

Université Abderrahmane Mira-Bejaia
Faculté des sciences Economiques, Commerciales et Sciences de Gestion
Département des Sciences Economiques



Mémoire de fin de cycle

En vue de l'obtention du diplôme de Master en Sciences Economiques

Option : Economie Appliquée et Ingénierie Financière

Thème

**Essai de construction d'une méthodologie de prévision
des variations de l'indice mensuel des prix à la
consommation en Algérie sur la période 1999-2012**

Réalisé par :

Mr ATMANI Moussa

Mr KRIM Hakim

Sous la direction de :

Mr ABDERRAHMANI Fares

Membres du jury :

Rapporteur: Mr ABDERRAHMANI Fares

President: Mr MOUSLI Nadir

Examineur: Mr BOUZNIT Mohamed

Année universitaire : **2012/2013**

Remerciement

Nous remercions tout d'abord le bon dieu qui nous a donné la volonté et le courage d'achever ce modeste travail.

Nous remercions infiniment notre promoteur Mr ABDERRAHMANI Fares pour son aide, sa disponibilité, ses conseils et son suivi durant la réalisation de notre travail et notre formation de master.

Egalement nous remercions tous les enseignants de la faculté des Sciences Economiques, Sciences de Gestion et Commerciales de l'université de Bejaia pour la transmission de leurs savoirs.

Nous remercions Nadia et Hamza les doctorants de l'université de Bejaia pour leurs aides et leur orientation.

Nous remercions tous les fonctionnaires de l'université de Bejaia en particulier RAMDANI Makhlouf et HASSAINI Hakim.

Enfin nous remercions les membres de jury d'avoir accepté et d'évaluer notre travail.

Dédicaces

*Je dédié ce modeste travail à l'âme de ma très chère maman
Allah yarhamha et a toutes personnes qu'elle aime.*

Hakim

*Je dédié ce modeste travail à toute ma famille et à tous
mes amis.*

Moussa

Liste des abréviations

ADF: Test de Dickey-Fuller augmenté.

AIC: Akaike.

ARIMA: Auto-Regressive –Integrated Moving Average.

ARMA: Auto-Regressive Moving Average.

BB: Bruit Blanc.

DF: Dickey-Fuller Simple.

DS : Différence Stationnary, des processus non-stationnaire de nature aléatoire.

DW: Durbin-Watson.

HQ : Hannan-Quinn.

IPC : Indice des prix à la consommation.

KPSS: Test Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin.

MA: Moving Average (moyenne mobile).

MAE : Mean Absolute Error = Erreur absolue moyenne.

MAPE : Mean Absolute Percent Error = Ecart absolu moyen en pourcentage.

MCO : Moindre carré ordinaire.

ONS : Office National des Statistiques.

PP : Test de Philips-Perron.

RMSE : Root mean Squared Error = La racine de l'erreur quadratique.

SARIMA: Processus ARIMA saisonnier.

SC: Schwarz.

TS : Trend Stationnary, qui représente une non-stationnarité d'une nature déterministe.

ZA : Test de Zivot et Andrews

Liste des Figures

Figure N°01 :	Graphe de la série des variations mensuelles de l'IPC de 1999 à 2012	62
Figure N°02 :	Corrélogramme de la série brute des variations Mensuelles de l'IPC	63
Figure N°03 :	Graphique des prévisions de la série INFSA	69
Figure N°04 :	Graphique de la série bruit INFSA et la série ajustée par le modèle.....	70
Figure N°05 :	Graphique des résidus de modèle estimé.....	74
Figure N°06 :	Graphique de prévision de modèle estimé.....	76
Figure N°07 :	Graphique de la série INFSA et la série ajustée par le modèle	76

Liste des tableaux

Tableau N°01 : Analyse de la variance pour détecter une saisonnalité ou une tendance... 6	
Tableau N°02 : Résumé des propriétés des fonctions d'autocorrélation simple et partielles	16
Tableau N°03 : Typologie des séries non stationnaire	26
Tableau N°04 : Valeurs critiques du test de Dickey-Fuller pour $p = 1$	31
Tableau N°05 : Valeurs critiques de la constante et de la tendance	32
Tableau N°06 : Valeurs critiques du test de KPSS	35
Tableau N°07 : Valeurs critiques du test de Perron	39
Tableau N°08 : Les valeurs critiques du test de Zivot et Andrew.....	41
Tableau N°09 : Intitulé des 34 questionnaires utilisés dans le cadre de l'enquête sur les prix à la consommation	56
Tableau N°10 : Les coefficients saisonniers	64
Tableau N°11 : Choix de nombre de retard selon les critères d'Akaike et Schwarz	64
Tableau N°12 : Test DFA sur INFSA pour le modèle [3] avec constante et tendance	65
Tableau N°13 : Test DFA sur INFSA pour le modèle [2] avec constante	65
Tableau N°14 : Test PP sur INFSA pour le modèle [3] avec constante et tendance	66
Tableau N°15 : Test PP sur INFSA pour le modèle [2] avec constante.....	67
Tableau N°16 : Les critères d'information et standards.....	68
Tableau N°17 : Prévision à l'horizon de 12 mois.....	70
Tableau N°18 : Estimation du modèle avec constante et tendance et rupture de la variable indicatrice DT2001m06	72
Tableau N°19 : Estimation de modèle à des dates de rupture endogénéisé	73
Tableau N°20 : Application de Test de DFA sur les résidus du modèle estimé	75

