

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR**

**ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA BEJAIA**

**FACULTE DE TECHNOLOGIE**

**DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE**

**MEMOIRE**

Présenté pour l'obtention du diplôme de

**MASTER**

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Énergétique

Par :

**AIT OUARET SARA**

**FENNOUCH ANOUAR**

## Thème

---

**Simulation numérique de la convection mixte dans une cavité en présence d'ailettes**

---

Soutenu le 02 juillet 2024 devant le jury composé de :

Pr. SADAOUI Djamel

Président

Dr. CHERFI Ryad

Rapporteur

Dr. BOUTALBI Nadir

Examineur

**Année Universitaire 2023-2024**

## **Remerciements**

*On remercie dieu le tout puissant de nous avoir donné la santé et la volonté d'entamer et de terminer ce modeste travail.*

*Tout d'abord, ce travail ne serait pas aussi riche et n'aurait pas pu avoir le jour sans l'aide et l'encadrement de « Mr CHERFI Ryad », on le remercie pour la qualité de son encadrement exceptionnel, pour sa patience, sa rigueur et sa disponibilité durant notre préparation de ce mémoire.*

*Nous tenons à remercier le président du jury Mr.SADAoui pour avoir accepté de présider le jury.*

*Nous remercions aussi l'examineur Mr. BOUTALBI pour l'honneur qu'ils nous fait en participant à l'évaluation de ce travail.*

*Ensuite, nous exprimons nos profondes gratitudee à nos familles et nos proches pour leur soutien moral et leur encouragement durant ce long parcours.*

*Enfin, nous tenons à remercier toutes les personnes ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.*

**Par Anouar et Sara**

## Dédicaces

**Je dédie ce modeste travail à :**

*A mon cher père et ma souveraine de mon cœur ma chère maman qui m'ont éclairé le chemin et me donnant la main tout au long de mes années d'études « que dieu me les gardes ».*

*A ma chère grande mère : Imma khoukha que dieu te protège pour nous et te garde toujours on bonne santé.*

*A la pensée de mon grand-père : qui a quitté ce bas monde le 16 avril 2019 et dont j'espère qu'Allah l'acceptera dans son Paradis.*

*A ma chère sœur : Liticia, je te souhaite une vie pleine de bonheur, de santé et de réussite.*

*A mes deux frères : Smail, Rayane, je vous souhaite une vie pleine de bonheur et la santé, je vous adore infiniment que dieu vous protège.*

*A ma chère tante : Nassima, son mari et ces enfants, puisse dieu vous donne santé, bonheur, et surtout réussite*

*A mon encadrant : CHERFI Ryad, grâce à sa direction avisée Exigeante et ses qualités humaines et scientifique, ainsi que son soutien constant j'ai arrivée a réalisé ce travail*

*A mes ami(e)s et mes collègues : en témoignage de l'amitié qui nous unie et des souvenirs de tous les moments que nous avons passé ensemble, je vous dédie ce travail et je vous souhaite une vie pleine de bonheur et de réussite*

**AIT OUARET Sara**

## Dédicaces

*Je dédie ce travail :*

*A mon cher père et ma chère maman qui m'ont éclairé le chemin et me donnant la main tout au long de mes années d'études « que dieu me les gardes »*

*Mes chères sœurs Niiza, Nouzha et Nihed, je vous souhaite une vie pleine de bonheur, de santé et de réussite.*

*Dédicaces a tous les enseignants qui mon enseigner depuis tout mon parcours pédagogique*

*À tous ceux qui ont cru en moi, Votre foi en mes capacités a été une source d'inspiration et de motivation. Merci pour votre confiance.*

*À mon encadrant CHERFI Ryad merci pour vos conseils éclairés et votre patience. Vous avez su guider mes pas et éveiller ma curiosité intellectuelle.*

*A tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.*

**FENNOUCH Anouar**

# Sommaire

<b>Remerciements.....</b>	<b>ii</b>
<b>Dédicaces .....</b>	<b>iii</b>
<b>Dédicaces .....</b>	<b>iv</b>
<b>Sommaire .....</b>	<b>v</b>
<b>Liste des figures .....</b>	<b>viii</b>
<b>Liste des tableaux .....</b>	<b>ix</b>
<b>NOMENCLATURE .....</b>	<b>x</b>
<b>Introduction Générale.....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre I : Généralité et étude bibliographique .....</b>	<b>4</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>4</b>
<b>I.1 Mode de transfert de chaleur.....</b>	<b>5</b>
<b>I.2 Différents types de convection .....</b>	<b>6</b>
<b>I.2.1 Convection naturelle.....</b>	<b>6</b>
<b>I.2.2 Convection Forcée .....</b>	<b>7</b>
<b>I.2.3 Convection mixte .....</b>	<b>7</b>
<b>I.4 Généralités sur les ailettes.....</b>	<b>8</b>
<b>I.4.1 Définition d'une ailette .....</b>	<b>8</b>
<b>I.4.2 Intérêt des ailettes .....</b>	<b>9</b>
<b>I.4.3 Applications des ailettes .....</b>	<b>9</b>
<b>I.4.5 Forme des ailettes .....</b>	<b>11</b>
<b>I.4.6 Quelques types classiques d'ailettes .....</b>	<b>11</b>

---

<b>I.5 Recherches bibliographiques relatifs au domaine .....</b>	<b>12</b>
<b>I.5.1 Cas de la convection naturelle .....</b>	<b>12</b>
<b>I.4.2 Cas de la convection mixte .....</b>	<b>15</b>
<b>Chapitre II : Position du problème et formulation mathématique .....</b>	<b>20</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>20</b>
<b>II.1.Géométrie étudié .....</b>	<b>20</b>
<b>II.2.Hypothèses simplificatrices .....</b>	<b>21</b>
<b>II.3.Équations gouvernantes.....</b>	<b>22</b>
<b>II.3.1 Forme dimensionnelle des équations .....</b>	<b>22</b>
<b>II.4 Conditions aux limites.....</b>	<b>24</b>
<b>II.5 Équations adimensionnelles .....</b>	<b>24</b>
<b>II.5.1 Forme adimensionnelle des équations de conservation .....</b>	<b>25</b>
<b>II.5.2 Forme adimensionnelle des conditions initiales et aux limites .....</b>	<b>26</b>
<b>II.6 Groupements sans dimensions .....</b>	<b>26</b>
<b>II.6.1.Nombre de Prandtl.....</b>	<b>26</b>
<b>II.6.2.Nombre de Reynolds .....</b>	<b>26</b>
<b>II.6.3.le nombre de Grashof.....</b>	<b>27</b>
<b>Conclusion.....</b>	<b>28</b>
<b>Chapitre III : Résultats et discussion .....</b>	<b>30</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>30</b>
<b>III.1.Notions générales sur la méthode des volumes finis .....</b>	<b>30</b>
<b>III.1.1.Principe de la méthode des volumes finis .....</b>	<b>30</b>
<b>III.1.2.Avantages de la méthode des volumes finis .....</b>	<b>32</b>
<b>III.1.3.Applications de la méthode des volumes finis .....</b>	<b>32</b>

---

<b>III.2. Validation des résultats pour le cas du cylindre intérieur tournant (sans ailette) .</b>	<b>33</b>
<b>III.3 Etude du cas du cylindre intérieur tournant en présence de deux ailettes.....</b>	<b>34</b>
<b>III.3.1 Choix du maillage mobile.....</b>	<b>34</b>
<b>III.3.2 Etablissement du régime (périodique établi) .....</b>	<b>36</b>
<b>Conclusion.....</b>	<b>37</b>
<b>Conclusion Générale .....</b>	<b>65</b>
<b>Références Bibliographiques .....</b>	<b>67</b>
<b>Annexe : Méthode des volumes finis.....</b>	<b>70</b>
<b>1. Forme générale des équations du problème: .....</b>	<b>70</b>
<b>2. Organigramme de calcul SIMPLE .....</b>	<b>71</b>
<b>Résumé .....</b>	<b>72</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>72</b>

## Liste des figures

Figure I. 1: Convection naturelle dans l'atmosphère, Cellules de Hadley.....	6
Figure I. 2: Phénomène de convection thermique forcée .....	7
Figure I. 3: Types d'ailettes (a) ailette longitudinale à profil rectangulaire, (b) tube cylindrique avec ailette de type (a), ailette longitudinale à profil triangulaire(c); parabolique d), Tube cylindrique équipé d'une ailette radiale à profil rectangulaire(e) trapézoïdal(f) Épine cylindrique(g); conique(h), parabolique (i) .....	11
Figure I. 4: Isothermes : comparaison entre les résultants numériques et expérimentaux .....	12
Figure I. 5: Différents arrangements d'ailettes .....	13
Figure I. 6: Lignes de courant (droite) et Isotherme (gauche) pour différents emplacement hauteur des chicanes dans la cas de deux ailettes ( $Ra = 10^4$ ). .....	14
Figure I. 7: Variation du nombre de Nusselt moyen pour différents angles d'inclinaison des ailettes.....	15
Figure I. 8: Modèle physique considéré dans [10] .....	16
Figure I. 9: Effet du nombre de Rayleigh sur le nombre de Nusselt moyen pour différentes configurations (positions du cylindre intérieur). .....	16
Figure I. 10: Modèle physique considéré par J. S. YOO [12]. .....	17
Figure I. 11: Schéma du problème considéré par Teamah [13]. .....	18
Figure II. 1 : Géométrie du problème.....	21
Figure III. 1: Volume de contrôle bidimensionnel. ....	31
Figure III. 2 Comparaison des lignes de courant et des lignes d'isothermes : (a) présent travail, (b) T.S Lee [11]. ( $Gr=10^5$ et $Re=1120$ ).....	33
Figure III. 3 Nombre de Nusselt locale sur le cylindre extérieur $Gr=10^5$ et $Re=1120$ .....	34
Figure III. 4: Définition du maillage mobile .....	35
Figure III. 5: Nusselt moyen en fonction du temps sur le cylindre intérieur + ailette. ....	36

•

## Liste des tableaux

Tableau II. 1 : Les conditions aux limites .....	24
Tableau II. 2 : Forme adimensionnelle des conditions initiales et aux limites .....	26
Tableau III. 1: Nusselt moyen pour différents maillages considérés. ....	35
Tableau III. 2: Conditions de simulation .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
Tableau 1A nnexe: Les termes de l'équation de transport. ....	70

# NOMENCLATURE

symboles	Définitions	Unités
$C_p$	Chaleur massique à pression constante	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
$d_h$	Diamètre hydraulique	m
$g$	Accélération de pesanteur	$m\ s^{-2}$
$h$	Coefficient d'échange par convection	$Wm^{-2}K^{-1}$
$l_a$	Longueur de référence	m
$p$	Pression dimensionnelle	Pa
$P$	Pression adimensionnelle	
$q$	Flux de chaleur	$W\ m^{-2}$
$r$	Rayon du cylindre	m
$T$	Température	K
$t\ (\Delta t)$	Temps	s
$V$	Vecteur vitesse	
$u, v$	Composantes de la vitesse suivant les axes x et y	$m\ s^{-1}$
$U, V$	Composante adimensionnelle des vitesses	
$x, y\ (X, Y)$	Coordonnées dimensionnelles (adimensionnelles)	m
 Indices		
0, réf	Paramètre de référence	
h, c	Surface chaude et froide	
 Nombre adimensionnels		
Nu	Nombre de Nusselt	$Nu = hI_{réf} / \lambda$
Pr	Nombre de Prandtl	$Pr = \nu / \alpha$
Re	Nombre de Reynolds	$Re = \omega r_i I_{réf} / \nu$
Gr	Nombre de Grashof	$G_r = g\beta(T - T_0)I_{réf}^3 / \nu^2$
Ri	Nombre de Richardson	$R_i = G_r / Re^2$

**Symboles grecs**

$A$	Diffusivité thermique	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$\beta$	Coefficient de dilatation à pression constante	$\text{K}^{-1}$
$\theta$	Angle	Degré
$\tau$	Temps adimensionnel	
$\mu$	Viscosité dynamique	$\text{P s}$
$\nu$	Viscosité cinématique	$\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$
$\rho$	Masse volumique de l'air	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$\lambda$	Conductivité thermique	$\text{kg m}^{-3}$
$\Delta T$	Différence de température	$\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$
$\Theta$	Température adimensionnelle	$\text{K}$
$\omega$	Vitesse angulaire	$\text{rad / s}$

# **Introduction Générale**

# Introduction Générale

La convection dans les cavités a fait l'objet de nombreuses recherches depuis longtemps en raison de son importance tant sur le plan théorique qu'expérimental. D'un point de vue théorique, la difficulté de résoudre le problème, qui dépend de divers paramètres tels que la géométrie, la nature du fluide et le nombre de Rayleigh (Grashof), a entraîné une moins grande connaissance de la transition vers la turbulence. En pratique, ces méthodes de transfert sont largement utilisées, notamment dans les domaines de l'ingénierie tels que les systèmes de stockage d'énergie thermique, la conception de réacteurs nucléaires, la conversion d'énergie et le stockage de l'énergie solaire, la thermique du bâtiment, le contrôle de l'ingénierie chimique, le refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires. Cependant, peu de recherches ont été réalisées à la fois de manière expérimentale et théorique.

