

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA BEJAIA
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

MEMOIRE

PRÉSENTÉ POUR L'OBTENTION DU DIPLÔME DE

MASTER

FILIÈRE : GÉNIE MÉCANIQUE

SPÉCIALITÉ : ENERGÉTIQUE

PAR :

BENAMARA LAMINE LAHCENE

BENHAMOU KARIM

Thème

Étude et simulation d'un écoulement compressible dans une tuyère de Laval

Devant le jury composé de :

Mr. ADNANI

Président

Mr. HAMDI

Rapporteur

Mr. BENSLIMANE

Examineur

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2020-2021

Sommaire

Liste des figures	i
Liste des tableaux	ii
NOMENCLATURE	iii
Introduction Générale	Error! Bookmark not defined.
Chapitre I :Généralité et étude bibliographique	Error! Bookmark not defined.
I.1 Introduction	3
I.2 Généralité	3
I.2.1 Présentation d'une tuyère de Laval	3
I.2.2 Régimes d'écoulement dans une tuyère de Laval	4
I.2.2.1 Écoulement subsonique	4
I.2.2.2 Écoulement sonique adapté	5
I.2.2.3 Écoulement sonique non adapté	5
I.2.2.4 Écoulement supersonique adapté	6
I.2.2.5 Écoulement supersonique non adapté	6
I.2.3 Les ondes de choc	7
I.3 Revues bibliographiques	8
Chapitre II :Position du problème	10
II.1. Introduction	12
II.2. Ecoulement dans une tuyère	12
II.2.1 Analyse	13
II.2.2 Débit massique	15
II.2.3 Débit massique pour une tuyère de Laval.....	16
II.3. Équations fondamentales des fluides compressibles.....	17
II.3.1 Équation de conservation de la masse	18
II.3.2 Équation de conservation de quantité de mouvement	18
II.3.3 Équation de conservation de l'énergie.....	18
II.8. Conclusion	19
Chapitre III : Résultats et discussions.....	20
IV.1 Introduction	21
IV.2 Description du problème	21
IV.3 Convergence des calculs	22
IV.4 Validation du maillage	23
IV.5 Validation du langage de calcul	24
IV.6. Écoulement turbulent dans une tuyère convergent-divergent 2D axisymétrique.....	25
IV.6.1. Régime subsonique.....	25
IV.6.2. Régime sonique	27
IV.6.3. Régime supersonique	29

IV.7. Conclusion.....	31
Conclusion Générale.....	33
Références Bibliographiques.....	35
Résumé/Abstract	38

Dédicaces

On tient à remercier tous ceux qui nous ont apporté soutien et courage dans la vie, à nos chers parents qui nous ont accordé leur confiance et encouragé durant nos études, c'est grâce à eux qu'on est arrivé là où nous sommes.

*À notre cher encadreur Monsieur Hamdi.
À tous nos amis et proches.
À tous nos enseignants chacun avec son nom.*

À la mémoire de ma grand-mère

Liste des figures

Figure I.1 : Tuyère convergente/divergente.....	3
Figure I.2 : Évolution de la pression dans une tuyère convergent-divergent.....	4
Figure I.3 : Evolutions des pressions dans la section au col et en sortie d'une tuyère De Laval.....	7
Figure II.1 : Ecoulement dans une tuyère simple.....	14
Figure II.2 : Débit massique en fonction de $\left(\frac{P_4}{P_0}\right)$	17
Figure II.3 : Variation du débit massique de la tuyère de Laval en fonction des pressions en aval	19
Figure III.1 : Profil de la tuyère	24
Figure III.2 : Convergence des calculs	25
Figure III.3 : Maillage de la géométrie.....	25
Figure III.4 : Comparaison du nombre de Mach (Ma)(a) et du profil de Pression (P/P_0) (b) en fonction de x/L à l'axe avec l'expérimental.....	26
Figure III.5 : (a) Les lignes Iso-Mach, (b) Distribution de la pression P/P_0 , (c) Distribution de la densité ρ/ρ_0 , (d) Distribution de la température T/T_0 , écoulement subsonique	27
Figure III.6 : :(a) Evolution de la pression P/P_0 , (b) L'évolution du nombre de Mach, (c) Profil de la densité ρ/ρ_0 , (d) Le profil de la température statique T/T_0 , le long de l'axe de la tuyère, écoulement subsonique.....	28
Figure III.7 : (a) Les lignes Iso-Mach, (b) Distribution de la pression P/P_0 , (c) Distribution de la densité ρ/ρ_0 , (d) Distribution de la température T/T_0 , écoulement subsonique	29

Figure III.8 : (a) Evolution de la pression P/P_0 , (b) L'évolution du nombre de Mach, (c) Profil de la densité ρ/ρ_0 , (d) Le profil de la température statique T/T_0 , le long de l'axe de la tuyère, écoulement en régime sonique.....30

Figure III.9 : (a) Les lignes Iso-Mach, (b) Distribution de la pression P/P_0 , (c) Distribution de la densité ρ/ρ_0 , (d) Distribution de la température T/T_0 , écoulement subsonique31

Figure III.11 : (a) Evolution de la pression P/P_0 , (b) L'évolution du nombre de Mach, (c) Profil de la densité ρ/ρ_0 , (d) Le profil de la température statique T/T_0 , le long de l'axe de la tuyère, écoulement en régime supersonique.....32

Liste des tableaux

Tableau III.1 : les propriétés physiques de l'air.....47

NOMENCLATURE

Symboles	Définition	Unité (SI)
C_p	: Chaleur massique à pression constante	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
C_v	: Chaleur massique à volume constant	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
E	: Energie totale par unité de masse	$J\ kg^{-1}$
e	: Energie interne par unité de masse	$J\ kg^{-1}$
L	: Longueur du domaine physique	m
q_m	: Débit massique	$Kg\ s^{-1}$
P	: Pression	Pa
R	: Constante de l'air	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
S	: Surface	m^2
T	: Température	K
$t\ (\Delta t)$: Temps (pas du temps)	S
C	: Vitesse du son	$m\ s^{-1}$
V	: Vitesse	$m\ s^{-1}$
V_x	: Composante de la vitesse (x)	$m\ s^{-1}$
\vec{V}	: Champ de vitesse	
G	: Accélération de la pesanteur	$m\ s^{-2}$

Symboles grecs

λ	: Coefficient de diffusion	$m^2\ s^{-1}$
μ	: Viscosité dynamique	$Pa\ s$
μ_t	: Viscosité dynamique turbulente	$Pa\ s$

ν_t	: Viscosité cinématique turbulente	$m^2 s^{-1}$
τ	: Contrainte visqueuse	Pa
τ_{ii}	: Contrainte normale	$N m^{-2}$
τ_{ij}	: Contrainte tangentielle	$N m^{-2}$
ν	: Viscosité cinématique	$m^2 s^{-1}$
ρ	: Masse volumique	$kg m^{-3}$
σ	: Constante de Stefan-Boltzmann	$W.m^{-2}.K^{-4}$

Indices

0	: Etat initiale ou état générateur
e	: Entré de la tuyère
s	: Sortie de la tuyère
(i,j)	: Base de repère
P	: Paroi
S	: Isentropique
*	: Critique

Nombres adimensionnels

Ma	: Nombre de Mach
Pr	: Nombre de Prandtl
Re	: Nombre de Reynolds

Abréviations

CD	: Convergent-Divergent
SST	: Shear Stress Transport
VNAP	: Viscous Nozzle Analysis Programme

Introduction Générale

Introduction Générale

Les études concernant les écoulements compressibles ont fait l'objet de nombreux travaux et trouvent leurs applications dans divers domaines industriels tels que l'aéronautique, les lasers chimiques, les systèmes de projection thermique, la combustion, etc...

De façon générale, le comportement physique d'un fluide compressible est beaucoup plus compliqué que celui d'un fluide incompressible. Il peut être considéré comme visqueux ou non visqueux.

Les fluides non visqueux sont généralement analysés à l'aide des équations d'Euler alors que les fluides visqueux sont décrits par le système des équations de bilan de masse, de quantité de mouvement (Navier-Stokes) et d'énergie. La présence éventuelle d'ondes de choc dans les écoulements de fluides compressibles nécessite une attention particulière quant au choix de la méthode numérique de résolution. Pour des systèmes de tailles conventionnelles, les méthodes les plus utilisées restent les volumes finis et les différences finies avec différents schémas (Dufort-Frankel, Lax-Wendroff, Runge Kutta, MacCormack, méthode des caractéristiques, Gudonov) fonctions de la nature de l'écoulement (Eulériens, visqueux, laminaire, turbulent,...)

Chapitre I

Généralités et étude bibliographique

I.1. Introduction

En 1887 Gustaf de Laval construisit une petite turbine à vapeur pour prouver que de tels appareils peuvent être fabriqués dans des dimensions réduites, et en 1890 il développe une tuyère permettant d'augmenter la vitesse de la vapeur entrant dans la turbine. Une tuyère convergente-divergente est la seule à obtenir des flux supersoniques avec $Ma > 1$ (quand elle est calée). L'écoulement supersonique dans la tuyère C-D présente un comportement riche, avec des ondes de choc et des ondes d'expansion se produisant généralement à l'intérieur et/ou à l'extérieur. Pour cette raison, la tuyère est largement utilisée dans certains types de turbines à vapeur, c'est une partie essentielle d'un moteur de fusée moderne, et elle est également utilisée dans les moteurs à réaction supersoniques.

I.2. Généralité

I.2.1 Présentation d'une tuyère de Laval :

Une tuyère de Laval (ou tuyère convergente-divergente) est un tube qui est pincé au milieu (col), créant une forme de sablier asymétrique soigneusement équilibrée. Il est utilisé pour accélérer un gaz chaud sous pression qui le traverse à une vitesse supersonique et, lors de la détente, pour façonner le flux d'échappement de sorte que l'énergie thermique propulsant le flux soit convertie au maximum en énergie cinétique dirigée, le flux lui-même est entraîné par un gradient de pression le long de la tuyère.

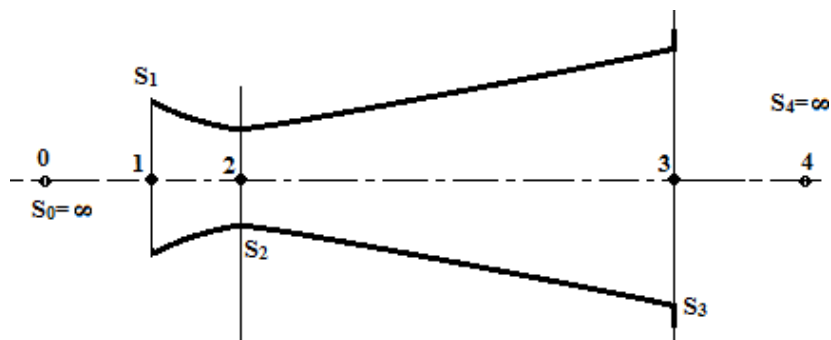


Figure I.1 : Tuyère convergente/divergent

❖ Caractéristiques d'une tuyère de Laval :

- Le convergent : c'est la partie de la tuyère qui va en se rétrécissant,
- Le col est la section de la tuyère où le diamètre est minimum,
- Le divergent dont le diamètre s'accroît à nouveau.

Pour qu'une tuyère de Laval parvienne à accélérer des gaz de manière optimale, il est nécessaire que le convergent et le divergent (qui ne sont pas symétriques) aient des formes bien précises et que le diamètre du col prenne une valeur donnée. Tous ces paramètres sont déterminés à partir des caractéristiques du gaz entrant (pression, température, débit, masse moléculaire) et de la pression externe.

I.2.2. Régimes d'écoulement dans une tuyère de Laval [30] :

Il est intéressant d'étudier l'écoulement dans ce type d'élément car l'écoulement et les phénomènes qui l'accompagnent peuvent illustrer le comportement du fluide dans la plupart des composants de circuits de transmission de puissance. L'adjonction d'une partie divergente en aval de la partie convergente peut conduire cette fois-ci à accélérer l'écoulement pour atteindre un régime supersonique, une fois le rapport de pression inférieur au rapport critique.

