



République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université A.MIRA Bejaia

Faculté de Technologie Département de Génie Electrique

### **Projet de fin d'études**

En vue de l'obtention du diplôme de Master en Electromécanique

Spécialité : Maintenance Industrielle

### **Thème :**

**Effet de l'instant de remplacement sur l'efficacité de la maintenance  
des systèmes multi-composants**

**Réalisé par :**

- ❖ GADOUM Sami
- ❖ TADJOURI Housseem

**Devant le jury composé de :**

- ❖ Président : Mr. ZOUGAB
- ❖ Examineur : Mr. IMAOUCHEN
- ❖ Promoteur : Mr. AIT MOKHTAR

**2023/2024**

## *Remerciements*

*Avant tout, nous remercions **Allah** tout puissant qui nous donne de la foi, du courage et de patience afin d'accomplir ce modeste travail.*

*Nous tenons à exprimer nos sincères remerciements et notre profonde gratitude à notre promoteur **Mr. AIT MOKHTAR** pour ses conseils qui ont permis l'achèvement de ce mémoire.*

*Nous tenons également à remercier l'ensemble de membres de jury qui nous ont fait l'honneur de juger ce travail.*

*Nous remercions tous les enseignants qui ont contribué à notre formation sans exception.*

## *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste  
travail :*

*Mes chers parents*

*Pour tous leurs sacrifices, encouragements, et soutiens tout au  
long de mes études, de l'école primaire jusqu'au jour  
d'aujourd'hui.*

*Que ce travail soit la preuve de mon éternelle reconnaissance, amour et  
respect. Sans oublié mon grand-mère, Qui m'a encouragé, à sa façons.*

*Mes frères*

*Lamine et hamza, Lotfi et Zakaria.*

*Mon autre frère qui est à l'étranger "AMARI Abdnacer".*

*Et Je dédie ce  
travail :*

*A mon Binôme "GADOUME Sami".*

*A tous ma famille. A tous mes amis.*

*Sans exception mon deuxième famille RCK.*

*Sans oublier ma future femme "S. Nardjessa".*

*Et a toute la promotion Master II Maintenance Industrielle (2023-2024)*

*Housseem*

## *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste  
travail*

*Mes chers parents*

*Pour tous leurs sacrifices, encouragements, et soutiens tout au  
long de mes études, de l'école primaire jusqu'aujourd'hui.  
Que ce travail soit la preuve de mon éternelle reconnaissance, amour et  
respect. Sans oublié ma grand-mère, Qui m'a encouragé, à sa façons.*

*Mes sœurs*

*Ibtissem, Ghouzlene et imane  
Ma petite sœur ariame.*

*Et Je dédie ce  
travail*

*A tous ma famille. A tous mes amis.  
A mon Binôme "TADJOURI Housseem".  
Et a toute la promotion Master II Maintenance Industrielle (2023-2024)*

*samí*

# Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Liste des symboles

<b>Introduction générale</b> .....	<b>1</b>
<b>Chapitre I Généralités sur la maintenance et fiabilité</b>	
<b>I.1. Introduction</b> .....	<b>2</b>
<b>I.2. La maintenance</b> .....	<b>2</b>
<b>I.2.1. Définition de la maintenance</b> .....	<b>2</b>
<b>I.2.2. Le rôle de la maintenance</b> .....	<b>2</b>
<b>I.2.3 Type de maintenance</b> .....	<b>2</b>
<b>I.2.3.1 Maintenance corrective</b> .....	<b>2</b>
<b>I.2.3.2 Maintenance préventive</b> .....	<b>3</b>
<b>I.2.3.2.1 Maintenance préventive systématique</b> .....	<b>3</b>
<b>I.2.3.2.2 Maintenance préventive conditionnelle</b> .....	<b>3</b>
<b>I.3 Fiabilité</b> .....	<b>3</b>
<b>I.3.1 Principales Fonctions statistique utilisées en fiabilité</b> .....	<b>3</b>
<b>I.3.1.1 Fonction de fiabilité et de répartition</b> .....	<b>4</b>
<b>I.3.1.2 Densité de probabilité</b> .....	<b>4</b>
<b>I.3.1.3 Taux de défaillance</b> .....	<b>4</b>
<b>I.3.2 Principales lois de probabilités utilisées en fiabilité</b> .....	<b>4</b>
<b>I.3.2.1 Loi exponentielle</b> .....	<b>4</b>
<b>I.3.2.2 Loi de Weibull</b> .....	<b>5</b>
<b>I.3.3 La fiabilité des systèmes</b> .....	<b>5</b>
<b>I.3.3.1 Configuration en série</b> .....	<b>5</b>
<b>I.3.3.2 Configuration en parallèle</b> .....	<b>6</b>
<b>I.3.3.3 Configuration mixte</b> .....	<b>7</b>
<b>I.4 Efficacité de maintenance</b> .....	<b>7</b>
<b>I.4.1 Modèles de base</b> .....	<b>8</b>
<b>I.4.1.1 modèle de maintenance minimale ABAO (As Bad As Old)</b> .....	<b>8</b>

I.4.1.2 modèle de maintenance parfaite AGAN (As Good As New) .....	9
I.4.2 modèle de maintenance imparfaite.....	10
I.4.2.1 modèles de réduction d'intensité de défaillance .....	10
I.4.2.1.1 Le modèle de réduction arithmétique d'intensité de défaillance.....	10
I.4.2.1.2 Le modèle de réduction géométrique d'intensité de défaillance .....	11
I.4.2.2 Les modèles de réduction de l'âge virtuel .....	12
I.4.2.2.1 Le modèle de réduction proportionnelle de l'âge virtuel .....	12
I.5 Conclusion .....	13
Chapitre II Ajustement des paramètres de la loi Weibull pour un system série	
II.1 Introduction .....	14
II.2 Ajustement des paramètres de la loi de weibull .....	14
II.2.1 Objectif de l'Ajustement .....	14
II.2.2 Estimation des paramètres de weibull pour un système multi-composants .....	14
II.3 La méthode des moindres carrés .....	15
II.3.1 Définition .....	15
II.3.2 La régression polynomiale .....	15
II.3.3 Ajustement par la méthode des moindres carrés .....	16
II.3.4 Le coefficient de détermination ( $R^2$ ) : .....	16
II.4 Exemple d'application .....	17
II.5 Conclusion.....	19
Chapitre III : L'évaluation de l'efficacité de la maintenance d'un système multi-composant	
III.1. Introduction .....	20
III.2. l'efficacité de la maintenance des systèmes multi-composants.....	20
III.3. L'explication de la démarche du travail.....	21
III.3.1. L'étude d'un système série multi composant .....	21
III.3.1.1. Avant de remplacement .....	21
III.3.1.2. Estimation des paramètres d'efficacité initiaux selon la loi de weibull.....	23
III.3.1.2 Ajustement des paramètres d'efficacité de la loi de Wei bull .....	23
III.3.2. Après de remplacement .....	24

<b>III.3.2.1. L'interprétation des simulations .....</b>	<b>25</b>
<b>III.3.2.1.1. Modèle de réduction arithmétique .....</b>	<b>26</b>
<b>III.3.2.1.2. Modèle de réduction géométrique .....</b>	<b>27</b>
<b>III.3.2.1.3. Modèle de réduction d'âge virtuel .....</b>	<b>28</b>
<b>III.4 Effet des instants de remplacement sur l'efficacité de la maintenance du système</b>	<b>29</b>
<b>III.4.1. évolution du paramètre de réduction arithmétique.....</b>	<b>30</b>
<b>III.4.2. évolution du paramètre de réduction géométrique.....</b>	<b>31</b>
<b>III.4.3. évolution du paramètre de réduction d'âge virtuel .....</b>	<b>33</b>
<b>III.4.5. Confirmation des résultats de notre ajustement .....</b>	<b>34</b>
<b>III.5 Conclusion .....</b>	<b>35</b>
<b>Conclusion générale .....</b>	<b>37</b>

## Liste des figures

### Chapitre I Généralités sur la maintenance et fiabilité

<b>Figure I.1</b> : diagramme de fiabilité d'un système série.....	6
<b>Figure I.2</b> : diagramme de fiabilité d'un système parallèle.....	6
<b>Figure I.3</b> : diagramme de fiabilité d'un système mixte .....	7
<b>Figure I.4</b> : les modèles d'efficacité de maintenance.....	8
<b>Figure I.5</b> : l'intensité de défaillance dans le cas de maintenance ABAO (selon la loi de Weibull pour $\beta=2.987$ et $\eta=67.58$ ).....	9
<b>Figure I.6</b> : l'intensité de défaillance dans le cas de maintenance AGAN(selon la loi de weibull $\beta=2.987$ et $\eta=67.58$ ) .....	10
<b>Figure I.7</b> : modèle de réduction arithmétique selon la loi de weibull pour $\beta=2.987$ , $\eta=67.58$ , $\delta=0.0204$ .....	11
<b>Figure I.8</b> : modèle de réduction géométrique pour $\beta=2.987$ , $\eta=67.58$ , $\alpha= 0.250$ .....	12
<b>Figure I.7</b> : le modèle de réduction proportionnelle de l'âge virtuel selon loi de Weibull pour $\beta=2.987$ , $\eta=67.58$ , $\rho=0.3583$ .....	13

### Chapitre II Ajustement des paramètres de la loi Weibull pour un system série

<b>La figure II.1</b> : les courbes des intensités de défaillances des composants et du système série .....	18
<b>La figure II.2</b> : l'ajustement de la courbe d'intensité de défaillance de système .....	19

### Chapitre III : L'évaluation de l'efficacité de la maintenance d'un système multi-composant

<b>La figure III.1</b> : diagramme de fiabilité d'un système série et les courbes des intensités de défaillances des composants et du système série avant la maintenance .....	22
<b>Figure III.2</b> : ajustement de la courbe d'intensité de défaillance .....	23
<b>La figure III.3</b> : le diagramme de fiabilité d'un système série et les courbes des intensités de défaillances des composants et du système sérier après la maintenance .....	24
<b>Figure III.4</b> : l'évolution de l'intensité de défaillance suivant le modèle de réduction arithmétique.....	26
<b>Figure III.5</b> : l'évolution de l'intensité de défaillance suivant le modèle de réduction géométrique.....	27
<b>Figure III.6</b> : l'évolution de l'intensité de défaillance suivant le modèle de réduction d'âge virtuel .....	28
<b>Figure III.7</b> : évolution du paramètre de réduction arithmétique .....	31
<b>Figure III.8</b> : évolution du paramètre de réduction géométrique.....	32

<b>Figure III.9:</b> évolution de paramètre de réduction d'âge virtuel.....	33
<b>Figure III.10:</b> l'évolution des modèles de réduction d'intensité de défaillance et modèle imparfaite après de remplacement et l'évolution de modèle minimale.....	34

## Liste des tableaux

### Chapitre III : L'évaluation de l'efficacité de la maintenance d'un système multi-composant

<b>Tableau 1</b> : les résultats du calcul des facteurs de réduction pour chaque modèle –série .....	26
<b>Tableau 2</b> : les résultats du calcul des facteurs de réduction pour chaque modèle –série à tous les instants .....	30
<b>Tableau 3</b> : les résultats du calcul des factures de réduction pour chaque modèle : .....	34

## Liste des symboles

$R(t)$	La fonction de fiabilité.
$F(t)$	Fonction de répartition.
$f(t)$	Fonction de densité de probabilité.
$\lambda(t)$	Intensité de défaillance.
$R_i(t)$	Étant la loi de fiabilité du composant i.
$\delta$	Facteur de réduction arithmétique d'intensité de défaillance
$\alpha$	Facteur de réduction géométrique d'intensité de défaillance
$\rho$	Facteur de réduction d'âge

# **Introduction générale**

# *Introduction générale*

---

## **Introduction générale**

La maintenance industrielle est une discipline cruciale pour assurer la continuité et l'efficacité des opérations dans les environnements de production. Elle englobe l'ensemble des actions et des stratégies mises en place pour maintenir les équipements et les installations en bon état de fonctionnement. Dans le domaine complexe de la maintenance industrielle, les systèmes multicomposants représentent des architectures techniques où la fiabilité et la performance globale dépendent étroitement de l'état et du fonctionnement interconnecté de plusieurs composants. La gestion optimale de ces systèmes constitue un défi majeur pour les ingénieurs et les gestionnaires de maintenance, notamment en ce qui concerne la stratégie et le moment précis de remplacement des composants.

L'instant de remplacement, communément appelé "temps d'intervention", apparaît comme un paramètre critique qui influence directement l'efficacité globale du processus de maintenance. Ce moment charnière conditionne non seulement la continuité opérationnelle du système mais également son coût total de possession, sa fiabilité et sa durabilité.

Problématique :

Comment l'instant de remplacement des composants dans un système multicomposants influence-t-il significativement l'efficacité globale de la maintenance, en considérant les interactions complexes entre les différents éléments du système, les contraintes économiques et les impératifs de performance ?

Nous nous intéressons dans ce travail à la maintenance préventive appliqué aux systèmes multi-composants en série.

Pour atteindre cet objectif, notre travail est organisé comme suit :

Le premier chapitre concerne les généralités sur la maintenance et la fiabilité, ou l'on présente leurs : définitions, rôles et modélisations.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des outils et méthodes utilisées pour l'ajustement et l'estimation des paramètres d'efficacité suivant la loi de Weibull.

Le troisième chapitre expose, l'application de la méthode proposée sur un système multi composant en série.

Enfin nous concluons par un bilan et des perspectives de notre travail.

**Chapitre I**

**Généralités sur la**

**maintenance et la fiabilité**

## **I .1. Introduction**

La maintenance est devenue essentiel pour assurer le bon fonctionnement et la compétitivité d'une entreprise. Chaque domaine d'activité est intéressé par la fiabilité et l'état de leurs équipements de production.

Dans ce chapitre, nous allons présenter les concepts fondamentaux de la maintenance, qui comprennent la maintenance préventive, corrective, conditionnelle et systématique aussi son rôle et son efficacité. Nous allons introduire les notions de fiabilité et les modèles d'efficacité de maintenance, allant de la maintenance minimale à la maintenance parfaite, en incluant les approches de maintenance imparfaite.