Liste des abréviations.....	I
Liste des figures	II
Liste des tableaux.....	III
Introduction générale.....	1
Chapitre I : Approche méthodologique des séries temporelles	3
Section 1 : Généralités et analyse traditionnelle des séries temporelles	3
Section 2 : Les processus aléatoires stationnaires	10
Section 3 : Processus ARMA	12
Chapitre II : La non stationnarité et les tests de racine unitaire	23
Section 1 : La non stationnarité des processus	23
Section 2 : Tests de racine unitaire sans rupture	29
Section 3 : Tests de racine unitaire avec rupture.....	36
Chapitre III : Généralités sur l'inflation et l'indice des prix à la	
Consommation.....	43
Section1 : Les concepts de base et la mesure de l'inflation	43
Section 2 : Les approches théoriques de l'inflation	45
Section 3 : Les causes et les conséquences de l'inflation	47
Section 4 : Les politiques de lutte contre l'inflation en Algérie	49
Section 5 : L'indice des prix à la consommation en Algérie	53
Chapitre IV: Application empirique à la série des variations de	
l'indice des prix à la consommation	61
Section 1 : Application des tests de racine unitaire sans rupture	61
Section 2 : Intégration de rupture de tendance dans la modélisation de	
la série des variations de l'IPC.....	71
Section 3 : Intégration de rupture de tendance comme étant des	
variables aléatoires endogènes	72
Conclusion générale	78
Bibliographie	
Annexes	

Introduction Générale

L'économétrie des séries temporelles est un domaine de l'économétrie, en premier lieu et de l'économie en tant qu'elle apporte une mesure dans le temps des phénomènes économiques. Les méthodes économétriques des séries temporelles ne cessent de se développer face aux phénomènes économiques qui sont de plus en plus incertain, de nombreuses études récentes ont contribué à l'amélioration de la fiabilité et la précision des prévisions économiques et financières, dans ce cadre la procédure peut être élaborée à partir d'une seule série chronologique, c'est le cas univarié ou bien être le résultat de plusieurs séries chronologiques que l'on met en relation, c'est le cas multivarié.

Au cours des années 70, Box et Jenkins introduisent le processus ARMA à but de modélisation et de prévision d'une série temporelle, en fonction de ses valeurs passées, mais aussi en fonction des valeurs présentes et passées des erreurs, l'influence du temps sur l'évolution des processus temporels viole la notion de stationnarité, qui est le point incontournable et préalable de la méthodologie de Box et Jenkins.

Les séries macroéconomiques et financières sont rarement des réalisations des processus stationnaires, cette non stationnarité permet de mieux comprendre les phénomènes économiques à travers les tests de racine unitaire, à savoir le test de Dickey-Fuller, Philips et Perron et d'autres, qui vérifient l'état stationnaire ou non d'une série temporelle, ainsi le type de non stationnarité pour distinguer la méthode adéquate pour la rendre stationnaire, dans le cas où la série est soupçonnée de comporter des ruptures de tendance ou des points de rupture, Perron (1989) montre qu'il est nécessaire de prendre en compte la tendance déterministe avec une rupture de tendance dans la modélisation, les tests précédents de racine unitaire sont incapables de détecter l'absence ou l'existence des changements de structure dans la série échantillon, face au manque de clarté dans le choix des dates de rupture dans le test de Perron (1989), Zivot et Andrews (1992) et Perron et Vogelsang (1992) proposent de rendre la date de rupture inconnue, considérée comme une variable aléatoire endogène.

L'étude des séries temporelles fait la projection de nombreux travaux empiriques. Dans le but de protection de l'inflation future, la politique monétaire en Algérie actuellement est orientée comme objectif final sur la stabilité des prix, l'indice des prix à la consommation des ménages est la mesure la plus usuelle de l'inflation, projetée l'inflation future afin de prendre des mesures pour s'en protéger, cela nous mène à poser la question principale de notre travail de recherche :

Comment construire une méthodologie de prévision de l'indice des prix à la consommation en Algérie en présence des changements structurels dans la série ?

À partir de cette question nous pouvons dériver quelques questions secondaires :

Est-ce que l'examen de stationnarité selon les tests de racine unitaire sans rupture est suffisant pour effectuer la prévision de la série ?

Comment intégrer les ruptures de tendance dans la modélisation de la série ?

Pour pouvoir répondre à ces questions nous proposons quelques réponses préalables :

- La prévision fiable nécessite l'intégration des ruptures de tendance pour obtenir le modèle optimal de la série.
- L'examen de stationnarité selon les tests de racine unitaire sans rupture (test de Dickey-Fuller et Philips-Perron) est insuffisant pour effectuer les prévisions.

Dans notre travail de recherche nous voulons atteindre quelques objectifs à savoir, la nécessité de prendre en considération les ruptures de tendance qui améliore la qualité de prévision, ainsi de montrer les limites de l'approche classique de prévision qui ignore l'existence ou l'absence des ruptures de tendance dans la modélisation de la série.

Sur le plan méthodologique notre travail est subdivisé en quatre chapitres, dont le premier est consacré à l'aspect théorique des séries temporelles, et l'évolution de son traitement au cours du temps, le deuxième chapitre est réservé à résoudre le problème de la non stationnarité des processus aléatoire à travers les différents tests de racine unitaire, le troisième chapitre est focalisé à l'aspect général de l'inflation et la méthode de calcul de l'indice des prix à la consommation en Algérie et le dernier chapitre repose à l'application empirique à la série des variation de l'indice des prix à la consommation en Algérie, où nous essayerons de répondre à notre problématique.

Et nous terminerons par une conclusion générale dont on va donner les résultats essentiels de notre travail de recherche.

Chapitre I

*Approche méthodologique des séries
temporelles*

Introduction

L'analyse des séries temporelles a connu de manière générale, deux grands aspects de l'évolution de son traitement. En premier lieu il y'a l'analyse classique où le pas du temps des observations est considéré constant, ce traitement suppose également que la série ne contient ni des observations manquantes, ni des valeurs aberrantes ou accidentelles sur toute la période d'observation.

À partir des années 1970, suite aux travaux de Box et Jenkins qui proposent une autre philosophie du traitement des séries temporelles où ils considèrent qu'à un instant t , la valeur x_t de la série est un état de variable aléatoire se faisant sur une période d'observation, la série est constituée par l'ensemble d'une succession d'états de variable aléatoire, cette famille de variable aléatoire indexée par le temps porte le nom de processus aléatoire de la série, succession temporelle d'état, celle d'échantillon ou de trajectoire du processus aléatoire.

