

*République Algérienne Démocratique et Populaire*  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université A. Mira de Béjaïa  
*Faculté des Sciences Exactes*  
*Département de Recherche Opérationnelle*



MÉMOIRE DE FIN D'ÉTUDE  
*en vue de l'obtention du diplôme de Master en Mathématiques Appliquées*  
Spécialité : Modélisation, Optimisation et Aide à la Décision  
**Thème**

---

**Optimisation d'une Chaîne de Production : Cas  
de l'Entreprise MORTERO SPA**

---



Présenté par :

✓ **M. KHENTEUR Yanis**

✓ **M. AIT AZZOUZ Khaled**

Devant le jury composé de :

Président	<i>M<sup>r</sup></i>	MO.Bibi	Prof	U. A. Mira Béjaïa.
Promotrice	<i>M<sup>me</sup></i>	K.Bouchebbah	M.C.B	U. A. Mira Béjaïa.
Examinatrice	<i>M<sup>lle</sup></i>	K.Bouibed	M.C.B	U. A. Mira Béjaïa.
Examinatrice	<i>M<sup>me</sup></i>	A.Anzi	M.C.A	U. A. Mira Béjaïa.
Invitée	<i>M<sup>lle</sup></i>	N.Djerroud	Doctorante	U. A. Mira Béjaïa.

## *Remerciements*

Nous remercions notre DIEU qui nous a ouvert les portes du savoir et nous a permis de réaliser ce modeste travail.

Nous tenons à remercier chaleureusement Mme K. Bouchebbah, notre promotrice, de nous avoir encadrés.

Nous lui exprimons notre gratitude pour sa disponibilité, ses précieux conseils et le soutien qu'elle nous a apportés tout au long de la préparation de ce mémoire.

Nous remercions également tout le personnel de l'entreprise MORTERO, plus particulièrement Mr. M.Rabah, du service de production.

Nos vifs remerciements s'adressent aux membres de jury qui ont aimablement accepté de nous honorer en lisant ce mémoire pour évaluer et apprécier notre travail, nous espérons qu'ils soient satisfaits.

Nous témoignons une reconnaissance particulière à l'ensemble des enseignants qui nous ont suivis pendant notre cursus.

Nous remercions tous ceux qui nous ont encouragés tout au long de notre parcours universitaire et ceux qui ont contribué à notre formation de près ou de loin.

## *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail à :*

**À mes parents,**

pour leur amour inconditionnel,  
leur soutien constant et leurs sacrifices  
qui m'ont guidé tout au long de ce parcours,

**À mes sœurs,**

Lamia, Nassima, Nabila, Saida, Chafiaa,

Hania et Sabrina,

pour leur tendresse, leur motivation et leur complicité,

À ma très chère,

**Meriem,**

À mes amis,

Ghanou, Hakim, Adel et Abd Louhab,

À mon binôme,

À tous ceux qui m'ont soutenu et encouragé,

À vous tous,

**YANIS**

## *Dédicace*

À ma très chère mère,

À mon père,

À mes frères Aimad Fatah et Sofiane et ma soeur,

À mon cousin Abd-errahmane,

Qui ont été là lors de mes heures les plus sombres et Mes moments les plus heureux,

Qui m'ont soutenu dans tout ce que j'ai entrepris,

Qui ont veillé jour et nuit pour que je réussisse,

Qu'ils trouvent dans ce modeste travail,

Toute mon affection,

Ma reconnaissance,

À ma chère famille,

À mon binôme,

À mes amis Mohamed, Matoub & Amine,

*KHALED*

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Table des Matières</b>	<b>i</b>
<b>Table des Figures</b>	<b>iv</b>
<b>Liste des Tableaux</b>	<b>v</b>
<b>Introduction Générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Présentation de l'Entreprise</b>	<b>3</b>
1.1 Historique et Évolution . . . . .	3
1.2 Secteur d'activité . . . . .	4
1.3 Structure de l'entreprise . . . . .	4
1.3.1 Direction générale . . . . .	5
1.3.2 Direction approvisionnement . . . . .	5
1.3.3 Direction production et maintenance . . . . .	5
1.3.4 Service qualité, recherche et développement . . . . .	5
1.3.5 Direction commerciale . . . . .	5
1.3.6 Direction administration et finance . . . . .	6
1.3.7 Direction technique . . . . .	6
1.4 Présentation des produits . . . . .	6
1.4.1 Les mortiers Colle . . . . .	6
1.4.2 Les mortiers joints . . . . .	7
1.4.3 Sous enduit . . . . .	8

1.4.4	Enduits mono-couches . . . . .	8
1.5	Description du processus de production . . . . .	9
1.5.1	Moyens matériels . . . . .	9
1.5.2	Matières premières . . . . .	9
1.5.3	Les Étapes de fabrication . . . . .	10
1.6	Planification au niveau de MORTERO . . . . .	11
1.7	Demande et distribution . . . . .	11
1.8	Les Espaces de stockage . . . . .	12
1.9	Organisation du travail . . . . .	12
1.10	Objectif de MORTERO SPA . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Rappels Théoriques</b>	<b>14</b>
2.1	Gestion de la chaîne de production . . . . .	14
2.2	Typologies décisionnelles . . . . .	15
2.2.1	Les décisions stratégiques . . . . .	15
2.2.2	Les décisions tactiques . . . . .	15
2.2.3	Les décisions opérationnelles . . . . .	15
2.3	Modes d'organisation de la production . . . . .	16
2.4	Typologies des systèmes de production . . . . .	17
2.4.1	Classification selon la relation avec le client . . . . .	17
2.4.2	Classification en fonction de l'importance des séries et de la répétitivité	18
2.4.3	Classification selon l'organisation du flux de production . . . . .	18
2.5	Planification de la production . . . . .	19
2.5.1	Processus de planification de la production . . . . .	20
2.5.2	Plan Directeur de Production . . . . .	20
2.6	Ordonnancement de la production . . . . .	21
2.7	Optimisation Combinatoire . . . . .	21
2.8	Quelques problèmes d'optimisation combinatoire . . . . .	22
2.8.1	Le problème du plus court chemin . . . . .	22
2.8.2	Problème du sac-à-dos . . . . .	22
2.8.3	Problème du lot sizing (LSP) . . . . .	23
2.9	Programmation Linéaire en Nombres Entiers Mixtes (PLNE mixte) . . . . .	25
2.10	Les méthodes de résolution . . . . .	26

---

2.10.1 Méthodes exactes . . . . .	26
2.10.2 Méthodes approchées . . . . .	29
<b>3 Formulation et Modélisation du Problème</b>	<b>30</b>
3.1 Position du problème . . . . .	30
3.2 Collecte de données . . . . .	31
3.2.1 Produits finis . . . . .	32
3.3 Modélisation mathématique . . . . .	32
3.3.1 Contraintes non contrôlables du système . . . . .	33
3.3.2 Formulation du modèle . . . . .	35
3.4 Résolution du problème et interprétation des résultats . . . . .	37
3.4.1 Outils de résolution . . . . .	37
3.4.2 Choix de l'outil de résolution . . . . .	37
3.5 Application numérique . . . . .	38
3.5.1 Données utilisées . . . . .	38
3.6 Présentation des résultats . . . . .	39
3.6.1 Résultats obtenus à partir du PLNE Mixte . . . . .	39
3.7 Discussion des résultats . . . . .	44
<b>Conclusion Générale</b>	<b>45</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>46</b>

## TABLE DES FIGURES

1.1	Organigramme de MORTERO. . . . .	6
1.2	Mortier joint et colles de MORTERO. . . . .	7
1.3	Mortier de sous enduit. . . . .	8
1.4	Mortier de façade. . . . .	8
1.5	Processus de Fabrication. . . . .	10
1.6	Schéma de distribution Usine-Clients . . . . .	12
2.1	Décomposition du système de gestion de production . . . . .	16
2.2	Le processus de préparation d'un plan global . . . . .	20
2.3	présentation du Problème de lot-sizing . . . . .	23
2.4	Algorithme branch and bound . . . . .	28
3.1	Paramètres du modèle . . . . .	38
3.2	Analyse de la production journalière : Réalisé vs optimisé - Avril 2025 . . . . .	42

## LISTE DES TABLEAUX

1.1	Principales étapes d'évolution de MORTERO SPA . . . . .	4
3.1	Taux des composants figurants dans chaque produit . . . . .	32
3.2	Les capacités réelles enregistrées quotidiennement du mois d'avril 2025. . .	34
3.3	La capacité maximale de stockage pour chaque produit. . . . .	35
3.4	Résultats obtenus à partir du PLNE mixte. . . . .	40
3.5	Stock final $S_{i,j}$ par date et par produit . . . . .	41
3.6	Comparaison entre la production réelle et la production optimisée ( $Q_{i,j}$ ) . .	43

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

La gestion de production englobe toutes les activités destinées à organiser, diriger et contrôler les processus industriels afin de transformer les ressources en produits finis, tout en respectant les contraintes de coût, de qualité, de délai et de flexibilité. En parallèle, l'optimisation combinatoire, qui est une branche importante de la Recherche Opérationnelle, permet de modéliser et de résoudre des problèmes complexes en identifiant les solutions optimales au sein d'un ensemble limité de possibilités, souvent sous diverses contraintes.

MORTERO SPA est une entreprise spécialisée dans la fabrication de mortiers industriels, opérant dans un environnement de production continue. Malgré une demande soutenue, elle fait face à des ruptures fréquentes de matières premières, entraînant des arrêts de production, des retards de livraison et une sous-utilisation des ressources.

Comme toute entreprise algérienne, sa gestion est fondée sur le savoir-faire et l'expérience. La planification actuelle, principalement basée sur des outils simples comme Excel, ne prend pas pleinement en compte les contraintes réelles liées à la disponibilité des composants, aux capacités machines et aux stocks. Dans ce mémoire, nous proposons donc une approche d'optimisation mathématique afin d'élaborer un plan de production journalier optimal, visant à maximiser la production tout en minimisant les ruptures d'approvisionnement.

Ce travail de mémoire vise à optimiser la chaîne de production de MORTERO SPA en analysant ses processus actuels, en identifiant les contraintes et inefficacités, et en proposant un modèle basé sur la programmation linéaire en nombres entiers mixtes (PLNE mixte). Plus précisément, l'objectif est de concevoir une solution qui améliore la planification

et l'ordonnancement de la production des mortiers et enduits, tout en respectant les contraintes de ressources, afin d'accroître la performance et la compétitivité de l'entreprise sur le marché. Pour résoudre ce modèle, nous utilisons le logiciel IBM ILOG CPLEX qui est un solveur d'optimisation permettant d'obtenir des solutions efficaces et adaptées au contexte industriel étudié.

Ce manuscrit est divisé en trois chapitres :

- Le premier chapitre présente l'entreprise MORTERO SPA, en décrivant son historique, son organisation interne, ses principaux produits, ainsi que son processus de production et les méthodes actuelles de planification ;
- Le deuxième chapitre regroupe les notions théoriques nécessaires pour la réalisation de ce travail. Il aborde la gestion de la production, les types de décisions industrielles, les systèmes de production, ainsi que les notions de bases de l'optimisation combinatoire et de la programmation linéaire en nombres entiers mixtes (PLNE mixte) ;
- Le troisième chapitre est consacré à la modélisation et à la résolution du problème de planification. Il décrit les données utilisées, le modèle mathématique proposé, la méthode de résolution avec le solveur CPLEX, ainsi que les résultats obtenus, accompagnés d'une analyse et interprétation des résultats.

