

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR**

**ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA BEJAÏA**

**FACULTE DE TECHNOLOGIE**

**DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE**

**MEMOIRE**

Présenté pour l'obtention du diplôme de

**MASTER**

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Installations énergétiques et turbomachines

Par :

**Haroun Zakaria**

**Thème**

---

# Modélisation et simulation numérique de l'échange convectif d'un ferrofluide au sein d'une cavité à parois ondulés

---

Soutenu le 03 Juillet 2024 devant le jury composé de :

M. Mendil Fatsah

Président

M. Adnani Massinissa

Rapporteur

M. Benslimane Abdelhakim

Examineur

Année Universitaire 2023/2024



## **Déclaration sur l'honneur**

### **Engagement pour respecter les règles d'authenticité scientifique dans l'élaboration d'un travail de recherche**

*Arrêté ministériel n° 1082 du 27 Décembre 2020*

*fixant les règles relatives à la prévention et la lutte contre le plagiat*

Je soussigné,

Nom : Haroun  
Prénom : Zakaria  
Matricule : 171733003598  
Spécialité et/ou Option : Installations énergétiques et turbomachines  
Département : Génie Mécanique  
Faculté : Sciences et Technologies  
Année universitaire : 2023/2024

et chargé de préparer un mémoire de : Master

Intitulé: Modélisation et simulation numérique de l'échange convectif d'un ferrofluide au sein d'une cavité à parois ondulés

Déclare sur l'honneur, m'engager à respecter les règles scientifiques, méthodologiques, et les normes de déontologie professionnelle et de l'authenticité académique requises dans l'élaboration du projet de fin de cycle cité ci-dessus.

Fait à Béjaia le  
03/07/2024

Signature de l'intéressé

.....







## Remerciements :

*Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mon encadreur, monsieur **Adnani Massinissa**, pour son soutien inestimable, ses conseils avisés et son encadrement tout au long de ce projet. Sa patience, sa disponibilité et sa confiance en mes capacités m'ont permis de progresser et de mener à bien ce travail de recherche.*

*Je remercie également sincèrement monsieur **Mendil Fatsah**, président de jury, pour avoir accordé du temps précieux à l'évaluation de mon travail. Je souhaite exprimer ma reconnaissance envers monsieur **Benslimane Abdelhakim**, mon professeur et chef de département, pour son implication et son expertise qui ont été déterminantes pour la réalisation de ce travail. Ses encouragements et ses conseils avisés m'ont permis de surmonter les obstacles et d'avancer dans ma recherche.*

*Je n'oublie pas de remercier tous mes professeurs pour leur enseignement et leur soutien continu tout au long de mon parcours académique. Leur dévouement et leur passion pour l'enseignement m'ont grandement inspiré et motivé. Leurs connaissances et leur pédagogie ont contribué à ma formation et à mon épanouissement intellectuel.*

*Enfin, je remercie chaleureusement mes collègues et amis pour leur camaraderie, leur soutien moral et leur aide précieuse. Leur présence et leur encouragement ont été des éléments clés pour surmonter les défis de ce projet. Je suis reconnaissant pour leur amitié et leur bienveillance.*

*À tous, merci infiniment pour votre soutien et votre contribution à la réussite de ce projet.*

## Dédicaces :

*Je tiens avant tout à exprimer ma profonde gratitude à Dieu Tout-Puissant, le Créateur, le Miséricordieux, qui éclaire mon chemin et me guide vers le droit sentier. Je lui suis reconnaissant pour la volonté qu'il m'a accordée de suivre ce chemin et pour les personnes formidables que j'ai rencontrées tout au long de ma vie.*

*A mon cher père, je dédie ces mots de reconnaissance pour tous les sacrifices qu'il a consentis pour mon épanouissement et ma réussite. Je lui témoigne mon profond respect, ma reconnaissance infinie et ma gratitude éternelle.*

*A ma très chère maman, je tiens à exprimer ma profonde affection pour tous les moments précieux que nous avons partagés, pour ses innombrables sacrifices, pour son immense patience, pour son amour inconditionnel et pour ses prières qui m'ont accompagné tout au long de ma vie.*

*Mes chères grand-mères, je prie Dieu de vous préserver en bonne santé et de vous accorder une longue vie remplie de bonheur. Je tiens ensuite à remercier chaleureusement ma précieuse famille pour leur soutien indéfectible, leurs encouragements et tous les sourires partagés. Je leur exprime ma profonde gratitude et souhaite à chacun d'eux une longue vie remplie de santé et de bonheur.*

*Je n'oublie pas ceux qui ne sont pas parmi nous aujourd'hui et je prie Dieu de nous réunir avec eux dans son Paradis.*

*A mes chers frères, où qu'ils soient, je tiens à exprimer le bonheur d'avoir eu la chance de grandir à leurs côtés. Je remercie tous ceux qui m'ont soutenu et je leur souhaite paix et prospérité.*

*Je remercie enfin toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont contribué à mon succès et à la réalisation de ce travail. Je leur suis reconnaissant pour leur aide précieuse et leur soutien indéfectible.*

*Ces mots de remerciements s'adressent à tous ceux qui ont marqué ma vie et qui ont contribué à mon épanouissement personnel et professionnel. Je suis profondément reconnaissant pour leur présence, leur soutien et leur amour.*

*Merci*



# Sommaire

|  |    |
|--|----|
| Sommaire .....   | 9  |
| Tables des illustrations .....   | 10 |
| NOMENCLATURE .....   | 11 |
| Introduction générale .....  | 2  |
| Chapitre I.....  | 1  |
| Etat de l'art.....   | 1  |
| I.1 Revus bibliographique sur le phénomène de transfert de chaleur.....                              | 2  |
| I.1.1 Les méthodes de transfert de chaleur.....  | 2  |
| I.1.2 L'importance de l'étude de la convection naturelle dans une cavité .....                       | 6  |
| I.2 Les nanofluides .....  | 7  |
| I.2.1 La définition des nanofluides.....   | 8  |
| I.2.2 Les propriétés thermo-physique d'un nanofluide.....  | 9  |
| I.3 Les ferrofluides .....   | 13 |
| I.3.1 Introduction .....   | 13 |
| I.3.2 Pourquoi la transition vers un ferrofluide .....   | 14 |
| I.3.3 Synthèse des recherches notables sur le comportement des ferrofluides .....                    | 15 |
| I.4 Conclusion.....  | 16 |
| Chapitre II Modélisation mathématique du problème .....  | 17 |
| II.1 Introduction : .....  | 18 |
| II.2 Problématique et objectifs : .....  | 18 |
| II.3 Définition de la géométrie du problème : .....  | 19 |
| II.4 Hypothèses simplificatrices :.....  | 20 |
| II.5 Les équations gouvernantes .....  | 20 |
| II.6 Les variables adimensionnelles : .....  | 23 |
| Chapitre III Méthodologie numérique.....   | 25 |
| III.1 Introduction à la CFD.....   | 26 |
| III.2 Définition de la CFD :.....  | 26 |
| III.4 Choix du maillage :.....   | 29 |
| III.5 Confirmation du modèle physique :.....   | 30 |
| Chapitre IV Discussion des résultats.....  | 33 |
| IV.1 Observation des lignes de courant et des isothermes : .....                                     | 34 |
| IV.1.1 Lignes de courant : .....   | 34 |
| IV.1.2 Isothermes :.....   | 39 |
| IV.2 Analyse des performances thermiques :.....  | 45 |
| IV.2.1 L'influence de la forme géométrique sur les variations de Nu moyen de la paroi chaude : ..... | 45 |
| IV.2.2 Analyse de la variation de Nusselt le long de la paroi chaude pour un Grashof constant :..... | 46 |
| IV.3 Conclusion : .....  | 47 |
| Conclusion générale.....   | 49 |
| Bibliographie .....  | 52 |

# Tables des illustrations

|   |    |
|---|----|
| Figure 1: Visualisations des méthodes de transfert d'énergie thermique.....                                   | 2  |
| Figure 2: visualisation de la convection naturelle.....   | 4  |
| Figure 3: L'effet du mouvement brownien sur les nanoparticules .....  | 7  |
| Figure 4: Un ferrofluide sous l'influence magnétique d'un aimant .....  | 14 |
| Figure 5: La conductivité thermique d'un ferrofluide sous un champ magnétique en fonction du temps [22] ..... | 15 |
| Figure 6 : Cavité à paroi ondulé deux fois $n=2$ .....   | 19 |
| Figure 7 : Cavité à paroi ondulé une fois $n=1$ .....  | 19 |
| Figure 8:   tude aérodynamique de l'air passant par un terrain.....  | 26 |
| Figure 9: volume de contrôle sur un plan cartésien (OXY) .....  | 28 |
| Figure 10: maillage typique, maillage décalé pour calcul de U, maillage décalé pour calcul de V .....     | 28 |
| Figure 11: la variation du nombre Nusselt moyen au long de la paroi chaude pour différents maillages .....   | 29 |
| Figure 12: Le maillage 150x150 pour $n=1$ et $n=2$ .....  | 30 |
| Figure 13 : isothermes Présent travail $\phi=1\%$ .....  | 31 |
| Figure 14 : lignes de courant présent travail $\phi=1\%$ .....   | 31 |
| Figure 20: isothermes Sebdani et al $\phi=3\%$ .....  | 31 |
| Figure 19: Ligne de courant Sebdani et al $\phi=3\%$ .....  | 31 |
| Figure 15 : Ligne de courant Sebdani et al $\phi=1\%$ .....   | 31 |
| Figure 16 : isothermes Sebdani et al $\phi=1\%$ .....   | 31 |
| Figure 18: isothermes Présent travail $\phi=3\%$ .....   | 31 |
| Figure 17: Lignes de courant présent travail $\phi=3\%$ .....  | 31 |
| Figure 21 $n=1$ $\phi=0,01$ .....   | 34 |
| Figure 22 $n=2$ $\phi=0,01$ .....   | 35 |
| Figure 23 $n=1$ $\phi=0,02$ .....   | 36 |
| Figure 24 $n=2$ $\phi=0,02$ .....   | 36 |
| Figure 26 $n=2$ $\phi=0,03$ .....   | 37 |
| Figure 25 $n=1$ $\phi=0,03$ .....   | 37 |
| Figure 27 $n=1$ $\phi=0,04$ .....   | 38 |
| Figure 28 $n=2$ $\phi=0,04$ .....   | 38 |
| Figure 29 $n=1$ $\phi=0,01$ .....   | 39 |
| Figure 30 $n=2$ $\phi=0,01$ .....   | 40 |
| Figure 31 $n=1$ $\phi=0,02$ .....   | 41 |
| Figure 32 $n=2$ $\phi=0,02$ .....   | 41 |
| Figure 33 $n=1$ $\phi=0,03$ .....   | 42 |
| Figure 34 $n=2$ $\phi=0,03$ .....   | 43 |
| Figure 35 $n=1$ $\phi=0,04$ .....   | 43 |
| Figure 36 $n=2$ $\phi=0,04$ .....   | 44 |
| Figure 38: Nusselt en fonction de X pour $Ha=0$ .....   | 46 |
| Figure 37: Nusselt en fonction de X pour $Ha=10$ .....  | 46 |
| Figure 39: Nusselt en fonction de X pour $Ha=50$ .....  | 47 |

# NOMENCLATURE

| <b>Symboles</b>  | <b>Définition</b>                                  | <b>Unité (SI)</b>                                 |
|------------------|--|---|
| C <sub>p</sub> : | Chaleur spécifique à pression constante            | J. K <sub>g</sub> <sup>-1</sup> . K <sup>-1</sup> |
| g:               | Accélération de la pesanteur                       | m. s <sup>-2</sup>                                |
| h:               | Coefficient de transfert de chaleur par convection | W. m <sup>-2</sup> . K <sup>-1</sup>              |
| P:               | Pression dimensionnelle                            | Pa  |
| T:               | Température dimensionnelle                         | K   |
| ΔT:              | Différence de température                          | K   |
| t:               | Temps dimensionnel                                 | s   |
| u .v:            | Composantes des vitesses dimensionnelles           | m . s <sup>-1</sup>                               |
| x .y :           | Coordonnées cartésiennes dimensionnelles           | m   |
| σ:               | Conductivité électrique                            | S.m <sup>-1</sup>                                 |

## Symboles grecs

|   |                                      |
|---|--------------------------------------|
| α: Diffusivité thermique                                  | m <sup>2</sup> . s <sup>-1</sup>     |
| β: Coefficient d'expansion thermique à pression constante | K <sup>-1</sup>                      |
| B: Intensité du Champ magnétique                          | T                                    |
| θ: Température adimensionnelle                            | K                                    |
| k: La conductivité thermique                              | W. m <sup>-1</sup> . K <sup>-1</sup> |
| μ: Viscosité dynamique                                    | Pa. s <sup>-1</sup>                  |
| ρ: Masse volumique  | Kg. m <sup>-3</sup>                  |

## Nombres adimensionnels

|                                     |
|-------------------------------------|
| Nu : Nusselt                        |
| $\overline{Nu}$ : Nusselt moyen     |
| Pr : Nombre de Prandtl              |
| G <sub>r</sub> : Nombre de Grashof  |
| H <sub>a</sub> : Nombre de Hartmann |

# **Introduction Générale**

# Introduction générale

En 1959, le physicien Richard Feynman a posé les bases scientifiques de la révolution des nanomatériaux. Il a suggéré qu'il serait possible de manipuler la matière au niveau des atomes individuels et a lancé deux défis au monde.

Le premier consistait à construire un moteur électrique minuscule, en état de fonctionner, mesurant seulement 1/64 de pouce cube., et le second à miniaturiser la page d'un livre à une échelle de 1/25000, suffisante pour de faire tenir tout le contenu de l'encyclopédie Britannica sur la tête d'une épingle. Il a fallu 26 ans pour que les deux défis soient relevés, mais ce genre de réflexion a inspiré le développement d'un nouveau domaine scientifique [1]. D'où, des recherches ont commencé à propos de ces "nanoparticules" et l'un de ces domaines de recherche à prouver étant prometteur : l'amélioration des propriétés des fluides et la manipulation de leur comportement ; Ce domaine est appelé les nano-fluidics.

Ce projet explore le transfert de chaleur convectif d'un ferrofluide dans une cavité à parois ondulées, une problématique fascinante mêlant physique des fluides et nanotechnologies. Pour répondre à cette question, nous avons structuré notre démarche en quatre chapitres distincts, chacun contribuant à une compréhension approfondie et cohérente du sujet.

Dans le premier chapitre, nous avons entrepris une revue bibliographique détaillée pour poser les bases théoriques de notre étude. Nous avons d'abord exploré les principales méthodes de transfert de chaleur, en soulignant l'importance de la convection naturelle dans les cavités fermées. Nous avons ensuite introduit les nanofluides, mettant en lumière leurs propriétés exceptionnelles et leur potentiel à révolutionner la gestion thermique. Enfin, nous nous sommes penchés sur les ferrofluides, des fluides magnétiques dont les propriétés uniques sous l'influence des champs magnétiques les rendent particulièrement adaptés à des applications thermiques avancées.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation mathématique du problème. Nous avons défini avec soin la géométrie ondulée de la cavité et les hypothèses simplificatrices nécessaires pour rendre le problème accessible à une analyse rigoureuse. En formulant et adimensionnalisant les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, nous avons établi un cadre théorique solide permettant de capturer les dynamiques complexes du système étudié.

Dans le troisième chapitre, nous avons mis en œuvre une approche numérique en utilisant la dynamique des fluides numérique (CFD). Ce chapitre détaille le processus de simulation : le choix

d'un maillage adapté, la validation du modèle physique, et les paramètres de résolution. L'accent a été mis sur la précision des calculs et la fiabilité des résultats pour garantir une interprétation pertinente des phénomènes physiques.

Enfin, le quatrième chapitre est dédié à l'analyse et à l'interprétation des résultats. Nous avons étudié les lignes de courant et les isothermes pour mettre en évidence l'effet de la géométrie ondulée et des propriétés des ferrofluides sur les mécanismes de transfert de chaleur. Une attention particulière a été portée à l'évaluation des performances thermiques, révélant des comportements prometteurs qui ouvrent la voie à des applications thermiques plus efficaces et innovantes.

# **Chapitre I**

## **Etat de l'art**

## I.1 Revus bibliographique sur le phénomène de transfert de chaleur

Le transfert de chaleur est un déplacement de l'énergie thermique d'un point à l'autre, cela se fait spontanément et cette énergie se déplace du point chaud vers le point froid jusqu'à ce que les deux points aient la même température, cet état est appelé l'état d'équilibre [2].

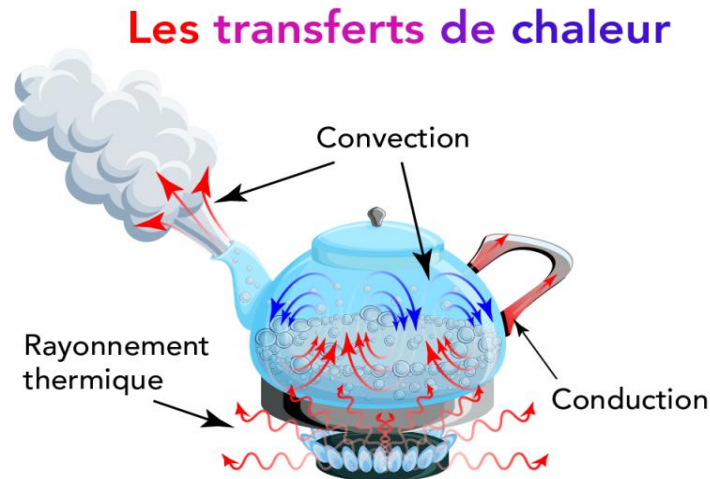


Figure 1: Visualisations des méthodes de transfert d'énergie thermique

Le contrôle précis de la température est crucial dans de nombreux domaines, tels que l'industrie électronique, l'aéronautique et la médecine. L'étude du transfert de chaleur dans les cavités permet de développer des techniques de contrôle thermique plus efficaces et plus précises.

### I.1.1 Les méthodes de transfert de chaleur

Il existe trois modes principaux de transfert de chaleur :

***Transfert par rayonnement :***

Le rayonnement est le transfert de chaleur qui vient de l'émission d'onde électromagnétique de la part du point chaud, ces ondes peuvent se propager dans le vide et requièrent aucun "milieu" pour se propager. Efficace pour les longues distances.

Exemple : le soleil et la terre, une corp radioactive.

***Transfert par conduction :***

La conduction est définie comme étant le mode de transmission de la chaleur (ou l'échange d'énergie interne) provoquée par la différence de température entre deux régions d'un milieu solide, liquide ou gazeux ou encore entre deux milieux en contact physique (gradient de température dans un milieu) [2], la diffusion thermique à travers les solides est régie par la loi de Fourier qui s'exprime par :



$$Q = -gradT \quad (I.1)$$

Qui s'écrit sous la forme axisymétrique :

$$\phi = \frac{d\phi}{dx} = \frac{-k.s}{dx} dx \quad (I.2)$$

Où :  $\phi$ : Flux de chaleur transmis par conduction [W]

k: Conductivité thermique du milieu [ $W.m^{-1} . C^{-1}$ ]

S : Aire de la section de passage du flux de chaleur  $m^2$

X : Variable d'espace dans la direction du flux.