Dans cette étude, nous examinerons la modélisation de la convection mixte dans une cavité cylindrique à présence d'un élément chauffant muni de deux ailettes. Il est supposé que l'écoulement soit laminaire, avec un régime périodique établi, et que le fluide de travail soit de l'air, qui est considéré comme incompressible et newtonien. L'étude se concentrera sur l'influence de la rotation de cylindre intérieur à ailettes, de la vitesse de rotation et du diamètre du cylindre intérieur et surtout l'inclinaison des deux ailettes sur les échanges thermiques dans la cavité.

Après cette introduction générale qui expose principalement cette étude, le premier chapitre est consacré à des généralités suivies par une synthèse bibliographique consternant des recherches théoriques, expérimentales et numériques concernant la convection naturelle et la convection mixte dans des cavités cylindriques avec et sans ailettes.

Dans le deuxième chapitre, nous aborderons la formulation mathématique du problème, en exposant les équations gouvernantes, les hypothèses simplificatrices et les conditions aux limites qui y sont liées. Ensuite, nous établissons les équations à deux dimensions et nous définissons les grandeurs adimensionnelles principales qui caractérisent le déplacement et le transfert de chaleur.

Dans le troisième chapitre, la méthode des volumes finis (M.V.F) a été exposée sous sa forme la plus étendue pour les équations de conservation. Ce chapitre est consacré à l'analyse

des divers résultats obtenus en fonction de certains paramètres tels que le nombre de Reynolds, le nombre de Grashof et l'effet de l'inclinaison des ailettes.

Nous terminons par une conclusion générale qui résume les principales conclusions de cette étude et établit les perspectives et les extensions à apporter à cette étude.

**Chapitre I**  
**Généralité et Étude**  
**bibliographique**

# Chapitre I : Généralité et étude bibliographique

## Introduction

La convection est un mode de transfert de chaleur qui se produit lorsqu'un fluide, qu'il soit liquide ou gazeux, se déplace et transporte de la chaleur lorsqu'il entre en contact avec une surface à une température différente. Un exemple classique est l'interaction entre un radiateur et l'air ambiant dans une pièce. Lorsque l'air froid entre en contact avec le radiateur, il absorbe de la chaleur, se réchauffe, devient moins dense et s'élève. Ce phénomène est en partie dû à la poussée d'Archimède, qui pousse l'air plus chaud vers le haut, créant ainsi des courants de convection.

Il existe deux types principaux de convection : la convection forcée et la convection naturelle. La convection forcée est provoquée par des moyens externes tels qu'une pompe ou un ventilateur, qui entraînent activement le déplacement du fluide. À l'inverse, la convection naturelle se produit lorsque le mouvement du fluide est déclenché par des différences de densité, généralement causées par des variations de température. Dans ce cas, un fluide plus chaud devient moins dense et monte, tandis qu'un fluide plus froid descend pour prendre sa place, créant ainsi un mouvement naturel de convection.

Le transfert de chaleur par convection est crucial dans de nombreux domaines. Par exemple, il est largement utilisé pour le refroidissement des processeurs et des composants électroniques, les radiateurs des systèmes de chauffage, les échangeurs de chaleur industriels, ainsi que pour assurer la sûreté et le contrôle des réacteurs nucléaires. Cependant, l'efficacité de ces processus est souvent limitée par les propriétés thermophysiques des fluides utilisés, telles que leur conductivité thermique et leur capacité à transporter la chaleur. Cette limitation peut influencer la conception et l'efficacité globale des systèmes qui dépendent de la convection pour le transfert de chaleur.

## I.1 Mode de transfert de chaleur

Lorsqu'on examine le transfert thermique, trois modes distincts de transmission de chaleur se distinguent : la conduction, la convection et le rayonnement.

**1. La conduction :** est le processus par lequel la chaleur se propage à travers un matériau ou passe d'un corps à un autre en contact direct, résultant d'interactions moléculaires simples. Dans cette méthode, les molécules dans la zone la plus chaude transfèrent leur énergie de vibration aux molécules adjacentes par des collisions. Le flux de chaleur se déplace toujours des zones chaudes vers les zones froides.

### -Loi de Fourier :

En 1822, Jean-Baptiste Joseph Fourier introduit la loi de la conduction, connue sous le nom de loi de Fourier. Cette loi énonce que le flux de chaleur est proportionnel au gradient de température et s'effectue dans la direction des températures décroissantes, exprimée par l'équation.

$$\phi = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T} \quad (\text{I.1})$$

**2. Transfert par rayonnement :** implique un échange d'énergie électromagnétique, sans nécessiter la présence d'un milieu pour faciliter cet échange. Par exemple, le rayonnement solaire est capable de chauffer la Terre même si l'espace traversé est à une température plus basse que celle de la Terre

$$\phi = \sigma \varepsilon_p s (T_p^4 - T_\infty^4) \quad (\text{I.2})$$

**3. Convection :** se manifeste par le déplacement global d'un matériau porteur. Elle survient frontière entre un solide et un fluide. La convection est étroitement liée aux caractéristiques de l'écoulement fluide, aux géométries de frontière et aux états de surface solide. La loi de Newton (1701) décrit de manière macroscopique la convection, en établissant un lien entre le flux de chaleur et la différence de température.

La puissance transférée par convection est exprimée par la relation :

$$\phi = hs(T_s - T_\alpha) \quad (\text{I.3})$$

Avec :

$\phi$  : désigne Flux de chaleur transmis par convection (W).

$h$  : Coefficient de transfert de chaleur par convection ( $W m^{-2} \text{ } ^\circ C^{-1}$ ).

$T_s$  : Température de surface du solide ( $^\circ C$ ).

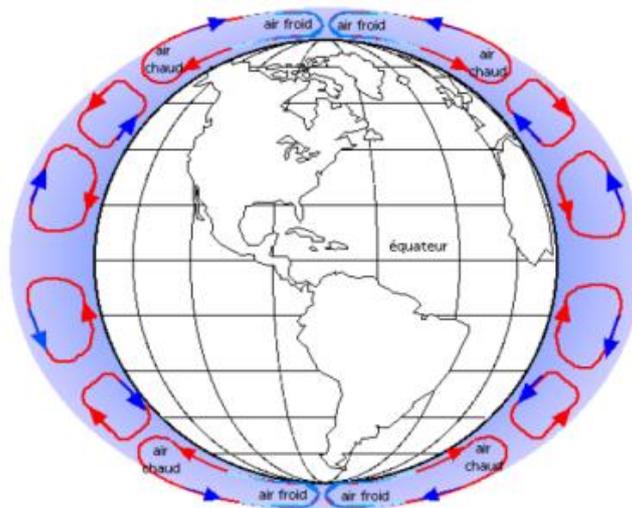
$S$  : Aire de la surface de contact solide/fluide ( $m^2$ ).

## I.2 Différents types de convection

### I.2.1 Convection naturelle

La convection naturelle se caractérise par le déplacement du fluide induit par les variations de densité engendrées par les différences de température internes au fluide. Ce phénomène résulte de la modification de la masse volumique du fluide en fonction de sa température, créant ainsi des forces gravitationnelles qui influencent les déplacements des particules fluides.

Ce processus émerge lorsque le fluide entre en contact avec une surface présentant une température différente, ce qui engendre des variations de masse volumique et, par conséquent, des mouvements au sein du fluide. Cette méthode de transfert de chaleur est couramment utilisée dans diverses applications industrielles, notamment dans les échangeurs de chaleur où deux fluides en mouvement échangent de l'énergie thermique à travers une paroi solide [1].



**Figure I. 1:** Convection naturelle dans l'atmosphère, Cellules de Hadley.

### I.2.2 Convection Forcée

Il s'agit donc de la convection forcée où le mouvement est induit par un processus mécanique indépendant des phénomènes thermiques, généralement un gradient de pression externe qui entraîne le déplacement des particules du fluide [1]. L'étude du transfert de chaleur par convection est ainsi étroitement liée à l'analyse de l'écoulement des fluides.

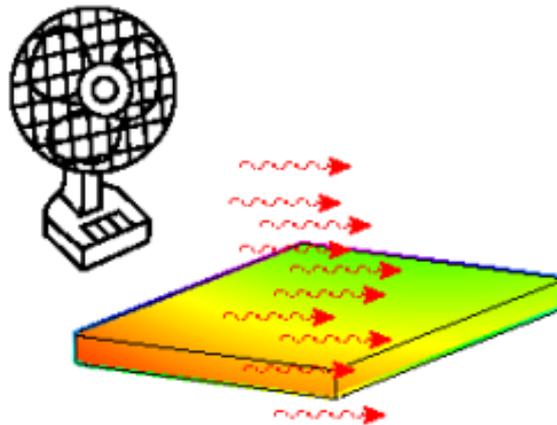
La convection est qualifiée de forcée lorsqu'il existe une cause de mouvement autre que les variations de température du fluide, cette cause étant la principale à considérer en raison de son importance relative. La relation générale pour la convection forcée est donnée par

$$Nu = f(R_e, P_r)$$

En microélectronique, le transfert de chaleur suit alors l'expression suivante :

$$Nu = C.Re^n.Pr^m \quad (\text{I.4})$$

Où : c, n et m sont des constantes dépendant des caractéristiques du solide et du fluide.



**Figure I. 2:** Phénomène de convection thermique forcée

### I.2.3 Convection mixte

La convection mixte correspond au couplage des deux phénomènes précédents (naturelle et forcée) quand le mouvement du fluide est produit simultanément par l'effet de gradient de température et de pression.

Dans ce cas, il y a une origine externe au déplacement du fluide, mais cette force n'est pas assez forte pour rendre la poussée d'Archimède négligeable, marquant ainsi la frontière entre la convection libre et la convection forcée. Le paramètre sans dimension qui détermine quelle

convection prédomine est le nombre de Richardson (Ri), calculé comme le rapport du nombre de Grashof au carré du nombre de Reynolds. Il est défini comme suit :

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad (I.5)$$

### **I.3 Les domaines d'application de la convection mixte par ailette**

Le phénomène de convection mixte est rencontré dans diverses applications concernant les échangeurs de chaleur destinés aux chauffages ou au refroidissement des fluides visqueux dans les procédés chimiques et l'industrie alimentaire, le transport des huiles par pipelines, l'évacuation de la chaleur dans les réacteurs nucléaires et le refroidissement des composants électroniques qui représente un cas concret de combinaison des deux modes de convection forcé et libre (naturelle).

D'autres champs d'applications peuvent être aussi considérés, il s'agit entre autres des collecteurs solaires, les écoulements géophysiques (couches limites atmosphériques, courant marins) sont souvent des écoulements sièges de phénomène de convection mixte. Cela est très important pour les problèmes de pollution, les effets de gravité pouvant, selon le cas, augmenter ou diminuer l'intensité de turbulence et par conséquent augmenter ou diminuer les transferts.

### **I.4 Généralités sur les ailettes**

#### **I.4.1 Définition d'une ailette**

L'ailette est un appendice généralement en métal sont des structures adjointes à un dispositif thermique dans le but spécifique d'améliorer le processus de refroidissement. Leur conception vise à augmenter la surface disponible pour l'échange de chaleur. En étant fixées à la surface du dispositif, ces ailettes offrent une plus grande zone de contact avec l'air ou un fluide de refroidissement, favorisant ainsi une dissipation thermique plus efficace. L'ajout d'ailettes représente un moyen stratégique d'intensifier les échanges thermiques. Elles permettent de renforcer la capacité de transfert de chaleur en augmentant la surface disponible pour le transfert de chaleur par convection ou par rayonnement, améliorant ainsi le processus global de refroidissement [2-3].

### **I.4.2 Intérêt des ailettes**

Ces points mettent en lumière différentes stratégies pour améliorer les échanges thermiques :

- 1) Augmenter le coefficient d'échange par convection  $h$  : Cela implique d'améliorer la capacité du fluide à transférer la chaleur à la surface. Cela peut se faire en modifiant les propriétés du fluide, en optimisant la conception de la surface d'échange ou en utilisant des matériaux spécifiques pour favoriser le transfert thermique.
- 2) Accélérer la vitesse d'écoulement : Une vitesse plus élevée du fluide augmente généralement le taux de transfert de chaleur. Cela peut être atteint en ajustant les paramètres de débit ou en modifiant la conception du système pour encourager un écoulement plus rapide.
- 3) Favoriser la turbulence pour détruire la couche limite thermique : La turbulence peut contribuer à rompre la couche limite thermique qui ralentit le transfert de chaleur. En favorisant des conditions turbulentes, on peut augmenter l'efficacité du transfert de chaleur.
- 4) Augmenter la surface d'échange : Une surface d'échange plus grande offre davantage de zone pour le transfert de chaleur. Cela peut se réaliser en ajoutant des ailettes, en utilisant des surfaces texturées ou en modifiant la configuration physique pour accroître la zone de contact entre le fluide et la surface à refroidir.

### **I.4.3 Applications des ailettes**

Les ailettes peuvent être trouvées dans différents domaines tels que la réfrigération, les processus cryogéniques, le matériel électrique et électronique, les fours et les turbines à gaz, les chaudières et les dissipateurs de chaleur.