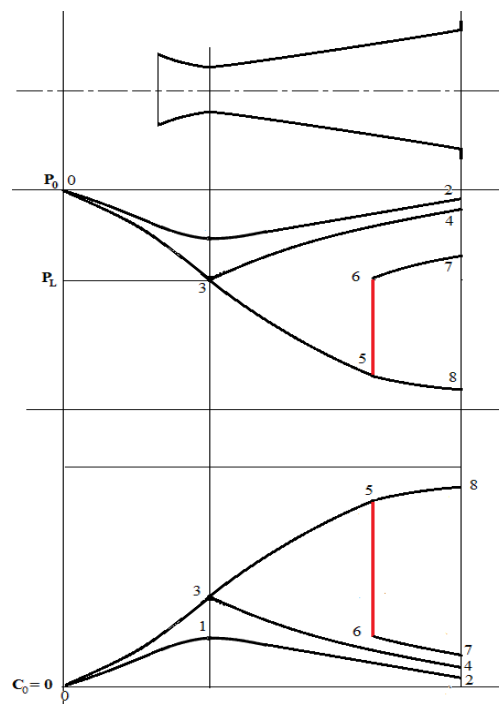


Figure II.2 : Évolution de la pression dans une tuyère convergent-divergent

En abaissant progressivement la pression (P_4) du réservoir aval au-dessous de la pression (P_0) du réservoir amont supposé constante, cela fera apparaître 5 régimes d'écoulement particuliers : (Figure I.2)

I.2.2.1 Écoulement subsonique : ($P_0 > P_4 = P_3 > P_3^*$)

Lorsque la pression (P_4) reste supérieure à (P_3^*) (P_3^* : pression en 3 pour laquelle ($P_2 = P_L$)), l'écoulement dans toute la tuyère est totalement subsonique. La pression (P), la vitesse (C) ; ainsi que la transformation thermodynamique correspondante sont représentées par la

Figure 7. Au col de la tuyère (S_2), la pression (P) passe par la valeur minimale (P_2) et corrélativement la vitesse (C) passe par la valeur maximale (C_2). Le tronçon divergent de la tuyère fonctionne comme un diffuseur (canal décélérateur) ; (la vitesse diminue, la pression augmente). Ensuite l'énergie cinétique ($\frac{C_3^2}{2}$) est transformée en enthalpie au sein du réservoir 4 le phénomène de dissipation comme pour une tuyère simple.

I.2.2.2 Ecoulement sonique adapté : ($P_4 = P_3 = P_3^*$)

Lorsque la pression (P_4) atteint la valeur de la pression (P_3^*), l'écoulement est dit sonique adapté. L'écoulement du gaz est représenté par la courbe (0 3 4), (Figure 7).

L'évolution est analogue à celle du cas précédent sauf que cette fois-ci le point 2 atteint le point remarquable de Laval (point critique L). Au col de la tuyère (2), la pression (P_2) atteint la pression critique (P_L) et la vitesse (C_2) atteint la vitesse critique (a_L).

Comme dans une tuyère simple le tronçon divergent travaille toujours comme un diffuseur.

I.2.2.3 Ecoulement sonique non adapté ($P_3^* > P_4 = P_3 > P_3^{**}$)

Si on continue à abaisser la pression (P_4) plus bas que (P_3^*) ; tout en la gardant supérieure à une certaine valeur (P_3^{**}) que nous définirons plus loin ; l'écoulement sera **sonique non adapté**.

La pression (P), la vitesse (C) ; ainsi que la transformation thermodynamique correspondante sont représentées les courbes (0 3 5 6 7), (Figure 7).

L'écoulement par le tronçon convergent ne subit plus aucune modification insensible à la baisse de pression (P_4), c'est le phénomène du **blocage sonique**. L'écoulement dans le tronçon divergent est le siège d'un phénomène d'onde de choc. La détente du gaz a eu lieu d'abord dans le tronçon convergent, se poursuit au-delà du col et la vitesse continue d'augmenter (tronçon 3 5), de sorte que l'écoulement correspondant à ce tronçon soit supersonique et que le tronçon divergent dans cette zone fonctionne comme un canal accélérateur.

Au cours de l'onde de choc, la pression augmente brusquement en subissant un saut de 5 à 6 corrélativement la vitesse diminue brusquement en subissant également un saut de 5 à 6. Après l'onde de choc ; théoriquement ; la pression augmente et corrélativement la vitesse diminue selon le tronçon (6 7). L'écoulement est à nouveau subsonique et le tronçon divergent travaille comme un canal décélérateur. En réalité ; les phénomènes liés à l'onde de

choc sont beaucoup plus complexes ; d'une part il ne s'agit plus d'une onde de choc à front droit mais oblique.

Pour une valeur de (P_4) légèrement inférieure à (P_3^*) l'onde de choc a lieu juste après le col, elle est encore presque à front droit ; elle ne donne lieu qu'à de faible perturbation.

Pour des valeurs décroissantes de (P_4) , l'onde de choc l'éloigne du col, elle est à front de plus en plus oblique et donne lieu à des perturbations de plus en plus grandes. En réalité, à cause du frottement dont nous n'avons pas tenu compte, il se produit à la paroi du divergent un décollement brusque de la couche limite avec apparition d'une zone morte d'écoulement de sorte que la pression ne remonte pas et la vitesse ne diminue pas, exactement comme le prévoit la théorie simplifiée, car l'écoulement ne peut plus être considéré comme monodimensionnel.

I.2.2.4 Ecoulement supersonique adapté : $(P_4 = P_3 = P_3^{})$**

Lorsque la pression (P_3) est égale à (P_3^{**}) , l'écoulement est dit **écoulement supersonique adapté**. L'évolution des gaz est représentée par les courbes **(0 3 8)**, (Figure 7). L'écoulement dans le tronçon convergent reste rigoureusement identique à l'écoulement sonique adapté, dans le tronçon divergent l'écoulement est entièrement supersonique.

Le tronçon divergent fonctionne totalement comme un canal accélérateur. Le phénomène d'onde de choc a disparu.

I.2.2.5 Ecoulement supersonique non adapté : $(P_4 < P_3 = P_3^{})$**

Si on continue à abaisser (P_4) plus bas que (P_3^{**}) , l'écoulement sera **supersonique non adapté**, représenté par les courbes **(0 3 8)**, (Figure 7).

L'écoulement dans l'ensemble de la tuyère de Laval ne subit plus aucune modification. Il devient insensible à la baisse de la pression (P_4) et reste rigoureusement identique à l'écoulement supersonique adapté.

Comme la pression (P_3) reste égale à la valeur (P_3^{**}) , la détente de la pression $(P_3^{**} = P_3)$ jusqu'à la pression (P_4) se fait à l'aval de la tuyère dans le réservoir 4. Cette détente fait intervenir le phénomène d'ondes de détente qui a été décrite précédemment. Ces ondes de détente comportent des lignes caractéristiques assez complexes, comme cela est esquissé sur la Figure 7.

❖ **Remarque :** En réalité, l'écoulement se fait avec dissipation, de sorte que l'entropie du fluide augmente continuellement. Il en résulte de fait de cette dissipation :

- La vitesse au col de la tuyère de Laval est légèrement inférieure à la vitesse du son

- La vitesse du son est atteinte dans une section située légèrement en aval du col. Pour terminer, il convient de préciser que, lorsqu'on tient compte de la dissipation car l'hypothèse de l'écoulement unidimensionnel n'est plus valable.

I.2.3 Les ondes de choc :

Une onde de choc est une discontinuité des propriétés d'un écoulement s'accompagnant d'une augmentation de l'entropie. Elle ne peut se produire qu'en écoulement supersonique. En conditions supersoniques, des variations importantes des propriétés de l'écoulement peuvent avoir lieu dans un espace très petit (de l'ordre de quelques centaines de nanomètres). Les particules fluides subissent alors de très fortes décélérations. On est en présence d'un phénomène appelé onde de choc. Ces variations des propriétés de l'écoulement sont tellement brusques qu'elles sont assimilées à une discontinuité et elles ont une influence fondamentale au niveau macroscopique sur la caractéristique en débit d'un convergent-divergent.

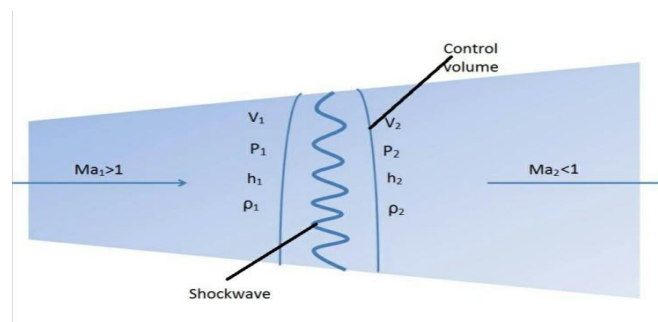


Figure III.3 : Onde de choc.

I.3 Revues bibliographiques :

Laval. P [1] présente une méthode de résolution des équations d'Euler sous forme conservative d'un écoulement compressible dans une tuyère (2D et axisymétrique). La méthode proposée, de type prédicteur-correcteur explicite, utilise un terme de pseudo viscosité. Les résultats numériques sont obtenus pour une tuyère convergente-divergente (45° - 15°), étudiée expérimentalement par Cuffel et al dans [2] et une autre tuyère avec un angle du convergent égal à 20° en faisant varier le rapport des rayons de courbure et du col R/R_{thde} (0 à 0.8). Ce dernier cas a été étudié expérimentalement en 1970 par Solignac à l'ONERA. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux montre une bonne cohérence.

Rae. W. J [3] a présenté un calcul numérique sur un écoulement à faible masse volumique dans une tuyère de type convergente-divergente, en prenant compte les effets de viscosité. Il a résolu les équations dans des micro-tuyères Slender-channel avec des conditions de glissement à la paroi. Un schéma aux différences finies implicite de type Crank-Nicholson

est utilisé pour déterminer les profils de la pression, de vitesse et d'enthalpie le long de la tuyère. Il a également étudié l'effet de la géométrie, du nombre de Reynolds et des conditions de température pariétale. Les résultats montrent que les enthalpies obtenues entre les cas adiabatiques et ceux à températures de paroi constantes sont pratiquement identiques alors qu'avec une température de paroi variable, une réduction d'environ 20% de l'enthalpie, est observée. L'épaisseur de la couche limite la plus faible est obtenue dans le cas d'une température de paroi variable (refroidie).

Dans une série d'articles [4-7], Cline. M. C présente des études numériques d'un écoulement de fluide compressible dans des tuyères rectangulaires et axisymétriques. La méthode utilisée pour la progression dans le temps permet de contourner les difficultés rencontrées par les méthodes d'intégration numérique des systèmes hyperboliques et elliptiques qui sont dues à la mixité des domaines des vitesses subsoniques et supersoniques.

L'auteur a validé son travail sur des écoulements Eulériens bidimensionnels, isentropiques et rotationnels dans trois types de tuyère article [4] : la première a une forme conique de type convergent-divergent, la seconde est aussi de forme conique mais avec un convergent uniquement et la dernière de forme convergente-divergente présente un raccordement à l'entrée. La comparaison des résultats montre une bonne cohérence avec ceux obtenus expérimentalement par Cuffel et al [2].

Le même auteur développe un nouveau code prenant en compte les effets visqueux de l'écoulement (Viscous Nozzle Analysis Program : VNAP) basé sur la même méthode que celle décrite dans [4] mais en utilisant une forme non conservative des équations (article [5]). Il la compare ensuite avec une méthode de calcul séparée de la couche limite visqueuse et de la zone eulérienne. Il montre que l'hypothèse de couche limite mince risque de ne plus être valable pour des tuyères de petites dimensions et pour des nombres de Reynolds de l'ordre 10^4 (cas de tuyères utilisées pour les lasers).