### ***Transfert par convection :***

La convection, parfois identifiée comme un mode distinct de transfert de chaleur, se rapporte au transfert de la chaleur d'une surface de délimitation à un fluide en mouvement, ou au transfert de chaleur à travers un plan d'écoulement à l'intérieur du fluide qui s'écoule. Le flux de chaleur transmis par convection entre une paroi de température T1 et un fluide de température T2 s'écrit :

$$\phi = hS(T_p - T_f) \quad (I.3)$$

Cette loi est appelée **la loi de Newton** où :

h : Coefficient d'échange par convection thermique ( $W/m^2 . K$ ) ;

$T_p$  : La température de la paroi en (K) ;

$T_f$  : La température du fluide en (K) ;

S : La surface de contact avec le fluide en ( $m^2$ )

Selon le mouvement du fluide, la convection peut se manifester selon deux types :

### ***Convection naturelle :***

La convection naturelle, aussi appelée convection libre, est un mode de transfert de chaleur qui se produit dans les fluides (liquide et gaz) sans l'intervention d'une force extérieure. Elle est due à la variation de la masse volumique du fluide en fonction de la température.

Quand une partie du fluide est chauffée, les particules commencent à dilater et le fluide devient moins dense, ce qui provoque la poussée d'Archimède. Du coup, les particules chaudes surfaces vers le haut et les particules froides se noient. Le fluide froid, plus dense, descend pour prendre la place du fluide chaud qui est monté. Ce mouvement crée un courant convectif dans le fluide.

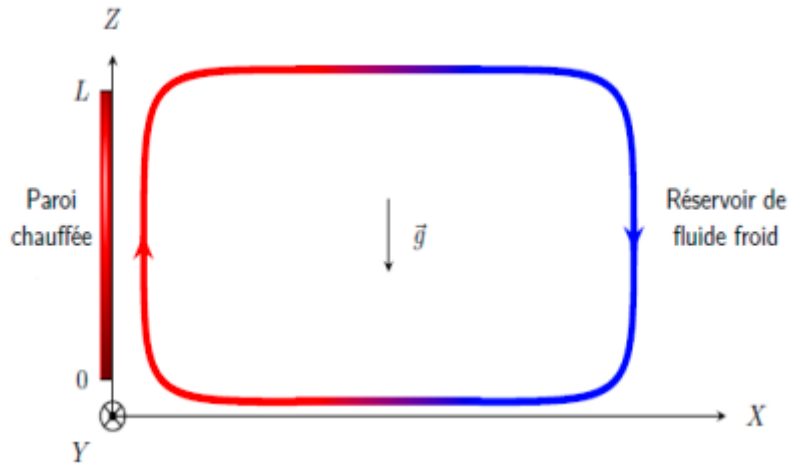


Figure 2: visualisation de la convection naturelle

Ce type de transfert est représenté principalement par deux grandeurs : Le nombre de Grashof (Gr) et le nombre de Rayleigh (Ra), ces valeurs peuvent décrire les forces qui affecte le fluide d'où on peut déduire la qualité et le type de son écoulement.

**-Le nombre de Grashof :**

Le nombre de Grashof est une grandeur adimensionnelle qui caractérise la convection libre, il est le rapport des forces d'inertie aux forces des viscosités [3] où :

$$Gr = \frac{\text{force de pesanteur}}{\text{force de viscosité}} = \frac{\beta \cdot g \cdot \Delta T \cdot \rho^2 \cdot L^3}{\mu^2} = \frac{\beta \cdot g \cdot \Delta T \cdot L^3}{\vartheta^2} \quad (\text{I.4})$$

Où :  $\beta$ : Coefficient de dilatation volumique du fluide en ( $C^{-1}$ ).

L: Longueur caractéristique de la géométrie en (m).

g: Accélération de la pesanteur en ( $m^2/s$ ).

$\vartheta$ : Viscosité cinématique du fluide en ( $m^2/s$ ).

$\Delta T$ : Écart de température en (C)

**-Le nombre de Prandtl :**

Le nombre de Prandtl compare la rapidité des phénomènes thermiques et des phénomènes hydrodynamiques dans un fluide. Un nombre de Prandtl élevé indique que le profil de température dans le fluide sera fortement influencé par le profil de vitesse. Un nombre de Prandtl faible (exemple : métaux liquides) indique que la conduction thermique est tellement rapide que le profil de vitesse a

peu d'effet sur le profil de température. Il est utile pour déterminer le nombre de Nusselt qui permet à son tour de calculer le coefficient de convection thermique.

$$Pr = \frac{\mu \cdot Cp}{k} \quad (I.5)$$

Où :

- $\mu$ : La viscosité dynamique (Kg/m.s)
- $\rho$  : La masse volumique (en kg/m<sup>3</sup>),
- $\lambda$  : la conductivité thermique, (en W/m.K),
- $Cp$  : la capacité thermique massique à pression constante (en J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>).

**-Le nombre de Rayleigh :**

Le nombre de Rayleigh est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides et caractérisant le transfert de chaleur au sein d'un fluide. On peut le définir comme le produit du nombre de Grashof, reliant les effets de la force de gravité à la viscosité du fluide, et du nombre de Prandtl.

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{\beta \cdot g \cdot \Delta T \cdot L^2}{\alpha \cdot \nu} \quad (I.6)$$

Où :

- $g$  : Accélération gravitationnelle
- $\beta$  : Le coefficient d'expansion thermique
- $\nu$  : La viscosité cinématique
- $\alpha$  : la diffusivité thermique

**-Le nombre de Nusselt :**

C'est un rapport de la quantité de chaleur échangée par convection à une quantité de chaleur échangé par conduction :

$$Nu = \frac{h \cdot L}{k} \quad (I.7)$$

Où :

- $h$  : coefficient de transfert thermique (W·m<sup>-2</sup>·K<sup>-1</sup>)
- $L$  : longueur caractéristique (m)
- $\lambda$  : conductivité thermique du fluide (W·m<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>).

**Convection forcée :**

La convection forcée est un mode de transfert de chaleur qui se produit dans les fluides (liquides et gaz) grâce à l'intervention d'une force extérieure. Cette force peut être créée par un ventilateur, une pompe ou tout autre dispositif qui met le fluide en mouvement. La force extérieure est appliquée au fluide, le forçant à s'écouler dans une direction spécifique. Puis, Le fluide en mouvement

transporte la chaleur des zones chaudes vers les zones froides, La vitesse du fluide influence la vitesse du transfert de chaleur. Plus le fluide circule rapidement, plus le transfert de chaleur est efficace.

Similairement à la convection naturelle y en a des grandeurs qui servent à décrire la convection forcée :

**-Le nombre de Reynolds ( $Re$ ) :**

Le nombre de Reynolds est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides. Il a été mis en évidence en 1883 par Osborne Reynolds. Il caractérise un écoulement, en particulier la nature de son régime (laminaire, transitoire, turbulent).

Le nombre de Reynolds représente le rapport des forces d'inertie aux forces des viscosités :

$$Re = \frac{\rho \cdot U \cdot D}{\mu} = \frac{U \cdot D}{\nu} \quad (I.8)$$

Où :  $\rho$  : la densité du fluide (en  $\text{kg/m}^3$ ),

$U$  : la vitesse caractéristique du fluide (en  $\text{m/s}$ ),

$L$  : la longueur caractéristique (m)

$\mu$  : la viscosité dynamique du fluide (en  $\text{Pa}\cdot\text{s}$  ou  $\text{N}\cdot\text{s/m}^2$ ).

Ce nombre joue un rôle fondamental dans la caractérisation de l'écoulement :

$Re < 2400$  signale un régime de courant laminaire

$Re > 5000$  signale un régime turbulent

$2400 < Re < 5000$  est un régime transitoire

### **I.1.2 L'importance de l'étude de la convection naturelle dans une cavité**

L'étude de la convection naturelle des fluides dans les cavités a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de son étude réside dans son implication dans de nombreux phénomènes naturels et industriels, tels que le solaire, le refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires, l'isolation des bâtiments (cas du double vitrage), la métallurgie, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi-conducteurs, ...etc.

Les résultats expérimentaux de la convection naturelle et de transfert de chaleur dans les cavités sont très limités à cause de la difficulté à mener des mesures. La précision des résultats expérimentaux est limitée par les faibles vitesses et par le fait que l'écoulement et le transfert de chaleur dans une cavité fermée sont très sensibles aux conditions aux limites. En effet, il est difficile de maintenir

des parois parfaitement adiabatiques dans une cavité fermée, surtout lorsque le fluide utilisé est l'air. Ces difficultés expliquent le nombre limité d'études expérimentales concernant la convection naturelle dans les cavités fermées remplies d'air. Seuls le nombre de Nusselt moyen ou la variation temporelle de la température sont disponibles dans la littérature. Ces résultats ont été corrélés en fonction des nombres de Grashof ou de Rayleigh.

Dans les systèmes de refroidissement industriels, l'amélioration des transferts convectifs attire la curiosité de la communauté scientifique thermicienne. Plusieurs approches, dites passives, ont été largement élaborées en convection thermique portant essentiellement sur la modification de la géométrie et de l'état de surface des parois d'échange, l'utilisation des ailettes et la modification des propriétés thermo-physiques des fluides caloporteurs.

## I.2 Les nanofluides

Les nanotechnologies est considéré par plusieurs comme étant une des domaines de recherche majeur dans la révolution industrielle du siècle courant, il vise à manipuler la structure de la matière au niveau moléculaire. Cela nous donne le potentiel d'innover dans plusieurs domaines en comptant les sciences biologiques, la physique, l'électronique, le transport et la sécurité environnementales.

La basse conductivité thermique des fluides traditionnels comme l'eau et les huiles nous pose une limitation en ce qui concerne l'amélioration du transfert thermique. Pour corriger cela, les chercheurs ont eu une forte motivation à développer des fluides qui nous permet d'avoir un taux de transfert plus élevé. D'où, viens le développement des nanofluides, la présence de nanoparticules dans un fluide augmente sa conductivité thermique et électrique et donne la possibilité de manipuler le comportement du fluide en utilisant un champ magnétique.

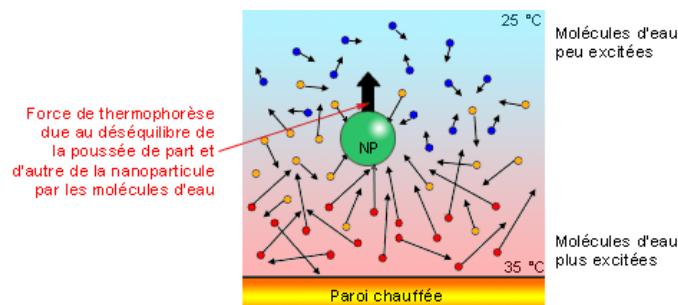


Figure 3: L'effet du mouvement brownien sur les nanoparticules

### I.2.1 La définition des nanofluides

Dans une quête visant à améliorer les performances des fluides de refroidissement, James Clerk Maxwell a entrepris, en 1881, une approche innovante. Son idée consistait à introduire une deuxième phase solide au sein d'un fluide porteur. Cette phase solide, choisie pour son coefficient de transfert thermique supérieur, devait booster la conductivité thermique globale du fluide.

Pour concrétiser cette idée, Maxwell a expérimenté la suspension de particules fines dans le fluide porteur. La taille de ces particules variait entre un micromètre et quelques millimètres. Malgré le potentiel prometteur de cette approche, son développement a été freiné par des défis techniques majeurs. Le fluide résultant présentait une instabilité chronique, favorisant la formation d'agglomérats de particules. Ces agglomérats, à leur tour, engendraient des pertes de charge considérables, rendant le système inefficace.

Dans les années 1990, l'émergence des nanotechnologies a ouvert la voie à une nouvelle ère dans le domaine des fluides. Des chercheurs ont envisagé la possibilité d'améliorer considérablement les propriétés thermo-hydrauliques des fluides en y suspendant des nanoparticules. Ces particules, d'une taille inférieure à 100 nanomètres, devaient agir comme de véritables agents de transfert thermique, propulsant les performances des fluides vers de nouveaux sommets.

C'est à Sung-II Choi, en 1995[5], que l'on doit le terme "nanofluides". Cette nouvelle appellation a marqué le début d'une intense activité de recherche sur ces matériaux prometteurs. Les investigations se sont portées sur de multiples fronts, explorant notamment la mécanique des fluides, le comportement rhéologique et le transfert de chaleur. L'arrivée des nanofluides a marqué un tournant majeur dans le domaine du transfert thermique, ouvrant la porte à un large éventail d'applications innovantes.

Les liquides contenant de nanoparticules en suspension sont des « nanofluides ». Ces particules ont un diamètre inférieur à 100nm (il convient de rappeler :  $1\text{nm}=10^{-9}\text{ m}$ ), les particules sont considérées comme la plus petite entité capable de manifester des propriétés et des phénomènes de transport à l'échelle macroscopique (le modèle classique).

Les nanofluides ont fait partie de plusieurs études approfondies depuis plus de 25 ans et ont démontrés la possibilité d'améliorer un large éventail de propriétés des liquides. Ce qui nous intéresse en particulier est la possibilité d'accroître l'efficacité du transfert de chaleur du fluide [8].

Les nanoparticules des matériaux qui peuvent être utilisés sont nombreuses, on peut citer : L'aluminium (Al), le cuivre (Cu), l'or (Au), l'argent (Ag)...

Le fluide de base doit assurer la suspension des particules et la stabilité à travers le temps, la sélection d'un tel fluide se fait en accordance du type et la géométrie des nanoparticules utilisé, le mouvement brownien des particules assure la suspension des nanoparticules dans le fluide de base on nomme comme fluides porteurs : l'eau, l'éthylène glycol EG, des huiles [9].

## I.2.2 Les propriétés thermo-physique d'un nanofluide

L'introduction de nanoparticules dans un fluide porteur, loin d'être un simple mélange, déclenche une cascade de modifications au niveau de ses propriétés fondamentales, impactant directement la qualité du transfert thermique. Ces changements, d'une ampleur variable, dépendent de divers facteurs intrinsèques aux nanoparticules et de leur interaction avec le fluide porteur [6].

Les changements de propriétés des fluides induits par les nanoparticules ne sont pas uniformes et dépendent de plusieurs facteurs comme :

- Matériaux des nanoparticules : La nature des matériaux constituant les nanoparticules joue un rôle crucial dans la détermination de leurs propriétés individuelles, et par conséquent, dans l'impact sur le fluide porteur. Des matériaux ayant une conductivité thermique élevée, par exemple, contribueront à améliorer la conductivité thermique du fluide.
- Taille des nanoparticules : Des nanoparticules de taille plus petite ont généralement un effet plus important sur les propriétés du fluide que des nanoparticules plus grandes. Cela s'explique par l'augmentation de la surface spécifique avec la diminution de la taille, ce qui accroît les interactions entre les nanoparticules et le fluide environnant.
- Rapport d'aspect des nanoparticules : La forme des nanoparticules, sphérique, allongée ou autre, peut également influencer leurs propriétés et celles du fluide. Des nanoparticules non sphériques peuvent présenter des effets anisotropes, c'est-à-dire que leurs propriétés varient selon la direction.
- Fraction volumique des nanoparticules : La concentration des nanoparticules dans le fluide joue un rôle déterminant dans l'ampleur des modifications des propriétés. Plus la fraction volumique est élevée, plus les effets sur la masse volumique, la viscosité, la conductivité thermique et la chaleur spécifique seront importants.

Un nanofluide comme tout autre fluide a des caractérisations avec qui on peut représenter et comprendre son comportement physique, des propriétés qui nous seront utile dans notre étude :

**La fraction volumique  $\phi$  :**

La fraction volumique  $\phi$  est l'un des caractères les plus importants lorsque on mène une étude sur les nanofluides, est définis comme le ratio des volumes de la phase solide ( $V_s$ ) et du volume totale du fluide ( $V_t$ )

$$\phi = \frac{V_s}{V_t} \quad (I.9)$$

Où  $V_s$  : volume de la phase solide

$V_t$  : volume totale du nanofluide

L'incorporation de nanoparticules conduit généralement à une augmentation de la masse volumique du fluide. Cette modification de la densité peut avoir des implications pour la flottabilité, la stabilité des suspensions et la conception des systèmes

**La conductivité thermique  $K$  :**

La conductivité thermique est également un élément essentiel pour faire le bilan du transfert de la chaleur, et qui impacte profondément son efficacité. Elle représente la capacité du fluide à conduire la chaleur, constitue l'un des avantages majeurs des nanofluides. En effet, l'ajout de nanoparticules permet souvent d'améliorer significativement la conductivité thermique du fluide, favorisant ainsi un transfert de chaleur plus efficace.

Celle-ci varie en fonction de la température. Elle dépend aussi de la fraction volumique du fluide et peut être calculé avec ces deux modèles présenté (parmi d'autres modèles) :

a) Le modèle de Maxwell (1873) :

Ce modèle à comme hypothèse que la forme des nanoparticules soit sphérique, cette condition peut demeurer comme négative mais néanmoins à servis comme une base pour les autres modèles qui ont été développés plus tard [7].

Le modèle de Maxwell nous dicte [10] :

$$k_{nf} = \frac{k_p + 2k_{bf} - 2\phi(k_{bf} - k_p)}{k_p + 2k_{bf} - \phi(k_{bf} - k_p)} k_{bf} \quad (I.10)$$

Où :  $\phi$  : la fraction volumique

$K_p$  : la conductivité de la phase solide

$K_{bf}$  : la conductivité du fluide de base



$K_{nf}$  : la conductivité du nanofluide

b) Le modèle de Hamilton et Crosser (1962) [11] :

Hamilton et Crosser sont venus avec un nouveau modèle pour calculer la conductivité d'un nanofluide quel que soit la forme des nanoparticules suspendues ; Le modèle de Maxwell n'était valable que dans le cas des particules sphérique et cela présentais une grande limitation aux chercheurs.

En introduisant la notion de la sphéricité  $\psi$  (facteur géométrique), qui est le rapport de la surface de la sphère ayant le même volume de la particule sur la surface de la nanoparticule elle-même, le modèle de Hamilton et Crosser est une description plus efficace de la conductivité thermique d'un nanofluide [12].

Ce modèle nous dicte :

$$k_{nf} = \frac{k_p + k_{bf}(n-1) - (n-1)(k_{bf} - k_p)\phi}{k_p + k_{bf}(n-1) + (k_{bf} - k_p)\phi} k_{bf} \quad (I.11)$$

$n$  : est un facteur de forme où  $n = \frac{3}{\psi}$

$n = 3$  pour les particules sphériques et  $n = 6$  pour les particules cylindriques. Pour  $\psi = 1$  (particules sphériques) le modèle de Hamilton-Crosser est identique au modèle de Maxwell.

**Viscosité dynamique ( $\mu$ ) :**

La viscosité peut être définie comme étant une propriété d'un fluide pour qu'il résiste aux déformations lorsqu'il est mis en mouvement. On peut donc parler de la viscosité comme étant une mesure du frottement interne d'un fluide. Un liquide très visqueux est un liquide qui présente un frottement interne élevé. La dispersion des nanoparticules dans un liquide a un effet sur la viscosité dynamique de ce dernier. La viscosité obtenue devient la viscosité dynamique du nanofluide qui peut être influencé énormément par la qualité de la dispersion de la nanoparticule dans le fluide de base et de la température, cette viscosité dynamique peut être calculée à partir de la viscosité dynamique du fluide de base et la fraction volumique du nanofluide [12], Pour ce qui suit nous allons citer deux modèles pour le calcul des viscosités apparentes :

a) Modèle d'Einstein (1906) :

La viscosité dynamique d'un nanofluide est donnée par la relation d'Einstein pour un mélange contenant des suspensions diluées de particules fines rigides [7], la relation d'Einstein est la suivante :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} = 1 + 2,5\phi \quad (\text{I.12})$$

Note : Cette relation est valable juste pour les fractions volumiques de  $\phi=0,03$  et moins.

b) Modèle de Brinkman (1952) [13] :

Par contre, Brinkman a généralisé la formule pour qu'il puisse être utilisé dans un large échantillon de fractions volumiques [8]

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} = \frac{1}{1 - \phi^2} \quad (\text{I.13})$$

Cette variation de viscosité affecte la circulation du fluide et les pertes de charge dans les systèmes hydrauliques.