À travers cela, dans ce chapitre nous allons en premier temps, présenter divers généralités et notions concernant les séries temporelles, puis comprendre l'application de la démarche classique afin d'effectuer les techniques traditionnelles de prévision. Et en second lieu se focaliser sur les processus aléatoires stationnaires dont le but d'approfondir la notion des processus ARMA en abordant ses différentes classes (AR, MA) ainsi que ses extensions (ARIMA, SARIMA) et procéder par la suite à la détermination du processus ARMA adéquat à travers ses quatre étapes (Identification, estimation, validation et prévision).

Section 1 : Généralités et analyse classique des séries temporelles

1.1 Définition et composantes d'une série temporelle

1.1.1 Définition

« Une série temporelle ou série chronologique est une suite de nombres réelles, indexés par les entiers relatifs tels que le temps. Pour chaque instant du temps, la valeur de la quantité étudiée X_t est appelée variable aléatoire. L'ensemble des valeurs X_t quand t variés est appelé processus aléatoire. »¹

D'une façon générale, une série temporelle est une succession d'observations au cours du temps représentant un phénomène économique, dont la périodicité des observations est variable. En générale, les séries temporelles sont mensuelles ($p = 12$), trimestrielles ($p = 4$), semestrielles ($p = 2$) ou annuelles ($p = 1$).

1.1.2 Composantes d'une série temporelle²

Le traitement traditionnel des séries temporelles consiste à considérer de façon standard quatre grandes composantes :

¹Sandrine Lardic, Valérie Mignon, « Econométrie des séries temporelles macroéconomiques et financière », Economica, Paris, 2007, p.11.

²Régis bourbonnais, Michel Terraza, « Analyse des séries temporelles », 2^e édition Dunod, paris, 2008, p. 6.

- **La tendance (T)**

La tendance est censée de décrire le mouvement à long terme du phénomène étudié, elle représente l'évolution à la hausse ou à la baisse marquée par ce phénomène.

- **La composante saisonnière (S)**

La composante saisonnière est relativement régulière dans le temps qui se reproduise au même moment pendant le cycle, elle correspond souvent à des phénomènes de climat, de mode et de coutume par exemple.

- **La composante cyclique (E)**

La composante cyclique traduit les phases successives de croissance ou de récession qui constituent le cycle économique à long terme, souvent la tendance et le cycle sont regroupés en une seule composante appelée l'extra-saisonnier.

- **La composante résiduelle (R)**

La composante résiduelle rassemble tout ce que les autres composantes n'ont pu expliquer du phénomène observé, elle correspond à des variations imprévisibles ou accidentelles qui sont dû à des événements perturbateurs ou bien aléatoires.

1.2 Schémas de décomposition d'une série temporelle

1.2.1 Types de schémas³

La technique de décomposition-reconstitution des composantes de la série temporelle définit un modèle qui l'autorise, il existe trois types de schémas :

- **Le schéma additif**

Dans ce modèle on suppose que les trois composantes sont indépendantes, la série $X_t = E_t + S_t + R_t$, graphiquement l'amplitude des variations reste constante.

- **Le schéma multiplicatif**

Dans ce modèle la composante saisonnière est liée à l'extra-saisonnalité, la série $X_t = E_t \times S_t + R_t$, saisonnalité souple avec variation de l'amplitude au cours du temps.

- **Le schéma multiplicatif complet**

Dans ce modèle on suppose que les trois composantes sont liées les unes des autres, la série $X_t = E_t \times S_t \times R_t$, c'est le schéma le plus utilisé puisque le logarithme de la série conduit au schéma additif.

³Régis Bourbonnais, Michel Terraza, op cité p.6.

1.2.2 Les tests de détection de la tendance et de la saisonnalité⁴

Le test de Fisher à partir de l'analyse de la variance permet de détecter l'existence de la tendance ou de la saisonnalité dans une série chronologique.

Ce test suppose que la série sans tendance ou encore sans extra-saisonnalité. Dans le cas contraire cette composante est éliminée par une régression sur le temps (extra-saisonnalité déterministe), ou par une procédure de filtrage (extra-saisonnalité aléatoire). Le déroulement de test est comme suit :

Soit :

N : Le nombre d'années.

P : Le nombre d'observations (la périodicité).

x_{ij} : La valeur de la série pour la $i^{\text{ème}}$ année ($i = 1.., N$) et la $j^{\text{ème}}$ période ($j = 1.., P$) tel que :

$$x_{ij} = m_{ij} + e_{ij}; e_{ij} \rightarrow N(0; \sigma^2).$$

$$m_{ij} = a_j + b_i.$$

a_j : mesure l'effet année ;

b_i : mesure l'effet période.

SCT : la somme des carrés total ; $SCT = SCP + SCR$.

SCA : la somme des carrés années ; $SCA = P \sum_j^n (x_{i.} - \bar{x})^2$

SCP : la somme des carrés périodes ; $SCP = N \sum_i^n (x_{.j} - \bar{x})^2$

SCR : la somme des carrés résidus ; $SCR = \sum_i^n \sum_j^n (x_{ij} - x_{i.} - x_{.j} + \bar{x})^2$

$x_{i.}$; $x_{.j}$; \bar{x} : Représente respectivement la moyenne année, la moyenne période et moyenne tel que :

- $x_{i.} = \frac{1}{P} \sum_{j=1}^P x_{ij}$
- $x_{.j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{ij}$
- $\bar{x} = \frac{1}{NP} \sum_{j=1}^P \sum_{i=1}^N x_{ij}$

⁴Régis Bourbonnais, Michel Terraza, op cité p.11.

Nous utilisons les moyennes précédentes pour effectuer l'analyse de la variance de la série dans le tableau suivant :

Tableau N°01: Analyse de la variance pour détecter une saisonnalité ou une tendance.

