

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA BEJAIA

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MASTER

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Par :

Derbal Samah

Tamelloult Wissam

Thème

**Contribution étude numérique d'un écoulement convectif naturel
dans un milieu poreux Darcéen**

Soutenu le 31/05/2023 devant le jury composé de:

Mr.	ADNANI. M	Président
Mr.	ALI AGHA.H	Rapporteur
Mr.	BOUTALBIN	Examineur

Année Universitaire 2022-2023

Remerciement

Nous tenons à exprimer toute nos reconnaissances à notre directeur de mémoire, Monsieur ALI AGHA .H. Nous le remercions de nous avoir encadrés, orientés, aidés et conseillés.

Nous adressons nos sincères remerciements à tous les professeurs, intervenants et toutes les personnes qui, par leurs paroles, leurs écrits, leurs conseils et leurs critiques ont guidé nos réflexions et ont acceptés de les rencontrer et de répondre à nos questions durant nos études.

Nous remercions nos très chers parents, qui ont toujours été là pour nous. Nous remercions nos frères et nos sœurs, pour leurs encouragements.

Enfin, nous remercions nos amis, qui ont toujours été là pour nous. Leur soutien inconditionnel et leurs encouragements ont été d'une grande aide.

À tous, nous présentons nos remerciements, nos respects et nos gratitude.

Dédicaces

A ma très chère mère : honorable, aimable : tu représentes pour moi le symbole de la bonté par excellence, la source de tendresse et l'exemple du dévouement qui n'a pas cessé de m'encourager et de prier pour moi. Ta prière et ta bénédiction m'ont été d'un grand secours pour mener à bien mes études. Je te dédie ce travail en témoignage de mon profond amour.

A mon père : aucune dédicace ne saurait exprimer l'amour, l'estime, le dévouement et le respect que j'ai toujours eu pour toi. Rien au monde ne vaut les efforts fournis jour et nuit pour mon éducation et mon bien être. Ce travail est le fruit de tes sacrifices que tu as consentis pour mon éducation et ma formation.

Mes chers frères et sœurs, les mots ne suffisent guère pour exprimer l'attachement, l'amour et l'affection que je porte pour vous. Mes fidèles compagnons dans les moments les plus délicats de cette vie mystérieuse. Je vous dédie ce travail avec tous mes vœux de bonheur et de réussite.

Enfin, à mes très chers amis présents dans tous mes moments d'examens, par leurs soutiens moraux et leurs belles surprises sucrées. Je vous souhaite le meilleur dans vos vies.

DERBAL Samah

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à toutes les personnes qui me sont chères :

A ma chère mère.

Qui a œuvré pour ma réussite, de par son amour, son soutien, tous les sacrifices consentis et ses précieux conseils, pour toute son assistance et sa présence dans ma vie, je te dédie ce travail aussi modeste soit-il, l'expression de mes sentiments de mon éternelle gratitude.

A mon cher père.

Pour son sacrifice et son soutien, je lui serai éternellement reconnaissant.

Que Dieu le protège pour nous.

A mes adorables frères et mes sœurs : FOUAD, OMAR, FIDA et NADIN pour leurs disponibilité, leurs soutien moral et leurs encouragements incessant que dieu les protègent leurs donne une vie pleine de réussite et de bonheur.

A tous mes amis pour leur soutien moral et leur motivation

A tous ceux que j'aime et qui m'aiment

TAMELLOULT Wissam

Sommaire

Remerciements.....	i
Dédicaces.....	ii
Sommaire.....	iv
Liste des figures.....	vi
Liste des tableaux.....	vii
Nomenclature.....	ix
Introduction générale.....	1
Chapitre I: Généralités et contextes scientifiques	
I.1. Introduction.....	3
I.2. Caractérisation d'un milieu poreux.....	3
I.2.1. Définition d'un milieu poreux.....	3
I.2.2. Volume élémentaire représentatif (V.E.R.).....	4
I.2.3. Porosité.....	4
I.2.4. Perméabilité.....	5
I.2.5. Modèles d'écoulement en milieux poreux.....	6
I.3. Transfert de chaleur.....	9
I.3.1. Définition.....	9
I.3.2. Les modes de transfert de chaleur.....	9
I.4. Les nano-fluides.....	12
I.4.1. Définition.....	12
I.4.2. Préparation d'un nano-fluides.....	14
I.4.3. Type de nanoparticule.....	14
I.4.4. Propriétés thermo-physiques des nano-fluides.....	15
I.4.5. Modèle de Buon-giorno.....	18
I. 5. Les couches limites.....	19
I.5.1. Définition.....	19

I.5.2. Les régimes découlement	19
I.5.3. Types de couche limite.....	20
I.6 Etat de l'art.....	21
I.7 conclusion	23
Chapitre II: Problématique et modélisation mathématique	
II.1.Introduction	24
II.2.Modèle physique.....	24
II.3.Formulaions mathématiques.....	25
II.4.Expression des nombres sans dimensions	28
II.4.1 Nombre de Nusselt	28
II.4.2. Le nombre de Sherwood.....	28
II.5. Méthode numérique.....	29
II.6 conclusion	31
Chapitre III : Résultats et discussions	
III.1.Introduction	32
III.2.Validation du code	32
III.3.Les profils de vitesse , température et concentration	33
III.3.1.Variation du paramètre de thermophorèse N_t	33
III.3.2.Variation du paramètre de mouvement brownien N_b	35
III.3.3.Variation du paramètre de rapport de flottabilité	37
III.4.Nombre de Nusselt réduit.....	39
III.5.Nombre de Sherwood réduit	40
III.6.Conclusion.....	41
Conclusion générale	42
Références bibliographiques	43
Annexes.....	46
Résumé.....	52

Liste des figures

Figure (I.1) : Exemples de milieux poreux naturels	3
Figure (I.2) : Les deux types de porosité	5
Figure (I.3) : les modes de transfert de chaleur.....	10
Figure (I.4) : transfert thermique par radiation.....	11
Figure (I.5) : Vue microscopique des nanoparticules dans un tube.....	13
Figure (I.6) : quelques types de matériaux des nanoparticule.....	15
Figure (I.7) : Couche limite dynamique sur une plaque plane	20
Figure (I.8) : couche limite thermique sur une plaque iso-thermique	20
Figure (I.9) : Couche limite massique sur une plaque horizontale.....	21
Figure (II.1) : Modèle physique et systèmes de coordonnées utilisés pour modéliser le transfert de chaleur par convection au-delà d'une plaque verticale intégrée dans un milieu poreux homogène saturé de nano-fluides.....	24
Figure (III.1) : Profils de $\frac{\theta(\eta)}{\theta(0)}$ lorsque les paramètres du nanofluide sont négligés	32
Figure (III.2) : Profils de concentration pour différents Nt	33
Figure (III.3) : Profils de vitesse pour différents Nt	33
Figure (III.4) : Profils de température pour différents Nt	34
Figure (III.5) : Profils de concentration pour différents Nb	35
Figure (III.6) : Profils de vitesse pour différents Nb	35
Figure (III.7) : Profils de température pour différents Nb	36
Figure (III.8) : Profils de concentration pour différents Nr	37
Figure (III.9) : Profils de vitesse pour différents Nr	37
Figure (III.10) : Profils de température pour différents Nr	38

Liste des tableaux

Tableau I.1 : Propriétés de quelques matériaux poreux.....	6
Tableau (III.1) : Effets de Nb, Nt, Nr, et Le sur le nombre de Nusselt réduit.....	39
Tableau(III.2) : Effets de Nb, Nt, Nr et Le sur le nombre réduit de Sherwood.....	40

Nomenclatur

Symboles	Définition	Unité (SI)
C_p	Chaleur spécifique	$\text{J.kg}^{-1}.\text{k}^{-1}$
Da	Nombre de Darcy	-
D_B	Coefficient de diffusion brownienne	N.m^{-2}
D_T	Coefficient de diffusion thermo-phorétique	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
f	Concentration de nanoparticules	-
g	Accélération de la gravite	m.s^{-2}
K	Perméabilité	m^2
k	conductivité thermique	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
K_B	Constante de Boltzmann	J.k^{-1}
k_m	Conductivité thermique effective	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
Le	Nombre de Lewis	-
N_b	Paramètre du mouvement brownien	-
N_r	Rapport de flottabilité	-
N_t	Paramètre de thesmophorése	-
Nu	Nombre de Nusselt	-
Nu_r	Nombre de Nusselt réduit	-
Nu_x	Nombre de Nusselt local	-
p	Pression	Pa
q_w	Flux de chaleur de la paroi de la plaque verticale	-
q_{np}	Flux de nanoparticules	-
Ra_x	Nombre de Rayleigh local	-
Re	Nombre de Reynolds	-
S	Fonction de flux sans dimension	-
Sh	Nombre de Sherwood	-
Sh_r	Nombre de Sherwood réduit	-
Sh_x	Nombre de Sherwood local	-
T	Température	K

T_0	la température de référence	K
U	Vitesse de référence	$m.s^{-1}$
u, v	Composantes de la vitesse dimensionnelles	$m.s^{-1}$
V_{fil}	vitesse de filtration	$m.s^{-1}$
x, y	Coordonnées cartésiennes	m

Symboles Grecs

ε	Porosité	-
μ_f	La viscosité dynamique du fluide de base	$n.s.m^{-1}$
ν	Viscosité cinématique	$m^2.s^{-1}$
μ_{eff}	Viscosité dynamique effective	$n.s.m^{-1}$
μ	Viscosité dynamique	$n.s.m^{-1}$
Ψ	Fonction de courant	$m^2.s^{-1}$
ϕ	Fraction volumique	-
α_m	Diffusivité thermique de milieu poreux	$m^2.s^{-1}$
τ	Contrainte de cisaillement	$N.m^{-2}$
ϕ	Fonction de dissipation visqueuse	s^{-1}
β_t	Coefficient d'expansion thermique de fluide	K^{-1}
η	Variable de similitude	-
θ	Température adimensionnelle	-

Indices

eff	Effective	-
f	Fluide	-
nf	Nanofluide	-
s	nanoparticule	-
w	Paroi	-
∞	Infini	-

Introduction générale

Introduction générale

L'écoulement des fluides et le transfert de chaleur dans les milieux poreux ont fait l'objet d'une attention considérable au cours des dernières décennies en raison de nombreuses applications pratiques, telles que le stockage de matières radioactives, les déchets nucléaires, le refroidissement par transpiration, les produits chimiques de processus de séparation dans l'industrie, la filtration, l'isolation des fibres.

La nécessité d'améliorer le transfert de chaleur dans les fluides a incité le développement des nanofluides. Ces dernières sont des solutions contenant des nanoparticules en suspension dans un fluide de base commun tel que l'eau. En raison de leurs propriétés de transfert de chaleur améliorées, les nano-fluides peuvent être utilisés dans une variété d'applications d'ingénierie : industrie automobile, génie biomédical, refroidissement de composants électroniques, etc....

Dans ce mémoire, nous allons mener une analyse physique du phénomène de convection des nanofluides à travers des milieux poreux Darcéen à travers des simulations numériques, afin de comprendre l'influence de plusieurs paramètres thermophysiques, tels que les paramètres de convection naturelle, la fraction volumique des nanofluides inertiels sur l'écoulement Effets sur le comportement dynamique et thermique. De plus, nous verrons l'effet de différents nombres sans dimension sur le nombre de Nusselt et Sherwood local et réduit.

Ce phénomène physique convectif a des propriétés complexes dues à la nature non linéaire de ces équations (équations de Navier-Stokes). Pour traiter ce genre de phénomènes, plusieurs approches (expérimentales, analytiques et numériques) sont possibles. La voie expérimentale reste de loin la plus coûteuse en temps et en argent. De plus, les solutions analytiques ne sont applicables que dans des cas particuliers. C'est pourquoi, dans ce travail, nous avons recours à des méthodes numériques, à savoir la méthode des différences finies. Les équations différentielles de ce phénomène sont transformées en un ensemble des équations ordinaires (similaires), résolues à l'aide de la méthode de différences finies.

Le manuscrit est divisé en trois chapitres, le premier chapitre est consacré aux propriétés des milieux poreux et des nanofluides, puis nous effectuons une synthèse de la littérature sur les écoulements sur des enceintes ou parois en milieux poreux et nanofluides. A partir de l'analyse de ces travaux, divers paramètres affectant le comportement thermique et cinétique de tels phénomènes peuvent être déterminés. Le chapitre 2 présente la formulation mathématique de notre problème. Dans le chapitre 3, nous présentons la méthode numérique utilisée ainsi que

l'analyse et la discussion des différents résultats numériques obtenus pour chaque cas de recherche.

Enfin, la conclusion générale passe en revue les principaux résultats de cette étude ainsi que les perspectives d'avenir.

Chapitre I
Généralités et contextes
scientifiques

I.1. Introduction

Dans cette partie, on donne une présentation sur les milieux poreux et sur les nano-fluides et leurs différentes caractéristiques.

D'autres parts, on donnera une recherche théorique sur l'écoulement de la couche limite ainsi une définition sur la convection naturelle dans les milieux poreux saturés par des nano-fluides.

I.2. Caractérisation d'un milieu poreux

I.2.1. Définition d'un milieu poreux

Le milieu poreux est constitué d'une matrice solide qui s'y trouve les pores sont interconnectés ou peuvent être isolés. Nous pouvons distinguer entre :

- a) Matrices solides non agrégées où la phase solide est constituée de grains (par exemple Sable, gravier, boules de verre et d'acier...).
- b) Les matrices solides uniformes (par exemple les roches calcaires, le grès, l'argile, le bois, tissu biologique...).

Les pores interconnectés; permettent couler un ou plusieurs fluides. On peut alors Catégoriser les problèmes rencontrés selon les phases en présence à l'intérieur des pores :

1. Le milieu est saturé d'un seul fluide ou encore un ensemble de fluides miscibles (par exemple un sol imbibé d'eau).
2. Le milieu est composé de plusieurs fluides non miscibles (par exemple un mélange eau-huile-gaz dans les roches pétrolières, ou un sol partiellement saturé d'eau, la deuxième phase étant l'air).
3. Le milieu est le centre de transport de fluide ou de particules solides (dépollution des eaux).

Dans le cadre de cette étude, nous nous limiterons au cas du milieu poreux compact saturé d'un liquide.

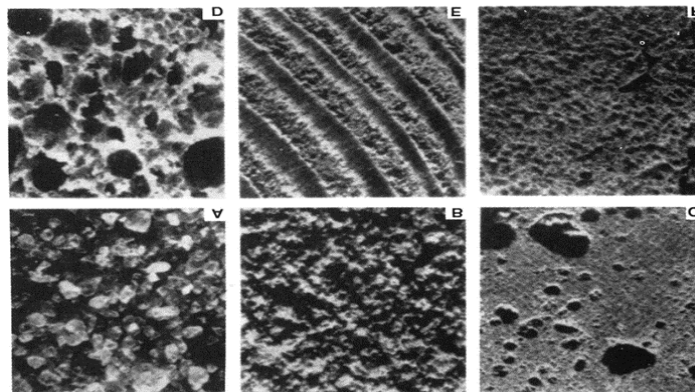


Figure I.1 : Exemples de milieux poreux naturels [1]

(a) sable, (b) pierre, (c) chaux, (d) pain sec, (e) bois, (f) poumon humain.

I.2.2. Volume élémentaire représentatif (V.E.R.)

Lors de l'étude des écoulements en milieu poreux, deux mesures sont nécessaires pour décrire le phénomène : [2]

- Pores, ou échelle microscopique, à laquelle les quantités locales peuvent varier dans une très large gamme. Généralement, cette échelle est liée au diamètre moyen des pores, ou d_p
- L'échelle du milieu poreux, ou macroscopique, qui caractérise les différences significatives de ces grandeurs, déterminées en moyenne sur un volume donné de milieu poreux, est habituellement appelée volume initial représentatif et est notée V.E.R.

Cette échelle macroscopique est liée à la dimension géométrique du milieu qui est L_m .

Ainsi les grandeurs macroscopiques caractérisant le milieu poreux sont des moyennes de grandeurs microscopiques correspondantes, prélevées sur un champ de grand volume devant l'échelle de ses fluctuations microscopiques mais ; petite par rapport à ceux des variantes de l'échelle macroscopique. Ainsi, définir la dimension caractéristique de V.E.R, devrait être la double inégalité suivante est satisfaite : $d_p \leq l \leq L_m$. effectuer un changement d'échelle (c'est-à-dire en passant de l'échelle des pores à l'échelle macroscopique) plusieurs méthodes ont été réalisées Et proposées, y compris la méthode de prise de moyenne et la méthode d'homogénéisation.

I.2.3. Porosité

La porosité est une propriété intrinsèque d'un milieu poreux définie par " ε " comme le rapport du volume d'espace vide occupé par les pores, au volume total du milieu poreux également :

$$\varepsilon = \frac{V_{\text{pores}}}{V_{\text{total}}} \quad (\text{I.1})$$

Puisqu'il s'agit d'un rapport de mêmes propriétés, la porosité n'a pas d'unités et elle est souvent exprimée en pourcentage.

