}$  et la température  $T$ .

Globalement, les équations qui permettent de calculer ces paramètres sont celles dites de " Navier-Stokes ". Elles forment un système d'équations qui exprime la conservation de la masse, la conservation de la quantité de mouvement et celle de l'énergie.

Nous présenterons aussi les conditions aux limites du phénomène physique étudié, ainsi que la forme adimensionnelle des équations du mouvement.

## 2. Hypothèses simplificatrices

Les hypothèses qui permettent une description mathématique relativement simple du phénomène étudié sont:

- ✓ L'écoulement est celui d'un fluide newtonien, incompressible en régime laminaire stationnaire. [14]
- ✓ Absence d'échange par rayonnement au sein du fluide.
- ✓ Le fluide satisfait l'hypothèse de **J.Boussinesq**. [15][16].
- ✓ L'écoulement est de type naturel.
- ✓ L'écoulement est considéré à 2D.
- ✓ Les propriétés thermo-physiques du fluide sont constantes et sont évaluées à la température de référence.
- ✓ La dissipation de la chaleur par effet de viscosité et le travail des forces de pression sont négligeables dans l'équation de l'énergie.

### 3. Formulation Mathématique du problème

Les équations gouvernant ce type de problème de convection naturelle, sont celles de Navier-Stokes pour un fluide incompressible associées à l'équation de l'énergie. Les lois de conservation applicables seront formulées. Il s'agit de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. [17]

Diverses approximations seront ensuite appliquées pour obtenir un ensemble d'équations connues sous le nom d'équations de Boussinesq.

Ces équations descriptives sont les équations différentielles partielles qui dans le systèmes d'axes cartésien (x,y) s'écrivent :

**3.1 Conservation de la masse (équation de continuité):** elle exprime que le fluide est continu, et que la masse se conserve dans l'écoulement. Elle s'exprime mathématiquement sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (3.1.1)$$

En développant, on trouve :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0$$

Avec :

$\vec{V}$  : le vecteur vitesse

$u$  : la composante du vecteur vitesse suivant x,

$v$  : la composante du vecteur vitesse suivant y

$t$  : le temps.

$\rho$  : la masse volumique

Si le fluide est incompressible ( $\rho = \text{cste}$ ) et avec l'hypothèse stationnaire, elle se réduit à :

$$\text{div} \vec{V} = 0$$

En termes de composantes :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.1.2)$$

Avec :

**u** : la composante du vecteur vitesse suivant x,

**v** : la composante suivant y

**3.2. Conservation de la quantité de mouvement** : Elle traduit la deuxième loi de Newton et donne les équations dites de Navier-Stokes qui décrivent le mouvement des fluides newtoniens, elles permettent de proposer une modélisation de nombreux phénomènes et s'expriment mathématiquement sous la forme suivante :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla}P + \rho\vec{g} + \mu \Delta\vec{V} \quad (3.2.1)$$

La projection de l'équation (3.2.1) sur l'axe (OX) et (OY) donne, sous l'hypothèse stationnaire, les équations suivantes :

Selon (OX) :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3.2.2)$$

Selon (OY) :

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - g \quad (3.2.3)$$

Où :

**μ**: la viscosité dynamique du fluide.

**p**: la pression

**g** : accélération de la pesanteur

**3.3 Conservation de l'énergie** : Elle est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique, selon lequel l'énergie totale d'un système isolé est invariante au cours du temps.

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) T \right) = \text{div} (\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T) \quad (3.3.1)$$

Avec l'hypothèse d'un écoulement stationnaire, cette équation s'écrit :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \left( \frac{\lambda}{\rho C_p} \right) \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3.3.2)$$

Où :

**λ** : La conductivité thermique

**C<sub>p</sub>** : la chaleur spécifique du fluide à pression constante

**T** : la température

#### 4. Approximation de Boussinesq

Les équations régissant les écoulements sont celles définies précédemment. Dans le cas de la convection naturelle, le mouvement du fluide est produit par le changement de la densité. Supposer de ce fait que la densité est constante ne peut pas être fait dans l'analyse des problèmes de convection naturelle.

En 1903 J. Boussinesq [18] a proposé une simplification alternative de façon à ne conserver que les ingrédients nécessaires à la convection thermique. Elle consiste à considérer la densité comme constante dans l'équation de continuité et le terme d'inertie de l'équation de la quantité de mouvement, mais elle change avec la température dans le terme de pesanteur.

Ce modèle ne devrait pas être utilisé si les différences des températures dans le domaine d'étude sont grandes.

Si on prend un état thermodynamique de référence (masse volumique  $\rho_0$  et température  $T_0$ ), l'équation d'état pour la masse volumique  $\rho$  s'écrit, en utilisant un développement en série de Taylor limité au premier ordre :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)]$$

La masse volumique du fluide varie linéairement avec la température.

Où :

$\rho_0$  : masse volumique de référence.

$T_0$  : température de référence

$\beta$  : coefficient de dilatation à pression constante

Le coefficient  $\beta$  de dilatation isobare du fluide est donné par :

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{P=\text{cste}}$$

Dans l'approximation de Boussinesq, les équations (3.1.2), (3.2.1), (3.3.2) s'écrivent de la manière suivante :

**Equation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.1)$$

**Equations de quantité de mouvement:**

Suivant x :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (4.2)$$

Suivant y :

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + g\beta(T-T_0) + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (4.3)$$

Où  $P = p + \rho_0 g y$

**Equation de l'énergie**

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4.4)$$

Où  $\alpha = \frac{\lambda}{\rho_0 c_p}$  : est la diffusivité thermique

**5. Géométrie du problème et Conditions aux limites****5.1. Géométrie :**

La géométrie du problème considéré est illustrée sur la **Fig. II. 1** qui représente un écoulement dans une cavité carrée bidimensionnelle.

La cavité est un espace vide à l'intérieur d'un corps solide remplie d'un fluide incompressible. Elle est munie d'une source de chaleur sur sa paroi inférieure et les autres parois sont adiabatiques ou maintenues à une température constante. Toutes les parois sont immobiles par rapport à l'axe de référence.

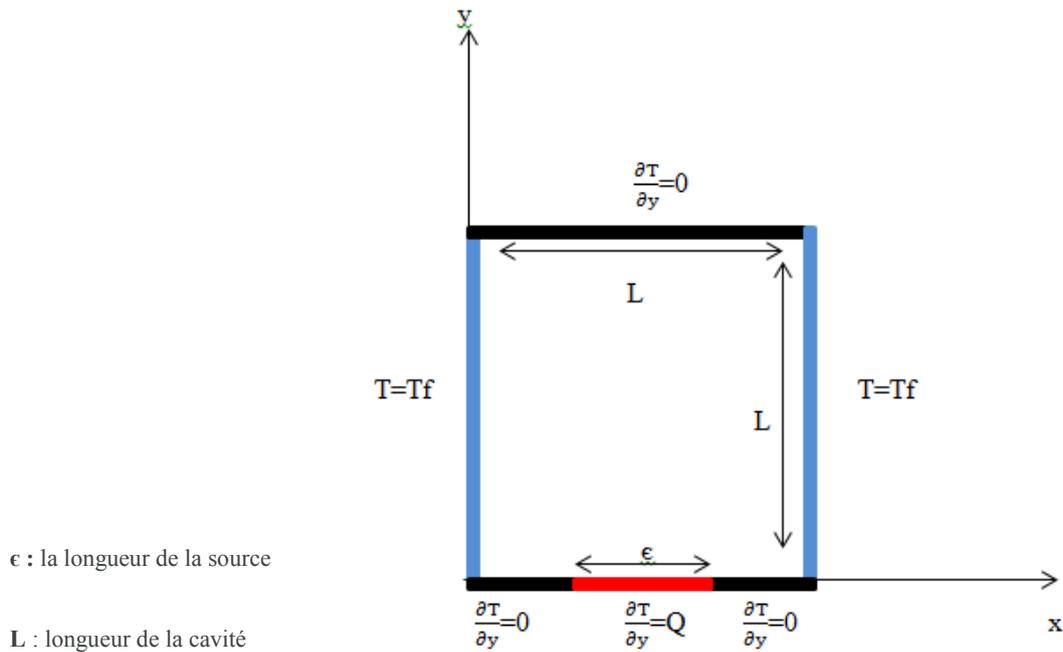


Fig. II.1 : Géométrie du problème

**5.2. Conditions aux limites :**

Les conditions aux limites imposées à notre problème 2D sont illustrées dans le tableau ci-dessous :

Surface	U	V	T
Paroi supérieure	0	0	$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$
Paroi droite	0	0	$T = T_f$
Paroi gauche	0	0	$T = T_f$
Paroi inférieure à gauche de la source	0	0	$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$
parois inférieure à droite de la source	0	0	$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$
Source de chaleur	0	0	$\frac{\partial T}{\partial y} = Q$

Tab. II.1 : Conditions aux limites

Où  $T_f$  est la température « froide » imposée aux parois latérales et  $Q$  le flux de chaleur imposé.