# CHAPITRE 1

## PRÉSENTATION DE L'ENTREPRISE

### Introduction

Ce chapitre vise à présenter l'entreprise MORTERO SPA, son organisation, son évolution depuis sa création jusqu'aux extensions dont elle projette de réaliser, ainsi que les perspectives de développement, tout en mettant en avant son engagement pour la qualité de ses produits.

### 1.1 Historique et Évolution

Fondée en 2009 par MADAOUI Abdelaziz, MORTERO est entrée en fabrication en 2012 avec une gamme variée de mortiers colles sous licence PAREX, un acteur mondial dans le domaine des mortiers industriels, ayant à son actif 35 ans d'expérience, une présence dans 23 pays, 74 sites industriels, et deux centres de R&D internationaux. Cette collaboration stratégique a servi de levier industriel en Algérie, permettant à MORTERO de devenir leader national des mortiers secs, avant son intégration au groupe PAREX en 2017 lors de son acquisition par ce dernier.

Sika nouveau propriétaire de PAREX depuis 2019 fait profiter Mortero de son expertise dans les gammes de produits liquides, Sika dispose de plus de 100 ans d'expérience, d'une présence dans 76 pays, de 120 sites de productions et de distributions, et de 13500 collaborateurs, cette nouvelle association perpétue le développement du savoir-faire MORTERO.

Depuis 2020, MORTERO exporte ses produits, notamment vers la Tunisie, et poursuit son développement sur le marché national et international. L'année 2022 signe l'intégration du groupe SIKA, au rattachement organique, par le rachat de cette dernière des actions restantes.

Aujourd'hui MORTERO compte plus de 70 collaborateurs directs, et est présente sur plus de la moitié des départements du pays avec plus de 500 points de vente.

Années	Effectifs	Capacité de production
2008-2009	20	Essais de lancement
2010-2011	50	50 tonnes/jour
2013-2014	60	100 tonnes/jour
2015-2016	70	150 tonnes/jour
2020-2022	80	300 tonnes/jour
2022-2024	90	350 tonnes/jour

TABLE 1.1 – Principales étapes d'évolution de MORTERO SPA

## 1.2 Secteur d'activité



**MORTERO SPA** est un spécialiste des mortiers industriels (mortiers en poudre prêt à l'emploi), avec en particulier un fort développement dans les solutions spécifiques et liquides. L'entreprise élabore, formule, produit et vend des solutions pour la protection et la décoration des façades (sous enduits et enduit monocouche), pour les carrelages et revêtements de sols (mortier colles et joints), et apporte pour le secteur de la construction et du génie civil un support d'accompagnement et conseils.

## 1.3 Structure de l'entreprise

L'entreprise est structurée autour de plusieurs directions :

### 1.3.1 Direction générale

À sa tête, le Directeur Général qui gère l'entreprise, l'administre, assigne des directives pour les différentes structures et se charge de prendre les décisions principales.

### 1.3.2 Direction approvisionnement

Cette direction s'occupe de l'achat de la matière première : sables, pigments, produits chimiques, emballage...chez des fournisseurs nationaux et internationaux.

### 1.3.3 Direction production et maintenance

Cette direction est partagée en deux :

- **Production** : qui s'occupe de prendre des décisions sur la planification et l'optimisation de la production avec une bonne qualité de production. Elle est partagée en deux équipes qui sont en système shift (de 6h00 à 14h00 et de 14h00 à 22h00).
- **Maintenance** : le service est chargé de l'entretien du matériel, et d'intervenir en cas d'anomalies, afin d'assurer le bon fonctionnement du processus de production.

Les deux services ont un objectif commun, qui est l'optimisation de la production et le bon fonctionnement des machines.

### 1.3.4 Service qualité, recherche et développement

Ce service a plusieurs tâches, il s'occupe du contrôle de la qualité depuis la réception des matières premières jusqu'à l'obtention des produits finis, en passant par les différentes étapes intermédiaires. À l'arrivée de chaque chargement de sable, un échantillon est prélevé pour vérifier la courbe granulométrique avant de sécher, tamiser et stocker le sable dans des silos. Ce service a aussi pour mission de développer de nouvelles formules s'adaptant aux demandes des clients.

### 1.3.5 Direction commerciale

Elle s'occupe de la présentation des produits finis, en prospectant de nouveaux marchés, elle met au service des clients des agents qui les orientent vers le meilleur choix, évalue les besoins suivant leurs commandes, dans le but de leur proposer une offre commerciale.

### 1.3.6 Direction administration et finance

Ce service englobe la comptabilité générale et analytique, le service budget, la gestion du personnel et la gestion administrative de l'entreprise.

### 1.3.7 Direction technique

Cette direction se charge de l'après-vente, conseille et fait des démonstrations s'il y a des problèmes liés à l'application des produits de l'entreprise. Elle offre aussi des formations pour les applicateurs.

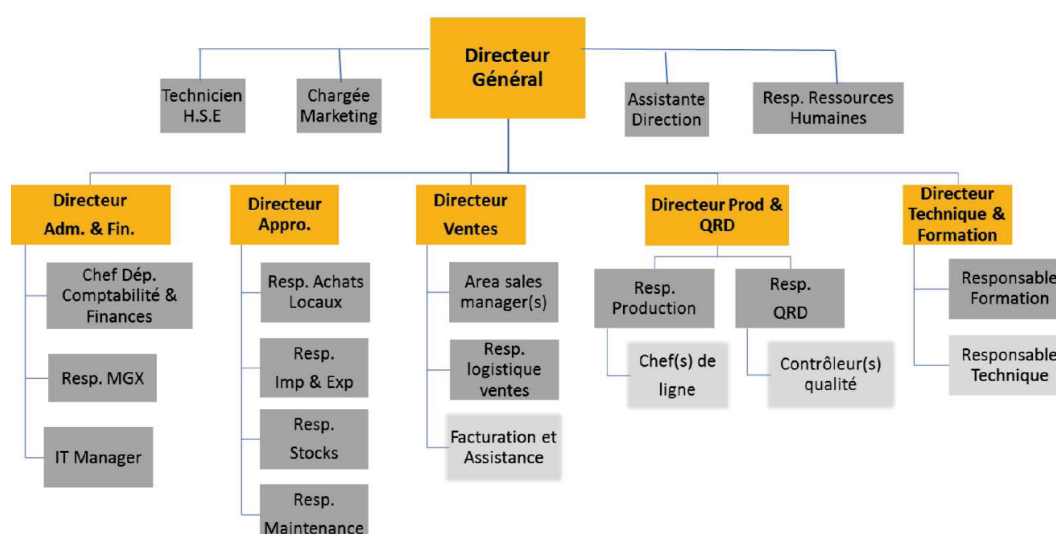


FIGURE 1.1 – Organigramme de MORTERO.

## 1.4 Présentation des produits

Les types de produits de l'entreprise sont :

### 1.4.1 Les mortiers Colle

Les colles se présentent exclusivement en poudre blanche minutieusement préparées, sous conditionnement de 25kg.

1. **Le mortier colle C0** : c'est une colle basique qui convient pour les carreaux à très forte porosité (pâte rouge, céramique, terre cuite).

2. **Le mortier colle C1** : une colle améliorée convient aux carreaux à moyenne porosité (certains grès cérame, Compacto, porcelaine, pâte blanche), utilisable en intérieur et petites surfaces extérieures. Ce mortier est compatible avec les parois de plaques de plâtre et les supports bétons.
3. **Le mortier colle C2** : Colle flexible convient à tous types de carreaux, supports très peu absorbants, grands passages, bassins et piscines, terrasses, administrations, façades. Elle contient de la résine plastifiante.
4. **Le mortier colle C2S** : Colle extra flexible convient à tous types de carreaux, bassins et piscines, supports fermés, très haute résistance à la compression, adhérence maximale, résistance à la chaleur accrue.
5. **Le mortier colle CCP** : qui est la plus efficace, très puissante et très résistante dans les espaces humides.

## 1.4.2 Les mortiers joints

Ils existent en deux types : le joint sol, ainsi que le joint mur et piscines, avec 6 coloris, conditionnés en sacs de 2.5kg et 5kg :

- **Le mortier joint spécial sols** : est fabriqué à base de grains moyens sélectionnés pour résister à la charge, aux joints larges et aux frottements.
- **Le mortier joint spécial murs et piscines** : est fabriqué à base de grains fins pour une finition soignée. Il contient une résine qui le rend imperméable et résistant en milieux très humides.



FIGURE 1.2 – Mortier joint et colles de MORTERO.

### 1.4.3 Sous enduit

Le sous enduit est un mortier de crépissage destiné à égaliser les supports muraux en brique, parpaings, pierres et bétons. C'est une première couche applicable à la main comme en machine destiné pour accueillir une finition par-dessus. Il est plus résistant, confère une meilleure finition et plus homogène qu'un enduit traditionnel.



FIGURE 1.3 – Mortier de sous enduit.

### 1.4.4 Enduits mono-couches

Les enduits monocouches servent à protéger et décorer les parois extérieures. Ces enduits de décoration de façades ne laissent pas passer les liquides. Les supports admissibles sont les briques, parpaings, pierres, moellons, sous enduit, béton. Il est disponible en 30 teintes, 8 en développement.



FIGURE 1.4 – Mortier de façade.

## 1.5 Description du processus de production

### 1.5.1 Moyens matériels

Pour la phase de transformation des matières premières, plusieurs opérations sont effectuées afin d'avoir ces produits spécifiques, et ce, en utilisant les moyens matériels suivants :

- **Silos de stockage** : Il s'agit des réservoirs cylindriques verticaux, construits en acier. Le remplissage des silos se fait par le haut. L'unité dispose de 9 silos de stockage, ils sont destinés pour stocker les sables et les ciments.
- **Sécheur de sable** : C'est une machine de déshydratation du sable, elle permet d'éviter que le sable se colle contre les parois internes de la machine. Il est largement utilisé, en raison de son fonctionnement simple et fiable.
- **Mélangeur** : Il fonctionne de manière automatique, il rassemble les différentes matières et les mélange jusqu'à ce qu'il soit homogène avec une durée bien déterminée, (environ 2 minutes).
- **Ensacheuses** : On pour rôle de conditionner le produit dans des sacs de 25kg et 10kg par commande d'une manière automatique.
- **Dépoussiéreur** : Il est mis en place dans les normes en termes de protection de l'environnement afin d'aspirer la poussière qui s'échappe des différents produits.
- **Engins de transport** : L'entreprise a naturellement besoin de moyens de déplacement au sein de l'usine de production et au niveau du service commercial. En ce qui concerne l'unité de production, elle dispose de : 3 chariots élévateurs, un rétro-chargeur et une cocotte. Des véhicules de services sont à la disposition des agents de l'entreprise.

### 1.5.2 Matières premières

Pour fabriquer chacun des produits MORTERO, utilise les produits bruts tels que les sables appelés aussi "charge" et les liants stockés au niveau des silos. Ces matières poursuivent le processus de production et une fois mélangés avec les adjuvants et les pigments, le mélange homogène sera acheminé ainsi à l'étape de conditionnement pour être conditionné en sac de 25kg pour les colles, les enduis monocouches et les sous enduits, et un produit en semi-finis en Big-Bag, qui sera ensuite conditionné en 2,5kg et 5kg pour

la pâte joint.

### 1.5.3 Les Étapes de fabrication

Les étapes du processus de fabrication des mortiers secs sont les suivantes :

- Analyse des sables et vérification de la courbe granulométrique ;
- Faire passer les sables par le sécheur pour obtenir des sables moins humides ;
- Tamisage des sables pour obtenir des sables homogènes ;
- Stocker les sables dans des silos ;
- Dosage automatique des composants ;
- Ajouter des additifs (pigments et produits chimiques) ;
- Mélanger les produits avec une durée bien déterminée ;
- Prélever des échantillons pour les tester au labo à chaque cycle ;
- Peser et conditionner automatiquement le produit dans des sacs de  $25kg$  ou bien  $5kg$  ;
- Assembler les sacs sur des palette à l'aide d'un palettiseur en automatique ;
- Stockage du produit fini.