La porosité peut être de deux formes. La porosité d'interstice (figure I.2a), et la porosité de fissure (figure I.2b)

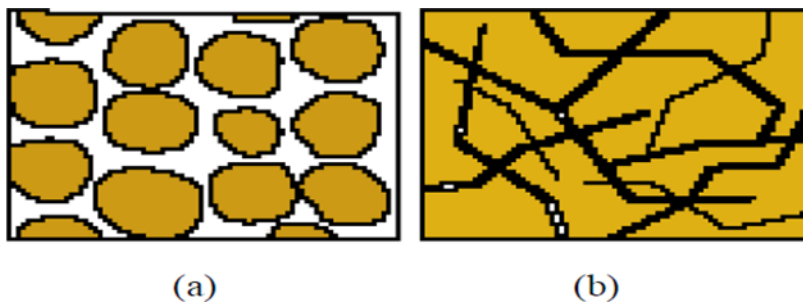


Figure I.2 : Les deux types de porosité [3].

I.2.4. Perméabilité

La perméabilité est la propriété d'un corps poreux de laisser passer les liquides. La constante caractéristique d'un milieu poreux est liée à la forme et à la porosité des grains.

L'unité de perméabilité K est le Darcy (1 Darcy = perméabilité d'un milieu poreux de 1cm^2 de section, 1 cm de longueur, et soumis à une différence de pression de 1 bar. Débit de filtration liquide (1 cm/s) 1 Darcy = $9,87 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$

Ils sont généralement déterminés par des mesures empiriques, issues de la loi de Darcy mouvement fluide dans un milieu poreux. Il existe des relations qui donnent la perméabilité K en fonction de la porosité ε et d'une dimension caractéristique de la matrice solide à grande échelle des pores.

- Par exemple dans le modèle de Darcy la perméabilité est donnée :

$$K = \frac{\mu_f u_D}{\frac{dp}{dx}} \quad (\text{I.2})$$

μ_f = viscosité dynamique du fluide ;

u_D = vitesse de darcy ;

$\frac{dp}{dx}$ = gradient de pression ;

Le modèle de Kozeny-Carman, nous donne une estimation de la perméabilité k pour un milieu poreux non consolidé constitué d'éléments identiques de géométrie simple.

$$K = \frac{d_p^2 \varepsilon^3}{36C_0(1-\varepsilon)^2} \quad (\text{I.3})$$

Où d désigne les dimensions caractéristiques des éléments qui composent la matrice poreuse (diamètre d'une sphère, arête d'un cube, ...) et C_0 est une constante qui dépend de la forme des grains ($3.6 < C_0 < 5$), en particulier $C_0 = 4,84$ pour les particules sphériques.

- Ergun, 1952, a développé une expression similaire à (I.3) en considérant l'écoulement unidirectionnel d'un fluide incompressible dans une colonne poreuse composée de particules sphériques de diamètre d et affectée par un gradient de pression :

$$K = \frac{d_p^2 \varepsilon^3}{36C_0(1-\varepsilon)^2} \quad (\text{I.4})$$

La modélisation des pores par des fissures capillaires de largeur w et distantes de D , conduit à une perméabilité:

$$K = \frac{w^3}{12(w+D)} = \frac{w^2}{12} \varepsilon \quad (\text{I.5})$$

La modélisation de la matrice poreuse comme un faisceau de tubes capillaires parallèles conduit à l'expression suivante de la perméabilité :

$$K = \frac{d_p^2}{32} \varepsilon, \quad \varepsilon = n(\pi d_p^2)/4 \quad (I.6)$$

Ou :

- n est le nombre de capillaires par unité de surface perpendiculaire au sens de l'écoulement ;
- d_p est le diamètre des capillaires ;

À titre indicatif, on trouve dans le tableau (I.1) Des mesures expérimentales faites par Kaviany [4]. Et d'autre pour la perméabilité faite par Sheidegger [5] pour différents milieux poreux.

Matériaux	Porosité ε	Perméabilité K (m ²)
Ardoise en poudre	0.57 à 0.66	$4.9 \cdot 10^{-14} - 1.2 \cdot 10^{-13}$
Brique	0.12 à 0.34	$4.18 \cdot 10^{-15} - 2.2 \cdot 10^{-13}$
Cuivre en poudre	0.09 à 0.34	$3.3 \cdot 10^{-10} - 1.5 \cdot 10^{-9}$
Fibre de verre	0.88 à 0.93	/
Sable	0.37 à 0.50	$2 \cdot 10^{-11} - 1.8 \cdot 10^{-10}$
Grès	0.08 à 0.38	/
Terre	0.43 à 0.54	$2.9 \cdot 10^{-13} - 1.4 \cdot 10^{-11}$
Poudre en silice	0.37 à 0.49	$1.3 \cdot 10^{-14} - 4.1 \cdot 10^{-14}$

Tableau I.1 : Propriétés de quelques matériaux poreux. [5]

I.2.5. Modèles d'écoulement en milieux poreux

Les lois d'écoulement dans les milieux poreux ne sont que des approximations. On ne s'intéresse généralement qu'aux phénomènes à l'échelle macroscopique. Plusieurs lois phénoménales sont utilisées dont la plus importante est la loi de Darcy, afin d'élargir son champ de validité, des corrections ont été proposées pour tenir compte des effets de parois, et d'autres lois sont pour la plupart des extensions de cette loi (Extension de Brinkman) et les effets inertiels (extension de Forchheimer).

a. Loi de Darcy

Pour l'étude de la convection en milieu poreux, la grande majorité des études utilisent la formulation classique de Darcy (1856). Les auteurs donnent la loi d'écoulement isotherme en milieu poreux, qui exprime la relation proportionnelle entre la variation de pression Δp et le débit Q lié à la vitesse de filtration V_{fil} . Pour un échantillon de longueur L et de section S , cela se traduit par la relation :

$$Q = \frac{K}{\mu_f} \frac{\Delta p}{L} S \quad (I.7)$$

Où

μ_f : viscosité dynamique du fluide.

K : perméabilité, ce paramètre étant indépendant de la nature du fluide et ne dépend que de la géométrie du milieu. On peut généraliser cette loi :

$$\vec{V}_{fil} = -\frac{K}{\mu_f} \vec{\nabla} P \quad (I.8)$$

Dans le cas de la présence de la pesanteur, l'équation précédent devient :

$$\vec{V}_{fil} = -\frac{K}{\mu_f} (\vec{\nabla} P - \rho \vec{g}) \quad (I.9)$$

Avec :

\vec{V}_{fil} : Vecteur vitesse de filtration.

Le modèle de Darcy, qui néglige les forces d'inertie et visqueuses est valide lorsque les conditions suivantes sont satisfaites [6] :

$$\begin{cases} \varepsilon < 0 \\ Da < 10^{-6} \\ Re_p < 1 \end{cases}$$

Avec

$Da = K / L^2$: est le nombre de Darcy.

Et $Re_p = d.V_p / \nu$: est le nombre de Reynolds (V_p vitesse à l'échelle de pore)

Il existe trois types de régimes d'écoulement en fonction de Re_p [7] :

- Pour $Re_p < 1$, le régime est laminaire, les forces de viscosité sont grandes devant les forces d'inertie, la loi de Darcy est valable.

- Pour $1 < Re_p < 150$, des couches limites se développent au niveau des parois solides. En dehors de cette couche limite, il n'y a plus proportionnalité entre le gradient de pression et la vitesse de filtration : la loi de Darcy n'est plus applicable. Ce régime d'écoulement stationnaire laminaire persiste jusqu'à $Re_p = 150$.
- Pour $150 < Re_p < 300$, un régime d'écoulement instationnaire prend place et pour $Re_p > 300$ on est en présence d'un écoulement turbulent.

b. Loi de Darcy – Forchheimer

Si la vitesse débitante augmente, on ne peut pas négliger les forces d'inertie, et dans ce cas on montre expérimentalement que pour un gradient de pression fixé, le débit mesuré est plus petit qu'il ne le serait avec la loi de Darcy.

Pour prendre en compte cet effet, Forchheimer fait une modification empirique de la loi de Darcy en reliant non linéairement la vitesse et le gradient de pression :

$$\vec{\nabla}_p = \rho_f \vec{g} - \frac{\mu_f}{K} \vec{V}_{fil} - F \frac{\rho_f C_f}{\sqrt{K}} |\vec{V}_{fil}| \cdot \vec{V}_{fil} \quad (I.10)$$

C_f : Coefficient de Forchheimer.

F : est un paramètre caractéristique de la géométrie du milieu poreux, généralement appelé paramètre de Forchheimer.

c. Loi de Darcy – Brinkman

Dans le cas où la porosité est importante (de l'ordre de 0.8), il faut tenir compte des effets de diffusion visqueuse au niveau des parois [7]. Pour cette situation Brinkman (1947) propose de modifier l'équation de Darcy de la façon suivante :

$$\vec{\nabla}_p = \rho_f \vec{g} - \frac{\mu_f}{K} \vec{V}_{fil} - \mu_{eff} \nabla^2 \vec{V}_{fil} \quad (I.11)$$

Où

$\mu_{eff} = \mu [1 + 2.5 (1 - \varepsilon)]$: représente la viscosité effective du milieu poreux. En général μ_{eff} est considéré équivalente à la viscosité dynamique μ donc on peut donner la vitesse de filtration comme suit :

$$\vec{V}_{fil} = -\frac{K}{\mu} \left[\vec{\nabla}_p - \rho_f \vec{g} \right] + K \nabla^2 \vec{V}_{fil} \quad (I.12)$$

Adoptant le modèle Brinkman et introduisant l'approximation de Boussinesq, l'équation de la conservation de la quantité de mouvement s'écrit

$$\vec{V}_{fil} = -\frac{K}{\mu} \left[\vec{\nabla} p - \rho_f \vec{g} (\beta(T - T_0)) \right] + K \nabla^2 \vec{V}_{fil} \quad (\text{I.13})$$

$$\beta = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) : \text{Le coefficient d'expansion volumique thermique du fluide.}$$

T_0 : la température de référence.

d. Modèle général

On généralise les trois modèles en introduisant un terme transitoire et le terme convectif $(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V}$, ce qui conduit à l'équation suivante :

$$\underbrace{\frac{\rho_f}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial T} + \frac{\rho_f}{\varepsilon} (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V}}_a = -\underbrace{\vec{\nabla} p}_b + \underbrace{\rho_f \vec{g}}_c - \underbrace{\frac{\mu}{K} \vec{V}}_d + \underbrace{\frac{C_f \rho_f}{\sqrt{K}} |\vec{V}| \vec{V}}_e + \underbrace{\mu_{eff} \nabla^2 \vec{V}}_f \quad (\text{I.14})$$

\vec{V} : Une quantité moyennée à travers un volume élémentaire.

- (a) : Forces inertielles macroscopiques.
- (b) : Gradient de pression.
- (c) : Forces de volumes.
- (d) : Terme de Darcy.
- (e) : Terme de Forchheimer (Forces inertielles microscopiques).
- (f) : Terme visqueux de Brinkman

I.3. Transfert de chaleur

I.3.1. Définition

Le transfert de chaleur est une discipline d'ingénierie qui concerne la production, l'utilisation, la conversion et l'échange de chaleur (énergie thermique) entre des systèmes physiques. [8]

I.3.2. Les modes de transfert de chaleur

Les échanges thermiques sont de trois types et sont décrits par des lois phénoménologiques, c'est à dire déduites de constatations expérimentales. [8]

a. Conduction

La conduction résulte de « chocs » à l'échelle moléculaire et atomique. Elle va donc être très liée à la structure et à l'organisation du matériau. Elle peut avoir lieu dans les solides et dans une moindre mesure dans les fluides, plus dans les liquides que dans les gaz. C'est un phénomène très analogue à la conduction de l'électricité. Il s'agit d'un transfert d'énergie à petite échelle, dans un

corps localement au repos. On parlera de conducteur ou d'isolant de la chaleur. Elle est décrite par la loi de Fourier (1807)

La densité de flux de chaleur est proportionnelle au gradient de température.

$$\vec{\varphi} = -k \overrightarrow{\text{grad}}(T) \quad (\text{I.15})$$

La constante de proportionnalité k est nommée conductivité thermique du matériau. Elle est toujours positive. Avec les unités du système international, la conductivité thermique k s'exprime en watt par mètre-kelvin ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$). La densité de flux de chaleur φ s'exprime en watt par mètre carré ($\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$), la température T , en kelvin (K). [8]

b. Convection

C'est un transfert qui résulte d'un mouvement d'ensemble du matériau le supportant. La convection a donc lieu dans les fluides (gaz ou liquides). Elle est souvent caractéristique de l'échange à la frontière entre un solide et un fluide et est donc très liée à l'écoulement fluide mais aussi aux géométries d'échange et aux états de surface si un solide intervient. Il convient de distinguer la convection forcée dans laquelle le fluide est mis en mouvement par un apport d'énergie mécanique extérieur (pompe, ventilateur, ...) de la convection naturelle dans laquelle le fluide prend, en son sein, l'énergie nécessaire au mouvement (variation de masse volumique associée à une variation de température par exemple). De façon macroscopique elle est décrite par la loi de Newton (1701). [8]

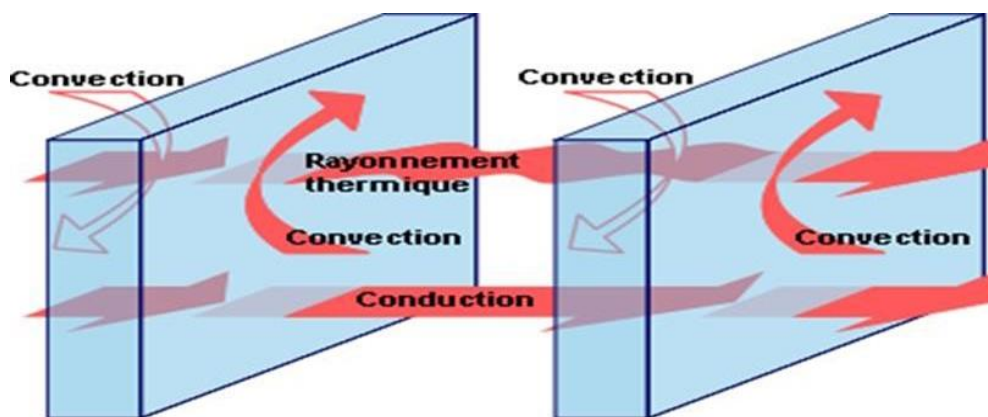


Figure I.3: les modes de transfert de chaleur. [22]

c. Rayonnement

La matière émet des ondes électromagnétiques (émission qui se produit en surface pour les solides et les liquides opaques, dans tout le volume pour les gaz ou liquides transparents). Ces ondes dépendent de la température. Il s'agit d'une onde électromagnétique et qui donc ne nécessite aucun support matériel pour se propager. Outre le rayonnement thermique dont la bande de longueur d'onde va de l'ultraviolet à l'infrarouge long, le thermicien peut s'intéresser à des ondes comme les micro-ondes et leur génération dans le volume. Ce mode de transfert est décrit par la loi de Stefan (1879).

Si le corps récepteur réfléchit certaines longueurs d'ondes ou est transparent à d'autres, seules les longueurs d'onde absorbées contribuent à son équilibre thermique. Si par contre le corps récepteur est un corps noir, c'est-à-dire qu'il absorbe tous les rayonnements électromagnétiques, alors tous les rayonnements contribuent à son équilibre thermique. [8]

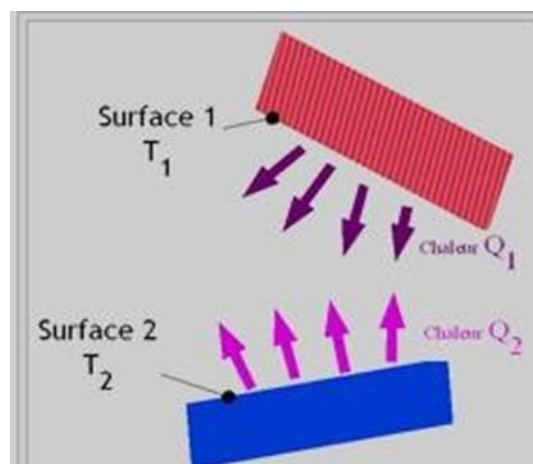


Figure I.4: transfert thermique par radiation.[8]

I.3.3. Champs de température

Les transferts d'énergie sont déterminés à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température $T=f(x, y, z, t)$. La valeur instantanée de la température en tout point de l'espace est un scalaire appelée: champs de température.