Mac Cormack W. R et al [8] présente une étude numérique de l'écoulement d'un fluide compressible dans une tuyère de révolution, convergente-divergente, de petites dimensions. Il propose un schéma explicite aux différences de type Mac Cormack [9] pour la résolution du système d'équations de Navier-Stokes bidimensionnelles instationnaires. L'auteur compare deux méthodes numériques pour l'intégration temporelle des équations de Navier-Stokes. La

première utilise un opérateur aux différences uniques et la seconde utilise une séquence d'opérateurs aux différences monodimensionnels. La tuyère est séparée en zones à maillage constant (convergent et divergent selon la direction longitudinale, partie centrale selon la direction radiale) et à maillage variable (près du col selon x et de la paroi selon r). Les conditions sur la frontière amont sont basées sur une hypothèse qui privilégie les effets transversaux par rapport aux effets longitudinaux ; sur la frontière aval, toutes les grandeurs de l'écoulement sont obtenues par extrapolation. La paroi est supposée adiabatique. Les résultats présentés montrent l'évolution du coefficient de débit à différentes sections et les iso-contours des nombres de Mach, les isobares et les profils de température et de vitesses axiales dans différentes sections de la tuyère. Une comparaison des nombres de Mach avec ceux obtenus expérimentalement et numériquement dans une série de travaux publiés par Back. L.H [10-14] est également présentée. Pour un nombre de Reynolds relativement modéré de l'ordre 10^4 , l'étude montre une diminution sensible du nombre de Mach maximal dans chaque section et un développement important de la couche limite dans le divergent, qui a pour conséquence l'élimination de chocs obliques stationnaires.

Kwon. O. K et al [15] ont analysé l'écoulement transsonique stationnaire, laminaire et visqueux dans une tuyère par la méthode d'Hopscotch qui est connue comme une méthode hybride qui combine les avantages des algorithmes explicites et implicites. Les solutions obtenues sont en bon accord avec les travaux expérimentaux de [5,10]. Cependant la précision des résultats dans les régions à forts gradients est très sensible à la densité du maillage utilisé.

Les effets de l'angle du divergent sur l'écoulement d'hydrogène et d'azote, à faible nombre de Reynolds dans une tuyère de forme conique ont fait l'objet du travail expérimental proposé par Whalen. M. V [16]. Il a également utilisé le code de Rae [3], pour comparer les résultats mesurés et calculés. Il a montré les limites de la méthode de Rae dans le cas de petits angles du divergent et de faibles nombres de Reynolds.

Kim. S. C [17] a présenté une étude numérique qui a pour but de déterminer les performances d'une tuyère d'une fusée avec une faible force de poussée. Pour résoudre les équations de Navier-Stokes axisymétrique, en régime laminaire et à Reynolds modérés, l'auteur utilise un code en volumes finis « RPLUS » basé sur un schéma LUSSOR implicite. Les résultats obtenus ont été validés avec les mesures obtenues, pour $Re = 270$, dans le cas de la tuyère étudiée par Rothe. D. E [18] avec de l'azote comme gaz test. Plusieurs simulations

ont été présentées ensuite pour différentes formes de tuyère et avec l'hypothèse d'une paroi adiabatique. Les résultats ont montré l'existence d'un compromis entre les effets visqueux et bidimensionnels.

Young-Myung. Y [19] a aussi utilisé la méthode Mac Cormack avec la technique de décomposition de l'opérateur pour déterminer l'écoulement d'un mélange de gaz (propane, oxygène et azote, constituants chimiques des produits de combustion : (H₂O, C O₂, O₂,N₂,H₂) dans une tuyère axisymétrique avec une section constante du col, sur une longueur de l'ordre de (5 à 10) fois de celle du convergent, utilisée dans le système de projection thermique de type H.V.O.F. Les résultats obtenus à partir de modèles bidimensionnel et monodimensionnel, mettent en évidence les différences entre les deux approches sur la prédiction de la vitesse du nombre de Mach, de la pression et de la température au voisinage du col et dans le divergent.

« Analyse théorique et CFD pour une tuyère de Laval » par Nikhil Deshpande et Suyash Vidwans[20]. Dans cet article, une analyse CFD totale d'un modèle de tuyère de Laval a été effectuée. La comparaison est effectuée sur la base de valeurs théoriques et CFD. Dans notre mémoire, nous avons expliqué tous les concepts de base de la tuyère de Laval ainsi que le calcul de chaque cas.

"Modélisation et simulation de tuyère supersonique à l'aide de la dynamique des fluides numérique", par Venkatesh V et C Jayapal Reddy[21]. Dans cet article, une analyse théorique et CFD de divers types de tuyère est présentée. Les conditions de poussée et les paramètres de conception sont également discutés dans cette tuyère. Nous avons pris des diagrammes et certaines théories pertinentes à notre sujet.

Adamson et Nicholls [22], ont analysé expérimentalement les jets de buses et ont présenté une méthode analytique pour calculant la position du choc à l'intérieur de la tuyère, alors que Lewis et Carlson [23] ont déterminé expérimentalement la distance du premier disque de Mach sous les buses supersoniques dilatées émettant du gaz depuis le plan de sortie de la buse. Romine [24] a présenté les mécanismes de séparation de l'écoulement de la paroi de la tuyère.

Chapitre II

Position du problème

II.1. Introduction :

De façon générale, les différentes étapes d'analyse d'un problème physiques s'organisent de la manière suivante : Nous partons d'un problème physique, dont le cadre précis de l'étude est défini par les hypothèses simplificatrices qui permettent ensuite de déterminer le modèle mathématique approprié. La difficulté pour l'ingénieur est de savoir choisir parmi les lois de la physique, celles dont les équations traduiront avec la précision désirée la réalité du problème. La détermination des caractéristiques Dans le cas isotherme, il faut écrire des équations d'équilibre entre les différentes forces agissant sur le fluide. Dans un cas général, les équations utilisées dans les problèmes d'écoulement dans les turbomachines dérivent des équations fondamentales de la mécanique : (équations de continuité, de quantité de mouvement, et d'énergie). Ce chapitre considère d'une manière sommaire, des éléments de la théorie écoulements de fluide, des méthodes de résolution et les écoulements spécifiques aux tuyères

II.2 Ecoulement dans une tuyère :

Nous formulons les hypothèses suivantes :

- Canal fixe $\delta_{\tau e} = 0$
- Canal adiabatique : $\delta q = 0$
- Ecoulement sans dissipation : $\delta f = 0$
- $(\delta q + \delta f) = 0 \rightarrow s = C^{st}$
- Ecoulement monodimensionnel ou par tranche
- Régime permanent $\frac{\delta(\cdot)}{\delta t} = 0$

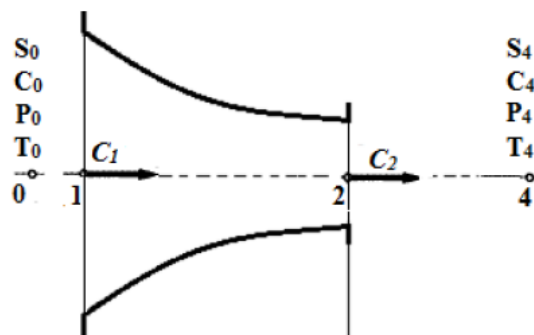


Figure IVI.1 : Ecoulement dans une tuyère simple.

En considérant que le gaz est parfait, la tuyère déverse dans un réservoir aval "4" infini est dont la pression P_4 peut varier de façon paramétriques (FigureVI.1).

II.2.1 Analyse :

Canal fixe adiabatique : conservation d'enthalpie totale entre le point "0" et une section quelconque de la tuyère, alors on peut écrire :

$$h_0 = h + \frac{C^2}{2} \rightarrow \frac{C^2}{2} = h_0 - h = C_p(T_0 - T)$$

$$\frac{C^2}{2} = C_p T_0 \left(1 - \frac{T}{T_0}\right) \quad (\text{II.1})$$

Écoulement isentropique : $PV^\gamma = C^{cst}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{V}{V_0}\right)^\gamma = \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^{-\frac{1}{\gamma}} \\ \frac{T}{T_0} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \end{array} \right.$$

(II.1) devient :

$$\frac{C^2}{2} = C_p T_0 \left(1 - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)$$

$$C = \sqrt{2C_p T_0 \left(1 - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)} \quad (\text{II.2})$$

Expression de la vitesse (C) du fluide dans une section quelconque, le nombre de Mach étant égale à (C/a) on aura avec ; ($a^2 = \gamma r T$)

$$Ma^2 = \frac{C^2}{a^2} = \frac{2C_p T_0}{\gamma r T} \left(1 - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) \rightarrow Ma = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left(\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1\right)} \quad (\text{II.3})$$

Le nombre de Laval, c'est-à-dire le rapport entre la vitesse (C) et la vitesse de Laval (a_L) (ou la vitesse critique), donné par :

$$La = \frac{C}{a_L} \text{ Sachant que : } a_L = \sqrt{\frac{2C_p T_0}{K}}, \quad k = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}$$

$$La^2 = \frac{C^2}{a_L^2} = \frac{2C_p T_0}{\frac{2C_p T_0}{K}} \left(1 - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right) = K \left(1 - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}\right)$$

$$La = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)} \quad (\text{II.4})$$

La vitesse (C) de l'écoulement atteindra la vitesse critique du son (a_L) donnée par (II.4) lorsque le nombre de Mach (Ma) et le nombre de Laval (La) auront atteint la valeur

unitaire (1) ; et la pression P aura atteint la valeur critique (P_L) ; le rapport de pression correspondant à cette situation appelé "Rapport de pression critique" ou "Rapport de Laval" sera : $La = 1 \rightarrow P = P_L$

$$La = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)}$$

$$La = 1 \rightarrow P = P_L$$

$$La = 1 \rightarrow \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{P_L}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) = 1$$

$$\rightarrow 1 - \left(\frac{P_L}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}$$

$$\rightarrow \left(\frac{P_L}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} = \frac{2}{\gamma + 1}$$

Rapport de pression critique :

$$\frac{P_L}{P_0} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{II.5})$$

La relation $\frac{T_L}{T_0} = \frac{2}{\gamma + 1}$; et pour une évolution isentropique : $\left(\left(\frac{T_L}{T_0} \right) = \left(\frac{V_0}{V_L} \right)^{\gamma-1} \right)$, on aura alors :

$$\frac{V_L}{V_0} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \text{ ou bien } \left(\frac{\rho_L}{\rho_0} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \right)$$

Finalement ; on peut résumer les rapports critiques comme suit :

$$\frac{P_L}{P_0} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\frac{T_L}{T_0} = \frac{2}{\gamma + 1}$$

$$\frac{V_L}{V_0} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

$$\frac{\rho_L}{\rho_0} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (\text{II.6})$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

Le débit massique et selon la relation (II.2) donnant l'expression de la vitesse :

$$q_m = \rho S C = \rho S \sqrt{2 C_p T_0 \left(1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)} = \frac{S}{V} \sqrt{2 C_p T_0 \left(1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)} = C^{st} \quad (\text{II.7})$$

Tenant compte du fait que le gaz soit supposé parfait : $PV = rT$ et $C_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1}$

$$q_m^2 = 2C_p T_0 \frac{S^2}{V^2} \left(1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)$$

Par ailleurs, Gaz parfait + écoulement isentropique : $(P_0 V_0^\gamma = PV^\gamma \rightarrow V = V_0 \left(\frac{P}{P_0} \right)^{-\frac{1}{\gamma}})$

On obtient :

$$q_m = SP_0 \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)rT_0} \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{-\frac{1}{\gamma}} \right)} = C^{st} \tag{II.8}$$

La relation (II.8) ; expression du débit massique en (kg/s) ; donne la valeur du débit (constant) en fonction de la section (S), de la pression régnant dans cette section et de la nature du gaz. Inversement la relation (II.8) peut donner pour un débit massique et pour une loi de surface (section de passage) donnée ; la valeur de la pression le long de l'axe de la tuyère. La relation (II.8) peut aussi constituer une loi donnant la valeur des sections de passage de la tuyère pour un débit donné et pour une loi de pression donnée.