**Masse volumique ( $\rho$ ) :**

La détermination de la masse volumique d'un nanofluide parfaitement homogène (bonne dispersion des nanoparticules dans le fluide) en fonction de la fraction volumique  $\phi$  à une température T donnée, se fait à partir de la définition de la masse volumique d'un mélange. Dans le cas d'un mélange la masse volumique est donnée par la relation suivante :

$$\rho = \left(\frac{m}{V}\right)_{nf} = \frac{m_f + m_p}{V_f + V_p} = \frac{\rho_f \cdot V_f + \rho_p \cdot V_p}{V_f + V_p} \quad (\text{I.14})$$

À partir de là on déduit alors la masse volumique du nanofluide [14] :

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_{bf} + \phi \cdot \rho_p \quad (\text{I.15})$$

L'incorporation de nanoparticules conduit généralement à une augmentation de la masse volumique du fluide. Cette modification de la densité peut avoir des implications pour la flottabilité, la stabilité des suspensions et la conception des systèmes utilisant les nanofluides.

**La chaleur spécifique ( $C_p$ ) :**

La chaleur spécifique est la capacité calorifique par unité de masse d'une substance ou d'un système homogène

$$C_p = \frac{dQ}{m dT} \quad (\text{I.16})$$

Où :  $C_p$  : chaleur spécifique ( $\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ).

La chaleur spécifique correspond à l'apport de chaleur nécessaire pour élever la température de l'unité de substance de 1 K lors de la transformation considérée. Pour la détermination de la chaleur spécifique d'un nanofluide, on peut citer le modèle suivant :

Modèle du Pak et Cho [15] :

Le modèle de Pak et Cho, développé en 1998, propose une formule pour estimer la chaleur spécifique des nanofluides. Cette formule s'appuie sur la règle des mélanges et prend en compte les propriétés thermiques des nanoparticules et du fluide porteur, et nous dicte :

$$(C_p)_{nf} = (1 - \phi)(C_p)_{bf} + \phi(C_p)_{np} \quad (I.17)$$

**Coefficient d'expansion thermique  $\beta$ :**

Nous nous intéressons dans le cadre de notre étude aux fluides incompressibles (masse volumique indépendante de la pression) mais dilatables. Cette variation de masse volumique sous l'action de la température est caractérisée par le coefficient d'expansion thermique :

$$\beta_t = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \quad (I.18)$$

Où :  $\beta_t$  : coefficient d'expansion thermique ( $K^{-1}$ ).

$\rho$  : masse volumique ( $kg/m^3$ ).

Le calcul de la valeur de ce coefficient pour les nanofluides, de très nombreux auteurs ont utilisé à la suite des premiers travaux sur les nanofluides et par analogie avec la relation qui détermine la masse volumique l'expression suivante :

$$\beta_{nf} = (1 - \phi)\beta_{bf} + \phi \cdot \beta_p \quad (I.19)$$

## I.3 Les ferrofluides

### 1.3.1 Introduction

La première synthèse de ferrofluide peut être datée de 1779 et attribuée à G. Knight car celui-ci prépara en son temps un fluide constitué de fines particules de fer en suspension dans l'eau. Toutefois, ce fluide n'était certainement pas à proprement parler un ferrofluide dans la mesure où les particules ne possédaient pas une taille nanométrique.

Il faut attendre la deuxième moitié du XX<sup>ème</sup> siècle et les travaux datés de 1963 de S. Papell (chimiste de la NASA) dont l'objectif était de fabriquer un propergol liquide (terme astronautique désignant le produit de propulsion) qui puisse être maintenu au fond de son réservoir par une

autre force que la gravité en l'absence de cette dernière. En effet, à cette époque, la plupart des fusées étaient propulsées par des propergols solides dont la combustion est difficilement contrôlable. Pour obtenir ce tout premier ferrofluide, il broya pendant 10 mois un mélange constitué de poudre de magnétite  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  et de kérosène (mélange d'hydrocarbures contenant des alcanes allant de  $\text{C}_{10}\text{H}_{22}$  à  $\text{C}_{14}\text{H}_{30}$  jouant le rôle de liquide porteur) en présence d'acide oléique dans le but d'obtenir des nanoparticules. Finalement, bien que ses recherches aient abouti, l'application des ferrofluides comme propergol liquide n'a jamais été mise en œuvre par la NASA. Toutefois en créant le premier ferrofluide stable et durable S. Papell ouvrit la porte à d'autres recherches et le développement des fluides magnétiques [16].

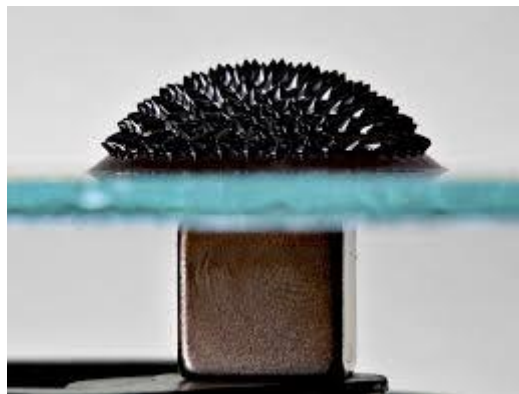


Figure 4: Un ferrofluide sous l'influence magnétique d'un aimant

### I.3.2 Pourquoi la transition vers un ferrofluide

Un ferrofluide est une solution colloïdale stable contenant des nanoparticules magnétiques en suspension dans un fluide porteur. Comme pour les nanofluides, la stabilité du ferrofluide est maintenue grâce à un surfactant enrobant les nanoparticules, ce qui réduit les forces de Van der Waals entre les particules de magnétite. Ainsi, le mouvement brownien des particules devient la force stabilisatrice majeur de la magnétite dans l'eau. Cependant, une différence notable réside dans la taille des nanoparticules. Les nanoparticules magnétiques ont généralement un diamètre moyen d'environ 10 nm, avec une distribution de tailles allant de 3 à 20 nm [21].

Lorsqu'un champ magnétique est appliqué, le ferrofluide révèle des propriétés thermo-physiques remarquables. Cela résulte de l'interaction intense entre les nanoparticules magnétiques et le fluide porteur. Ainsi, les caractéristiques magnétiques des nanoparticules sont transmises à l'ensemble du liquide, conférant à l'ensemble liquide-nanoparticules un comportement magnétique

Ainsi, les ferrofluides offrent une valeur ajoutée par rapport aux nanofluides, notamment sous l'influence d'un champ magnétique. En l'absence de ce champ, leurs propriétés sont comparables à

celles des nanofluides. Cependant, l'application d'un champ magnétique modifie significativement le comportement des ferrofluides. Cette observation soulève des questions sur l'impact du champ magnétique sur leurs propriétés thermiques et rhéologiques.

### 1.3.3 Synthèse des recherches notables sur le comportement des ferrofluides

Dans les travaux récents, l'étude du comportement thermique des ferrofluides a gagné en importance, en particulier concernant les effets d'un champ magnétique externe. Ces fluides présentent des propriétés complexes qui varient significativement avec l'intensité du champ magnétique appliqué.

Une série d'études a démontré que l'application d'un champ magnétique pouvait améliorer la conductivité thermique des ferrofluides. Par exemple, Gavili et al [22] ont observé une augmentation notable de la conductivité thermique lorsque la fraction volumique de nanoparticules de  $Fe_3O_4$  atteignait 5 %. Les résultats de leurs expériences ont montré un gain de près de 200 % dans les coefficients de conductivité thermique sous un champ magnétique optimal.

Cependant, au-delà d'un certain seuil, des études comme celles de Ramesh et Kumar [25] ont rapporté une saturation, suivie d'une chute inattendue de la conductivité, ce qui reste une question ouverte dans la communauté scientifique

Gavili et al [22]. Ont mesuré la conductivité d'un ferrofluide avec un fluide porteur à base d'eau contenant 5% de nanoparticules de  $Fe_3O_4$ . Leurs résultats montrent une augmentation de 200% du coefficient de conductivité thermique. Néanmoins, les mesures effectuées par ces auteurs indiquent une évolution de la conductivité thermique en fonction du temps. En effet, après la saturation du ferrofluide, la conductivité commence à chuter, ce phénomène n'est pas expliqué par les auteurs [17].

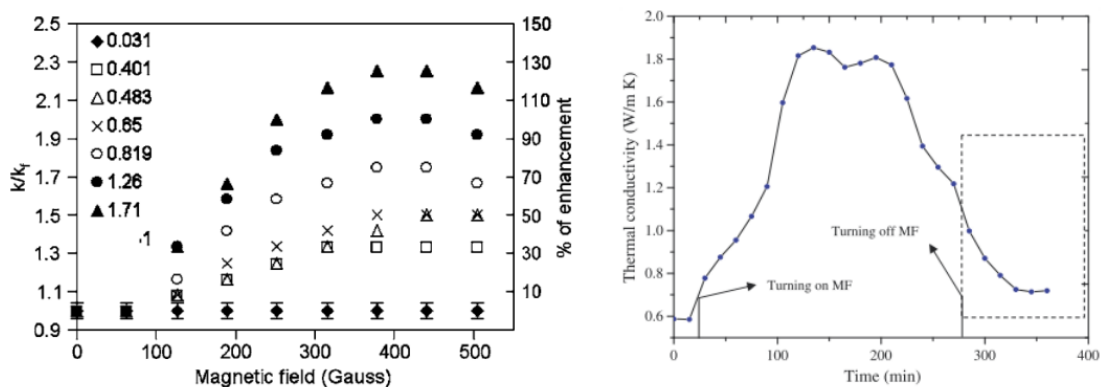


Figure 5: La conductivité thermique d'un ferrofluide sous un champ magnétique en fonction du temps [22]

L'impact du champ magnétique sur le fluide peut être caractérisé par une grandeur adimensionnelle connue sous le nom de nombre de Hartmann. Ce nombre, défini comme le rapport entre la force de Lorentz et la viscosité du fluide, exprime l'intensité de l'interaction entre le champ magnétique et le mouvement du fluide. Il est utilisé pour évaluer l'influence du champ magnétique sur des phénomènes tels que la convection, la turbulence et le transfert de chaleur à l'intérieur du fluide.

– *Le nombre de Hartman :*

Le nombre de Hartmann est un nombre adimensionnel utilisé en magnétohydrodynamiques pour caractériser le mouvement de fluides conducteurs en présence d'un champ magnétique. Il représente le rapport entre la force de Laplace et les forces visqueuses [17].

On le définit de la manière suivante :

$$Ha = B \cdot L_c \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} \quad (I.20)$$

Où : B : est le champ magnétique

$L_c$  : est la longueur caractéristique

$\sigma$  : conductivité électrique

$\mu$  : viscosité dynamique

La conductivité électrique du ferrofluide peut être défini par la corrélation de Maxwell [10] :

$$\sigma_{ff} = \sigma_f \left\{ 1 + \frac{3(\sigma_p/\sigma_f - 1)\phi}{(\sigma_p/\sigma_f + 2) - (\sigma_p/\sigma_f - 1)\phi} \right\} \quad (I.21)$$

## I.4 Conclusion

Ce chapitre a permis de poser les bases théoriques et bibliographiques essentielles à la compréhension des échanges thermiques et des propriétés spécifiques des nanofluides et des ferrofluides. Les différentes approches classiques et avancées d'étude du transfert de chaleur ont été explorées.

En approfondissant la compréhension des nanofluides, nous avons discuté de leur définition et de leur potentiel d'amélioration des performances thermiques. Par ailleurs, les ferrofluides, en tant qu'évolution des nanofluides, se distinguent par leur réponse unique aux champs magnétiques, ouvrant des perspectives prometteuses pour de nouvelles applications technologiques.

# **Chapitre II**

## **Modélisation mathématique du problème**

## II.1 Introduction :

Les écoulements de convection naturelle, observés dans des phénomènes tels que l'ébullition de l'eau ou les courants d'air chaud, constituent un domaine d'étude fascinant et complexe en mécanique des fluides. Ces mouvements apparemment simples masquent une orchestration élaborée de champs physiques, tous interconnectés et régis par des principes fondamentaux.

Les champs physiques de vitesse, température et de pression ne sont pas indépendants les uns des autres. Ils sont liés par des lois fondamentales de la physique, notamment la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Ces lois constituent les règles immuables qui régissent la dynamique des fluides, garantissant que la matière et la chaleur ne disparaissent pas et se répartissent de manière cohérente au sein du système.

L'analyse des écoulements de convection naturelle s'appuie sur des outils mathématiques, notamment les nombres adimensionnels. Ces nombres, sans unité de mesure, permettent de capturer l'essence des phénomènes physiques en jeu en les réduisant à des ratios simples.

Dans le contexte de la convection naturelle, deux nombres adimensionnels jouent un rôle prépondérant : le nombre de Grashof et le nombre de Prandtl, un autre nombre adimensionnel, le nombre de Hartmann, entre en ligne de compte, en fonction des propriétés spécifiques du fluide et du système étudié. L'importance relative de ces nombres dépend des conditions thermiques et de la géométrie du système.

## II.2 Problématique et objectifs :

L'objectif de ce travail est de développer un modèle mathématique de la convection naturelle laminaire d'un ferrofluide dans une enceinte carrée. La paroi inférieure de l'enceinte est chauffée uniformément, la paroi supérieure est refroidie, tandis que les parois latérales sont des parois ondulés et adiabatiques.

Dans ce qui suit on va voir le comportement d'un ferrofluide ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) en modélisant le problème dans une cavité carré avec des parois verticales oscillante et un gradient de température verticale sous l'influence externe d'un champ magnétique sur un plan cartésien  $(x, y)$  en présentant le modèle mathématique utilisé, les hypothèses simplificatrices retenues, ainsi que les conditions aux limites spécifiques à cette configuration pour ensuite étudier les résultats obtenus sur le logiciel de simulation. On se concerne à suivre la variation du nombre de Nusselt par rapport aux différentes fractions volumique de magnétite, de différents nombres de Grashof, de Hartman et pour différentes géométries.



### II.3 Définition de la géométrie du problème :

Pour observer l'importance de la géométrie de la conduite, on a pris deux différentes formes de cavité où la différence entre les deux cavités est le nombre d'ondulations des parois verticales comme présentés dans les figures suivantes :

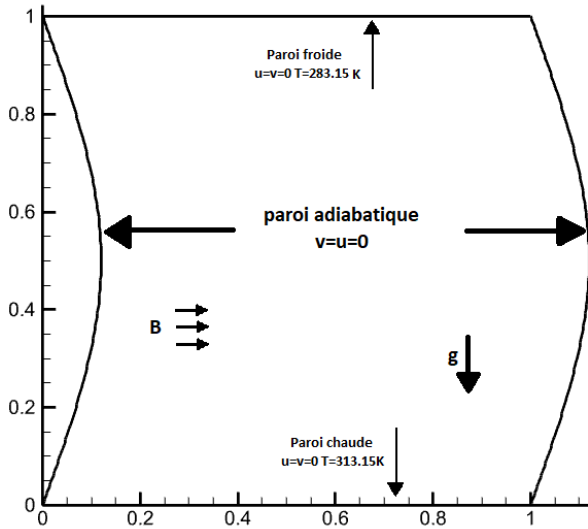


Figure 7 : Cavity à paroi ondulé une fois  $n=1$

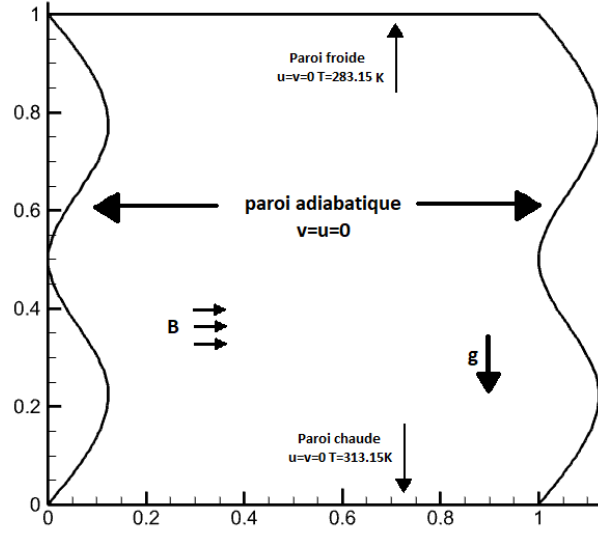


Figure 6 : Cavity à paroi ondulé deux fois  $n=2$

Les cavités seront sous l'influence d'un champ magnétique extérieur de magnitude  $\mathbf{B}$

Ces formes ont été construites en attribuant les équations suivantes à chaque paroi comme suite [18] :

Paroi horizontale inférieure :  $y = 0 \{0 \leq x \leq 1\}$

Paroi horizontale supérieure :  $y = 1 \{0 \leq x \leq 1\}$

Paroi verticale gauche :  $\omega = \alpha - \alpha \cdot \cos(2\pi n(y))$

Où :

$\alpha$ : L'amplitude de l'oscillation

$n$ : Le nombre d'oscillations ( $n=0$  signifie une ligne droite)

Paroi verticale droite :  $z = \omega + 1$

La paroi horizontale inférieure est uniformément chauffée à :  $T_c = 40^\circ\text{C} = 313,15\text{K}$

Quant à la paroi supérieure :  $T_f = 10^\circ\text{C} = 283,15\text{K}$

Les deux cavités sont remplies d'un ferrofluide  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  avec l'eau comme fluide de base qui rentre à une température  $T = 25^\circ\text{C} = 298,15\text{K}$

Les propriétés des deux phases du ferrofluide a cette température sont comme suite :

| Paramètre thermo-physique  | Eau      | Particules Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub> |
|----------------------------|----------|---|
| $C_p [J. Kg^{-1}. k^{-1}]$ | 4180     | 670                                       |
| $\rho [Kg. m^{-3}]$        | 997      | 5200                                      |
| $k [W. m^{-1}. k^{-1}]$    | 0,607    | 6   |
| $\beta. 10^{-5} [k^{-1}]$  | 20,47    | 1,18                                      |
| $\sigma [S. m^{-1}]$       | 0,05     | 25000                                     |
| $\mu [Kg. m^{-1}]$         | 0,000891 | -   |

Tableau 1: propriétés thermo physique des deux phases du ferrofluide

#### II.4 Hypothèses simplificatrices :

Les propriétés thermo-physiques du fluide sont indépendantes du changement de température  $\Delta T$ , le fluide est considéré newtonien et incompressible. L'écoulement est stationnaire, laminaire et permanent et l'approximation de Boussinesq est applicable.

Les nanoparticules suspendues dans l'eau sont stables et ne forment pas d'agglomérations ni de pertes de charge, cette stabilité indique un nombre de Reynolds magnétique très petit, un effet de joule et une dissipation visqueuse négligeables.

##### *L'approximation de Boussinesq :*

L'approximation de Boussinesq est utilisée en mécanique des fluides pour calculer les écoulements régis par la variation de densité, elle peut être utilisé dans tous les écoulements non-isothermes et ignore la variation de densité à l'exception des termes qui sont multiplié par la gravité dans les équations fondamentales [19].

Cette approximation est utilisée dans les liquides à température ambiante (exemple : les ventilations des bâtiments), elle assume que le changement de la densité est linéaire et elle est assez précise pour les cas de basse température et de basse vitesse, elle devient inexacte en augmentant la vitesse de l'écoulement (>120m/s) où à l'augmentation de la température (>100°C)

#### II.5 Les équations gouvernantes

Chaque phénomène physique est souvent formulé par des équations mathématiques qui représentent une modélisation de ce phénomène. En mécanique des fluides, les lois gouvernantes sont

dérivées des principes de conservation de masse, la conservation de mouvement et le premier principe thermodynamique de conservation d'énergie.