Les ailettes sont visibles sur divers objets tels que les radiateurs, les radiateurs de voiture et les manches de casseroles. Elles sont également présentes sur les microprocesseurs, une application très contemporaine.

Les ailettes sont visibles sur divers objets tels que les radiateurs, les radiateurs de voiture et les manches de casseroles. Elles sont également présentes sur les microprocesseurs, une application très contemporaine. Sur certains microprocesseurs, une plaque recouverte

d'ailettes est utilisée pour combattre la chaleur, en abaissant la tension de fonctionnement d'une part et en utilisant des radiateurs à ailettes d'autre part.

Les échangeurs de chaleur à ailettes sont fréquemment utilisés dans les applications de cryogénie. Cet exemple illustre un type d'échangeur de chaleur composé d'un assemblage d'ailettes placées entre des tôles planes. Au contact des tôles, les ailettes (ondes) forment une surface secondaire d'échange qui permet l'écoulement de la chaleur chaude vers le fluide froid à travers la structure composite.

Les ailettes, rattachées aux tôles planes par brasage, ont pour fonction de retenir les pressions présentes dans les fluides.

Les ailettes jouent donc un double rôle dans ce genre d'échangeur :

1-elles offrent la possibilité d'échanger de chaleur entre un fluide chaud et une structure, puis vers un ou plusieurs fluides froids.

2-elles garantissent la stabilité mécanique d'un assemblage qui est soumis à des pressions de service pouvant atteindre 110 bars et plus.

Les échangeurs à plaques et ondes ont pour principale caractéristique de proposer une surface d'échange totale (primaire + secondaire) très élevée dans un volume réduit (jusqu'à 2000  $m^2/m^3$ ).

La performance de l'échangeur de chaleur est grandement influencée par le choix des ailettes.

Il est possible d'avoir des ailettes en boutes ou fixées par pression.

En règle générale, les ailettes sont fabriquées en aluminium, cuivre, acier ou acier inoxydable.

Nous présentons quelques illustrations courantes de surfaces compactes d'échangeurs de chaleur à ailettes. Des ailerons sont utilisés sur une voiture pour améliorer l'aérodynamisme d'une voiture. Des ailettes, situées à des endroits stratégiques, sont utilisées en Formule 1 pour dévier une partie du flux d'air qui circule autour de la carrosserie pour améliorer l'aérodynamisme et l'adhérence.

Les ailettes verticales (en bout d'ailes) sont utilisées sur certains avions pour réduire le tourbillon marginal et réduire ainsi la traînée.

Les ailettes dans un moteur à réaction sont utilisées pour diriger le flux d'air afin d'obtenir la poussée maximale avec le meilleur rendement.

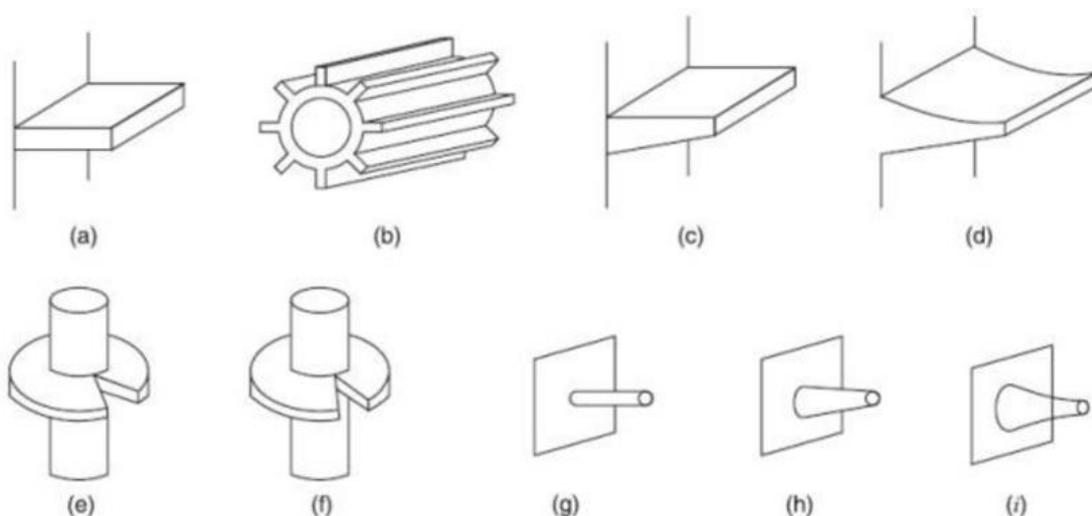
L'ailette a pour fonction d'augmenter les échanges de chaleur entre un élément plan et un fluide extérieur lors du transfert thermique. La conduction est le mode de transfert entre l'ailette et le « radiateur », tandis que les échanges avec le fluide extérieur sont convectifs. Il s'agit de deux exemples :

- Dans les microprocesseurs performants, un radiateur à ailettes et un ventilateur sont utilisés pour réduire la température de fonctionnement.
- Dans les radiateurs des voitures, il y a une surface de contact thermique.[3]

#### I.4.5 Forme des ailettes

Il existe une grande variété de formes d'ailettes, avec plus de 329 formes brevetées recensées aux États-Unis selon WEBB, BERGLES ET JUNKHAN. De plus, il est noté dans [4] qu'il existe plus de 180 profils et géométries d'ailettes en aluminium à l'échelle mondiale. La quête de nouvelles formes est en constante évolution. Traditionnellement, on distingue les formes suivantes : • Rectangulaire • Triangulaire • Parabolique • Hyperbolique

#### I.4.6 Quelques types classiques d'ailettes



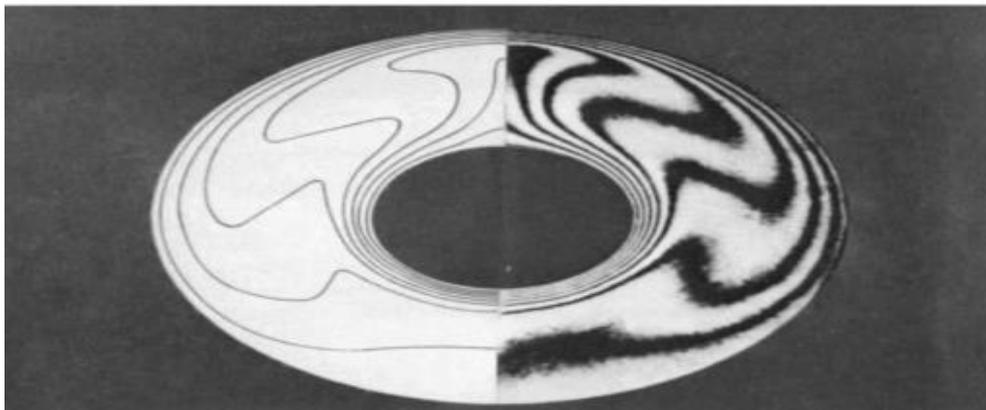
**Figure I. 3:** Types d'ailettes (a) ailette longitudinale à profil rectangulaire, (b) tube cylindrique avec ailette de type (a), ailette longitudinale à profil triangulaire(c); parabolique d), Tube cylindrique équipé d'une ailette radiale à profil rectangulaire(e) trapézoïdal(f) Épine cylindrique(g); conique(h), parabolique (i)

## I.5 Recherches bibliographiques relatifs au domaine

### I.5.1 Cas de la convection naturelle

**H. Kuehn et R. J. Goldstein [5]** ont réalisé une étude expérimentale et numérique visant à approfondir la compréhension de la distribution de la vitesse, de la température et du coefficient de transfert de chaleur pour la convection naturelle à l'intérieur d'un anneau horizontal, tel que représenté dans la **Figure I.4**.

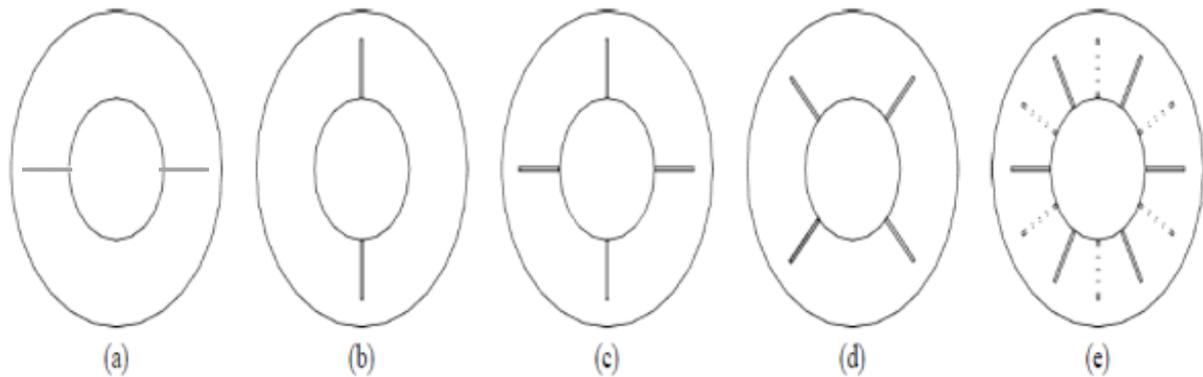
Leurs expériences expérimentales ont été menées en utilisant un interféromètre de Mach-Zehnder, utilisant de l'eau et de l'air à la pression atmosphérique, avec un rapport entre la largeur de l'espace et le diamètre du cylindre intérieur de 0,8. Ils ont étudié un nombre de Rayleigh variant entre  $2.1 \times 10^4$  et  $9.76 \times 10^5$ . Les résultats obtenus expérimentalement ont été confirmés par des solutions numériques, renforçant ainsi la fiabilité de leurs travaux, et ceux-ci sont largement reconnus comme une référence dans ce domaine.



**Figure I. 4:** Isothermes : comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux  
(Eau : moitié gauche – air moitié droite)

L'étude menée par **Mohammad Rahnama et Mousa Farhadi [6]** porte sur la convection naturelle turbulente entre deux cylindres horizontaux concentriques équipés d'ailettes radiales. Cette étude, menée avec un nombre d'ailettes variant entre 2 et 12, un nombre de Rayleigh ( $Ra$ ) compris entre  $10^6$  et  $10^9$ , et un nombre de Prandtl ( $Pr$ ) de 0,7 pour un rayon de 2,6 m, vise principalement à analyser l'impact des ailettes sur le transfert de chaleur en convection naturelle turbulente.

Les résultats montrent que le nombre de Nusselt local diminue avec l'augmentation de la longueur et du nombre d'ailettes. La position des ailettes a également un effet significatif sur le flux et le champ de température. De plus, une réduction du taux de transfert de chaleur est observée dans toutes les configurations étudiées par rapport au cas sans ailettes pour le même nombre de Rayleigh. **La figure I.5** présente différents agencements d'ailettes pris en considération dans cette étude.



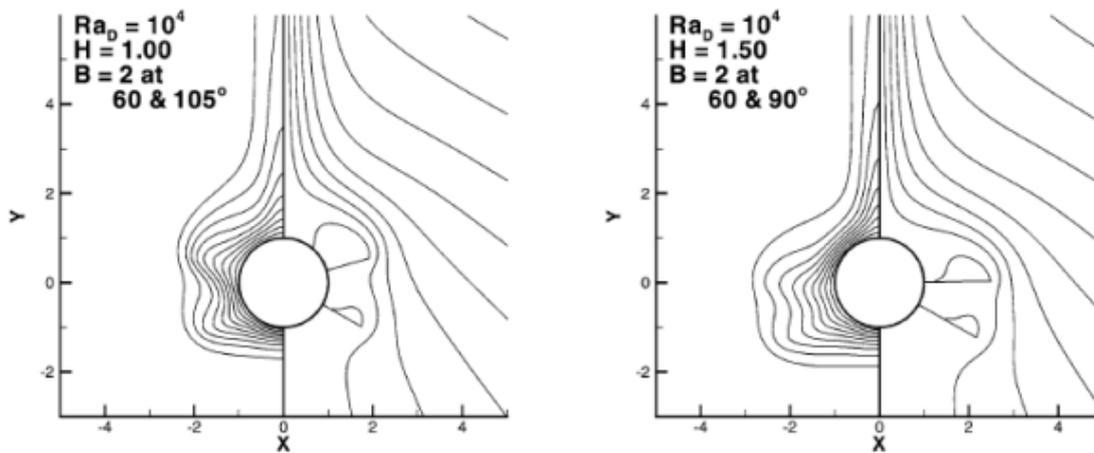
**Figure I. 5:** Différents arrangements d'ailettes

(a) : 2 ailettes horizontale, (b) : 2 ailettes verticales, (c) : 4 ailettes (2 horizontales et 2 verticales), (d) : 4 ailettes décalées de  $45^\circ$  par rapport à l'horizontale et à la verticale, (e) : 12 ailettes.

L'étude numérique de **Bassam A/K Abu-Hijleh [7]** a examiné la convection naturelle autour d'un cylindre horizontal équipé de (11) chicane (ailettes) espacées de manière uniforme, avec une faible conductivité thermique. On a calculé la génération d'entropie de ces ailettes dans différentes configurations (avec un emplacement tangentiel allant de  $15^\circ$  à  $165^\circ$ , des hauteurs de 0.1, 0.25, 0.5, 1.0, 1.5, un nombre de Rayleigh de  $10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^5$  et des diamètres des cylindres de ( $10^{-3}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-1}$ , 1.0, 10.0 m).