II.2.2 Débit massique :

Examinons maintenant la variation du débit massique (q_m) en fonction des pressions (P_0) et (P_4) des réservoirs amont et aval. Si nous considérons la section (S_2) au col de la tuyère ; le débit massique donné par (II.8) s'écrit :

$$\frac{q_m}{P_0} = S_2 \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)rT_0} \left(\frac{P_2}{P_0} \right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_0} \right)^{-\frac{1}{\gamma}} \right)} \tag{II.9}$$

La variation de $\left(\frac{q_m}{P_0} \right)$ en fonction de $\left(\frac{P_4}{P_0} \right)$ est donnée par la figure suivante :

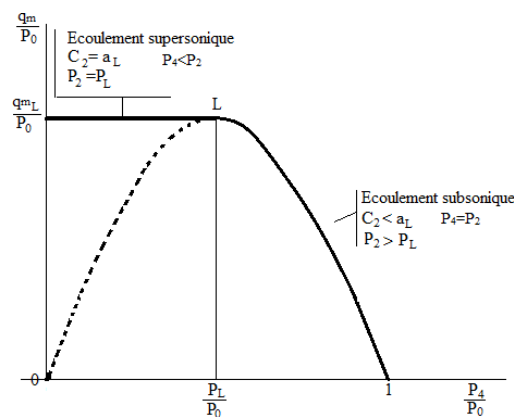


Figure II : Débit massique en fonction de $\left(\frac{P_4}{P_0} \right)$

Nous distinguons bien 3 régimes d'écoulement d'écrits précédemment :

- La branche de droite de la courbe correspondant à l'écoulement subsonique réalisé lorsque ($P_4 > P_L$), cette transformation présente l'allure d'un quart d'ellipse.
- Le point (L) correspondant à l'écoulement sonique adapté réalisé lorsque ($P_4 = P_L$). En introduisant le rapport $\left(\frac{P_4}{P_0}\right)$ donné par (II.6) dans la relation (II.9), nous obtenons les débits massiques sonique ou critique :

$$q_{mL} = S_2 P_0 \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma+1)rT_0}} \quad (\text{II.10})$$

- La branche de gauche de la courbe dessinée en pointillés ne correspond à aucune réalité physique. Nous savons qu'à partir du point (L) intervient le blocage sonique de sorte que la courbe réelle correspondant à l'écoulement sonique non adapté est un tronçon de droite horizontal.

II.2.3 Débit massique pour une tuyère de Laval :

En appliquant la relation (II.15) aux sections droites (S2) et (S3), on obtient :

$$\frac{q_m}{P_0} = S_2 \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)rT_0} \left(\frac{P_2}{P_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)} \quad (\text{II.11})$$

$$\frac{q_m}{P_0} = S_3 \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)rT_0} \left(\frac{P_3}{P_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{P_3}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)}$$

Graphiquement, nous aboutissant à la représentation illustrée par la Figure II.3.

La courbe représentant la variation du rapport $\left(\frac{q_m}{P_0}\right)$ du rapport $\left(\frac{P_4}{P_0}\right)$, nous permet de distinguer les 5 régimes d'écoulement étudiés. Nous remarquons aussi que le blocage sonique intervient dès que la pression (P_4) atteint la valeur particulière, le débit massique atteint (q_{mL}).

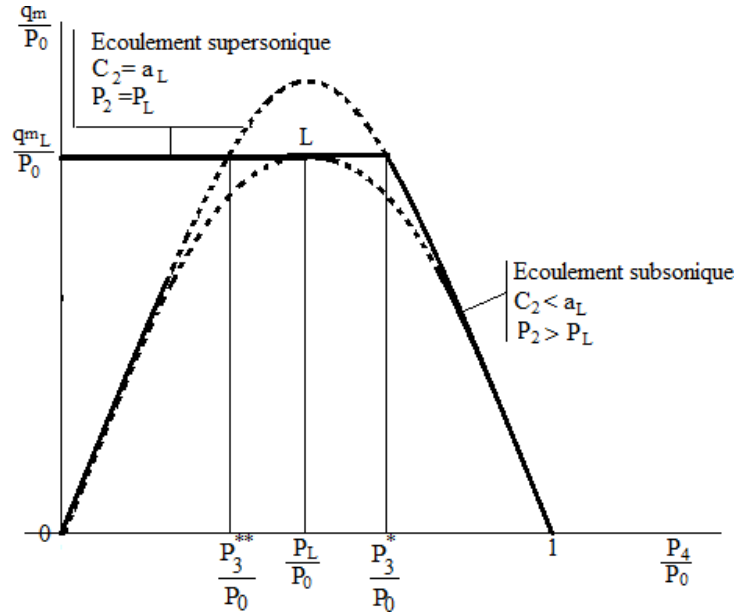


Figure II.3 : Variation du débit massique de la tuyère de Laval en fonction des pressions en aval.

Remarque : Pour les écoulements soniques et supersoniques adaptés, on sait que $P_2 = P_L$. Les relations données par (II.11) peuvent s'écrire alors :

$$\frac{q_m}{P_0} = S_2 \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)rT_0} \left(\frac{P_2}{P_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)} = S_3 \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)rT_0} \left(\frac{P_3}{P_0}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{P_3}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)}$$

$$\left(\frac{S_2}{S_3}\right)^2 \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) = \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{P_3}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) \quad (\text{II.12})$$

D'après la relation (II.5), on obtient :

$$\left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right) \left(\frac{S_2}{S_3}\right)^2 \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}} \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{P_3}{P_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) \quad (\text{II.13})$$

Les solutions de (II.13) donnent les pressions caractérisées (P_3^*) et (P_3^{**}) .

II.3 Équations fondamentales des fluides compressibles :

Pour un fluide compressible les hypothèses suivantes ont été prise en compte :

- Ecoulement compressible, instationnaire,
- Ecoulement axisymétrique (écoulement sur le plan (u, j)),
- Force de pesanteur négligeable,
- Gaz parfait (d'un point de vue thermodynamique),
- Fluide visqueux.

Les équations fondamentales de l'écoulement peuvent être données par les lois de conservations suivantes :

II.3.1 Équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (\text{II.14})$$

Où ρ est la masse volumique du fluide et u_j la composante j du vecteur vitesse.

II.3.2 Équation de conservation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (-P \delta_{ij} + \tau_{ij}) \quad (\text{II.15})$$

Où P est la pression statique, δ_{ij} le tenseur de Kronecker et τ_{ij} le tenseur des contraintes visqueuses.

II.3.3 Équation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_j} [u_j (\rho E + P)] = -\frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i \tau_{ij}) \quad (\text{II.16})$$

Où q_j est le flux de chaleur dans la direction j , E est l'énergie totale par unité de masse, qui s'exprime par la relation suivante :

$$E = e + \frac{1}{2} u_k u_k \quad (\text{II.17})$$

Il faut ajouter aussi l'équation d'état des gaz parfaits :

$$r = C_p - C_v = C^{\text{st}}, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \gamma^{\text{st}}, \quad P = \rho r T \quad (\text{II.18})$$

Où γ étant la constante particulière du gaz parfait. C_p et C_v représentent respectivement les chaleurs spécifiques à pression et à volume constants. Pour un fluide supposé newtonien, le tenseur des contraintes visqueuses prend la forme suivante :

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \lambda \delta_{ij} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (\text{II.19})$$

Dans laquelle μ et λ sont reliés par l'hypothèse de Stokes : $3\lambda + 2\mu = 0$ Le flux de chaleur par unité de surface q_j en fonction de la température s'écrit comme suit :

$$q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (\text{II.20})$$

k est la conductivité thermique qui s'exprime en fonction de la viscosité dynamique par le nombre de Prandtl P_r :

$$P_r = \frac{\mu C_p}{k} = \frac{\mu C_v}{k} \quad (\text{II.21})$$

En ce qui concerne la viscosité dynamique, celle-ci est donnée, pour la gamme de température étudiée, par la loi de Sutherland (utilisée par FLUENT) suivante :

$$\mu = \mu_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} \left(\frac{1 + \frac{T}{T_0}}{1 + \frac{T}{S}} \right) \quad (\text{II.22})$$

Où $\mu_0 = 1.78938 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ est la viscosité du fluide à la température de référence $T_0 = 288 \text{ K}$ et S est une constante fixée pour l'air à 110 K .

II.4 Conclusion

À travers ce chapitre, nous avons traité des notions sur la modélisation de la turbulence, ainsi que les équations gouvernantes régissant l'écoulement des fluides et les variations des équations mises en œuvre dans le solveur numérique. Nous avons vu également les différents modèles de turbulence et la modélisation de l'écoulement près des parois.

Chapitre III

Résultats et discussions

III. 1. Introduction

L'objectif de notre étude est le comportement de l'air comprimé à l'intérieur d'une convergente divergente. Les résultats obtenus sont cohérents avec celles expérimenté dans la précédente étude [33]. Il semble que ce phénomène soit très basique, même s'il reste mal compris. Notre contribution principale concerne l'influence de la géométrie de la tuyère sur les différents régimes d'écoulements et leur interprétation physique afin de mieux comprendre le phénomène. Les résultats obtenus sont présentés pour un écoulement dans une tuyère subsonique, sonique et supersonique. Les différents tests présentés dans cette étude concernent l'influence des conditions génératrices telles que la pressions d'entrée et la température à la paroi de la tuyère sur les grandeurs caractéristiques de l'écoulement. La méthode numérique utilisée pour la résolution de l'écoulement est basée sur une approche volumes finis.

III.2. Description du problème

La géométrie étudiée est une tuyère convergente-divergente. La section d'entrée est d'un rayon de 136,67 mm, les longueurs du convergent et du divergent sont respectivement de 84,77 mm et 254,97 mm, le rayon du col est de 129,168 mm et la section à la sortie de la tuyère 159,58 mm, figure (IV.1). L'écoulement du fluide considéré comme un gaz parfait est délimité par une paroi imperméable adiabatique, les données suivantes ont été utilisées pour un écoulement turbulent compressible :

Pression de stagnation : $P_0 = 15 \text{ bars}$

Température totale : $T_0 = 400 \text{ K}$

Nombre de Prandtl : $Pr = 0.72$

Constante de l'air : $R = 287 \text{ J/Kg. K}$

Rapport des chaleurs spécifiques : $\gamma = 1.4$

Pas d'effet de gravité : $g = 0 \text{ m/s}^2$

Pas du temps $\Delta t = \frac{r^*}{\sqrt{\gamma RT}} = 5.567 \cdot 10^{-5}$

Le fluide utilisé étant de l'air, Ses propriétés sont représentées dans le tableau suivant :

Propriété	Valeur numérique
Masse volumique	1.225 kg/m ³
Viscosité dynamique	1.7894.10 ⁻⁵ kg/ms

Tableau III.1 : les propriétés physiques de l'air

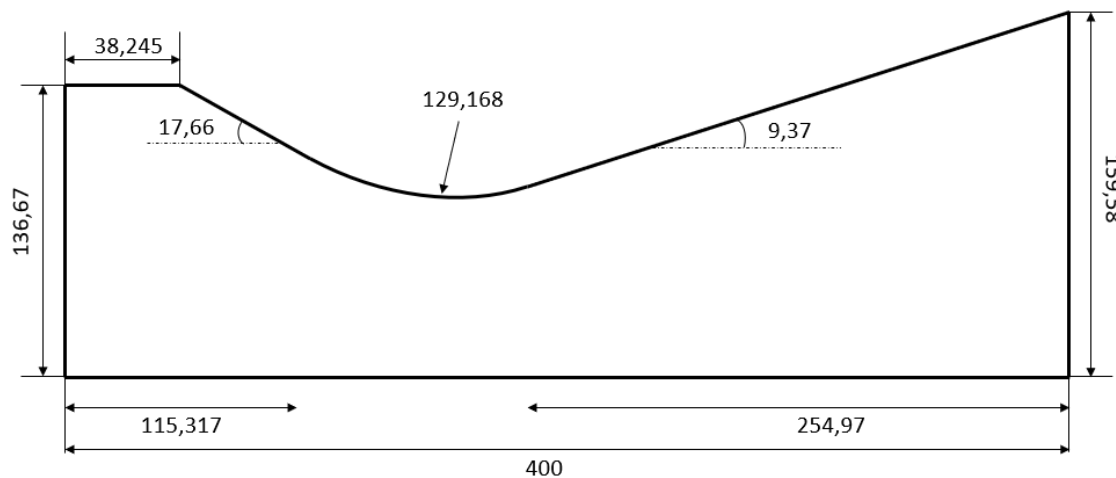


Figure III.1 : Profil de la tuyère.