### **II.5.1 Equation de conservation de masse :**

Également connue sous le nom de principe de continuité, est un principe fondamental de la mécanique des fluides qui stipule que la masse totale d'un fluide dans un volume fermé doit rester constante au fil du temps, à condition qu'il n'y ait ni création ni destruction de matière. En d'autres termes, la quantité de fluide entrant dans un volume doit être égale à la quantité de fluide sortant.

Ce principe dicte :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla V = 0 \quad (II.1)$$

On peut introduire l'approximation de Boussinesq dans notre cas vu que la variation de la densité est minuscule. Selon Boussinesq, la densité devient seulement significative dans le terme de flottabilité dans les équations de Navier-Stokes ( $\rho \cdot g$ ), la densité deviendra une variable qui dépend de la gravité ( $g$ ) et qui varie selon l'axe  $y$  où  $\rho = \rho_0 \cdot \beta(T - T_0)$ . Et dans le reste des termes de nos équations, on remplacera ( $\rho$ ) par ( $\rho_0$ ) qui est une densité de référence [19].

Donc :

$$\rho_0 = cst \quad (II.2)$$

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \nabla V = 0 \quad (II.3)$$

D'où :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (II.4)$$

### **II.5.2 Equation de quantité de mouvement [20] :**

Ces équations expriment la deuxième loi de Newton du mouvement ( $F = ma$ ) pour un élément de fluide. Elles relient le taux de variation de la quantité de mouvement (masse multipliée par la vitesse) d'un élément de fluide aux forces qui agissent sur lui.

$$\overbrace{\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot V)V}^{(inertie)} = \overbrace{-\nabla p}^{(pression)} + \overbrace{\nabla \tau}^{(contraintes\_visqueuses)} + \overbrace{\vec{F}}^{(forces\ extérieures)} \quad (II.5)$$

$$\text{Où : } \tau = \mu(\nabla V + \nabla V^T) - \frac{2}{3}\mu \cdot I(\nabla V) \quad (II.6)$$

Selon l'équation de conservation de masse et puisque la viscosité  $\mu$  est constant et puisque notre fluide est newtonien :

$$\nabla \tau = \nabla \left[ \mu (\nabla V + \nabla V^T) - \frac{2}{3} \mu \cdot \overbrace{I(\nabla V)}^0 \right] = \mu \cdot \nabla^2 V \quad (\text{II.6})$$

Finalelement :

$$\rho_0 (\partial_t \vec{V} + (\vec{V} \cdot \nabla) \cdot \vec{V}) = -\nabla p + \mu \nabla^2 V + \rho_0 \cdot \beta (T - T_0) \cdot g + \nabla \cdot H \cdot B \quad (\text{II.7})$$

Le terme  $(\nabla \cdot H \cdot B)$  représente les forces magnétiques qui influence notre cavité et le fluide dedans, on considère que la paroi est stationnaire et n'est pas magnétisée, les forces ferromagnétiques inter-particules (les forces de Van Der Walls) sont négligeable par ce que les nanoparticules sont couvert d'un isolant et donc isolées

On remplace le terme  $(\nabla \cdot H \cdot B)$  par le terme de la force de Lorentz [18] :

$$F_m = B^2 \cdot \sigma_{ff} \cdot V \quad (\text{II.8})$$

D'où :

Selon  $x$  :

$$\rho_{ff} \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{ff} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \sigma_{ff} \cdot B^2 \cdot u \quad (\text{II.9})$$

Selon  $y$  :

$$\rho_{ff} \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{ff} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + (\rho\beta)_{ff} \cdot (T - T_0) \quad (\text{II.10})$$

### II.5.3 Equation de conservation d'énergie :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k \nabla T) + \beta \cdot T \left( \frac{\partial p}{\partial t} + V \cdot \nabla p \right) \quad (\text{II.11})$$

Les termes du côté gauche de l'équation représentent l'enthalpie du système et les termes du côté droite sont les énergies internes du système [19], Le fluide est incompressible et donc  $\nabla p=0$  et  $k = cst$  donc :

$$(\rho C_p)_{ff} \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_{ff} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.12})$$

Nos conditions aux limites :

$$u = v = 0 ; T = T_c \quad \text{à } y = 0 \text{ et } x = [0, 1]$$

$$u = v = 0 ; T = T_f \quad \text{à } y = 1 \text{ et } x = [0, 1]$$

$$u = v = 0 ; \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{à } x \in \{0, 1\} \text{ et } y = [0, 1]$$

## II.6 Les variables adimensionnelles :

Pour pouvoir observer les changements des taux d'échanges convectifs et des isothermes et les iso courants suivant les variations des nombre adimensionnels Gr et Ha [14] ... on devra convertir nos résultats en introduisant des variables adimensionnelles :

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{u.L}{\alpha_f}, V = \frac{v.L}{\alpha_f}, P = \frac{p.L^2}{\rho_{ff}.\alpha_f^2}; \theta = \frac{T-T_f}{T_c-T_f}; \tau = \frac{t.\alpha_f}{L^2}; Pr = \frac{V_f}{\alpha}$$

$$Ra = \underbrace{\frac{g.\beta_f.L^3(T_c-T_f)}{V_f^2}}_{Gr}.Pr; Ha = \sqrt{\frac{\sigma_f.B^2.L^2}{\mu_f}}$$

En remplaçant ces termes dans nos équations on aboutit à obtenir [18] :

### II.6.1 Equation de conservation de masse adimensionnelle :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (II.13)$$

### II.6.2 Equation de Navier-Stockes adimensionnelle :

Selon x :

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \left(\frac{\mu_{ff}.\rho_f}{\mu_f.\rho_{ff}}\right).Pr\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) + \left(\frac{\sigma_{ff}.\rho_f}{\sigma_f.\rho_{ff}}\right).Ha^2.Pr.U \quad (II.14)$$

Selon y :

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \left(\frac{\mu_{ff}.\rho_f}{\mu_f.\rho_{ff}}\right).Pr\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) + \left(\frac{\beta_{ff}}{\beta_f}\right)Ra.Pr.\theta \quad (II.15)$$

### II.6.3 Equation de conservation d'énergie adimensionnelle :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left(\frac{\alpha_{ff}}{\alpha_f}\right).\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}\right) \quad (II.16)$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$U = V = 0 ; \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \quad \text{à } 0 \leq Y \leq 1 \quad X = \{0,1\}$$

$$U = V = 0 ; \theta = 0 \text{ à } 0 \leq X \leq 1 \text{ } Y = \{0,1\}$$

**Fonction de courant :**

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \quad \text{et} \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}$$

**Le nombre de Nusselt :**

Pour une cavité chauffée différentielle, le nombre de Nusselt moyen peut être calculé en moyennant les nombres de Nusselt locaux calculés au niveau de tous les nœuds de la paroi chaude ou froide. Le nombre de Nusselt local se calcul comme suit :

$$Nu = \frac{h.L}{\lambda} = -\left(\frac{k_{ff}}{k_f}\right) \cdot \frac{\partial \theta}{\partial Y} \quad (II.17)$$

Le calcul du nombre de Nusselt moyen à la paroi chaude. En utilisant l'intégration de leurs analogues locaux est donné par la formule :

$$\overline{Nu} = \int_0^L Nu \cdot dY = \frac{1}{\theta_{ad}} \quad (II.18)$$

# **Chapitre III**

## **Méthodologie numérique**

### III.1 Introduction à la CFD

Dans ce chapitre, nous présentons la méthodologie numérique employée pour modéliser le problème étudié. L'utilisation de simulations numériques est essentielle pour comprendre les phénomènes complexes associés au transfert de chaleur et au comportement des fluides. Les logiciels de simulation numérique, couplé avec les outils de génération de maillage, permettent de résoudre les équations gouvernantes, offrant ainsi une approche robuste et flexible pour notre étude.

Nous commençons par décrire la préparation du modèle numérique, la génération du maillage. La section suivante se concentre sur les méthodes numériques utilisés pour résoudre les équations du modèle. Nous expliquons le choix des schémas de discrétisation, ainsi que la procédure d'étude de l'indépendance du maillage pour assurer la fiabilité des résultats.

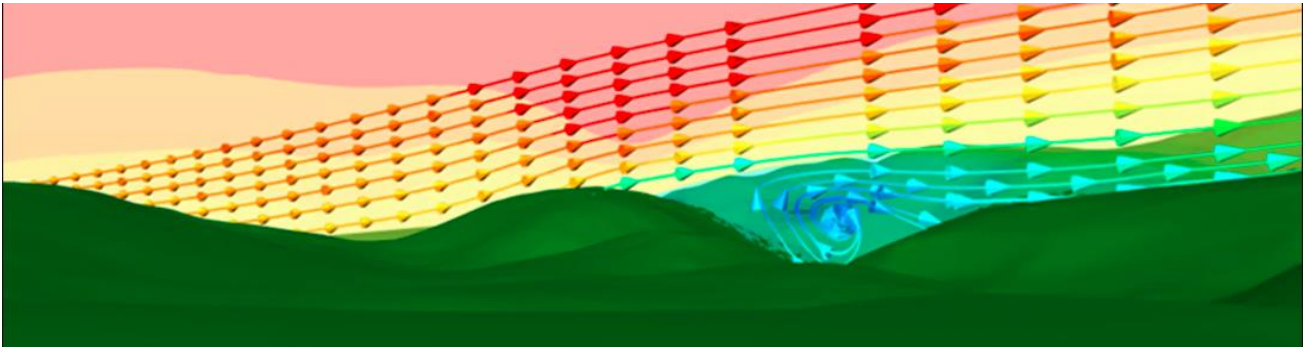


Figure 8: étude aérodynamique de l'air passant par un terrain

### III.2 Définition de la CFD :

La CFD, ou dynamique des fluides numérique (en anglais, **C**omputational **F**luid **D**ynamics), est un domaine de la mécanique des fluides qui utilise des méthodes numériques et des algorithmes pour résoudre et analyser les problèmes impliquant des écoulements de fluides. La CFD permet de simuler le comportement des fluides et de prédire leurs interactions avec des surfaces définies par des conditions aux limites spécifiques.

L'intégration de la simulation CFD dans le processus de conception est rassurante dans la mesure où elle permet de tester un modèle complexe en tant que modèle informatique avant d'engager des coûts de construction. La certitude de conception peut être établie, les scénarios pouvant être simulés avec précision, les résultats calculés étant affichés sous forme graphique, fournissant une représentation « facile à comprendre ».



### III.3 Le fonctionnement de la CFD :

La CFD repose sur la division d'un domaine d'écoulement en un grand nombre de petits éléments. Les équations gouvernantes et le mouvement des fluides sont ensuite résolus pour chaque élément, ce qui permet d'obtenir une description détaillée du champ d'écoulement. Les équations différentielles partielles (EDP) des fluides sont discrétisées pour être résolues numériquement. Les principales méthodes de discrétisation incluent

- La méthode des volumes finis.
- La méthode des éléments finis.
- La méthode des différences finies.

#### *La méthode des volumes finis :*

Dans notre étude, on a utilisé un programme informatique conçu pour la modélisation des écoulements des fluides et des transferts thermiques pour tout type de géométries avec un grand nombre de modèles disponibles, pouvant faire face à de très nombreux aspects dynamiques et thermique

Le programme utilisé est basé sur la méthode des volumes finis, il nous a semblé impératif de décrire les principales lignes de cette méthode dans cette section.

Cette méthode a été décrite par Patankar et Spalding en 1980 [23], utilisé par la majorité des codes de calcul (Fluent, Fine Turbo, Star CD). Dans la méthode des volumes finis, les équations régissant le fluide sont intégrées dans un volume de contrôle défini par la discrétisation spatiale du domaine physique d'étude (le maillage). C'est la raison pour laquelle les solutions sont dépendantes de la qualité et de la taille du maillage. De cette manière, les quantités physiques spécifiques telles que la masse, la quantité de mouvement ou l'énergie sont conservées au sein de chaque volume de contrôle. La résolution numérique par la méthode des volumes finis passe par les étapes suivantes :

- Distribution des volumes de contrôle (Maillage).
- Discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle.
- Choix du schéma d'interpolation approprié.
- Choix d'algorithme de résolution du système d'équations obtenu après discrétisation

Dans son ensemble, la méthode des volumes finis consiste à subdiviser le domaine de calcul en un nombre fini de volumes élémentaires appelés volumes de contrôle. L'un des principaux avantages de cette méthode est qu'elle assure une conservation intégrale exacte des entités physiques quelle

que soit la taille du maillage. On se restreint dans cette section aux grilles cartésiennes bidimensionnelles quadrilatérales.

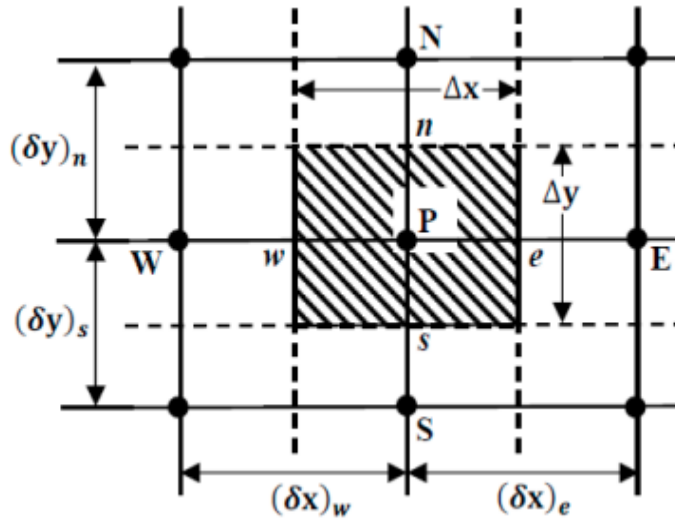


Figure 9: volume de contrôle sur un plan cartésien (OXY)

Les indices en lettres majuscules désignent les nœuds centraux de chaque volume de contrôle où sont stockées les variables scalaires (température et pression) tandis que ceux en lettres minuscules désignent les nœuds aux centres des faces latérales où sont stockées les entités vectorielles (les composantes de la vitesse  $u$  et  $v$ ). L'une des particularités associées à cette méthode est l'utilisation d'un maillage décalé (staggered grid) en fonction de l'entité considérée.

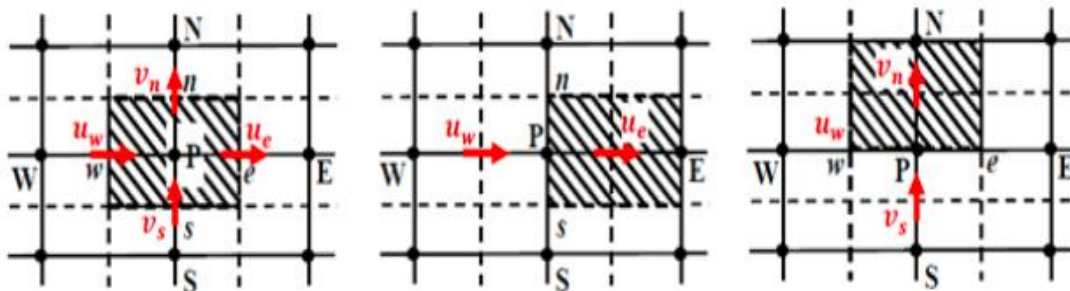
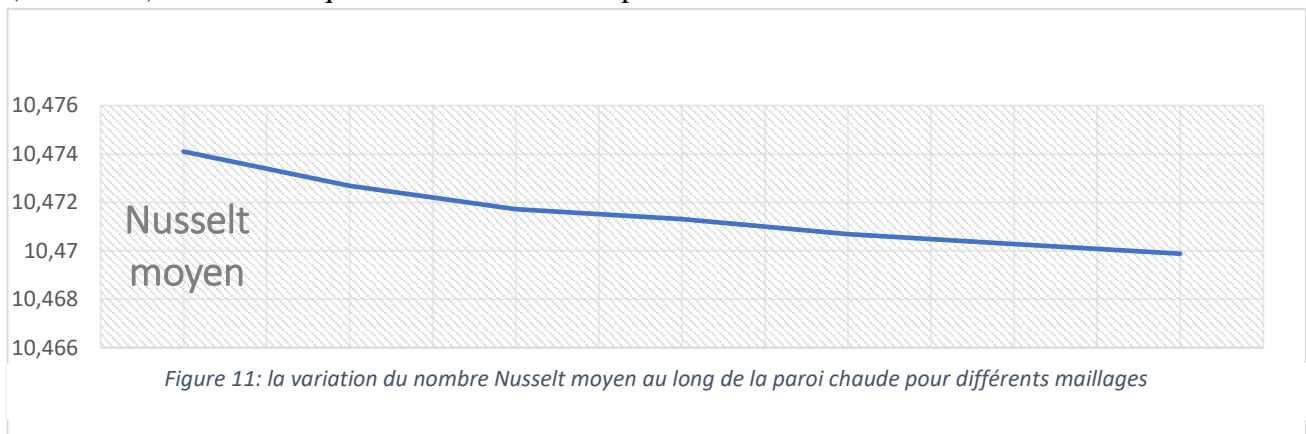


Figure 10: maillage typique, maillage décalé pour calcul de  $U$ , maillage décalé pour calcul de  $V$

Les variables scalaires dans les équations gouvernantes sont intégrées (discrétisées) dans un volume fini typique. En revanche, les entités vectorielles sont discrétisées dans des volumes finis décalés vers la droite pour les composantes de vitesse longitudinales et vers le front pour les composantes de vitesse transversales. Il est bien connu que le maillage décalé permet une meilleure estimation des flux convectifs et des gradients de pression ainsi qu'une stabilisation numérique de la solution.

### III.4 Choix du maillage :

L'analyse de la sensibilité des résultats numériques au maillage constitue un atout en amont de toute étude CFD. En effet, afin de s'assurer de l'exactitude et de la fiabilité de la solution numérique obtenue par notre code CFD, une série de tests rigoureux de sensibilité au maillage a été effectuée. Ces tests de sensibilité sont nécessaires afin de trouver un compromis entre précision et rapidité de calcul. La dépendance de la solution numérique du maillage a été testée en considérant la cavité différentiellement chauffée. L'évolution du nombre de Nusselt moyen, rapporté auprès de la paroi chaude, a été menée pour sept différentes combinaisons de maillage de plus en plus raffiné allant de (150 x 150) à (210 x 210) comme indiqué dans le schéma ci-après :



Un maillage optimal est un maillage qui permet d'obtenir des résultats précis et convergents avec le minimum de ressources de calcul possible une marge d'erreur inférieure à 2% est la norme généralement adoptée. Le tableau suivant nous montre le pourcentage d'erreur entre chaque des maillages choisis :

| Maillage | %ERR       |
|----------|------------|
| 150x150  | /          |
| 160x160  | 0,01346178 |
| 170x170  | 0,00926219 |
| 180x180  | 0,00394396 |
| 190x190  | 0,00589229 |
| 200x200  | 0,00396344 |
| 210x210  | 0,00377258 |

Tableau 2: calcul d'erreur relative pour différents maillages

On a fini par choisir le maillage 150x150 pour notre cas avec un pourcentage d'erreur inférieur à 0,01%, le maillage que nous avons construit, un maillage structuré (quadrilatéral : mieux adapté pour la forme rectangulaire) non uniforme suivant les deux directions sera le plus approprié. Appliquer

un raffinement du maillage proche des parois (maillage resserré aux parois) permet de mieux décrire les phénomènes qui se produisent dans cette zone. En effet, la couche limite qui se développe proche des parois du fait de la condition de non glissement est un problème à traiter avec soin. Bien entendu, ce type de maillage procure un meilleur compromis entre temps de calcul (convergence) et résultats précis et significatifs.