La somme des carrées	Degré de liberté	Désignation	Variance
SCP	$P - 1$	Variance période	$VP = \frac{SCP}{P-1}$
SCA	$N - 1$	Variance année	$VA = \frac{SCA}{N-1}$
SCR	$(P - 1)(N - 1)$	Variance résidu	$VR = \frac{SCR}{(P-1)(N-1)}$
SCT	$N \times P - 1$	Variance total	$VT = \frac{SCT}{N \times P - 1}$

Source : Régis Bourbonnais, Michel Terraza, op cité p.13.

À partir de ce tableau nous pouvons effectuer le test de détection de la tendance et de la saisonnalité.

• Test de détection de la saisonnalité

Ce test consiste à comparer le Fisher empirique $f_C = \frac{VP}{VR}$ au Fisher lu dans la table $f_{v_1;v_2}^\alpha$ à $V_1 = (P - 1)$ et $V_2 = (N - P)(P - 1)$ degrés de liberté sous les deux hypothèses de base :

$$\begin{cases} H_0 : \text{il n'y a pas de saisonnalité.} \\ H_1 : \text{il y a une saisonnalité.} \end{cases}$$

Si $f_C > f_{v_1;v_2}^\alpha$ on accepte l'hypothèse H_1 : il y a une saisonnalité.

Si $f_C \leq f_{v_1;v_2}^\alpha$ on accepte l'hypothèse H_0 : il n'y a pas de saisonnalité.

• Test de détection de la tendance

La détection de la tendance consiste à comparer le Fisher empirique $f_C = \frac{VA}{VR}$ au Fisher lu dans la table $f_{v_3;v_4}^\alpha$ à $V_3 = (N - 1)$ et $V_4 = (N - P)(P - 1)$ degrés de liberté sous les deux hypothèses de base :

$$\begin{cases} H_0 : \text{il n'y a pas de tendance} \\ H_1 : \text{il y a une tendance} \end{cases}$$

Si $f_C > f_{v_3;v_4}^\alpha$ on accepte l'hypothèse H_1 , il y a une tendance.

Si $f_C \leq f_{v_3;v_4}^\alpha$ on accepte l'hypothèse H_0 , il n'y a pas de tendance.

1.2.3 Tests de choix de schéma

Pour effectuer le choix de schéma : additif, multiplicatif, et multiplicatif complet il ya deux techniques pour sélectionner le type de schéma.

- **La procédure de la bande⁵**

La procédure de la bande consiste à partir de l'examen visuel du graphique de l'évolution de la série brute à relier, par une ligne brisée toutes les valeurs maxima et toutes les valeurs minima de la série. Si les deux lignes sont parallèles, la décomposition de la série peut se faire selon un schéma additif, dans le cas contraire, le schéma est multiplicatif.

- **Le test de Bays ballot**

Le test de Bays Ballot est fondé sur le calcul des moyennes et des écarts types par année, le schéma est par définition, additif si l'écart type et la moyenne sont indépendants, il est multiplicatif dans le cas contraire. Lorsque le nombre d'années est suffisant, nous pouvons estimer par la méthode des MCO, les paramètres a_1 et a_0 de l'équation $\sigma_i = a_0 \bar{x}_i + a_1 + \varepsilon_i$. Dans le cas, où le coefficient a_0 n'est pas significativement différent de 0 après l'application du test de Student on accepte l'hypothèse d'un schéma additif, dans le cas contraire on retient un schéma multiplicatif, tel que représente l'équation précédente :

$$\sigma_i = a_0 \bar{x}_i + a_1 + \varepsilon_i \quad (1.1)$$

Tel que :

- σ_i : L'écart type de l'année.
- a_0, a_1 : Les paramètres de l'équation .
- ε_i : Variable aléatoire.

Parfois ces deux procédures conduisent à des résultats ambigus, il est recommandé d'utiliser un schéma multiplicatif complet.

1.3 Caractéristiques d'une série temporelle

1.3.1 Moyenne et variance⁶

Soit une série temporelle stationnaire $X_t, t = 1 \dots T$. Les expressions de la moyenne et de la variance sont :

- Moyenne : $E(X_t) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T X_t$
- Variance : $V(X_t) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [X_t - E(X_t)]^2$

⁵Régis Bourbonnais, Michel Terraza, op cité p.20.

⁶Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.16.

1.3.2 Fonction d'autocovariance⁷

Soit X_t un processus aléatoire de variance finie. On appelle fonction d'autocovariance γ_h de X_t la fonction :

$$\gamma_h = \text{cov}(X_t, X_{t+h}) = E [[(X_t - E(X_t))(X_{t+h} - E(X_{t+h}))]] \quad (1.2)$$

La fonction d'autocovariance fournit des informations sur la variabilité de la série et sur les liaisons temporelles entre les composantes de la série X_t .

La fonction d'autocovariance d'un processus X_t stationnaire vérifié les propriétés suivantes :

- $\gamma_0 = \text{cov}(X_t, X_t) = [X_t - E(X_t)]^2 = v(X_t) = \sigma_x^2$
- $|\gamma_h| \leq \gamma_0$
- $\gamma_h = \gamma_{-h}$: fonction paire

1.3.3 La fonction d'autocorrélation⁸

Soit X_t un processus stationnaire. On appelle fonction d'autocorrélation ρ_h la fonction :

$$\rho_h = \frac{\gamma_h}{\gamma_0}, h \in Z \quad (1.3)$$

La fonction d'autocorrélation permet de mesurer les liaisons temporelles entre les différentes composantes de X_t . En effet :

$$\rho_h = \frac{\text{Cov}(X_t, X_{t+h})}{\sigma_{X_t} \sigma_{X_{t+h}}} = \frac{\gamma_h}{\sqrt{\gamma_0} \sqrt{\gamma_0}} = \frac{\gamma_h}{\gamma_0} \quad (1.4)$$

La fonction d'autocorrélation d'un processus X_t stationnaire vérifie les propriétés suivantes :

- $\rho_0 = 1$
- $|\rho_h| \leq \rho_0$
- $\rho_h = \rho_{-h}$: fonction paire

1.3.4 L'autocorrélation partielle

L'autocorrélation partielle est définie comme la corrélation entre X_t et X_{t-h} corrigées de l'influence des autres variables X_{t-h+i} (pour $i < h$). Plus précisément, le coefficient de corrélation partiel entre X_t et X_{t-h} peut être défini comme le coefficient de corrélation entre le résidu de la régression X_t sur les autres variables X_{t-h+i} (pour $i < h$), et celui de X_{t-h} sur ces mêmes variables.