## **I .2. La maintenance**

### **I.2.1. Définition de la maintenance**

La norme AFNOR (NF X 60-000) définit la maintenance comme étant : ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de management durant le cycle de vie d'un bien, destinées à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans lequel il peut accomplir la fonction requise [1].

La maintenance comprend les opérations de dépannage, de réparation, de réglage, de révision, de contrôle et de vérification des équipements, qu'ils soient matériels (machines, véhicules, produits manufacturés, etc.) ou immatériels.

### **I.2.2. Le rôle de la maintenance**

L'objectif est de garantir que les équipements sont opérationnels et disponibles pour la production grâce à ces mesures.

- ❖ Minimiser les coûts de maintenance.
- ❖ Augmenter la durée de vie utile des équipements.
- ❖ Réduire les accidents et les risques pour la sécurité des individus et de l'environnement [2].

### **I.2.3 Type de maintenance**

On peut distinguer plusieurs types d'interventions sur les équipements afin de les maintenir préventivement en état de marche, On distingue :

#### **I.2.3.1 Maintenance corrective**

La maintenance effectuée après la détection d'une panne et visant à remettre un bien en état de fonctionnement pour accomplir une tâche requise est appelée maintenance corrective. Les activités associées sont planifiées selon un calendrier basé sur un nombre prédéfini

d'unités d'usage (maintenance systématique) et/ou sur des critères prédéterminés indiquant l'état de dégradation du bien ou du service (maintenance conditionnelle) [2].

### **I.2.3.2 Maintenance préventive**

La norme AFNOR (FD X 60-000) décrit la maintenance préventive ainsi la maintenance exécutée à des intervalles prédéterminés ou selon des critères spécifiques, visant à diminuer la probabilité de défaillance ou la dégradation des performances d'un bien, se divise en plusieurs catégories [1].

#### **I.2.3.2.1 Maintenance préventive systématique**

La maintenance préventive réalisée à des intervalles de temps fixés ou après un certain nombre d'unités d'utilisation, sans vérification préalable de l'état du bien, est appelée maintenance systématique [2].

#### **I.2.3.2.2 Maintenance préventive conditionnelle**

La maintenance préventive basée sur la surveillance des performances du bien et/ou des paramètres critiques de son fonctionnement, incluant les actions correctives nécessaires, est appelée maintenance conditionnelle [2].

## **I.3 Fiabilité**

Selon AFNOR (NF-X 60-000), la fiabilité est la caractéristique d'un système, définie par la probabilité qu'il accomplisse la fonction pour laquelle il a été conçu, dans des conditions spécifiques et pendant une période déterminée [1].

La fiabilité est une discipline qui se base sur la durée de vie des équipements. Elle représente la capacité d'un équipement à fonctionner correctement pendant une durée définie dans des conditions spécifiques. Pour assurer une maintenance efficace, une compréhension approfondie du matériel est nécessaire. Les lois de survie ou de fiabilité les plus réalistes sont utilisées pour cela [3].

### **I.3.1 Principales Fonctions statistique utilisées en fiabilité**

Le moment où survient la défaillance d'un élément est imprévisible et aléatoire. Nous qualifions cela de variable aléatoire. Une variable aléatoire  $T$  est une variable à laquelle, pour chaque valeur  $t$ , une probabilité est associée. La relation entre une variable aléatoire et la probabilité qui lui est associée constitue une loi de probabilité.

### I.3.1.1 Fonction de fiabilité et de répartition

La probabilité qu'un système fonctionne sans panne pendant la période  $[0, t]$  est appelée fonction de fiabilité, notée  $R(t)$ .

$$R(t) = 1 - F(t) = P(T > t) \quad (\text{I.1})$$

En revanche, la probabilité qu'un système subisse au moins une défaillance avant le temps  $t$  est représentée par la fonction de répartition, notée  $F(t)$  [3].

### I.3.1.2 Densité de probabilité

La probabilité d'avoir une défaillance à un instant précis  $t$  est représentée par la fonction de densité de probabilité  $f(t)$ . Cette fonction est la dérivée de la fonction de répartition  $F(t)$  par rapport à  $t$  [3].

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt} \quad (\text{I.2})$$

### I.3.1.3 Taux de défaillance

Le taux de défaillance instantané, noté  $\lambda(t)$ , représente la probabilité qu'une défaillance d'un dispositif se produise dans l'intervalle de temps  $[t, t + dt]$ , sachant que ce dispositif a fonctionné correctement jusqu'à l'instant  $t$ .

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{-\frac{dR(t)}{dt}}{R} \quad (\text{I.3})$$

## I.3.2 Principales lois de probabilités utilisées en fiabilité

Parmi les nombreuses lois de fiabilité existantes, les plus couramment utilisées sont la loi exponentielle, la loi de Weibull, la loi normale et la loi Gamma. Nous allons définir quelque loi

### I.3.2.1 Loi exponentielle

La loi exponentielle est couramment employée en fiabilité, particulièrement dans le domaine de l'électronique [3].

La loi exponentielle est caractérisée par :

➤ Fonction de répartition :

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad t \geq 0 \quad (\text{I.4})$$

➤ Densité de probabilité :

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad (\text{I.5})$$

➤ La fiabilité :

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (\text{I.6})$$

➤ Le taux de défaillance :

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)} = \lambda \quad \lambda > 0 \quad (\text{I.7})$$

### I.3.2.2 Loi de Weibull

La loi de Weibull s'avère particulièrement utile pour l'évaluation des fonctions de fiabilité d'un dispositif tout au long de son cycle de vie, qui se décompose en trois phases distinctes : la phase de jeunesse, la phase de vie utile et la phase de vieillesse. Cette loi englobe une large famille de lois de fiabilité, dont certaines découlent d'hypothèses spécifiques [3].

Cette loi a trois paramètres qui sont :

- ❖  $\beta$ : Paramètre de forme.
- ❖  $\eta$ : Paramètre d'échelle.
- ❖  $\gamma$ : Paramètre de position

➤ Sa fonction de fiabilité :

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad (\text{I.8})$$

➤ Taux instantané de défaillance:

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} \quad (\text{I.9})$$

### I.3.3 La fiabilité des systèmes

On peut déterminer la robustesse d'un système en étudiant sa structure, c'est-à-dire la manière dont ses composants sont agencés. En effet, la fiabilité globale dépend à la fois de la fiabilité de chaque composant individuel et de l'impact de leur état (en fonctionnement ou en panne) sur le système dans son ensemble [4].

La fiabilité d'un système dépend non seulement de la fiabilité de ses composants individuels, mais aussi de la manière dont ils sont organisés ou structurés. Cette organisation peut être représentée par des diagrammes de blocs de fiabilité configurés en série, parallèle et mixte [2].

#### I.3.3.1 Configuration en série

On dit qu'un système est en série du point de vue de la fiabilité, si la défaillance de n'importe lequel de ses éléments entraînerait la défaillance globale du système [3].  $R_S(t)$  représente la fiabilité d'un système constitué de "n" composants montés en série. La fiabilité  $R_S(t)$  d'un tel système est égale au produit des fiabilités respectives des composants, notées  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ . Autrement dit, un système est dit en série si la défaillance d'un seul composant entraîne la défaillance de l'ensemble du système, ce qui signifie que le système

fonctionne uniquement si tous ses composants fonctionnent correctement [4], peut être exprimée par :

$$R_s(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t) \tag{I.10}$$

➤ Le taux de défaillance d'un système en série :

$$\lambda_s(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) \tag{I.11}$$

La **Figure I.1** montré le diagramme de fiabilité d'un système série :



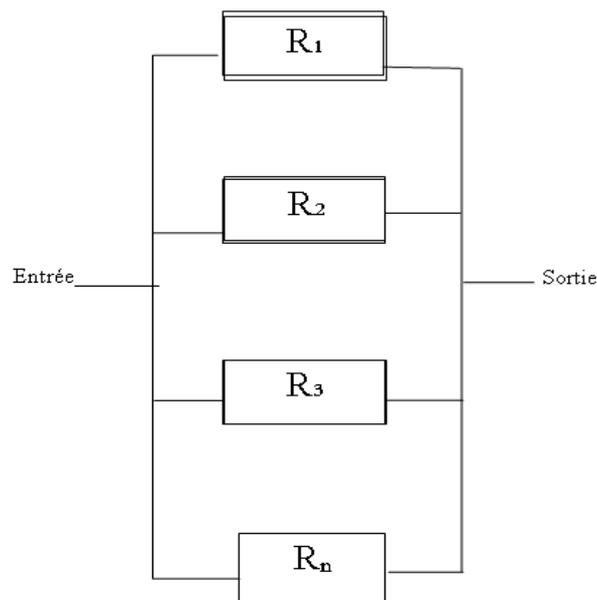
**Figure I.1** : diagramme de fiabilité d'un système série.

### I.3.3.2 Configuration en parallèle

Un système est considéré comme étant en parallèle du point de vue de la fiabilité si sa défaillance ne survient que lorsque tous ses éléments sont en panne. La fiabilité  $R_s(t)$  d'un tel système, composé de composants non réparables et indépendants, Le système fonctionnera tant qu'au moins un de ses composants est en bon état. Le système sera en panne uniquement si tous ses composants tombent en panne simultanément, peut être exprimée par :

$$R_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i(t)) \tag{I.12}$$

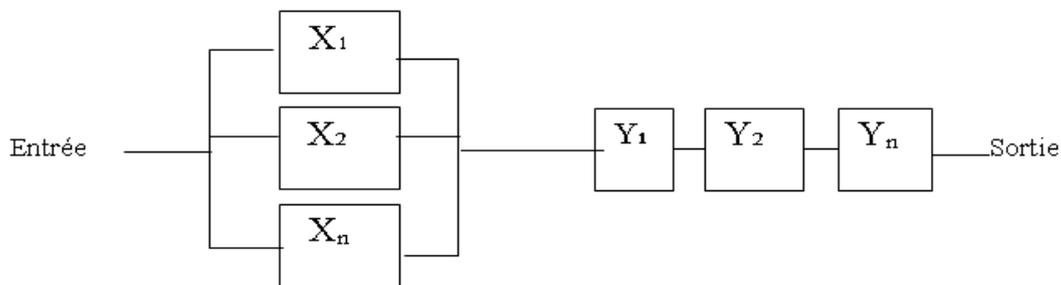
La **figure I.2** montré le diagramme de fiabilité d'un système parallèle



**Figure I.2** : diagramme de fiabilité d'un système parallèle

### I.3.3.3 Configuration mixte

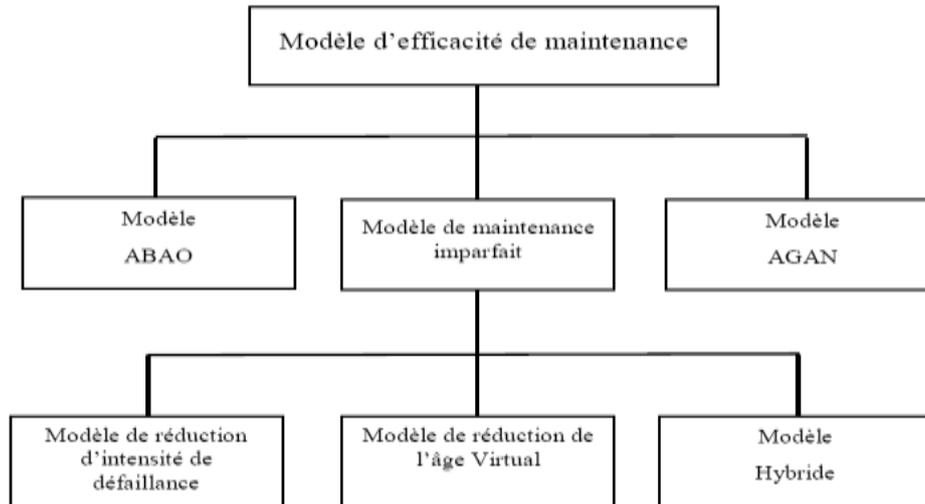
Ce système combine les deux systèmes précédents, ce qui signifie qu'il est soumis aux conditions de fonctionnement des deux configurations mentionnées. En d'autres termes, le système restera fonctionnel si au moins un composant  $X_n$  fonctionne et si tous les composants  $Y_n$  sont opérationnels (condition du système en parallèle). Toutefois, si au moins un composant  $Y_n$  tombe en panne, l'ensemble du système deviendra dysfonctionnel (condition du système en série), comme présenté dans la **figure (1.3)** [4]



**Figure I.3 :** diagramme de fiabilité d'un système mixte

## I.4 Efficacité de maintenance

Divers modèles ont été développés pour améliorer l'efficacité de la maintenance. Deux modèles de base sont couramment utilisés pour modéliser cette efficacité. D'une part, nous avons le modèle ABAO (as bad as old), qui suppose que la maintenance est inefficace. Selon ce modèle, après chaque intervention de maintenance, le système est remis en marche dans l'état exact où il se trouvait juste avant la défaillance (réparation minimale). D'autre part, le modèle AGAN (as good as new) suppose que la maintenance remet les équipements à neuf, c'est-à-dire que le système est restauré à son état initial après chaque intervention de maintenance (réparation parfaite). En pratique, les ingénieurs de maintenance rencontrent des difficultés, car l'effet de la maintenance est souvent ni parfait ni minimal. En réalité, la situation se trouve généralement entre ces deux extrêmes. On parle alors de maintenance imparfaite, dont l'objectif est de ramener les performances du composant à un niveau acceptable. Les modèles d'efficacité de maintenance sont représentés dans la **figure I.4 :**



**Figure I.4 :** les modèles d'efficacité de maintenance

### I.4.1 Modèles de base

On appelle modèles de base les deux types de réparations minimale et Parfaite, la première supposition est assurément bien trop pessimiste, la deuxième quant à elle est valable pour les composants défaillants remplacés par des composants neufs. Pour les systèmes composés de plusieurs composants, le remplacement d'un ou plusieurs composants peut causer une amélioration de l'état du système mais ne le remet pas à son état neuf.