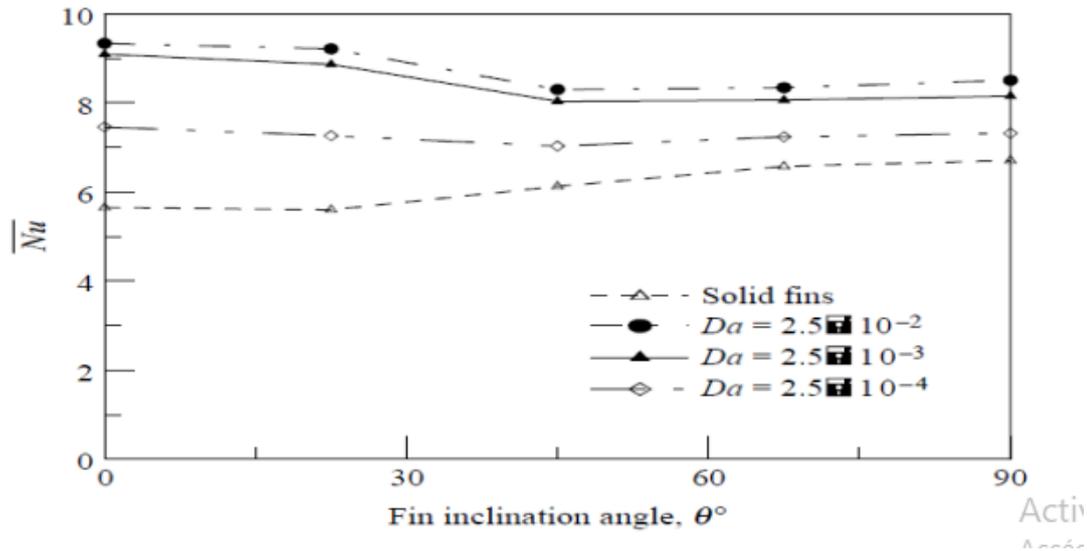
L'objectif est d'améliorer la quantité, la position et la longueur des ailettes. Selon les résultats, l'utilisation adéquate d'une ou deux chicanes peut diminuer de 70% le transfert de chaleur du cylindre intérieur par rapport à l'utilisation de 11 chicanes espacées de manière uniforme. Sur des cylindres de grand diamètre, l'emploi de chicanes est plus efficace pour diminuer la production d'entropie et ainsi améliorer l'efficacité thermodynamique du système.

L'illustration I.6 présente les lignes de courant (à droite) et les isothermes (à gauche) pour diverses localisations et hauteurs des chicanes ( $Ra = 10^4$ ).



**Figure I. 6:** Lignes de courant (droite) et Isotherme (gauche) pour différents emplacement hauteur des chicanes dans la cas de deux ailettes ( $Ra = 10^4$ ).

Alshahrani et Zeitoun [8] ont réalisé une étude numérique portant sur la convection naturelle entre deux cylindres horizontaux et concentriques, avec deux ailettes attachées au cylindre intérieur. Les températures de surface étaient maintenues constantes, avec  $T_i > T_o$ , pour un nombre de Rayleigh de  $Ra_a = 5 \times 10^6$ . Ils ont utilisé la méthode des éléments finis pour examiner l'impact du rapport des diamètres, du nombre de Rayleigh, de la hauteur et de l'angle d'inclinaison des ailettes sur ce type d'écoulement. Leurs résultats ont démontré que l'angle d'inclinaison avait un effet marginal sur le rapport de conductivité thermique. De plus, la résistance thermique diminuait à mesure que le rapport de diamètres augmentait. Cependant, le nombre de Nusselt diminuait avec l'augmentation de la longueur des ailettes. Ces conclusions soulignent l'importance des différentes variables géométriques sur les caractéristiques de la convection naturelle, fournissant des informations utiles pour l'optimisation de ces systèmes.



**Figure I. 7:** Variation du nombre de Nusselt moyen pour différents angles d'inclinaison des ailettes

**P. Teertstra, M. M. Yovanovich et J. R. Culham [9]** ont effectué une analyse analytique de la convection naturelle dans une cavité cylindrique horizontale ainsi que dans d'autres géométries telles qu'un cercle dans un carré, un diamant dans un carré, une ellipse dans un cercle, un carré dans un cercle, un hexagone dans un cercle, etc. L'objectif de cette étude était de prédire le taux de transfert de chaleur total (par unité de longueur) à l'intérieur de l'enceinte due à la convection naturelle.

#### I.4.2 Cas de la convection mixte

**Toru Fusegi, Bakhtier Farouk et Kenneth S. Ball [10]** ont réalisé une étude expérimentale axée sur la convection mixte à l'intérieur d'une cavité horizontale cylindrique. Leur objectif principal était d'analyser la vitesse d'écoulement et les propriétés du transfert de chaleur dans ce contexte.

Ils ont observé et enregistré les résultats pour une gamme de nombres de Grashof allant de  $1,39 \times 10^2$  à  $1,39 \times 10^5$ , en ajustant les valeurs du paramètre de rotation  $\omega$  de  $m$  à  $1$ . Le nombre de Prandtl utilisé pour cette étude était de  $0,72$ . Une caractéristique essentielle de cette expérience était la rotation antihoraire du cylindre intérieur, une variable cruciale pour comprendre son impact sur la convection et le transfert de chaleur dans cette cavité cylindrique horizontale.

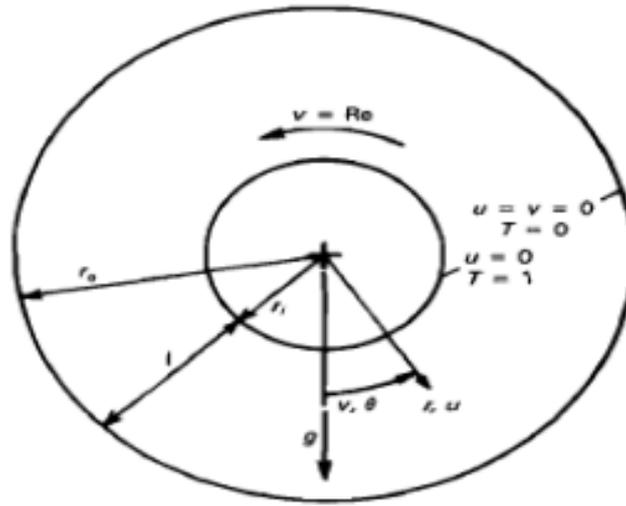


Figure I. 8: Modèle physique considéré dans [10]

T. S. Lee [11] a réalisé une étude numérique sur la convection mixte dans un espace annulaire avec deux cylindres, dont le cylindre intérieur est en mouvement et occupe différentes positions. Il est question de définir les dispositions des isothermes et des lignes de courant. Il a conclu que la valeur moyenne de Nusselt augmente avec la valeur de Rayleigh pour les cylindres concentriques et excentriques. Le nombre de Nusselt moyen diminue lorsqu'un nombre Rayleigh fixe est associé à un cylindre interne en rotation. Selon la Figure I.9, les résultats obtenus sont pour un nombre de Prandtl  $Pr = 0,7$  et un rayon de 2,6.

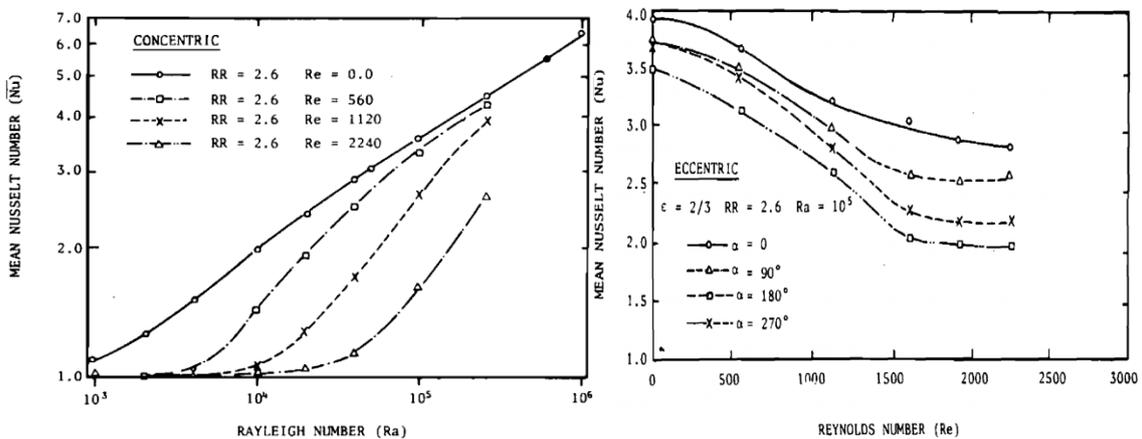
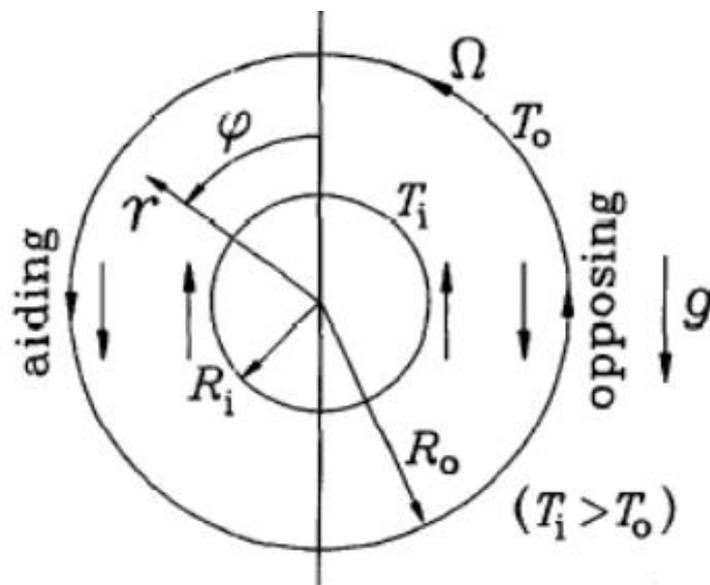


Figure I. 9: Effet du nombre de Rayleigh sur le nombre de Nusselt moyen pour différentes configurations (positions du cylindre intérieur).

**J. S. Yoo [12]** a mené une étude numérique sur la convection mixte entre deux cylindres concentriques formant un espace annulaire, comme illustré dans la **Figure I.10**. Dans cette configuration, le cylindre intérieur était maintenu à une température supérieure au cylindre extérieur. Le cylindre extérieur demeurait immobile tandis que le cylindre intérieur tournait lentement dans le sens antihoraire à une vitesse angulaire constante. Les résultats obtenus concernaient différentes combinaisons de nombres de Rayleigh ( $Ra$ ) et de Reynolds ( $Re$ ), avec un nombre de Prandtl ( $Pr$ ) établi à 0,7.

L'objectif central de cette étude était d'examiner l'impact de la force centrifuge induite par la rotation du cylindre intérieur sur les caractéristiques de transfert de chaleur et les propriétés de l'écoulement à l'intérieur de cet anneau horizontal, dans un contexte de convection naturelle. Cette recherche visait à comprendre comment la rotation influençait le transfert de chaleur et le comportement de l'écoulement, offrant ainsi une perspective approfondie sur la convection mixte dans cette configuration spécifique.



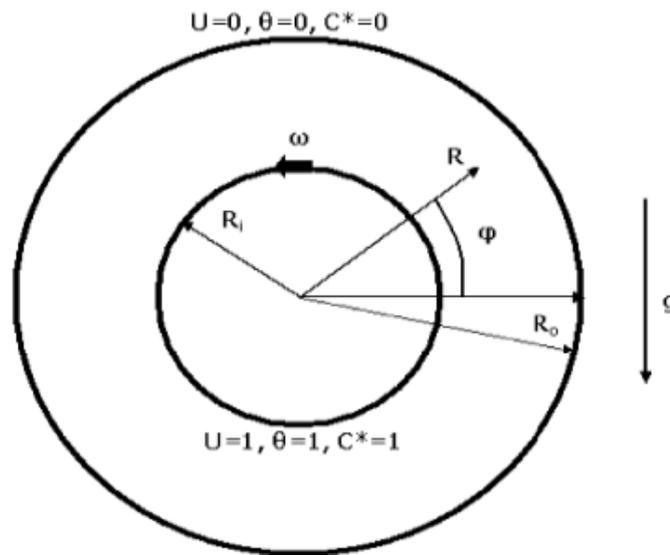
**Figure I. 10:** Modèle physique considéré par J. S. YOO [12].

**M. A. Teamah [13]** a examiné le cas de la convection mixte dans un espace annulaire délimité par deux cylindres coaxiaux en régime de double diffusion, impliquant à la fois la diffusion thermique et massique. Le cylindre intérieur, maintenu à une température chaude  $T_h$ , effectue une rotation dans le sens antihoraire, tandis que le cylindre extérieur demeure immobile et est maintenu à une température froide  $T_c$ , comme illustré dans la **Figure I.11**.