## 6. Analyse adimensionnelle

L'adimensionnelisation ou la normalisation [19] consiste à transformer les variables dépendantes et indépendantes en variables sans dimension, c'est-à-dire qu'elles seront normalisées par rapport à certaines dimensions caractéristiques. Cela permet de spécifier les conditions d'écoulement avec un nombre restreint de paramètres pour rendre la solution plus générale. Nous employons des quantités caractéristiques qui sont constantes dans tout le champ d'écoulement et de température. En suivant le modèle adopté par Bairi et al.2007 et Bairi en 2008. [20][21], on choisit les références suivantes :

$$u = \frac{u}{u_0} ; \quad t = \frac{t}{t_0} ; \quad v = \frac{v}{u_0} ; \quad x = \frac{x}{H} ; \quad p = \frac{p}{p_0} ; \quad y = \frac{y}{H} ; \quad t_0 = \frac{H}{u_0} ; \quad \theta = \frac{T - T_f}{Q \cdot l / \lambda}$$

Avec

$$u_0 = \frac{\alpha}{H} ; \quad t_0 = \frac{H}{u_0} \quad \text{Et} \quad p_0 = \rho u_0^2$$

Où :  $l$  est une longueur caractéristique de l'écoulement

L'emploi des variables réduites dans les équations permet de s'approcher de la réalité des phénomènes physiques, car leur existence et leur évolution sont indépendants du système d'unités de mesure utilisé.

Avec ce choix de variables, les équations adimensionnelles deviennent :

**Équation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (6.1)$$

**Équation de quantité de mouvement**

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \text{Pr} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \text{Ra Pr } \theta \quad (6.2)$$

**Équation de conservation de l'Énergie :**

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (6.3)$$

Ici le nombre de Rayleigh est défini par :

$$Ra = \frac{g \beta Q l^4}{\alpha \nu}$$

Et  $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$  est le nombre de Prandtl

## 7. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons rappelé les fondements de la mécanique des fluides qui se basent sur les trois équations fondamentales que sont la conservation de la masse, la conservation de la quantité de mouvement et la conservation de l'énergie.

Nous avons également vu l'utilité de mettre les équations de la mécanique des fluides sous forme adimensionnelle.

Dans ce travail, on procédera à la résolution numérique de ces équations dans le cas du problème du Rayleigh-Bénard considéré.

Les résultats obtenus seront exposés dans le chapitre suivant.

## *Chapitre III:*

# *Expérimentation Numérique*

## 1. Introduction

Le problème physique de la convection naturelle est décrit par des équations aux dérivées partielles non linéaires qui ne peuvent pas être résolues analytiquement, à cause de leur non linéarité d'une part, et leur couplage d'autre part. Il est donc nécessaire d'utiliser une méthode numérique pour trouver de meilleures solutions.

Il existe plusieurs méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles. On a :

- la méthode des éléments finis
- la méthode des différences finies
- la méthode des volumes finis

Dans notre présente étude, on utilisera la méthode des volumes finis, parce qu'elle est l'approche la mieux adaptée et la plus facile à appliquer en mécanique des fluides. Elle présente également certains avantages comme sa fiabilité, son adaptation au problème et plus important encore son caractère conservatif.

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons au transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité carrée de deux fluides newtoniens, l'air et le gallium.

## 2. Description du problème physique

Le modèle physique étudié est schématisé sur la **Fig.II.1**. Il s'agit d'une cavité bidimensionnelle 2D carrée  $L \times L$  remplie d'un fluide newtonien. La première expérience numérique sera réalisée avec de l'air supposé incompressible.

Les parois horizontales de la cavité sont considérées comme adiabatiques sauf au niveau de la source de chaleur et les parois latérales sont maintenues à une température constante  $T_f$ .

On suppose que :

- le fluide visqueux est newtonien
- Les forces se réduisent à l'accélération de la pesanteur.
- les propriétés physiques du fluide confiné à l'intérieur de la cavité sont supposées constantes

- Les vitesses mises en jeu sont faibles. On considère l'air comme un fluide incompressible.
- Le fluide est complètement transparent, pas d'échange par rayonnement au sein du fluide).
- L'écoulement est laminaire et bidimensionnel.
- les paramètres physiques de l'air sont donnés dans le tableau **Tab III.1**

Paramètre	Tm [K]	Cp [J/kgK]	$\rho_0$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	$\mu$ [Kg m <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ]	$\lambda$ [W/mK]	$\beta$ [1/K]	Pr
Valeur	300	1,177	1006	18,46 x 10 <sup>-6</sup>	0,026	3331 x 10 <sup>-6</sup>	0,708

**Tab III.1** : les paramètres thermo-physiques de l'air à T=300°K

On réalise la même expérience de la convection de Rayleigh-Bénard dans une cavité carrée remplie d'un métal liquide qui est le **Gallium**.

Le Gallium est un métal liquide qui a un bas nombre Prandtl (Pr = 0.025 à 300K) et a un point de fusion de 29.78°C. [22]

Les propriétés thermo-physiques du gallium sont données dans le tableau suivant :

Paramètre	Tm [K]	Cp [J/kgK]	$\rho_0$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	$\mu$ [Kg m <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ]	$\lambda$ [W/mK]	$\beta$ [1/K]	Pr
Valeur	302,78	6095	397,6	1,95x10 <sup>-3</sup>	31	1,27x10 <sup>-4</sup>	0,025

**Tab III.2** : Propriétés thermo-physiques du Gallium

### 3. Présentation du logiciel ANSYS FLUENT :

**L'Ansys** est un éditeur de logiciels spécialisé en simulation numérique et utilisé pour construire des géométries, des maillages et aussi pour faire des simulations numériques basées sur les premières étapes. [23]

Le **FLUENT** est un logiciel de modélisation en mécanique des fluides qui permet de résoudre et simuler des problèmes d'écoulement de fluides et de transferts thermiques (la traînée d'un avion, la portance d'une aile d'avion ...etc.)

Fluent emploie la méthode des volumes finis comme procédé de discrétisation des équations qui gouvernent l'écoulement, telle que l'équation de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie. En utilisant cette technique basée sur l'intégration des équations sur un volume de contrôle, "Fluent" passe par les étapes suivantes:

- Division du domaine en volumes de contrôle discrets en utilisant une grille (maillage) de calcul.
- Intégration des équations gouvernantes sur les volumes de contrôle individuels, afin de construire les équations algébriques pour les variables discrètes dépendantes, les inconnues telles que : vitesses, pressions et températures.
- Linéarisation des équations discrétisées et résolution du système d'équations linéaires résultant.

#### **4. Présentation de la Méthode des volumes finis**

La méthode des volumes finis est l'approche par excellence utilisée en mécanique des fluides numériques. Elle repose sur un principe aussi valable en vie courante, en politique qu'en démarche scientifique. En utilisant cette méthode, le domaine de calcul sera divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires appelés volumes de contrôle. Chacun de ces derniers englobe un nœud dit nœud principal. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles décrites au chapitre précédent sur chaque volume de contrôle pour obtenir des équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur ce dernier.[24]

La technique des volumes finis a été décrite par Spalding and Patankar [25][26]. Elle comporte essentiellement les étapes suivantes :

- La division du domaine considéré en volumes de contrôles.
- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles.
- L'écriture des équations algébriques aux nœuds du maillage.

- Résolution du système algébrique

## 5. Le Maillage

Le Maillage est une subdivision d'une zone d'étude en grilles verticales et horizontales, dont l'intersection représente un nœud dit nœud principal. La génération de maillage (2D ou 3D) est une étape très importante dans l'analyse numérique en raison de son influence sur la solution calculée. Un maillage de très bonne qualité est essentiel pour obtenir des résultats de calcul précis, robustes et significatifs. La qualité du maillage a un impact sérieux sur la convergence, la précision de la solution, et surtout le temps de calcul. [27]

Une bonne qualité de maillage dépend de la minimisation des éléments qui présentent une distorsion (inclinaison) et d'une bonne résolution dans les zones qui présentent de forts gradients. Un bon maillage doit également être suffisamment lisse. Les équations différentielles ponctuelles qui régissent nos phénomènes s'écrivent en tout point du domaine physique.

Pour les projeter sur ce domaine, on construit un maillage divisé en un certain nombre de volumes finis, et dans chaque volume on considère des points situés au milieu de celui-ci. Les faces d'un volume de contrôle typique sont situées aux points, **e, w, n, s, Est Ouest, Nord et Sud. (Fig. III.1)**

Les scalaires (pression et température) sont stockés au centre du volume fini. D'autre part, les vecteurs (les composantes  $u$  et  $v$ ) sont stockés respectivement à Est et Nord. Pour éviter certains problèmes numériques, **(Fig. III.2)**, pour résoudre l'équation de quantité de mouvement, le volume fini est décalé vers la droite pour les vitesses suivant  $X$  et vers le haut pour les vitesses suivant  $Y$  (coordonnée cartésiennes **(Fig. III.3)**)