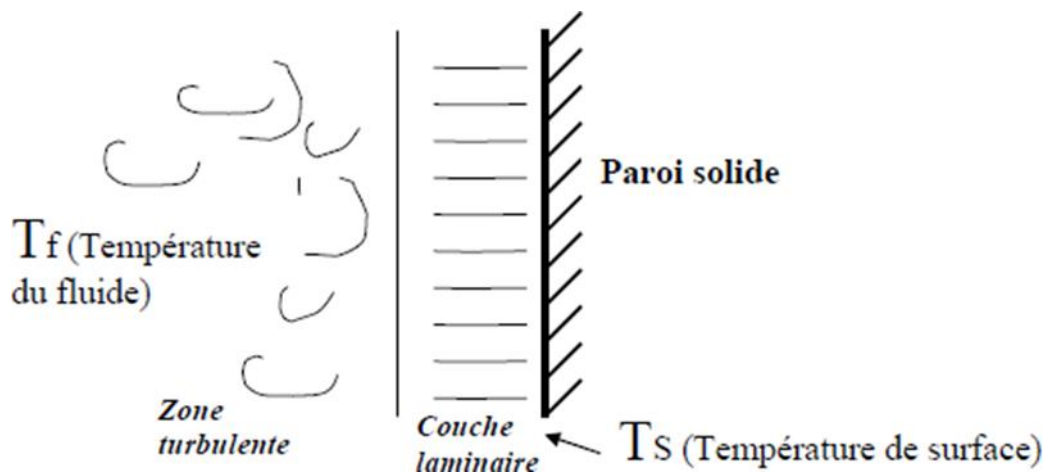
Quand le champ de température est indépendant du temps on parle de régime permanent ou stationnaire. Quand il évolue avec le temps, le régime est dit variable ou instationnaire. [8]

I.3.4. Gradient de température

Tous les points de l'espace qui ont la même température définissent une surface dite surface isotherme. La variation de température le long de la normale à la surface isotherme est caractérisée par un gradient de température. [8]

I.3.5. la loi de base de mode de transfert de chaleur Convection naturelle « loi de Newton »

La convection naturelle, également connue sous le nom de convection libre, est un mécanisme ou un type de transfert de masse et de chaleur dans lequel le mouvement du fluide n'est causé que par des différences de densité du fluide dues à des gradients de température, plutôt que par des sources externes telles que des pompes, Ventilateurs, dispositif d'aspiration, etc...).[8]



$$\phi = h_c \cdot S \cdot (T_f - T_s) \quad \text{Loi de Newton}$$

ϕ flux échangé entre la surface et le fluide
 S surface d'échange
 h_c coefficient d'échange superficiel

I.4. Les nano-fluides

I.4.1. Définition

Les nano-fluides sont des dispersions de nanoparticules (généralement inférieures à 100 nm de diamètre), appelées nanoparticules, dans un liquide de base qui améliorent certaines propriétés. Ce type de solution a suscité un grand intérêt depuis la découverte de ses propriétés thermiques particulières.

L'idée est d'insérer des nanoparticules de très haute conductivité dans le fluide de base pour augmenter la conductivité thermique effective du mélange et améliorer leurs performances thermiques.

Les nanoparticules sont des agrégats de centaines à des milliers d'atomes pour produire des objets avec au moins une dimension dans la gamme nanométrique (1-100 nm). Échelle et échelle atomique où moléculaire. [9]

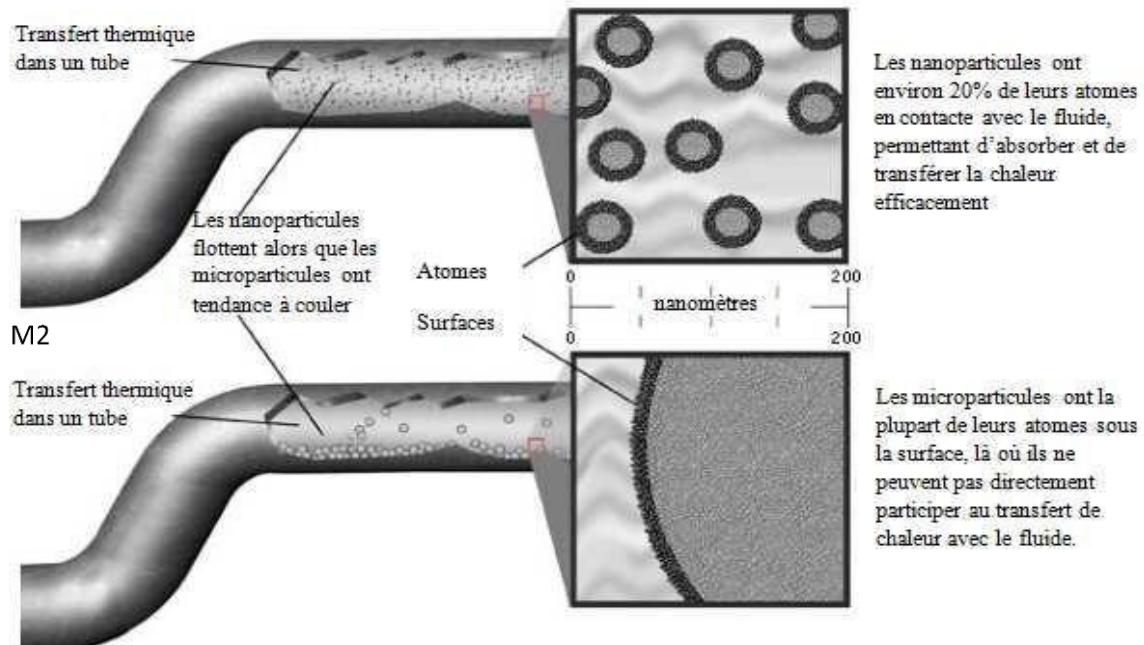


Figure I.5: Vue microscopique des nanoparticules dans un tube. [10]

Les nanoparticules les plus utilisées pour obtenir des nano fluides sont : [13]

- L'oxyde d'aluminium, Al_2O_3 .
- L'aluminium, Al.
- Le cuivre, Cu.
- L'oxyde de cuivre, CuO.
- L'or, Au.
- L'argent, Ag.
- Les nanotubes de carbone.
- La silicone, Si.
- Le dioxyde de titane, TiO_2

Les liquide de base les plus utilises sont :

- L'eau ;
- L'éthylène-glycol, EG ;
- Les huiles ;
- Le toluène.

I.4.2. Préparation d'un nano-fluides

a. Premières étapes

Réside dans la production de nanoparticules dans les liquides base. Pas industriel, mais seulement pour certains nano-fluides empêche l'agrégation et l'oxydation des nanoparticules.

b. Deuxièmes étapes

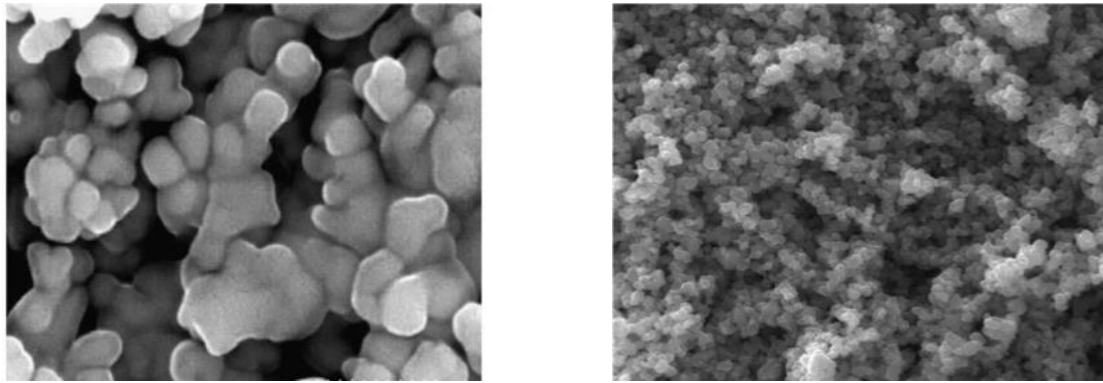
D'abord disperser les nanoparticules dans le liquide de base. Donner la permission fort impact mécanique par dispersion, agitateur rotatif ou ultrasons les agrégats doit souvent être brises. Eviter cohésion due à l'attraction entre les particules, la force est utilisée répulsion électrostatique en ajustant le ph et en chargeant la surface des particules. [9]

I.4.3. Type de nanoparticule

La production de nouvelles nanoparticules constitue un domaine Recherche approfondie, donc ici seulement une brève mention des nanoparticules les plus couramment utilisées dans les applications de transfert de chaleur.

Les nanoparticules sphériques pour lesquelles plusieurs types de matériaux peuvent être utilisés pour leur fabrication. Ces nanoparticules sphériques peuvent ainsi être à base de métaux (l'aluminium Al, cuivre Cu, fer Fe, or Au, argent Ag...) ou d'oxydes (oxyde d'aluminium Al₂O₃, oxyde de cuivre CuO, oxyde de titane TiO₂...).

Les nanotubes (les nanotubes de carbone NTC, les nanotubes de titane TiO₂, Nanotube de silicium...). [9]



(a)

(b)

Figure (I.6) : quelques types de matériaux des nanoparticules [11]

(a) Nanoparticule Ag, (b) nanoparticule TiO2

I.4.4. Propriétés thermo-physiques des nano-fluides

Plusieurs phénomènes tels que la diffusion brownienne (en particulier pour les hautes températures ou les petites particules), la sédimentation et la dispersion peuvent se produire simultanément dans le courant principal des nano-fluides. Les particules doivent être ultrafines et la vitesse de glissement entre les particules et le liquide de base ne doit pas être nulle. Cependant, le mouvement irrégulier et aléatoire des particules augmente la vitesse d'échange d'énergie dans le liquide. La conductivité thermique et la viscosité dynamique sont les deux propriétés thermo-physiques les plus étudiées des nano-fluides, comme en témoigne le nombre de modèles développés pour calculer ces deux grandeurs. La densité et la chaleur spécifique des nano-fluides ont reçu relativement peu d'intérêt, en particulier au niveau expérimental. [12]

a. la masse volumique

La masse volumique des nano fluides est proportionnelle à la fraction volumique en particules et augmente avec l'ajout des nanoparticules. La masse volumique des nano fluides est souvent calculée à partir de la loi de mélange, comme pour la chaleur spécifique :

$$\rho_{nf} = \varphi\rho_s + (1-\varphi)\rho_f \quad (\text{I.16})$$

Avec:

ρ_{nf} : Masse volumique du nano fluide.

ρ_s : Masse volumique de la nanoparticule.

ρ_f : Masse volumique du fluide.

b. la chaleur spécifique

La chaleur spécifique ou capacité thermique spécifique est définie comme C_p (j/Kg.K). Pour augmenter la quantité d'énergie fournie par l'échange de chaleur de 1 kelvin, température d'une unité de masse de matière. Cette taille est intégrée c'est une équation d'énergie et doit être strictement déterminée. La plus part des études réalisées dans la littérature ont utilisé l'un des deux modèles.

i. Modèle Pak et Cho

$$(c_p)_{nf} = (1 - \varphi)(c_p)_f + \varphi(c_p)_s$$

(I.17)

ii. Modèle Xuan et Roetzel

$$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \varphi)(\rho c_p)_f + \varphi(\rho c_p)_s \quad (\text{I.18})$$

Avec :

$(c_p)_{nf}$: Chaleurs spécifique du nano fluide.

$(c_p)_f$: Chaleurs spécifique du fluide de base.

$(c_p)_s$: Chaleurs spécifique des nanoparticules.

c. coefficients d'expansion thermique

La variation de densité sous l'influence de la température est coefficient de dilatation thermique également appelé coefficient de dilatation.

$$\beta_t = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) \quad (\text{I.19})$$

Le calcul de la valeur de ce coefficient pour les nano fluides est déterminé comme suit :

$$\beta_{nf} = (1 - \varphi)\beta_f + \varphi\beta_s \quad (\text{I.20})$$

d. La viscosité dynamique

La viscosité relative est le rapport entre la viscosité du nano fluide sur celle du fluide de base $\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}$

Il y a plusieurs modèles de la viscosité dynamique d'un nano fluide :

i. Modèle d'Einstein

Einstein a déterminé l'énergie dissipée autour d'une seule particule dans un liquide relie cette énergie au travail effectuée pour avancer sur le fluide.

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 - 2.5\varphi) \quad (\text{I.21})$$

Avec :

μ_{nf} : La viscosité dynamique du nano fluide.

μ_f : La viscosité dynamique du fluide de base.

φ : La fraction volumique des nanoparticules.

ii. Modèle Brinkman

La formule de Brinkman utilise le modèle d'Einstein comme concentration volumique inférieure à 4%.

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (\text{I.22})$$

iii. Model Bachelot

La viscosité s'est arrivée être plus qu'une simple fonction linéaire de φ . Donne la relation d'Einstein mais une fonction non linéaire de φ .

$$\mu_{nf} = \mu_f (2.6\varphi^2 - 2.5\varphi + 1) \quad (\text{I.23})$$

e. La conductivité thermique

En l'absence de données expérimentales et de théorie solide pour rendre possible détermination de la conductivité thermique des nano fluide, la relation utilisée pour calculer la conductivité thermique des suspensions de particule des tailles maximales de l'ordre du micron ou du millimètre dans les liquides sont supposées calculer la conductivité thermique des nano fluides.

i. Maxwell

Il a supposé que les particules étaient suffisamment éloignées manque d'interaction mutuelle entre eux pas de contact entre les particules.

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)} \quad (\text{I.24})$$

ii. Hamilton

C'est une extension du modèle de Maxwell. Ce sont les particules de la mousse défini arbitrairement comme suit : [14]

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + (n-1)k_f - (n-1)\varphi(k_f - k_s)}{k_s + (n-1)k_f + \varphi(k_f - k_s)} \quad (\text{I.25})$$

I.4.5. Modèle de Buon-giorno

Etude du transfert de chaleur par ajout de matières fines en suspension pour les fluides, deux approches principales ont été adoptées dans la littérature. Il y a le premier est un modèle à deux phases qui considère la phase liquide et le rôle de la phase solide dans le processus de transfert de chaleur. Le second est un modèle monophasé. Deux phases liquides et particules sont en équilibre thermique et s'écoulent à la même vitesse locale. [15]

a. Diffusion Brownienne

Le mouvement aléatoire des nanoparticules dans le fluide de base est mouvement brownien et nanoparticules molécules de fluide de surface. Les nanoparticules elles même peuvent être visualisées plus efficace que les macromolécules avec une énergie cinétique moyenne égale aux molécules liquides sont de $\frac{1}{2} k_B T$, ce qui les ralentit considérablement. k_B est la constante de Boltzmann et T est la température de nano fluide. Déplacer le coefficient de diffusion brownien D_B est donne par équation d'Einstein-Stokes.

$$D_B = \frac{K_B T}{3\pi\mu d_p} \quad (I.26)$$

Pour les nano-fluides aqueux à température ambiante contenant des nanoparticules de diamètre 1 à 100 nm. Le coefficient de diffusion brownien est compris entre 4×10^{-10} à 4×10^{-2} m^2 / s .