⁷Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.16.

⁸Idem, p.16.

1.4 Prédiction d'une série temporelle

Après avoir défini la série temporelle ainsi ses composantes et ses caractéristiques nous examinons les méthodes traditionnelles de prédiction à savoir le lissage exponentiel. Nous allons voir tout d'abord, le cas d'une série dépourvue de saisonnalité avec l'extrapolation de tendance par le lissage exponentiel simple et double, puis nous allons aborder les séries temporelles affectées d'un mouvement saisonnier, nous envisageons alors le modèle de Holt-Winter.

1.4.1 Lissage exponentiel

Les techniques de lissage exponentiel ont été introduites par Holt en 1957 mais surtout par Brown en 1962. Le lissage regroupe l'ensemble des techniques empiriques qui ont pour caractéristique commune, c'est-à-dire accorder un poids plus important aux valeurs récentes de la série, ces méthodes portent aussi le nom de filtrage, car il s'agit d'une opération mathématique transformant un entrant x_t en une nouvelle série sortante y_t .

a. Lissages exponentiels simples (LES)⁹

Supposons que x_t est une série temporelle, ses observations peuvent être considérées comme le résultat d'une combinaison linéaire infinie de ses valeurs passées, l'influence du passé sur le présent étant décroissante avec son ancienneté, cette valeur combinée représente la valeur lissée de la série x_t calculée en $t - 1$. Par hypothèse et lorsque les paramètres sont estimés, cette valeur lissée peut être considérée comme la valeur prévue de x_t calculée en $t - 1$ pour t . Sa formule est représentée comme suit :

$$\hat{x}_t = \lambda x_{t+1} + (1 - \lambda) \hat{x}_{t-1} \quad (1.5)$$

Tel que : $0 < \lambda < 1$

b. Lissage exponentiel double (LED)

Le modèle du lissage exponentiel double est comme son nom l'indique consiste à effectuer un lissage de la série déjà lissée. Le lissage exponentiel double tient compte de la tendance dans la modélisation de la série temporelle, ses formules générales sont les suivantes:

$$\hat{x}_t = \lambda x_{t+1} + (1 - \lambda) \hat{x}_{t-1} \quad (1.6)$$

$$\hat{y}_t = \lambda \hat{x}_t + (1 - \lambda) \hat{y}_{t-1} \quad (1.7)$$

$$a_t = 2\hat{x}_t - \hat{y}_t \quad (1.8)$$

$$b_t = \frac{1}{\lambda} (\hat{x}_t - \hat{y}_t) ; \bar{\lambda} = \frac{1-\lambda}{\lambda} \quad (1.9)$$

⁹Régis Bourbonnais, Michel Terraza, op cité p.50.

C. Lissage exponentiel de Holt- Winter

Le lissage exponentiel de Holt-Winter consiste à tenir compte de l'existence d'une saisonnalité dans la série. Cette méthode de prévision permet de séparer la partie saisonnière de l'extra-saisonnalité de la série, ces deux composantes peuvent alors être modélisées séparément et combiner différentes approches de prévision pour chacune d'entre elles, il s'agit d'un lissage exponentiel double (LED) de Holt à deux paramètres pour la partie non saisonnière et d'un lissage exponentiel saisonnier à un paramètre de Winter, la formule de lissage exponentiel de Holt dépend selon les deux versions : la version additive et la version multiplicative.

•Schéma multiplicatif

Prévision à un horizon de h périodes :

$$\hat{x}_{t+h} = (a_t + hb_t) S_{t-p} + h \quad \text{si } 1 \leq h \leq p \quad (1.10)$$

$$\hat{x}_{t+h} = (a_t + hb_t) S_{t-2p+h} + h \quad \text{si } p+1 \leq h \leq 2p \quad (1.11)$$

•Schéma additif

Prévision à un horizon de h période :

$$\hat{x}_{t+h} = (a_t + hb_t) S_{t-p} \quad \text{si } 1 \leq h \leq p \quad (1.12)$$

$$\hat{x}_{t+h} = (a_t + hb_t) S_{t-2p+h} \quad \text{si } p+1 \leq h \leq 2p \quad (1.13)$$

Section 2 : Les processus aléatoires stationnaires

2.1 Processus aléatoire (stochastique)

Un processus aléatoire est une application X qui associe au couple (w, t) la quantité $X_t(w)$. Elle est tel que $\forall t \in T$ fixé, x_t est une variable aléatoire définie sur un espace probabilisé.

Un processus stochastique est donc une famille de variables aléatoires indexées par le temps t noté X_t , t est alors l'instant d'observation de la variable aléatoire x sur l'individu w . Si T est l'ensemble des réels, le processus est dit continu, si $T = Z$ ou N le processus est dit discret, la série est dite un échantillon ou réalisation du processus aléatoire et ce dernier est appelé le processus générateur de la série.