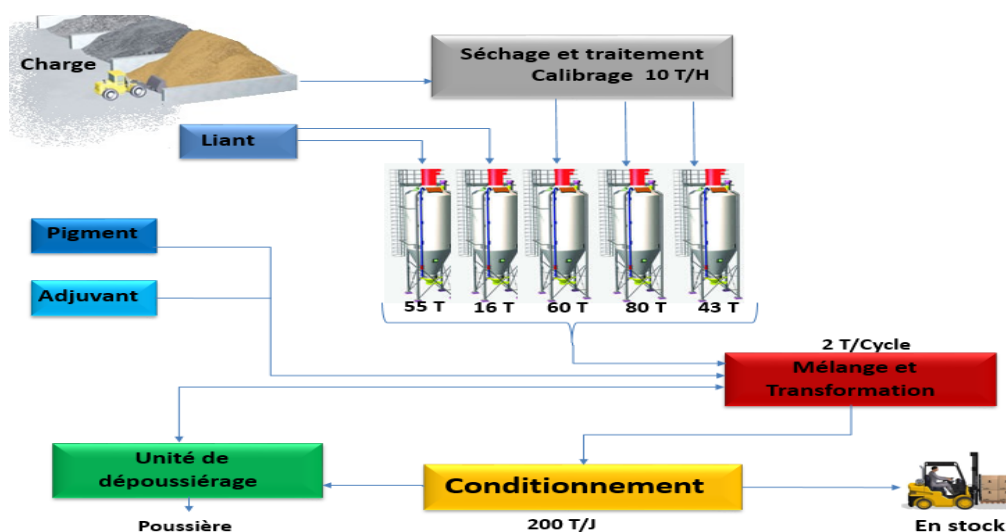


FIGURE 1.5 – Processus de Fabrication.

## 1.6 Planification au niveau de MORTERO

L'entreprise MORTERO se fixe un objectif à réaliser pour chaque fin de mois, afin de satisfaire sa demande mensuelle selon leurs prévisions et la capacité maximale de l'unité. La production de l'entreprise n'est pas saisonnière, car parfois elle fait face à des contraintes inattendues comme la non disponibilité de la matière première au niveau des fournisseurs.

## 1.7 Demande et distribution

MORTERO a lancé ses premiers produits en janvier 2012, la distribution a pris de l'ampleur au fil du temps et avec le développement de son marketing. L'entreprise a partitionné le marché algérien en quatre zones géographiques : Est, Ouest, Centre et Sud. Un agent commercial désigné s'occupe d'une région, négocie et envoie les commandes des clients à la direction commerciale. Si la demande est disponible dans le stock elle est livrée à travers des prestataires de service, sinon les demandes qui sont transmises à la direction commerciale, sont transférées à la direction de production qui les transforme en ordre de lancement. Une fois réalisée, la marchandise est livrée en respectant les délais de livraison. MORTERO possède deux types de clients :

- **Grands comptes** : ceux qui possèdent de grands moyens comme les prescripteurs, les maîtres d'ouvrages et les entreprises de réalisation. Généralement, ils dépassent largement la consommation moyenne et ils ont des contrats signés avec l'entreprise.
- **Moyens comptes** : sont les grossistes, ils achètent des quantités moyennes servant d'interface entre l'entreprise et de nombreux clients détaillants, ils utilisent des bons de commande.
- **Les distributeurs centraux** : ce sont les distributeurs régionaux. Parfois, ils représentent un dépôt pour l'entreprise si les grands comptes sont à court de produits et cela s'ils sont à proximité.

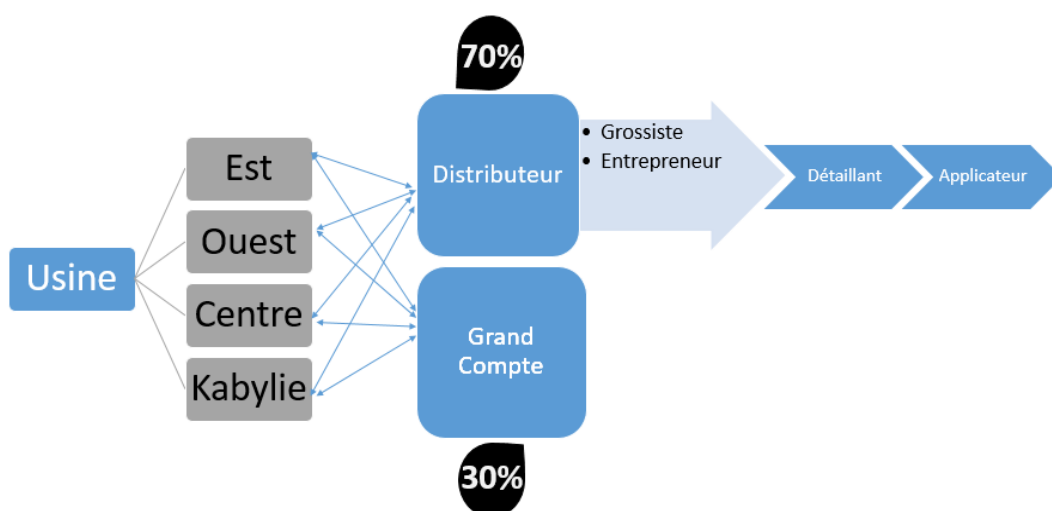


FIGURE 1.6 – Schéma de distribution Usine-Clients

## 1.8 Les Espaces de stockage

L'entreprise dispose de deux espaces de stockage :

- Le premier est situé à Iryahen, d'une surface de  $900m^2$ , partagé entre le produit fini classé par date de manière FIFO, et la matière première qui sont des pigments, emballage, et produits chimiques ;
- Le deuxième appelé "zone temporaire" se trouve à l'intérieur de l'usine, où ils stockent temporairement le produit fini.

Le stockage se fait en palettes de surface de  $1,10m^2$  et de hauteur de  $1m05$ . Chaque palette peut contenir 64 sacs de  $25kg$ , 320 sacs de  $2,5kg$  ou 240 sacs de  $5kg$  pour la pâte à joint. On peut entreposer uniquement deux palettes l'une sur l'autre par mesure de sécurité.

## 1.9 Organisation du travail

Dans une entreprise de production, l'organisation du travail vise principalement à assurer une coordination efficace des tâches. Les horaires standards s'étendent du dimanche au jeudi, de 8h00 à 16h00, avec une pause déjeuner d'une heure. Chaque responsable de service rédige un rapport quotidien afin de garantir la continuité et le bon déroulement des opérations.

## 1.10 Objectif de MORTERO SPA

L'objectif de MORTERO est de nature économique. Elle veut faire de son usine un fondement capable de satisfaire les demandes des clients, répondre aux exigences les plus sévères en matière de qualité dans les produits et assurer à ses employés la formation continue intégrée afin de garantir le développement de l'entreprise à long terme et satisfaire les attentes du client. A priori, elle est dans l'urgence de régler son seul et unique souci qui est de satisfaire la demande et d'atteindre la capacité maximale de production.

## Conclusion

Dans ce premier chapitre, l'entreprise MORTERO SPA a été présentée à travers son historique, spécifiquement sa structure organisationnelle, ses principaux produits, ainsi que son processus de production et ses méthodes de distribution. Cette vue d'ensemble met en évidence le fonctionnement global de l'entreprise et pose les bases nécessaires pour aborder, dans les prochains chapitres, les aspects liés à l'optimisation de sa chaîne de production.

### Introduction

La gestion de la production et l'optimisation combinatoire représentent des éléments essentiels pour l'amélioration des processus industriels, en particulier au sein de l'entreprise MORTERO, où une planification efficace de la production est indispensable pour faire face à une demande croissante tout en réduisant les contraintes d'approvisionnement. Ce chapitre a pour objectif d'établir les fondements théoriques nécessaires à la compréhension de ces deux domaines.

### 2.1 Gestion de la chaîne de production

La gestion de production regroupe l'ensemble des activités de planification, de pilotage et de contrôle des processus industriels, en vue de transformer efficacement des ressources en produits finis ou services, dans le respect des contraintes de coût, de qualité, de délai et de flexibilité [2].

Autrement dit, la gestion de production est simplement l'art de bien organiser et piloter la fabrication dans une entreprise pour produire efficacement, sans gaspiller de temps ni de ressources.

## 2.2 Typologies décisionnelles

Pour mieux situer les différents problèmes rencontrés en gestion de production, il est utile de rappeler que l'on classe habituellement les décisions de gestion en trois catégories : les décisions stratégiques, tactiques et opérationnelles [5].

### 2.2.1 Les décisions stratégiques

Les décisions stratégiques en gestion de production concernent la formulation de la politique à long terme d'une entreprise, généralement sur un horizon de plus de deux ans. Ces décisions sont fondamentales, car elles déterminent l'orientation future de l'entreprise et affectent de manière durable ses ressources et ses capacités.

### 2.2.2 Les décisions tactiques

En gestion de production, les décisions tactiques concernent la gestion à moyen terme des opérations d'une entreprise. Elles servent à mettre en œuvre les décisions stratégiques tout en optimisant les ressources disponibles pour atteindre les objectifs de production.

### 2.2.3 Les décisions opérationnelles

En gestion de production, les décisions opérationnelles concernent la gestion des activités quotidiennes et à court terme dans une entreprise. Elles visent à s'assurer que les processus de production se déroulent de manière fluide, efficace et conforme aux plans établis par les décisions tactiques et stratégiques. Ces décisions sont prises sur des horizons très courts (jours, semaines) et concernent les opérations immédiates.

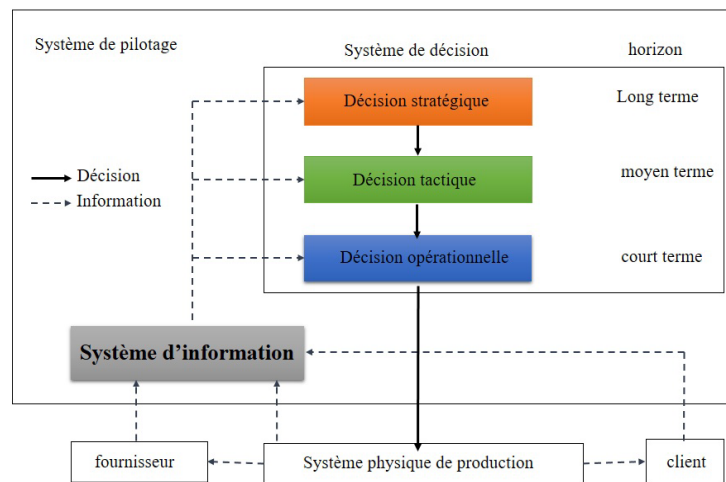


FIGURE 2.1 – Décomposition du système de gestion de production

## 2.3 Modes d'organisation de la production

La gestion de production s'appuie sur une organisation adaptée aux caractéristiques des produits, aux volumes de production et aux contraintes du processus. Les systèmes de production peuvent être classés en quatre catégories principales, chacune répondant à des besoins industriels spécifiques [6]. Ces modes influencent directement les stratégies de planification et d'optimisation, comme dans le cas de MORTERO.