La diffusion brownienne peut être importante mécanisme couissant en l'absence de turbulence. Débit massique des nanoparticules par diffusion brownienne, $j_{p,B}$ (kg / m^2) peuvent être calculées comme : [15]

$$j_{p,B} = -\rho_p D_B \nabla \phi \quad (I.27)$$

b. Thermophorese

Les particules peuvent diffuser sous l'action d'un gradient de température. Ce phénomène connu sous le nom thermo-phorése, il équivaut au célèbre «effet Soret» mélanges gazeux ou liquides .le taux thermo-phorétique V_T peut être exprime comme suit :

$$V_T = -\beta \frac{\mu}{\rho} \frac{\nabla T}{T} \quad (I.28)$$

Ou l'expression de facteur d'échelle est

$$\beta = 0.26 \frac{k}{2k + k_p} \quad (I.29)$$

Dans l'équation (I.29), k et k_p sont les conductivités thermiques du fluide pur et des particules ou la formule (I.29) est basée sur les données de particule relativement grandes ($1\mu\text{m}$) dans l'eau et le n-hexane. Malheureusement les données de la thermophorese des nanoparticules ne sont pas disponibles, la formule (I.29) est également utilisée pour les nanoparticules. Le signe négatif de l'équation (I.28) cela signifie que les particules se déplacent le long du gradient de température. Chaud à froid. Pour les nanoparticules d'alumine dans l'eau à température ambiante, $k \sim 1 \text{ W/mk}$, $k_p \sim 40 \text{ W/mk}$, En supposant un gradient de température de 10^5 K/m on obtient $V_T = 2 \times 10^{-6} \text{ m/s}$. La thermophorese peut être importante en tant que mécanisme de glissement en l'absence de turbulence. Flux massique de nanoparticule par effet thermophoretique, $j_{p,T}$ peut être calculé comme :

$$j_{p,T} = \rho_p \phi V_T = -\rho_p D_T \frac{\nabla T}{T} ; \quad (\text{I.30})$$

Avec :

$$D_T = \beta \frac{\mu}{\rho} \phi \quad (\text{I.31})$$

Le coefficient D_T est parfois appelé le coefficient de diffusion thermique [15]

I. 5. Les couches limites

I.5.1. Définition

Une couche limite est une région d'écoulement de fluide qui est directement perturbée par un corps solide (ou un autre fluide) qui se déplace par rapport au fluide. La couche limite à l'interface entre un liquide et un corps est causée par la viscosité du liquide qui adhère localement à ce corps. Les fluides prennent localement la vitesse des objets qu'ils rencontrent. Il y'a donc une zone de régulation entre ce corps et la zone de conditionnement est appelée couche limite. [16]

I.5.2. Les régimes d'écoulement

Les conditions d'écoulement peuvent être laminaires ou turbulentes.

a. Écoulement laminaire

Un écoulement est laminaire s'il est à ligne parallèlement à l'écoulement moyen et non perturbé sur une échelle de temps relativement courte. Dans cet état, si deux particules sont adjacentes dans le flux à un instant, elles seront adjacentes à l'instant suivant. Par conséquent, aucun mélange entre les différentes couches d'écoulements n'est observé.

b. Écoulement turbulent

En revanche, un écoulement est dit turbulent s'il n'a pas de texture apparente. Le comportement temporel des particules liquides sur de très petites échelles de temps est chaotique. On observe alors un mélange important entre les différentes couches de fluide. L'écoulement visqueux peut être caractérisé par un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds. Le nombre de Reynolds mesure l'importance relative des forces d'inertie liées à la vitesse et des forces de frottement liées à la viscosité. [16]

I.5.3. Types de couche limite

a. Couches limite dynamique

La couche limite hydrodynamique est caractérisée par la présence de gradients de vitesses et de contraintes de cisaillement. Son paramètre clé est le coefficient de frottement. [17]

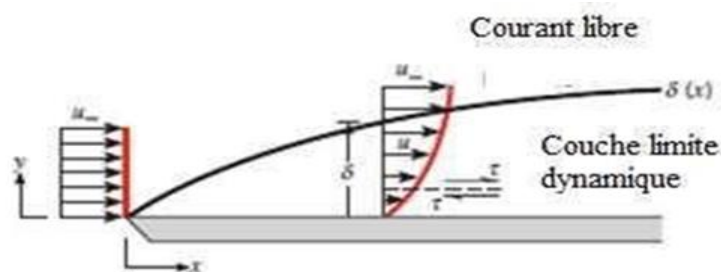


Figure I.7 : Couche limite dynamique sur une plaque plane [15]

b. couche limite thermique

La couche limite thermique ne se forme pas dans un écoulement de fluide visqueux, ils n'entrent en contact avec des solides que lorsqu'ils sont à des températures différentes. [17]

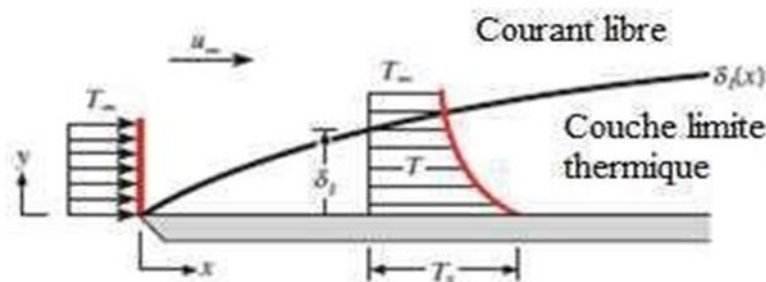


Figure I.8 : couche limite thermique sur une plaque iso-thermique [15]

c. couche limite massique

Lorsque l'air passe à la surface de la plaque, l'eau liquide s'évapore et la vapeur d'eau est entraînée dans le courant d'air. Ceci est un exemple de transport de masse par convection. Considérons un mélange binaire d'espèces A et B circulant sur une surface. [18]

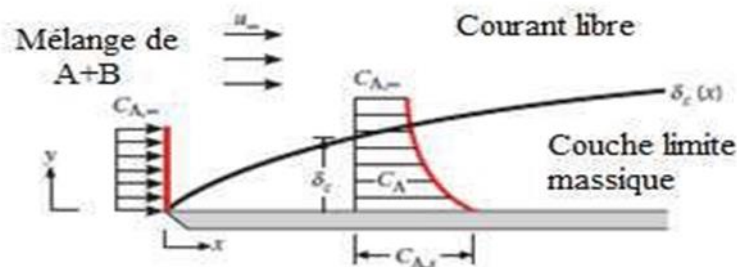


Figure I.9 : Couche limite massique sur une plaque horizontale [15]

I.6 Etat de l'art

Depuis sa découverte, le transfert de chaleur par convection dans les nanofluides est un sujet d'intérêt majeur en sciences et en ingénierie. De nombreux chercheurs et ingénieurs ont mené des études théoriques et expérimentales sur le sujet. Ici, nous présentons une synthèse des recherches antérieures sur la convection thermique dans les nanofluides.

R. S. R.Gorla, A. J.Chamkha et A. M.Rashad [23] : Une analyse de la couche limite est présentée pour la convection mixte à travers un coin vertical dans un milieu poreux saturé d'un nanofluide. Les équations aux dérivées partielles qui régissent le système sont transformées en un ensemble d'équations non similaires et résolues numériquement à l'aide d'une méthode efficace, implicite, itérative et à différences finies. Une étude paramétrique illustrant l'influence de divers paramètres physiques est réalisée. Des résultats numériques pour les profils de vitesse, de température et de fraction volumique des nanoparticules, ainsi que le facteur de friction et les taux de transfert de chaleur et de masse à la surface ont été présentés pour des variations paramétriques du paramètre de rapport de flottabilité N_r , du paramètre de mouvement brownien N_b , du paramètre de thermophorèse N_t et du nombre de Lewis Le . La dépendance du facteur de friction, du taux de transfert de chaleur de surface (nombre de Nusselt) et du taux de transfert de masse (nombre de Sherwood) par rapport à ces paramètres a été discutée.

A.V.Kuznetsov, D. A.Nield [24] : ont examiné l'influence des nanoparticules sur l'écoulement de la couche limite de convection naturelle au-delà d'une plaque verticale, en utilisant un modèle dans lequel le mouvement brownien et la thermophorèse sont pris en compte. Les auteurs ont supposé les conditions aux limites les plus simples possibles, à savoir celles dans lesquelles la température et la fraction de nanoparticules sont constantes le long de la paroi.

Khan et Aziz [25] : ont étudié la convection naturelle des nanofluides sur une plaque plate verticale avec un flux de chaleur surfacique uniforme. Ils ont constaté que pour un nombre de Lewis fixe, le nombre de Nusselt réduit est une fonction décroissante du paramètre de mouvement brownien, du paramètre de thermophorèse et du paramètre de rapport de flottabilité.

D.A. Nield, A.V. Kuznetsov [26] : ont présenté une analyse mathématique pour un écoulement en double diffusion thermique et massique en convection naturelle devant une plaque verticale semi infini, immergée dans un milieu poreux Darcéen. Le modèle usagé pour le nanofluide incorpore les effets du mouvement Brownien et la thermophorèse.

P.Cheng et W.J. Minkowycz [27] : Une analyse est faite pour la convection libre stable autour d'une plaque plane verticale noyée dans un milieu poreux saturé à des nombres de Rayleigh élevés. Dans le cadre des approximations de la couche limite, des solutions similaires sont obtenues pour une classe de problèmes où la température de la paroi varie comme x^{λ} , c'est-à-dire une fonction de puissance de la distance à l'origine où la température de la paroi commence à s'écarter de celle des fluides environnants. Des expressions analytiques sont obtenues pour l'épaisseur de la couche limite, le flux thermique de surface local et global, et les coefficients de transfert de chaleur locaux et moyens. L'application au transfert de chaleur par convection autour d'une digue isotherme pénétrée dans un aquifère est discutée.

I.A.Hassanien [28] : Le problème de la convection mixte à partir d'un coin vertical imperméable dans un milieu poreux saturé de fluide incorporant la variation de la perméabilité et de la conductivité thermique est analysée. Une solution de non-similarité est obtenue pour le cas d'un flux thermique de surface variable sous la forme $q_w(x)=bx^m$. L'ensemble du régime de convection mixte est couvert par le seul paramètre de non-similarité $\xi=[1+(Ra_x/Pe_x)^{3/2}]^{-1/3}$, de la convection forcée pure ($\xi=1$) à la convection libre pure ($\xi=0$). Un schéma de différences finies a été utilisé pour résoudre le système d'équations

gouvernantes transformées. Les profils de vitesse et de température, ainsi que le nombre de Nusselt local sont présentés. Le paramètre géométrique de l'angle de calage est compris entre 0 et 1.

D.A.Nield et A.V.Kuznetsov [29] : Le problème de Cheng-Minkowycz de convection naturelle le long d'une plaque verticale, dans un milieu poreux saturé par un nanofluide, est étudié analytiquement. Le modèle utilisé pour le nanofluide incorpore les effets du mouvement brownien et de la thermophorèse. Pour le milieu poreux, le modèle de Darcy est utilisé. Une solution de similitude est présentée. Cette solution dépend d'un nombre de Lewis Le , d'un nombre de rapport de flottabilité Nr , d'un nombre de mouvement brownien Nb et d'un nombre de thermophorèse Nt . La dépendance du nombre de Nusselt à l'égard de ces quatre paramètres est étudiée.

R.D.Russell et L.F.Shampine [30] : La collocation avec des fonctions polynomiales par morceaux est développée comme méthode de résolution des problèmes de valeurs limites en deux points. La convergence est démontrée pour une classe générale de problèmes linéaires et une classe assez large de problèmes non linéaires. Quelques exemples de calcul sont présentés pour illustrer la large applicabilité et l'efficacité de la procédure.

I.7 conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les bibliographies ainsi que les définitions. En plus d'examiner les équations générales pour les couches convectives et limites. Ces équations permettent de sélectionner de manière physique et mathématique les objets à étudier, ainsi que les conditions initiales et limites associées. Toutes ces notions seront approfondies dans le chapitre suivant.

Chapitre II
Problématique et
modélisation mathématique

II.1.Introduction

En général, la formulation mathématique des problèmes de convection naturelle est obtenue en écrivant des théorèmes généraux de mécanique des fluides et de thermodynamique. Ces théorèmes reflètent la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dans les fluides. Dans ce chapitre nous allons présenter notre problème physique et les équations permettant de modéliser le problème de la convection naturelle en précisant toutes les hypothèses simplificatrices employées ainsi que les conditions aux limites permettant de calculer la solution.

II.2.Modèle physique

Considérons une couche limite de convection naturelle bidimensionnelle s'écoulant le long d'une plaque verticale placée dans un milieu poreux saturé d'un nanofluide. On suppose que l'écoulement est incompressible et stationnaire. La surface de la plaque est imposée au flux de chaleur surfacique et au flux de nanoparticules. Le système de coordonnées est choisi de sorte que l'axe des x soit aligné avec le flux sur la plaque. Une vue schématique du modèle physique et du système de coordonnées est illustrée à la Figure(II.1). Comme le montre cette figure, il existe trois couches limites différentes, à savoir la couche limite hydrodynamique, la couche limite thermique et la couche limite de concentration de nanoparticules. Les valeurs ambiantes de la température et des concentrations de nanoparticules sont notés respectivement T_∞ et ϕ_∞ lorsque y tend vers l'infini. L'écoulement dans le milieu poreux homogène de porosité ε et de perméabilité K est considéré comme un écoulement de Darcy, et l'approximation d'Oberbeck-Boussinesq est employée. De plus, le milieu poreux et le nanofluide sont supposés dans l'équilibre thermique local. [19]

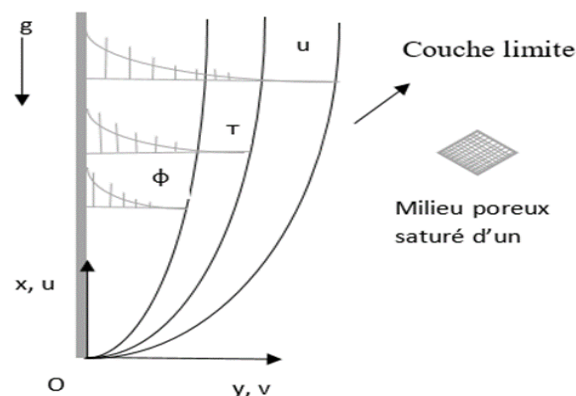


Figure II.1 : Modèle physique et systèmes de coordonnées utilisés pour modéliser le transfert de chaleur par convection au-delà d'une plaque verticale intégrée dans un milieu poreux homogène saturé de nanofluide.

II.3. Formulaions mathématiques

Dans l'approximation standard de la couche limite, la conservation en régime permanent de la masse totale, de la quantité de mouvement, de l'énergie et la conservation des nanoparticules pour les nanofluides sur une surface chauffée noyée dans un milieu poreux saturé sont présentées comme suit :

- **Équation de continuité**

C'est l'équation qui exprime le principe de conservation de la masse :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.1})$$

Avec :

u : vitesse selon l'axe x.

v : vitesse selon l'axe y.

- **Équations de conservation de la quantité de mouvement**

Le principe de conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \frac{\mu}{K} u = - \left(\frac{\partial p}{\partial x} - (1 - \phi_\infty) \beta_t g \rho_{f_\infty} (T - T_\infty) \right) - (\rho_p - \rho_{f_\infty}) g (\phi - \phi_\infty) \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

- **Équation de conservation de l'énergie**

L'équation de conservation d'énergie est exprimée sous la forme suivante :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_m \nabla^2 T + \tau \left(D_B \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{D_T}{T_\infty} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right) \quad (\text{II.3})$$

Avec :*

$$\begin{cases} \alpha_m = \frac{k_m}{(\rho c)_f} \\ \tau = \frac{\varepsilon (\rho c)_p}{(\rho c)_f} \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

- **Équation de concentration**

$$\frac{1}{\varepsilon} \left(u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = D_B \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{D_T}{T_\infty} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{II.5})$$

Dans les conditions aux limites sont considérées comme suit :

$$v = 0, \quad -\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{q_w}{k}, \quad -\frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{q_{np}}{D_B}, \quad \text{a } y = 0, \quad x \geq 0$$

$$u \rightarrow u_\infty, \quad T \rightarrow T_\infty, \quad \phi \rightarrow \phi_\infty, \quad \text{a } y \rightarrow \infty$$

Ou :

q_w'' Et q_{np}'' sont des constantes ;

La pression p peut être éliminée de l'Equation. (2) par différenciation croisée, et l'équation de continuité sera automatiquement satisfaite en introduisant la fonction de flux suivante (ψ) :

$$\begin{cases} u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

Maintenant, les équations différentielles gouvernantes peuvent être réduites aux trois équations différentielles suivantes :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{(1 - \phi_\infty) \rho_{f\infty} \beta_t g K}{\mu} \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{(\rho_p - \rho_{f\infty}) g K}{\mu} \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (\text{II.7})$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_m \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \tau \left(D_B \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{D_T}{T_\infty} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right) \quad (\text{II.8})$$

$$\frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = D_B \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{D_T}{T_\infty} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{II.9})$$

Ici, le nombre de Rayleigh local (Ra_x) est introduit comme :

$$\text{Ra}_x = \frac{(1-\phi_\infty)\rho_{f\infty}\beta_t g k q_w x^2}{\mu\alpha_m k} \quad (\text{II.10})$$

Pour simplifier le système des Eqs. (9)–(11) et obtenir une solution de similarité avec les équations. (9)–(11) soumis aux Eqs. (6) et (7), la variable de similarité η est donnée par :

$$\eta = \frac{y}{x} \text{Ra}_x^{1/3} \quad (\text{II.11})$$

Et les quantités de similarité sans dimension S , θ et f sont :

$$\begin{cases} S = \frac{\Psi}{\alpha_m \text{Ra}_x^{1/3}} \\ f = \frac{(\phi - \phi_\infty) D_B \text{Ra}_x^{1/3}}{q_{np} x} \\ \theta = \frac{k(T - T_\infty)}{q_w x} \text{Ra}_x^{1/3} \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

Les équations gouvernantes peuvent être réduites à trois équations différentielles ordinaires couplées. Application des éqs (13) et (14) sur les Éqs. (6)–(7) et (9)–(11) donnent les équations différentielles ordinaires suivantes :

$$S'' - \theta' + N_r f' = 0 \quad (\text{II.13})$$

$$\theta'' + \frac{2}{3} S \theta' - \frac{1}{3} S \theta'' + N_b f' \theta' + N_t (\theta')^2 = 0 \quad (\text{II.14})$$

$$f'' + \text{Le} \left(\frac{2}{3} S f' - \frac{1}{3} S' f \right) + \frac{N_t}{N_b} \theta'' = 0 \quad (\text{II.15})$$

Soumis aux conditions aux limites suivantes :

$$\eta = 0, \quad S(0) = 0, \quad \theta'(0) = -1, \quad f'(0) = -1,$$

$$\eta \rightarrow \infty, \quad S' \rightarrow 0, \quad \theta \rightarrow 0, \quad f \rightarrow 0$$

Où les variables non dimensionnelles sont :

$$N_r = \frac{(\rho_p - \rho_{f\infty}) k q_{nb}}{(1-\phi_\infty) D_B \rho_{f\infty} \beta_t q_w} \quad (\text{II.16})$$

$$N_b = \frac{\varepsilon(\rho c)_p q_{nb} x}{(\rho c)_f \alpha_m Ra_x^{1/3}} \quad (\text{II.17})$$

$$N_t = \frac{\varepsilon(\rho c)_p D_T q_{nb} x}{(\rho c)_f k \alpha_m T_\infty Ra_x^{1/3}} \quad (\text{II.18})$$

$$Le = \frac{\alpha_m}{D_B \varepsilon} \quad (\text{II.19})$$

II.4. Expression des nombres sans dimensions

II.4.1 Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt (Nu) est un nombre adimensionnel utilisé pour caractériser les transferts thermiques entre un fluide et une paroi, appelé transfert convectif.