Les paramètres étudiés ont été dans les plages de  $10^6 \geq R_{AT} \geq 10^2$ ,  $0,1 \leq Le \leq 10$ , et  $-20 \leq N \leq 20$ .

Au cours de cette étude, le nombre de Prandtl, le nombre de Reynolds de rotation et le rapport des rayons ont été maintenus constants à  $Pr=0,7$ ,  $Re=10^2$ , et  $re / ri= 0,5$  respectivement. Une comparaison détaillée a été établie avec les résultats disponibles dans la littérature, révélant une cohérence satisfaisante entre les résultats obtenus et ceux déjà publiés.

Cette correspondance renforce la validité et la fiabilité des conclusions de l'étude de **Teamah**.



**Figure I. 11:** Schéma du problème considéré par Teamah [13].

## Conclusion

Ce chapitre a abordé des notions essentielles concernant le transfert thermique, les trois modes de transfert de chaleur par convection. Par la suite une étude bibliographique portant une synthèse des différents travaux antérieurs, qu'ils soient numériques ou expérimentaux, portant sur ce mode de transfert.

# **Chapitre II**

## **Position du problème et formulation mathématique**

# Chapitre II : Position du problème et formulation mathématique

## Introduction

Les systèmes dynamiques traités dans ce travail décrivent des phénomènes physiques résultants des modes de transfert de chaleur. En effet, ces systèmes sont de nature complexe en raison du caractère non linéaire. Pour la mise en évidence de ses phénomènes, plusieurs approches sont possibles à savoir, l'approche expérimentale, analytique et numérique.

La modélisation numérique du problème de la convection mixte dans un espace annulaire en présence de deux ailettes attachée au cylindre intérieur repose sur les équations couplées de conservation de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie. La résolution complète de ses équations en variant certains paramètres physiques et géométriques revient à déterminer en tout point et à tout instant les grandeurs caractéristiques du fluide ( $V$ ,  $p$  et  $T$ ).

Dans ce chapitre, il sera question de la discrétisation du problème physique considéré à savoir la définition de la géothermie et des conditions aux limites associées aux équations de conservations nécessaires.

## II.1.Géométrie étudié

La géométrie du problème représentée sur la figure (II.1), présente le modèle physique considéré ainsi que le système de coordonnées choisi et les composantes de vitesse respectives. Deux longs cylindres concentriques sont considérés et maintenus à des températures uniformes et constantes,  $T_h$  et  $T_c$  ( $T_h > T_c$ ). Le cylindre intérieur de rayon ( $R_i$ ) tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre avec une vitesse angulaire constante ( $\omega$ ), dans un cylindre extérieur fixe de rayon ( $R_0$ ). Deux fines ailettes rectangulaires de longueur ( $l_a$ ) sont montées longitudinalement sur le cylindre rotatif à des endroits opposés. Les ailettes sont supposées être très conductrices de sorte que leur distribution de température reste uniforme et égale à la température interne du cylindre  $T_h$ . Les cylindres sont supposés être assez longs pour qu'une analyse bidimensionnelle puisse être appliquée ( $x$  et  $y$ ). Le gradient de température génère la force naturelle de diffusion thermique tandis que le cylindre intérieur rotatif crée la convection forcée.

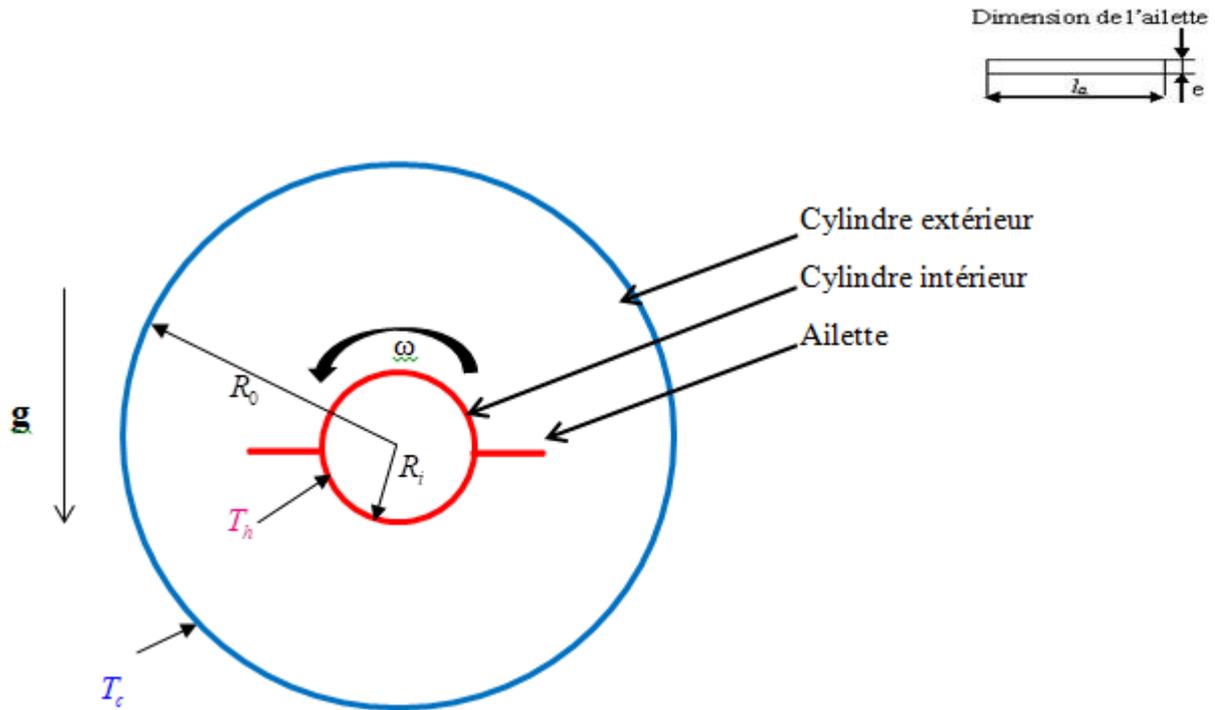


Figure II. 1 : Géométrie du problème

## II.2.Hypothèses simplificatrices

- Le fluide de travail est l'air et sa propriété thermo physique est la masse volumique ( $\rho$ ), viscosité cinématique ( $\nu$ ) et conductivité thermique ( $\lambda$ ),  $Pr=0,71$ .
- Le fluide étudié supposé newtonien incompressible.
- Le régime d'écoulement laminaire et périodique établi.
- L'écoulement et le transfert de chaleur sont bidimensionnels.
- Les propriétés thermophysiques du fluide ( $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\beta$  et  $C_p$ ) sont supposées constantes, excepté la masse volumique du fluide apparaissant dans le terme de forces de volume. Elle est supposée varier linéairement avec la température conformément à l'approximation de Boussinesq.

L'approximation de Boussinesq [14] repose sur deux hypothèses : d'une part, elle suppose La densité est constante dans tous les termes sauf dans le cas de la force de volume ( $\rho g$ ). En revanche, on suppose qu'il existe une différence de température entre les surfaces actives de la cavité inférieure à  $100^\circ\text{C}$ . En se limitant au premier terme du développement de  $\rho$  en termes de température,

Nous pouvons écrire:

$$\rho(T) = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{II.1})$$

$\rho_0$  et  $\beta$  Sont respectivement la masse volumique à la température de référence  $T_0$  et le coefficient de dilatation volumique à pression constante :

$$\beta = -(1/\rho_0) (\partial\rho/\partial T)_p \quad (\text{II.2})$$

Enfin, nous reconnaissons que les vitesses impliquées sont relativement faibles, donc cette fonctionnalité La dissipation visqueuse dans l'équation énergétique est négligeable.

### II.3.Équations gouvernantes

Le transfert de chaleur par convection mixte en régime laminaire nécessite un mouvement de fluide.

Ce dernier phénomène est induit à la fois aux gradients thermiques entre les parois et au mouvement de rotation des parois. De ce fait Il est donc nécessaire de résoudre les équations générales de la mécanique des fluides couplées aux équations énergétiques en se basant sur les hypothèses déjà évoquées ci-dessus.

#### II.3.1 Forme dimensionnelle des équations

Les équations de conservation (équation de continuité, équation de quantités de mouvement : équation de Navier Stokes et de l'énergie : équation de température et S'écrivent comme suit :

#### Équation de continuité

L'équation de continuité présente un intérêt très général car elle met en œuvre le principe de conservation de la masse dans les écoulements. L'établissement de cette équation locale repose sur le bilan massique du fluide au sein d'un élément de volume pendant un temps élémentaire  $dt$ .

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{V}) \quad (\text{II.3})$$

Pour un écoulement incompressible ( $\rho$  constant), l'équation (II-3) devient :

$$\text{div}(\vec{V}) = 0 \quad (\text{II.4})$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.5})$$

### Equation de quantité de mouvement

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F} - \overrightarrow{\text{grad}} p + \mu \Delta \vec{V} \quad (\text{II.6})$$

Selon x :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.7})$$

Selon y :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_0) \quad (\text{II.8})$$

Ou :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} \quad : \text{Taux de variation de quantité de mouvement.}$$

$$\overrightarrow{\text{grad}} P \quad : \text{Forces dues à la pression.}$$

$$\mu \Delta \vec{V} \quad : \text{Forces de viscosité.}$$

$$\vec{F} \quad : \text{Forces de volume dont les composantes sont :}$$

$$F_x = g\beta\rho(T - T_0)\cos\varphi$$

$$F_y = g\beta\rho(T - T_0)\sin\varphi$$

### Equation de conservation de l'énergie

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \nabla^2 T \quad (\text{II.9})$$

$$\text{Avec : } \nabla T = \begin{pmatrix} \partial T / \partial x \\ \partial T / \partial y \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \nabla^2 = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.10})$$

D'où :

$\lambda$  : désigne la conductivité thermique

.  $C_p$  : La chaleur spécifique à pression constante.

$\rho$ : La masse volumique

L'équation (II.9) devient :

$$\rho C_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right] = \lambda \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II.11})$$

## II.4 Conditions aux limites

Les conditions aux limites pour les équations obtenues précédemment sont résumées dans le tableau (II.1) suivant :

Cylindre intérieur	$u = \omega r_i \sin \Theta$	$v = \omega r_i \cos \Theta$	$T = T_h$	II-12
Cylindre extérieur	$u = 0$	$v = 0$	$T = T_c$	II-13
Ailettes	$u = \omega r \sin \Theta$	$v = \omega r \cos \Theta$	$T = T_h$	II-14

**Tableau II. 1** : Les conditions aux limites

## II.5 Équations adimensionnelles

Pour obtenir la forme adimensionnelle des équations gouvernantes nous définissons les grandeurs suivantes de références suivantes :

- Dimension linéaire caractéristique  $l_{ref} = r_0 - r_i$
- Vitesse de référence  $u_0 = \omega r_i$
- Pression de référence  $P_{ref} = \frac{\rho u_0^2}{l_{ref}^2}$

- Température de référence  $\Delta T = T_h - T_c$

- Temps de référence  $t = \frac{l}{u_0}$

À partir de ces grandeurs de références, nous définissons les variables réduites ci-dessous qui serviront à rendre les équations adimensionnelles :

$$X = \frac{x}{l} ; Y = \frac{y}{l}$$

$$U = \frac{u}{u_0} ; V = \frac{v}{u_0} ; P = \frac{P}{P_{ref}}$$

$$\Theta = \frac{(T - T_c)}{(T_h - T_c)} ; \tau = \frac{t}{l/u_0}$$

### II.5.1 Forme adimensionnelle des équations de conservation

En introduisant ces grandeurs sans dimensions dans les équations de conservation de la masse (II.5), de quantité de mouvement (II.7), (II.8) et de l'énergie (II.13), on obtient le système d'équations adimensionnel suivant:

#### Équation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.15})$$

#### Équation de quantité de mouvement

Selon X :

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \left[ U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right] = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right]$$

(II.16)

Selon Y :

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \left[ U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right] = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right] + \frac{G_r}{R_e^2} \Theta \quad (\text{II.17})$$

Sachant que :  $R_i = G_r / R_e^2$ , alors l'équation II.17 peut s'écrire :

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \left[ U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right] = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right] + R_i \Theta \quad (\text{II.18})$$

**Equation d'énergie :**

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \left[ U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right] = \frac{1}{R_e P_r} \left[ \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right] \quad (\text{II.19})$$

### II.5.2 Forme adimensionnelle des conditions initiales et aux limites

$A\tau = 0$	$U = V = 0$			
Cylindre intérieur	$U = \omega r_i \sin \Theta$	$V = \omega r_i \cos \Theta$	$\Theta = 1$	II.20
Cylindre extérieur	$U = 0$	$V = 0$	$\Theta = 0$	II.21
Ailettes	$U = \omega r_i \sin \Theta$	$V = \omega r_i \cos \Theta$	$\Theta = 1$	II.22

**Tableau II. 2 :** Forme adimensionnelle des conditions initiales et aux limites

## II.6 Groupements sans dimensions

L'écriture sous forme adimensionnée des équations de conservation et des conditions aux limites fait apparaître plusieurs groupements sans dimensions qui nous permettront de mieux contrôler l'écoulement et faciliter la compréhension du phénomène (Les nombres de Reynolds  $R_e$ , de Prandtl  $P_r$ , de Grashof  $G_r$  et Richardson  $R_i$ ).