Les simulations réalisées à l'aide du code CFD spécifient un domaine d'étude de deux dimensions (2D) pour cette étude. Une condition aux limites de type *pressure-inlet* est imposée à l'entrée de la tuyère et une autre condition aux limites du type *pressure outlet* est utilisée à la sortie, les parois de la tuyère sont considérées comme adiabatiques, une frontière inférieure constituée d'un axe de symétrie horizontal, où une condition de symétrie est appliquée.

III.3. Convergence des calculs

Afin de vérifier la convergence de nos calculs, nous avons pris en compte l'évolution des résidus au cours des itérations. Nous avons constaté que pour l'équation de continuité, la résolution de la vitesse en x et en y ont eu des résidus inférieurs à 10^{-3} et qu'ils se sont stabilisés. La convergence a donc été obtenue lors de toutes les simulations stationnaires avec des maillages à différentes densités.

En outre, pour comparer les résultats obtenus avec chaque maillage par rapport aux résultats physiques obtenus et donc sélectionner le maillage le plus optimale à utiliser par la

suite, les champs de vitesse (qui sont quasiment égaux pour tous les maillages). On y constate que l'écoulement est parfaitement stationnaire, laminaire et symétrique, ce qui correspond à notre attente pour un $Re < 1$ selon la théorie.

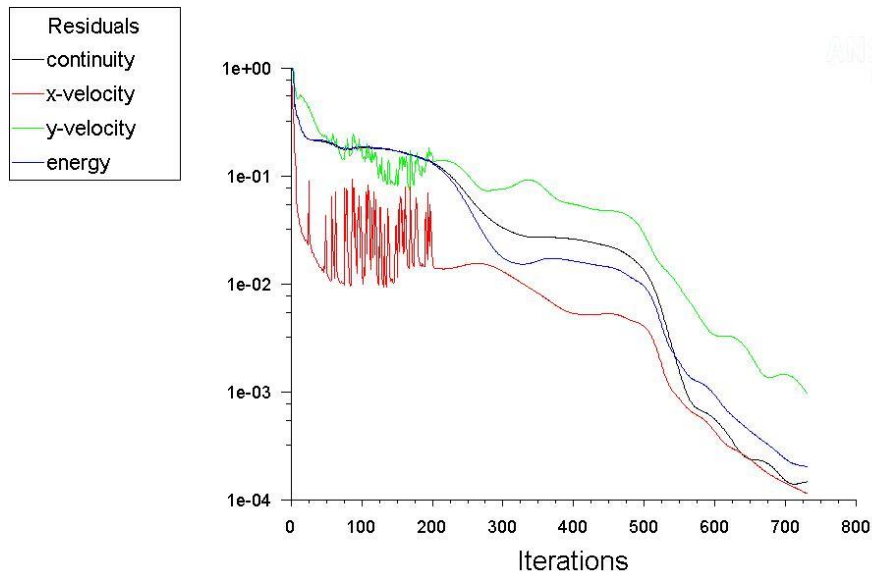


Figure III.2 : Convergence des calculs

III.4 Validation du maillage

Après un premier calcul, nous avons pu remarquer le temps particulièrement long mis par la simulation. De ce fait, nous avons tenté d'optimiser nos tailles de mailles afin de minimiser le temps de calcul. Pour cela, nous avons réalisé une étude préliminaire visant à déterminer la plus grande taille de mailles possible tout en préservant une convergence en pression et en nombres de mach du calcul.

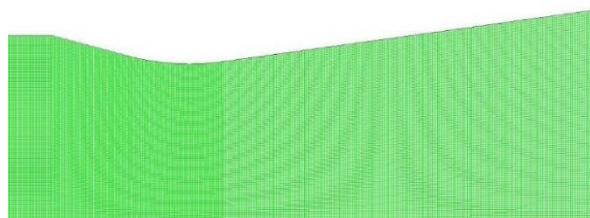


Figure III.3 : Maillage de la géométrie.

Finalement nous avons choisi parmi tous les maillages créés avec Ansys Meshing, un maillage ayant 33000 éléments avec lequel nous avons de bons résultats et qui offre le meilleur compromis en termes de temps de calcul.

III.5. Validation du langage de calcul

Dans le but de valider le programme adopté pour cette étude, on a comparé nos résultats avec ceux de [33] correspondant à une étude sur un écoulement de fluide compressible dans une tuyère convergent-divergent. Le dispositif expérimental utilisé est simulé sur Ansys-Fluent, la tuyère expérimentale se divise en trois parties, l'entrée, le col et la sortie. Le rayon d'entrée est de 14,01 mm, 11,45 mm au col et 18,33 mm à la sortie. Avec une longueur totale de 30mm. Nous avons comparé les profils, à l'axe, de la pression normalisée par la pression totale (P_0) et le nombre de Mach (Ma), le long de la distance adimensionnelle x/L . Ces profils sont indiqués, respectivement par la figure (IV.6).

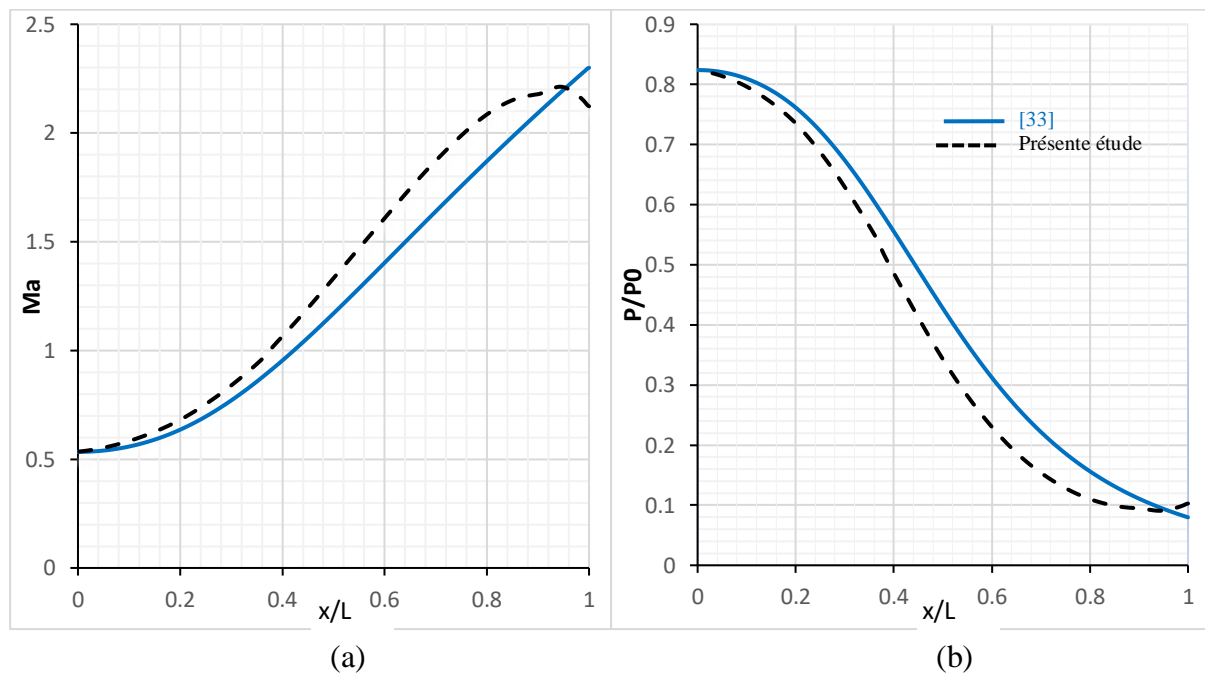


Figure III.4 : Comparaison du nombre de Mach (Ma)(a) et du profil de Pression (P/P_0) (b) en fonction de x/L à l'axe avec l'expérimental [33].

III.6. Ecoulement turbulent dans une tuyère convergent-divergent 2Daxisymétrique

III.6.1 Régime subsonique : $P_s/P_0=0.97$

Les différents champs des propriétés caractéristiques de l'écoulement du fluide dans la tuyère, figure (IV.1) pour le régime subsonique sont présentés dans les figures (IV.5 - IV.6).

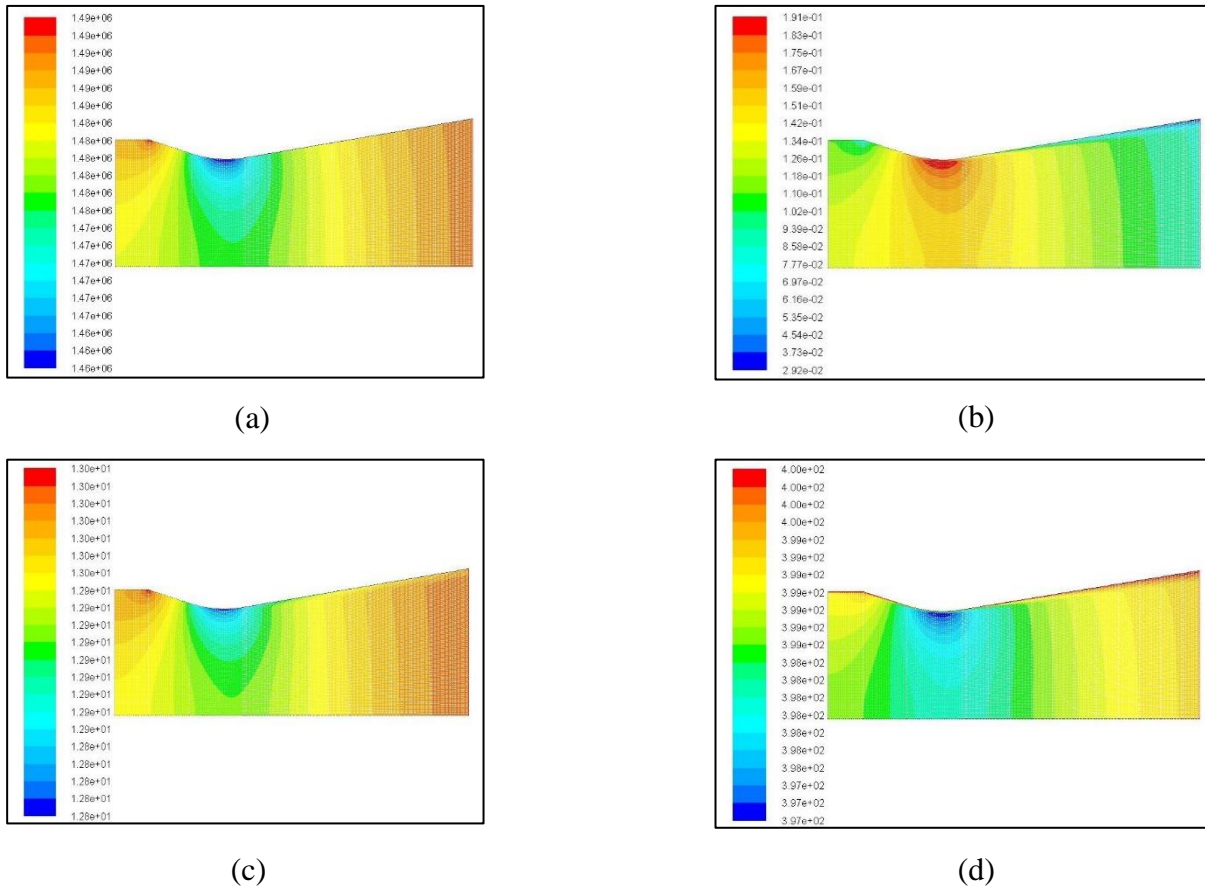
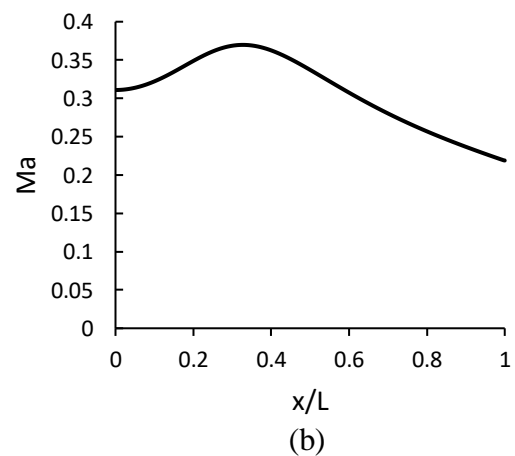
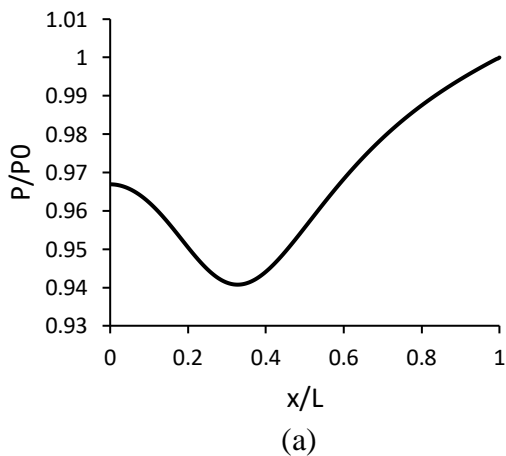


Figure III.5 : (a) Les lignes Iso-Mach, (b) Distribution de la pression P/P_0 , (c) Distribution de la densité ρ/ρ_0 , (d) Distribution de la température T/T_0 , écoulement subsonique.