On le définit de la manière suivant :

- nombre de Nusselt local (Nu_x)

$$Nu_x = \frac{q_w x}{k(T_w - T_\infty)} \quad (\text{II.20})$$

- nombre de Nusselt réduit (Nu_r)

$$Nu_r = \frac{Nu_x}{Ra_x^{1/3}} = \frac{1}{\theta(0)} \quad (\text{II.21})$$

II.4.2. Le nombre de Sherwood

Le nombre de Sherwood est un nombre sans dimension utilisé pour caractériser les transferts de masse entre un fluide et une interface. Il représente le rapport entre le transfert de masse par convection et le transfert par diffusion. Ce nombre porte le nom de Thomas Kilgore Sherwood, ingénieur chimiste américain.

On le définit de la manière suivante :

- nombre de Sherwood local (Sh_x)

$$Sh_x = \frac{q_{np} x}{D_B (\phi_w - \phi_\infty)} \quad (\text{II.22})$$

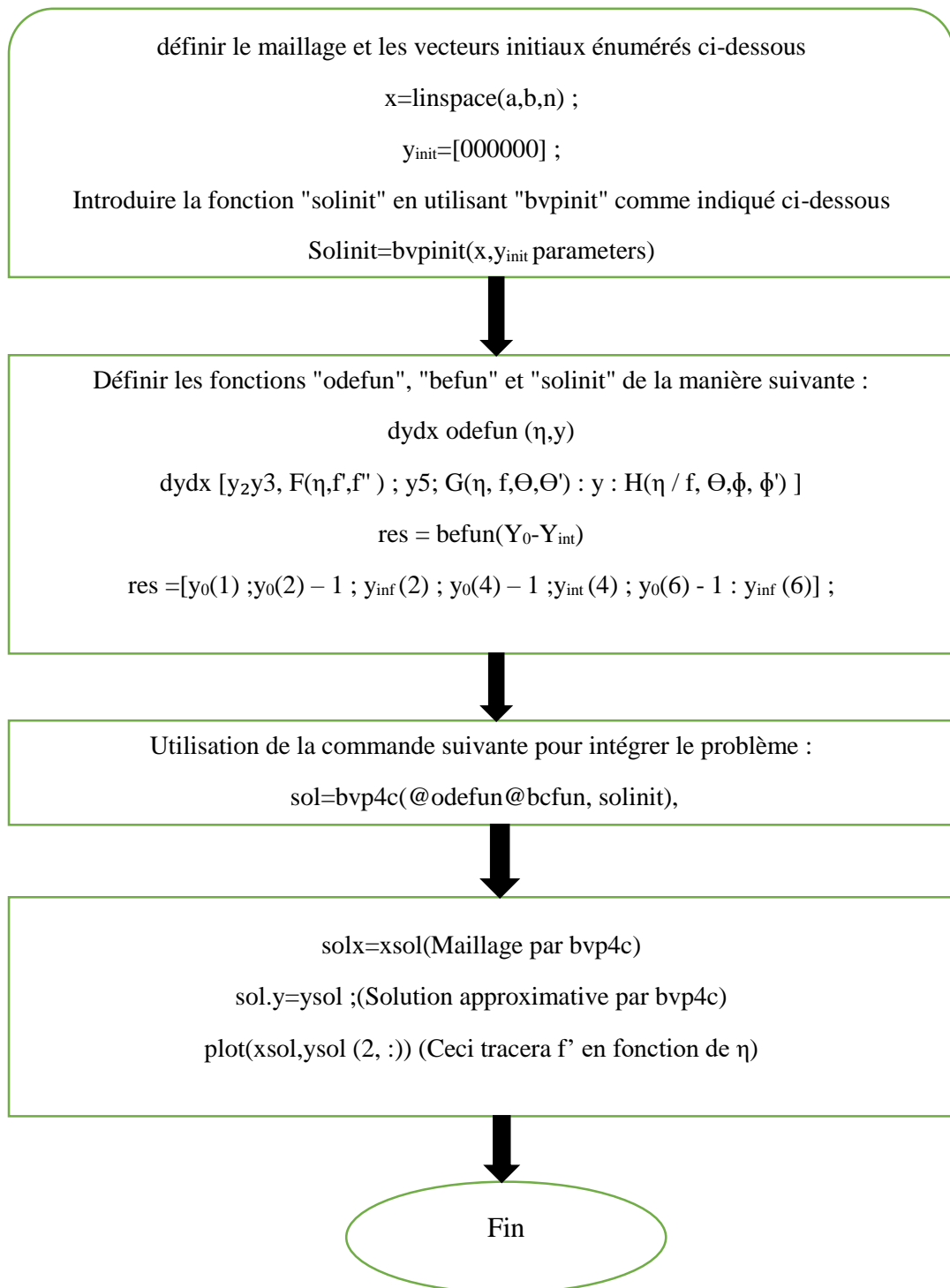
- nombre de Sherwood réduit (Sh_r)

$$Sh_r = \frac{Sh_x}{Ra_x^{1/3}} = \frac{1}{f(0)} \quad (\text{II.23})$$

II.5. Méthode numérique

Le domaine de l'analyse numérique est très important pour la résolution des équations différentielles qui modélisent les phénomènes physiques, car il n'existe pas de solutions analytiques pour ces problèmes non linéaires. Dans cette étude, la méthode des différences finies est utilisée pour obtenir une solution approchée d'un problème aux limites à deux points, constitue d'un ensemble d'équation différentielle ordinaire couplée. Cette méthode fournit une solution continue et uniforme sur l'intervalle d'intégration en utilisant la formule de Lobatto de troisième degré. Le solveur `bvp4c` sous MATLAB est utilisé pour résoudre le système d'équations algébriques résultant avec les conditions aux limites.

L'utilisation doit fournir les points de maillage initial et une approximation initiale de la solution, ainsi que des paramètres pour contrôler les régions de l'écoulement tels que N_r , N_t , N_b et L_e . Les détails de la méthode sont présentes dans l'annexe A.



II.6.Conclusion

Après avoir énoncé les équations qui décrivent le problème, avec leurs conditions aux limites correspondantes, et les avoir transformées en formes adimensionnelles, il est apparu que ces équations, présentées sous forme d'équations ou de dérivées partielles, ne peuvent pas être résolues directement de manière analytique. Par conséquent, nous avons décidé de recourir à une résolution numérique qui permettra de convertir les équations aux dérivées partielles en équations algébriques plus simples à résoudre.

Chapitre III

Résultats et discussions

III.1.Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons établi les équations de base régissent le problème étudié. Dans ce chapitre nous décrivons la méthode numérique utilisée pour résoudre ces équations et consacrée à la présentation des résultats obtenus après avoir programmé les équations différentielles ordinaires sur le logiciel MATLAB. Il existe plusieurs méthodes pour résoudre ces équations, dans notre cas, on s'est basé sur la méthode des différences finies.

III.2.Validation du code

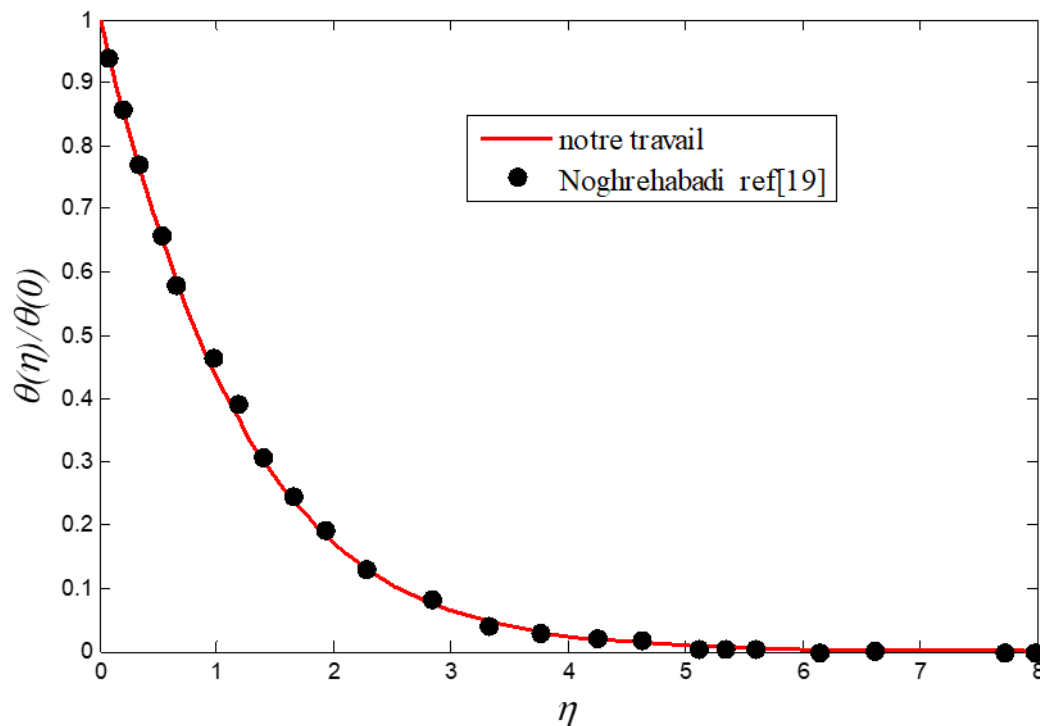


Figure (III.1) : Profils de $\theta(\eta)/\theta(0)$ lorsque les paramètres du nanofluide sont négligés .

Dans le cas d'un flux de chaleur constant, une comparaison entre les résultats de la présente étude lorsque les paramètres du nanofluide sont négligés (c'est-à-dire $Nr = Nb = Nt = 0$) et les résultats rapportés par Noghrehabadi est présentée à la figure (III.1). Les valeurs nulles de m , n et dans le travail de Noghrehabadi simulent une plaque plane avec un flux thermique de surface constant qui est noyée dans un milieu poreux saturé. La figure (III.1) montre que les résultats actuels sont en excellent accord avec les résultats présentés par Noghrehabadi [19].