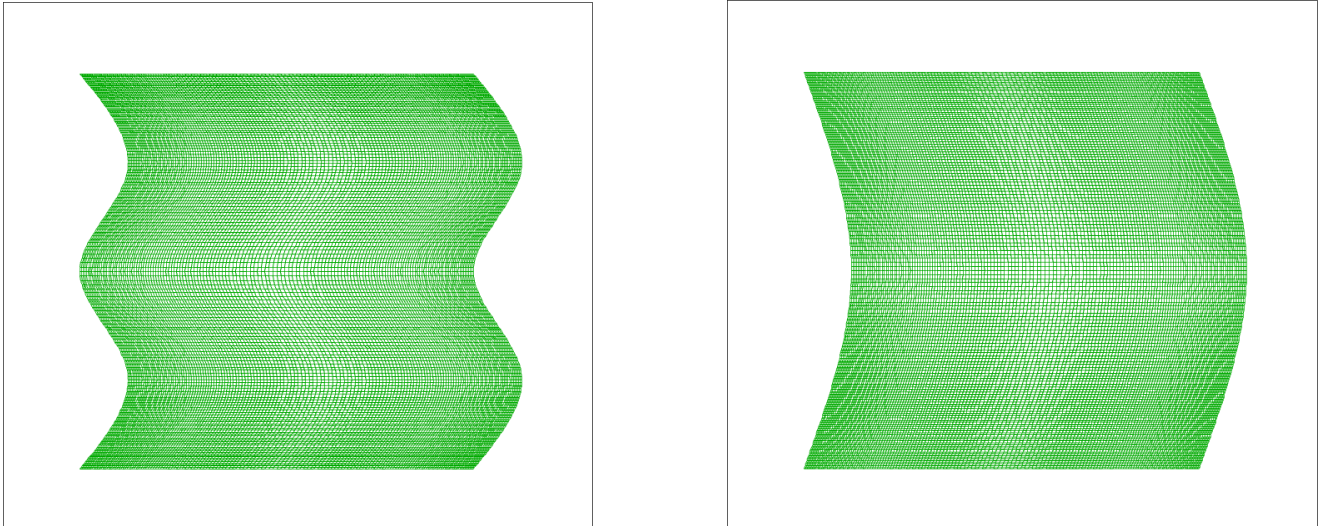


Figure 12: Le maillage 150x150 pour  $n=1$  et  $n=2$

### III.5 Confirmation du modèle physique :

Pour valider notre simulation numérique, nous allons comparer nos résultats avec ceux de la littérature. Nous allons ainsi présenter les solutions du problème étudié par S.M. Sebdani et al [24]. Ces auteurs ont analysé la convection naturelle dans une cavité carrée contenant un nanofluide  $Al_2O_3$  avec une source chaude sous forme de plaque chauffée, les murs verticales sont maintenus à une température froide  $T_f$  et le restant des sections sont adiabatiques. La hauteur et la largeur de la cavité sont notées  $L$ . Les calculs sont effectués numériquement à l'aide de la méthode des volumes finis. Nous comparerons la distribution des lignes de courant et les lignes isothermes pour  $Re = 1$ ,  $Ra=10^3$  et deux différentes fractions volumiques du nanofluide (1% et 3%) :

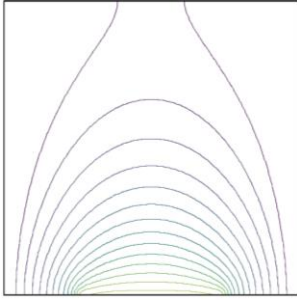


Figure 13 : isothermes Présent travail  $\phi=1\%$

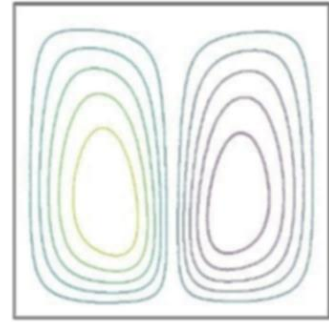


Figure 14 : lignes de courant présent travail  $\phi=1\%$

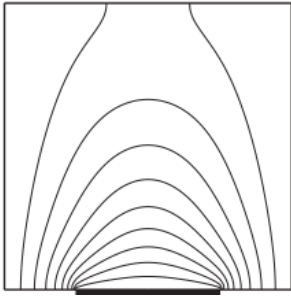


Figure 18 : isothermes Sebdani et al  $\phi=1\%$

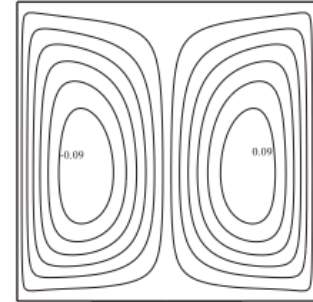


Figure 17 : Ligne de courant Sebdani et al  $\phi=1\%$

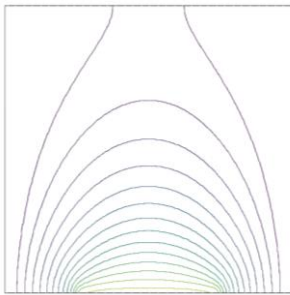


Figure 19: isothermes Présent travail  $\phi=3\%$

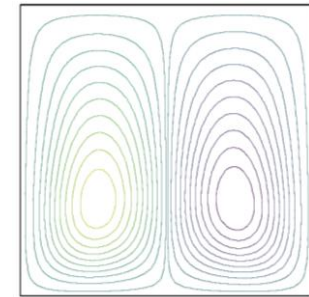


Figure 20: Lignes de courant présent travail  $\phi=3\%$

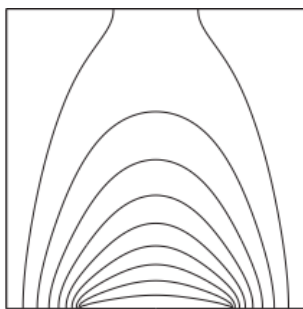


Figure 15: isothermes Sebdani et al  $\phi=3\%$

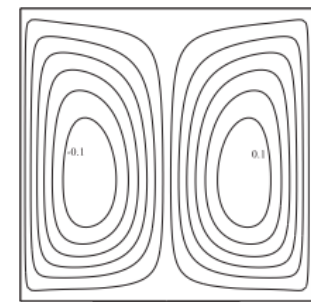


Figure 16: Ligne de courant Sebdani et al  $\phi=3\%$



# **Chapitre IV**

## **Discussion des résultats**

Pour les deux géométries  $n=1$  (une ondulation) et  $n=2$  (deux ondulations) et pour :

- Différents nombres de Rayleigh ( $10^5$ ,  $10^6$  et  $10^7$ )
- Différents nombres de Hartmann (0, 10 et 50)
- Différentes fractions volumiques de magnétite (1%, 2%, 3% et 4%)

On a abouti à obtenir ceci :

#### IV.1 Observation des lignes de courant et des isothermes :

L'observation des champs de vitesse et des champs de température peut nous donner des remarques analytiques pour le problème entre nos mains. Ceci est un outil essentiel dans l'arsenal des dynamiciens des fluides. En analysant ces champs, nous pouvons obtenir de précieuses informations sur les processus physiques en jeu, ces informations sont cruciales pour optimiser les conceptions et comprendre les phénomènes qui règnent le comportement du ferrofluide.

##### IV.1.1 Lignes de courant :

Les champs de vitesse capturent la direction et la magnitude du mouvement du fluide. En analysant ces champs, nous pouvons discerner les profils d'écoulement qui caractérisent le comportement du fluide. Ces profils révèlent les forces qui animent le mouvement du fluide, telles que les forces visqueuses et les forces extérieures.

Voici ce qu'on a obtenu pour différentes variations des paramètres  $Ha$  (**augmente de haut en bas dans chaque figure**),  $Gr$  (**augmente de gauche à droite dans chaque figure**),  $\phi$  et  $n$

##### 1. Pour $\phi=0,01$ :

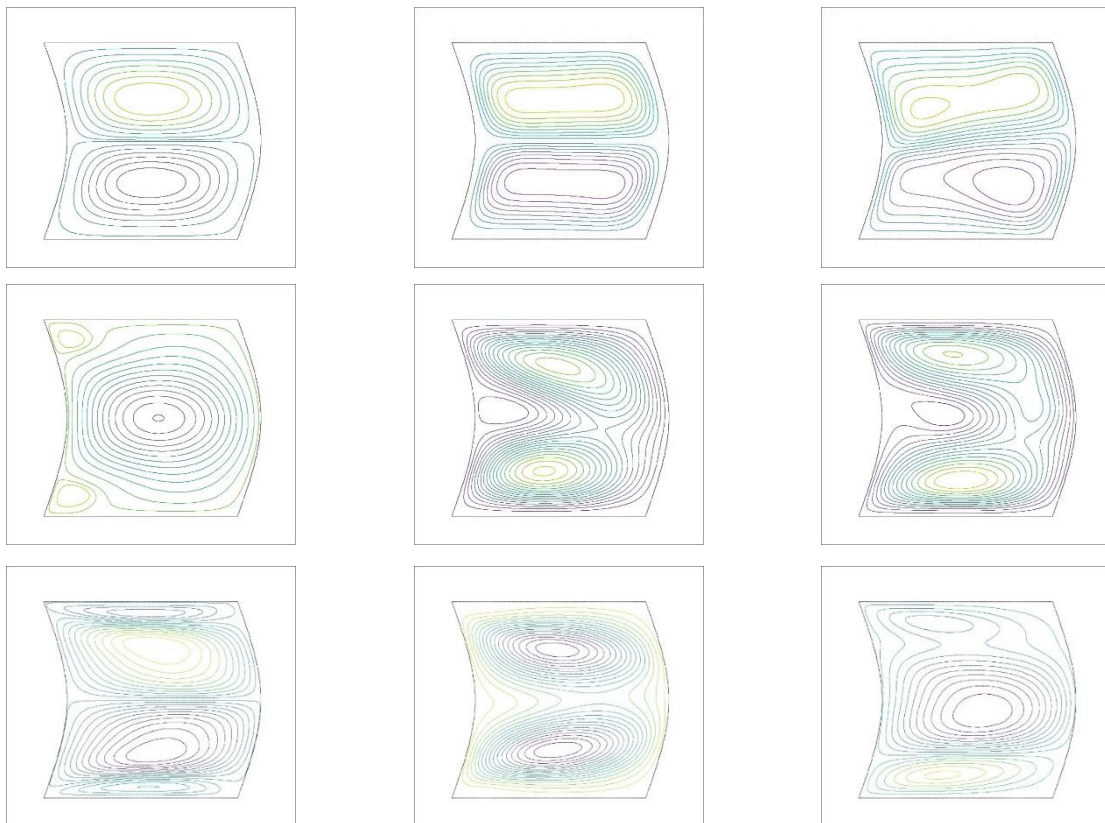
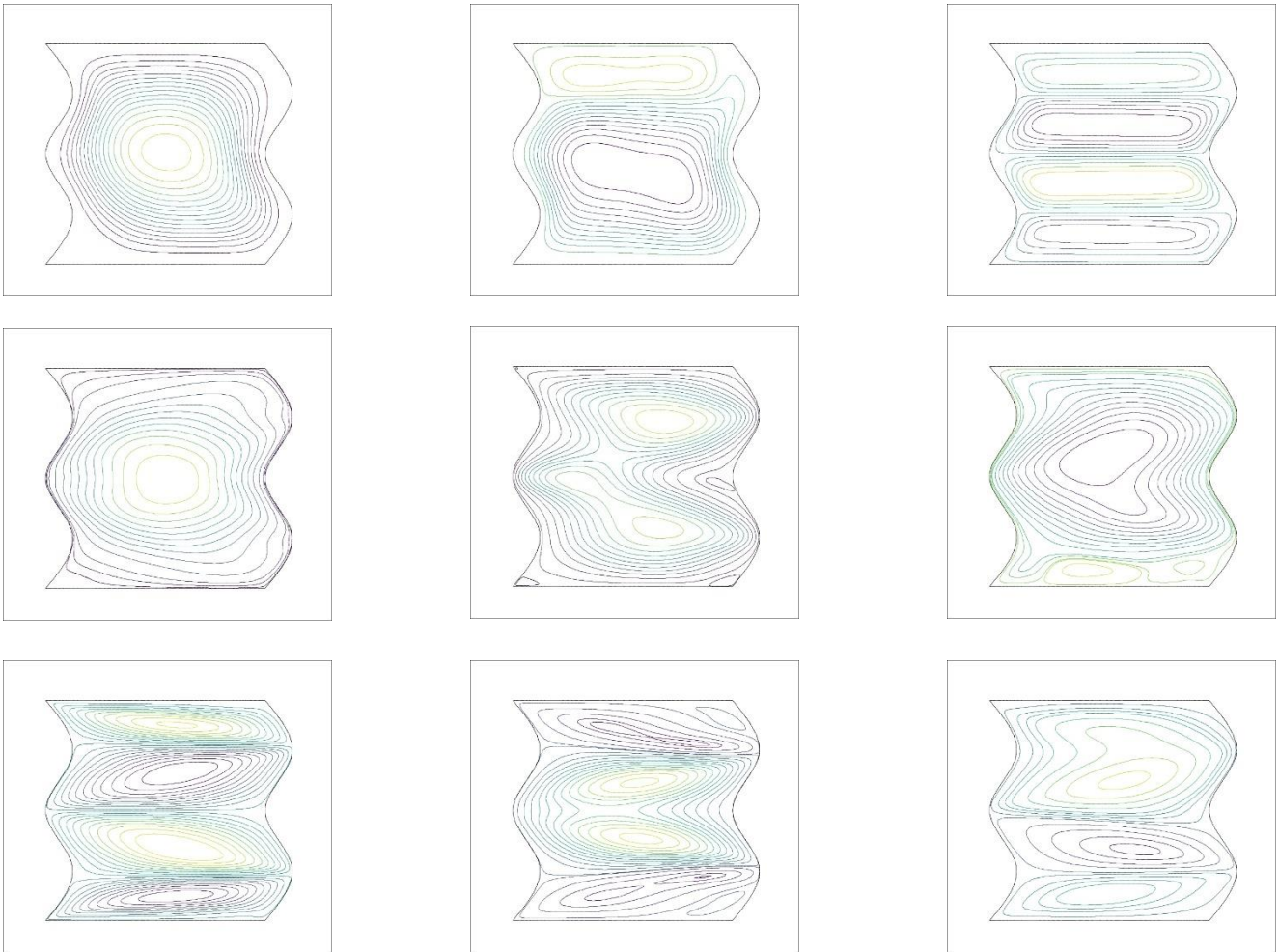


Figure 21  $n=1$   $\phi=0,01$



Figure 22  $n=2$   $\phi=0,01$ 

- Observations pour  $\phi = 0,01$  :

On peut observer que la densité des lignes de courant à côté de la paroi chaude augmente généralement en augmentant le nombre de Rayleigh, notamment remarqué pour  $Ra=10^7$ , on peut voir aussi que les figures du coté droite ( $Ra=10^7$ ) montre un grand nombre de champs de vorticité qui atteint des vitesses supérieures comparé à ceux des autres colonnes ( $Ra= 10^5, 10^6$ ). C'est aussi intéressant de noter que ces champs de vorticité et la concentration des lignes aux cotés des parois augmente pour toutes les valeurs de Rayleigh en augmentant la valeur de Ha. Cela indique que la force visqueuse diminue en augmentant les nombre Ra et Ha.

Il est aussi important de noter que la forme de la cavité  $n=2$  montre un grand nombre de champs de vorticité par rapport à  $n=1$ .

2. Pour  $\phi=0,02$  :

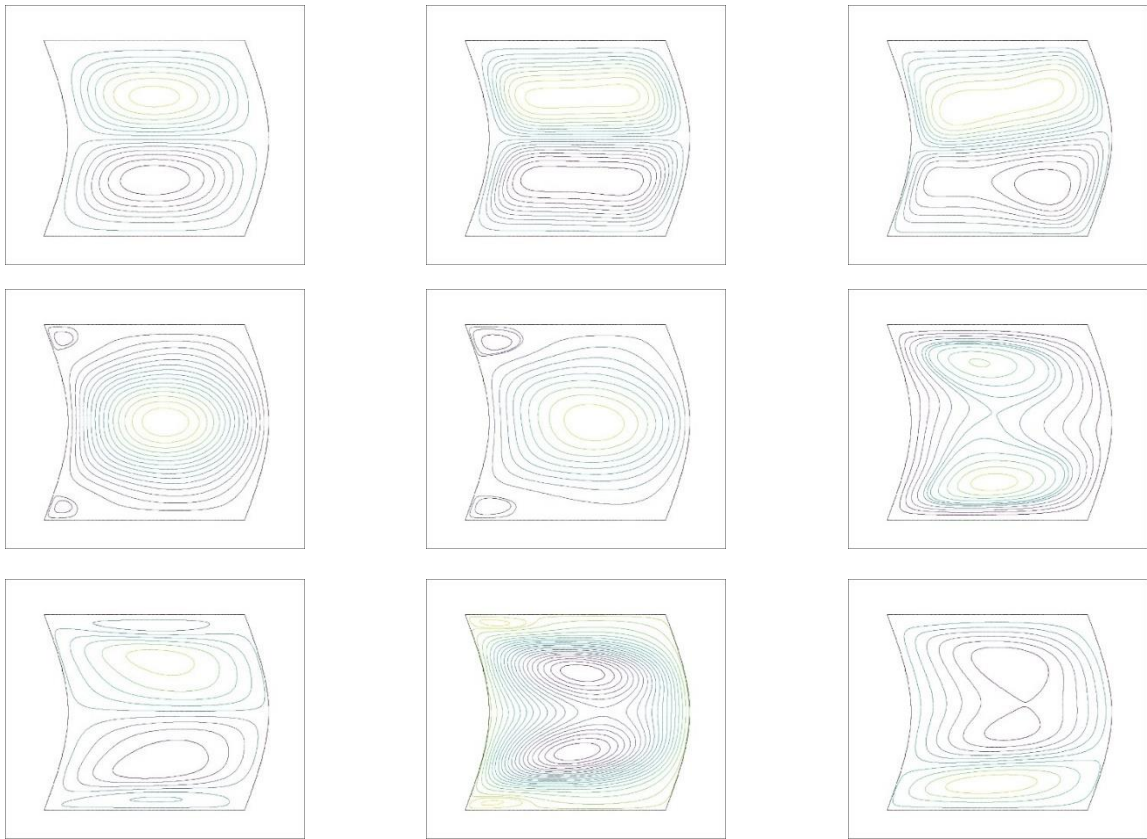


Figure 23  $n=1$   $\phi=0,02$

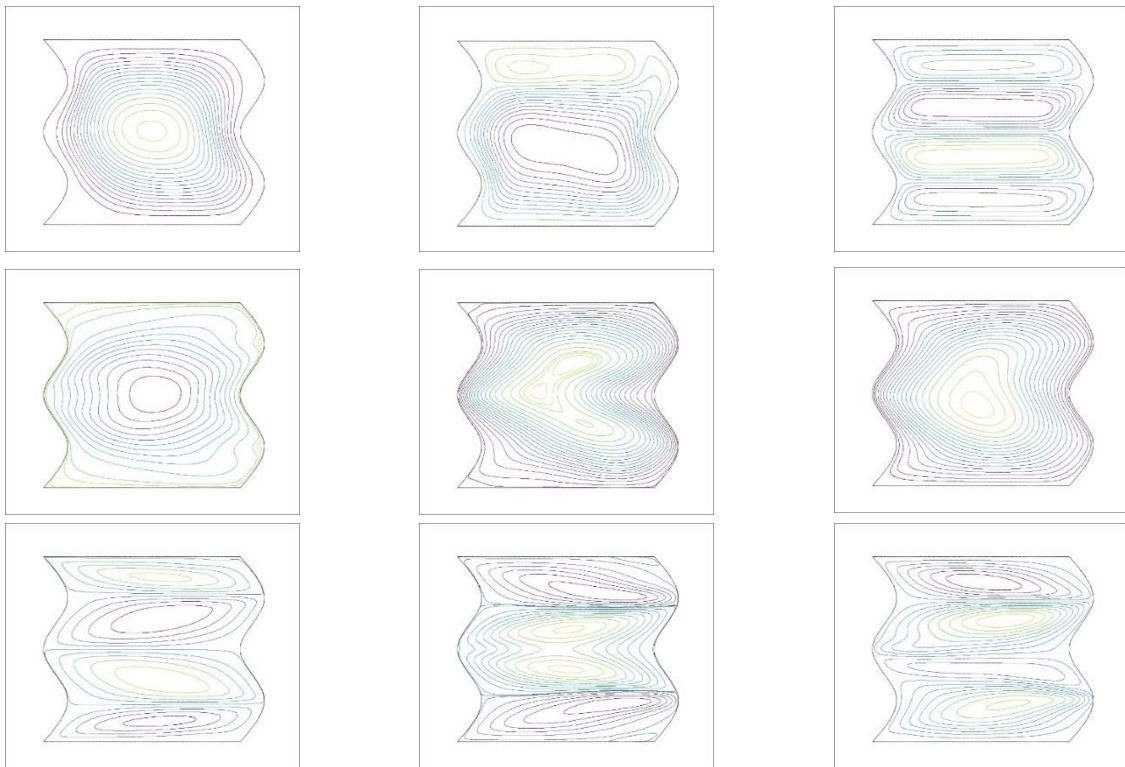


Figure 24  $n=2$   $\phi=0,02$

- Observations pour  $\phi = 0,02$  :

Similairement a le cas précédent  $\phi = 0,01$ , on voit une augmentation du nombre de lignes en augmentant  $Ha$  et  $Ra$ , la même remarque est aussi faite pour l'influence de la forme géométrique, d'est à dire une augmentation de tourbillons. Ce qui est différent c'est qu'on voit une légère augmentation de concentration de lignes de courant pour  $\phi = 0,02$  par rapport au cas précédent, cela peut indiquer une influence de la fraction volumique de la magnétite dans le fluide.