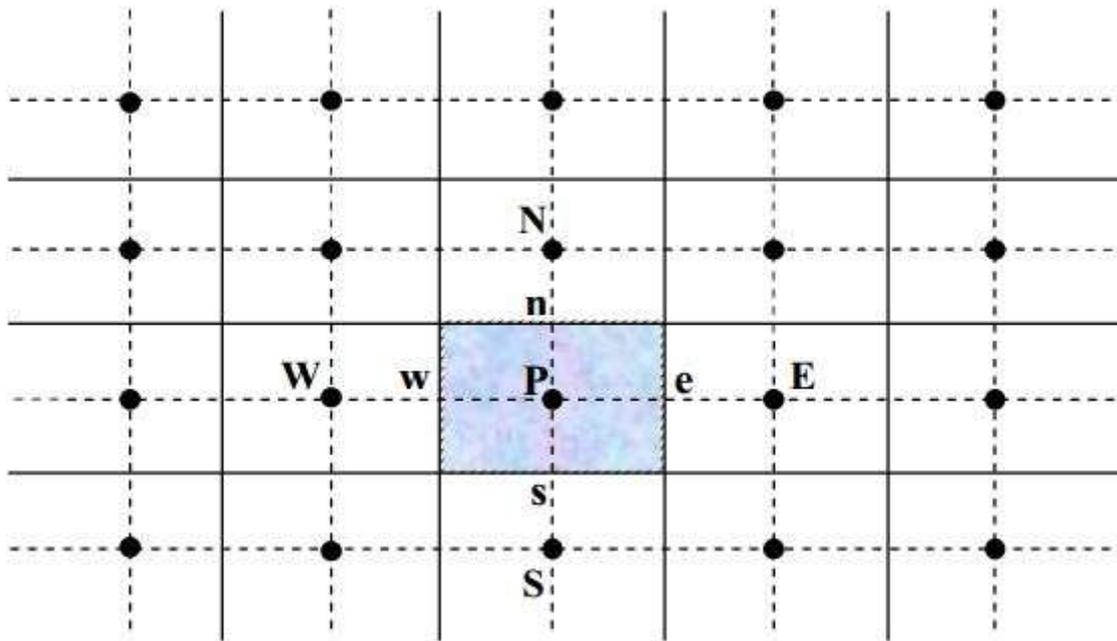


Fig. III.1 : Volume de contrôle bidimensionnel

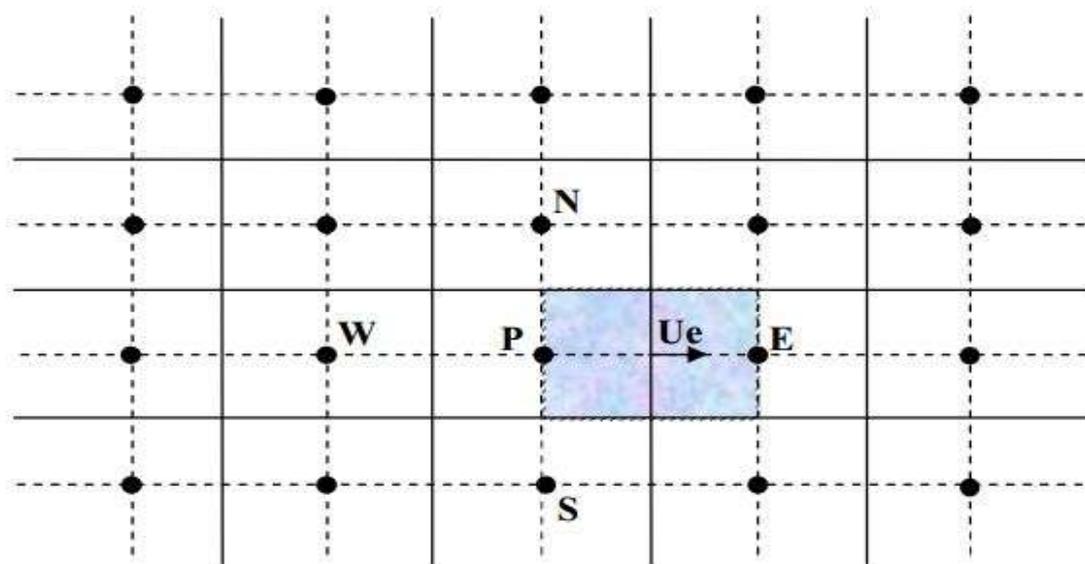
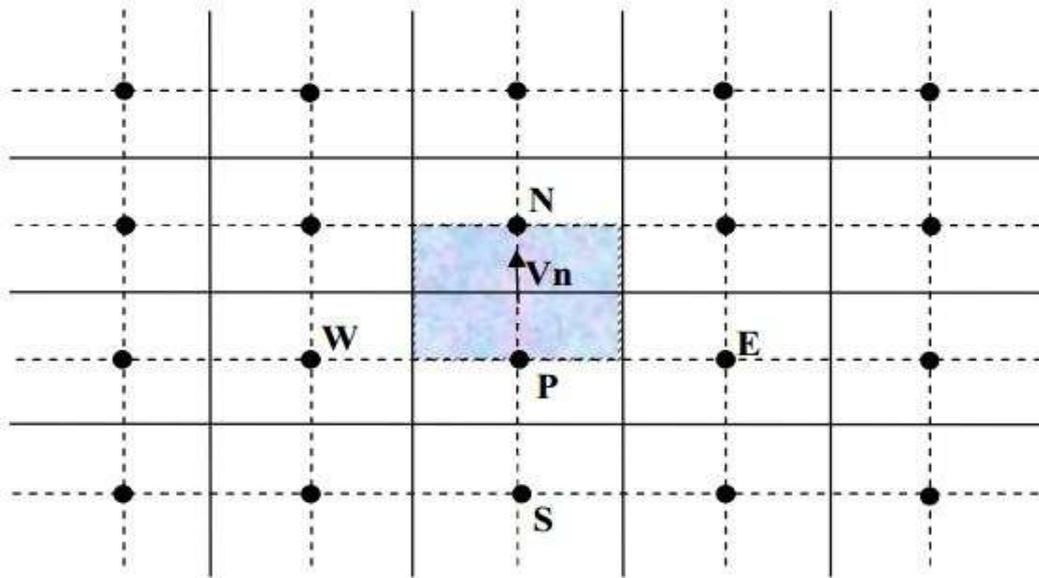


Fig. III.2: Volume de contrôle décalé vers la droite.



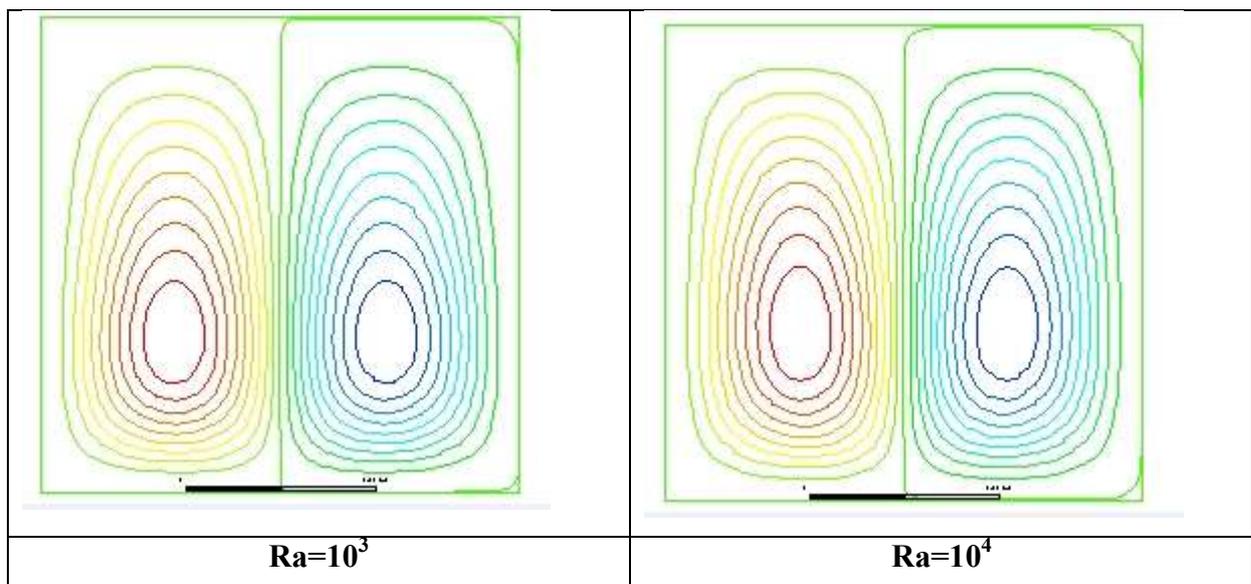
**Fig. III.3 :** Volume de contrôle décalé vers le haut.