2.2 Processus stationnaire

Avant de traiter une série temporelle, il est nécessaire d'étudier ses caractéristiques stochastiques, telles que son espérance et sa variance. S'il trouve qu'ils n'évoluent pas au cours du temps, donc la série est caractérisée par la stationnarité sachant cette dernière existe sous deux formes :

2.2.1 Stationnarité au sens strict ou stationnarité forte¹⁰

Le processus X_t est stationnaire au sens stricte si pour tout (t_1, t_2, \dots, t_n) avec $t_n \in T, i = 1, \dots, n$, et si pour tout $\tau \in T$ avec $t_{i+\tau} \in T$, $\{X_{t_1}, \dots, X_{t_n}\}$ a la même distribution de probabilité jointe que $\{X_{t_1+\tau}, \dots, X_{t_n+\tau}\}$.

Un processus strictement stationnaire a tout ses caractéristiques, c'est-à-dire, tous ses moment sont invariants dans le temps, cette définition de la stationnarité est cependant trop restrictive, c'est pour cela qu'on va aborder la stationnarité de second ordre.

2.2.2 Stationnarité au second ordre ou stationnarité faible

Le processus $X_t, t \in T$, est dit faiblement stationnaire si seuls les moments d'ordre 1 (espérance mathématique) et d'ordre 2 (variance et covariance du processus) sont stationnaires. Par exemple, si $E[X_t^3]$ dépend du temps t alors le processus est faiblement stationnaire.

Les processus stationnaires au second ordre sont les processus générateur de série sans tendance en moyenne et sans tendance en variance mais cela ne signifie pas que les séries temporelles ont une représentation graphique stable¹¹.

2.2.3 Processus bruit blanc

Un bruit blanc est un processus stochastique à accroissements non corrélés, il est dit bruit blanc fort si les accroissements sont indépendants. Il s'agit donc d'une suite de variables aléatoires réelles homoscédastiques et indépendantes, on l'appelle aussi processus *i. i. d* (indépendant et identiquement distribuée). Si la loi de probabilité de X_t est normal alors le Bruit Blanc est nécessairement *i. i. d*. Il est parfois dit Bruit Blanc gaussien et noté alors *n. i. d* (normalement et identiquement distribuée).

Un Bruit Blanc est donc tel que :

$$\begin{aligned} -E(\varepsilon_t) &= 0 \quad \forall t, \\ -V(\varepsilon_t) &= \sigma_\varepsilon^2 \quad \forall t, \\ -cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t'}) &= 0 \quad \text{pour } t \neq t'. \end{aligned}$$

2.2.4 Le théorème de Wold¹²

Le théorème de wold (1954) est un théorème fondamental dans la modélisation des séries stationnaires.

Considérons un processus stationnaire X_t . Il est toujours possible de décomposer X_t en une composante déterministe d_t parfaitement prévisible et une composante stochastique u_t telle que :

$$X_t = d_t + u_t \quad (1.14)$$

¹⁰Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.12

¹¹Régis Bourbonnais, Michel Terraza, op cité p.142.

¹²Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.15.

Avec

$$u_t = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i \varepsilon_{t-i} \quad (1.15)$$

Où ε_t est un bruit blanc, c'est-à-dire un processus de moyenne nulle et de variance constante non autocorrélée.

Le théorème de Wold montre ainsi que tout processus stationnaire peut s'écrire sous la forme d'une somme de deux composantes, une composante déterministe et une composante stochastique.

Section 3 : Processus ARMA

Les processus ARMA (AutoRegressive Moving Average) ont été introduits par Box et Jenkins en 1970. L'objet est de modéliser une série temporelle en fonction de ses valeurs passées, mais aussi en fonction des valeurs présentes et passées d'un bruit afin de déterminer le processus ARMA¹³. Avant de décrire la méthodologie en quatre étapes de Box et Jenkins (Identification du modèle, estimation des paramètres, validation du modèle (tests de diagnostic), et prévision à l'aide du modèle validé).

3.1 Opérateur retard

L'opérateur retard L , noté :

$$L^n X_t = X_{t-n} \quad (1.16)$$

L'opérateur retard transforme une variable X_t en sa valeur passée.

Nous avons le polynôme retard $\Phi(L)$ défini comme suit :

$$\Phi(L) = 1 - \theta_1 L^1 - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_p L^p \quad (1.17)$$

À une série X_t on a :

$$\Phi(L) X_t = X_t - \theta_1 X_{t-1} - \theta_2 X_{t-2} - \dots - \theta_p X_{t-p} \quad (1.18)$$

Où $\theta_1, \theta_2 \dots \theta_p$ Sont des coefficients.

Par définition, l'opérateur retard est linéaire et inversible, son inverse :

$$L^{-1} = F$$

Et $FX_t = X_{t+1}$ est appelé opérateur avance.

¹³Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.25.

L'opérateur retard vérifie les propriétés suivantes :

$$\left(\sum_i^{\infty} a_i L^i\right) X_t = \sum_i^{\infty} a_i X_{t-1}$$

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} a_i L^i X_t + \sum_{i=-\infty}^{\infty} b_i L^i X_t = \sum_{i=-\infty}^{\infty} (a_i + b_i) L^i X_t = \sum_{i=-\infty}^{\infty} (a_i + b_i) X_{t-1}$$

$$\alpha \sum_{i=-\infty}^{\infty} \alpha i L^i = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \alpha \cdot a_i \cdot L^i$$

Où a_i , b_i et α sont des coefficients.

Toutes les opérations usuelles sur les séries entières, telles que l'addition, la multiplication, la division et l'inversion, sont également applicables sur les polynômes.