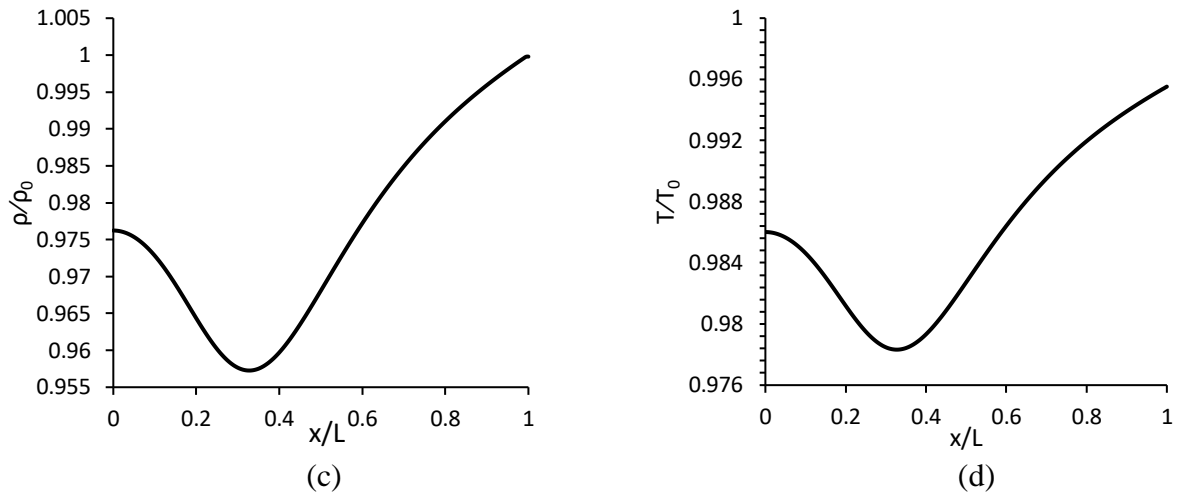


Figure III.6 : (a) Evolution de la pression P/P_0 , (b) L'évolution du nombre de Mach, (c) Profil de la densité ρ/ρ_0 , (d) Le profil de la température statique T/T_0 , le long de l'axe de la tuyère, écoulement subsonique.

Les résultats obtenus avec un rapport de pression égale à 0,97, montrent que l'écoulement est subsonique tout au long de la tuyère, car le nombre de Mach est inférieur à 1. Les figures (IV.5.a et IV.6.b) représentent respectivement la distributions et l'évolution du nombre de mach. On observe, dans le convergent, figure (6.b) que le nombre de mach augmente au fur et à mesure que l'on se rapproche du col et atteint une valeur maximale de 0,37 à $x/L=0.32$ et diminuent à partir de cette distance pour atteindre une valeur minimale de mach 0.21 à la sortie, alors que la pression, la densité et la température diminuent (Figure IV.6 a, c et d) dans le convergent jusqu'au col de la tuyère et inversement dans le divergent à partir de $x/L=0.32$.

En effet, en écoulement subsonique, l'évolution du fluide dans le convergent occasionne une réduction de la section de passage qui s'accompagne d'une augmentation du nombre de mach (b) au détriment de l'énergie totale qui se traduit par une chute de pression (a) et de température (d).

Dans le convergent se produit une chute des paramètres thermodynamiques (P_s , T_s) par détente, et la vitesse augmente ce qui se traduit par une augmentation du nombre de mach inversement à ce qui se produit au divergent pour un écoulement compressible en régime subsonique.

III.6.2 Régime sonique $P_s/P_0=0.832$

Les différents champs des propriétés caractéristiques de l'écoulement du fluide dans la tuyère, figure (IV.1) pour le régime sonique sont présentés dans les figures (IV.7 - IV.8).

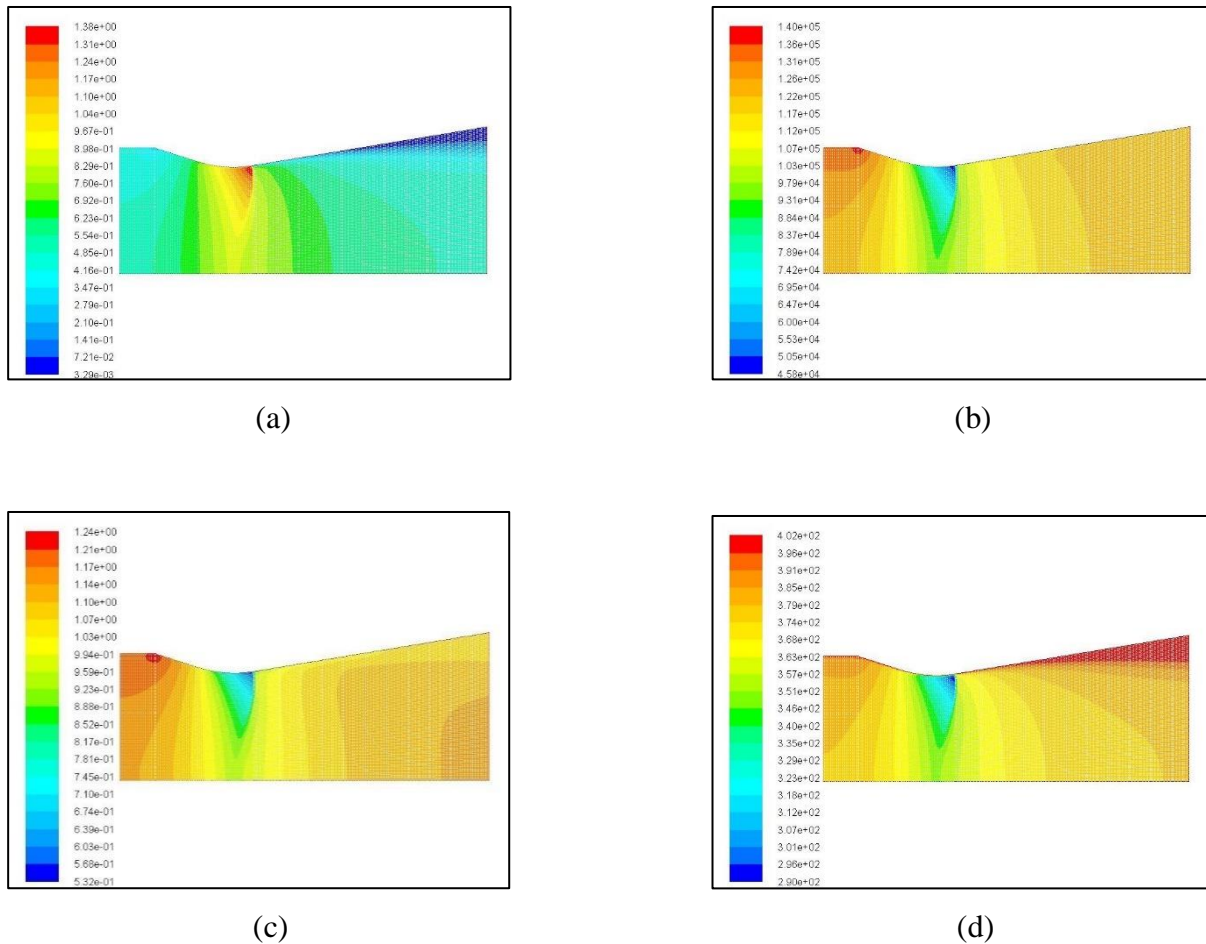
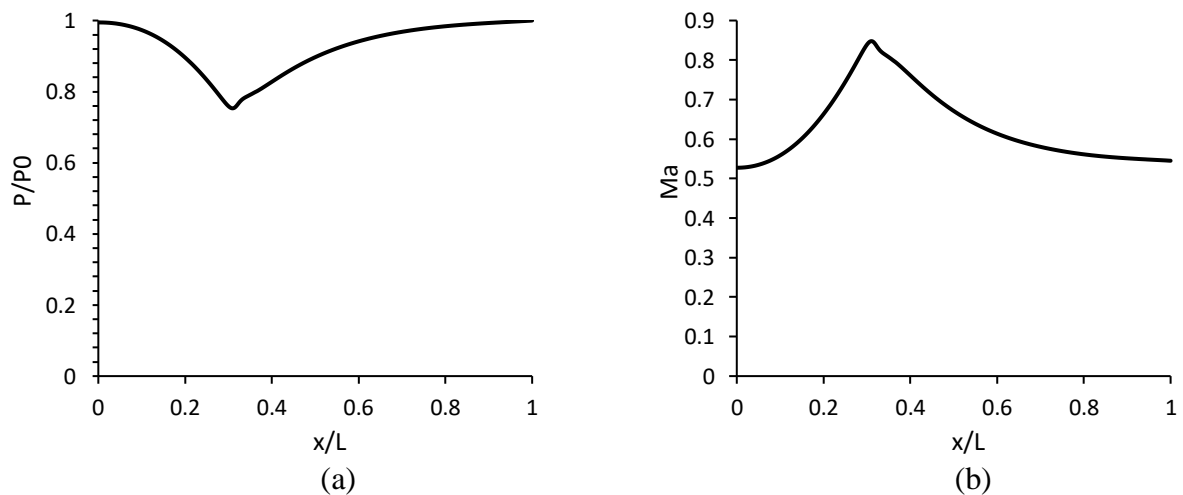


Figure III.7 : (a) Les lignes Iso-Mach, (b) Distribution de la pression P/P_0 , (c) Distribution de la densité ρ/ρ_0 , (d) Distribution de la température T/T_0 , écoulement subsonique.