1. **Production en série unitaire** : qui est la fabrication d'un biens unique ou de petites séries sur commande. Chaque produit est fabriqué selon des spécifications précises du client.
2. **Production en ateliers spécialisés** : qui est divisée en étapes, chaque étape étant gérée par des équipes spécialisées.
3. **Production en ligne** : qui est un mode dans lequel les opérations de fabrication sont disposées selon une séquence logique et continue, suivant le flux des matières premières jusqu'au produit fini.
4. **Production en industries de process** : qui est la transformation continue de matières premières en produits finis ou semi-finis à travers des opérations de production répétitives. MORTERO s'inscrit dans ce mode, avec un processus

séquentiel (séchage, tamisage, mélange, conditionnement) et une production de mortiers secs en volumes importants.

## 2.4 Typologies des systèmes de production

Un système de production est une organisation de personnes, machines, outils et d'autres composants, qui servent à transformer des matières premières en produits finis, destinés à la consommation de clients finaux. La transformation d'un produit peut nécessiter une ou plusieurs opérations à réaliser sur une ou plusieurs machines ou stations de travail.

Chaque entreprise est unique par son organisation et la spécificité des produits qu'elle fabrique [1]. Cependant, on peut réaliser une classification des entreprises en fonction des critères suivants :

- Relation avec les clients ;
- Quantités fabriquées et répétitivité ;
- Organisation des flux de production.

### 2.4.1 Classification selon la relation avec le client

Dans la classification selon la relation avec le client, on distingue trois types de production et de vente :

- **Production à la commande** : qui n'est commencée que si l'on dispose d'un engagement ferme du client. On évite alors (sauf cas d'annulation) le stock de produits finis. Ce type de production est préférable au type « vente sur stock », car il conduit à une diminution des stocks, donc des frais financiers. Ainsi, on aura tout intérêt à choisir ce type de production lorsque cela sera possible, c'est-à-dire lorsque le délai de mise à disposition correspondant au délai de production est accepté par le client. Cette organisation est obligatoire pour les produits non standards.
- **Production pour stock (Vente sur stock)** : qui est basée sur les prévisions de la demande, et consiste à démarrer le processus de fabrication avant d'avoir une demande confirmée. Ceci permet de réduire les délais de livraison (intervalle de temps entre la commande client et la livraison du produit) et les coûts de production.

- **Assemblage à la commande** : ce type de production se situe entre les deux premiers. On fabrique sur stock des sous-ensembles standards. Ces sous-ensembles sont assemblés en fonction des commandes clients. Cette organisation permet de réduire de façon importante le délai entre la commande et la livraison d'un produit. En effet, le délai apparent est réduit à l'assemblage des sous-ensembles. Cette organisation réduit la valeur des stocks et permet de personnaliser les produits finis en fonction des commandes clients.

### 2.4.2 Classification en fonction de l'importance des séries et de la répétitivité

On distingue trois catégories :

1. **Systèmes de production unitaire** : qui se concentrent sur la fabrication d'un produit unique, sans répétition fréquente du même produit. Ce type de production est généralement associé à des projets de grande envergure. On le retrouve, par exemple, dans le domaine du génie civil, comme la construction d'un pont, où chaque ouvrage est distinct et spécifique.
2. **Systèmes de production en petite et moyenne séries** : qui se caractérisent par une production diversifiée, réalisée en quantités limitées. Dans ce type d'organisation, les ressources dédiées à une même fonction technique sont regroupées au même endroit. Ce modèle peut concerner aussi bien des grandes entreprises, comme celles du secteur automobile, que des PME<sup>1</sup> manufacturières ou des sous-traitants.
3. **Systèmes de production en grande série** : qui se distinguent par la fabrication d'un nombre limité de produits standardisés en grandes quantités. Les moyens de production sont organisés en lignes de production dédiées à chaque produit, avec des équipements disposés dans un ordre spécifique pour permettre au produit de passer par une séquence fixe de postes de travail.

### 2.4.3 Classification selon l'organisation du flux de production

On distingue trois grands types de production, sachant que l'on pourrait trouver de nombreux types intermédiaires :

---

1. Petites et Moyennes Entreprises

- **Production en continu** : qui est un mode de fabrication adapté à la production de grandes quantités d'un produit ou d'une famille de produits. Elle se caractérise par une implantation en ligne, appelée flow shop dans la littérature anglo-saxonne, où le flux des produits est linéaire. Les machines sont dédiées à des tâches spécifiques, ce qui limite la flexibilité mais permet une efficacité élevée pour les produits standardisés. Pour éviter les goulets d'étranglement et fluidifier le flux, l'équilibrage des charges entre les machines est essentiel.
- **Production en discontinu** : qui est également connue sous le nom de production par lots ou job shop, est un mode de fabrication adapté à la production de petites ou moyennes quantités de produits variés, souvent réalisés sur commande. Contrairement à la production en continu, la production discontinue utilise des équipements polyvalents capables de fabriquer différents produits. Cette flexibilité entraîne des changements fréquents de configuration (setups), nécessitant des temps de nettoyage ou de réglage, ce qui rend la planification et l'ordonnancement complexes.
- **Production par projet** : dans ce cas, le produit est unique. Des exemples en sont l'organisation des jeux olympiques ou la construction d'un barrage. Le processus de production y est unique et ne se renouvelle pas. Son principe consiste donc à enchaîner toutes les opérations conduisant à l'aboutissement du projet, en minimisant les temps morts afin de livrer le produit avec un délai minimal ou à l'instant prévue.

## 2.5 Planification de la production

La planification est une décision tactique qui constitue un lien entre les décisions stratégiques à long terme et les décisions opérationnelles à court terme. Cette problématique se trouve principalement dans les systèmes productifs produisant pour le stock ou assemblant à la commande. Les questions qui se posent à ce niveau portent sur l'utilisation optimale des moyens de production dans le but de satisfaire les demandes aux moindres coûts [2].

La planification part des informations suivantes :

- Les demandes (connues ou estimées),
- La capacité de production (par unité de temps, atelier ou machine),
- Le volume de main d'œuvre et qualifications disponibles,
- Les informations sur le produit (nomenclature, spécifications techniques de produc-

tion, délai d'obtention...),

- Les différents coûts (production, lancement, non satisfaction des demandes, stockage, rupture de stocks...),

Ces informations sont rassemblées et analysées pour définir des plans de production qui déterminent pour chaque période de l'horizon de planification :

- Les quantités à produire pour chaque produit,
- Les niveaux de stocks nécessaires en produits finis et composants,
- L'utilisation des ressources humaines et matérielles,
- Les plans de sous-traitance.

### 2.5.1 Processus de planification de la production

La figure 2.2 illustre le processus de préparation d'un plan de projet global. Il s'agit d'un processus dynamique et continu, car on actualise périodiquement certains aspects d'un plan, à mesure que des nouvelles informations apparaissent et qu'émergent de nouvelles opportunités [2].

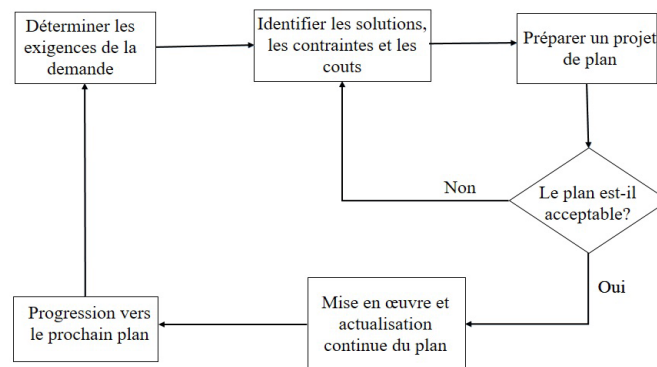


FIGURE 2.2 – Le processus de préparation d'un plan global

### 2.5.2 Plan Directeur de Production

Le Plan Directeur de Production (PDP) est un outil clé pour la gestion de la production. Il détermine les quantités et les dates de production des produits finis sur une période donnée.

## 2.6 Ordonnancement de la production

L'étape d'ordonnancement de la production consiste à organiser, à court terme, les différentes ressources de l'atelier de production, de manière à suivre le mieux possible le plan de production déterminé dans l'étape de planification, c'est-à-dire, respecter les délais de production. Il s'agit d'affecter les opérations de production de tous les jobs (ordres de fabrication) aux ressources et de décider de leurs dates de début et de fin.

De mauvaises décisions d'ordonnancement peuvent occasionner des délais et des inventaires de produits semi-finis additionnels, ce qui peut déstabiliser la chaîne logistique. Dans des systèmes complexes, avec plusieurs ressources et des produits différents, il est difficile d'estimer la capacité de production à l'avance, et par conséquent, de calculer un plan de production réalisable au niveau ordonnancement. De plus, des incertitudes liées aux activités de maintenance et aux opérations manuelles peuvent aussi conditionner la mise en œuvre des décisions opérationnelles. [9]

## 2.7 Optimisation Combinatoire

L'optimisation combinatoire est une branche très importante en recherche opérationnelle, en mathématiques appliquées et en informatique. L'objectif de ces problèmes combinatoires consiste à trouver une meilleure solution dans un espace fini et discret de solutions réalisables, qui respectent un ensemble de conditions ou contraintes. Un problème d'optimisation combinatoire apparaît chaque fois qu'il s'agit de trouver une solution optimale parmi les solutions réalisables d'une application. Autrement dit, c'est à minimiser ou à maximiser une fonction dite fonction objectif, avec ou sans contraintes.

**Définition 2.1.** Un problème d'optimisation est une maximisation (ou minimisation) d'une certaine fonction [8] :

$$\max_{x \in S} f(x)$$

où :

- $f$  : la fonction objectif ;
- $x$  : le vecteur constitué de variables de décision, avec  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)' \in \mathbb{R}^n$  ;
- $x \in S$  ensemble des solutions réalisables.

*Si le problème consiste à minimiser  $f$ , alors il est équivalent de maximiser  $(-f)$ , car  $\min f(x) = -\max(-f(x))$ .*

## 2.8 Quelques problèmes d'optimisation combinatoire

### 2.8.1 Le problème du plus court chemin

Les problèmes de cheminement dans les graphes (en particulier la recherche d'un plus court chemin) entre deux sommets  $s$  et  $t$  comptent parmi les problèmes les plus anciens de la théorie des graphes et les plus importants par leurs applications.

**Définition 2.2.** [4]

Soit  $G = (X, U)$  un graphe, on associe à chaque arc  $u$  une longueur  $l(u)$  ou  $l_{ij}$ . Le problème du plus court chemin entre  $s$  et  $t$  est de trouver un chemin  $\mu(s, t)$  de  $s$  à  $t$  tel que :

$$l(\mu_{st}) = \min \sum_{(i,j) \in \mu} l_{ij}$$

$l(\mu)$  : coût de transport, le coût de construction, temps nécessaire de parcours.

Le modèle s'écrit

$$\begin{aligned} & \min \sum_{(i,j) \in \mu} c_{ij} x_{ij} \\ \text{s.c.} \quad & \sum_{j \in \Gamma^+} x_{ij} - \sum_{j \in \Gamma^-} x_{ji} = \begin{cases} 1, & \text{si } i = s \\ -1, & \text{si } i = t \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \\ & x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in \mu \end{aligned}$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{on emprunte l'arc } (i, j) \in \mu; \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

ou  $\Gamma^+$  : représente l'ensemble des successeurs des sommets  $i$  et  $\Gamma^-$  : les prédécesseurs des sommets  $i$ .

### 2.8.2 Problème du sac-à-dos

Considérons un ensemble d'objets indexés par  $I = \{1, \dots, n\}$ , ayant chacun un poids  $w_i$  et une utilité  $u_i$ , et considérons un sac de contenance  $W$ . Le but est de ranger les objets sans excéder la capacité du sac, tout en maximisant l'utilité totale des objets rangés [7].