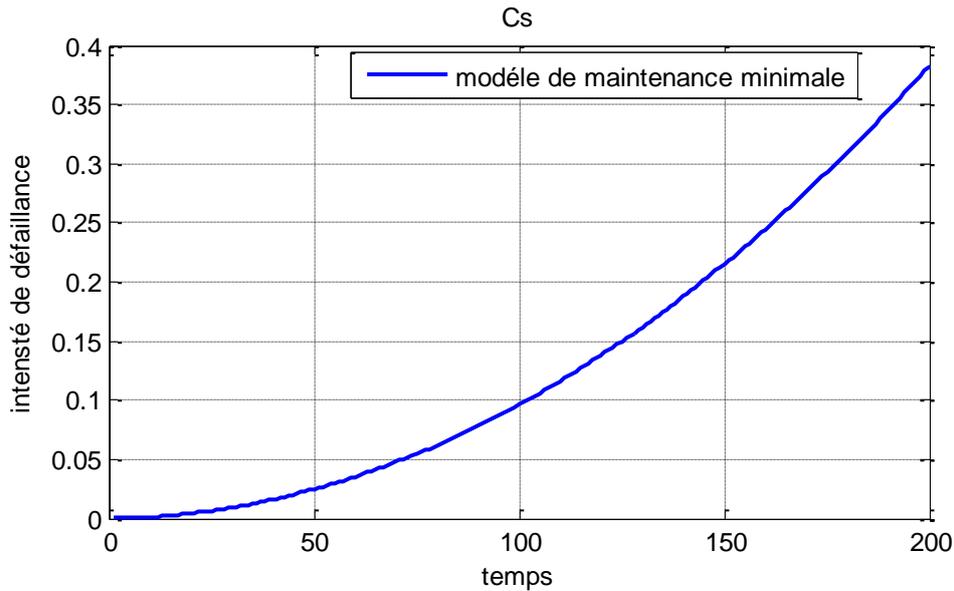
#### I.4.1.1 modèle de maintenance minimale ABAO (As Bad As Old)

Dans ce modèle, l'hypothèse est que l'action de maintenance est inefficace, ce qui signifie que l'intensité de défaillance du système n'est pas influencée par les actions de maintenance (absence de dégradation et d'amélioration du système), ce qui signifie que le système après l'action est aussi mauvais que vieux As Bad As Old (ABAO) [5].

La fonction d'intensité de défaillance (ou taux de défaillance) du système, dans le cas d'une maintenance (ABAO), ne dépend que du temps, elle est donnée par la formule suivante :

$$\lambda(t) = \lambda_0(t) \quad (\text{I.18})$$

$\lambda_0(t)$  représente la fonction d'intensité de défaillance initiale juste avant l'intervention de maintenance. La **figure I. 5** représente la courbe de la fonction d'intensité de défaillance.



**Figure I. 5:** l'intensité de défaillance dans le cas de maintenance ABAO (selon la loi de Weibull pour  $\beta=2.987$  et  $\eta=67.58$ )

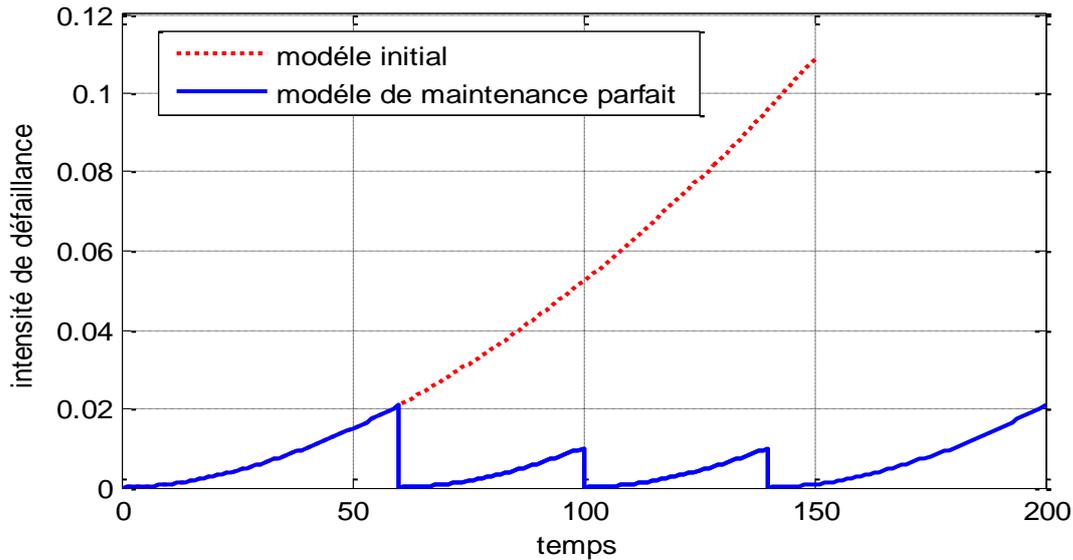
#### I.4.1.2 modèle de maintenance parfaite AGAN (As Good As New)

Le modèle de maintenance parfaite considère que chaque maintenance remet le système à neuf. Le système après maintenance est donc aussi bon que neuf ou en anglais As Good As New (AGAN). L'intensité de défaillance diminue après chaque maintenance, ce qui signifie que le système revient à son état initial après chaque maintenance [5].

Prenons l'hypothèse que le système reçoit des actions de maintenance à des moments successifs notés  $T_i$ , tels que  $i = 1, 2, 3, \dots, Im$ , donc à un moment  $t \in ]i, i + 1[$  la fonction d'intensité de défaillance pour une maintenance parfaite est représentée par :

$$\lambda(t) = \lambda_0(t - T_i) \quad (\text{I.19})$$

$Im$  : Le nombre total d'intervalles de temps entre les actions de maintenance successives.



**Figure I.6:** l'intensité de défaillance dans le cas de maintenance AGAN(selon la loi de weibull  $\beta=2.987$  et  $\eta=67.58$ )

## I.4.2 Modèle de maintenance imparfaite

La maintenance imparfaite est abordée selon deux approches distinctes. La première, appelée "réduction de l'intensité de défaillance", considère que la maintenance diminue l'intensité de défaillance du système proportionnellement à l'effet de la maintenance. La seconde approche, dite "réduction de l'âge virtuel", estime que la maintenance rajeunit le système. Une troisième approche peut être considérée et dans laquelle les deux premières classes sont incluses. L'effet de la maintenance est de réduire l'intensité de défaillance et l'âge virtuel du système. Cette classe est appelée "modèles hybrides"[5].

### I.4.2.1 Modèles de réduction d'intensité de défaillance

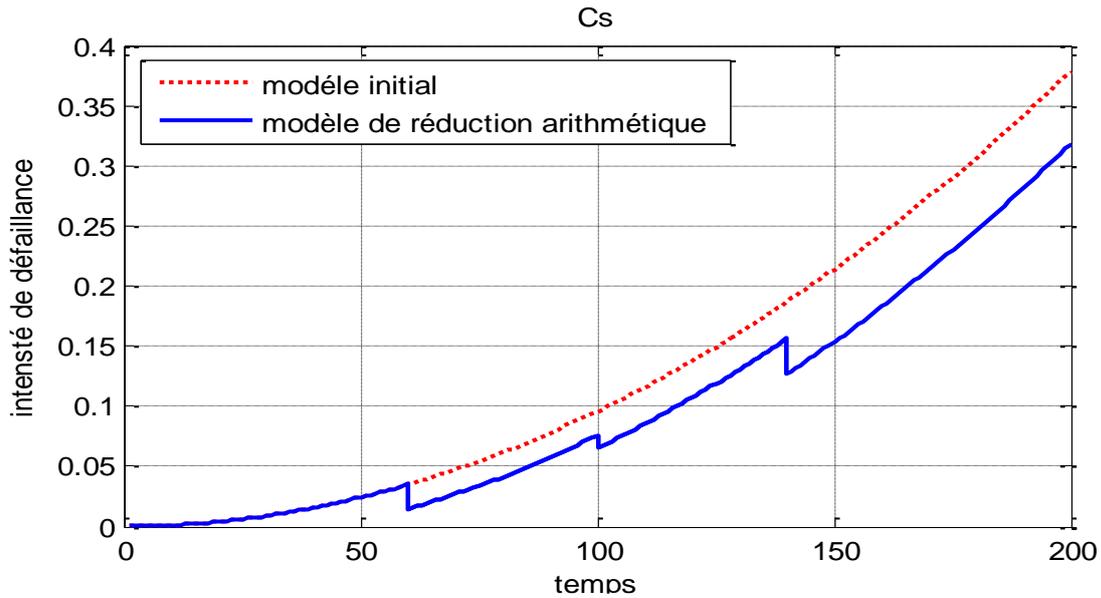
Pour ce modèle, l'effet de la maintenance consiste à réduire l'intensité de défaillance d'une quantité proportionnelle à sa valeur juste avant la défaillance. Cette réduction de l'intensité de défaillance peut être de type arithmétique ou géométrique [5].

#### I.4.2.1.1 Modèle de réduction arithmétique d'intensité de défaillance

Après l'intervention de maintenance, le système est remis à un état meilleur que celui d'avant en diminuant l'intensité de défaillance d'une quantité correspondant à l'impact de cette intervention, mais sans avoir d'impact sur l'aspect de la courbe, comme illustré dans la **figure 1.7** [5] :

Sa formulation mathématique est la suivante :

$$\lambda_i(t) = \lambda_0(t) - \delta_i \quad (\text{I.20})$$



**Figure I.7:** modèle de réduction arithmétique selon la loi de weibull pour  $\beta=2.987$ ,  $\eta=67.58$ ,  $\delta=0.0204$ .

**I.4.2.1.2 Modèle de réduction géométrique d'intensité de défaillance**

Pour le modèle à réduction géométrique d'intensité, la courbe d'intensité de défaillance est modifiée par l'effet de la maintenance, contrairement au modèle précédent (modèle de réduction arithmétique). Ainsi, après une action de maintenance, la courbe d'intensité de défaillance démarre à un niveau plus bas que celui juste avant l'intervention, avec une forme différente de la courbe initiale (voir **Figure 1.8**). La fonction d'intensité de défaillance de ce système s'exprime de la manière suivante :  $\lambda(t) = \alpha\lambda_0$ , après la seconde action de maintenance imparfaite, elle devient :  $\lambda(t) = \alpha^2\lambda_0(t)$

La fonction d'intensité de défaillance de ce modèle, qui est représentée par :

$$\lambda(t) = \alpha^m \lambda(t) \tag{I.21}$$

La **figure I.8** montré le modèle de réduction géométrique

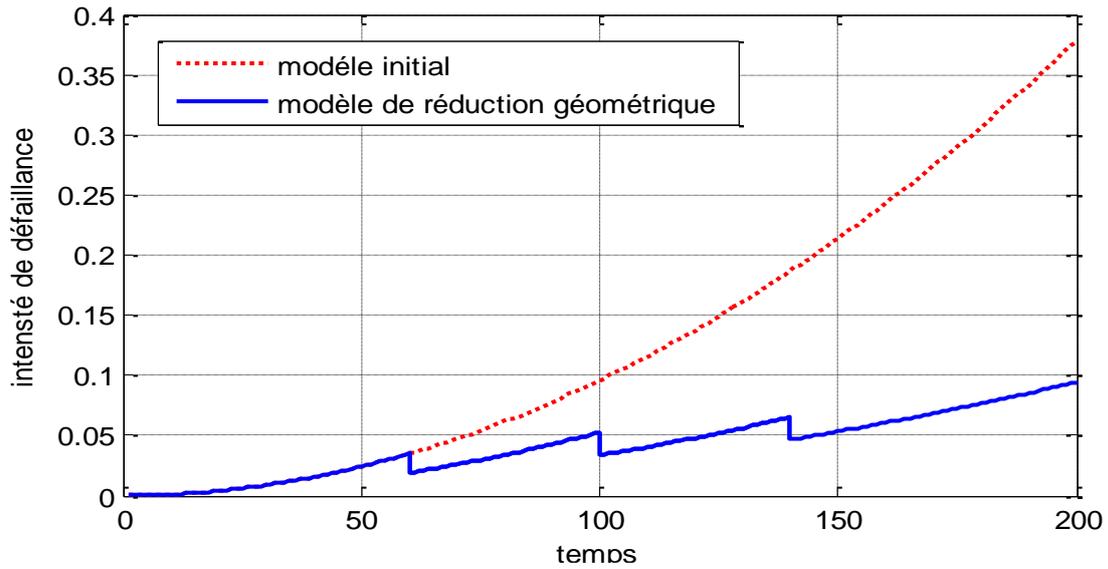


Figure I.8: modèle de réduction géométrique pour  $\beta=2.987, \eta=67.58$

#### I.4.2.2 Modèles de réduction de l'âge virtuel

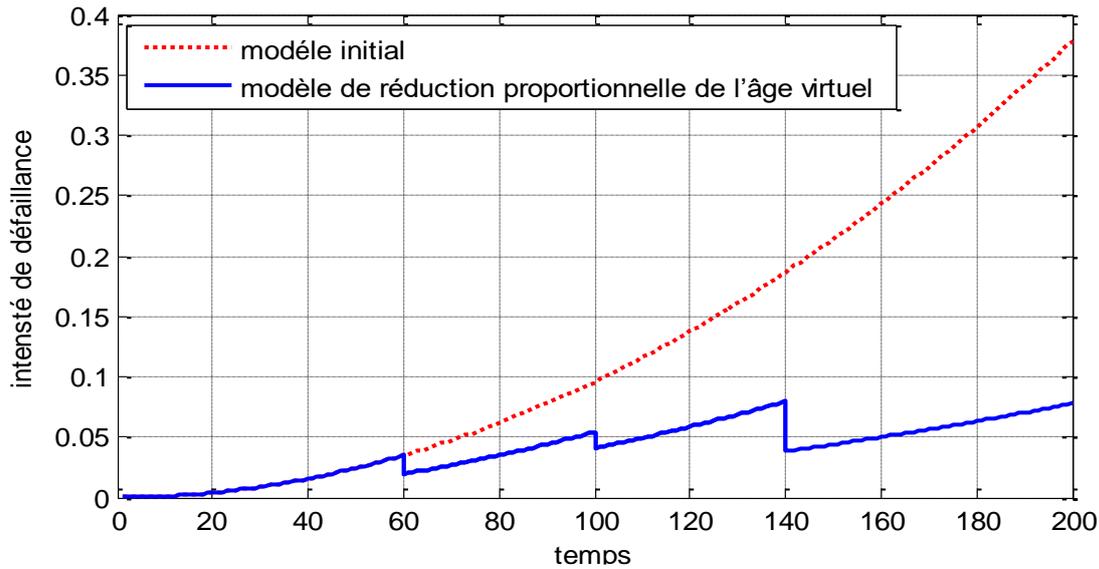
Le concept de ce modèle est que l'âge du système, qui était  $t$  avant l'intervention, est réduit à  $t/\Delta$ , où  $\Delta$  est le facteur de réduction de l'âge. Après la  $i$ -ème action de maintenance imparfaite, le système se comporte comme un système neuf ayant fonctionné pendant une durée  $A_i$  sans tomber en panne.  $A_i$  est considéré comme l'âge virtuel du système après la  $i$ -ème action de maintenance [5].