3.2 Définition des processus ARMA

3.2.1 Processus Autorégressif(AR)¹

Dans le processus autorégressif d'ordre « p » l'observation présente X_t est générée par une moyenne pondérée des observations passées jusqu'à la « p-ième » période sous la forme suivante² :

$$\text{AR (1): } X_t = \theta_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\text{AR (2): } X_t = \theta_1 X_{t-1} + \theta_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$\text{AR (p): } X_t = \theta_1 X_{t-1} + \theta_2 X_{t-2} + \dots + \theta_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

Où $\theta_1, \theta_2 \dots \theta_p$ Sont des réels avec $|\theta_i| < 1$ (condition de stationnarité) et ε_t est un bruit blanc, d'une moyenne nulle et d'une variance constante, $\varepsilon_t \sim \text{BB}(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

En introduisant l'opérateur retard, la relation $X_t - \theta_1 X_{t-1} - \dots - \theta_p X_{t-p} = \varepsilon_t$ peut s'écrire comme suit :

$$(1 - \theta_1 L^1 - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_p L^p) X_t = \varepsilon_t \tag{1.19}$$

Soit

$$\Phi(L) X_t = \varepsilon_t$$

Avec

$$\Phi(L) = 1 - \theta_1 L^1 - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_p L^p. \tag{1.20}$$

Pour un processus AR(p), les autocorrélations partielles s'annulent a partir du rang (p + 1), c'est une propriété fondamentale dans la mesure dont elle sert à identifier l'ordre « p » des processus AR.

¹Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.30.

²Régis Bourbonnais, « Econométrie », 6^{ème} édition, Dunod, Paris, 2007, p238.

3.2.2 Processus moyenne mobile (MA)

On appelle processus moyenne mobile d'ordre « q », noté MA (q), un processus X_t stationnaire vérifiant la relation suivante :

$$MA(1) = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$MA(2) = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}$$

$$MA(q) = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Où $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ sont des réels et ε_t est un bruit blanc, d'une moyenne nulle et d'une variance constante, $\varepsilon_t \sim BB(0, \sigma_\varepsilon^2)$ ³.

En introduisant l'opérateur retard, on peut écrire le processus MA (q) sous forme :

$$X_t = (1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q) \varepsilon_t \quad (1.21)$$

D'Où

$$X_t = \theta(L) \varepsilon_t \quad (1.22)$$

Et

$$\theta(L) = 1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q \quad (1.23)$$

Pour un processus MA(q) les autocorrélations s'annulent à partir du rang $(q + 1)$ lorsque le vrai processus générateur de données est un MA(q), cette propriété permet d'identifier l'ordre (q) d'un processus (MA).

Par définition, un processus MA(q) est toujours stationnaire.

Si le polynôme $\theta(L)$ a toute ses racines a l'extérieur du disque unité, on peut inverser ce polynôme et écrire un processus MA(q) sous la forme AR(∞). Il est noté qu'il ya équivalence entre un processus M(1) et un processus AR d'ordre (p) infini :

$$M(1) = AR(\infty).$$

Si le polynôme $\Phi(L)$ a toutes ses racines a l'extérieure du disque unité, on peut inverser ce polynôme et écrire un processus AR (P) sous la forme d'un processus moyenne mobile infini MA(∞)⁴ : AR (1) = M(∞).

³Régis Bourbonnais, op cité, p.238.

⁴Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.33.

3.2.3 Processus ARMA (p, q)

Les modèles ARMA sont représentatifs d'un processus généré par une combinaison des valeurs passées et des erreurs passées. Ces processus constituent une extension naturelle des processus AR et MA. Ce sont en effet, des processus mixtes au sens où ils s'introduisent simultanément des composantes AR et MA, ce qui permet d'obtenir une description parcimonieuse des données.

Un processus stationnaire X_t suit un processus ARMA (p, q) s'il vérifie la relation suivante :

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \dots - \phi_p X_{t-p} = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (1.24)$$

Où les coefficients ϕ_i ($i=1, \dots, p$) et θ_j ($j=1, \dots, q$) sont des réels et ε_t est un bruit blanc, d'une moyenne nulle et d'une variance constante, $\varepsilon_t \sim \text{BB}(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

- **Caractéristiques des corrélogrammes**

Les corrélogrammes simples et partiels sont par voie de conséquences, un mélange de deux corrélogrammes des processus AR et MA purs.

Le tableau suivant synthétise les caractéristiques (en termes de corrélogramme) des processus AR et ARMA.

Tableau N°2 : Résumé des propriétés des fonctions d'autocorrélations simple et partielles.

processus	Fonctions d'autocorrélation simple	Fonctions d'autocorrélation partielles
AR(1)	Décroissance exponentielle ($\phi_1 > 0$) ou sinusoïdale amortie ($\phi_1 < 0$)	Pic significatif pour le premier retard : positif si $\phi_1 > 0$ et négatif si $\phi_1 < 0$. Les autres sont nuls pour des retards > 1
AR(2)	Décroissance exponentielle ou sinusoïdale selon les signes de ϕ_1 et ϕ_2	Pic significatif pour le premier et le second retard .Les autres coefficients sont nuls pour des retards > 2
AR(p)	Décroissance exponentielle et/ou sinusoïdale	Pic significatif pour le « p » premier retard .Les autres coefficients sont nuls pour des retards $> p$
MA(1)	Pic significatif pour le premier retard : positif si $\theta_1 < 0$ et négatif si $\theta_1 > 0$. Les autres sont nuls pour des retards > 1	Décroissance exponentielle ($\theta_1 > 0$) ou sinusoïdale amorti ($\theta_1 < 0$)
MA(2)	Pic significatif pour le premier et le second retard .les autres coefficients sont nuls pour des retards > 2	Décroissance exponentielle ou sinusoïdale selon les signes de θ_1 et θ_2
MA(q)	Pic significatif pour le « q » premier retard .Les autres coefficients sont nuls pour des retards $> q$	Décroissance exponentielle et/ou sinusoïdale
ARMA(1,1)	Décroissance géométrique à partir du premier retard, le signe est déterminé par $\phi_1 - \theta_1$	Décroissance exponentielle ($\theta_1 > 0$) ou sinusoïdale amortie ($\theta_1 < 0$)
ARMA (p,q)	Décroissance exponentielle ou sinusoïdale amorti tronquée après (q - p) retards	Décroissance exponentielle ou sinusoïdale amorti tronquée après (p - q) retards

Source : Régis Bourbonnais, op cité, p240.