Le modèle s'écrit

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^n u_i x_i \\ \text{s.c.} \quad & \sum_{i=1}^n w_i x_i \leq W, \\ & x_i \in \{0, 1\}, i \in I. \end{aligned} \tag{1.5}$$

où :

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{si l'objet } i \text{ est rangé dans le sac;} \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases}$$

### 2.8.3 Problème du lot sizing (LSP)

Le problème de lot-sizing a été introduit par (Wagner et Whitin, 1958) [10]. Il consiste à satisfaire une demande sur un horizon de temps discret de manière à minimiser les coûts de production et de stockage. Afin de satisfaire cette demande, il s'agit donc de déterminer le nombre d'unités à produire à chaque période. Ce problème est appelé lot-sizing dynamique, contrairement au problème sur un seul horizon de temps de discret. Le problème original de Lot-Sizing a dérivé plusieurs variantes, plus en plus complexes à cause de diverses contraintes qui sont venues les enrichir. Ces contraintes visent à rendre le modèle plus réaliste et par conséquent, cela limite l'espace des solutions originelles.

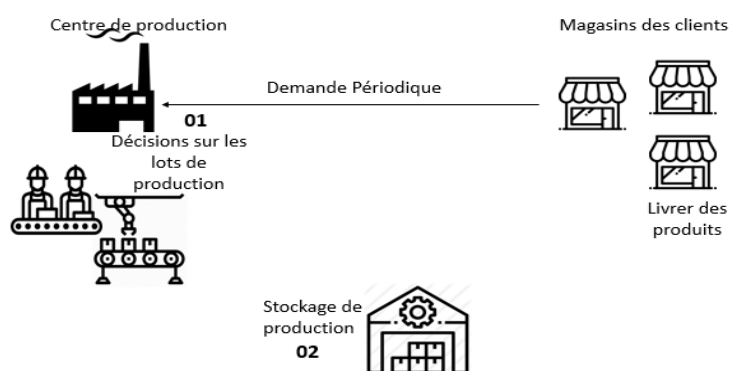


FIGURE 2.3 – présentation du Problème de lot-sizing

Le modèle du LSP se décrit comme suit :

Les indices :

$t$  : indice de périodes

$i$  : indices des produits

$j$  : indices des commandes

Les paramètres :

$T$  : nombre de périodes

$N$  : nombre de produits

$M$  : nombre de clients

$D_{i,j,t}$  : Demande du produit  $i$  par le client  $j$  dans la période  $t$ .

$CS_{i,t}$  : Coût de Stockage du produit  $i$  dans la période  $t$ .

$CL_{i,t}$  : Coût de Lancement de production pour la période  $t$

$CP_t$  : Coût de Production dans la période  $t$ .

$I_0$  : Niveau de stock.

Variables de décision :

$QP_{i,t}$  : Quantité Produite du produit  $i$  à la période  $t$ .

$QS_{i,t}$  : Quantité Stockée du produit  $i$  à la période  $t$ .

$R_t$  : Variable binaire, égale à 1 s'il y a de la production dans la période  $t$ , 0 sinon.

**a. La fonction objectif :**

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N [(CL_{i,t} \cdot CP_t) R_t + CS_{i,t} \cdot QS_{i,t}]$$

**b. Les contraintes :**

$$QS_{i,t} = QS_{i,t-1} + QP_{i,t} - D_{i,j,t} \quad \forall i \in N, \forall j \in M, \forall t \in T - \{1\} \quad (1.1)$$

$$QP_{i,t} \leq R_t \times \sum_{i \in N} \sum_{t' \in T, t' \geq t} D_{i,j,t'} \quad \forall t \in T \quad (1.2)$$

$$I_0 = 0 \quad (1.3)$$

$$QP_{i,t}, R_t \geq 0 \quad (1.4)$$

La contrainte (1.1) représente le stock à la période  $t$  qui égale le stock à la période  $t-1$  plus la quantité à produire moins la demande. La contrainte (1.2) représente le calcul de la quantité produite qui est inférieure ou égale au majorant de la quantité demandée, pour lancer la production. La contrainte (1.3) stipule que le stock initial est vide. La nature des variables qui doivent être positives ou nulles sont présentées dans la contrainte (1.4).

## 2.9 Programmation Linéaire en Nombres Entiers Mixtes (PLNE mixte)

La programmation linéaire en nombres entiers mixtes (PLNE mixte) est une technique utilisée pour modéliser et résoudre des problèmes d'optimisation combinant des variables continues (quantité produite) et discrètes (décision de produire ou non). Ce type de programmation est bien adapté aux problématiques industrielles comme la planification de la production.

Le modèle de production est formulé comme suit :

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^T (C_{i,j} \cdot Q_{i,j} + C_{i,j}^s \cdot S_{i,j}) \\ \text{s.c.} \quad & Q_{i,j} + S_{i,j-1} - D_{i,j} = S_{i,j} \quad \forall i, j \quad (\text{équilibre de stock}) \\ & Q_{i,j} \leq C_{i,j} \cdot X_{i,j} \quad \forall i, j \quad (\text{capacité conditionnée à la décision}) \\ & S_{i,j} \leq S^{\max_i} \quad \forall i, j \quad (\text{stock maximal}) \\ & Q_{i,j} \geq 0, \quad S_{i,j} \geq 0 \quad \forall i, j \\ & X_{i,j} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \end{aligned}$$

où :

- $Q_{i,j}$  : quantité produite du produit  $i$  au jour  $j$  (variable continue),
- $S_{i,j}$  : stock final du produit  $i$  au jour  $j$  (variable continue),
- $D_{i,j}$  : demande du produit  $i$  au jour  $j$  (donnée),
- $X_{i,j}$  : variable binaire indiquant si le produit  $i$  est fabriqué le jour  $j$  (1 si oui, 0 sinon),
- $C_{i,j}$  : Capacité maximale de production du produit  $i$  au jour  $j$ ,
- $S^{\max_i}$  : capacité maximale de stockage du produit  $i$ ,
- $C_{i,j}$  : coût unitaire de production du produit  $i$  au jour  $j$ ,

—  $C_{i,j}^s$  : coût unitaire de stockage du produit  $i$  au jour  $j$ .

L'introduction des variables binaires  $X_{i,j}$  permet de modéliser des décisions de type tout-ou-rien, et leur combinaison avec les quantités continues  $Q_{i,j}$  et  $S_{i,j}$  permet de construire un modèle réaliste et flexible de la production. Ce modèle entre dans le cadre d'une PLNE mixte, résoluble à l'aide de méthodes comme *Branch and Bound*.

## 2.10 Les méthodes de résolution

La résolution des problèmes d'optimisation est basée sur des techniques de Recherche Opérationnelle, dont on distingue les méthodes exactes et les méthodes approchées.

### 2.10.1 Méthodes exactes

Les méthodes exactes ont pour but de déterminer la solution optimale du problème (optimum global). Elles demandent souvent un effort de calcul très important. Parmi les méthodes exactes les plus utilisées, on trouve : le branch and bound, le branch and cut, le branch and price et la programmation dynamique.

#### 2.10.1.1 Méthode Branch and Bound

**Définition 2.3.** Soit un problème de PLNE (ou mixte) défini comme suit : [3]

$$z(x) = \max c^t x \quad (2.1)$$

$$sc : \quad x \in X, \quad (2.2)$$

où  $X$  est l'espace des solutions réalisables :

$$X = \{x \in \mathbb{Z}^n : Ax \leq b, x \geq 0\} = P \cap \mathbb{Z}^n, \quad \text{où} \quad (2.3)$$

$$P = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b, x \geq 0\}. \quad (2.4)$$

L'idée principale de l'algorithme branch and bound est de diviser le problème original en plus-petits sous-problèmes, en partitionnant l'ensemble des solutions réalisables. La subdivision continue jusqu'à ce que tous les sous problèmes soit éliminés par borne(ou autre critère). La subdivision est dite l'étape de branchement, et l'élimination des sous-problèmes

est l'opération de stérilisation (coupe). Durant une itération de l'algorithme branch and bound certains problèmes nous fournissent des solutions réalisables (pour le problème initial), alors parmi ces solutions on retient la meilleure solution et sa valeur nous servira de borne (inférieure si c'est un problème de maximisation, borne supérieure dans le cas contraire). Pour résumer, il existe trois étapes principales de l'algorithme *B&B* :

- L'évaluation ;
- Branchement (séparation) ;
- Élagage ou coupe.

Pour commencer, supposons que nous avons une solution réalisable  $x^{inf}$  et sa valeur  $z^{inf}$ , si nous n'avons pas une telle solution on pose  $z_{inf} = -\infty$ . À chaque itération de l'algorithme, nous référons à  $x^*$  comme étant la meilleure solution obtenue jusqu'ici. Et nous marquons le sommet comme actif.

Tant que  $A \neq \emptyset$ , sélectionner un sommet actif  $j$  et le marquer comme inactif (ie  $A = A \setminus \{j\}$ ). Soient  $x(j)$  et  $z^{LP}(j)$  respectivement la solution optimale et sa valeur dans la relaxation du problème  $j$ . Trois cas peuvent se présenter :

- **Cas 1** : si  $z^* \geq z^{LP}(j)$ , alors couper le sommet  $j$  ;
- **Cas 2** : si  $z^* < z^{LP}(j)$  et  $x(j)$  est réalisable pour IP alors, remplacer la meilleure solution obtenue jusqu'ici par  $x(j)$ , et actualiser la borne sup. Couper le sommet  $j$  ;
- **Cas 3** : si  $z^* < z^{LP}(j)$  et  $x(j)$  n'est pas réalisable pour IP alors :

$$A := A \cup \{\text{les antécédents des } j\}$$

La solution obtenue correspondant à la borne sup est la solution optimale.

**Algorithm 1** Algorithme branch and bound

---

```

1 : Initialisation. La liste des sommets actifs  $A = \{P_0\}$  ( $P_0 = P$ ).
2 : if une solution réalisable  $\bar{x}$  est connue then
3 :     on pose  $z_{\text{inf}} = z(\bar{x})$ ,
4 : else
5 :     on pose  $z_{\text{inf}} = -\infty$ .
6 : end if
7 : Traitement.
8 : while  $A \neq \emptyset$  do
9 :     Sélectionner un sommet actif  $j$ 
10 :    Marquer le sommet  $j$  comme inactif (ie  $A = A \setminus \{j\}$ ).
11 :    Soient  $x(j)$  et  $z^{LP}(j)$  respectivement la solution optimale et sa valeur
        dans la relaxation du problème  $j$ .
12 :    if  $z_{\text{inf}} \geq z^{LP}(j)$  then
13 :        couper le sommet  $j$ 
14 :    else
15 :        if  $z_{\text{inf}} < z^{LP}(j)$  et  $x(j)$  est réalisable pour  $P$  then
16 :            Actualiser les solutions et les bornes :  $x_{\text{inf}} = x(j)$ , ( $z_{\text{inf}} = z^{LP}(j)$ )
17 :            Couper le sommet  $j$ .
18 :        else
19 :            if  $z_{\text{inf}} < z^{LP}(j)$  et  $x(j)$  n'est pas réalisable pour IP then
20 :                 $A = A \cup \{\text{les descendant de } j\}$ 
21 :            end if
22 :        end if
23 :    end if
24 :     $j = j + 1$ 
25 : end while
26 : if  $z_{\text{inf}} > -\infty$  then La solution  $\bar{x}$  tel que  $z_{\text{inf}} = z(\bar{x})$  est optimale.
27 : else Le problème n'a pas de solution réalisable.
28 : end if

```

---

FIGURE 2.4 – Algorithme branch and bound

La stratégie d'exploration des sommets de l'arborescence de résolution est décrit comme suit :

Lorsqu'on parcourt l'arborescence de résolution du problème, on se trouve devant le dilemme : quel sommet explorer (parcourir) en premier ? Trois stratégies sont les plus couramment utilisées pour le parcours (en plus de la stratégie aléatoire, avec tirage) :

1. **Largeur d'abord** : On explore d'abord les sous-problème d'un niveaux pour passer au niveau suivant.
2. **Profondeur d'abord** : On explore une branche jusqu'à couper un sommet et on revient en marche arrière lorsqu'on coupe un sommet.
3. **Meilleur d'abord** : On choisit le sommet ayant la meilleure borne supérieure pour l'explorer.