3. Pour  $\phi=0,03$  :

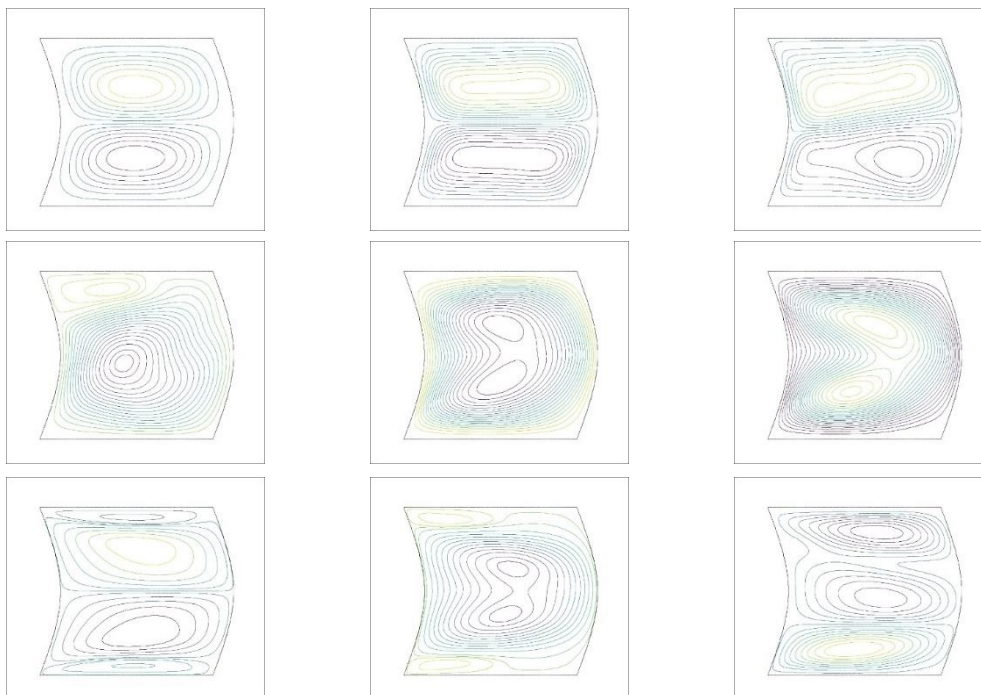


Figure 26  $n=1$   $\phi=0,03$

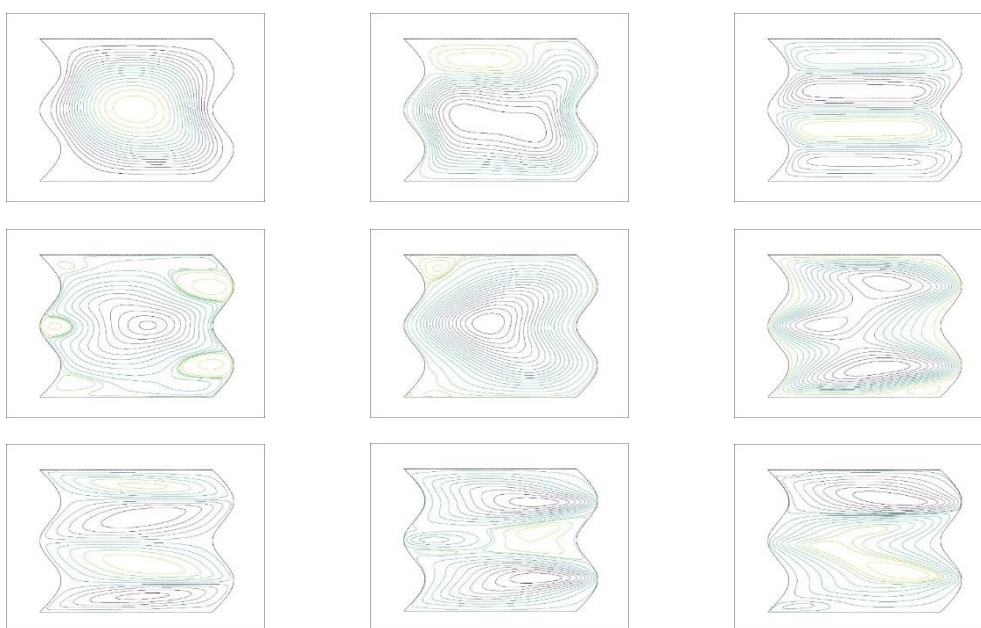


Figure 25  $n=2$   $\phi=0,03$

- Observations pour  $\phi = 0,03$  :

On peut toujours déduire que l'augmentation de Ra et Ha influence les champs d'écoulement, mais pas autant comme dans les cas de  $\phi=1\%$  et  $\phi=2\%$ , la vitesse du fluide augmente toujours en augmentant Ha mais les lignes de courant sont moins denses, cela est un indicateur de l'augmentation de la viscosité du fluide.

4. Pour  $\phi=0,04$  :

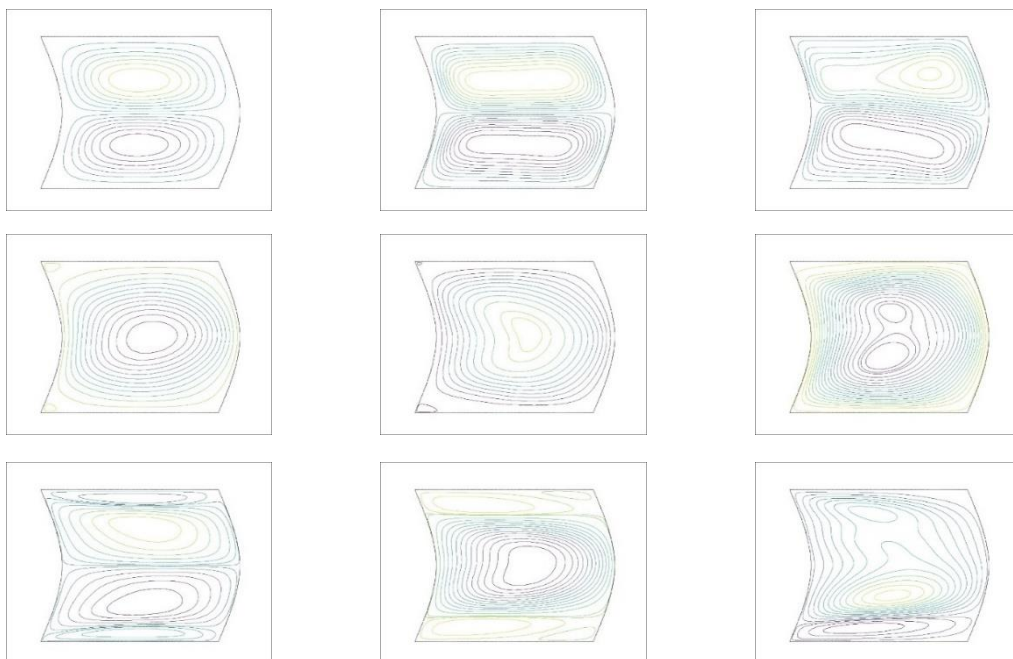


Figure 27  $n=1$   $\phi=0,04$

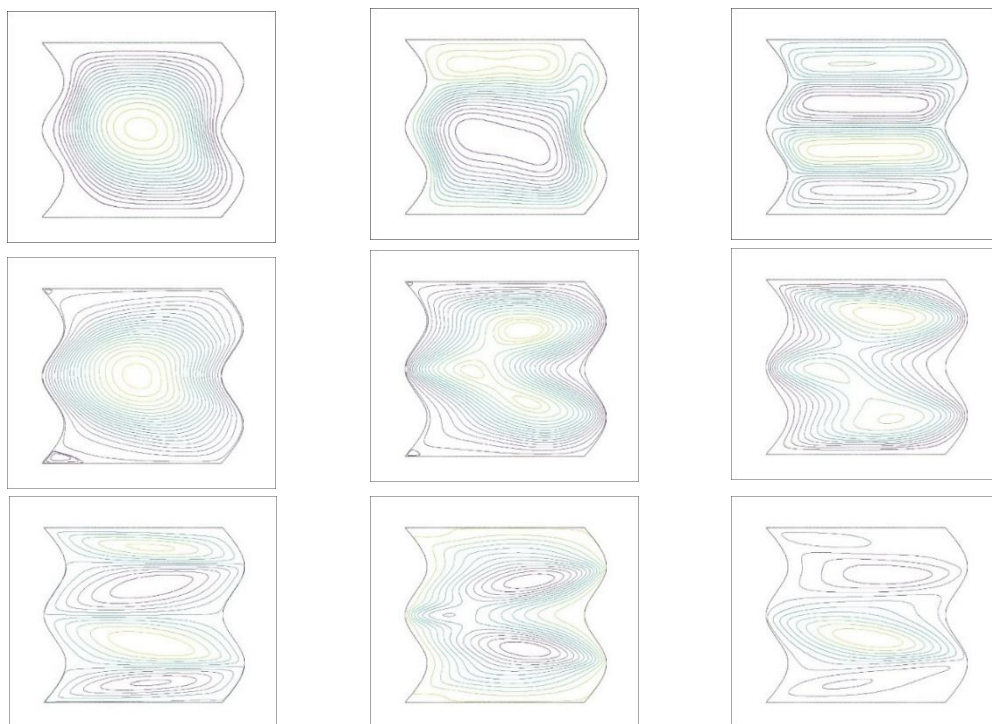


Figure 28  $n=2$   $\phi=0,04$

- Observations pour  $\phi = 0,04$  :

Les hypothèses trouvées pour les cas précédents ( $\phi = 1\%$ ,  $2\%$ ,  $3\%$ ) peuvent toujours être retenues, on peut aussi confirmer que la concentration des lignes de courant diminue dans  $\phi=3\%$  et  $\phi=4\%$  par rapport à  $\phi=2\%$  et  $\phi=1\%$ , notamment pour  $Ha=50$ , en sorte que le fluide devient plus visqueux.

**Observations des champs de vitesse :**

Une observation générale est que l'augmentation de  $Ra$  et  $Ha$  améliore le mouvement du fluide dans la cavité, et en ce qui concerne la forme géométrique on peut voir que  $n=2$  montre un nombre supérieur de tourbillons par rapport à la forme  $n=1$ .

Ce qui est intéressant à noter c'est que à des concentrations plus élevées de magnétite ( $3\%$ ,  $4\%$ ) sous le champs magnétique  $Ha=50$ , le fluide perd la concentration de lignes de courant par rapport aux autres cas comme dans  $Ha=10$ . On note aussi que cette diminution est moins 'grave' pour la géométrie  $n=1$  que pour  $n=2$ .

**IV.1.2 Isothermes :**

Les champs de température, représentés par des valeurs scalaires en chaque point du fluide, dressent un tableau de la distribution thermique au sein du système. Ces champs révèlent les régions chaudes et froides du fluide, indiquant les zones d'énergie thermique élevée et faible et observer l'homogénéité de cette distribution :

1. Pour  $\phi=0,01$  :

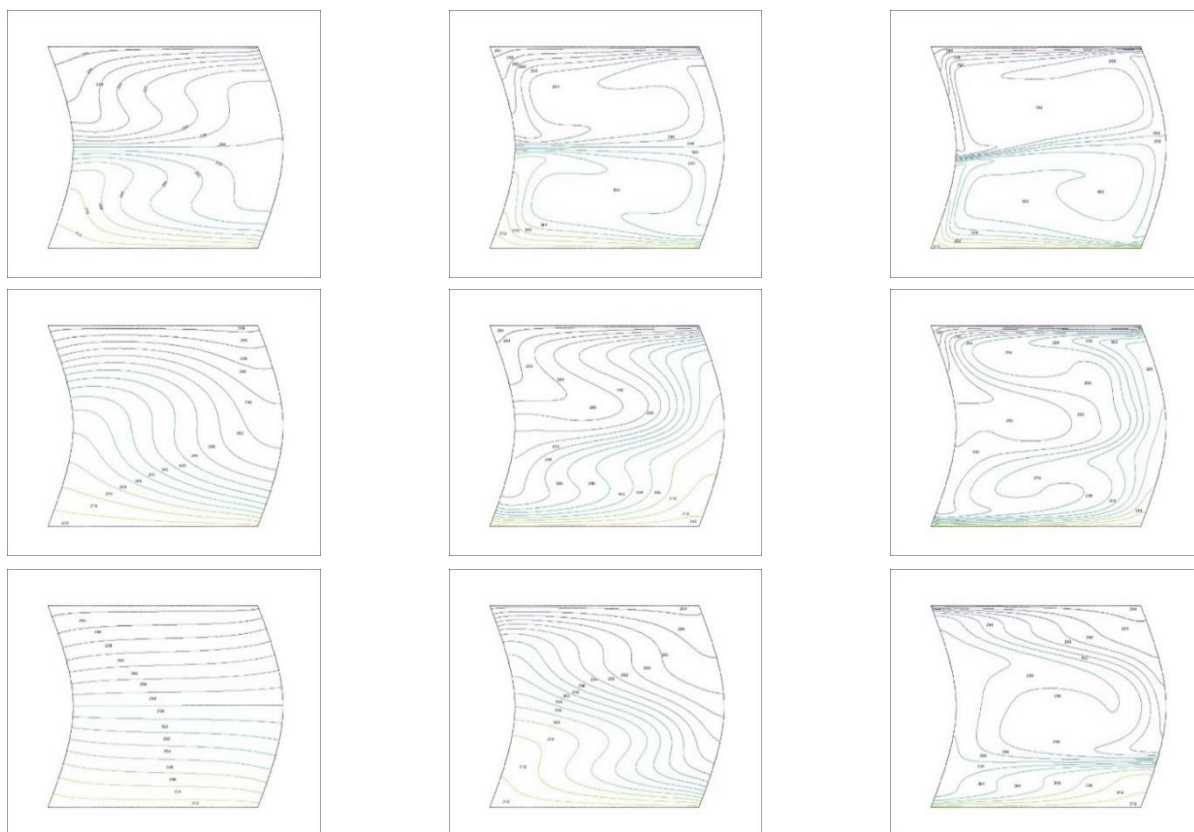


Figure 29  $n=1$   $\phi=0,01$

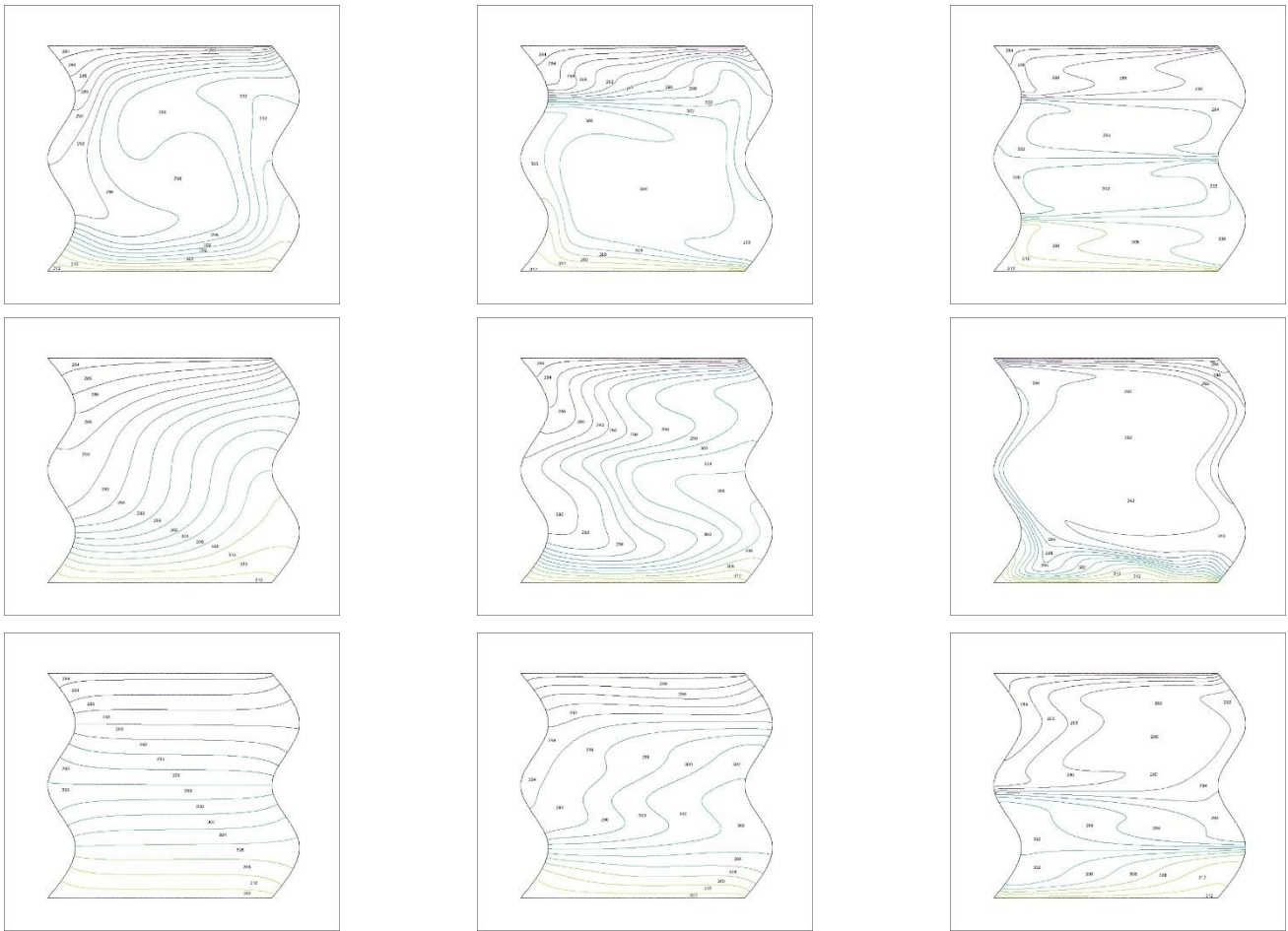


Figure 30  $n=2$   $\phi=0,01$

- Observations pour  $\phi = 0,01$  :

Les isothermes, en se déformant et en formant des cellules fermées, révèlent la présence de cellules de convection. Ces cellules représentent des zones où le fluide chaud monte et le fluide froid descend, créant un mouvement tourbillonnant. La taille et la forme de ces cellules renseignent sur l'intensité de la convection et sur les patterns de circulation du fluide, ces cellules sont notamment observées dans la colonne droite, c'est-à-dire en augmentant Ra. Il est aussi important de rapporter que la concentration des isothermes près aux parois indique un gradient thermique élevé et un taux de transfert important, ceci est observé en augmentant Ha.