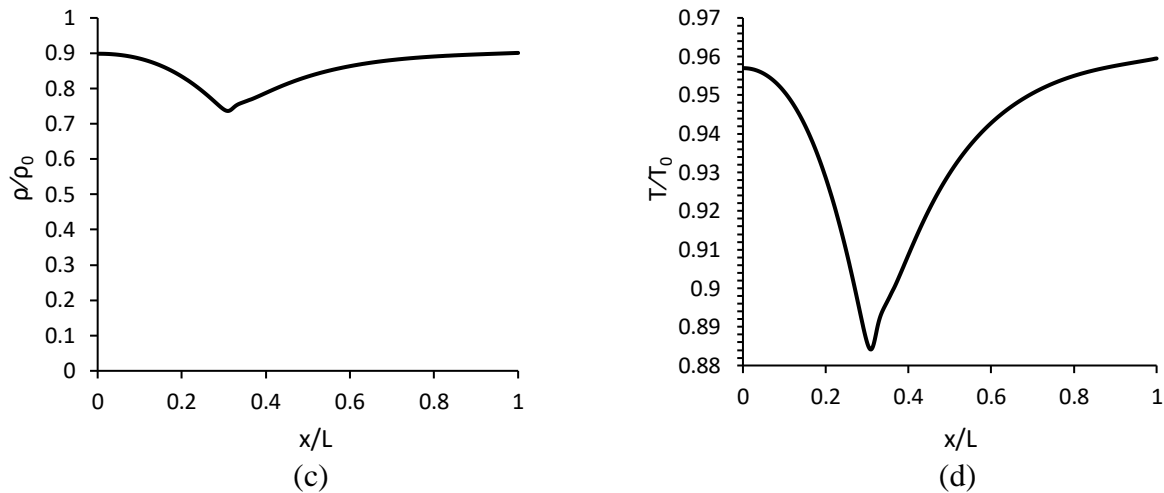


Figure III.8 : (a) Evolution de la pression P/P_0 , (b) L'évolution du nombre de Mach, (c) Profil de la densité ρ/ρ_0 , (d) Le profil de la température statique T/T_0 , le long de l'axe de la tuyère, écoulement en régime sonique.

Les résultats obtenus avec un rapport de pression égale à 0.832, montrent que l'écoulement est subsonique dans le convergent et le divergent de la tuyère et sonique au col car le nombre de Mach est supérieur à 0,8. Les figures (IV.7.a et IV.8.b) représentent respectivement la distributions et l'évolution du nombre de mach. On observe, dans le convergent, figure (8.b) que le nombre de mach augmente au fur et à mesure que l'on se rapproche du col et atteint une valeur maximale de 0,83 à $x/L= 0.32$ et diminuent à partir de cette distance pour atteindre une valeur minimale de mach 0.54 à la sortie, alors que la pression, la densité et la température diminuent (Figure IV.8a, c et d) dans le convergent jusqu'au col de la tuyère et inversement dans le divergent à partir de $x/L=0.32$.

La densité du fluide est maximale à la sortie de la tuyère et atteint une valeur minimale de 0,73 à $x/L=0,31$. La température chute considérablement dans le convergent de la tuyère d'une valeur maximale de 0,95 à l'entrée à une valeur minimale de 0,88 à $x/L=0,3$ et augmente ensuite à partir de cette distance dans le divergent de la tuyère et atteint une valeur maximale de 0,95 à la sortie. De même pour la pression le profil de cette courbe est proche de celui de la densité, on observe une chute de pression dans le convergent jusqu'au col de la tuyère avec une valeur minimale de 0,73 à $x/L=0,31$, maximale à l'entrée et à la sortie.

Les évolutions des différents paramètres thermodynamiques sont semblables à celles observées précédemment. Par ailleurs, quand la pression en aval de la tuyère diminue

davantage on génère un écoulement sonique au col de la tuyère. Ce dernier se caractérise par une augmentation de la vitesse avec la diminution de la section de passage qui s'accompagne d'une diminution de la pression (détente des gaz) et de la température. On peut en déduire, que le rendement de la tuyère est plus élevé en régime sonique, qui se valorise par la vitesse de l'écoulement à la sortie de la tuyère. Ce qui est en bon accord avec les relations vu au chapitre II.

III.6.3 Régime supersonique $P_s/P_0=0.334$

Les différents champs des propriétés caractéristiques de l'écoulement du fluide dans la tuyère, figure (IV.1) pour le régime supersonique sont présentés dans les figures (IV.9 - IV.10).

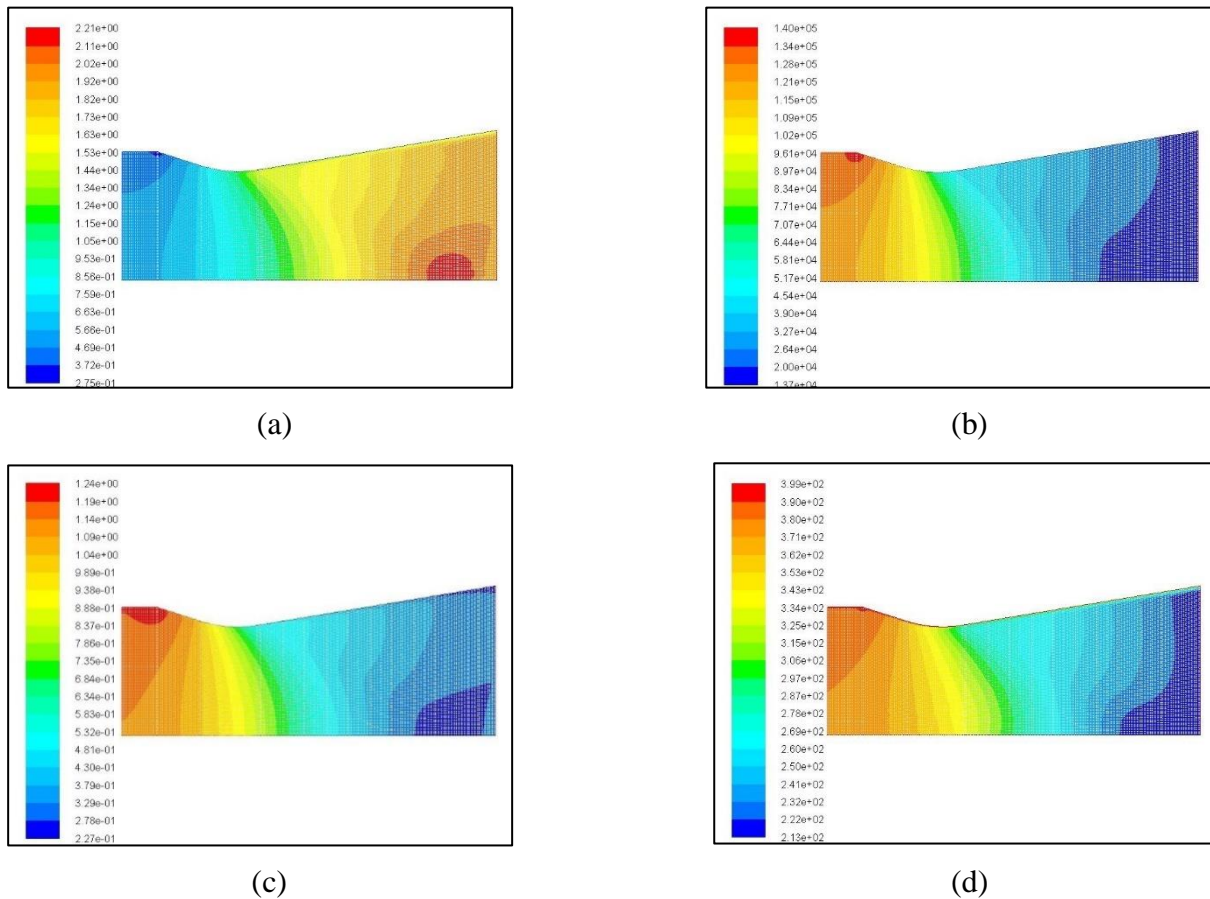


Figure III.9 : (a) Les lignes Iso-Mach, (b) Distribution de la pression P/P_0 , (c) Distribution de la densité ρ/ρ_0 , (d) Distribution de la température T/T_0 , écoulement subsonique.

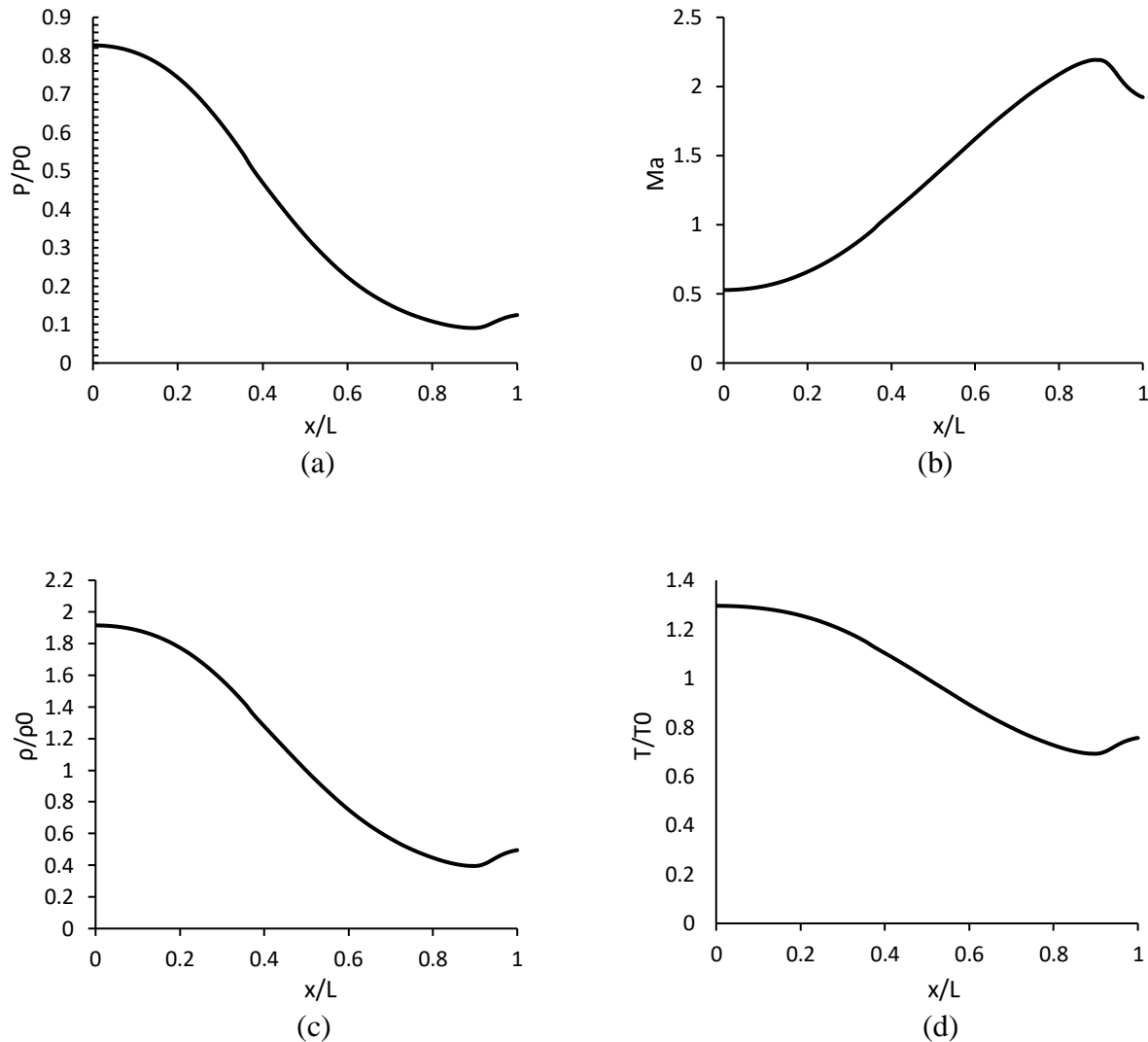


Figure III.10: (a) Evolution de la pression P/P_0 , (b) L'évolution du nombre de Mach, (c) Profil de la densité ρ/ρ_0 , (d) Le profil de la température statique T/T_0 , le long de l'axe de la tuyère, écoulement en régime supersonique.

En diminuant encore une fois la pression en aval de la tuyère on obtient un régime d'écoulement supersonique, La figure (IV.9.a - IV.10.b) montrent respectivement la distribution et l'évolution du nombre de Mach dans la tuyère. Dans le convergent l'écoulement est sonique ($0,8 < Ma < 1,2$), il devient super sonique dans le divergent.

Le nombre de Mach atteint une valeur maximale de 2,19 à $x/L=0,89$.