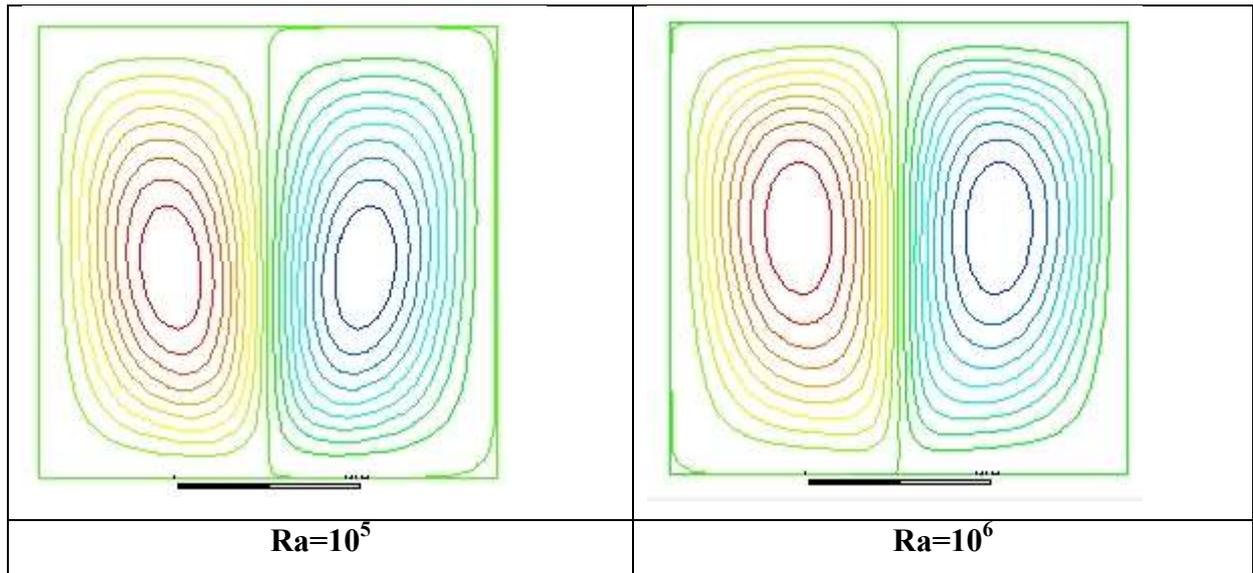
## 6. Résultats et Discussion

La résolution numérique du problème a été réalisée grâce au code Fluent. Un maillage uniforme a été utilisé pour l'intérieur de la cavité et a été affiné au niveau des parois et de la source de chaleur, là où les gradients sont plus importants.

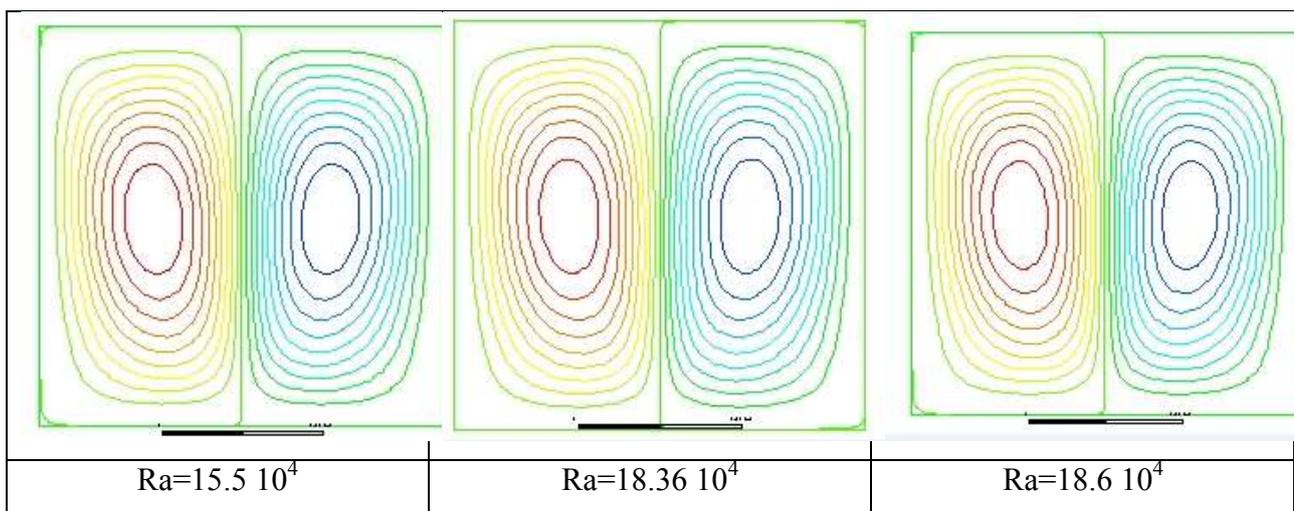
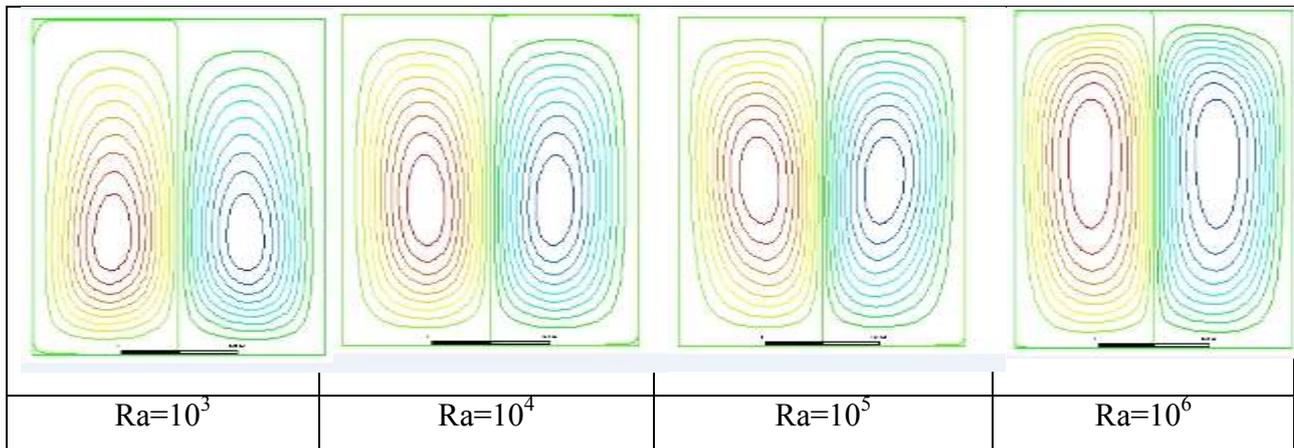
Les résultats exposés sur les figures ci-dessous montrent les lignes de courant et de température dans une cavité carrée munie d'une source de chaleur remplie d'air et de gallium pour différents nombres de Rayleigh et différentes longueurs de la source :

### Lignes de Courant de L'air

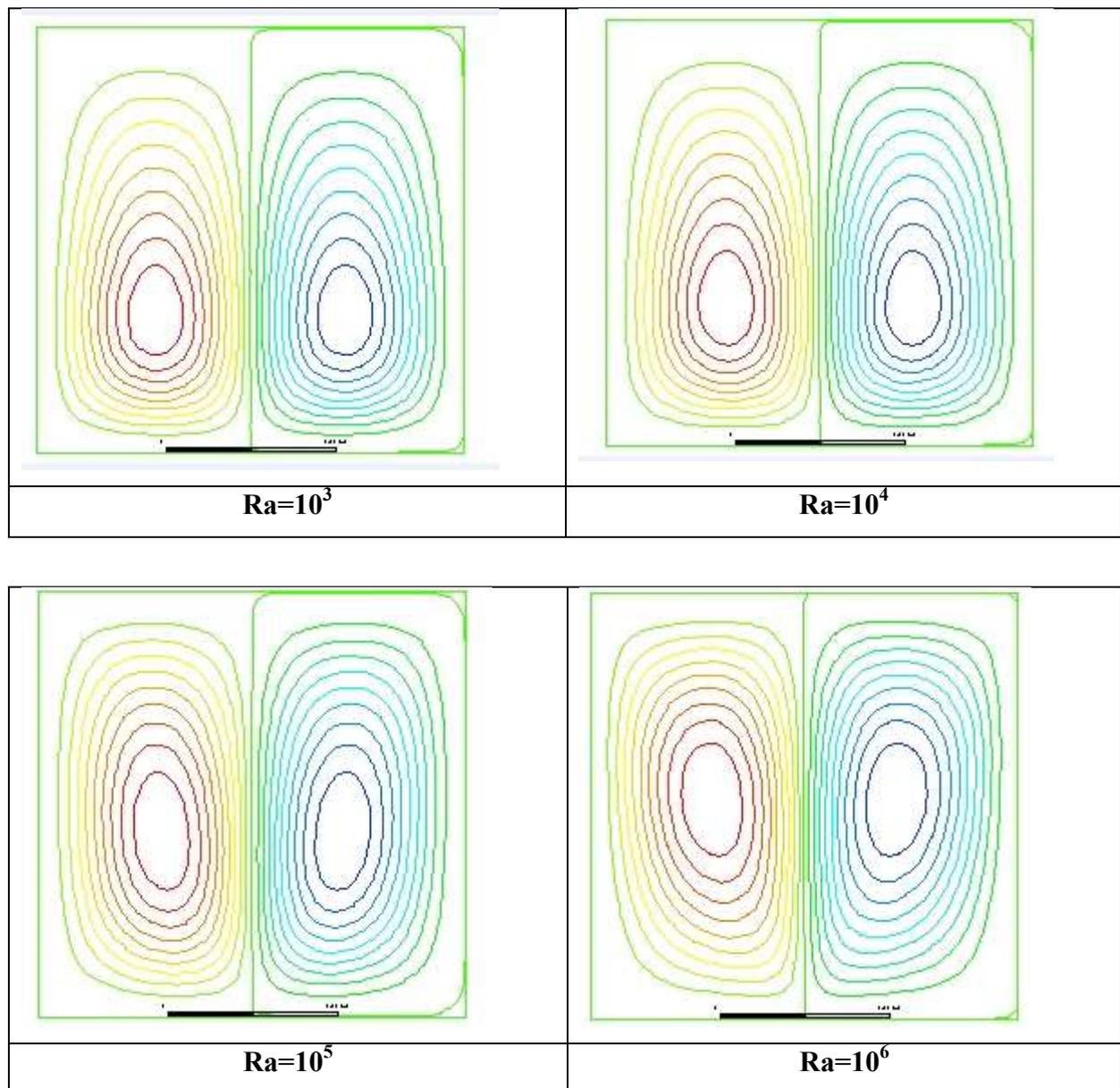




**Tab III.3 :** lignes de courant de l'air en fonction du nombre de Rayleigh avec une Source de chaleur de longueur  $\varepsilon = 10\text{mm}$