2. Pour  $\phi=0,02$  :

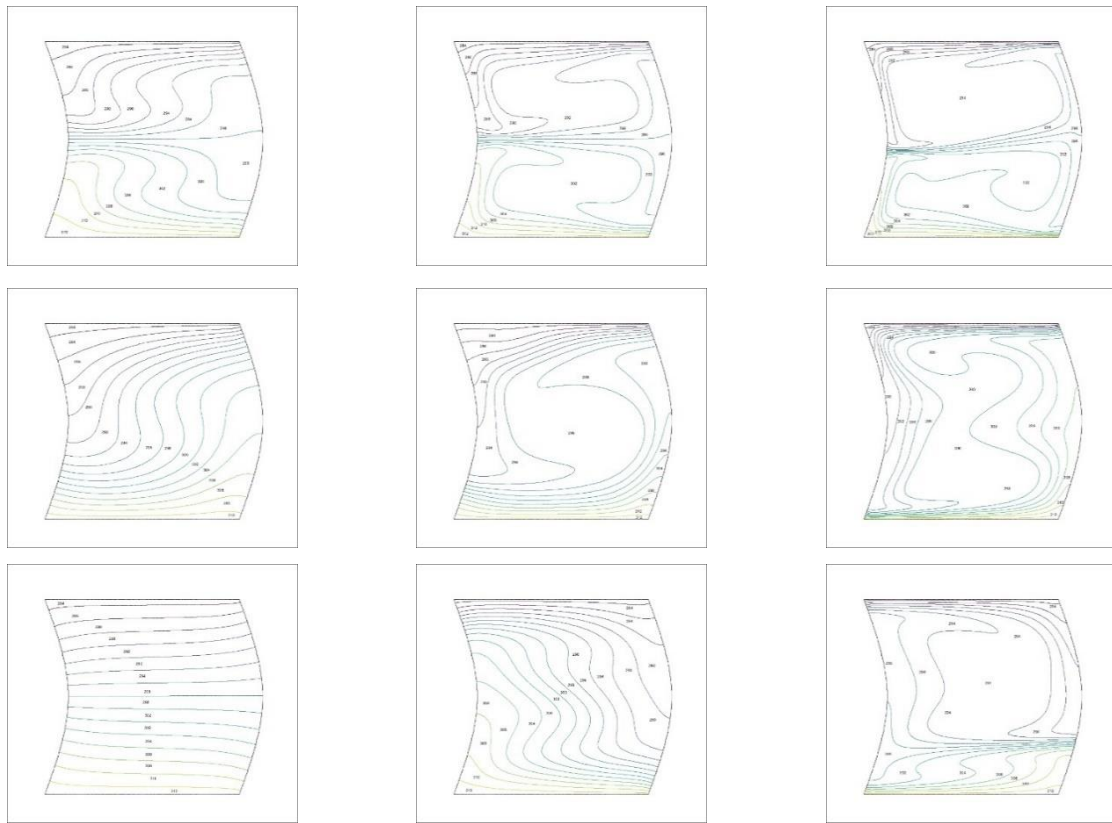


Figure 31  $n=1$   $\phi=0,02$

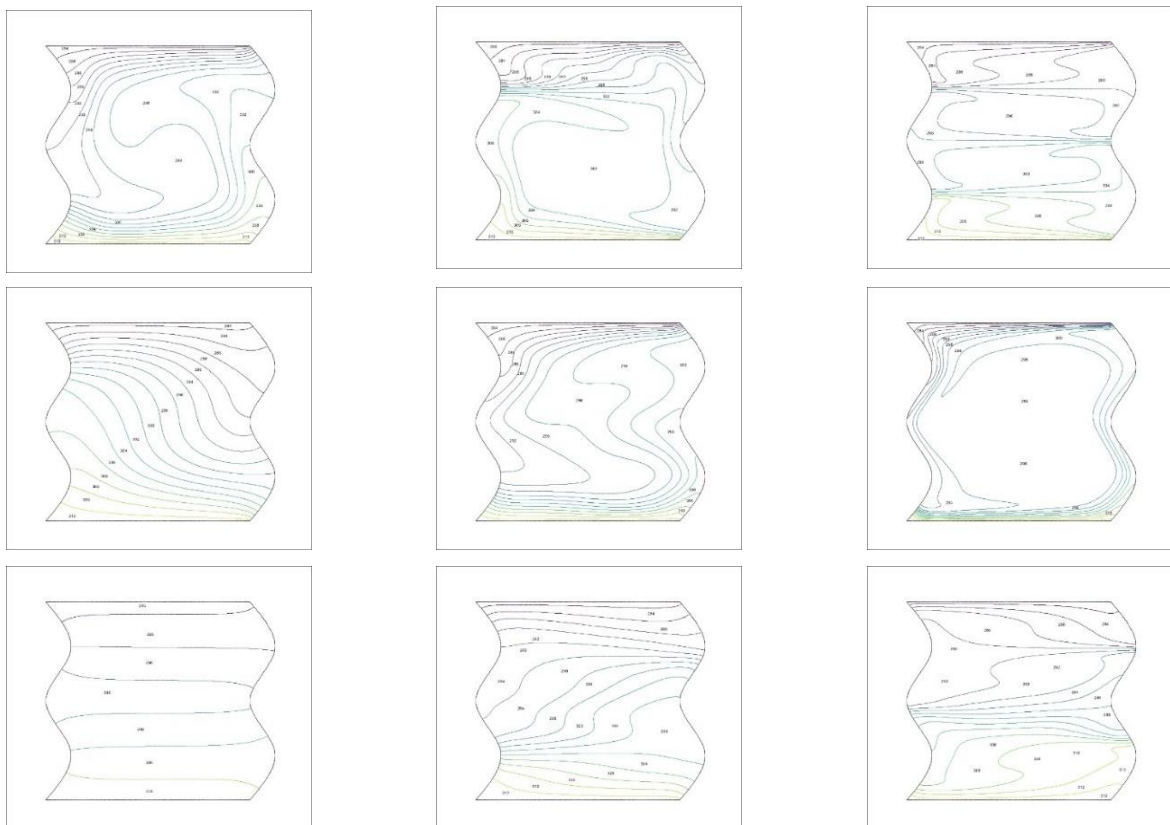


Figure 32  $n=2$   $\phi=0,02$

- Observations pour  $\phi = 0,02$  :

Les hypothèses du cas  $\phi = 0,01$  sont toujours maintenues, l'augmentation du nombre de Rayleigh augmente le taux de transfert et l'augmentation du nombre de Hartmann résulte des lignes isothermes plus compactes, ce qui améliore le taux de transfert.

3. Pour  $\phi=0,03$  :

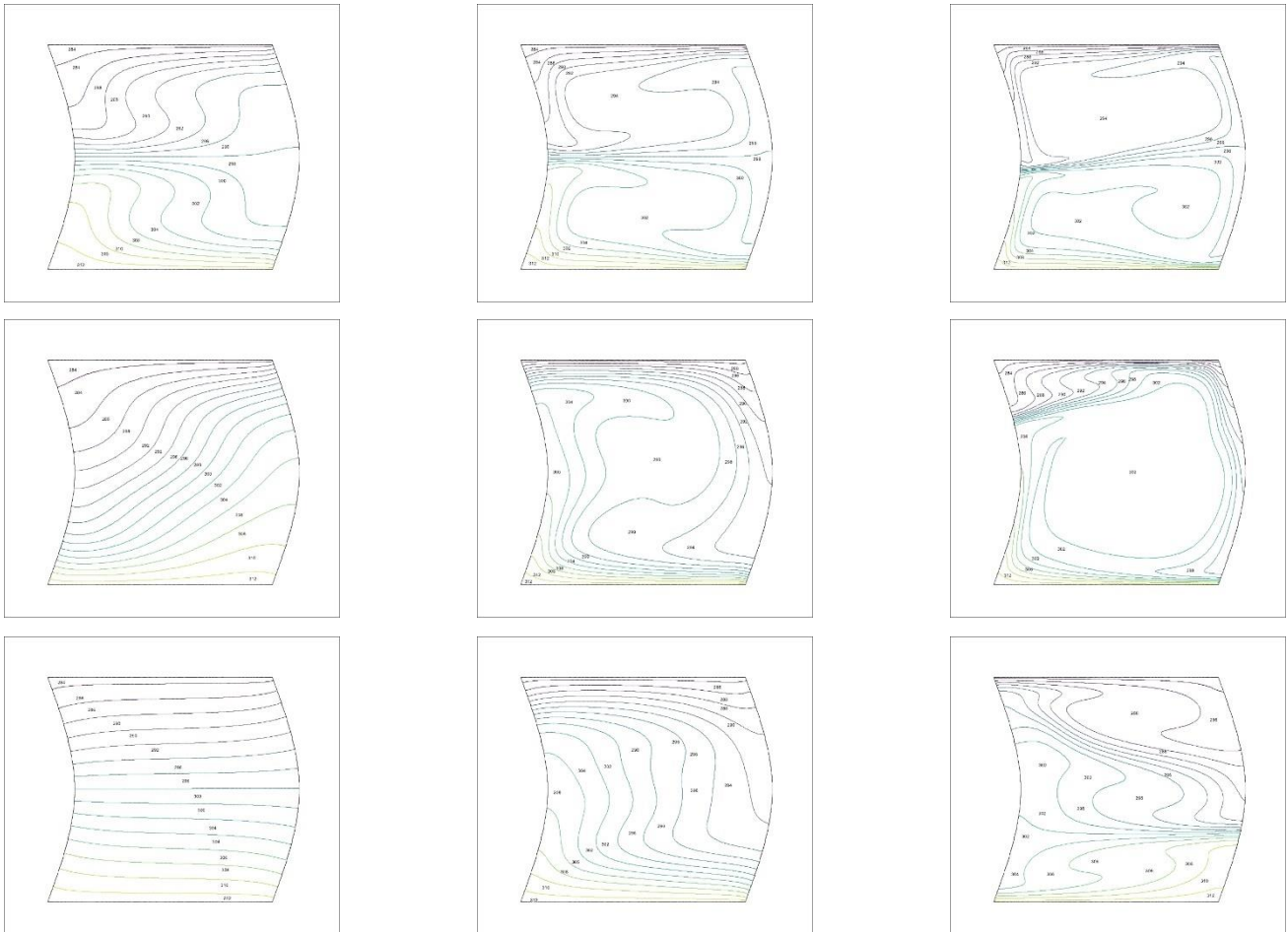


Figure 33  $n=1 \phi=0,03$

**Note :** dans cette figure, pour  $Ha=50$  et  $Gr= 10^3$  (3<sup>ème</sup> ligne, 3<sup>ème</sup> colonne) on voit 3 'pochettes' dans les isothermes ce qui signifie une turbulence plus élevée par rapport aux autres isothermes ce qui peut signifier une répartition de température plus uniforme.



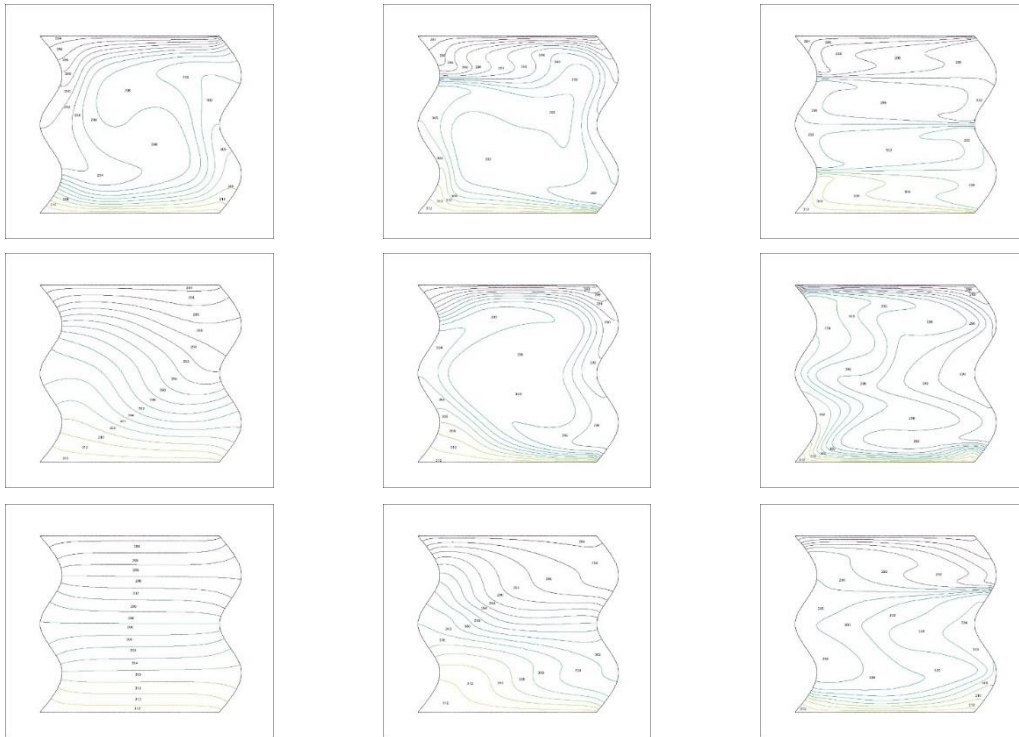


Figure 34  $n=2$   $\phi=0,03$

Observations pour  $\phi = 0,03$  :

Ce qu'on peut voir de différent par rapport à  $\phi = 1\%$  et  $\phi = 2\%$  c'est que les lignes isothermes sont devenues plus compactes, cela indique l'augmentation des taux de transfert dans le fluide en augmentant la fraction volumique de la magnétite. Cela est la conséquence prévue de l'influence des nanoparticules sur la conductivité du ferrofluide.

4. Pour  $\phi=0,04$  :

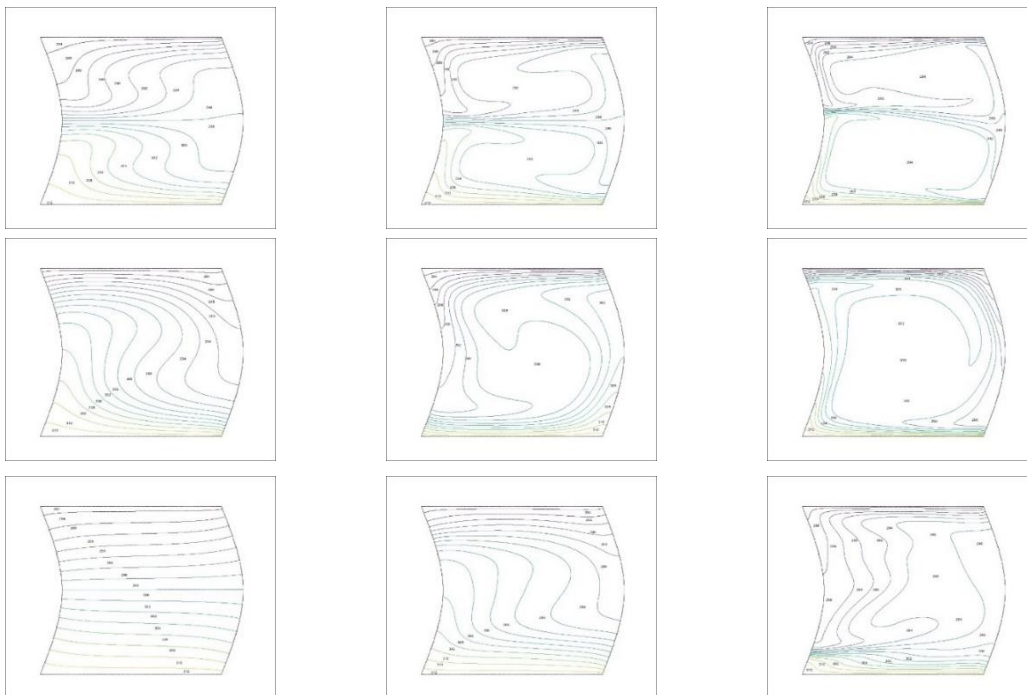


Figure 35  $n=1$   $\phi=0,04$

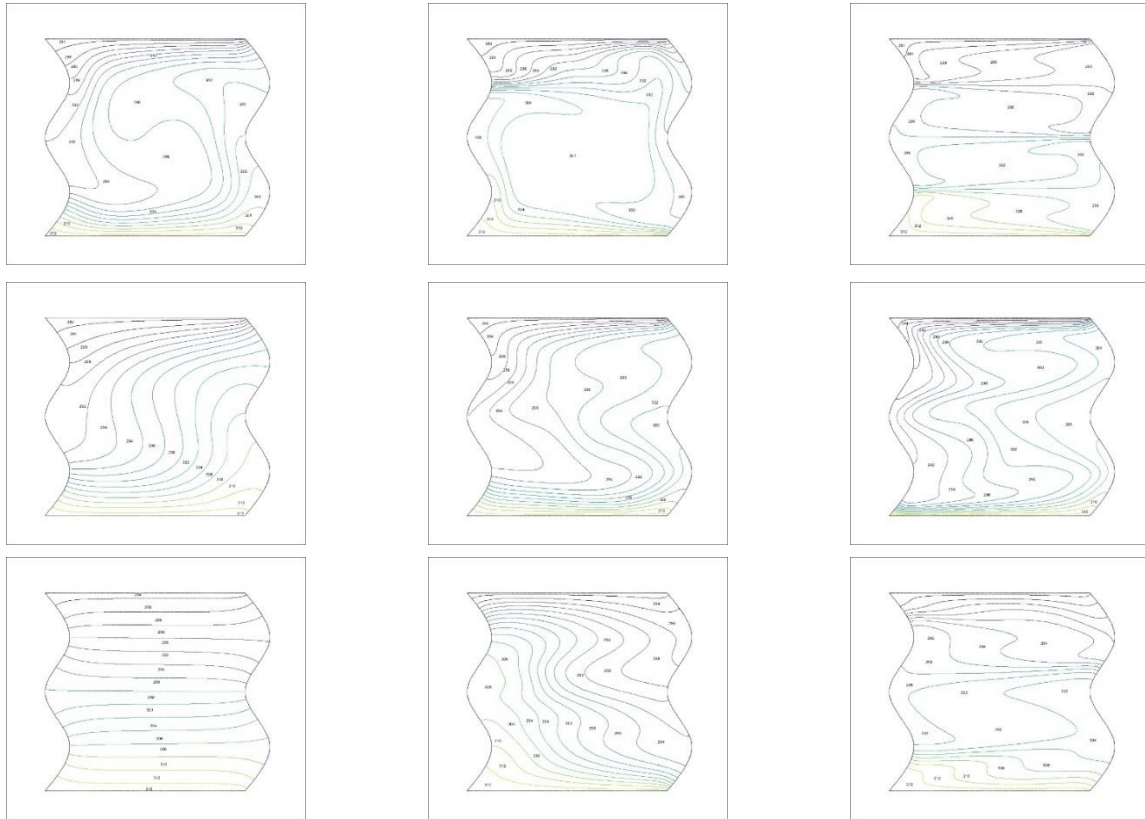


Figure 36  $n=2$   $\phi=0,04$

- **Observations pour  $\phi = 0,04$  :**

La concentration des isothermes est encore plus apparente ici par rapport à  $\phi = 0,03$ , l'augmentation de la fraction volumique influence la conductivité du fluide.