Ces nombres sont basées sur : le diamètre hydraulique  $l_{ref=r_0-r_i}$  et les propriétés thermo physiques seront évaluées à la température initiale  $T_0$ .

### II.6.1. Nombre de Prandtl

Le nombre de Prandtl (Pr) est un nombre sans dimension qui définit les propriétés du fluide. Il est le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement  $\nu$  (ou viscosité cinématique) et la diffusivité thermique. On le définit comme :

$$P_r = \nu / \alpha \quad (\text{II.23})$$

Avec :  $\alpha$  la diffusivité thermique [ $\text{m}^2/\text{s}$ ].

### II.6.2. Nombre de Reynolds

Le coefficient Reynolds caractérise le régime de l'écoulement (laminaire, transitoire, turbulent). Plus sa valeur est élevée, plus l'écoulement tend à devenir turbulent (dans ce cas, l'écoulement est principalement influencé par les effets de la viscosité). En revanche, un faible nombre de Reynolds correspond à un écoulement laminaire où les forces d'inertie dominent. Il représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces de frottement. Il est défini comme :

$$R_e = \frac{\omega r_i l_{ref} f}{\nu}$$

(II.24)

Avec :  $\omega r_i$  la vitesse [m/s],  $l_{ref}$  une longueur caractéristique [m] et  $\nu$  la viscosité cinématique.

### II.6.3. le nombre de Grashof

Le nombre de Grashof est le rapport entre l'effet de flottabilité par la force motrice d'Archimède et l'effet résistif de l'écoulement.

Il s'écrit sous forme :

$$G_r = \frac{g \beta (T - T_0) l_{ref}^3}{\nu^2} \quad \text{(II.24)}$$

$g$  : L'accélération de la pesanteur [m/s<sup>2</sup>]

$\beta$  : Le coefficient de dilatabilité [1/K]

$T$  : la température de la paroi [K]

$T_0$  : La température de référence [K].

### II.6.4. Nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt est un nombre adimensionnel qui exprime l'importance de la convection par rapport à la conduction. Une augmentation de ce nombre indique une contribution significative de l'écoulement à l'échange thermique de la chaleur à travers la paroi. On peut définir cela comme suit :

$$Nu = \frac{h l_{ref}}{\lambda} \quad \text{(II.25)}$$

Avec :

$h$  : Le coefficient d'échange convectif défini par :

$$h = \frac{q}{T - T_0} \quad (\text{III.26})$$

Avec :

$q$  : la densité du flux de chaleur à travers un élément de surface de la paroi.

$T$  et  $T_0$  : étant respectivement la température de cet élément de surface et la température de référence du fluide en dehors de la couche limite thermique.

$l_{ref}$  : est une longueur caractéristique.

$\lambda$  : La conductivité thermique de fluide.

## Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons établi la problématique ainsi que le modèle mathématique qui se compose d'un système d'équations, accompagné de conditions aux limites. La résolution analytique de ces équations est pratiquement toujours hors de portée en raison de leur nature non linéaire. Par conséquent, L'utilisation d'une méthode numérique s'avère indispensable pour leur résolution. Dans la suite, nous ferons usage d'un code de calcul fondé sur la méthode numérique des volumes finis.

# **Chapitre III**

## **Résultats et discussion**

# Chapitre III : Résultats et discussion

## Introduction

Au cours de ce chapitre, nous avons examiné l'étude numérique de la convection mixte en régime laminaire dans un espace annulaire décrit dans le chapitre II. La méthode des volumes finis est utilisée pour discrétiser les équations de la convection, et elles sont résolues en utilisant un code de calcul en volume fini.

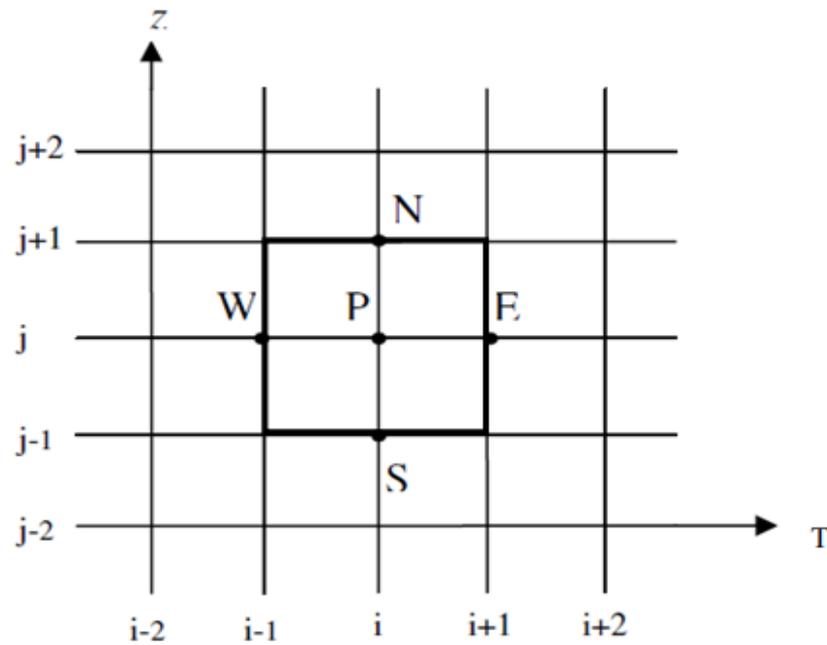
La problématique abordée par cette simulation numérique concerne la convection mixte dans un espace cylindrique annulaire dont le cylindre intérieur est animé d'une vitesse de rotation et équipé de deux ailettes.

### III.1. Notions générales sur la méthode des volumes finis

#### III.1.1. Principe de la méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis a été introduite pour la première fois en 1972 par **Patankar** et **Spalding**, puis publiée en 1980 par Patankar [15]. Le concept de cette méthode implique de créer une grille de points appelée nœuds à l'intérieur du domaine de calcul. Chaque nœud est entouré d'un volume élémentaire appelé volume de contrôle, sur lequel on va intégrer les équations aux dérivées partielles (Figure III.1) afin de les rendre visibles.

Les volumes de contrôle respectifs de deux points voisins doivent avoir un côté commun. Cela signifie que l'assemblage de tous les volumes de contrôle englobe tout le domaine de calcul. Cette caractéristique essentielle permettra de mettre en évidence les caractéristiques de préservation des flux locaux et globaux.



**Figure III. 1:** Volume de contrôle bidimensionnel.

La méthode des volumes finis (MVF) est une technique numérique utilisée pour résoudre des équations aux dérivées partielles (EDP) :

**Physique:** Elle s'applique à une large gamme de phénomènes physiques tels que la diffusion de la chaleur, le transfert de fluides, l'électromagnétisme et la mécanique des fluides. Domaine: particulièrement adaptée aux problèmes complexes avec des géométries irrégulières. Fondamentalement, la MVF se décompose en trois étapes principales:

- **Discretisation du domaine:** Le domaine d'étude est divisé en un maillage de cellules ou volumes finis. Chaque cellule possède un centre ou un nœud qui représente un point de calcul. Application des équations gouvernantes: Les EDP sont intégrées sur chaque volume fini. En utilisant le théorème de divergence, les termes de divergence sont transformés en intégrales de surface, ce qui permet d'évaluer les flux à travers les faces des cellules.
- **Approximation des flux:** Des approximations numériques des flux sont introduites, basées sur des schémas numériques spécifiques (par exemple, schéma centré, schéma amont). Ces schémas impliquent généralement les valeurs de la variable inconnue aux centres des cellules voisines. Résolution du système d'équations:

Le système d'équations obtenu après l'intégration et l'approximation des flux est résolu numériquement. Cela implique généralement des méthodes itératives telles que la méthode d'Euler explicite ou implicite, ou des méthodes de résolution de systèmes linéaires.

### III.1.2. Avantages de la méthode des volumes finis

- **Flexibilité:** s'adapte facilement à des géométries complexes et à des conditions aux limites variées.
- **Conservation:** préserve naturellement les propriétés de conservation des grandeurs physiques, comme la masse, l'énergie ou le moment  $Um$ .
- **Robustesse:** peu sensible aux singularités et aux conditions aux limites difficiles.
- **Facilité d'implémentation:** relativement simple à programmer et à implémenter.

### III.1.3. Applications de la méthode des volumes finis

- Simulation des écoulements fluides: prédiction du comportement des fluides dans divers domaines tels que l'aérodynamique, l'hydrodynamique et la simulation de combustion.
- Transfert thermique: analyse de la conduction, de la convection et du rayonnement thermique dans des systèmes complexes.
- Électromagnétisme: résolution d'équations de Maxwell pour des problèmes d'ondes électromagnétiques, de propagation d'ondes et de champs électromagnétiques.
- Géophysique: modélisation de phénomènes géophysiques tels que la diffusion de polluants dans les sols, la propagation d'ondes sismiques et la circulation des fluides souterrains.

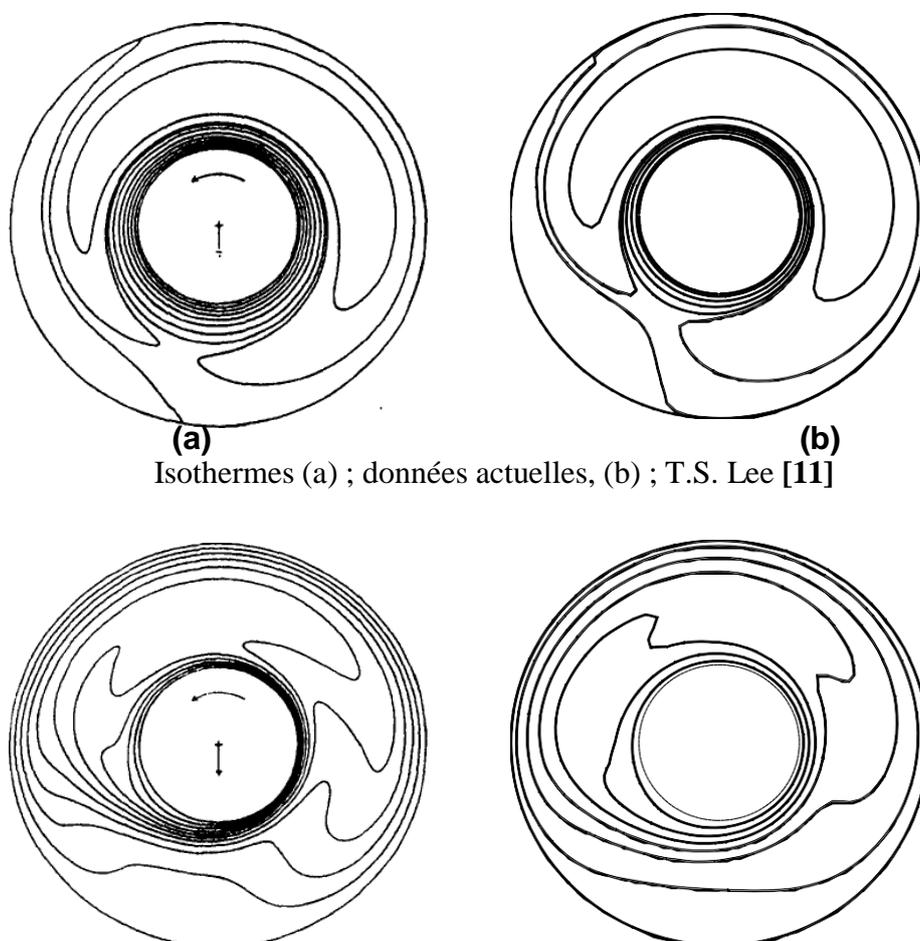
En résumé, la méthode des volumes finis est une méthode numérique puissante et polyvalente pour résoudre des équations aux dérivées partielles issues de divers domaines scientifiques et d'ingénierie.

Pour la suite de cette méthode veuillez voir la référence de S.V Patankar [15], concernant l'organigramme utilisé par notre logiciel d'investigation, il s'agit de l'algorithme simple et il est présenté en annexe.