III.3. Les profils de vitesse, température et concentration

III.3.1. Variation du paramètre de thermophorèse Nt

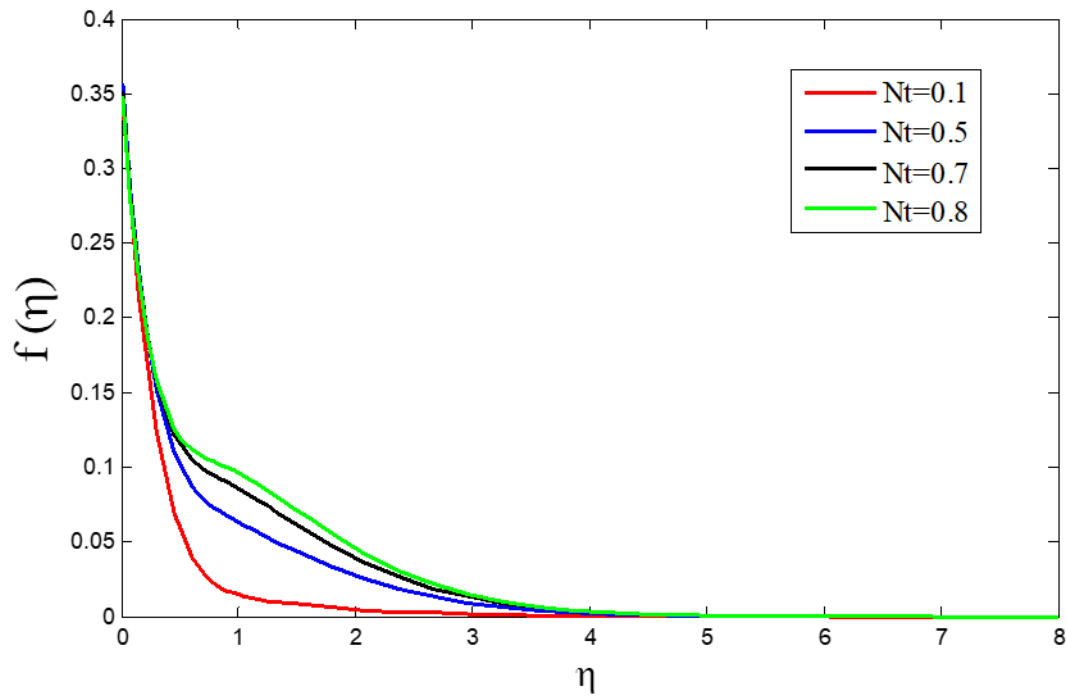


Figure (III.2) : Profils de concentration pour différents Nt

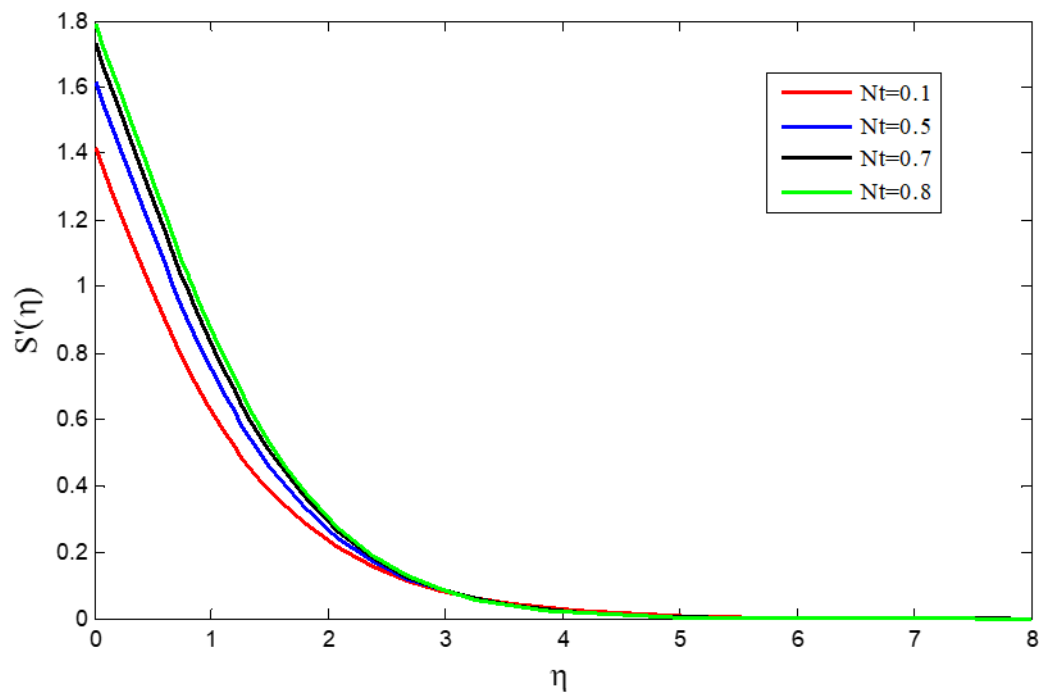


Figure (III.3) : Profils de vitesse pour différents Nt

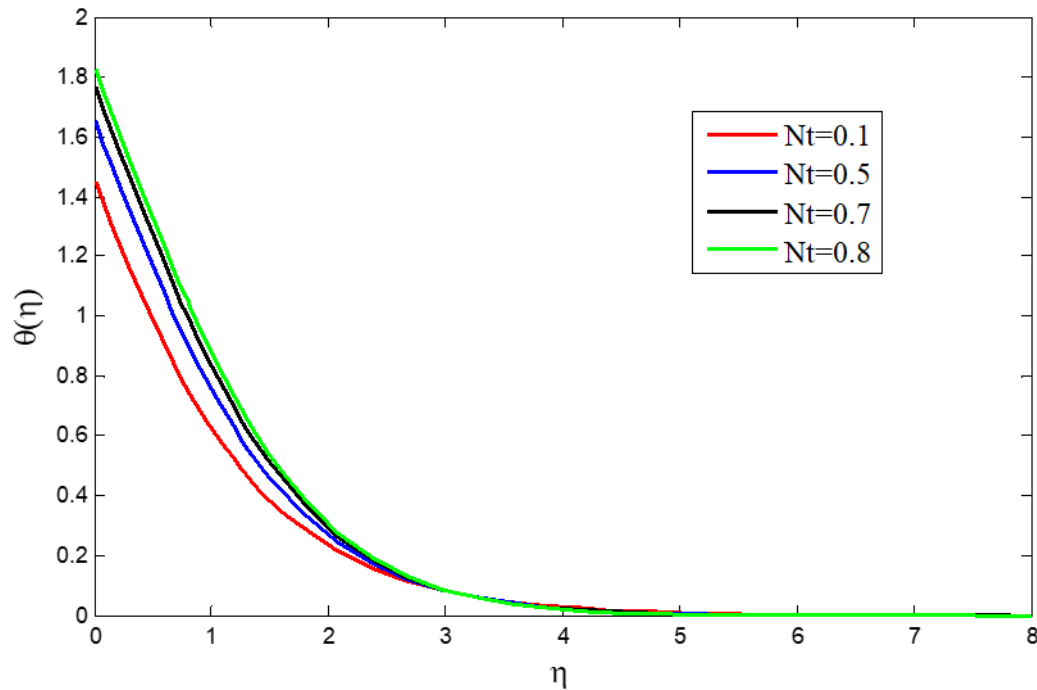


Figure (III.4) : Profils de température pour différents Nt

Le paramètre de thermophorèse Nt peut être décrit comme le rapport entre la diffusion des nanoparticules, qui est due à l'effet de thermophorèse, et la diffusion thermique dans le nanofluide. Selon le rapport de Buongiorno[20], les particules solides dans le fluide subissent une force dans la direction opposée au gradient de température imposé. Par conséquent, les particules ont tendance à se déplacer du chaud vers le froid. L'augmentation de la concentration de nanoparticules par l'augmentation de l'effet de thermophorèse entraîne l'augmentation des profils de température et, par conséquent, l'augmentation des profils de vitesse. Le paramètre de thermophorèse est indépendant du diamètre des particules dans le cas de très petites particules. Les profils de la concentration, de la vitesse sans dimension et de la température pour différentes valeurs de Nt sont représentés sur les figures (III.2), (III.3) et (III.4), respectivement, lorsque $Nb=0,5$, $Nr=0,1$ et $Le=10$. Ces figures révèlent que l'augmentation de Nt accroît l'ampleur de la température sans dimension, la vitesse et l'ampleur des profils de concentration. Ceci est dû au fait que la force de thermophorèse, qui tend à déplacer les particules de la zone chaude vers la zone froide, augmente avec l'augmentation de Nt , ce qui a pour conséquence que l'augmentation de la force de thermophorèse augmente la concentration de nanoparticules, comme on peut le voir sur la figure (III.2). En outre, l'augmentation de la diffusion des nanoparticules dans le fluide accroît l'ampleur de la température sans dimension, comme le montre la figure (III.4).

III.3.2. Variation du paramètre de mouvement brownien Nb

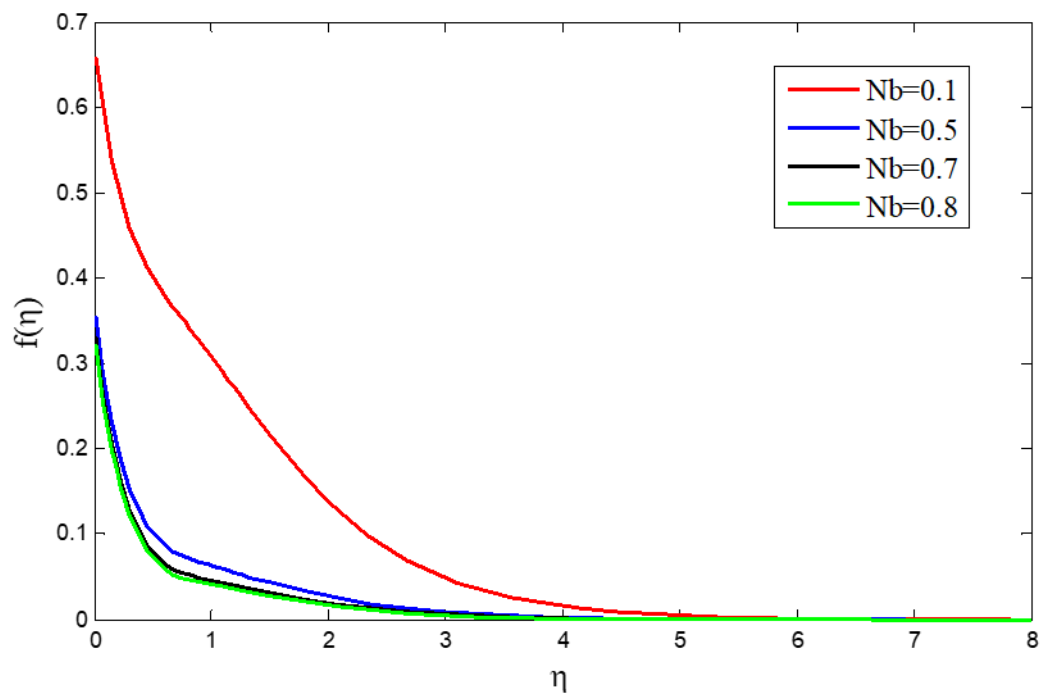


Figure (III.5) : Profils de concentration pour différents Nb

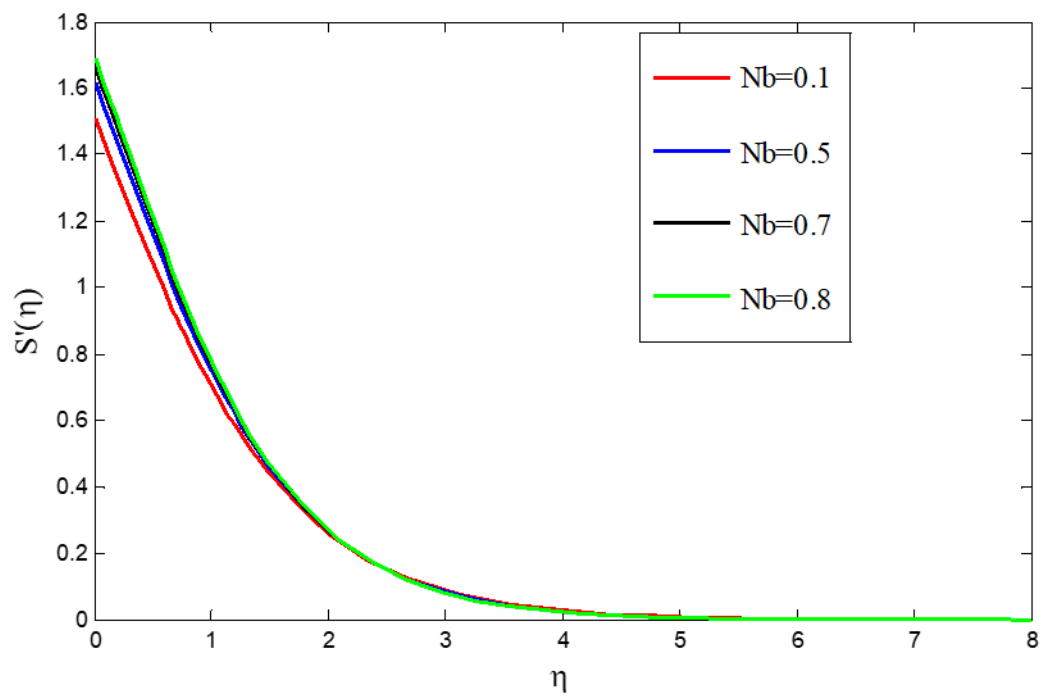


Figure (III.6) : Profils de vitesse pour différents Nb

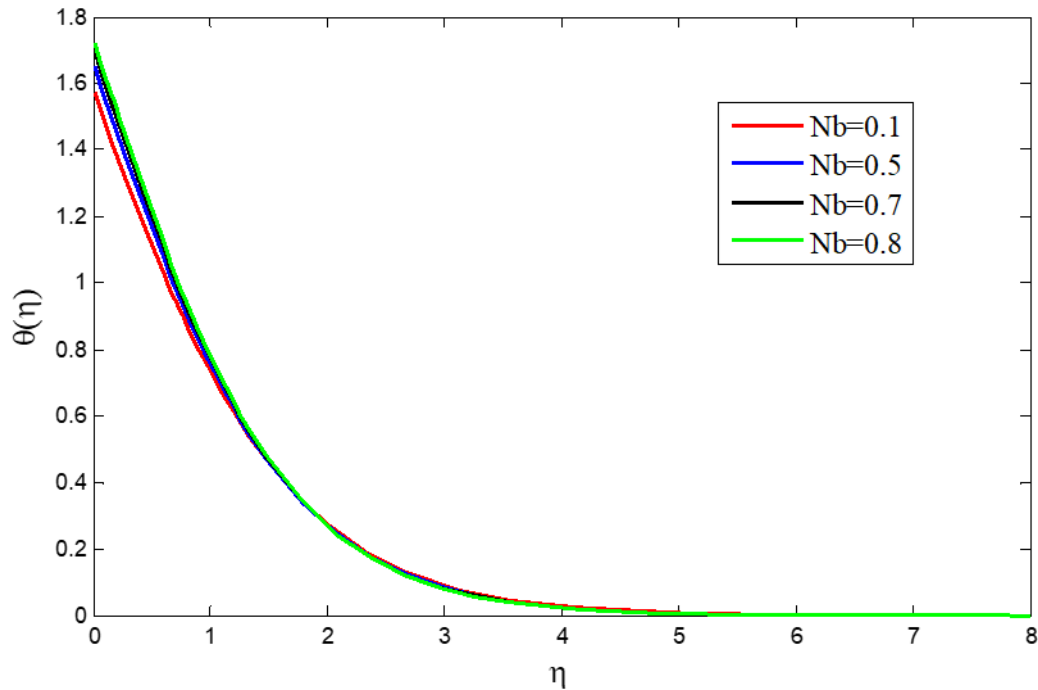


Figure (III.7) : Profils de température pour différents Nb

Le paramètre de mouvement brownien peut être décrit comme le rapport entre la diffusion des nanoparticules, qui est due à l'effet du mouvement brownien, et la diffusion thermique dans le nanofluide. On s'attend donc à ce que le paramètre de mouvement brownien augmente avec la différence entre les fractions volumiques des nanoparticules à la paroi et à l'environnement. Sur la base de l'équation d'Einstein-Stokes [21], le mouvement brownien est proportionnel à l'inverse du diamètre des particules [20]. Par conséquent, lorsque le diamètre des particules diminue, le mouvement brownien augmente. Les profils de la concentration, de la vitesse sans dimension et de la température pour différentes valeurs du paramètre de mouvement brownien sont décrits dans les figures (III.5), (III.6) et (III.7), respectivement, lorsque $Nt=0,5$, $Nr=0,1$ et $Le=10$. Ces figures révèlent que l'augmentation de Nb accroît les profils de vitesse et de température sans dimension, tandis que les profils de concentration de nanoparticules diminuent. Les comparaisons entre les figures (III.5), (III.6) et (III.7) montrent que les effets des variations de Nb sur les variations des profils de concentration sont beaucoup plus importants que les effets sur les profils de vitesse et de température sans dimension. En général, l'augmentation de Nb tend à diminuer la concentration de nanoparticules, comme le montre la figure (III.5). La diffusion des nanoparticules dans le fluide augmente avec l'augmentation de Nb et, par conséquent, les profils de vitesse et de température sont augmentés, comme le montrent les figures (III.6) et (III.7) respectivement.