## 2.10.2 Méthodes approchées

Les méthodes approchées s'intéressent à l'obtention de la meilleure solution possible, mais dont l'optimalité n'est pas garantie. Dont l'objectif est de considérablement réduire l'effort de calcul en diminuant l'espace des solutions à explorer, sont souvent appliquées pour résoudre des problèmes NP-difficiles.

### 2.10.2.1 Heuristiques

Une heuristique est une procédure qui exploite au mieux la structure du problème étudié, dans le but de fournir une solution de qualité acceptable, sans garantir nécessairement son optimalité. L'objectif principal d'une heuristique est de réduire le temps de calcul, en proposant une solution réalisable dans un délai raisonnable.

### 2.10.2.2 Métaheuristique :

Le terme métaheuristique a été inventé par Fred Glover lors de la conception de la recherche tabou. Ces méthodes sont nées après des mises au point poussées sur les heuristiques. Leur but, tout comme pour les heuristiques, est de réussir à trouver un optimum global. Pour cela, l'idée est à la fois de parcourir l'espace de recherche et d'explorer les zones qui paraissent prometteuses, sans être "piégé" par un optimum local.

## Conclusion

Ce chapitre a englobé les notions de bases nécessaires pour aborder le chapitre 3 qui consiste à la formulation et la modélisation du problème réel au sein de l'entreprise MORTERO SPA. Il a permis de relier les concepts théoriques aux enjeux pratiques de la gestion de production, tout en soulignant l'importance des outils mathématiques et algorithmiques pour une prise de décision efficace.

## CHAPITRE 3

# FORMULATION ET MODÉLISATION DU PROBLÈME

### Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté le fonctionnement de l'entreprise MORTERO SPA ainsi que les principaux fondements théoriques liés à la planification de la production. Ce troisième chapitre constitue le cœur de notre travail. Il a pour objectif de modéliser mathématiquement le problème de planification de la production rencontré par l'entreprise. Nous commencerons par formuler les hypothèses de modélisation, puis nous présenterons le modèle mathématique, avant de passer à la phase de résolution et à l'analyse des résultats obtenus.

### 3.1 Position du problème

L'entreprise MORTERO SPA, spécialisée dans la fabrication de mortiers industriels (colles, enduits, joints, etc.), évolue dans un environnement de production continue, où la régularité de l'approvisionnement en matières premières joue un rôle central dans la performance globale de la chaîne de production.

Malgré une demande croissante et une capacité de production bien établie, l'entreprise est régulièrement confrontée à des difficultés liées à la disponibilité des composants (notamment le sable, le ciment, les pigments, etc.). Ces ruptures en matières premières engendrent des arrêts de production imprévus, des retards dans la livraison des commandes clients, et parfois une sous-utilisation des ressources disponibles (temps machine, main-

d'œuvre, etc.). Actuellement, la planification de la production repose essentiellement sur des outils classiques (Excel, historique de ventes) et ne prend pas systématiquement en compte :

- La variabilité de la demande réelle,
- Les contraintes de disponibilité des matières premières,
- Les capacités de stockage des produits finis,
- Ni le temps de production journalier alloué par machine.

Dans ce contexte, il devient nécessaire d'adopter une approche plus rigoureuse et mathématiquement fondée, permettant de planifier de manière optimale la production journalière, tout en réduisant les risques de rupture et en exploitant au mieux les ressources disponibles.

Ce travail vise ainsi à modéliser et résoudre ce problème comme un problème d'optimisation combinatoire, en formulant un modèle de programmation linéaire mixte, basé sur les données réelles de l'entreprise. Ce modèle aura pour objectif de maximiser les quantités produites, tout en minimisant les ruptures de composants, dans le respect des contraintes de capacité, de stock et de temps.

## 3.2 Collecte de données

La collecte de données est une étape très importante pour préciser les paramètres clés de notre modèle d'optimisation, et pour établir une analyse précise du fonctionnement réel de la chaîne de production de l'entreprise MORTERO. Pour réaliser notre travail, nous avons mené une collecte ciblée des données indispensables à la compréhension des flux de production et d'approvisionnement. Ici, les données essentielles ont été recueillies auprès du service de production. Nous avons pu collecter :

- Les produits fabriqués par l'entreprise, ainsi que leurs quantités journalières produites,
- La production programmée (ordres de lancement quotidiens),
- Le temps de production programmé pour chaque lot,
- La quantité réellement réalisée,
- La consommation des composants (matières premières) par produit,

- Et les données sur les arrêts de production, en précisant les motifs : rupture de matière première, maintenance, nettoyage machine, etc.

### 3.2.1 Produits finis

L'entreprise MORTERO fabrique une large gamme de produits finis destinés au domaine du bâtiment, principalement sous forme de mortiers industriels. La production est structurée autour de quatre grandes familles déjà présentées dans le premier chapitre, en lien direct avec les matières premières utilisées dans leur fabrication.

Chaque famille comprend plusieurs sous-produits spécifiques, différenciés par leur composition, leur usage ou leur performance. Face à la diversité de l'offre, et afin de rendre l'étude plus ciblée et représentative de la réalité de la production, nous retenons dans cette modélisation les six produits finis les plus consommés et les plus régulièrement fabriqués par l'entreprise.

Produit	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
$C_1$	50%	70%	40%	60%	35%	0
$C_2$	10%	30%	60%	0	0	0
$C_3$	25%	0	0	20%	0	38%
$C_4$	15%	0	0	20%	15%	12%
$C_5$	0	0	0	0	50%	50%

TABLE 3.1 – Taux des composants figurants dans chaque produit

## 3.3 Modélisation mathématique

Il existe plusieurs formes de modélisation permettant de représenter un système réel : les représentations graphiques (comme les réseaux ou les graphes), les modèles probabilistes, les simulations, ainsi que les modèles mathématiques, notamment ceux fondés sur la programmation linéaire. La modélisation d'un problème constitue une étape cruciale dans l'étude d'une situation réelle, car une mauvaise modélisation peut fausser l'interprétation et la résolution du problème.

L'objectif de cette modélisation est de vérifier si l'on peut satisfaire la demande tout en minimisant les ruptures liées à l'approvisionnement en matières premières. Pour cela, nous élaborons un PLNE mixte, fondé sur les données réelles collectées au sein de l'entreprise

MORTERO, présentée dans la section précédente.

La plupart des problèmes de planification intégrée sont modélisés par des programmes à variables mixtes, les variables entières étant souvent binaires, comme la variable de lancement  $y_{i,j}$  qui vaut 1 si la production du produit  $i$  est lancée, et 0 sinon.

### 3.3.1 Contraintes non contrôlables du système

Ce sont les constantes du modèle. Elles correspondent d'une part, aux caractéristiques physiques du système, et d'autre part, à ses exigences internes (coûts) et externes (quantité de la demande). Les paramètres non contrôlables de notre modèle sont donc :

1. **Capacité de production journalière** : L'unité de production dispose d'un seul mélangeur et d'une seule conditionneuse. La capacité maximale de production est de 400 tonnes par jour. La production est assurée par deux équipes permanentes travaillant en régime de 16 heures par jour, 7 jours sur 7.

La Table 3.2 présente les capacités réelles enregistrées pour chaque jour du mois d'avril 2025.

Dans ce travail, les quantités réellement produites chaque jour par l'entreprise MORTERO sont utilisées comme données de référence, notées  $V_{i,j}$ , et intégrées dans le modèle comme des valeurs cibles à atteindre. Ces données, bien que non directement contrôlables, permettent de comparer la performance réelle de l'entreprise avec les résultats obtenus par optimisation. Elles jouent ici le rôle de pseudo-demands internes, servant de base pour évaluer l'efficacité du modèle proposé.

2. **Capacité de stockage** : Elle représente le volume total disponible pour le stockage des produits finis, On la note  $B_i$ .

La Table 3.3 présente la capacité maximale de stockage pour chaque produit.

Date	Quantité réalisée ( $Q_{i,j}$ )	P1	P2	P3	P4	P5	P6
03/04/2025	349,48	200,00	149,48	0,00	0,00	0,00	0,00
04/04/2025	149,25	149,25	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
05/04/2025	252,00	0,00	125,00	127,00	0,00	0,00	0,00
06/04/2025	338,93	200,00	0,00	0,00	100,00	0,00	38,93
07/04/2025	348,70	100,00	200,00	0,00	0,00	48,70	0,00
08/04/2025	375,10	200,00	100,00	75,10	0,00	0,00	0,00
09/04/2025	378,45	200,00	0,00	178,45	0,00	0,00	0,00
10/04/2025	338,58	0,00	200,00	0,00	138,58	0,00	0,00
11/04/2025	346,10	200,00	0,00	0,00	0,00	146,10	0,00
12/04/2025	162,93	0,00	0,00	0,00	162,93	0,00	0,00
13/04/2025	250,70	150,70	0,00	0,00	0,00	0,00	100,00
14/04/2025	364,80	150,00	0,00	180,98	0,00	64,80	0,00
15/04/2025	380,98	200,00	0,00	180,98	0,00	0,00	0,00
16/04/2025	332,73	0,00	200,00	0,00	132,73	0,00	0,00
17/04/2025	291,30	200,00	0,00	0,00	0,00	0,00	91,30
18/04/2025	398,28	150,00	200,00	48,28	0,00	0,00	0,00
19/04/2025	281,40	81,40	0,00	0,00	0,00	200,00	0,00
20/04/2025	364,90	200,00	0,00	0,00	0,00	164,90	0,00
21/04/2025	258,33	100,00	158,33	0,00	0,00	0,00	0,00
22/04/2025	327,13	0,00	200,00	0,00	100,00	0,00	27,13
23/04/2025	356,48	200,00	0,00	0,00	156,48	0,00	0,00
24/04/2025	211,95	211,95	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
25/04/2025	102,53	0,00	102,53	0,00	0,00	0,00	0,00
26/04/2025	243,60	0,00	0,00	143,60	50,00	50,00	0,00
27/04/2025	228,08	0,00	200,00	0,00	0,00	0,00	28,08
28/04/2025	329,88	200,00	0,00	0,00	100,00	29,88	0,00
29/04/2025	379,43	100,00	200,00	79,43	0,00	0,00	0,00

TABLE 3.2 – Les capacités réelles enregistrées quotidiennement du mois d’avril 2025.

Produit ( $P_i$ )	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
Capacité max ( $B_i$ )	450	400	400	350	350	300

TABLE 3.3 – La capacité maximale de stockage pour chaque produit.

### 3.3.2 Formulation du modèle

#### Notations

- $P_i$  : Produits finis ( $i = 1, \dots, n$ ).
- $C_l$  : Composants ( $l = 1, \dots, m$ ).
- $\alpha_i$  : bénéfice de chaque produit  $P_i$ .
- $B_i$  : Capacité de stockage maximale du produit  $P_i$ .
- $V_{i,j}$  : Quantité vendue du produit  $i$  le jour  $j$ .
- $T_i$  : Temps de production par tonne du produit  $i$ .
- $q_{l,i}$  : quantité de composant  $C_l$  nécessaire pour une tonne de  $P_i$ .
- $D_{l,j}$  : La quantité disponible du composant  $C_l$  le jour  $j$ .
- $H$  : Le temps de production disponible par jour (en heures).
- $T$  : Temps de nettoyage entre produits.
- $M$  : La capacité maximale de production.