##### I.4.2.2.1 Modèle de réduction proportionnelle de l'âge virtuel

Ce modèle suppose que l'efficacité de maintenance est déterministe et constante (*i.e.*:  $\forall i \geq 1, A_i = \rho$ ),  $\rho$  est le paramètre de réduction d'âge virtuel ou le facteur d'amélioration [5].

Sa fonction de l'intensité de défaillance est :

$$\lambda(t) = \lambda_0(t - \rho T_{Im}) \tag{I.22}$$



**Figure I.7:** modèle de réduction proportionnelle de l'âge virtuel selon loi de Weibull pour  $\beta=2.987$ ,  $\eta=67.58$ ,  $\rho=0.3583$

Cette notation permet d'identifier immédiatement les situations AGAN et ABAO comme des cas particuliers :

- $\rho = 1$  : La maintenance est optimale (AGAN),
- $\rho = 0$  : La maintenance est minimale (ABAO),

Dans ce modèle, évaluer l'efficacité de la maintenance revient à estimer le paramètre  $\rho$ .

## I.5 Conclusion

En somme, la maintenance est devenue un pilier essentiel de la performance et de la compétitivité des entreprises, quel que soit leur secteur d'activité. L'étude des différentes stratégies de maintenance - préventive, corrective, conditionnelle et systématique - ainsi que l'analyse de leur efficacité, permettent d'optimiser la gestion des équipements industriels. La compréhension des concepts de fiabilité et des modèles d'efficacité, allant de la maintenance minimale à la maintenance parfaite, en passant par les approches de maintenance imparfaite, offre aux entreprises les outils nécessaires pour maximiser la durée de vie de leurs actifs, réduire les temps d'arrêt imprévus et minimiser les coûts opérationnels. Cette approche globale de la maintenance contribue non seulement à la pérennité des équipements, mais aussi à l'amélioration continue des processus de production, renforçant ainsi la position concurrentielle des entreprises sur le marché.

**Chapitre II**  
**Ajustement des paramètres**  
**de la loi Weibull pour un**  
**système série**

### II.1 Introduction

L'ajustement des paramètres de Weibull est une technique statistique essentielle pour modéliser la durée de vie des composants ou des systèmes et analyser des données de fiabilité. La distribution est caractérisée par des paramètres de forme ( $\beta$ ), d'échelle ( $\eta$ ) et parfois de position ( $\gamma$ ). L'ajustement consiste à estimer ces paramètres à partir de données empiriques en utilisant des méthodes comme la méthode graphique (papier de Weibull) ou les moindres carrés. Une fois ajustés.

Dans ce chapitre nous allons aborder l'importance de l'ajustement des paramètres de la loi de Weibull dans le contexte des systèmes multi-composants. Nous examinerons les objectifs de cet ajustement, les méthodes utilisées pour estimer les paramètres, notamment la méthode des moindres carrés, et son application à des systèmes en série. Nous verrons également comment l'ajustement permet d'obtenir des informations précieuses sur la fiabilité globale du système à partir des caractéristiques individuelles de ses composants.

### II.2 Ajustement des paramètres de la loi de weibull

L'ajustement consiste à trouver les paramètres d'une fonction mathématique afin de la faire correspondre au mieux à une courbe expérimentale. En d'autres termes, l'objectif est de déterminer les valeurs des paramètres de la fonction de manière à ce que cette fonction représente au mieux les données observées dans les expériences.

#### II.2.1 Objectif de l'Ajustement

L'ajustement vise à modéliser la relation entre des variables mesurées et une fonction théorique. Cela permet de tirer des conclusions et des prédictions précises à partir des données. Par exemple, en modélisant la durée de vie de composants, on peut prévoir leur comportement futur.

#### II.2.2 Estimation des paramètres de weibull pour un système multi-composants

L'estimation des paramètres de Weibull pour un système multi-composants est un processus statistique visant à déterminer les paramètres de la distribution de Weibull qui modélisent le temps de défaillance d'un système composé de plusieurs composants. La distribution de Weibull est fréquemment utilisée dans l'analyse de la fiabilité et de la survie pour modéliser le temps jusqu'à la défaillance d'un produit ou d'un système. Pour cela, Nous suivons les étapes suivant:

- **Choix du modèle de système :** dans notre travail nous allons concentrer sur un système série.
- **La fonction utilisée :** nous allons utiliser la fonction de l'intensité de défaillance
- **Combinaison des paramètres pour le système :** pour un système en série, nous allons utiliser les intensités de défaillance individuelles pour obtenir l'intensité de défaillance du système (assembler les intensités de défaillance individuelles).
- **Estimation des paramètres initiaux du système ( $\beta_0, \eta_0$ ):** pour estimer les paramètres initiaux de système, nous allons ajuster la courbe de l'intensité de défaillance de système sur matlab par la méthode des moindres carrés.
- **Validation de l'ajustement :** évaluer la qualité de l'ajustement en utilisant des critères statistiques comme le coefficient de détermination ( $R^2$ ).

### II.3 La méthode des moindres carrés

#### II.3.1 Définition

La méthode des moindres carrés est une technique mathématique utilisée pour ajuster des éléments susceptibles de comporter des erreurs, afin d'obtenir des données proches de la réalité [6].

Elle permet de comparer des données expérimentales, souvent affectées par des erreurs de mesure, à un modèle mathématique censé décrire ces données. Cette méthode consiste à analyser les données enregistrées pour déterminer une droite d'ajustement, qui sert à calculer l'équation de la droite du modèle initial. La droite d'ajustement minimise les écarts types par rapport à la moyenne [6].

Le modèle théorique peut prendre diverses formes, souvent des lois de conservation que les quantités mesurées doivent respecter. La méthode des moindres carrés permet de minimiser l'impact des erreurs expérimentales et d'évaluer les valeurs les plus probables des paramètres du modèle recherché, ainsi « ajoutant de l'information » au processus de mesure [6].

#### II.3.2 La régression polynomiale

La régression polynomiale est une extension de la régression linéaire où l'on inclut des termes élevés à des puissances de la variable prédictive. Cela permet de modéliser des relations non linéaires entre les variables indépendantes et la variable dépendante. Les modèles de régression polynomiale sont souvent utilisés lorsque la relation entre les variables

## Chapitre II Ajustement des paramètres de la loi Weibull pour un système série

n'est pas linéaire et qu'une courbe plus complexe est nécessaire pour ajuster les données de manière appropriée [7].

En général, une régression polynomiale de degré  $p$  est représentée par une équation de la forme:

$$y = a * t + b * t^2 + \dots + c * t^p + k \quad (\text{II.1})$$

$a, b$  et  $c$  : Les coefficients de la régression polynomiale

$k$ : le terme d'erreur

$p$ : le degré de la régression polynomiale

$k$  : un résoudeur

Dans la régression polynomiale, on choisit d'approcher les données par un polynôme d'un certain degré. Nous traiterons ici le cas d'un polynôme de degré 2 et 3, c'est-à-dire une parabole.

La fonction  $y : t \rightarrow y(t)$  est alors :

Degré 2 :  $y(t) = a * t + b * t^2 + k \quad (\text{II.2})$

Degré 3 :  $y(t) = a * t + b * t^2 + c * t^3 + k \quad (\text{II.3})$

Cette procédure de régression peut être généralisée en utilisant un polynôme  $P$  de degré quelconque  $p$  plutôt qu'une simple fonction affine. Bien que les calculs deviennent plus complexes, ils restent aussi directs que précédemment. Il suffit de poser les dérivées partielles de la fonction  $y(t)$  égales à zéro. Le nombre de paramètres à ajuster correspond alors au nombre de coefficients du polynôme  $P$  [7].

### II.3.3 Ajustement par la méthode des moindres carrés

Dans ce cas, pour effectuer l'ajustement mathématique de la courbe d'intensité de défaillance selon la loi de Weibull, nous allons suivre généralement ces étapes :

1. Modèle mathématique : La fonction d'intensité de défaillance pour la loi de Weibull est donnée par :  $\lambda(t) = \left(\frac{\beta}{\eta}\right) \left(\frac{t}{\eta}\right)^{(\beta-1)}$  où  $\beta$  est le paramètre de forme et  $\eta$  le paramètre d'échelle.
2. Linéarisation : nous allons linéariser cette équation en prenant le logarithme :

$$\log \lambda(t) = \beta + (\beta - 1) \log t - \beta \log \eta \quad (\text{II.4})$$

### II.3.4 Le coefficient de détermination ( $R^2$ ) :

Lors de l'établissement d'une équation de régression, le coefficient de détermination ( $R^2$ ) évalue dans quelle mesure l'équation de régression décrit adéquatement la dispersion des points de données.

Si le  $R^2$  est nul, indique que le modèle de régression n'explique aucune (0%) de la variation de la distribution des points. Cela signifie que le modèle mathématique utilisé n'explique absolument pas la distribution des points [8].

Si le  $R^2 = 1$ , indique que le modèle de régression explique parfaitement la distribution des points et fournit un ajustement parfait aux données et qu'il existe une relation linéaire forte et déterministe entre la variable explicative et la variable réponse. Cela implique que le modèle mathématique employé, ainsi que les paramètres  $a$  et  $b$  obtenus, sont ceux qui dictent la répartition des points [8].

Un coefficient de détermination proche de 0 indique une grande dispersion des points autour de la droite de régression. À l'inverse, un  $R^2$  proche de 1 montre que les points sont très resserrés autour de cette droite. Lorsque les points sont parfaitement alignés sur la droite de régression, le  $R^2$  est égal à 1 [8].

Donc:  $0 \leq R^2 \leq 1$ , le  $R^2$  est calculé selon la formule:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (\text{II.4})$$

- ❖  $n$  : le nombre de mesure
- ❖  $y_i$  : la valeur de la mesure n<sup>o</sup> $i$
- ❖  $\hat{y}_i$  : la valeur prédite correspondante

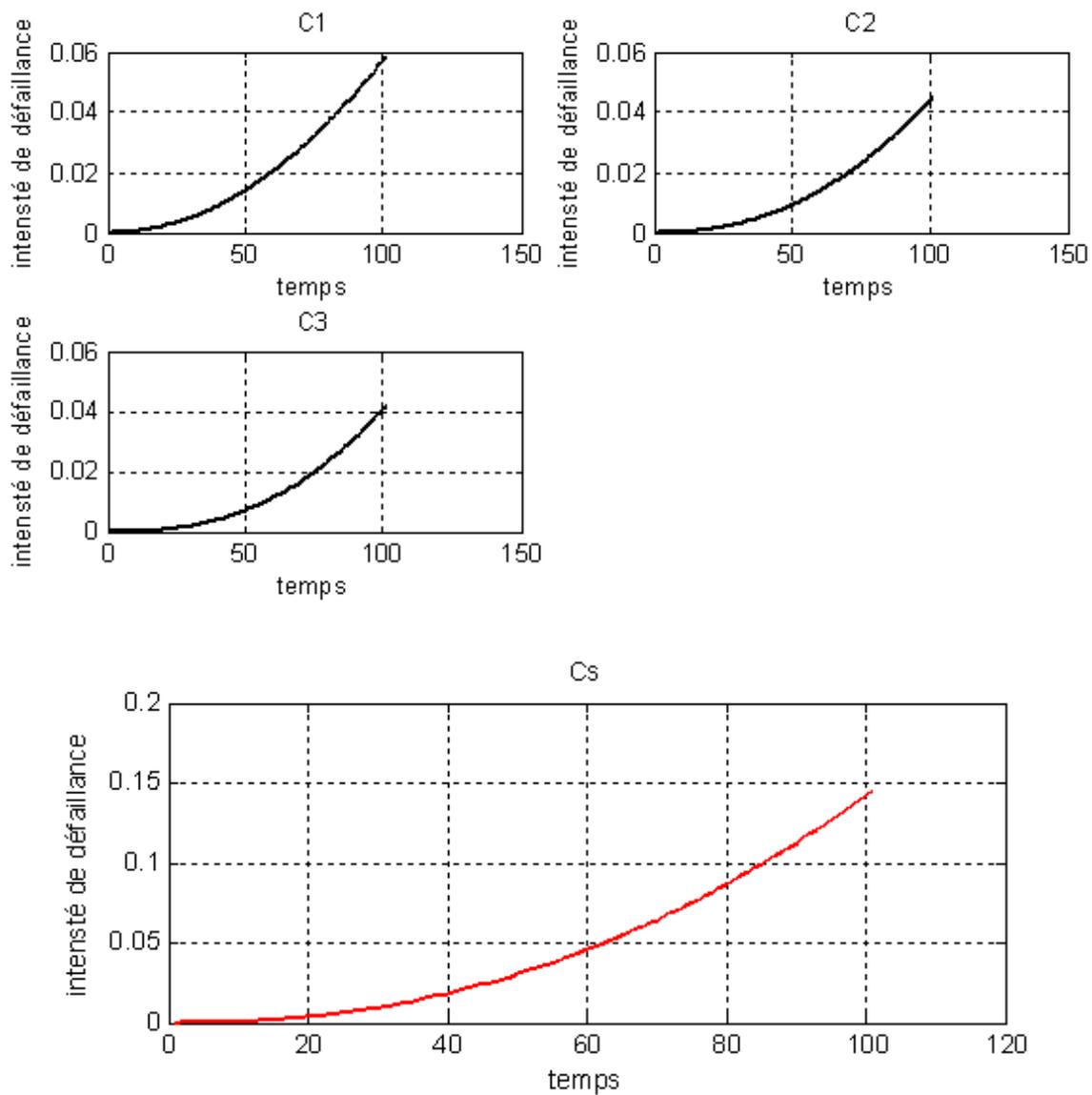
### II.4 Exemple d'application

Soit un système multi-composant constitué de trois composants différents (C1, C2, C3) de fiabilité de type Weibull monter en série. Le système fonctionner a un durée de  $t = 200$  jours. Voici les paramètres de chaque composant :