III.3.3. Variation du paramètre de rapport de flottabilité

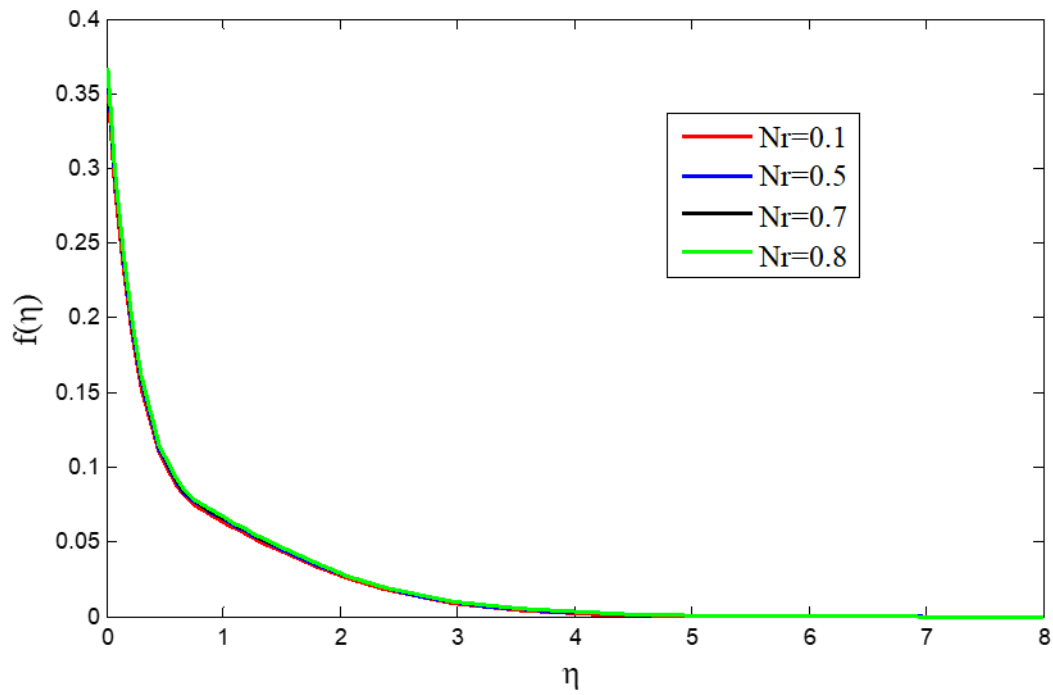


Figure (III.8) : Profils de concentration pour différents N_r

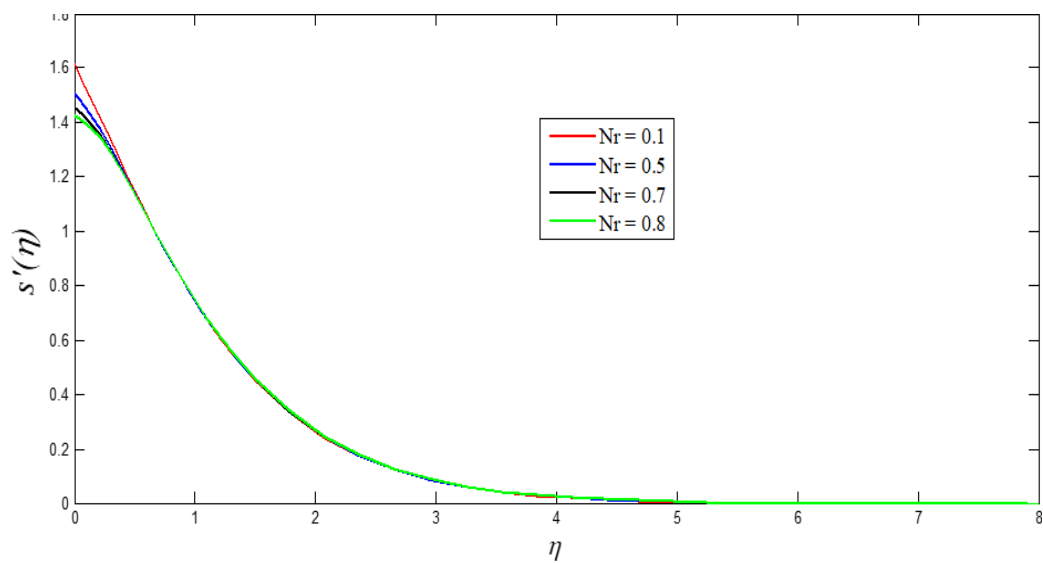


Figure (III.9) : Profils de vitesse pour différents N_r

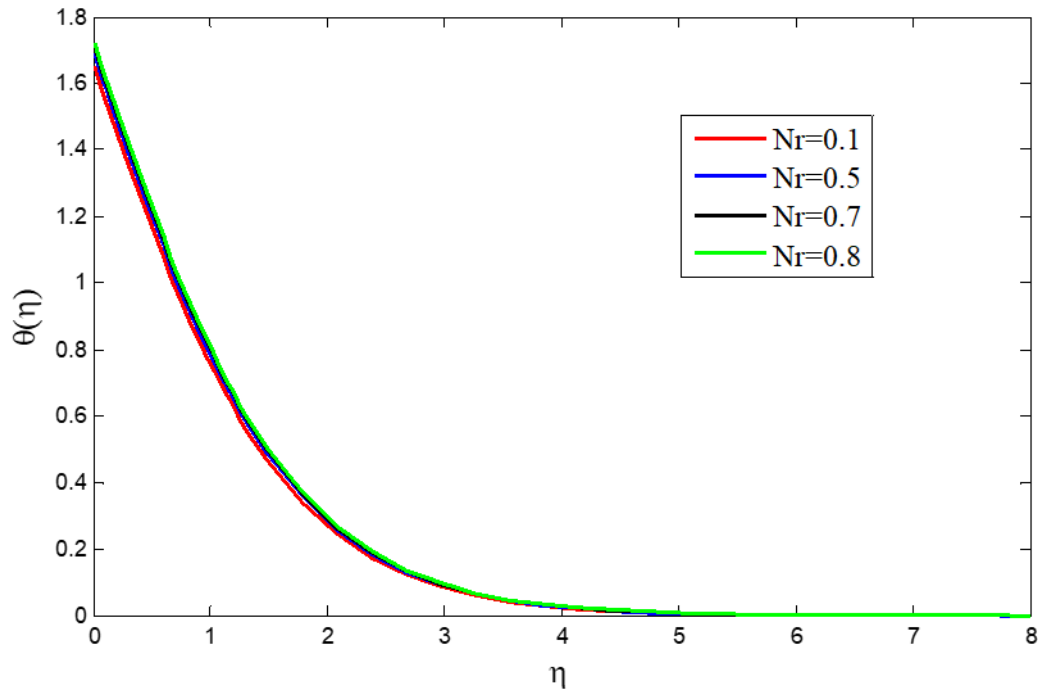


Figure (III.10) : Profils de température pour différents N_r

Le paramètre de rapport de flottabilité peut être décrit comme le rapport entre la variation de la densité du fluide, qui est due à la variation de la concentration, et la variation de la densité du nanofluide, qui est due à la variation de la température. Les profils de la concentration, de la vitesse adimensionnelle et de la température pour différentes valeurs du paramètre de rapport de flottabilité sont tracés dans les figures (III.8) à (III.10), respectivement, lorsque $N_b=N_t=0,5$ et $Le=10$. Ces figures montrent qu'une augmentation du paramètre de rapport de flottabilité augmente l'ampleur des profils de concentration et de température sans dimension, tout en diminuant l'ampleur des profils de vitesse sans dimension. L'augmentation des profils de vitesse est en bon accord. Les figures (III.8), (III.9) et (III.10) montrent clairement que les variations du paramètre de rapport de flottabilité ont de faibles effets sur la vitesse adimensionnelle, la température et la concentration.

III.4. Nombre de Nusselt réduit Nu_r

Nb	Nt	Nr=0.1		Nr=0.3		Nr=0.5	
		Le=10	Le=50	Le=10	Le=50	Le=10	Le=50
0.1	0.1	0.7305	0.7406	0.7200	0.7384	0.7091	0.7362
	0.2	0.7054	0.7171	0.6915	0.7142	0.6770	0.7112
	0.3	0.6812	0.6939	0.6645	0.6904	0.6472	0.6869
	0.4	0.6579	0.6711	0.6391	0.6672	0.6198	0.6632
	0.5	0.6354	0.6488	0.6152	0.6446	0.5944	0.6403
0.3	0.1	0.7100	0.7288	0.7028	0.7272	0.6955	0.7255
	0.2	0.6870	0.7059	0.6791	0.7041	0.6709	0.7022
	0.3	0.6647	0.6832	0.6562	0.6813	0.6475	0.6793
	0.4	0.6429	0.6609	0.6340	0.6589	0.6250	0.6569
	0.5	0.6218	0.6391	0.6127	0.6370	0.6035	0.6349
0.5	0.1	0.6895	0.7171	0.6832	0.7156	0.6767	0.7140
	0.2	0.6676	0.6945	0.6609	0.6930	0.6542	0.6913
	0.3	0.6461	0.6722	0.6394	0.6706	0.6325	0.6690
	0.4	0.6253	0.6503	0.6184	0.6487	0.6115	0.6470
	0.5	0.6050	0.6288	0.5982	0.6272	0.5913	0.6255

Tableau (III.1) : Effets de Nb, Nt, Nr, et Le sur le nombre de Nusselt réduit.

Les résultats du tableau (III.1) indiquent que l'augmentation du paramètre de mouvement brownien, du paramètre de thermophorèse ou du paramètre de rapport de flottabilité diminue le nombre de Nusselt réduit. Ce tableau montre qu'une augmentation du nombre de Lewis augmente le nombre de Nusselt réduit. Les variations du nombre de Nusselt réduit dans le tableau (III.1) révèlent que les effets des paramètres de mouvement brownien et de thermophorèse sur le nombre de Nusselt réduit sont plus importants que ceux du paramètre de rapport de flottabilité.

III.5. Nombre de Sherwood réduit Sh_r

Nb	Nt	Nr=0.1		Nr=0.3		Nr=0.5	
		Le=10	Le=50	Le=10	Le=50	Le=10	Le=50
0.1	0.1	2.3031	5.9809	2.2635	5.9418	2.2222	5.8997
	0.2	1.9643	5.5127	1.9286	5.4795	1.8914	5.4407
	0.3	1.7513	5.2083	1.7185	5.1760	1.6844	5.1440
	0.4	1.6113	5.0125	1.5805	4.9875	1.5487	4.9579
0.3	0.1	2.7632	6.5963	2.7248	6.5531	2.6846	6.5104
	0.2	2.6330	6.4935	2.5988	6.4558	2.5628	6.4185
	0.3	2.5413	6.4392	2.5107	6.4061	2.4789	6.3694
	0.4	2.4789	6.4309	2.4516	6.3980	2.4242	6.3654
0.5	0.1	2.9146	6.7797	2.8777	6.7385	2.8385	6.6979
	0.2	2.8588	6.7751	2.8249	6.7385	2.7902	6.6979
	0.3	2.8233	6.8027	2.7933	6.7659	2.7624	6.7340
	0.4	2.8050	6.8587	2.7785	6.8259	2.7518	6.7935

Tableau(III.2) : Effets de Nb, Nt, Nr et Le sur le nombre réduit de Sherwood.

Les résultats du tableau (III.2) montrent que le nombre réduit de Sherwood augmente avec l'augmentation de Nb, mais diminue avec l'augmentation de Nr. Ce tableau montre que pour de petites valeurs de Nb, (c'est-à-dire Nb= 0,1), le nombre réduit de Sherwood diminue avec l'augmentation du paramètre de thermophorèse. Cependant, dans les autres combinaisons de Nr, Nb et Le, une augmentation du paramètre de thermophorèse diminue le nombre réduit de Sherwood. En outre, l'augmentation du nombre de Lewis augmente le nombre de Sherwood réduit. mentionnant que l'augmentation du nombre de Lewis a un effet significatif sur le nombre de Sherwood réduit par rapport à son effet sur le nombre de Nusselt réduit. En outre, Nield et Kuznetsov ont constaté que les augmentations de Nt, Nb et Nr, diminuaient le nombre de Nusselt réduit.

Conclusion

Dans ce chapitre, on a étudié l'influence des nanoparticules sur la couche limite de convection naturelle d'une plaque plane verticale noyée dans un milieu poreux saturé par un nanofluide.

Le mouvement brownien et les forces de thermophorèse sont pris en compte dans le cas d'un flux de chaleur de surface et d'un flux de nanoparticules de surface, les équations différentielles de base sont réduites à un ensemble d'équations différentielles ordinaires couplées par les transformées de similitude.

Les conclusions peuvent être résumées comme suit:

- Contrairement aux profils de température et de vitesse des fluides purs, qui sont identiques, les profils de température et de vitesse dans les nanofluides sont d'une épaisseur comparable. Cependant, ils ne sont pas identiques, et la couche limite de concentration de nanoparticules est beaucoup plus fine que la couche limite de concentration du fluide pur.
- Le nombre de Nusselt réduit diminue avec une augmentation du paramètre de mouvement brownien, du paramètre de thermophorèse ou du paramètre de rapport de flottabilité, alors qu'il augmente avec une augmentation du nombre de Lewis.
- Le nombre de Sherwood réduit diminue avec le paramètre de thermophorèse et N_r , comme il augmente avec une augmentation de N_b ou Le .
- L'effet de la variation du mouvement brownien ou du paramètre de thermophorèse sur la variation du nombre de Nusselt réduit est plus important que celui du paramètre de rapport de flottabilité.

Conclusion générale

Conclusion générale

Ce travail a pour objectif d'étude d'un écoulement convectif naturel bidimensionnel s'écoulant le long d'une plaque verticale placée dans un milieu poreux saturé d'un nanofluide. Ceci passe par l'obtention des équations de la couche limite dynamique et thermique pour un écoulement en convection naturelle en utilisant les transformations par similarité pour les équations de quantité de mouvement, de l'énergie et de concentration. Après l'obtention des équations différentielles ordinaires non linéaires en utilisent la méthode de différences finies pour la résolution numérique.

Dans notre étude on varie trois paramètres, paramètre de thermophorèse (N_t), paramètre de flottabilité (N_r) et paramètre de mouvement de brownien (N_b) pour tracer des profile de température, de vitesse et le nombre de Nusselt.

L'analyse des résultats auxquelles nous avons abouti conduit à ces conclusions :

- Les profils de température et de vitesse des nanoliquides sont d'épaisseur comparable, contrairement aux profils de température et de vitesse identiques des liquides purs. Cependant, ils ne sont pas identiques et la couche limite de concentration de nanoparticules est beaucoup plus fine que la couche limite de concentration de liquide pur.
- Le nombre de Nusselt réduit diminue avec l'augmentation des paramètres de mouvement brownien, de thermophorèse ou de rapport de portance, mais augmente avec l'augmentation du nombre de Lewis.
- Le nombre de Sherwood réduit diminue avec l'augmentation des paramètres thermophorétiques et de N_r , mais augmente avec l'augmentation de N_b ou Le .
- Les effets du mouvement brownien et des modifications des paramètres thermophorétiques sur les modifications du nombre de Nusselt réduit sont supérieurs à ceux des paramètres de rapport de portance.

En conclusion, malgré les défis rencontrés, l'étude numérique des écoulements convectifs naturels dans les milieux poreux non darcéen a permis d'obtenir des avancées significatives dans la compréhension de ces phénomènes complexes. Elle ouvre également de nouvelles perspectives pour le développement de modèles plus précis et la résolution de problèmes concrets liés aux écoulements dans les milieux poreux non darcéen.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] R. Makhnache, Z. Belmihoub « Effet de dispersion thermique dans un milieu poreux non darcéen en convection mixte et de masse simultanée », 2017, Bejaia
- [2] R. Bazizi .S.Hamimi « analyse numérique d'un écoulement en convection mixte d'un nanofluide dans un milieu poreux avec le modèle de buongiorno en présence d'une réaction chimique »2016, Bejaia.
- [3] -Salazar G., "Modélisation du séchage d'un milieu poreux saturé déformable : prise en compte de la pression du liquide", Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure D'arts et Métiers (2006).
- [4] M. Kaviany, « Principles of heat transfer in porous media ». Springer, (1995)
- [5] E. Scheidegger, « The Physics of flow through porous media ». 3rd Edition, University of Toronto Press, (1974).
- [6] Kalla L., "Convection naturelle au sein d'une couche horizontale poreuse soumis à des flux de chaleur uniforme", Thèse de Maîtrise Es sciences Appliquées (1999)
- [7] -Delache A. "Etude analytique et numérique des instabilités spitions temporelles des écoulements de convection mixte en milieux poreux : comparaison avec l'expérience", Thèse de doctorat, Mention Mécanique (2005).
- [8] Dilmi Abdelkader. Transferts thermique et échangeurs de chaleur.2013. Thèse de doctorat.
- [9] BESSAIH, R. et KHENTOUL, Moussa. Étude Numérique de la Convection Mixte dans un Canal Horizontal Contenant des Ailettes. 2017.
- [10] Sarit K .Das, Stephen U.S. Choi, Wenhua Yu. Nanofluids Science and Technology. WILEY 2007
- [11] Olivier Doche, Jean-Antoine Gruss & Olivier Soriano. Une nouvelle technologie pour les échangeurs thermiques : Le Nanofluide .2007
- [12] ZOHUD, Mohammed Kamel Abdelatif. Amélioration des caractéristiques thermiques des réfrigérants par l'addition de nanoparticules. Thèse de doctorat. Université Mohamed Boudiaf des Sciences et de la Technologie-Mohamed Boudiaf d'Oran

- [13] BACHIR, Gladés. Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les nanofluides en configuration de Rayleigh-Bénard. 2010. Thèse de doctorat. Toulouse 3
- [14] SALHI, Hicham. ETUDE NUMERIQUE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS LES ENCEINTES: NANOFLUIDE. 2015. Thèse de doctorat. Université de Batna 2
- [15] ALI AGHA, Hamza et BOUAZIZ, Mohamed Najib. Transferts convectifs naturels et complexes en milieu Poreux non Darceen. 2015. Thèse de doctorat
- [16] COHEN, Elie. Étude de la pression pariétale et du bruit de couches limites turbulentes avec gradients de pression. 2015. Thèse de doctorat. Paris, ENSAM.
- [17] SARA, Mme TABET. Etude numérique de la convection naturelle dans une enceinte fermée partiellement chauffée. 2017. Thèse de doctorat. Université d'Oran
- [18] Bergman, T. L., Lavine, A. S., Incropera, F. P., Dewitt, D. P., "Fundamentals of Heat and Mass Transfer", 7th edition, John Wiley & Sons, (2011)
- [19] NOGHREHABADI, A., BEHSERESHT, A., et GHALAMBAZ, M. Natural convection of nanofluid over vertical plate embedded in porous medium: prescribed surface heat flux. Applied mathematics and mechanics, 2013, vol. 34, p. 669-686.
- [20] Buongiorno, J. Convective transport in nanofluids. Journal of Heat Transfer, 128, 240–250 (2006)
- [21] keller,H.B.Numérical Solutionof Two-Point Boundary Value Problems,University City Science Center, Philadelphia (1976)
- [22] S. SADDAM, Amélioration de la convection mixte dans un dissipateur de Chaleur à ailette elliptique creuse. Thèse de Master Université de M'sila.2015
- [23] Gorla, R. S. R., Chamkha, A. J., and Rashad, A. M. Mixed convective boundary layer flow over a vertical wedge embedded in a porous medium saturated with a nanofluid: natural convection dominated regime. Nanoscale Research Letters, 6, 1–9 (2011)
- [24] Kuznetsov, A. V., & Nield, D. A. (2010). Natural convective boundary-layer flow of a nanofluid past a vertical plate. International Journal of Thermal Sciences, 49(2), 243-247
- [25] Khan, W. A., & Aziz, A. (2011). Natural convection flow of a nanofluid over a vertical plate with uniform surface heat flux. International Journal of Thermal Sciences, 50(7), 1207-1214.

- [26] Nield, D. A., & Kuznetsov, A. V. (2011). The Cheng–Minkowycz problem for the double-diffusive natural convective boundary layer flow in a porous medium saturated by a nanofluid. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54(1-3), 374-378.
- [27] Cheng, P. and Minkowycz, W. J. Free convection about a vertical flat plate embedded in a porous medium with application to heat transfer from a dike. *Journal of Geophysical Research*, 82, 2040– 2044 (1977)
- [28] Hassanien, I. A. Variable permeability effects on mixed convection along a vertical wedge embedded in a porous medium with variable surface heat flux. *Applied Mathematics and Computation*, 138, 41–59 (2003)
- [29] Nield, D. A. and Kuznetsov, A. V. The Cheng-Minkowycz problem for natural convective boundary-layer flow in a porous medium saturated by a nanofluid. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52, 5792–5795 (2009)
- [30] Russell, R. D. and Shampine, L. F. A collocation method for boundary value problems. *Numerische Mathematik*, 19, 1–28 (1972)

Annexes

Annexes

A.1. Introduction

Les équations différentielles ordinaires décrivent des phénomènes changeants durabilité. Ils servent de modèles en mathématiques, en sciences et dans d'autres domaines génie mécanique. Le système d'équations différentielles lui-même a de nombreuses solutions. En général, la solution recherchée est déterminée en donnant les valeurs de toutes ses Composantes d'un même point $x=a$. il s'agit d'un problème de valeur initiale (IVP). Mais pour de nombreuses applications, la solution est déterminée en plusieurs étapes complique. Un problème aux limites (BVP) spécifie les valeurs ou équations suivantes les composants de solutions pour plusieurs x . une équation de valeur contrairement à l'IVP, la contrainte peut être une solution unique un nombre fini ou infini. Par conséquent le résolveur BVP doit être fourni par l'utilisateur une estimation de la solution souhaitée. Il y a souvent de paramètres qui doivent être ajustés BVP est déterminé à avoir une solution peut encore augmenter le programme peut nécessiter une estimation des paramètres souhaitable, singularités de coefficients et problèmes sur des intervalles infinis n'est pas rare.