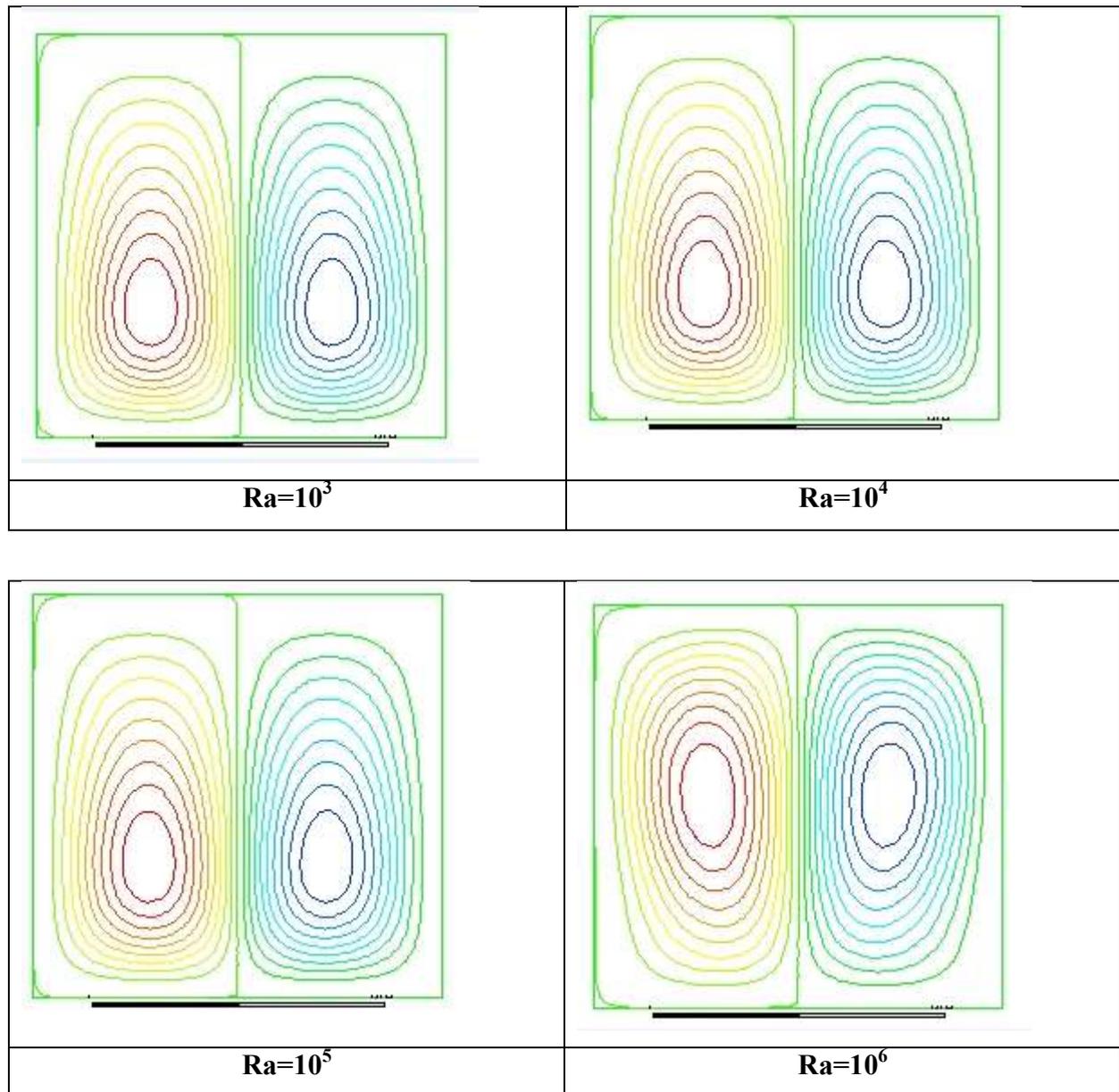


**Tab III.4:** lignes de courant de l'air en fonction du nombre de Rayleigh avec une Source de chaleur de longueur  $\varepsilon = 40\text{mm}$



**Tab III.5** : lignes de courant de l'air en fonction du nombre de Rayleigh avec une Source de chaleur de longueur  $\varepsilon = 4\text{mm}$

## Lignes de courant du Gallium :



**Tab. III.6:** Lignes de courant du Gallium en fonction du nombre de Rayleigh avec une source de chaleur de longueur  $\varepsilon = 10\text{mm}$

### Discussion

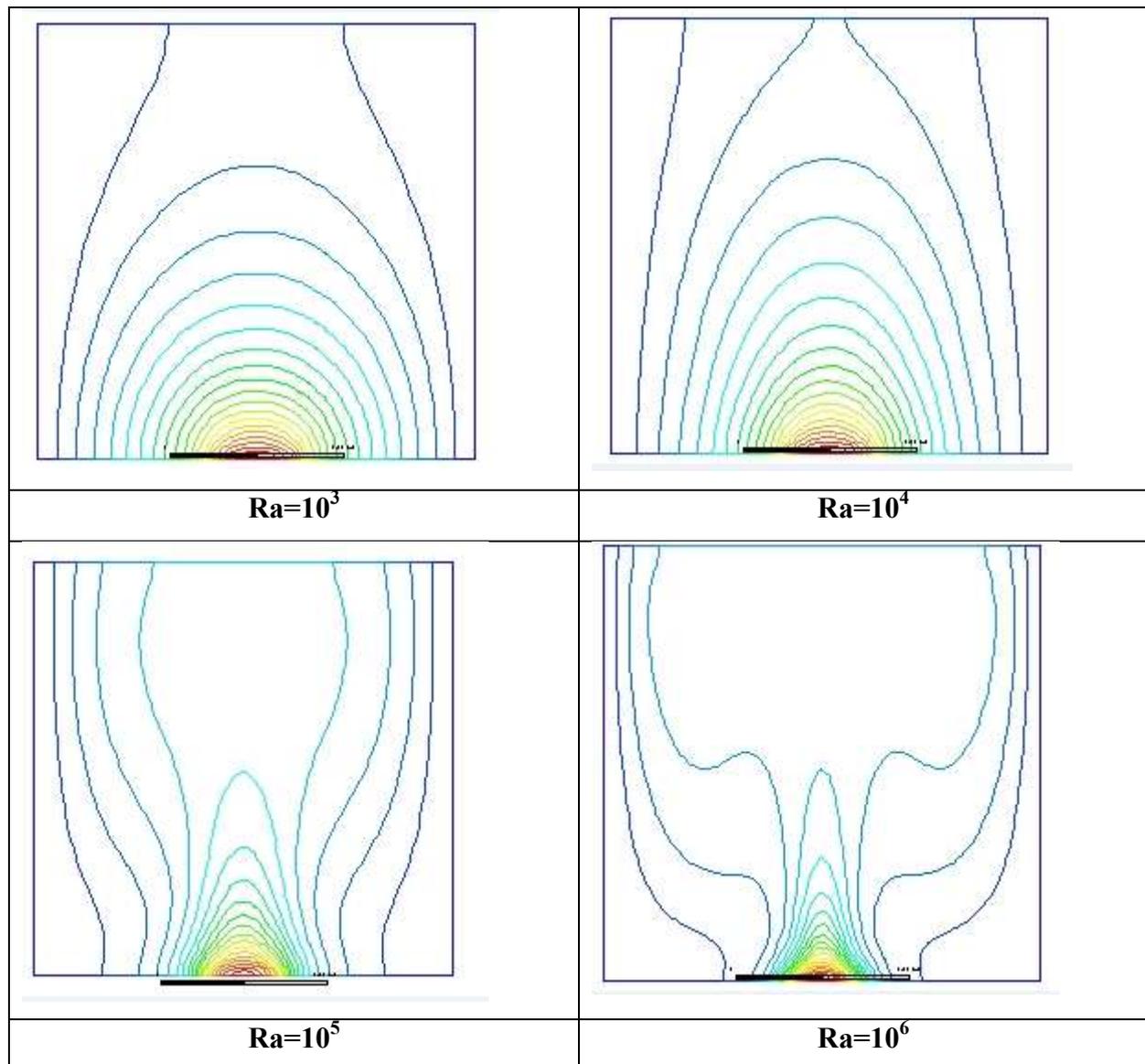
Pour un nombre de Rayleigh allant de  $10^3$  à  $10^6$ , les structures des lignes de courant de l'air et du gallium obtenues sont montrées dans les tableaux (III.3, III.4 et III.5) et (III.6); respectivement.

On observe la formation de deux cellules contrarotatives, c'est-à-dire que l'une des cellules tourne dans le sens des aiguilles d'une montre et l'autre tourne dans le sens inverse. Cette observation est valable dans les deux cas étudiés.