- **Composant 1** : ( $\beta_1=3, \eta_1=80$ )
- **Composant 2** : ( $\beta_2=3.2, \eta_2=90$ )
- **Composant 3** : ( $\beta_3=3.5, \eta_3=95$ )

Nous allons tracer la courbe de l'intensité de défaillance de chaque composant et de système sur matlab

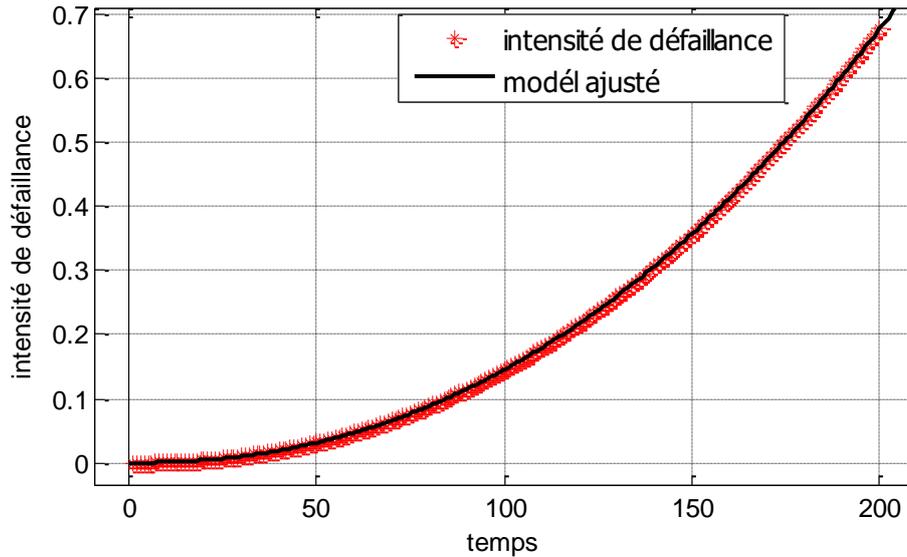
La **figure II.1** montrée la courbe de l'intensité de défaillance de chaque composant et de système :



**La figure II.1 :** les courbes des intensités de défaillances des composants et du système série

Pour estimer les paramètres initiaux de fiabilité de système nous allons ajuster la courbe de l'intensité de défaillance de système ( $\beta_0, \eta_0$ )

La **figure II.2** montré l'ajustement de la courbe d'intensité de défaillance de système



**La figure II.2 :** l'ajustement de la courbe d'intensité de défaillance de système

D'après cette ajustement nous avons estimé les paramètres initiaux de fiabilité de système ( $\beta_0 = 3.22$ ,  $\eta_0 = 62.64$ )

## II.5 Conclusion

En conclusion, l'ajustement des paramètres de la loi de Weibull joue un rôle crucial dans l'analyse et la gestion de la fiabilité des systèmes multi-composants. Cette approche offre une base solide pour comprendre et prédire le comportement des systèmes complexes en intégrant les caractéristiques de fiabilité individuelles de leurs composants.

L'utilisation de méthodes telles que les moindres carrés pour estimer les paramètres de forme, d'échelle et de position permet une modélisation précise de la durée de vie des composants et du système global. Cette précision est particulièrement importante pour les systèmes en série, où la défaillance d'un seul composant peut avoir des répercussions sur l'ensemble du système.

En synthétisant les données de fiabilité des composants individuels en une représentation globale du système, cette approche permet aux ingénieurs et aux gestionnaires de prendre des décisions éclairées sur la maintenance, la sécurité et l'efficacité opérationnelle. Ainsi, l'ajustement des paramètres de Weibull s'avère être un outil indispensable pour améliorer la performance et la longévité des systèmes multi-composants dans divers domaines industriels.

**Chapitre III**  
**Évaluation de l'efficacité de**  
**la maintenance d'un système**  
**multi-composant**

### **III.1. Introduction**

L'étude de l'efficacité de la maintenance des systèmes multi-composants est un aspect crucial de la gestion des systèmes complexes. Il aborde les défis liés à l'évaluation de l'impact réel des interventions de maintenance sur la fiabilité et les performances d'un système, en reconnaissant que même une maintenance parfaite sur un composant ne garantit pas nécessairement un retour à l'état neuf pour l'ensemble du système.

Dans ce chapitre nous allons étudier un système série multi composant avant et après de la maintenance (après avoir remplacé un composant), explorer et de comparer différents modèles de réduction d'intensité de défaillance, afin de déterminer la méthode la plus appropriée pour prédire et optimiser le comportement d'un système après maintenance.

### **III.2. L'efficacité de la maintenance des systèmes multi-composants**

L'efficacité de la maintenance est un aspect fondamental dans la gestion des systèmes multi-composants. Elle vise à évaluer l'impact réel des interventions de maintenance sur la fiabilité et les performances futures d'un système.

Bien qu'une action de maintenance puisse restaurer un composant défaillant, elle ne garantit pas que l'ensemble du système retrouve son état neuf, ce qu'on appelle une maintenance imparfaite. Pour prédire le comportement du système après maintenance, il est crucial d'évaluer précisément son efficacité. Ainsi, évaluer l'efficacité de la maintenance est essentiel pour prévoir le comportement futur du système. Pour cela, il est généralement nécessaire de suivre les étapes suivantes :

- a) Estimation des paramètres initiaux de fiabilité du système  $(\beta_0, \eta_0)$  : cette estimation se base sur les paramètres de fiabilité des composants individuels et sur la configuration globale du système, pour estimer les paramètres initiaux de fiabilité du système nous allons utiliser la méthode de moindre carrées.
- b) Estimation des paramètres de fiabilité du système après maintenance  $(\beta_1, \eta_1)$  : une fois la maintenance appliquée au système, les mêmes paramètres de la démarche initiale sont suivies pour déterminer les nouveaux paramètres de fiabilité du système.
- c) Estimation des facteurs d'efficacité de maintenance selon le modèle de réduction arithmétique, réduction géométrique et réduction d'âge virtuel.

### **Chapitre III Évaluation de l'efficacité de la maintenance d'un système multi-composant**

---

- d) Choix du modèle : afin de sélectionner le modèle le plus adapté à un système, nous comparerons les courbes des modèles aux données d'intensité de défaillance du système après maintenance.

#### **III.3. L'explication de la démarche du travail**

Dans ce travail nous allons étudier un système série constitué de quatre composants différents (C1,C2,C3,C4) chaque composant a ses paramètres d'efficacité  $\beta$  et  $\eta$  suivre la loi de weibull. Ensuite, nous allons appliquer une maintenance parfaite sur le composant C2 à l'instant  $t=60$  jours ( remplacer le composant C2 ). Enfin, nous allons varier les instants pour avoir l'effet de l'instant de remplacement sur l'efficacité ( les paramètres d'efficacité) de la maintenance.

##### **III.3.1. L'étude d'un système série multi composant**

###### **III.3.1.1. Avant de remplacement**

Les fonctions d'intensité de défaillance des composants et celle du système global sont simulées sur matlab et représentées dans la **figure III.1**

La fonction d'intensité de défaillance de chaque composant (pour les quatre composants (C1, C2, C3, C4) présentée par:

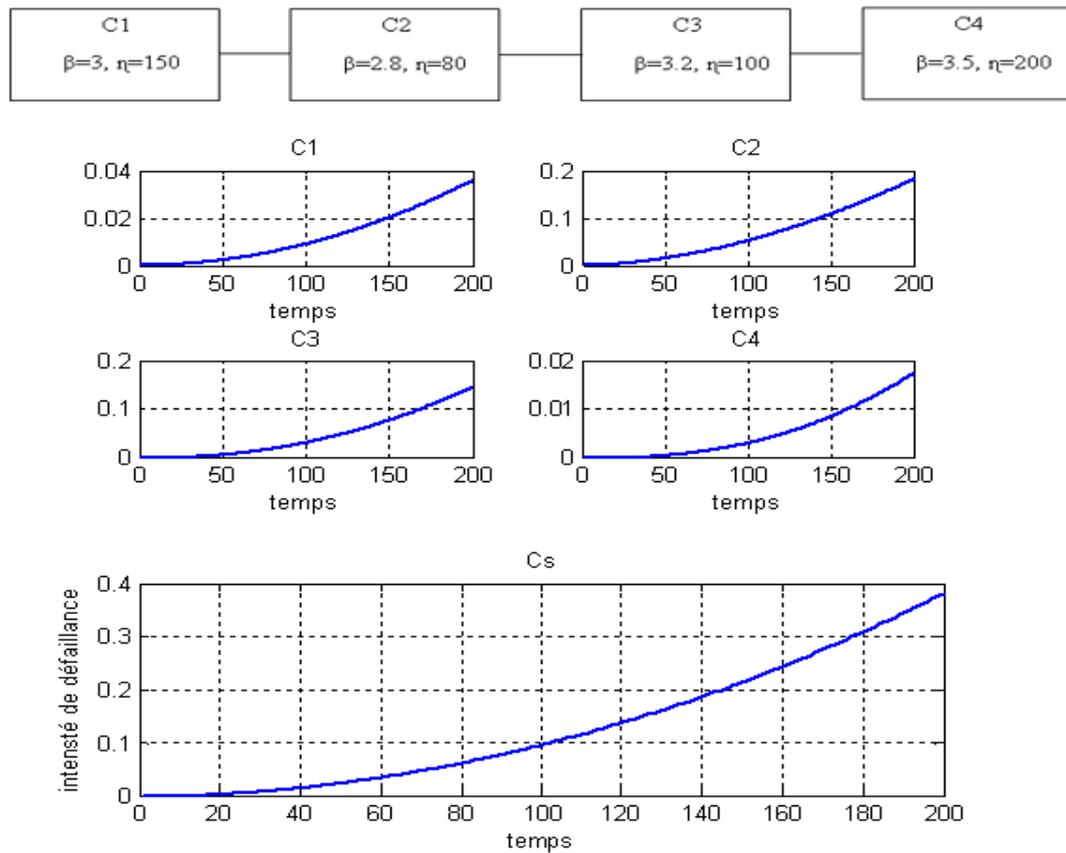
$$\lambda(t) = \left( \left( \frac{\beta}{\eta} \right) \left( \frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1} \right) \quad (\text{III.1})$$

La fonction d'intensité de défaillance de système présentée par :

$$\lambda_S(t) = \lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \lambda_3(t) + \lambda_4(t) \quad (\text{III.2})$$

$$\lambda_S(t) = \left( \left( \frac{\beta_1}{\eta_1} \right) \left( \frac{t}{\eta_1} \right)^{\beta_1-1} \right) + \left( \left( \frac{\beta_2}{\eta_2} \right) \left( \frac{t}{\eta_2} \right)^{\beta_2-1} \right) + \left( \left( \frac{\beta_3}{\eta_3} \right) \left( \frac{t}{\eta_3} \right)^{\beta_3-1} \right) + \left( \left( \frac{\beta_4}{\eta_4} \right) \left( \frac{t}{\eta_4} \right)^{\beta_4-1} \right) \quad (\text{III.3})$$

### Chapitre III Évaluation de l'efficacité de la maintenance d'un système multi-composant



**La figure III.1 :** diagramme de fiabilité d'un système série et les courbes des intensités de défaillances des composants et du système série avant la maintenance

Les courbes présentent les intensités de défaillance de quatre composants (C1 à C4) et du système série (Cs) en fonction du temps.

Les courbes des composants individuels montrent une augmentation graduelle et relativement constante de l'intensité de défaillance au fil du temps illustre que chaque composant a un profil de défaillance distinct, C3 étant le plus critique et C4 le plus fiable.

La courbe du système série (Cs) (système global) montre une intensité de défaillance supérieure à celle de ses composants individuels, illustrant l'effet cumulatif des défaillances dans un système en série.