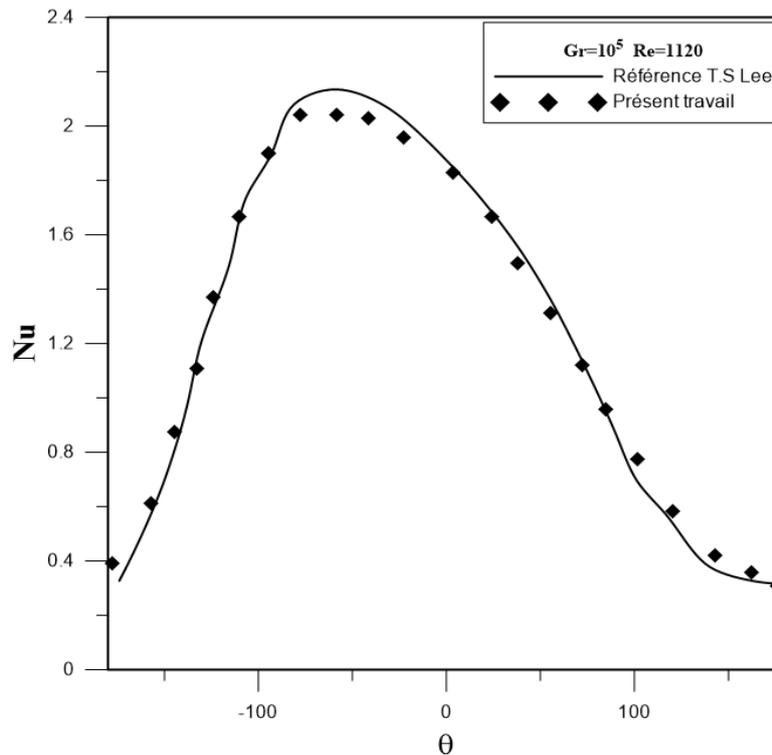
### III.2. Validation des résultats pour le cas du cylindre intérieur tournant (sans ailette)

Avant d'entamer les simulations numériques, nous avons vérifié le modèle de convection adopté en fonction des résultats numériques de **TS Lee [11]** pour la convection mixte dans une cavité fermée en présence d'un élément chauffant circulaire qui tourne à une vitesse angulaire  $\omega$ . Il s'agit de comparer la forme des lignes d'isothermes, des lignes de courants et le nombre de Nusselt local estimé sur le cylindre extérieur, pour des nombres de Rayleigh et de Reynolds de  $10^5$  et 1120, respectivement, **figure III.2 et III.3**.

Les différents résultats concernant les lignes d'iso valeurs et le nombre moyen de Nusselt démontrent une concordance satisfaisante entre les résultats de nos simulations et ceux de la référence mentionnée [11]. Cela nous permet d'approuver notre modèle afin d'aborder le travail de simulation dans la géométrie considérée.



**Figure III. 2** Comparaison des lignes de courant et des lignes d'isothermes : (a) présent travail, (b) T.S Lee [11]. ( $Gr=10^5$  et  $Re=1120$ )



**Figure III. 3** Nombre de Nusselt locale sur le cylindre extérieur  $Gr=10^5$  et  $Re=1120$ .

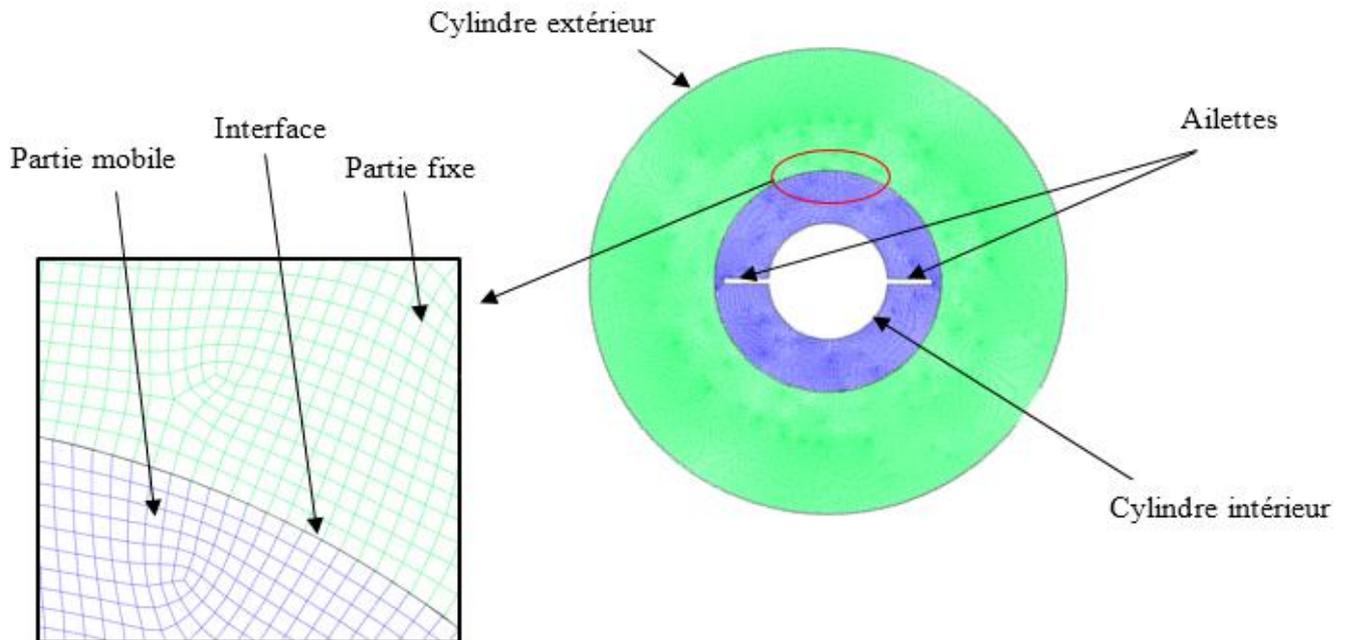
### III.3 Etude du cas du cylindre intérieur tournant en présence de deux ailettes

Dans cette section de l'étude, le cylindre extérieur reste immobile alors que l'élément chauffant équipé de deux ailettes tourne à une vitesse angulaire ( $\omega$ ). La rotation du cylindre intérieur fait que la position de l'ailette change dans le temps, ce qui nous conduit à envisager un régime temporel. En outre, le phénomène est cyclique, nous examinerons dans notre situation le régime dit cyclique établi.

#### III.3.1 Choix du maillage mobile

Les résultats numériques obtenus varient en fonction des valeurs des paramètres de contrôle pour sélectionner le maillage optimal. Différents maillages : 623, 1256, 2314, 3172, et 3350 nœuds ont été simulés dans des simulations préliminaires. Le dispositif analysé est celui d'une cavité définie par deux cylindres concentriques isothermes, l'un extérieur immobile et l'autre intérieur tournant à une vitesse angulaire  $\omega$  et équipé de deux ailettes. Étant donné que deux zones d'écoulement de fluide existent, l'une proche du cylindre intérieur (entraînée en rotation par ce dernier) et l'autre très éloignée du cylindre extérieur (n'est que peu affectée), on utilisera la méthode du maillage mobile. Dans cette méthode, on effectue un

Mouvement physique du maillage entourant la partie mobile de la structure. Dans notre situation, la partie mobile du maillage qui entoure les ailettes se déplace en rotation sur la partie fixe (figure III.4) en suivant une interface située à  $0,3 (r_0 - r_i)$  du cylindre intérieur.



**Figure III. 4:** Définition du maillage mobile

Les maillages des deux parties sont élaborés individuellement, avec une condition d'interface dans la région commune, puis ils sont regroupés pour former un maillage final. Après l'assemblage, l'interface est composée de deux limites, chacune étant rattachée à la zone du maillage mobile et statique, pour laquelle la condition de continuité du flux est mise en œuvre.

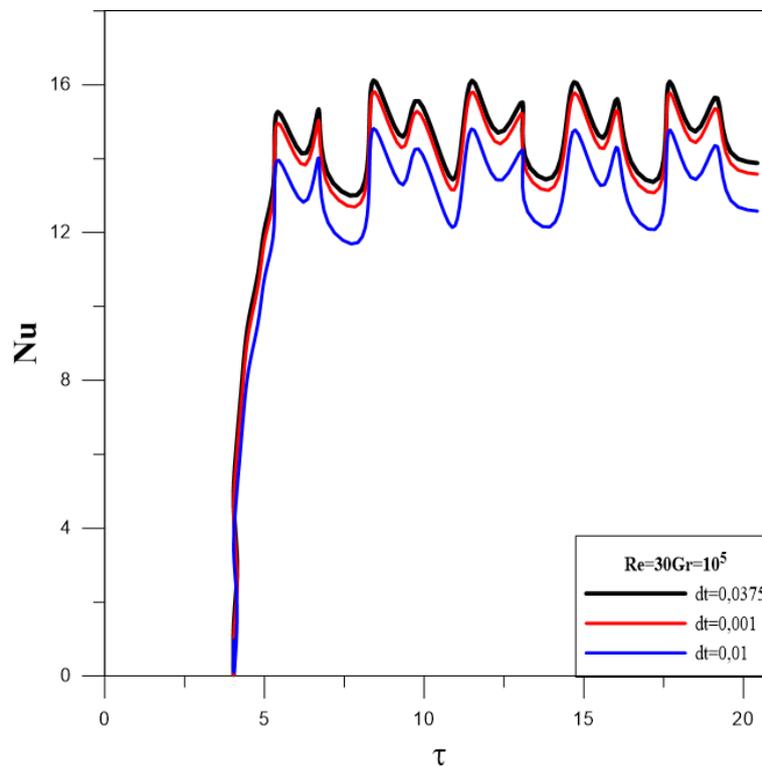
L'influence du nombre de nœuds sur le nombre de Nusselt moyen à la paroi chaude ( $\overline{Nu}$ ) est résumée dans le **tableau III.1**. Pour un nombre de Grashof de  $Gr = 10^5$  et un nombre de Reynolds  $Re = 30$ . Ces résultats ont été obtenus avec des maillages similaires à ceux de la **figure III.4** ; Il est démontré que l'augmentation du nombre de nœuds entraîne une amélioration de la précision

Nœuds	623	1 256	2314	3172	3350
$Nu_{moy}$	7.245350	7.329336	7.328423	7.3283269	7.3283325

**Tableau III. 1:** Nusselt moyen pour différents maillages considérés.

### III.3.2 Etablissement du régime (périodique établi)

En raison de la variabilité et de la périodicité du phénomène étudié pour les premières valeurs du temps, il serait pertinent de prendre en compte les résultats au-delà d'une valeur appelée temps d'établissement du régime. Il sera procédé de la manière suivante : à un pas de temps ( $dt$ ) et à une vitesse de rotation ( $\omega$ ), la solution est itérée jusqu'à ce qu'elle atteigne la convergence. On répète le processus pour les pas de temps suivants jusqu'à ce que la limite maximale du temps soit atteinte. Le Nusselt moyen est calculé pour chaque itération du temps, c'est-à-dire pour chaque position des ailettes et du cylindre. Pendant le processus, un phénomène périodique est observé à partir d'un certain temps ( $\tau=10$ ), comme illustré dans les figures IV.4 et VI.5, qui illustrent la variation du nombre de Nusselt moyen au fil du temps.



**Figure III. 5:** Nusselt moyen en fonction du temps sur le cylindre intérieur + ailette.

## Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons exposé les résultats numériques clés concernant une cavité cylindrique avec deux ailettes rectangulaires sur le cylindre intérieur dans différentes positions (droite, inclinée  $-45^\circ$  et  $+45^\circ$ ).

Il a été observé que la rotation du cylindre intérieur, la position de l'ailette et les nombres de Reynolds et de Grashof ont une influence significative sur le débit et la qualité des communications thermiques.

Dans ce contexte, on a constaté que :

- La structure de l'écoulement est bicellulaire pour les bas nombres de Reynolds ( $Re < 100$ ) et les grands nombres Grashof ( $Gr > 10^4$ )
- Lorsque la valeur de  $Re$  augmente tandis que celle de  $Gr$  diminue, l'écoulement devient monocellulaire et les lignes d'isothermes sont concentriques (stratification thermique), ce qui est caractéristique d'un régime doté de la conduction.
- L'existence des deux modes de transfert de chaleur est illustrée par les isothermes.
- De plus, il est évident que la convection mixte est extrêmement sensible à la variation du régime d'écoulement, ce qui se manifeste par les nombres de Grashof et Reynolds.

Pour tous cas étudiés, le meilleur taux de transfert de chaleur est obtenu lorsque le cylindre intérieur est occupé des ailettes inclinées à  $-45^\circ$

L'effet de la position des ailettes sur le cylindre intérieur, montre que les échanges thermiques s'améliorent pour les cas où les ailettes sont inclinées à  $-45^\circ$

Par ailleurs, la convection mixte est évidemment très sensible à la variation du régime d'écoulement cela à travers les nombre Grashof et Reynolds, tel que l'augmentation de  $Gr$  à une conséquence directe sur l'accroissement des échanges thermique. Par contre, l'augmentation de second ( $Re$ ) diminue le taux de transfert de chaleur dans l'enceinte.

# **Conclusion Général**

## Conclusion Générale

Au cours de ce mémoire, nous avons étudié le phénomène de convection mixte dans une cavité annulaire. Le cylindre intérieur est chauffé et équipé des ailettes, tandis que le cylindre extérieur est moins chaud. L'objectif de cette investigation est de saisir les mécanismes de transfert de chaleur causés par un tel écoulement. La résolution de ce problème a été réalisée en utilisant une méthode numérique basée sur la méthode des volumes finis. Le code de calcul commercial est utilisé pour la discrétisation des équations gouvernantes, qui sont résolues à l'aide de l'algorithme SIMPLE.

Suite à une étude bibliographique des travaux précédents, nous avons examiné la modélisation numérique des transferts de chaleur par convection mixte. On a validés les résultats dans le cas d'un espace annulaire sans ailettes sur le cylindre intérieur en rotation, avec les travaux expérimentaux et les résultats numériques menés par T.S Lee [11].