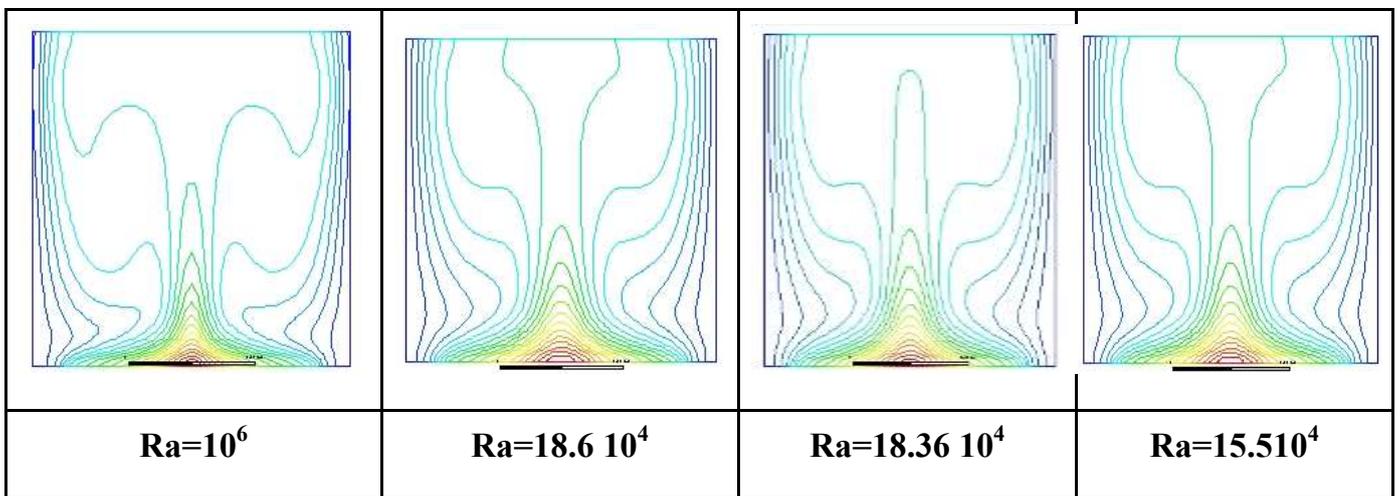
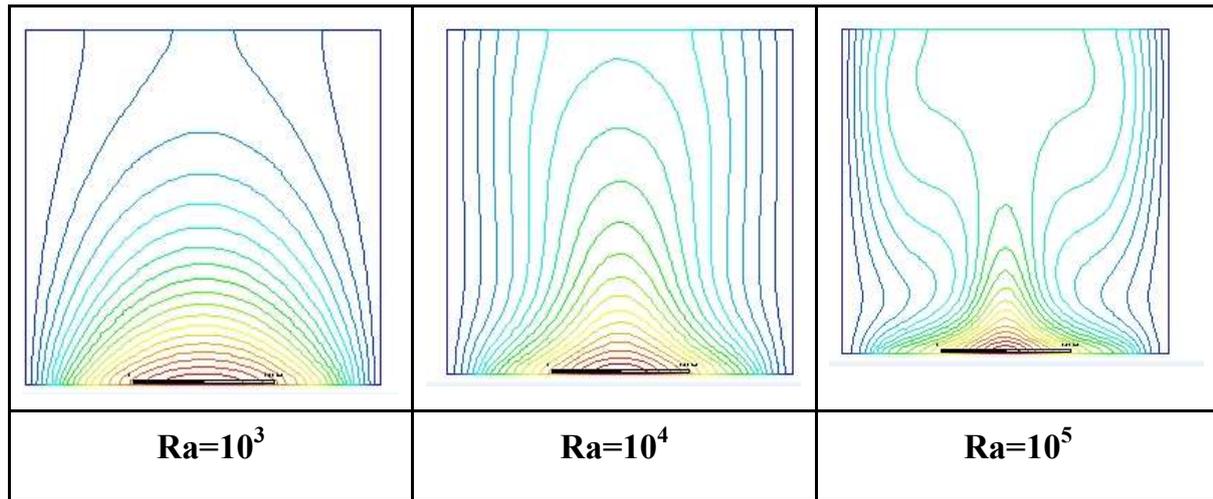
Le fluide chauffé par le bas (source) se déplace vers la paroi supérieure et l'adhérence des particules à la paroi froide leur permet de se diviser en deux flux, l'un dirigé vers la paroi verticale gauche et l'autre vers la paroi verticale droite. Remarquons que les deux cellules ont des dimensions pratiquement égales.

Notons que le nombre de Rayleigh a une influence sur la forme des lignes des courants. En effet, pour une même longueur de la source, lorsque le nombre de Rayleigh augmente l'intensité de la recirculation dans la cavité augmente et on observe également un décalage du centre de symétrie de l'ensemble des lignes de courant.

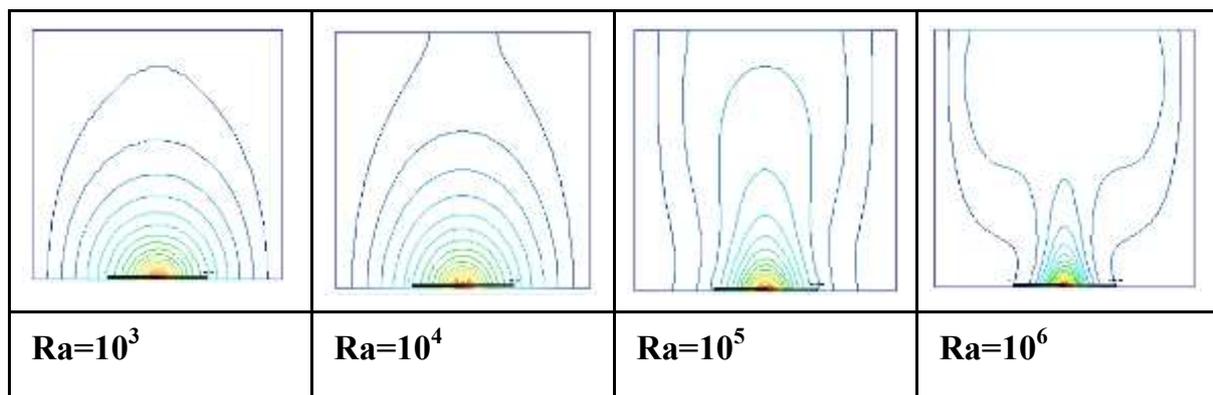
### Champs de température de l'air :



**Tab III.7** isothermes obtenues pour une source de chaleur de longueur  $\varepsilon = 40\text{mm}$  pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

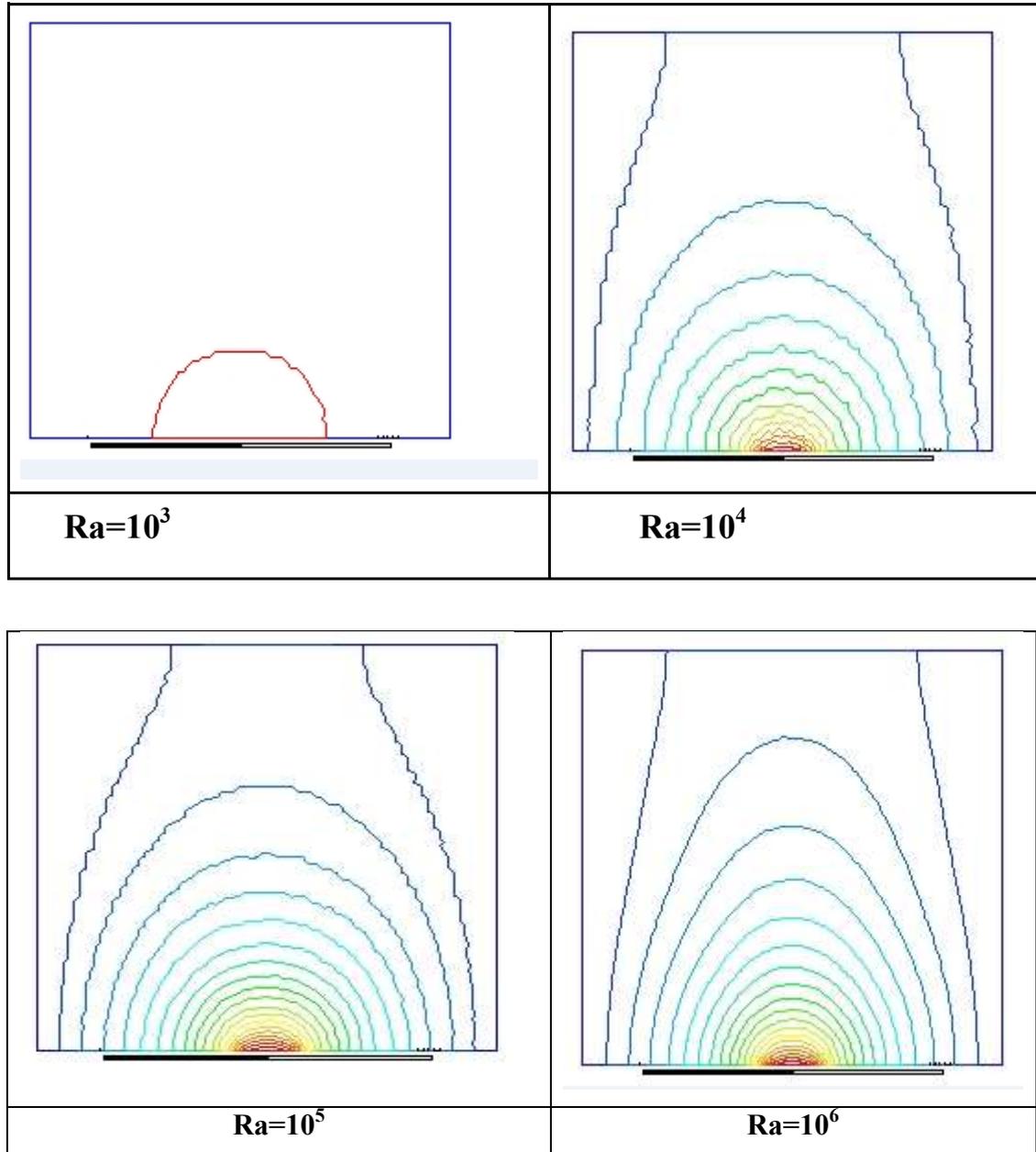


**Tab III.8 :** isothermes obtenues pour une source de chaleur de longueur  $\varepsilon = 4\text{mm}$  pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.