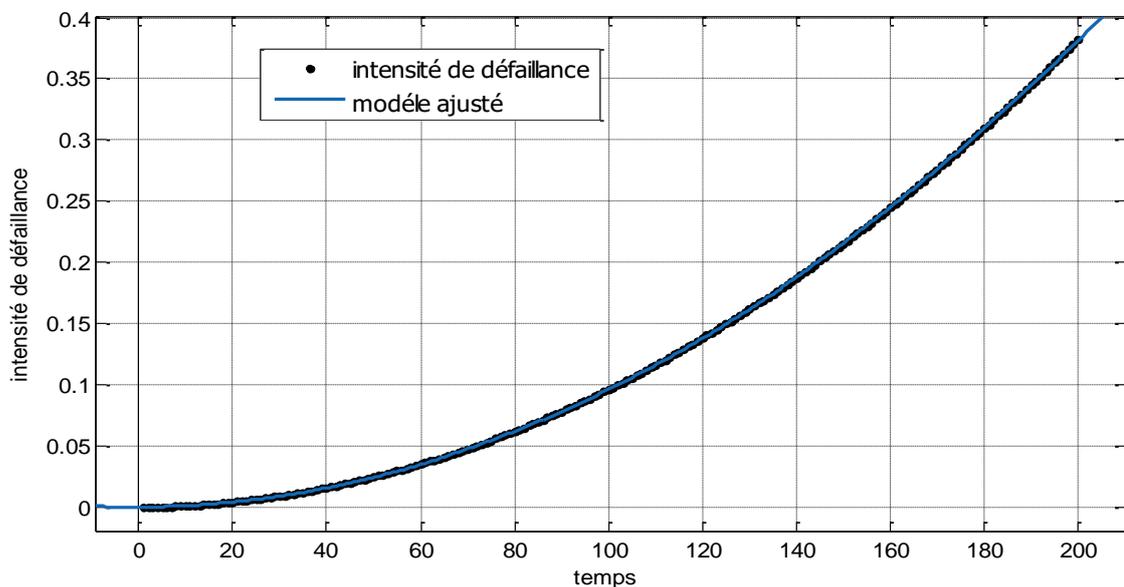
La non-linéarité de la courbe du système suggère une interaction complexe entre les défaillances des composants, augmentant le risque global au fil du temps.

### III.3.1.2. Estimation des paramètres d'efficacité initiaux selon la loi de weibull

Pour estimer les paramètres d'efficacité initiaux  $(\beta_0, \eta_0)$  selon la loi de Weibull, plusieurs méthodes peuvent être utilisées. Nous allons utiliser ici la méthode des moindres carrés sur la fonction totale de l'intensité de défaillance (Cs). Nous allons appliquer un ajustement pour la courbe de l'intensité de défaillance totale de système en utilisant matlab.

### III.3.1.2 Ajustement des paramètres d'efficacité de la loi de Wei bull

Après l'ajustement de la courbe d'intensité de défaillance on a obtenu cette **figure III.2** :



**Figure III.2** : ajustement de la courbe d'intensité de défaillance

En examinant ce graphique, on peut observer une comparaison entre la courbe d'ajustement (en bleu) et la courbe de l'intensité de défaillance du système global

- Les deux courbes sont presque parfaitement superposées sur toute la plage de temps, de 0 à 200 jours. Cela indique un excellent ajustement du modèle aux données réelles du système.
- La courbe bleue suit très fidèlement les points de données (probablement représentés par les petits marqueurs sur la courbe), démontrant la précision du modèle d'ajustement utilisé.
- Utilité pour la prédiction : La qualité de l'ajustement suggère que ce modèle pourrait être très utile pour prédire le comportement futur du système en termes de fiabilité.

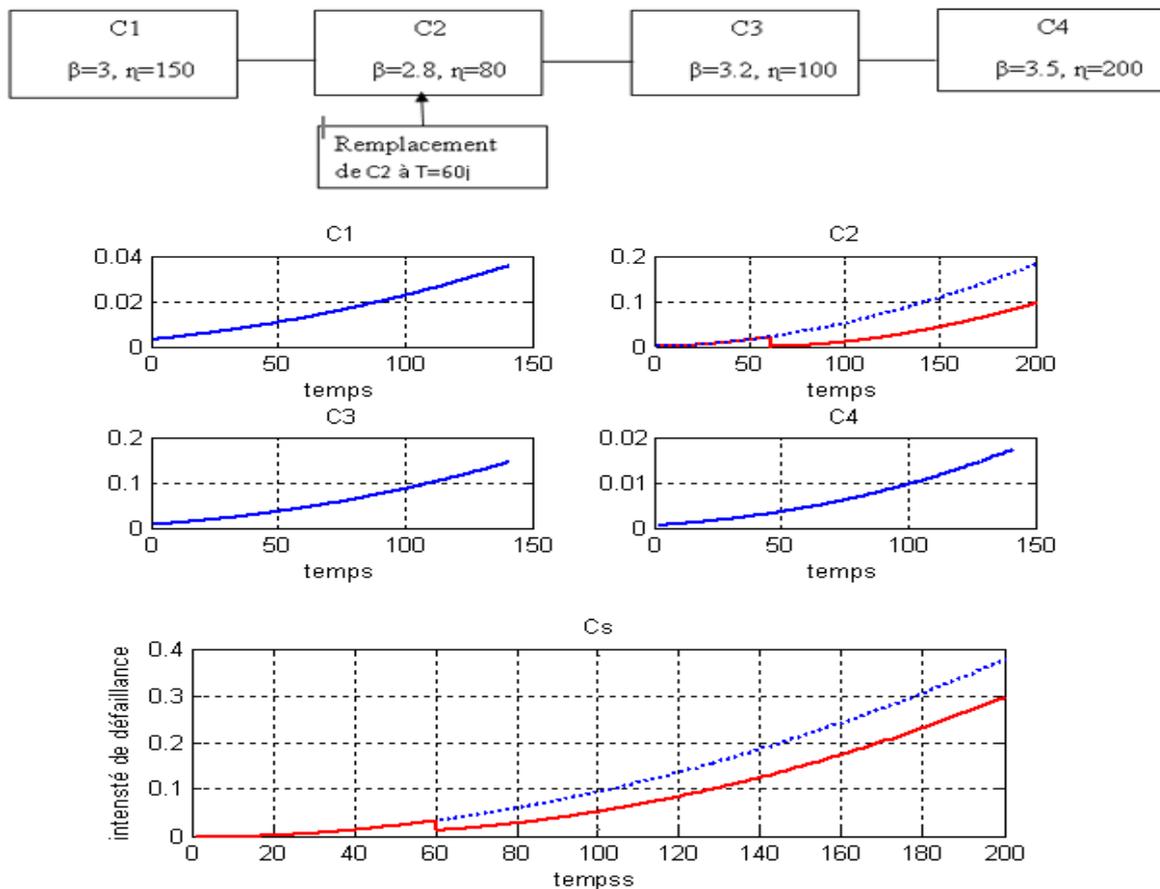
Les nouveaux paramètres d'efficacité du système total sont  $\beta_0 = 2,987$  et  $\eta_0 = 67,58$ .

### III.3.2. Après de remplacement

En remplaçant le composant C2 à l'instant  $t=60$  jours. Les fonctions des intensités de défaillance de chaque composant et la fonction de l'intensité de défaillance de système restent les mêmes juste le composant C2 que nous allons remplacer

Composant2 : 
$$\lambda_2'(t) = \left( \frac{\beta_2'}{\eta_2'} \left( \frac{t-60}{\eta_2'} \right)^{\beta_2'-1} \right) \quad \text{(III.4)}$$

La **figure III.3**, montre les intensités des défaillances des composants après avoir remplacé le composant C2 et l'intensité de système Cs.



**La figure III.3:** le diagramme de fiabilité d'un système série et les courbes des intensités de défaillances des composants et du système en série après la maintenance

Cette image présente les courbes d'intensité de défaillance pour quatre composants (C1 à C4) et le système global (Cs) après une opération de maintenance.

### ***Chapitre III Évaluation de l'efficacité de la maintenance d'un système multi-composant***

---

**C1, C3, et C4** : Ces composants suivent une tendance similaire avec une augmentation progressive de l'intensité de défaillance au fil du temps.

**C2** : La courbe du composant C2 est différente des autres. Après le remplacement à  $T = 60$  jours, la courbe montre une réduction marquée de l'intensité de défaillance (en rouge) par rapport à avant le remplacement (en bleu). Cette baisse indique que le remplacement a eu un impact positif, réduisant temporairement le risque de défaillance avant que l'intensité ne recommence à augmenter à un rythme similaire à l'origine.

La courbe du système global (Cs) reflète une combinaison des intensités de défaillance des différents composants. Après le remplacement du composant C2, on observe une baisse temporaire de l'intensité globale (courbe rouge) par rapport à la situation avant remplacement (courbe bleue). Toutefois, au fil du temps, l'intensité de défaillance globale recommence à augmenter. Cela montre que bien que le remplacement de C2 ait initialement réduit le risque de défaillance.

#### **III.3.2.1. L'interprétation des simulations**

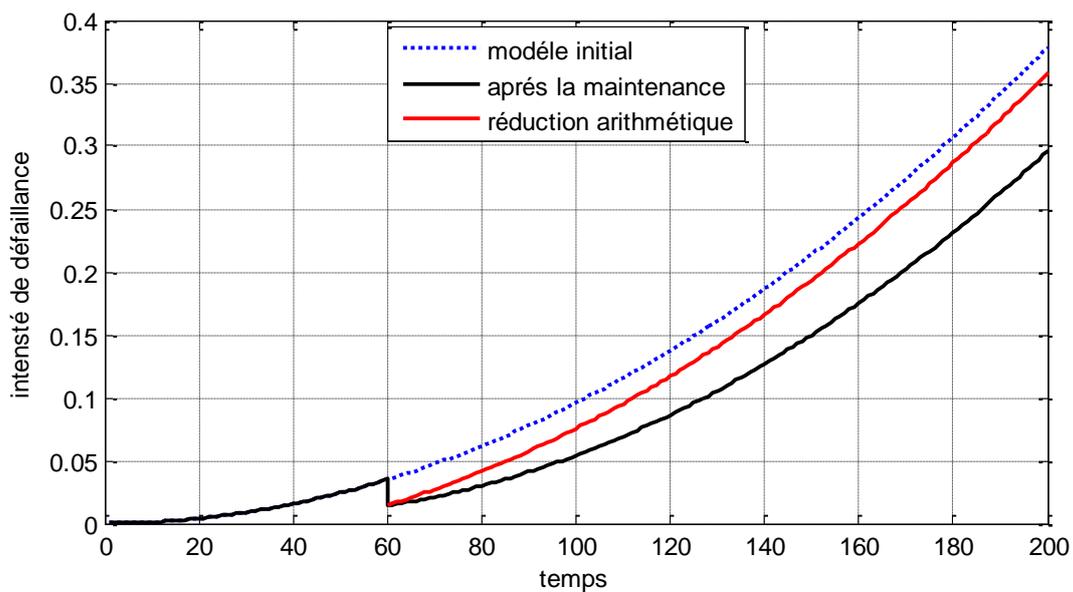
Après avoir tracé les courbes d'intensité de défaillance pour chaque composant ainsi que l'intensité de défaillance du système après remplacement, nous appliquerons des modèles de réduction d'intensité de défaillance sur la courbe d'intensité globale du système. Ces modèles visent à quantifier l'amélioration de la fiabilité après des interventions telles que la maintenance ou le remplacement. Pour chaque modèle de réduction, nous calculerons les facteurs de réduction associés, en tenant compte des paramètres spécifiques à chaque composant (comme le taux de défaillance initial ou la durée de vie). Ces facteurs permettront d'estimer la nouvelle intensité de défaillance après l'application des modèles. Enfin, l'évolution de l'intensité de défaillance pour chaque modèle sera tracée afin de comparer leur efficacité et d'analyser les impacts sur la performance du système. Ces courbes fourniront une vision claire des effets des interventions sur la fiabilité à long terme. Une comparaison entre les figures obtenues à l'aide des résultats du tableau 1 va nous permettre de choisir le modèle adéquat pour notre système

**Tableau 1** : les résultats du calcul des facteurs de réduction pour chaque modèle –série

Les facteurs des modèles	Facteur de réduction arithmétique	Facteur de réduction géométrique	Facteur de réduction d'âge virtuel
Les valeurs	0.0204	0.6887	0.3583

### III.3.2.1.1. Modèle de réduction arithmétique

La figure III.4 présente la courbe de l'intensité de défaillance avant et après la maintenance et la courbe de l'intensité de défaillance après l'application du modèle de réduction arithmétique :



**Figure III.4:** évolution de l'intensité de défaillance suivant le modèle de réduction arithmétique

Cette figure illustre l'évolution de l'intensité de défaillance d'un système selon trois scénarios :

.On observe que La courbe noire (après la maintenance parfaite) montre une réduction beaucoup plus importante de l'intensité de défaillance par rapport à la courbe rouge, indiquant une meilleure efficacité de la maintenance. La courbe rouge (réduction

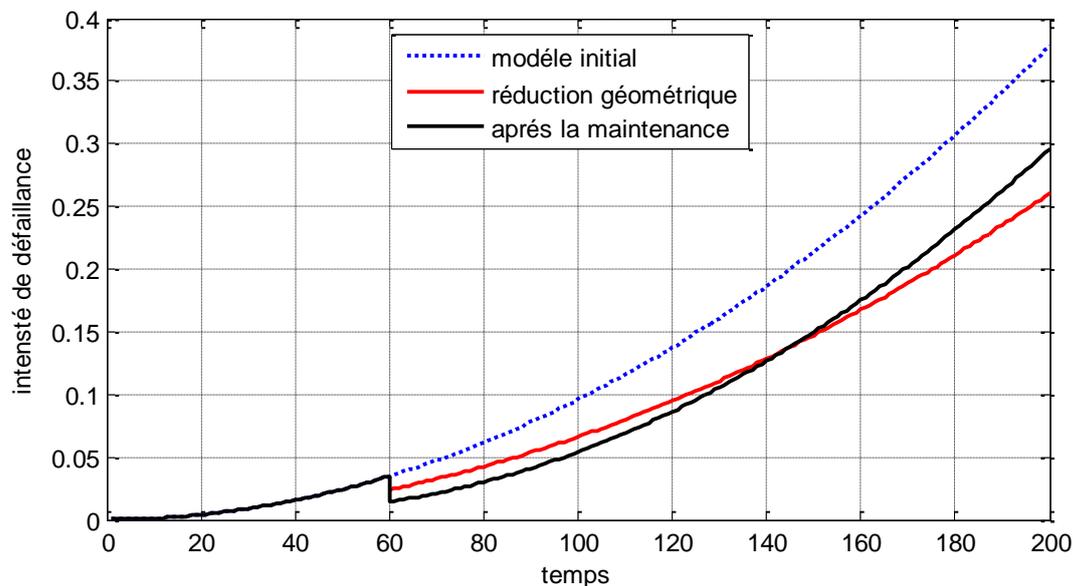
### Chapitre III *Évaluation de l'efficacité de la maintenance d'un système multi-composant*

arithmétique) illustre une maintenance moins agressive ou moins efficace, où les améliorations sont partielles et progressives, par rapport à après la maintenance .