Similairement à l'observation donnée pour les lignes de courant, on voit que la géométrie  $n=2$  sous le champ magnétique  $Ha=50$  trouve une diminution de concentration des isothermes près à la paroi chaude.

### **Observations des champs isothermes :**

L'analyse des isothermes révèle l'interaction complexe de convection, les gradients thermiques et l'influence des nanoparticules sur le transfert de chaleur dans la convection naturelle à l'intérieur des deux cavités  $n=1$  et  $n=2$ . Les observations soulignent l'impact significatif du nombre de Grashof (Gr) (ou Rayleigh) et du nombre de Hartmann (Ha) sur les motifs de convection et les taux de transfert de chaleur. De plus, la compacité accrue des isothermes pour des fractions volumiques plus élevées confirme l'amélioration de la conductivité du ferrofluide par les nanoparticules.

## IV.2 Analyse des performances thermiques :

Dans cette section, nous abordons l'analyse des performances thermiques de notre système, en mettant l'accent sur le calcul et l'interprétation du nombre de Nusselt. Comprendre le nombre de Nusselt est crucial pour comprendre l'efficacité du transfert de chaleur par convection dans un fluide. En analysant ce nombre, nous pouvons évaluer l'amélioration des propriétés thermiques apportées par l'utilisation du ferrofluide dans notre système.

Nous débuterons par la collecte des données de simulation obtenues, L'accent sera mis sur l'importance de ce paramètre dans la caractérisation de l'efficacité thermique de notre système.

### IV.2.1 L'influence de la forme géométrique sur les variations de Nu moyen de la paroi chaude :

Le Tableau ci-dessus nous montre la variation du Nusselt moyen ( $\overline{Nu}$ ) le long de la paroi chaude pour  $Ra=10^6$ , le reste des paramètres ( $\phi$ ,  $Ha$  et  $n$ ) sont variés, notre but est de comparer les Nusselt moyen des deux formes géométriques  $n=1$  et  $n=2$  :

| n=1        |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Ha=0       |            |            |            | Ha=10      |            |            |            | Ha=50      |            |            |            |
| $\phi=1\%$ | $\phi=2\%$ | $\phi=3\%$ | $\phi=4\%$ | $\phi=1\%$ | $\phi=2\%$ | $\phi=3\%$ | $\phi=4\%$ | $\phi=1\%$ | $\phi=2\%$ | $\phi=3\%$ | $\phi=4\%$ |
| 4.7956     | 4.7384     | 4.6839     | 4.6242     | 3.9177     | 4.4111     | 6.0629     | 5.8935     | 2.5296     | 2.9433     | 2.6460     | 3.6278     |
| n=2        |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            |
| Ha=0       |            |            |            | Ha=10      |            |            |            | Ha=50      |            |            |            |
| $\phi=1\%$ | $\phi=2\%$ | $\phi=3\%$ | $\phi=4\%$ | $\phi=1\%$ | $\phi=2\%$ | $\phi=3\%$ | $\phi=4\%$ | $\phi=1\%$ | $\phi=2\%$ | $\phi=3\%$ | $\phi=4\%$ |
| 7.6843     | 7.5222     | 7.6458     | 7.7794     | 8.6192     | 8.7036     | 8.9135     | 8.5178     | 3.1279     | 2.8440     | 3.1082     | 4.9234     |

Tableau 3: Variation de Nusselt moyen de la paroi chaude pour  $Gr=10^6$

- Observation :

En comparant les Nusselt moyens des deux géométries  $n=1$  et  $n=2$ , on voit une supériorité claire de la deuxième géométrie  $n=2$ . Tous les  $\overline{Nu}_{Tc}$  de la géométrie  $n=2$  sont plus élevés par rapport à ceux de la géométrie à une ondulation. Cependant, le tableau nous montre aussi l'effet de la fraction volumique de la magnétite, un effet positif sur les taux de transfert.

Ce qui est toujours intéressant c'est la chute du Nusselt moyen en augmentant le nombre de Hartmann à  $Ha=50$ , ceci confirme ce qu'on a déduit à partir des isothermes et des lignes de courant, qu'une puissance magnétique assez grande peut nuire à la performance du fluide. Dans le tableau, on

peut voir que pour les deux géométries  $n=1$  et  $n=2$  et pour toutes les fractions volumiques du ferrofluides, en moyenne, on trouve que :

$$Nu_{moy}(Ha = 10) > Nu_{moy}(Ha = 0) > Nu_{moy}(Ha = 50)$$

Donc ne pas avoir un champ magnétique sera mieux d'avoir un champ 'surpuissant', et dans notre cas, ce seuille de puissance du champ magnétique se trouve quelques parts entre  $Ha=10$  et  $Ha=50$ .

#### IV.2.2 Analyse de la variation de Nusselt le long de la paroi chaude pour un Grashof constant :

L'analyse de la variation du nombre de Nusselt le long de la paroi chaude pour différentes fractions volumiques et différents nombres de Hartmann, avec un nombre de Grashof fixé, permet de comprendre en profondeur les mécanismes de transfert de chaleur dans notre système. Le nombre de Grashof, indicateur de la convection naturelle induite par des différences de température, est fixé pour se concentrer sur l'influence des fractions volumiques et des champs magnétiques. Pour  $Ra = 10^6$  et une géométrie  $n = 2$ , nous avons tracé la variation du nombre de Nusselt le long de la paroi chaude pour trois concentrations de magnétite :  $\phi = 1\%$ ,  $\phi = 2\%$ , et  $\phi = 4\%$ . Les graphiques obtenus sont les suivants :

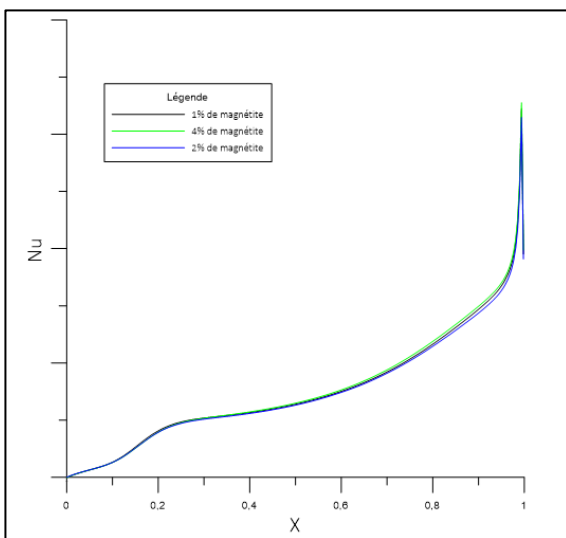


Figure 37: Nusselt en fonction de X pour  $Ha=0$

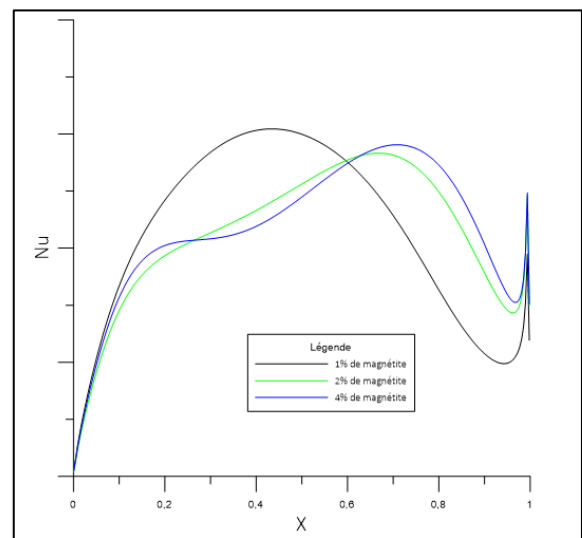


Figure 38: Nusselt en fonction de X pour  $Ha=10$

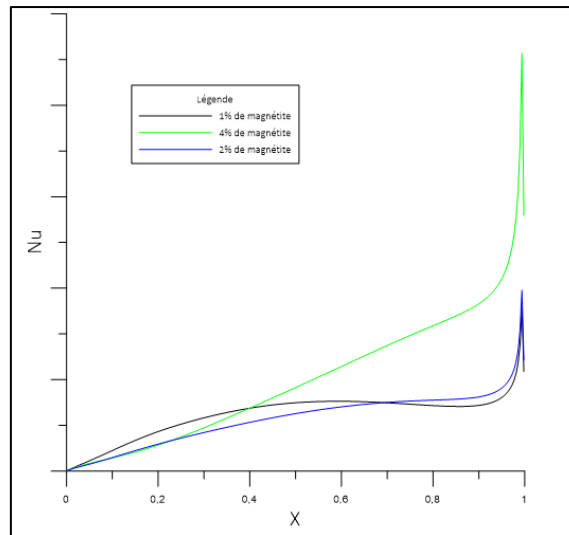


Figure 39: Nusselt en fonction de  $X$  pour  $Ha=50$

- **Observation :**

- On voit toujours le cas de l'infériorité des taux de transfert à  $Ha=50$  par rapport à  $Ha=0$  et  $Ha=10$ .
- Ces graphes confirment aussi que l'augmentation de la fraction volumique bénéficie le transfert de chaleur près aux parois.
- Pour la géométrie  $n=2$  utilisé, on voit la hausse du  $Nu$  plus en allant vers la direction positive de l'axe ( $OX$ )
- On voit dans la figure (165) une meilleure distribution des graphes  $Nu(x)$  par rapport à nos deux autres figures, une valeur de  $Ha=10$  est plus optimisé pour le transfert de chaleur

### IV.3 Conclusion :

Les analyses menées dans ce chapitre ont permis de mieux comprendre les mécanismes de transfert thermique dans le système étudié. En comparant les Nusselt moyens des deux géométries, il ressort que la géométrie à deux ondulations ( $n=2$ ) offre de meilleures performances en matière de transfert de chaleur par rapport à la géométrie à une ondulation ( $n=1$ ). Cette supériorité est constante pour toutes les conditions analysées, ce qui démontre l'impact positif de la complexité géométrique sur l'efficacité thermique.

Par ailleurs, l'augmentation de la fraction volumique de magnétite dans le ferrofluide s'est révélée bénéfique pour le transfert de chaleur. Ce résultat met en lumière l'importance de la composition du fluide pour améliorer les performances thermiques globales.

Concernant l'effet du champ magnétique, une observation clé est la chute significative du Nusselt moyen lorsque le nombre de Hartmann atteint  $Ha=50$ . Ce phénomène confirme que des

champs magnétiques trop puissants réduisent les performances du fluide, comme en témoignent également les isothermes et les lignes de courant. En moyenne, il a été constaté que, pour les deux géométries et toutes les fractions volumiques

Ainsi, il apparaît que l'absence de champ magnétique est préférable à un champ excessivement intense. Cependant, un champ magnétique modéré ( $Ha=10$ ) offre les performances les plus optimales, suggérant qu'un seuil critique d'efficacité se situe entre  $Ha=10$  et  $Ha=50$ .

En conclusion, ces résultats soulignent l'importance du choix des paramètres, tels que la géométrie, la fraction volumique et l'intensité du champ magnétique, pour maximiser l'efficacité thermique. Ces travaux ouvrent également des perspectives pour l'optimisation des systèmes thermiques dans des applications pratiques.

## **Conclusion générale**

Dans une conclusion approfondie, cette étude révèle plusieurs aspects cruciaux pour optimiser le transfert de chaleur à travers l'utilisation de ferrofluides, en prenant en compte la géométrie, le champ magnétique, la fraction volumique de magnétite et le nombre de Grashof.

Tout d'abord, l'analyse comparative entre les géométries  $n=1$  et  $n=2$  montre une nette supériorité de la géométrie  $n=2$ , avec des valeurs de Nusselt moyen plus élevées. Cette observation indique que la configuration interne des surfaces influence significativement l'efficacité du transfert de chaleur dans les ferrofluides.

Deuxièmement, l'importance de la fraction volumique de magnétite est mise en évidence. Cette fraction joue un rôle crucial en modifiant les propriétés magnétiques et thermiques du fluide, ce qui se traduit par des variations observées dans les taux de transfert de chaleur. Les résultats montrent de manière concluante que l'augmentation de la fraction volumique de magnétite améliore les performances thermiques du fluide, soulignant l'importance de sélectionner une concentration optimale de particules magnétiques.

Troisièmement, l'effet du champ magnétique est examiné, montrant une dynamique complexe. Les champs magnétiques modérés, comme  $Ha=10$ , semblent favoriser des performances thermiques optimales, tandis que des champs plus intenses comme  $Ha=50$  peuvent diminuer le Nusselt moyen. Cela met en garde contre une intensité magnétique excessive qui pourrait compromettre les avantages du fluide magnétique en termes de transfert de chaleur.

Enfin, l'impact du nombre de Grashof est également considéré. Ce nombre caractérise le rapport entre les forces de flottabilité et les forces de viscosité, influençant ainsi le comportement convectif du fluide. Une analyse plus approfondie révèle que les grandes valeurs de Grashof sont essentielles pour maximiser le transfert de chaleur.







## Bibliographie

- 1-"History of Nanomaterials and Nanotechnology". \*EUON - European Union Observatory for Nanomaterials\*. European Chemicals Agency; 2024. Available from: <https://euon.echa.europa.eu/fr/history-of-nanomaterials-and-nanotechnology>
- 2-Wikipedia contributors. (2024, June 23). Transfert thermique. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved from [https://fr.wikipedia.org/wiki/Transfert\\_thermique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Transfert_thermique)
- 3-"Nombre de Grashof". \*Wikipedia\*. Wikimedia Foundation; 2024. Available from: [https://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre\\_de\\_Grashof](https://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_de_Grashof).
- 4-BEKIRAT, S., MOKDAD, S. and ALILI, A., Etude numérique de la convection naturelle dans Une cavité (Doctoral dissertation).
- 5-Choi, S. U. S., and Jeffrey A. Eastman. Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles. No. ANL/MSD/CP-84938; CONF-951135-29. Argonne National Lab (ANL), Argonne, IL (United States), 1995.
- 6-Cherief, Wahid. Etude des ferrofluides et de leurs applications à l'intensification des transferts de chaleur par convection forcée. PhD diss., Université Grenoble Alpes, 2015.
- 7-Michaelides, Efstathios E. (Stathis). Nanofluidics: Thermodynamic and Transport Properties. Berlin: Springer, 2014.
- 8-Cherief, Wahid. Etude des ferrofluides et de leurs applications à l'intensification des transferts de chaleur par convection forcée. Energie électrique. PhD diss., Université Grenoble Alpes, 2015.
- 9-Zerrouki, D. Application des nanofluides pour le refroidissement: étude d'un cas d'une géométrie simple. PhD diss., Université KASDI Merbah d'Ouargla, 2013.
- 10-Maxwell, James Clerk. A treatise on electricity and magnetism. Vol. 1. Oxford: Clarendon Press, 1873.
- 11-Hamilton, R. Lee, and O. K. Crosser. "Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems." *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, vol. 1, no. 3
- 12-Stéphane FOHANNO, Guillaume POLIDORI, Catalin POPA. Nanofluides et transfert de chaleur par convection naturelle. Université de Reims Champagne-Ardenne, France 2012.
- 13-Brinkman, Hendrik C. "The viscosity of concentrated suspensions and solutions." *The Journal of Chemical Physics*, vol. 20, no. 4, 1952
- 14-C. Sivaraj , M.A. Sheremet , Mhd Natural Convection And Entropy Generation Of Ferrofluids In A Cavity With A Non-Uniformly Heated Horizontal Plate, *International Journal of Mechanical Sciences* (2018)
- 15-Pak, Bock Choon, and Young I. Cho. "Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles." *Experimental Heat Transfer, an International Journal*, vol. 11, no. 2, 1998

- 16-Jonathan Piard, Emmanuelle Deleporte, Clément Guibert. Ferrofluide -Partie A : définition, histoire, propriétés magnétiques et applications. Le Bulletin de l'Union des Professeurs de Physique et de Chimie, 2021.
- 17-Das, Sarit Kumar, Stephen U. S. Choi, and Hrishikesh E. Patel. "Heat Transfer in Nanofluids—A Review." *Heat Transfer Engineering*, vol. 27, no. 10, 2006
- 18-Shenoy, Aroon, Mikhail Sheremet, and Ioan Pop. *Convective Flow and Heat Transfer from Wavy Surfaces: Viscous Fluids, Porous Media, and Nanofluids*. CRC Press, 2016.
- 19-COMSOL. "Boussinesq Approximation." COMSOL Multiphysics. Available at: <https://www.comsol.fr/multiphysics/boussinesq-approximation?parent=nonisothermal-flow-0402-432-322-312>
- 20-COMSOL. "Fluid Flow: Conservation of Momentum, Mass, and Energy." COMSOL Multiphysics. Available at: <https://www.comsol.fr/multiphysics/fluid-flow-conservation-of-momentum-mass-and-energy?parent=fluid-flow-heat-transfer-and-mass-transport-0402-432>
- 21-Oehlsen, Oscar, Sussy I. Cervantes-Ramírez, Pabel Cervantes-Avilés, and Illya A. Medina-Velo. "Approaches on Ferrofluid Synthesis and Applications: Current Status and Future Perspectives." *ACS Omega* 2022
- 22-Gavili, Anwar, Fatemeh Zabihi, Taghi Dallali Isfahani, and Jamshid Sabbaghzadeh. "The thermal conductivity of water base ferrofluids under magnetic field." *Experimental Thermal and Fluid Science* 41 (2012)
- 23- Patankar, Suhas V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Boca Raton: CRC Press, 2018.
- 24- Sebdani, S., Mazrouei, M., Mahmoodi, M., & Hashemi, S. M. (2012). Effect of nanofluid variable properties on mixed convection in a square cavity. *International Journal of Thermal Sciences*, 52, 112-126
- 25- Ramesh, T., & Kumar, S. (2021). *The Anomalous Saturation of Thermal Conductivity in Ferrofluids*. *Physics of Fluids*, 33(5), 055108.

## RÉSUMÉ

Cette étude s'est penchée sur le phénomène de convection naturelle dans un ferrofluide  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  à base d'eau. L'objectif était d'analyser l'influence de la forme de la conduite, de la fraction volumique de magnétite, du régime d'écoulement et du champ magnétique externe sur le transfert de chaleur. Les résultats ont révélé une forte dépendance des taux de transfert à ces paramètres, avec un impact complexe du champ magnétique externe. Le régime d'écoulement a également joué un rôle important. Ces connaissances ouvrent la voie à l'optimisation de la conception de systèmes de transfert de chaleur utilisant des ferrofluides et des champs magnétiques.

## ABSTRACT

This study examines natural convection heat transfer in a water-based  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  ferrofluid. The investigation focuses on unraveling the influence of conduit shape, magnetite volume fraction, flow regime, and external magnetic field on heat transfer efficiency. The results unveiled a strong correlation between transfer rates and these parameters, with a complex interplay with the external magnetic field. Flow regime also emerged as a crucial factor. These findings lay the groundwork for optimizing heat transfer system designs that incorporate ferrofluids and magnetic fields.

**MOTS CLÉS :** Convection naturelle, ferrofluide, MHD, cavité ondulé, transfert de chaleur.

**KEYWORDS:** Natural convection, ferrofluids, MHD, wavy cavity, heat transfer.