**Tab III.9:** isothermes obtenues pour une source de chaleur de longueur  $\varepsilon = 10\text{mm}$  pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

### Champs de température du Gallium



**Tab III.10** : isothermes obtenues pour une source de chaleur de longueur  $\varepsilon = 10\text{mm}$  pour différentes valeurs de nombre de Rayleigh.

#### Discussion :

Les isothermes présentées dans les tableaux (III.7, III.8, III.9, et III.10) montrent que la chaleur générée par la source est transportée vers le haut par convection.

Pour une cavité remplie d'air, la structure des isothermes évolue en fonction du nombre de Rayleigh. Dans le cas d'un nombre de Rayleigh  $Ra=10^3$ , elles ont la forme de

demi-ellipses concentriques et symétriques par rapport à un axe vertical passant par leur centre.

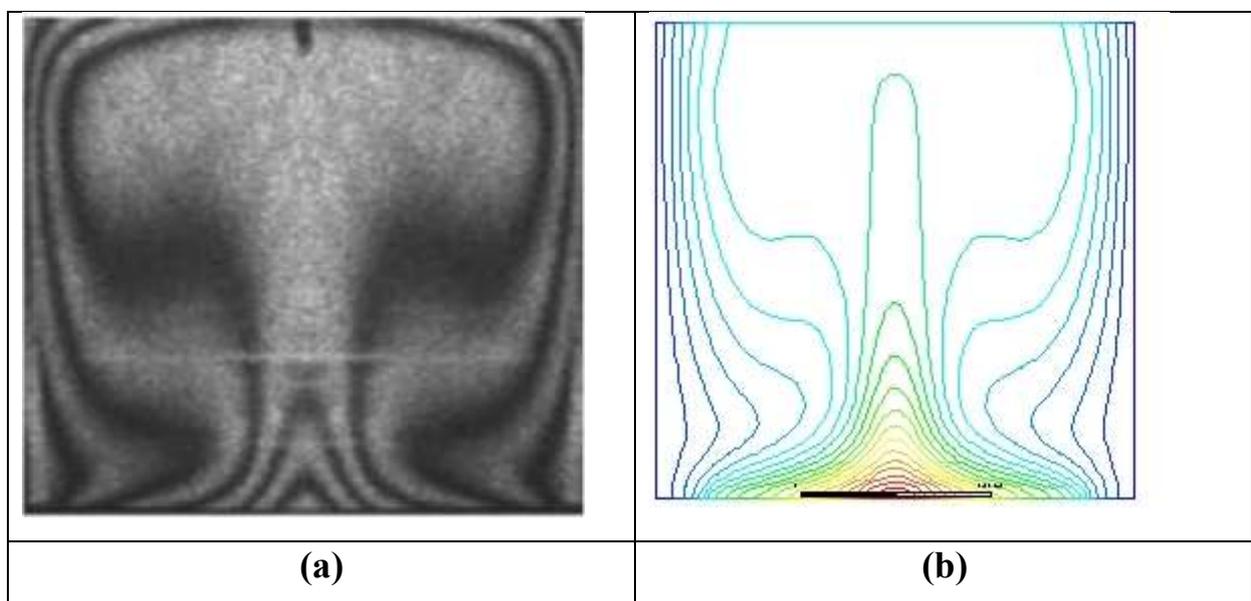
A mesure que le nombre de Rayleigh augmente, on observe que les isothermes se déforment et cette déformation s'accroît pour les grands nombres de Rayleigh pour une même longueur de source. L'augmentation du nombre de Rayleigh rapproche les isothermes de la paroi inférieure ce qui explique que les gradients de températures deviennent plus élevés dans cette région.

Les transferts de chaleur à travers la paroi inférieure dans l'enceinte sont plus importants pour des nombres de Rayleigh plus élevés.

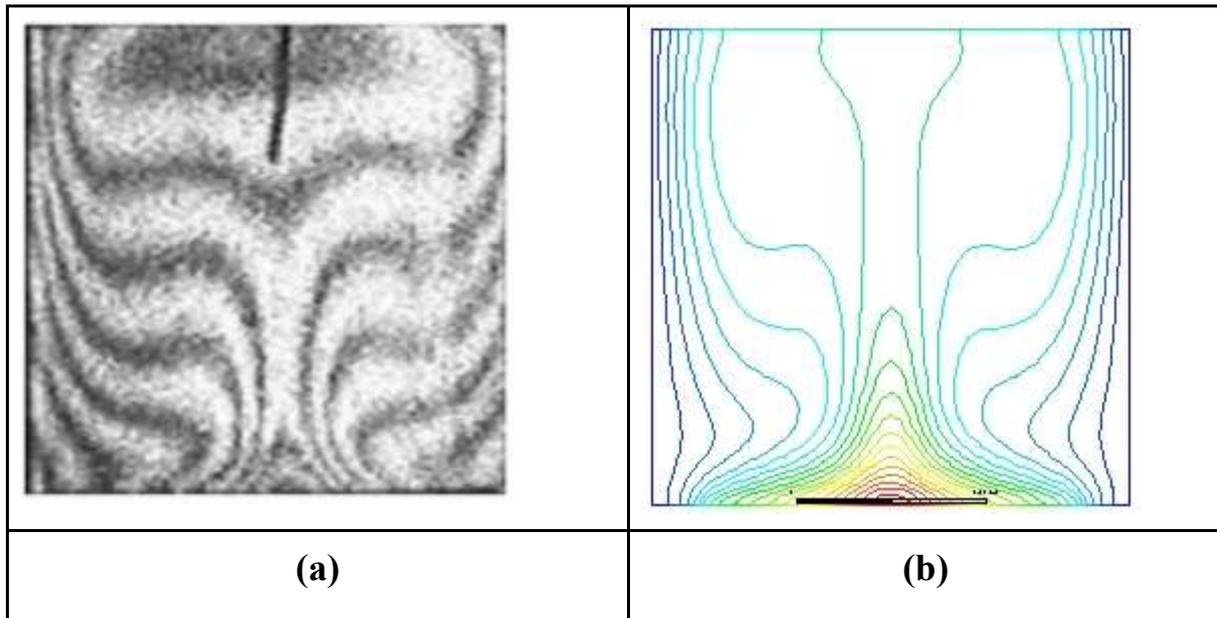
Les résultats de cette simulation sont conformes à ceux obtenus par Benkahla [8].

Dans le cas d'une cavité remplie de gallium, la forme elliptique des isothermes persiste jusqu'à des nombres de Rayleigh de l'ordre de  $Ra=10^6$ . Pour  $Ra=10^3$ , les résultats présentent une isotherme unique montrant que les transferts de chaleur sont limités pour ce nombre de Rayleigh.

## 7. Comparaison des résultats



**Tab III.11:** comparaison des isothermes, cas de l'air **(a)** les résultats obtenus expérimentalement par Calcagni et al pour  $Ra=18.36 \cdot 10^4$  **(b)** nos résultats pour un  $Ra=18.36 \cdot 10^4$



**Tab III.12:** comparaison des isothermes, cas de l'air **(a)** Résultats obtenus expérimentalement par Calcagni et al. Pour  $Ra=18.6 \cdot 10^4$  **(b)** nos résultats pour un  $Ra=18.6 \cdot 10^4$

## Discussion

En comparant les résultats obtenus dans notre étude pour les nombres de Rayleigh  $Ra=18.36 \cdot 10^4$  et  $Ra=18.6 \cdot 10^4$  (voir les tableaux **(III.11, III.12)**) avec ceux figurant dans l'article de Benkahla [27], on conclut que les isothermes de notre simulation sont plus proches de celles obtenues expérimentalement par Calcagni et al [28].

## 8. Conclusion

Dans ce chapitre, une résolution numérique bidimensionnelle des équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et de chaleur a été mise en œuvre pour simuler la circulation du fluide et le champ de température dans la cavité carrée.

Tous les calculs ont été effectués grâce au code Ansys-Fluent.

Les résultats obtenus sont proches de ceux obtenus théoriquement et expérimentalement dans des études antérieures.