Cette annexe montre comment formuler, résoudre et présenter graphiquement la solution BVP en utilisant le programme bvp4c Matlab. De cette manière, il vise à façonner la solution à un problème BVP typique aussi facile que possible. BVP est beaucoup plus difficile à résoudre que IVP et d'autres solveurs. Mais une bonne estimation de la solution et des paramètres peut échouer. Bvp4c est un solveur efficace, mais les méthodes et l'environnement sous-jacents sont les calculs ne sont pas bien adaptés aux problèmes de haute précision ou moins changement soudain de solution. [15]

A.2. problème de valeur aux limites

Si la fonction f est lisse sur $[a, b]$, la valeur initiale problème $y' = f(x, y)$, $y(a)$ donné, a une solution unique. Problèmes de valeur aux limites à deux points sont illustrés par l'équation

$$y'' + y = 0 \tag{A.1}$$

Avec des conditions aux limites $y(a) = A$, $y(b) = B$. Un moyen important d'analyser ces problèmes est de considérer une famille de solutions d'IVP. Soit $y(x, s)$ la solution de l'équation (II.24) avec les valeurs initiales $y(a) = A$, $y'(a) = s$. chaque $y(x, s)$ s'étend à $x = b$ et nous demandons, pour quelles valeurs de S , $y(b, s) = B$?

S'il existe une solution de cette équation algébrique, $y(x, s)$ correspondant constitue une solution de l'équation différentielle qui satisfait les deux conditions aux limites. En utilisant la linéarité, nous pouvons trier les possibilités facilement. Soit $u(x)$ la solution définie par $y(a) = A$, $y'(a) = 0$ et $v(x)$ la solution définie par $y(a) = 0$, $y'(a) = 1$. La linéarité implique que $y(x, s) = u(x) + sv(x)$, et la condition à la limite $B = y(b, s) = u(b) + sv(b)$ s'élève à une équation algébrique linéaire pour la pente initiale inconnue s . Les faits familiers de l'existence et l'unicité de solutions d'équations algébriques linéaires nous disent alors qu'il y a soit une solution exactement à la BVP, ou il ya des valeurs limites B pour lesquels il n'existe aucune solution et d'autres pour lesquels il existe une infinité de solutions. [15]

A.3. Méthodes numériques

L'approche théorique de la BVP du paragraphe 2 est basée sur la solution d'IVP pour Odes et la solution des équations algébriques non linéaires. Parce qu'il y a des programmes efficaces pour les deux tâches, il est naturel de les combiner dans un programme pour la solution du BVP. L'approche est appelée une méthode de tir (shooting méthode). Parce qu'il apparaît avant si droit d'utiliser des outils numériques de qualité pour la solution du BVP par des techniques de tirs, il est peut-être surprenant que bvp4c n'est pas un code de technique de tirs. La difficulté de base avec cette méthode est qu'une parfaitement agréable BVP peut nécessiter l'intégration des IVP qui sont instables. C'est, la solution d'un BVP peut être insensible aux changements de valeurs limites, mais les solutions de l'IVP de méthode de tir sont sensibles aux changements dans les valeurs initiales. L'exemple simple

$$y'' - 100y = 0 \tag{A.2}$$

Avec $y(0) = 1$, $y(1) = B$ fait le point. La tire implique la solution

$$y(x, s) = \cos 10x + 0.1s \sinh 10x$$

De l'IVP avec valeurs initiales $y(0) = 1$, $y'(0) = s$. De toute évidence, ce qui peut être aussi grand $0.1 \sinh 10 \approx 1101$. Un petit calcul montre que la pente qui conduit à la satisfaction de la

condition à la limite à $x = 1$ est $s = 10(B - \cosh 10) / \sinh 10$ puis que, pour la solution de la

BVP, $\left| \frac{\partial y}{\partial B} \right| = \left| \frac{\sinh 10x}{\sinh 10} \right| \leq 1$, Evidemment, les solutions de l'IVP sont beaucoup plus sensibles aux

variations de la pente initiale de la solution s , alors que la solution du BVP est à des

changements dans la valeur limite B. si l'IVP n'est pas trop instable, le tir peut être très efficace. IVP instables peuvent causer un code de tirs à l'échec parce que l'intégration "explose" avant d'atteindre la fin de l'intervalle. Plus souvent, cependant, l'IVP atteint solveur la fin, mais est incapable de calculer un résultat précis là-bas et de ce fait, le solveur de l'équation non linéaire est incapable de trouver des valeurs initiales précises. Une variété de techniques sont utilisées pour améliorer la prise de vue, mais quand l'IVP sont très instables, prise de vue est tout simplement pas une approche naturelle pour résoudre BVP.

Bvp4c met en œuvre une méthode de collocation pour la solution du BVP de la forme

$$y' = f(x, y, p), \quad a \leq x \leq b \quad (\text{A.3})$$

Avec de non-linéarité générale, deux points conditions aux limites

$$g(y(a), y(b), p) = 0 \quad (\text{A.4})$$

Ici p est un vecteur de paramètres inconnus. Pour plus de simplicité, il est supprimé dans les expressions qui suivent. La solution d'approximation s(x) est une fonction continue qu'est un polynôme cubique sur chaque sous-intervalle $[x_n, x_{n+1}]$ d'une maille $a = x_0$

$$g(s(a), s(b)) = 0 \quad (\text{A.5})$$

Et qu'il satisfait aux équations différentielles (de collocatives) aux deux extrémités et le point médian de chaque sous-intervalle

$$s'(x_n) = f(x_n, s(x_n)) \quad (\text{A.6})$$

$$s'\left(\frac{x_n + x_{n+1}}{2}\right) = f\left(\left(\frac{x_n + x_{n+1}}{2}\right), s\left(\frac{x_n + x_{n+1}}{2}\right)\right) \quad (\text{A.7})$$

$$s'(x_{n+1}) = f(x_{n+1}, s(x_{n+1})) \quad (\text{A.8})$$

Ces conditions conduisent à un système d'équations algébriques non linéaires pour les coefficients définissant s(x). A la différence de la technique de tir, la solution y(x) est évaluée sur tout l'intervalle [a, b] et les conditions aux limites sont pris en compte à tous les moments.

Cette approche s'appuie sur les solveurs d'équations linéaires de Matlab plutôt que ses codes IVP. La méthode de base de bvp4c, que l'on appelle la méthode de Simpson, est bien connue et se trouve dans un certain nombre de codes. Il peut être démontré que les hypothèses modestes,

$s(x)$ est une Les équations algébriques non linéaires sont résolues de manière itérative par linéarisation, si approximation de quatrième ordre à une solution isolée $y(x)$, c'est-à-dire, $\|y(x) - s(x)\| \leq Ch^4$. Ici, h est la valeur maximale de la taille de pas $h_n = x_{n+1} - x_n$ et C est une constante. Parce que ce n'est pas vrai de certaines méthodes de collocation populaires, nous insistons sur le fait important que cette borne est vraie pour tout x dans $[a, b]$. Après $s(x)$ est calculé sur un maillage avec bvp4c, il peut être évalué à peu de frais à tout x , ou un ensemble de x , dans $[a, b]$ avec la fonction bvpval. Parce que BVPs peuvent avoir plus d'une solution, les codes de BVP obligent les utilisateurs à fournir une estimation pour la solution souhaitée. L'estimation comprend une estimation d'un maillage initial révèle que le comportement de la solution souhaitée. Les codes ensuite adapté le maillage de manière à obtenir une solution numérique exacte avec un nombre réduit de points de maillage. Venir avec suffisamment bonne supposition est souvent la partie la plus difficile de résoudre un BVP. Bvp4c adopte une approche inhabituelle pour le contrôle d'erreur qui lui permet de traiter avec suppositions pauvres. La continuité de $s(x)$ sur $[a, b]$ et collocation aux extrémités de chaque sous-intervalle implique que $s(x)$ a également une dérivée continue sur $[a, b]$. Pour une telle approximation, le résidu $r(x)$ dans l'équation différentielle est définie par:

$$r(x) = s'(x) - f(x, s(x)) \quad (\text{A.9})$$

Autrement dit, cela dit que $s(x)$ est la solution exacte d'ODEs perturbés

$$s'(x) = f(x, s(x) + r(x)) \quad (\text{A.10})$$

De même, le résidu dans les conditions aux limites sont $g(s(a), s(b))$. Bvp4c contrôle les tailles de ces résidus. Si les résidus sont uniformément petite, $s(x)$ est une bonne solution dans le sens que cet est la solution exacte d'un problème proche de celui fourni au solveur. En outre, pour un problème relativement bien conditionné, les petits résidus impliquent que $s(x)$ est proche de $y(x)$, même quand h n'est pas assez petit pour que le quatrième ordre de convergence est évident. Les codes de techniques de tir peuvent également être décrites comme contrôlant la taille de ces résidus: à chaque étape, un code d'IVP contrôle l'erreur locale, ce qui équivaut à contrôler la taille du résidu d'un prolongement continu approprié de formule utilisé, et le solveur d'équations non linéaires est utilisé pour trouver des valeurs initiales pour lesquelles le résiduel

Dans les conditions aux limites est faible. Suppression résiduelle a des vertus importantes: résidus sont bien définis, peu importe à quel point la solution approchée, et les résidus peuvent être évaluée importe où simplement en évaluation $f(x, s(x))$ ou $g(s(a), s(b))$. Bvp4c est basée

sur des algorithmes qui sont plausibles, même lorsque le maillage initial est très faible, mais fournir des résultats corrects que h tends vers 0. Ils exploitent des propriétés très intéressantes de la méthode de Simpson. BVPs se posent dans les formes les plus diverses. À peu près tout BVP peuvent être formulées pour solution avec bvp4c. La première étape consiste à écrire l'ODE comme un système de premières équations différentielles d'ordre. C'est une tâche familière, car elle doit également être faite pour IVP solveur de Matlab. L'idée de base est d'introduire de nouvelles variables, une pour chaque variable dans le problème d'origine et l'autre pour chacun de ses dérivés à un de moins que le dérivé le plus élevé apparaisse. Le procédé est illustré dans. C'est tout ce qui est nécessaire pour résoudre un IVP, mais BVP peut être beaucoup plus compliqué: Comme nous l'avons déjà vu, contrairement IVP, problèmes aux limites n'ont pas nécessairement une solution, et quand ils le font, la solution n'est pas nécessairement unique. En effet, BVP implique généralement des valeurs de paramètres pour lesquels le problème a une solution. En outre, les singularités de toutes sortes ne sont pas du tout inhabituelles. [15]

A.4. Syntaxe de bvp4c sur Matlab

bvp4c Résoudre des problèmes aux limites pour les équations différentielles ordinaires la syntaxe de cette méthode est: [15]

```
sol = bvp4c(@odefun,@bcfun,solinit,options)
```

Avec les arguments suivants:

odefun	Une fonction qui évalue la BVP sous la forme d'un système équivalent de la première équation différentielle commandé. Il peut avoir la forme $\text{function } dydx = \text{odefun}(x,y)$ où x est un scalaire, et $dydx$ et y sont des vecteurs de colonne.
bcfun	Une fonction qui calcule le résiduel dans les conditions aux limites. bcfun peut avoir la forme $\text{function } \text{res} = \text{bcfun}(ya,yb)$ où ya et yb sont des vecteurs colonne correspondant à la solution numérique au $x = a$ et $x = b$, respectivement. <ul style="list-style-type: none">• Les premiers éléments $ya(1)$ et $yb(1)$ sont les valeurs de y à $x = a$ et $x = b$.

Annexe A: La résolution du problème des valeurs aux limites pour les équations différentielles ordinaires dans Matlab avec bvp4c

	<ul style="list-style-type: none"> • Les éléments secondes $y_a(2)$ et $y_b(2)$ sont les valeurs de dy/dx en $x = a$ et $x = b$.
solinit	<p>Une structure contenant la proposition initiale d'une solution. solinit peuvent être créés en utilisant la fonction</p> <p style="text-align: center;"><code>bvpinit. solinit = bvpinit(x,yinit);</code></p> <p>où x est une vectrice estimation des points de maillage initial que le procédé en solution dans bvp4c devrait d'abord utiliser.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pour un BVP avec un domaine $[a, b]$, le premier élément de x est a, et le dernier élément est b. • Maillage initial peut être choisi en utilisant <code>x=linspace(a,b,N);</code> or <code>x=[a:increment:b];</code> • Le vecteur $yinit$ est l'estimation initiale de la solution, il peut être constant ou fonction de x.
sol	<p><code>sol</code> est une structure contenant la solution. Il est renvoyé par bvp4c. Il a les champs suivants:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <code>sol.x</code> Maillage sélectionné par bvp4c. Le nombre final de points de maillage est déterminée par le solveur BVP4c pendant le processus de solution. • <code>sol.y</code> Champ de solution dans les points de maillage de <code>sol.x</code> La structure de <code>sol</code> peut avoir n'importe quel nom. Il est commode d'utiliser des sous-fonctions de placer toutes les fonctions requises par bvp4c dans un seul fichier M-file
Options	<p>Le solveur cherche à contrôler l'erreur dans la solution par les résidus dans les conditions aux limites, à la fois pour chaque sous-intervalle et les limites du système. Des dispositions sont prises pour la spécification de l'erreur absolue dans les solutions et l'erreur relative autorisée à se propager entre itérations.</p> <p style="text-align: center;"><code>options = bvpset('RelTol',10^(-6), 'Abstol',10^(-6), 'Nmax',5000,'Stats','off','Vectorized','on');</code></p>

Résumé

Ce travail a pour objectif l'étude d'un écoulement convectif naturel d'un nanofluide à travers un milieu poreux non Darcéen au-dessus d'une surface verticale. L'obtention des équations de la couche limite hydrodynamique et thermique pour un écoulement en convection naturelle en utilisant les transformations par similarité pour les équations de quantité de mouvement, de l'énergie et de concentration. Les équations différentielles qui régissent le problème sont transformées en un ensemble de trois équations ordinaires (similaires), qui sont résolues par voie numérique, à l'aide de la méthode de différences finies en utilisant le code Matlab. Un ensemble de résultats présenté sous forme graphique pour les profils de vitesse, de température et de concentration avec variation des paramètres. En outre, Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence l'influence de différents paramètres de contrôle sur l'écoulement convectif notamment sur les profils de vitesse, de température et de concentration.

Mot clé : milieu poreux, nanofluide, nanoparticules, convection naturelle et la méthode de différences finies.

Abstract

The objective of this work is to study a natural convective flow of a nanofluid through a non-Darcean porous medium over a vertical surface. The hydrodynamic and thermal boundary layer equations for natural convective flow are obtained using similarity transformations for the momentum, energy and concentration equations. The differential equations governing the problem are transformed into a set of three ordinary (similar) equations, which are solved numerically, using the finite difference method using Matlab code. A set of results presented in graphical form for the velocity, temperature and concentration profiles with variation of the parameters. In addition, the results obtained have allowed to highlight the influence of different control parameters on the convective flow, especially on the velocity, temperature and concentration profiles.

Key word: porous medium, nanofluid, nanoparticles, natural convection and the finite difference method.

Résumé

Ce travail a pour objectif l'étude d'un écoulement convectif naturel d'un nanofluide à travers un milieu poreux non Darcéen au-dessus d'une surface verticale. L'obtention des équations de la couche limite hydrodynamique et thermique pour un écoulement en convection naturelle en utilisant les transformations par similarité pour les équations de quantité de mouvement, de l'énergie et de concentration. Les équations différentielles qui régissent le problème sont transformées en un ensemble de trois équations ordinaires (similaires), qui sont résolues par voie numérique, à l'aide de la méthode de différences finies en utilisant le code Matlab. Un ensemble de résultats présenté sous forme graphique pour les profils de vitesse, de température et de concentration avec variation des paramètres. En outre, Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence l'influence de différents paramètres de contrôle sur l'écoulement convectif notamment sur les profils de vitesse, de température et de concentration.

Mot clé : milieu poreux, nanofluide, nanoparticules, convection naturelle et la méthode de différences finies.

Abstract

The objective of this work is to study a natural convective flow of a nanofluid through a non-Darcean porous medium over a vertical surface. The hydrodynamic and thermal boundary layer equations for natural convective flow are obtained using similarity transformations for the momentum, energy and concentration equations. The differential equations governing the problem are transformed into a set of three ordinary (similar) equations, which are solved numerically, using the finite difference method using Matlab code. A set of results presented in graphical form for the velocity, temperature and concentration profiles with variation of the parameters. In addition, the results obtained have allowed to highlight the influence of different control parameters on the convective flow, especially on the velocity, temperature and concentration profiles.

Key word: porous medium, nanofluid, nanoparticles, natural convection and the finite difference method.