#### Variables de décision

- $Q_{i,j}$  : Quantité (en tonnes) du produit  $P_i$  produite le jour  $j$ .
- $S_{i,j}$  : Stock du produit  $P_i$  à la fin du jour  $j$  (en tonnes).
- $y_{i,j}$  : Variable binaire, vaut 1 si le produit  $P_i$  est produit le jour  $j$ , 0 sinon.
- $R_{l,j}$  : Variable binaire, vaut 1 si le composant  $C_l$  est en rupture le jour  $j$ , 0 sinon.

## Fonction Objectif

Maximiser la production totale tout en minimisant les ruptures de stock de matières premières :

$$\max \left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^t \alpha_i Q_{i,j} - \beta \sum_{l=1}^m \sum_{j=1}^t R_{l,j} \right) \quad (3.1)$$

où  $\beta$  : coefficient de pénalité pour chaque rupture de stock.

## Contraintes

### 1. Capacité de production journalière :

$$\sum_{i=1}^n T_i Q_{i,j} + (np_j - 1)T \leq H, \quad \forall j = 1, \dots, t \quad (3.2)$$

avec  $np_j = \sum_{i=1}^n y_{i,j}$ .

### 2. Lien entre production et variable binaire :

$$Q_{i,j} \leq M y_{i,j}, \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad \forall j = 1, \dots, t \quad (3.3)$$

### 3. Gestion des stocks :

$$S_{i,j} = S_{i,j-1} + Q_{i,j} - V_{i,j}, \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad \forall j = 1, \dots, t \quad (3.4)$$

$$S_{i,j} \leq B_i, \quad S_{i,j} \geq 0 \quad (3.5)$$

### 4. Disponibilité des composants et gestion des ruptures :

$$\sum_{i=1}^n q_{l,i} Q_{i,j} \leq D_{l,j} + M(1 - R_{l,j}), \quad \forall l = 1, \dots, m, \quad \forall j = 1, \dots, t \quad (3.6)$$

$$R_{l,j} \in \{0, 1\} \quad (3.7)$$

### 5. Non-négativité et binarité :

$$Q_{i,j} \geq 0, \quad y_{i,j} \in \{0, 1\} \quad (3.8)$$

## 3.4 Résolution du problème et interprétation des résultats

### 3.4.1 Outils de résolution

Le problème étudié dans ce travail consiste à optimiser la planification de la production de l'entreprise MORTERO, en prenant en compte plusieurs contraintes réelles, telles que la disponibilité en matières premières, les capacités de production, les niveaux des stock, et la satisfaction de la demande. Il s'agit donc d'un problème d'optimisation combinatoire, à variables discrètes et continues.

Dans ce contexte, nous optons pour une PLNE mixte, car elle permet de :

- Modéliser les quantités à produire comme des variables entières,
- Intégrer des variables continues pour représenter les stocks ou l'utilisation des ressources,
- Représenter les contraintes de capacité, d'approvisionnement, de stockage et de demande sous forme linéaire,
- Obtenir une solution optimale ou quasi-optimale, garantie par un solveur exact.

### 3.4.2 Choix de l'outil de résolution

Pour résoudre notre modèle de planification de production, nous choisissons d'utiliser IBM ILOG CPLEX Optimization Studio (version 22.1.2), l'un des solveurs les plus performants du marché pour les problèmes d'optimisation linéaire en nombres entiers (PLNE) et mixte (PLNE mixte).

IBM ILOG CPLEX Optimization Studio est le moyen le plus rapide pour créer des modèles d'optimisation efficaces et des applications de pointe permettant de traiter toute la gamme des problèmes de planification et d'ordonnancement. Avec son environnement de développement intégré, son langage de modélisation descriptive, ses outils intégrés et ses solveurs avancés, il traite les problèmes de programmation mathématique et les problèmes de programmation par contraintes et les optimiseurs CPLEX, incluant les optimiseurs du simplexe, de barrière et de PLNE mixte. Il prend en charge le processus complet de développement et de résolution des modèles.

## 3.5 Application numérique

L'objectif de cette application numérique est de mettre en œuvre le modèle développé précédemment, en utilisant les données réelles de l'entreprise MORTERO, et d'en analyser les résultats.

### 3.5.1 Données utilisées

Les informations relatives aux produits finis sélectionnés ainsi qu'aux composants nécessaires à leur fabrication ont déjà été présentées dans la section de collecte de données.

Dans cette section, nous nous concentrons uniquement sur les autres paramètres nécessaires à l'implémentation et à la résolution du modèle.

```
int n = 6;
int m = 5;
int days = 27;

range I = 1..n;
range L = 1..m;
range J = 1..days;

float alpha[I] = [1.5,1.41,1.34,1.35,1.3,1.3];
float beta = 100;
float B[I] = [450,400,400,350,350,300];
float T[I] = [0.04,0.04,0.04,0.04,0.04,0.04];
float cleaning_time = 0.3;
float H = 16;
float M = 1000;
float S_initial[I] = [0,0,0,0,0,0];
float D[L][J] = [
  [215.66, 74.4325, 125.07625, 171.4075, 171.2825, 187.845, 219.7575,
   159.8425, 160.44125, 73.9525, 128.3775, 196.04125, 188.94625, 162.46,
   155.6825, 218.455, 140.4275, 159.67, 118.5475, 150.03625, 172.63,
   102.51375, 48.76625, 124.4325, 100.2375, 141.27125, 173.6225],
  [75.8475, 13.24, 57.5425, 47.8725, 39.8175, 44.275, 63.16, 85.155, 51.0125,
   10.78, 82.38, 61.0375, 33.6825, 32.945, 43.9475, 52.0175, 30.685, 112.8,
   106.2625, 76.0575, 26.9125, 31.925, 16.1775, 21.53, 34.1625, 16.9625,
   131.6],
  [27.3075, 17.33125, 17.45375, 29.54125, 50.64875, 43.725, 40.3525, 22.0525,
   37.1175, 9.87875, 2.61875, 11.2325, 20.385, 28.8325, 36.79625, 72.4175,
   17.6825, 17.77, 9.145, 14.7525, 40.0425, 13.7725, 3.36875, 31.58625,
   11.70625, 20.25, 35.0375],
  [24.7225, 20.85875, 21.6775, 22.66625, 42.27625, 44.28, 30.455, 20.9375,
   42.19125, 17.26375, 2.83625, 19.55125, 45.78625, 42.425, 35.28625,
   50.16, 20.4425, 22.1725, 12.445, 23.29125, 48.815, 20.91375, 6.775,
   30.01375, 11.19375, 38.47875, 22.1775]
```

FIGURE 3.1 – Paramètres du modèle

## 3.6 Présentation des résultats

### 3.6.1 Résultats obtenus à partir du PLNE Mixte

Les quantités journalières de production présentées ci-dessous résultent de l'optimisation effectuée avec IBM ILOG CPLEX. Le modèle a permis de répartir efficacement la production sur toute la période étudiée, en respectant les contraintes de capacité, de temps et de stock, tout en maximisant le bénéfice. Le tableau [3.4](#) illustre la solution optimale obtenue pour chaque produit au fil des jours.

<b>Jour</b>	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>P3</b>	<b>P4</b>	<b>P5</b>	<b>P6</b>	$Q_{i,j}$
03/04/2025	200.00	192.50	0.00	0.00	0.00	0.00	392.50
04/04/2025	349.25	0.00	0.00	0.00	0.00	38.93	388.18
05/04/2025	0.00	251.68	127.00	0.00	0.00	0.00	378.68
06/04/2025	0.00	30.30	254.70	100.00	0.00	0.00	385.00
07/04/2025	343.80	0.00	0.00	0.00	48.70	0.00	392.50
08/04/2025	292.50	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	392.50
09/04/2025	0.00	0.00	0.00	0.00	350.00	0.00	350.00
10/04/2025	0.00	200.00	0.00	141.73	0.00	0.00	341.73
11/04/2025	400.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	400.00
12/04/2025	0.00	0.00	0.00	292.50	0.00	100.00	392.50
13/04/2025	0.00	400.00	0.00	0.00	0.00	0.00	400.00
14/04/2025	0.00	12.13	0.00	0.00	0.00	300.00	312.13
15/04/2025	164.40	0.00	228.10	0.00	0.00	0.00	392.50
16/04/2025	250.00	0.00	0.00	0.00	110.90	0.00	360.90
17/04/2025	400.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	400.00
18/04/2025	0.00	400.00	0.00	0.00	0.00	0.00	400.00
19/04/2025	0.00	0.00	400.00	0.00	0.00	0.00	400.00
20/04/2025	400.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	400.00
21/04/2025	131.40	261.10	0.00	0.00	0.00	0.00	392.50
22/04/2025	0.00	0.00	0.00	0.00	400.00	0.00	400.00
23/04/2025	0.00	0.00	0.00	400.00	0.00	0.00	400.00
24/04/2025	0.00	400.00	0.00	0.00	0.00	0.00	400.00
25/04/2025	400.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	400.00
26/04/2025	0.00	65.28	143.60	156.48	0.00	0.00	365.35
27/04/2025	1.25	237.25	0.00	0.00	0.00	146.50	385.00
28/04/2025	205.13	0.00	0.00	100.00	79.88	0.00	385.00
29/04/2025	105.58	200.00	79.43	0.00	0.00	0.00	385.00

TABLE 3.4 – Résultats obtenus à partir du PLNE mixte.

Le tableau présente les quantités optimales à produire pour chaque produit (P1 à P6) sur une période donnée, telles que déterminées par le modèle de PLNE mixte.

Date	P1	P2	P3	P4	P5	P6
03/04/2025	0.000	43.025	0.000	0.000	0.000	0.000
04/04/2025	200.000	43.025	0.000	0.000	0.000	38.925
05/04/2025	200.000	169.700	0.000	0.000	0.000	38.925
06/04/2025	0.000	200.000	254.700	0.000	0.000	0.000
07/04/2025	243.800	0.000	254.700	0.000	0.000	0.000
08/04/2025	336.300	0.000	179.600	0.000	0.000	0.000
09/04/2025	136.300	0.000	1.150	0.000	350.000	0.000
10/04/2025	136.300	0.000	1.150	3.150	350.000	0.000
11/04/2025	336.300	0.000	1.150	3.150	203.900	0.000
12/04/2025	336.300	0.000	1.150	132.725	203.900	100.000
13/04/2025	185.600	400.000	1.150	132.725	203.900	0.000
14/04/2025	35.600	262.125	1.150	132.725	139.100	300.000
15/04/2025	0.000	262.125	48.275	132.725	139.100	300.000
16/04/2025	250.000	62.125	48.275	0.000	250.000	208.700
17/04/2025	450.000	62.125	48.275	0.000	250.000	208.700
18/04/2025	300.000	262.125	0.000	0.000	250.000	208.700
19/04/2025	218.600	262.125	400.000	0.000	50.000	208.700
20/04/2025	418.600	97.225	400.000	0.000	50.000	208.700
21/04/2025	450.000	200.000	400.000	0.000	50.000	208.700
22/04/2025	450.000	0.000	400.000	0.000	350.000	181.575
23/04/2025	250.000	0.000	400.000	243.525	350.000	181.575
24/04/2025	38.050	400.000	400.000	243.525	350.000	181.575
25/04/2025	438.050	297.475	400.000	243.525	350.000	181.575
26/04/2025	438.050	362.750	400.000	350.000	300.000	181.575
27/04/2025	439.300	400.000	400.000	350.000	300.000	300.000
28/04/2025	444.425	400.000	400.000	350.000	350.000	300.000
29/04/2025	450.000	400.000	400.000	350.000	350.000	300.000

TABLE 3.5 – Stock final  $S_{i,j}$  par date et par produit

Le tableau de stock montre que les niveaux sont bien gérés sans dépassement. Le modèle permet d'éviter les ruptures et les surstocks, tout en assurant une bonne disponibilité des produits. Les stocks sont utilisés de façon équilibrée, ce qui rend la production plus fluide et l'entreprise plus réactive.