On observe une diminution du rapport de pression tout au long de la tuyère d'une valeur maximale de 1,91 à une valeur minimale de de 0,09 à $x/L=0,9$ s'en suit une augmentation brusque de la pression à partir de ce point qui se traduit par une apparition d'une légère onde de choc.

On note que la température et la densité augmentent brusquement dès l'apparition de l'onde de choc à $x/L = 0,9$, diminution de ses paramètres à $0 < x/L < 0,9$. On remarque que la température et la pression statique évoluent de la même manière.

Contrairement à la pression statique, le contour du nombre de mach figure (IV.9.a) évolue d'une manière croissante du bleu à l'entrée, jusqu'au rouge à la sortie de la tuyère et cela sans perte de vitesse sur la paroi.

Puisque l'écoulement est complètement isentropique dans la tuyère, alors l'évolution de la température est proportionnelle à la pression, en se référant à la loi des gaz parfait. C'est ce qu'on observe sur la figure, puisque la température dans la tuyère diminue d'une manière continue en avançant du col vers la sortie. Aussi, tout en sachant bien, que la pression statique diminue le long de la tuyère du fait de l'augmentation de la vitesse, c'est ce qui est représenté par nos résultats sur la figure

En régime supersonique l'onde de choc situé à la section divergente, induit une chute de vitesse à la sortie de la tuyère, par conséquent la poussée du jet diminue. La géométrie de la tuyère aussi influe sur l'écoulement de fluide, alors la diminution de la section du col provoque des ondes de choc droites dans le divergent de la tuyère, et aussi une détente hors de la tuyère en sortie.

III.7 Conclusion

Cette étude porte sur la simulation numérique de l'écoulement dans une tuyère convergente divergente (tuyère de Laval). L'objectif de ce travail est de montrer la capacité de l'outil CFD à simuler les écoulements subsonique et supersonique à travers cette tuyère. Pour ce faire, on a considéré un cas d'écoulement en 2D axisymétrique qui a fait l'objet d'une résolution analytique fournie par la référence [33]. Après avoir relaté cette théorie, on a présenté la méthodologie de mise en œuvre dans le code CFD-Fluent. Trois cas de figure ont été considérés :

- écoulement subsonique dans l'ensemble de la tuyère.
- écoulement subsonique partout à l'exception du col qui est sonique.
- écoulement supersonique au divergent.

Conclusion

Générale

Conclusion Générale

L'intérêt de cette étude est de comprendre l'influence de la forme de la géométrie sur l'écoulement compressible. Au premier chapitre on a abordé l'état de la recherche actuelle sur le domaine compressible. Le deuxième chapitre qui aborde les équations fondamentales à la thermodynamique des fluides compressibles, apporte beaucoup de connaissance et les bases nécessaires à la compréhension des fluides compressibles, et les phénomènes qui les accompagnent lors d'écoulements à grande vitesse. On apprend alors que le deuxième chapitre doit être complété par les équations qui caractérisent le phénomène de la turbulence, suivit d'une initiation à la résolution des équations de la turbulence par les méthodes numérique, et enfin le chapitre de la simulation et l'exploitation des résultats. Après de longs efforts, et les résultats obtenus par la présente étude on peut en tirer les conclusions suivantes : Lorsqu'un gaz s'écoule dans une tuyère convergente-divergente quel que soit sa géométrie, plusieurs phénomènes complexes se manifestent. Ces phénomènes dépendent de caractéristiques physiques telles que la vitesse et la température et même aussi des propriétés physiques comme la viscosité du fluide. Les changements de régimes au sein des écoulements des gaz dans les tuyères sont en général traités du point de vue macroscopique. La présence de ces instabilités de la structure hydrodynamique à l'intérieur de l'écoulement produit généralement à une perte de poussée et une forte perte de charge dans la tuyère.

Références

Bibliographique

Références Bibliographiques

- [1] Laval P, time dependent calculation method for transonic nozzle flows. Lecture Notes in Physics, Flow field calculations, Session IV, pp. 187 -192, 1971.
- [2] Cuffel R. F, Back L. H et Masser P, transonic flow in a supersonic nozzle with small throat radius of curvature, AIAA Journal, vol. 7, 1969, p. 1364-1366.
- [3] Cline M. C, computation of steady nozzle flow by a time dependent method. AIAA Journal, Vol. 12, No. 4, pp. 419-429, 1974
- [4] Cline M. C, computation of two-dimensional viscous nozzle flow. AIAA Journal, Vol. 14, No. 3, pp. 295-296, 1976.
- [5] Cline M. C et Wilmoth R. G, computation of High Reynolds Number Internal/External Flows. AIAA Journal, Vol. 21, No. 2, pp. 172-173, 1982.
- [6] Cline M. C, VNAP2: a computer program for computation of two-dimensional, time-dependent compressible turbulent flow. Rapport, Los Alamos National Laboratory, 1981.
- [7] Imbert M et Zeitoun D, etude numérique d'un écoulement à nombre de Reynolds modéré dans une tuyère. Journal de Mécanique Théorique et Appliquée, Vol. 1, No. 4, pp. 595- 609, 1982.
- [8] Mac-Cormack W. R and Baldwin B. S, a numerical method for solving the Navier-Stokes equations with application to shock-boundary layer interactions. AIAA Paper 75-1, 1975.
- [9] Back L. H and Cuffel R. F, detection of oblique shocks in a conical nozzle with a circulararc- throat, AIAA Journal, vol. 4, 1966, p. 2219-2221.
- [10] Back L. H and Cuffel R. F, flow coefficients for supersonic nozzles with comparatively small radius of curvature throats. Journal of Spacecraft, Vol. 8, No. 2, pp. 196 -198, 1971.
- [11] Back L. H, Massier P. F and H Gier H. L, comparisons of experimental with predicted wall static – pressure distributions in conical supersonic nozzles. Technical Report No. 32-654, JPL, 1964.

[12] Back L. H, Massier P. F and Cuffel R. F, flow phenomena and convective heat transfer in a conical supersonic nozzle. *Journal of Spacecraft*, Vol. 4, No. 8, pp. 1040-1047, 1966. Références bibliographiques.

[13] Back L. H, Massier P. F and Cuffuel R. F, effect of inlet boundary – layer thickness and structure on heat transfer in a supersonic nozzle. *Engineering Notes, Journal of Spacecraft*, Vol. 5, No1. pp. 121-123, 1968.

[14] Kwon O. K and Delaney R. A, a Navier Stokes solution procedure for analysis of steady two-dimensional transonic nozzle flow. *AIAA 18th Fluid Dynamics and Plasmadynamics and Lasers Conference*, July 16-18, 1985/Cincinnati Ohio.

[15] Margaret V. Whalen. Low Reynolds number nozzle flow study. M. S. Thesis (NASA TM 100130) 45 P. July 1987.

[16] Kim. S, calculations of low Reynolds number rocket nozzles. *31st Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, January 11-14, 1993/Reno, NV.

[17] Dietmar E. R, Electrom – Beam studies of viscous flow in supersonic nozzles. *AIAA Journal*, Vol. 9, No. 5, 1970.

[18] Young-Myung YANG. Modélisation mathématique d'un système de projection thermique à la flamme de type H.V.O.F.: application à l'élaboration de revêtements protecteurs. Thèse de Doctorat soutenue à l'UTBM, 1996.

[19] Johnson A. N, Numerical characterization of the discharge coefficient in critical nozzles. Thesis for the Degree of Doctor, Pennsylvania State University, 2000.

[20] Johnson A. N, Espina P. I, Mattingly G. E and Wright J. D, Numerical characterization of the discharge coefficient in critical nozzles. *NCSL Workshop & Symposium*, 1998.

[21] Bölcs A, Fransson T. H and Platzer M. F, Numerical simulation of inviscid transonic flow through nozzles with fluctuating back pressure. *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 111, pp. 169-190, 1989.

[22] Gerolymos G. A and Bréus J. P, computation of unsteady nozzle flow resulting from fluctuating back pressure using Euler equations. *Aerospace Science and Technology*, No. 2, pp. 91-105, 1998.

- [23] Meister L, Burtschell Y et Zeitoun D. E, étude numérique d'un écoulement réactif dans une tuyère sur détendue : influence de la température de paroi et de l'altitude. *Mécanique & Industries*, Vol. 4, pp. 339-346, 2003.
- [24] Alexeenko A. A, Levin D. A, Fedosov D. A, Gimelshein S.F and Collins R. J, performance analysis of microthrusters based on coupled thermal-fluid modeling and simulation. *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 21, No.1, pp. 95- 101, 2005. Références bibliographiques.
- [25] Alexeenko A. A, modeling of microscale gas flows using the direct simulation Monte Carlo method. Ph.D thesis, Pennsylvania State University, 2003.
- [26] Mahfoudi E, Gahmousse, Harrizi A, Talbi A et hadjadj A. simulation numérique de l'écoulement compressible supersonique appliqué aux tuyères propulsives à combustible liquide hydrogène, *Revue des énergies renouvelables* vol.15, No.3 117-124, 2012.
- [27] Shapiro A. *The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow*. New York : Wiley; 1953
- [28] Roger Ouziaux, Jean Perrier « *Mécanique des fluides appliquée : fluides compressibles et aérodynamique* », Editions Dunod 1971.
- [29] Lucien Borel « *Thermodynamique et énergétique* », Editions Presses Polytechniques Romandes, 1987..
- [30] Lucien Borel, Dinh Lan Nguyen, Magdi Batato « *Thermodynamique et énergétique – Problèmes résolus et exercices* », Editions Presses Polytechniques Romandes, 1987.
- [31] André Lallemand « *Ecoulements monodimensionnels des fluides compressible* » *Techniques de l'Ingénieur, Traité Génie Energétique*.
- [32] ANSYS FLUENT 15.0 Theory Guide, ANSYS Inc. Sections 18.1.1 and 18.1.2
- [33] P. Padmanathan, Dr. S. Vaidyanathan. *Computational Analysis of Shockwave in Convergent Divergent Nozzle*, *IJERA* Vol. 2, paper.1597-1605, Mar-Apr 2012

Résumé

Modélisation et simulation numérique d'un écoulement turbulent dans une tuyère Laval

En aérodynamique supersonique, les phénomènes d'interactions choc/choc et choc/couche limite imposent des problèmes physiques cruciaux dans les configurations d'écoulements pratiques. Ils sont rencontrés dans les entrées d'air supersoniques, les tuyères de moteurs fusés et les prises d'air supersonique. Dans ce travail, plusieurs calculs numériques ont été réalisés touchants directement au fond de ces phénomènes d'interactions dans les configurations citées ci-dessus. Ils sont basés sur la résolution des équations de Navier-Stokes stationnaires d'écoulements supersoniques compressibles, turbulents et laminaires, en utilisant le code de calcul Fluent. Ces calculs numériques ont été faits pour plusieurs configurations à des nombres de Mach et des taux de pression NPR différents. Ces derniers paramètres influent directement sur les phénomènes d'interaction de chocs. Les résultats montrent des configurations de chocs différentes suivant les paramètres cités ci-dessus. Ces résultats sont généralement conformes à ceux trouvés expérimentalement et numériquement.

Mots clés : Tuyère de moteur fusée, tuyère De-Laval, gaz parfaits, dynamique des fluides numérique, Ansys-Fluent.

Abstract

Modeling and simulation of heat transfer in thin cavities with a complex wall in presence of a conventional fluid

In supersonic aerodynamics, the interaction phenomena shock/shock and shock/boundary layer, impose physical crucial problems in practical flow configurations. They are encountered in the intakes supersonic air, nozzle Rocket engines and supersonic air inlets. In this work, several numerical calculations were made touching directly the bottom of those interaction phenomena in the above-mentioned configurations. They are based on solving stationary Navier-Stokes equations and quasi-stationary compressible supersonic flows, laminar and turbulent, using the FLUENT commercial. These numerical calculations were conducted for multiple configurations at different Mach numbers and pressure ratios (NPR). These parameters are directly affecting shock interaction phenomena. The results show different shock configurations according to the parameters mentioned above.

Keywords: Rocket engine nozzle, De-Laval nozzle, ideal gas, computational fluid dynamics, Ansys-Fluent