# Conclusion

# Générale

## Conclusion générale

L'étude présentée dans ce mémoire porte sur les instabilités hydrodynamiques et en particulier l'instabilité thermo-convective de Rayleigh-Bénard reflétant la convection naturelle laminaire et stationnaire dans une enceinte. La configuration géométrique du modèle physique est une cavité carrée horizontale, soumise à une source de chaleur placée sur la paroi inférieure et remplie d'un fluide Newtonien et incompressible. L'étude a été menée à 2D.

En se basant sur l'approximation de Boussinesq, nous avons présenté le système d'équations décrivant notre problème.

La modélisation mathématique de ce problème physique est basée sur les équations de Navier-Stokes associées à l'équation de l'énergie. Les propriétés thermo-physiques sont considérées constantes.

Le problème a été abordé selon une approche numérique basée sur la méthode des volumes finis en utilisant le code «Fluent / ANSYS ». Nous avons pu déterminer les champs thermiques (isothermes) et les lignes de courant, pour différents nombres de Rayleigh ( $Ra=10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ ).

Les résultats obtenus sont une visualisation théorique de la structure convective et thermique de l'écoulement à des nombres de Rayleigh donnés.

L'augmentation du nombre de Rayleigh ou de la longueur de la source chauffée a la même influence sur le transfert de chaleur dans la cavité, elles sont dans les deux cas favorisées.

Une validation des résultats obtenus est effectuée par comparaison avec d'autres résultats de la littérature.

## Références Bibliographiques

[1] **T. KHelifi**, Simulation numérique de la convection naturelle dans un BAC de stock de GNL, Mémoire de doctorat en Génie Mécanique, Université M' hamed Bougara boumerdes, (2012)

[2] **I. KHafraffi**, Modélisation et simulation de la convection thermo-capillaire dans descavités, Mémoire de Magister en Génie Mécanique, Université Badji Mokhtar Annaba,(1016-2017)

[3]**CH. Garnier**, Modélisation numérique des écoulements ouverts de convection naturelle au sein d'un canal vertical asymétriquement chauffé, Mémoire de doctorat en mécanique des Fluides, Université de Pierre et Marie Curie, (2014).

[4] **Benard**, H. (1901). Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide transportant de la chaleur par convection en régime permanent," Ann. Chim. Phys., vol. 23, p. 62.

[5]**Stevens, Richard JAM, Detlef Lohse, and Roberto Verzicco**. (2011). Prandtl and Rayleigh number dependence of heat transport in high Rayleigh number thermal convection. Journal of fluid mechanics 688 31-43

[6] **T. Hadji**,« Phénomènes couplés thermo-acoustiques dans la convection de RayleighBénard »,Mémoire de magistère en mécanique, Université de Batna, Algérie (2003)

[7] **convection thermique**, ISET Kélibia, Département genie des procedes, 2016.

[8]**F. ZOUIRI, M.A. OULMANE, N. LABSI, Y.K. BENKAHLA, A. BOUTRA**, Convection naturelle au sein d'une cavité carrée munie d'une source chauffante placée sur sa paroi inférieure, Lille, Septembre 2017.

[9]**Valérie Ménard**, Convection naturelle dans une cavité contenant une source de chaleur; sous la direction de Pierre Millan- Ecole national supérieure de l'aéronautique et de l'espace Toulouse, 2005

- [10] **Ouanoughi, Yassine**, Etude des phénomènes de transfert de chaleur en convection naturelle autour d'un obstacle chauffé placé dans une cavité. universite de Bejaia 2010
- [11] **H.H. Chu and S.W. Churchill**, The effect of heater size, location, aspect ratio, and boundary conditions on two-dimensional laminar natural convection in rectangular channels, *J. Heat Transfer* 98, 195–201(1976).
- [12] **M. Keyhani, V. Prasad and R. Cox**, An experimental study of natural convection in a vertical cavity with discrete heat sources, *J. Heat Transfer*, 110, 616-624 (1988).
- [13] **K. Shigeo and A. Bejan**, Experimental study of natural convection in a cavity rectangular with different end temperatures, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 23, 1117-1126(1980).
- [14] **A. Bejan**, 'Convection heat transfer'. John wiley & sons, 2013.
- [15] **D. D., Gray, & A., Giorgini**, 'The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases'. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.19, No. 5, pp. 545-551, 1976.
- [16] **J. Boussinesq**, 'Théorie analytique de la chaleur : mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière'. Vol. II, Gauthier-Villars, 1903.
- [17] **Bejan, A. Kraus, D.** (2003). *Heat transfer handbook*, John Wiley & Sons, Inc.
- [18] **Boussinesq, J.** (1903). *Théorie analytique de la chaleur : mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière (Vol. 2)*. Gauthier-Villars.
- [20] **Bairi, A., Laraqi, N., & de Maria, J. G.** (2007). Numerical and experimental study of natural convection in tilted parallelepipedic cavities for large Rayleigh numbers. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 31(4), 309-324.
- [21] **Bairi, A.** (2008). Nusselt–Rayleigh correlations for design of industrial elements: Experimental and numerical investigation of natural convection in tilted square air-filled enclosures. *Energy Conversion and Management*, 49(4), 771-782.
- [20] **Latif M. Jiji.** *Heat*, (2006). convection. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Allemagne
- [22] **N. Ibrir**, Etude la convection naturelle dans ne cavité rectangul aire contenant du métal liquide, Mémoire de magistère en mécanique, Université de Batna, Algérie (2006).

**[21] : S. V. Patankar and D. B. Spalding**, A Calculation Procedure for Heat,

Mass and Momentum transfert in three-dimensional Parabolic Flows, Int. J. Heat Mass Transfer, 15, 1787– 1790 (1972).

**[22]Patankar S. V. (1980)**. Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere McGraw-Hill, Washington, DC.

**[23]** <https://www.ccs.uky.edu/UserSupport/SoftwareResources/Fluent/>.

**[23]R. Derbail and J.N.Koster**, “Numerical simulation of natural convection of gallium in a narrow gap”, Int. J. Heat Mass Transfer, 40, 1169-1180 (1997).

**[24]Zhao, D. H., Shen, H. W.,** Tabios III, G. Q., Lai, J. S., & Tan, W. Y. (1994). Finite-volume two-dimensional unsteady-flow model for river basins. Journal of Hydraulic Engineering, 120(7), 863-883.

**[25] S. V. Patankar and D. B. Spalding**, A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum transfer in three-dimensional Parabolic Flows, Int. J. Heat Mass Transfer, 15, 1787– 1790 (1972).

**[26]Caretto L.S., Gosman A.D., Patankar S.V., Spalding D. B. (1972)**. Two calculations procedures for steady, three-dimensional flows with recirculation, Proceedings of the Third International Conference on Numerical Methods in Fluid Mechanics, Springer Verlag, Vol. 19. pp. 60-68.

**[27]Fedala, D. (2007)**. 'Manuel de maillage sous Gambit et de simulation sous Fluent applications. Note de cours, Laboratoire d'Energétique et de Mécanique des Fluides Interne, ENSAM, CER de Paris.

**[28]F. ZOUIRI, M.A. OULMANE, N. LABSI, Y.K. BENKAHLA, A. BOUTRA**  
,Convection naturelle au sein d'une cavité carrée munie d'une source chauffante placée sur sa paroi inférieure,Lille,Septembre 2017.

**Résumé** - Ce travail consiste à étudier la simulation numérique de la convection naturelle bidimensionnelle laminaire et stationnaire dans une cavité carrée remplie d'un fluide newtonien incompressible et munie d'une source de chaleur placée sur sa paroi inférieure. Les parois verticales sont soumises à des températures constantes alors que les parois horizontales sont considérées comme adiabatiques. Le modèle mathématique utilisé décrivant notre problème a été développé en se basant sur les approximations de Boussinesq. Les équations de Navier-stokes et d'énergie ont été résolues à l'aide du code de calcul (fluent). Les lignes de courant et les isothermes sont présentées pour diverses combinaisons de Ra et de la longueur de la fraction chauffée.

La validation et la comparaison de nos résultats avec ceux d'autres auteurs (numériques et expérimentaux) ont été faites, l'étude se focalise sur l'influence occasionnée par les variations du nombre de Rayleigh ( $10^3 < Ra < 10^6$ ) et de la longueur de la source sur la structure de l'écoulement et du transfert thermique au sein de la cavité.

**Abstract** - This work consists in studying the numerical simulation of two-dimensional laminar and stationary natural convection in a square cavity filled with an incompressible Newtonian fluid and equipped with a heat source placed on its lower wall, the vertical walls are subjected to constant temperature while the horizontal walls are considered as adiabatic. The mathematical model used describing our problem is based on the Boussinesq approximation. The Navier-stokes and energy equations were solved using the commercialized code (fluent) by the finite volume method. Streamlines and isotherms will be presented for various combinations of Ra and the length of the heated fraction.

The validation and the comparison of our results obtained with those of other authors (numerical and experimental) have been made. The study focuses on the influence caused by the variations of the number of Rayleigh ( $10^3 < Ra < 10^6$ ) and the length of the source on the structure of the flow and the heat transfer within the cavity.

**Mots clés:** transfert de chaleur –convection naturelle –cavité carrée – source chauffée – méthode des volumes finis