Ensuite, nous avons effectué une étude paramétrique en tenant compte de l'influence de certains paramètres tels que le nombre de Reynolds ( $Re$ ), le nombre de Grashof ( $Gr$ ). La description des résultats repose sur les formes des isothermes, des lignes de courants et le nombre de Nusselt pour diverses positions et régimes. Les différentes conclusions ont démontré que l'augmentation du nombre de Grashof a un impact significatif sur l'écoulement et les échanges thermiques. On a également observé que pour des concentrations élevées de Reynolds, les transferts de chaleur dans la cavité diminuent.

Dans tous les cas examinés, le taux de transfert de chaleur le plus élevé est obtenu lorsque le cylindre intérieur est muni d'ailettes inclinées à  $-45^\circ$ . L'impact de la position des ailettes sur le cylindre intérieur révèle une amélioration des échanges thermiques lorsque l'ailette est située à  $-45^\circ$ . Étant donné que notre recherche s'est concentrée sur la problématique d'un écoulement laminaire, il serait intéressant pour un travail ultérieur d'examiner le régime turbulent afin de compléter cette recherche. Il est également possible d'explorer d'autres options, telles que le remplacement du fluide utilisé, l'air, par un fluide complexe, voire un nano fluide, ou même un écoulement multiphasique.

# **Références Bibliographiques**

## Références Bibliographiques

- [1] S. SADDAM, «Amélioration de la convection mixte dans un dissipateur de chaleur à ailette elliptique creuse », mémoire de master, Université «Mohamed Boudiaf», M<sup>°</sup>sillaAlgérie (2015).
- [2] Holman J.P« heat transfert.A partical approach».2nd edition,(1997),p47-59.
- [3] Kirk D.Hagen, Heat transfer with application.
- [4] Rigot G, «Echangeurs : L'évolution technologique des échangeurs ailettes». Revue pratique du froid et conditionnement d'air, vol.770, (mars1993), pp.30-34
- [5] H.Kuehn ET R.J.Goldstein, «An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders», J. Fluid Mech. vol. 74, part 4, pp. 695-719, (1976)
- [6] Mohammad Rahnama, Mousa Farhadi, «Effect of radial fins on two-dimensional turbulent natural convection in a horizontal annulus», International Journal of Thermal Sciences 43, 255–264, (2004)
- [7] Bassam A/K Abu-Hijleh« Optimized use of baffles for reduced natural convection heat transfer from a horizontal cylinder» International Journal of Thermal Sciences, Vol 1061 1071, (2003)
- [8] D. Alshahrani et O. Zeitoun, «convection in horizontal annulus with fins attached to inner cylinder», submitted to Int. J. Heat and Technology, (2005)
- [9] P. Teertstra, M. M. Yovanovich and J. R. Culham, 99analytical modeling of natural convection in horizontal annuli99.
- [10] Toru Fusegi, Bakhtier Farouk Et Kenneth S. Ball Mixed-Convection Flows Within A Horizontal Concentric Annulus With A Heated Rotating Inner Cylinder «Numerical Heat Transfer», vol. 9, pp. 591-604, (1986)
- [11] T. S. Lee, «numerical computation of fluid convection Withe air enclosed between the annuli of eccentric heated horizontal rotating cylinder computers fluids» vol. 21, no. 3, pp. 355-368, 1992
- [12] J S Yoo, « Mixed convection of air between two horizontal concentric cylinders with a cooled rotating outer cylinder» Inf. J. Heat Maw Transfer. Vol. 41, No. 2, pp. 293-302, 1998
- [13] M. A. Teamah, « Numerical simulation of double diffusive laminar mixed convection in a horizontal annulus with hot, solutal and rotating inner cylinder », Int. J. of Thermal Sciences 46, 637–648,(2007).

[14] Boussinesq. (1903) «Théorie Analytique de la chaleur, » mise en harmonie avec la thermodynamique et avec la théorie mécanique de la lumière, (vol.2).

[15] S. V. Patankar. «Numerical heat transfer and fluid flow », Hemisphere publishing corporation, États-Unis d'Amérique, ISBN 0-89116-522-3 (1980).

# **ANNEXES**

## Annexe : Méthode des volumes finis

### 1. Forme générale des équations du problème:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + S_\phi$$

$\phi$  : La propriété transportée

$\Gamma$  : Le coefficient de diffusion

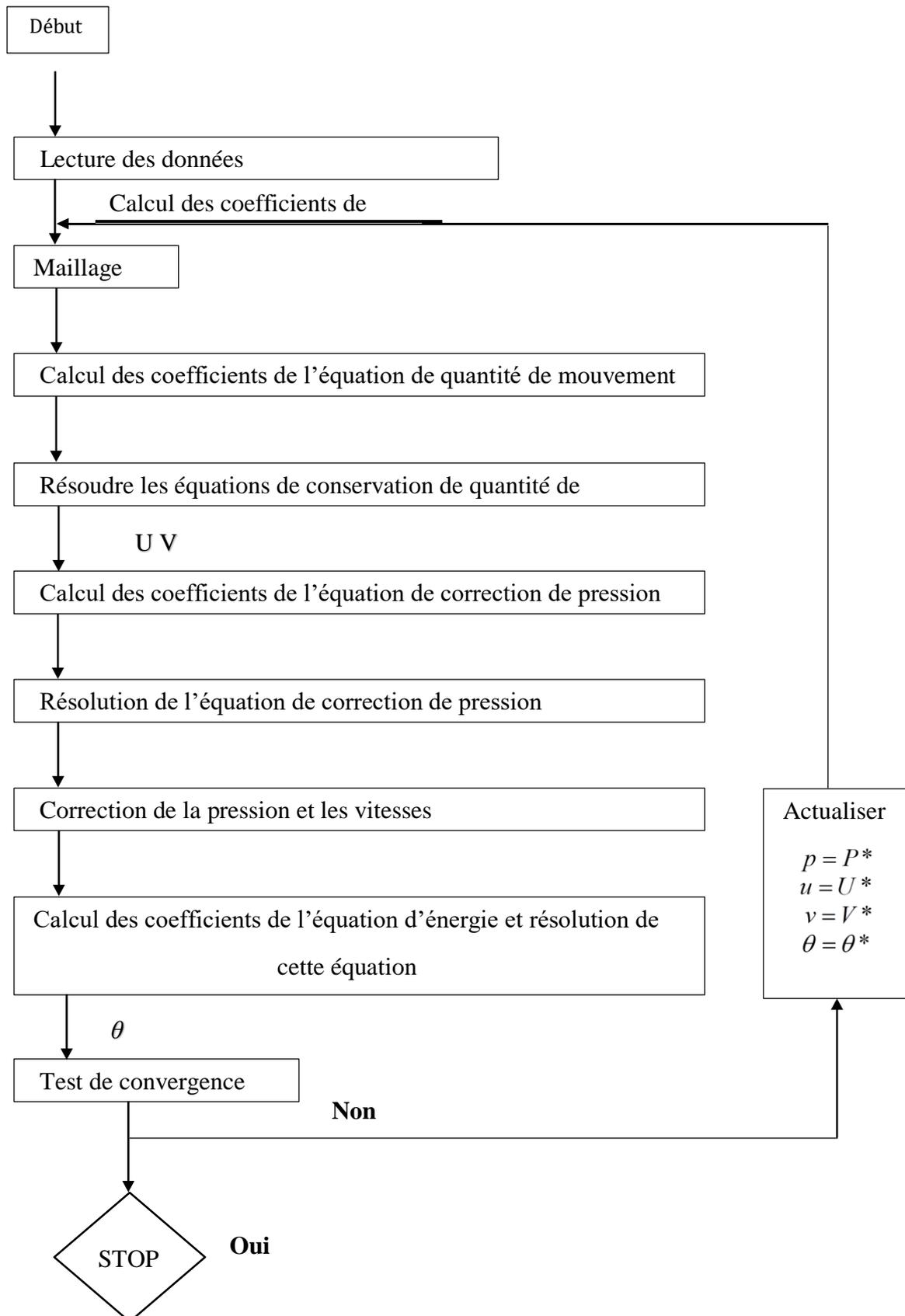
$S_\phi$  : Le terme source qui inclut également le gradient de pression

Le tableau ci-dessous résume les valeurs que la variable  $\phi$  prend dans les différentes équations de la convection mixte.

Grandeurs	$\phi$	$\Gamma_\phi$	$S_\phi$
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement Selon x	$u$	$\nu$	$\frac{\partial P}{\partial x}$
Quantité de mouvement Selon y	$v$	$\nu$	$-\frac{\partial p}{\partial y} + g\beta(T - T_0)$
Énergie	$T$	$\lambda / C_p$	0

**Tableau 1A nnexte:** Les termes de l'équation de transport.

## 2. Organigramme de calcul SIMPLE



## Résumé

Ce travail est une simulation numérique de la convection mixte dans une cavité cylindrique en présence des ailettes sur le cylindre intérieur avec un  $Pr=0.71$ , dans lequel circule un fluide incompressible et Newtonien (air). Les équations gouvernantes de ce problème sont : l'équation de conservation de la masse, les équations de Navier Stokes et l'équation de conservation d'énergie.

La méthode des volumes finis est utilisée pour résoudre les équations régissant notre système, par l'algorithme SIMPLE. Les recherches sont faites pour diverses combinaisons de nombres adimensionnels ; nombre de Reynolds ( $Re$ ), nombre de Grashof ( $Gr$ ), nombre de Nusselt ( $Nu$ ) et le sens de rotation du cylindre intérieur est antihoraire. Les résultats trouvés indiquent que l'échange thermique sur le cylindre extérieur et intérieur caractérisé par le nombre de Nusselt diminue en augmentant le nombre de Reynolds, et augmente en augmentant le nombre de Grashof. Le taux de transfert de chaleur le plus élevé est obtenu lorsque le cylindre intérieur est équipé d'ailettes inclinées à  $-45^\circ$ .

**Mot clé :** cavité cylindrique, simulation numérique, ailettes, la méthode des volumes fini

---

## Abstract

This work is a numerical simulation of mixed convection in a cylindrical cavity in the presence of fins on the inner cylinder with a  $Pr=0.71$ , in which an incompressible Newtonian fluid (air) flows. The governing equations of this problem are: the conservation of mass equation, the Navier Stokes equations and the conservation of energy equation.

The finite volume method is used to solve the equations governing our system, using the SIMPLE algorithm. Investigations are carried out for various combinations of dimensionless numbers; Reynolds number ( $Re$ ), Grashof number ( $Gr$ ), Nusselt number ( $Nu$ ) and the direction of rotation of the inner cylinder is counterclockwise. The results found indicate that heat exchange on the outer and inner cylinder characterised by the Nusselt number decreases as the Reynolds number increases, and increases as the Grashof number increases. The highest heat transfer rate is obtained when the inner cylinder is fitted with fins inclined at  $-45^\circ$ .

**Key words:** cylindrical cavity, numerical simulation, wings, finite volume method

## Résumé

Ce travail est une simulation numérique de la convection mixte dans une cavité cylindrique en présence des ailettes sur le cylindre intérieur avec un  $Pr=0.71$ , dans lequel circule un fluide incompressible et Newtonien (air). Les équations gouvernantes de ce problème sont : l'équation de conservation de la masse, les équations de Navier Stokes et l'équation de conservation d'énergie.

La méthode des volumes finis est utilisée pour résoudre les équations régissant notre système, par l'algorithme SIMPLE. Les recherches sont faites pour diverses combinaisons de nombres adimensionnels ; nombre de Reynolds (  $Re$  ), nombre de Grashof (  $Gr$  ), nombre de Nusselt (  $Nu$  ) et le sens de rotation du cylindre intérieur est antihoraire. Les résultats trouvés indiquent que l'échange thermique sur le cylindre extérieur et intérieur caractérisé par le nombre de Nusselt diminue en augmentant le nombre de Reynolds, et augmente en augmentant le nombre de Grashof. Le taux de transfert de chaleur le plus élevé est obtenu lorsque le cylindre intérieur est équipé d'ailettes inclinées à  $-45^\circ$ .

**Mot clé :** cavité cylindrique, simulation numérique, ailettes, la méthode des volumes fini

---

## Abstract

This work is a numerical simulation of mixed convection in a cylindrical cavity in the presence of fins on the inner cylinder with a  $Pr=0.71$ , in which an incompressible Newtonian fluid (air) flows. The governing equations of this problem are: the conservation of mass equation, the Navier Stokes equations and the conservation of energy equation.

The finite volume method is used to solve the equations governing our system, using the SIMPLE algorithm. Investigations are carried out for various combinations of dimensionless numbers; Reynolds number ( $Re$ ), Grashof number ( $Gr$ ), Nusselt number ( $Nu$ ) and the direction of rotation of the inner cylinder is counterclockwise. The results found indicate that heat exchange on the outer and inner cylinder characterised by the Nusselt number decreases as the Reynolds number increases, and increases as the Grashof number increases. The highest heat transfer rate is obtained when the inner cylinder is fitted with fins inclined at  $-45^\circ$ .

**Key words:** cylindrical cavity, numerical simulation, wings, finite volume methods