L'écart entre la courbe rouge et la courbe noire suggère que dans la maintenance imparfaite (modèle de réduction arithmétique), le système reste dans un état de vieillissement, mais à un rythme réduit comparé à l'absence de maintenance (modèle initial).

#### III.3.2.1.2. Modèle de réduction géométrique

La figure III.5 présente la courbe de l'intensité de défaillance avant et après la maintenance et la courbe de l'intensité de défaillance après l'application du modèle de réduction géométrique :



**Figure III.5:** évolution de l'intensité de défaillance suivant le modèle de réduction géométrique

Cette figure présente l'évolution de l'intensité de défaillance d'un système selon trois scénarios.

En comparant la courbe d'intensité de défaillance après la maintenance (en noir) et la courbe de réduction géométrique (en rouge), on peut observer les points suivants :

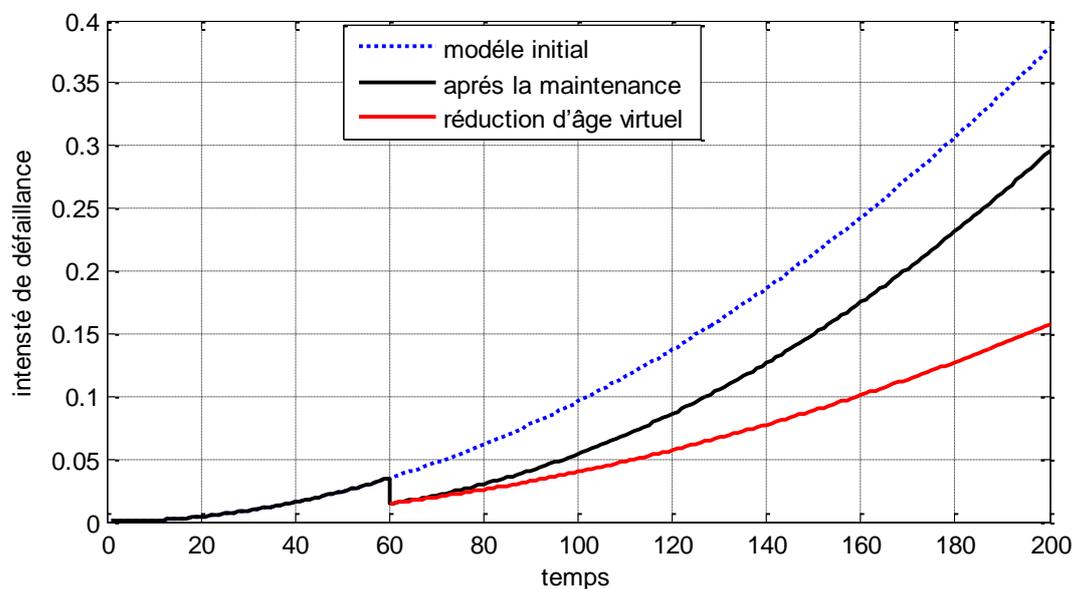
1. Au début (jusqu'à environ  $t=60$  jours), les deux courbes sont très proches.

### Chapitre III *Évaluation de l'efficacité de la maintenance d'un système multi-composant*

2. Entre  $t=60$  jours et  $t=140$  jours environ, la courbe après maintenance se situe légèrement en-dessous de la courbe de réduction géométrique. Cela suggère que la maintenance est plus efficace pour réduire l'intensité de défaillance dans cette période.
3. À partir de  $t=140$ , la courbe après maintenance passe au-dessus de la courbe de réduction géométrique. L'écart entre les deux s'accroît progressivement jusqu'à  $t=200$ .
4. À la fin de la période étudiée ( $t=200$ ), l'intensité de défaillance après maintenance est significativement plus élevée que celle de la réduction géométrique.
5. En résumé, la maintenance semble plus efficace que la réduction géométrique à court et moyen terme, mais son efficacité diminue à long terme, devenant moins performante que la réduction géométrique pour maintenir une faible intensité de défaillance.

#### III.3.2.1.3. Modèle de réduction d'âge virtuel

La figure présente la courbe de l'intensité de défaillance avant et après la maintenance et lors de l'application du modèle de réduction d'âge virtuel :



**Figure III.6:** évolution de l'intensité de défaillance suivant le modèle de réduction d'âge virtuel

Cette figure illustre l'évolution de l'intensité de défaillance d'un système selon trois scénarios différents au fil du temps.

### ***Chapitre III Évaluation de l'efficacité de la maintenance d'un système multi-composant***

---

En comparant spécifiquement les courbes après maintenance et de réduction d'âge virtuel :

1. Les deux courbes suivent une tendance croissante similaire, indiquant une augmentation de l'intensité de défaillance au fil du temps dans les deux cas.
2. La courbe après maintenance croît plus rapidement que celle de réduction d'âge virtuel ce qui implique que la réduction d'âge virtuel semble plus efficace pour maintenir une faible intensité de défaillance sur une plus longue période. À tout moment, son intensité de défaillance est inférieure à celle après maintenance simple.
3. Vers la fin de la période (temps = 200), l'intensité de défaillance après maintenance est presque deux fois plus élevée que celle avec réduction d'âge virtuel.

En résumé, la stratégie de réduction d'âge virtuel apparaît plus performante pour réduire et ralentir l'augmentation de l'intensité de défaillance comparée à la maintenance standard.

#### **III.4 Effet des instants de remplacement sur l'efficacité de la maintenance du système**

Dans cette partie, nous allons appliquer des modèles d'efficacité de l'intensité de défaillance à notre système après le remplacement du composant C2 à différents moments. Cette approche nous permettra d'analyser comment le remplacement de C2 influence la fiabilité globale du système à divers instants et de comprendre l'impact de ces interventions sur l'intensité de défaillance du système. Ensuite, nous allons appliquer la méthode des moindres carrés pour ajuster les données en utilisant une régression polynomiale. Cela nous permettra de modéliser la réduction de l'intensité de défaillance après le remplacement du composant C2 à différents moments. Nous allons comparer les résultats de chaque modèle de réduction en traçant les courbes de l'évolution de paramètre de chaque modèle en fonction du temps. L'objectif est de sélectionner le modèle le plus approprié, c'est-à-dire celui dont le coefficient de détermination ( $R^2$ ) est égal à 1, indiquant une adéquation parfaite entre le modèle et les données observées. En parallèle, nous observerons l'effet du moment de la maintenance sur l'efficacité globale du système, ce qui nous aidera à déterminer le meilleur timing pour les interventions de maintenance afin de maximiser la fiabilité du système.

### *Chapitre III Évaluation de l'efficacité de la maintenance d'un système multi-composant*

---

**Tableau 2** : les résultats du calcul des facteurs de réduction pour chaque modèle –série à tous les instants :

Modèle	Réduction arithmétique $\delta$	Réduction géométrique $\alpha$	Réduction d'âge virtuel $\rho$
Temps (T)			
<b>65</b>	0.02363	0.6714	0.3538
<b>70</b>	0.02708	0.6560	0.3487
<b>75</b>	0.03072	0.6414	0.3466
<b>80</b>	0.0345	0.6275	0.3375
<b>85</b>	0.03861	0.6152	0.3352
<b>90</b>	0.04283	0.6038	0.3333
<b>95</b>	0.04725	0.5934	0.3263
<b>100</b>	0.05186	0.5834	0.3250
<b>105</b>	0.05668	0.5756	0.3190
<b>110</b>	0.06155	0.5677	0.3181
<b>115</b>	0.06674	0.5609	0.3130
<b>120</b>	0.07203	0.5543	0.3125
<b>125</b>	0.07752	0.5485	0.3080
<b>130</b>	0.08312	0.5439	0.3076
<b>135</b>	0.08892	0.5394	0.3037
<b>140</b>	0.09492	0.5355	0.3000
<b>145</b>	0.10101	0.5323	0.3000
<b>150</b>	0.1073	0.5296	0.2966
<b>155</b>	0.1137	0.5271	0.2935
<b>160</b>	0.1203	0.5254	0.2918

#### **III.4.1. Evolution du paramètre de réduction arithmétique**

Nous allons utiliser la méthode des moindres carrés exactement la régression polynomial degré deux qui nous permette de donner un bon ajustement donc la bonne estimation des paramètres d'efficacité de la maintenance de système.

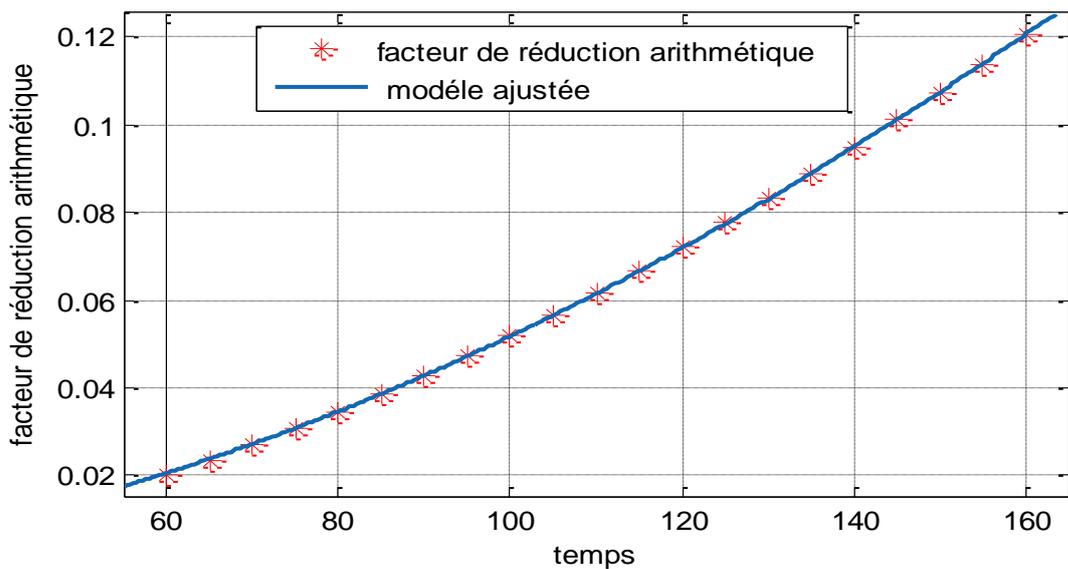
La fonction de facteur de réduction arithmétique :

$$\delta(T) = p_1 \times T^2 + p_2 \times T + p_3 \quad \text{(III.5)}$$

Et les coefficients de notre fonction  $\delta(T)$  :

- $p_1=3.499e-06$
- $p_2=0.0002329$
- $p_3=-0.006362$

Après avoir tracé l'évolution de facteur de réduction en fonction du temps et faire l'ajustement nous allons obtenu cette **figure III.7** :



**Figure III.7:** évolution du paramètre de réduction arithmétique

La figure montre l'évolution du facteur de réduction arithmétique pour un système en série de 4 composants après le remplacement du composant 2.

On observe que les points en rouges (facteur de réduction arithmétique) évolue proportionnellement avec la courbe de l'ajustement. Nous allons obtenu un coefficient de détermination  $R^2 = 1$  signifié que le modèle explique parfaitement l'évolution des données de facteur de réduction. Cela suggère que le modèle de réduction arithmétique décrit très précisément l'évolution du facteur de réduction dans ce cas particulier.

#### **III.4.2. Evolution du paramètre de réduction géométrique**

Nous allons utiliser la méthode des moindres carrés exactement la régression polynomial degré trois qui nous permettre de donner un bon ajustement donc la bonne estimation des paramètres d'efficacité de la maintenance de système.

La fonction de facteur de réduction :

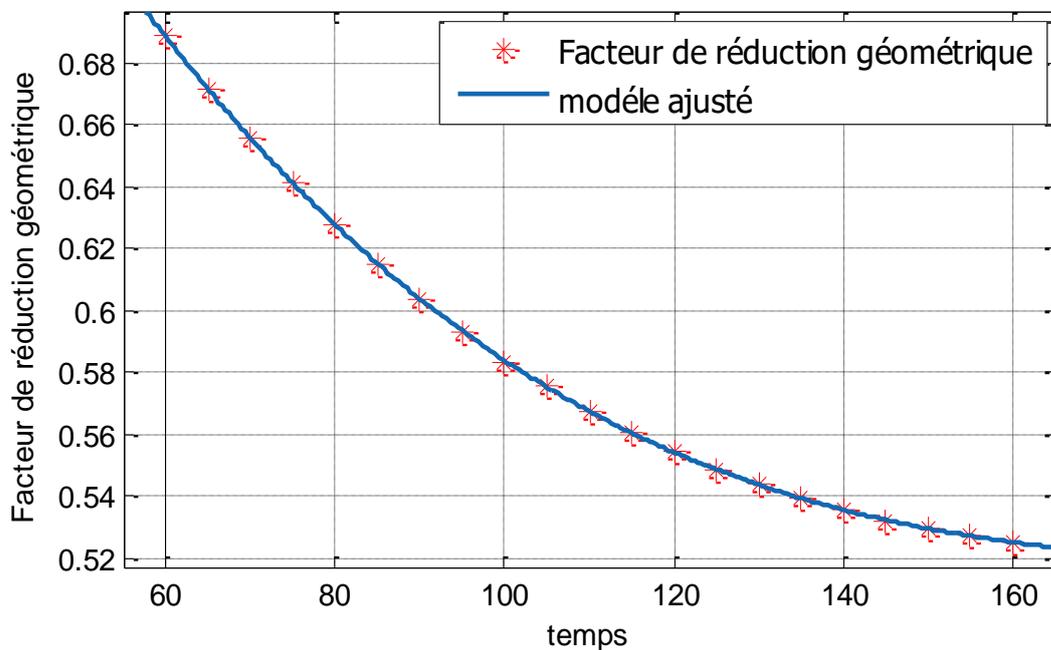
### Chapitre III Évaluation de l'efficacité de la maintenance d'un système multi-composant

$$\alpha(T) = p_1 \times T^3 + p_2 \times T^2 + p_3 \times T + p_4 \quad (\text{III.6})$$

Les coefficients de la fonction  $\alpha(T)$  :

- $p_1 = 6.204e-05$
- $p_2 = 3.649e-05$
- $p_3 = -0.007242$
- $p_4 = 1.004$

Après avoir tracé l'évolution de facteur de réduction en fonction du temps et faire l'ajustement nous allons obtenir cette figure ci-dessous :



**Figure III.8:** évolution du paramètre de réduction géométrique

Cette figure illustre l'évolution du paramètre de réduction géométrique en fonction du temps.