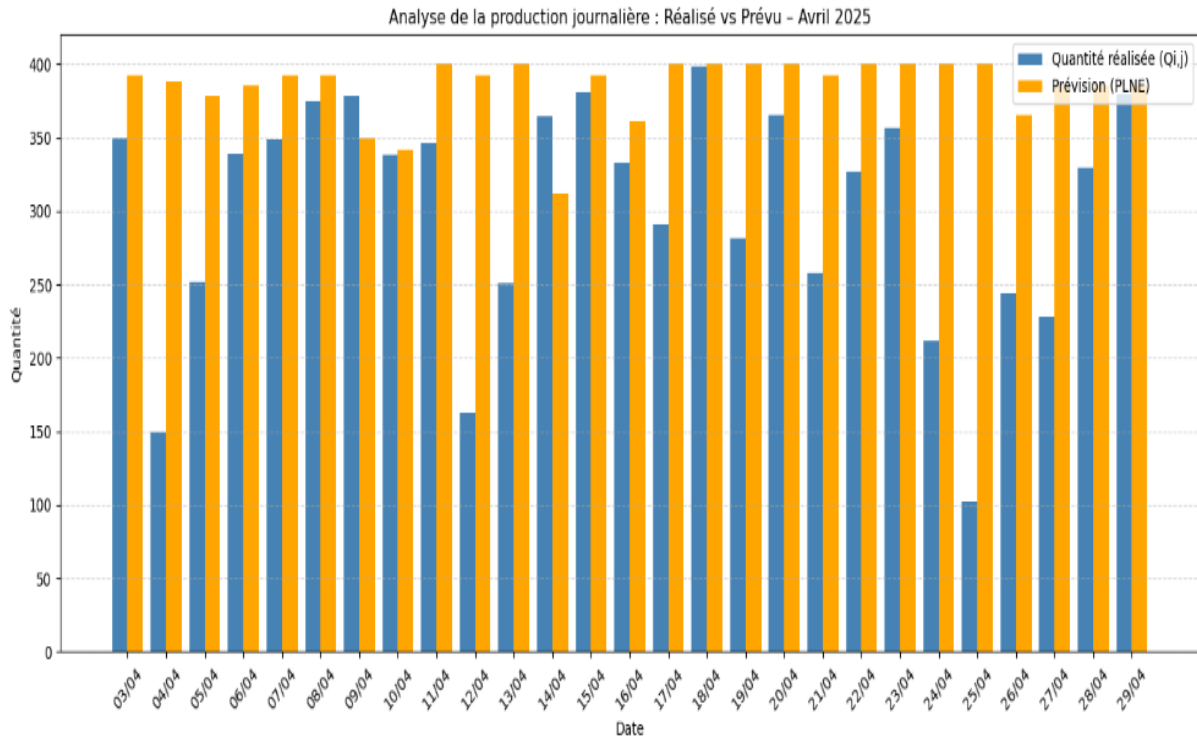


FIGURE 3.2 – Analyse de la production journalière : Réalisé vs optimisé - Avril 2025

Le diagramme met en comparaison deux histogrammes : l'un représentent la situation réelle, et l'autre celui obtenu après l'optimisation. Nous remarquons que l'histogramme optimisé est plus stable et mieux équilibré que l'histogramme réel.

Date	Q <sub>réel</sub>	Q <sub>optimisé</sub>	Écart (opt - réel)
03/04/2025	349.48	392.50	+43.02
04/04/2025	149.25	388.18	+238.93
05/04/2025	252.08	378.68	+126.60
06/04/2025	338.93	385.00	+46.07
07/04/2025	348.70	392.50	+43.80
08/04/2025	375.10	392.50	+17.40
09/04/2025	378.45	350.00	-28.45
10/04/2025	338.58	341.73	+3.15
11/04/2025	316.10	400.00	+83.90
12/04/2025	162.93	392.50	+229.57
13/04/2025	250.70	400.00	+149.30
14/04/2025	364.80	312.13	-52.67
15/04/2025	380.98	392.50	+11.52
16/04/2025	332.73	360.90	+28.17
17/04/2025	291.30	400.00	+108.70
18/04/2025	398.28	400.00	+1.72
19/04/2025	281.40	400.00	+118.60
20/04/2025	364.90	400.00	+35.10
21/04/2025	258.33	392.50	+134.17
22/04/2025	327.13	400.00	+72.87
23/04/2025	356.48	400.00	+43.52
24/04/2025	211.95	400.00	+188.05
25/04/2025	102.53	400.00	+297.47
26/04/2025	243.60	365.35	+121.75
27/04/2025	228.08	385.00	+156.92
28/04/2025	329.88	385.00	+55.12
29/04/2025	379.43	385.00	+5.57

TABLE 3.6 – Comparaison entre la production réelle et la production optimisée ( $Q_{i,j}$ )

Le tableau 3.6 compare la production réelle et la production optimisée pour chaque jour du mois d'avril 2025. Les résultats montrent une amélioration significative dans la

majorité des cas, avec des écarts positifs pouvant atteindre +297,47 tonnes. Cela indique que le modèle permet une meilleure utilisation des ressources.

### 3.7 Discussion des résultats

Les résultats obtenus après optimisation montrent que le modèle proposé permet à l'entreprise d'améliorer nettement sa gestion de la production et des stocks.

Le premier tableau met en évidence un planning de production bien structuré, qui utilise pleinement les capacités de l'usine tout en respectant les contraintes imposées. Cela prouve que le modèle aide à produire plus efficacement, sans gaspiller de ressources.

Le deuxième tableau confirme que les stocks sont bien maîtrisés : ni ruptures, ni surstocks. Grâce à cela, l'entreprise peut répondre à la demande sans bloquer la production, ce qui rend l'activité plus stable et plus réactive.

Le troisième tableau, qui compare la production réelle à la production optimisée, montre des écarts importants en faveur de l'optimisation, parfois de près de 300 tonnes. Cela prouve que l'entreprise ne profitait pas entièrement de ses capacités avant l'application du modèle.

Enfin, le diagramme comparatif montre visuellement que l'histogramme optimisé est plus régulier et mieux équilibré que l'histogramme réel, ce qui confirme l'efficacité du modèle dans le temps.

## Conclusion

En concluant ce chapitre, le modèle de PLNE mixte a amélioré la planification, la performance et la fiabilité du système de production, tout en garantissant un bon niveau de stock et une meilleure satisfaction des besoins.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

Ce mémoire a porté sur l'optimisation de la planification de la production au sein de l'entreprise MORTERO SPA. Face à un contexte industriel exigeant, où les délais, les coûts et la qualité sont devenus des critères prioritaires, nous avons cherché à proposer une solution de planification efficace basée sur l'utilisation de la programmation linéaire en nombres entiers mixtes (PLNE mixte).

Après une analyse approfondie de l'organisation de l'entreprise et de son processus de production, nous avons formulé un modèle mathématique adapté à ses contraintes réelles. Ce modèle a été résolu grâce au logiciel le IBM ILOG CPLEX, permettant ainsi d'obtenir des plans de production optimaux respectant les capacités de production, les quantités demandées, ainsi que les contraintes de stockage.

Les résultats obtenus ont mis en évidence des améliorations possibles en termes d'utilisation des ressources et d'organisation de la production. Ce travail constitue donc une première étape vers une gestion plus performante et plus rationnelle de la production à MORTERO SPA.

À l'avenir, il serait intéressant d'enrichir le modèle en introduisant des variables stochastiques, d'intégrer la planification sur un horizon plus long, ou encore d'automatiser l'actualisation des données via un système d'information connecté à la production. Ainsi, cette recherche ouvre la voie à d'autres améliorations dans le pilotage industriel de l'entreprise, en associant la rigueur des modèles mathématiques à la réalité opérationnelle du terrain.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] C. Alain, M.-B. Chantal, and P. Maurice. *Gestion de production*. Éditions d'Organisation, Paris, 4 edition, 2003.
- [2] R. N. Anthony. *Planning and Control Systems : A Framework for Analysis*. Division of Research, Graduate School of Business Administration, Harvard University, Boston, nathalie collaboration de laurence alvao edition, 1965.
- [3] Z. Aoudia. Cours de master 1 en optimisation combinatoire. Département de Recherche Opérationnelle, Université de Béjaia, 2023. Document pédagogique non publié.
- [4] P. Fouilhoux. *Optimisation combinatoire : Programmation linéaire et algorithmes*. Université Pierre et Marie Curie, Paris, 2015.
- [5] V. Giard. *Gestion de la production et des flux*. Economica, Paris, 3e édition edition, 2003.
- [6] H. Mahiout. Gestion de la production. Département de Recherche Opérationnelle, Université de Béjaia, 2024. Document pédagogique non publié.
- [7] S. Martello and P. Toth. Knapsack problems. In *Knapsack Problems*, chapter 8. John Wiley & Sons Ltd, Chichester, 1990.
- [8] M. Nakhla and J.-C. Moisdon. *Recherche opérationnelle : Méthodes d'optimisation en gestion*. Presses des MINES, Paris, 2010.
- [9] G. Urrutia and E. David. *Optimisation intégrée des décisions en planification et ordonnancement dans une chaîne logistique*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Étienne, Saint-Étienne, France, jun 2014.

- [10] H. M. Wagner and T. M. Whitin. Dynamic version of the economic lot size model. *Management Science*, 5(1) :89–96, 1958.

---

## Résumé

---

La gestion de production englobe toutes les activités destinées à organiser, diriger et contrôler les processus industriels afin de transformer les ressources en produits finis. L'optimisation combinatoire, qui est une branche importante de la Recherche Opérationnelle, permet de modéliser et de résoudre des problèmes complexes en identifiant les solutions optimales au sein d'un ensemble limité de possibilités, souvent sous diverses contraintes. MORTERO SPA est une entreprise spécialisée dans la fabrication de mortiers industriels, opérant dans un environnement de production continue. Ce travail de mémoire vise à optimiser sa chaîne de production en analysant ses processus actuels, en identifiant les contraintes et inefficacités, et en proposant un modèle basé sur la programmation linéaire en nombres entiers mixtes (PLNE mixte). Les résultats obtenus, par la méthode Branch and Bound, ont mis en évidence des améliorations possibles en termes d'utilisation des ressources et d'organisation de la production. Ce travail constitue donc une première étape vers une gestion plus performante et plus rationnelle de sa production.

**Mots-clés** : Gestion de Production, Optimisation Combinatoire, PLNE mixte, Branch and Bound.

---

## Abstract

---

Production management encompasses all activities designed to organize, direct, and control industrial processes in order to transform resources into finished products. Combinatorial optimization, an important branch of Operational Research, allows for the modeling and resolution of complex problems by identifying optimal solutions within a limited set of possibilities, often under various constraints. MORTERO SPA is a company specializing in the manufacture of industrial mortars, operating in a continuous production environment. This dissertation aims to optimize its production line by analyzing its current processes, identifying constraints and inefficiencies, and proposing a model based on mixed integer linear programming (MILP). The results obtained using the Branch and Bound method highlighted possible improvements in terms of resource utilization and production organization. This work therefore constitutes a first step towards more efficient and rational production management.

**keywords** : Production Management, Combinatorial Optimization, MILP, Branch and Bound.