On observe que les points en rouges (facteur de réduction arithmétique) évolue proportionnellement avec la courbe de l'ajustement cette fois de façon décroissante. Nous avons obtenu un coefficient de détermination  $R^2 = 1$  signifiant que le modèle explique parfaitement l'évolution des données de facteur de réduction. Cela suggère que le modèle de réduction géométrique décrit très précisément l'évolution du facteur de réduction dans ce cas particulier.

### III.4.3. Evolution du paramètre de réduction d'âge virtuel

Nous allons utiliser la méthode des moindres carrés exactement la régression polynomial degré trois qui nous permette de donner un bon ajustement donc la bonne estimation des paramètres d'efficacité de la maintenance de système.

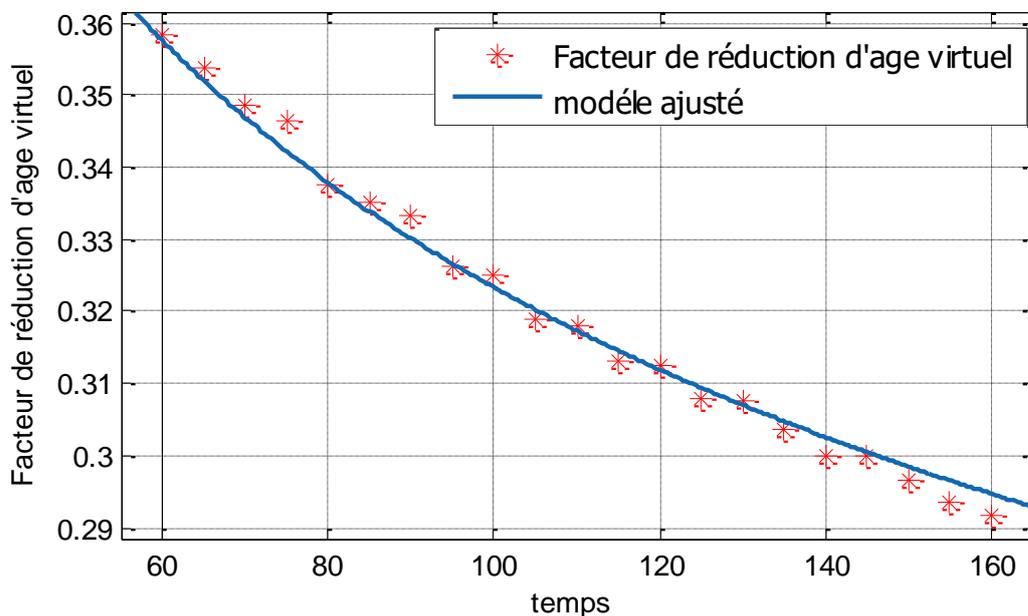
La fonction de facteur de réduction :

$$\rho(T) = p_1 \times T^3 + p_2 \times T^2 + p_3 \times T + p_4 \quad (\text{III.7})$$

Les coefficients de notre fonction  $\rho(T)$  :

- $p_1=1.847e-08$
- $p_2=9.357e-06$
- $p_3=-0.002003$
- $p_4=0.4495$

Après avoir tracé l'évolution de facteur de réduction en fonction du temps et faire l'ajustement nous allons obtenu cette figure :



**Figure III.9:** évolution de paramètre de réduction d'âge virtuel

On peut observer sur la figure que les données évoluent proportionnellement avec la courbe de l'ajustement. Toutefois, il y a quelques légères déviations entre certains points de données et la courbe ajustée.

### Chapitre III Évaluation de l'efficacité de la maintenance d'un système multi-composant

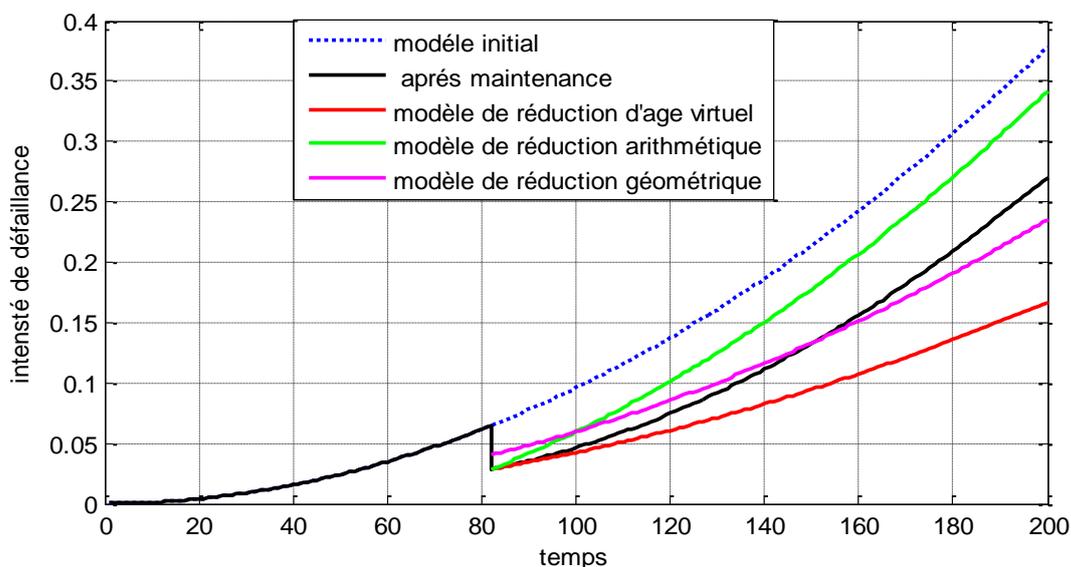
Le coefficient de détermination  $R^2$  obtenu après l'ajustement est égal à 0,9958, ce qui indique un bon ajustement du modèle polynomial aux données expérimentales mais un peu moins par rapport aux deux méthodes de réduction précédentes. Cela signifie que le modèle décrit de manière précise la relation entre le facteur de réduction d'âge virtuel et le temps.

#### III.4.4. Confirmation des résultats de l'ajustement

Dans cette section, nous allons remplacer le composant C2 à l'instant  $T = 82$  jours. À partir des équations précédentes (3.5), (3.6) et (3.7), nous calculerons le facteur de réduction de l'intensité de défaillance pour chaque modèle. Le tableau 3 présente les résultats obtenus à partir de ces calculs. Ensuite, nous tracerons l'évolution du facteur de réduction de l'intensité de défaillance pour chaque modèle afin de visualiser et comparer leur comportement au fil du temps. La **Figure III.10** montre les courbes de chaque modèle de réduction.

**Tableau 3:** les résultats du calcul des facteurs de réduction pour chaque modèle :

Modèle	Réduction arithmétique	Réduction géométrique	Réduction d'âge virtuel
Facteurs	$\delta$	$\alpha$	P
Valeurs	0.0362	0.62229	0.3378



**Figure III.10:** évolution des modèles de réduction d'intensité de défaillance et modèle imparfaite après de remplacement et l'évolution de modèle minimale

### ***Chapitre III Évaluation de l'efficacité de la maintenance d'un système multi-composant***

---

Cette figure compare l'évolution de l'intensité de défaillance selon différents modèles d'efficacité.

En analysant la figure, on peut tirer les conclusions suivantes :

1. Le modèle de réduction d'âge virtuel (courbe rouge) semble être le mieux adapté par rapport à la courbe d'intensité de défaillance après maintenance (courbe noire). Il suit de près la courbe après maintenance, particulièrement dans la première moitié du graphique. Ce modèle produit l'intensité de défaillance la plus basse parmi tous les modèles présentés, ce qui suggère qu'il représente le mieux l'effet bénéfique de la maintenance sur la fiabilité du système.
2. Parmi les modèles présentés, le modèle de réduction géométrique (courbe rose) apparaît comme le meilleur modèle proportionnel par rapport à la courbe d'intensité de défaillance après maintenance. Il suit une tendance similaire à la courbe après maintenance, bien qu'avec une intensité légèrement plus élevée. Ce modèle maintient une proportion relativement constante avec la courbe après maintenance tout au long de la période observée.

#### **III.5 Conclusion**

Cette étude sur l'efficacité de la maintenance des systèmes multi-composants a permis de mettre en lumière plusieurs aspects cruciaux : L'importance de l'évaluation précise de l'efficacité de la maintenance pour prédire le comportement futur des systèmes complexes. La comparaison de différents modèles de réduction d'intensité de défaillance (arithmétique, géométrique, et d'âge virtuel) a révélé des différences significatives dans leur capacité à représenter l'impact de la maintenance. L'analyse du remplacement du composant C2 à différents instants a montré que le timing des interventions de maintenance influence considérablement l'efficacité globale du système. Le modèle de réduction d'âge virtuel s'est avéré le plus performant pour décrire l'évolution de l'intensité de défaillance après maintenance, suivi de près par le modèle de réduction géométrique. L'utilisation de la méthode des moindres carrés et de la régression polynomiale a permis d'obtenir des ajustements précis pour chaque modèle, avec des coefficients de détermination ( $R^2$ ) proches ou égaux à 1. Ces résultats soulignent l'importance d'une approche nuancée dans la modélisation de l'efficacité de la maintenance des systèmes multi-composants. Ils mettent en évidence la nécessité de choisir judicieusement le modèle de réduction d'intensité de

### ***Chapitre III Évaluation de l'efficacité de la maintenance d'un système multi-composant***

---

défaillance en fonction des caractéristiques spécifiques du système étudié. Pour les gestionnaires de maintenance, ces conclusions impliquent qu'une attention particulière doit être portée non seulement au choix des composants à maintenir, mais aussi au moment optimal pour effectuer ces interventions. L'utilisation de modèles adaptés, en particulier le modèle de réduction d'âge virtuel, peut conduire à des prédictions plus précises du comportement du système après maintenance, permettant ainsi d'optimiser les stratégies de maintenance et d'améliorer la fiabilité globale du système. Cette étude ouvre la voie à des recherches futures sur l'optimisation des stratégies de maintenance pour des systèmes multi-composants encore plus complexes, intégrant potentiellement des aspects économiques et des contraintes opérationnelles spécifiques à différents secteurs industriels.

# **Conclusion générale**

# *Conclusion générale*

---

## **Conclusion générale**

L'objectif de ce mémoire est d'examiner l'effet de l'instant de remplacement sur l'efficacité de la maintenance des systèmes multi-composants. Pour cela, nous avons tout d'abord défini la maintenance ainsi que ses différents types. Ensuite, nous avons introduit le concept de fiabilité, en détaillant ses lois principale, qui sont essentielles pour l'étude des comportements des systèmes et nous avons décrit les modèles d'efficacité de la maintenance.

Nous avons présenté l'importance et les techniques d'ajustement des paramètres de la loi de Weibull pour modéliser la fiabilité des systèmes. L'accent a été mis sur la méthode des moindres carrés et la régression polynomiale comme outils d'estimation des paramètres de forme ( $\beta$ ) et d'échelle ( $\eta$ ).

Dans le dernier chapitre, nous avons entamé l'étude de l'efficacité de la maintenance sur un système multi-composant, pour cela, nous avons étudié un système série contient de quatre composant. Nous avons remplacé le composant le moins fiable à des instant défèrent pour réduisant la probabilité de pannes et donc l'intensité de défaillance du système grâce à l'utilisation de modèles de réduction appropriés, il est maintenir une performance optimale.

Les résultats soulignent l'importance d'une approche holistique, reconnaissant que le remplacement d'un seul composant ne suffit pas à restaurer l'intégralité du système à son état optimal. Cette étude démontre la valeur inestimable des outils de modélisation mathématique et de simulation dans la prédiction et l'amélioration du comportement des systèmes complexes, tout en mettant en évidence la nécessité d'une approche nuancée et adaptative dans la gestion de la maintenance.

Ces conclusions offrent une base solide pour l'élaboration de stratégies de maintenance plus efficaces et mieux ciblées, contribuant ainsi à l'amélioration de la fiabilité et de la performance globale des systèmes multi-composants dans divers domaines d'application

## *Références bibliographiques*

---

### **Références bibliographiques**

- [1].AFNOR, FDX60-000, maintenance industrielle, fonction maintenance, 2002.
- [2]. FRANCOIS MONCHY JEAN-PIERRE VERNIER, MAINTENANCE Méthodes et organisations, 2000.
- [3]. R.LAGGOUNE, Cours de fiabilité des systèmes, Université A.Mira de Bejaïa, 2018/2019.
- [4]. V. CANH HAI, stratégies de regroupement pour la maintenance des systèmes à composants multiples avec structure complexe, Thèse doctorat, université de technologie de Troyes, 2015.
- [5].E. AIT MOKHTAR, « Modèle de maintenance », cours de maintenance industrielle Université de Bejaia 2023/2024.
- [6].J.-L. CHABERT, «Gauss et la méthode des moindres carrés,» chez Revue d'histoire des sciences, tome42, 1989, pp. 5-26.
- [7] I. PARDOE, based on original notes by L.SIMON and D. YOUNG. «STAT 462 course materials on Polynomial Régression », Penn State University, 2018.
- [8] P.Baily et C.Carriere, «Statistiques Descriptives : Theorie et Applications,» chez Libres cours économie, 2015.