3.3 Extension des processus ARMA

3.3.1 Processus ARIMA (Processus ARMA Intégré)

Un Processus X_t , suit un processus ARIMA (p, d, q) s'il vérifie la relation suivante :

$$\Phi(L) (1 - L)^d X_t = \theta_1(L) \varepsilon_t \tag{1.25}$$

Avec

$$\Phi(L) = 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p \tag{1.26}$$

Et

$$\theta(L) = 1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q \tag{1.27}$$

Et $P > 0$ et P c'est un paramètre d'intégration et ε_t est un bruit blanc, d'une moyenne nulle, et d'une variance constante, $\varepsilon_t \sim \text{BB}(0, \sigma_\varepsilon^2)$.⁵

Ajuster un processus ARIMA (p, d, q) sur la série non stationnaire X_t est équivalent à ajuster un processus ARMA (p, q) sur la série stationnaire $(1 - L)^d X_t$. Les processus ARMA apparaissent comme un cas particulier des processus ARIMA dans le quel $d = 0$.

3.3.2 Processus SARIMA (Processus ARIMA Saisonnier)

Un processus X_t , suit un processus SARIMA qui est un processus ARIMA saisonnier, noté SARIMA (P, d, P) et vérifie la relation suivante :

$$\Phi_P(L) \Phi_P(L^s) (1-L)^d (1-L^s)^d X_t = \theta_q(L) \theta_q(L^s) \varepsilon_t \quad (1.28)$$

Où

$$\Phi_P(L) = 1 - \phi_1 L^1 - \dots - \phi_p L^p \quad (1.29)$$

Et

$$\Phi_P(L^s) = 1 - \phi_1 L^s - \dots - \phi_p L^{ps} \quad (1.30)$$

Et

$$\theta_q(L) = 1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q, \theta_q(L^s) = 1 - \theta_{1s} L^s - \dots - \theta_{qs} L^{qs} \quad (1.31)$$

Et ε_t est un Bruit Blanc, d'une moyenne nulle et d'une variance constante, $\varepsilon_t \sim \text{BB}(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

s : correspond à la périodicité des données (s = 4 pour une série trimestrielle, s = 12 pour une série mensuelle)⁶

3.4 Détermination d'un modèle ARMA « la méthode de BOX et Jenkins »

Afin de déterminer le meilleur modèle parmi les modèles ARMA pour la modélisation de la série temporelle, Box et Jenkins ont suggéré une méthodologie en quatre étapes.

3.4.1 Identification des processus ARMA

Cette étape est la plus importante, elle a pour objet de trouver les valeurs « p », et « q » des processus ARMA. Elle est fondée sur l'étude des fonctions d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle. Les règles qui facilitent la recherche des paramètres « p » et « q » sont :

⁵Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.186.

⁶Régis Bourbonnais, op cité, p241.

a. Dessaisonalisation

Dans le cas d'une série affectée d'un moment saisonnier, il convient de le retirer préalablement à tout traitement statistique⁷.

b. La recherche de la stationnarité en termes de tendance

Si l'étude des corrélogrammes simples et les tests statistiques présagent d'une série affectée d'une tendance, il convient d'étudier les caractéristiques selon le test de Dicky-Fuller. La méthode d'élimination de la tendance est fonction des processus DS et TS.

Après stationnarisation, nous pouvons identifier les valeurs des paramètres « p » et « q » du modèle ARMA.

Si le corrélogramme simple n'a que ses « q » premiers termes ($q = 3$ maximum) différents du zéro et que les termes du corrélogramme partiel diminuent lentement, nous pouvons pronostiquer un MA(q).

Si le corrélogramme simple n'a que ses « p » premiers termes ($p = 3$ maximum) différents du zéro et que les termes du corrélogramme partiel diminuent lentement, cela caractérise un AR(p).

Si les fonctions d'autocorrélation simples et partielles ne paraissent pas tronquées, il s'agit alors d'un processus de type ARMA⁸.

3.4.2 Estimation des processus ARMA

Après avoir identifié les valeurs p et q du processus ARMA, l'étape suivante consiste à estimer les coefficients associés au terme autorégressif et moyenne mobile.

Les méthodes d'estimations sont différentes selon le type de processus diagnostiqué. Dans le cas d'un modèle AR(p) nous pouvons appliquer une méthode des moindres carrés ordinaires (MCO).

D'une façon générale, on utilise la méthode de maximum de vraisemblance ou la méthode des moindres carrés non-linéaires.

⁷Régis Bourbonnais, « Econométrie », 6^{ème} édition, DUNOD, Paris, 2007, p.245.

⁸Idem, p245.

3. 4.3 Validation des processus ARMA

Les paramètres du modèle étant estimés, nous examinons les résultats d'estimations ;

a. Tests sur les paramètres

Le premier test que l'on peut mener consiste à tester l'hypothèse nulle $p' = p - 1$ et $q' = q$ on regarde si l'on peut diminuer d'une unité le nombre de retard intervenant dans la partie AR. En d'autre terme, on teste l'hypothèse nulle du processus ARMA $(p - 1, q)$ ($\emptyset = 0$) contre l'hypothèse alternative du processus ARMA (p, q) ($\emptyset \neq 0$). Ce test est très simple à mettre en œuvre puisqu'il s'agit d'un test de significativité usuel sur le coefficient \emptyset_p . On calcule donc la statistique de Student de coefficient ($t_{\widehat{\emptyset}_p} = \frac{\widehat{\emptyset}_p}{\widehat{\sigma}_{\emptyset_p}}$) que l'on compare à la valeur critique lue dans la table de la loi de Student.

La règle de décision est comme suit :

- Si $|t_{\widehat{\emptyset}_p}| < t_{1-\frac{\alpha}{2}}$: on accepte l'hypothèse nulle de processus ARMA $(p - 1, q)$.
- Si $|t_{\widehat{\emptyset}_p}| \geq t_{1-\frac{\alpha}{2}}$: l'hypothèse nulle est rejetée et on retient un processus ARMA (p, q)

De façon symétrique, il est possible de mener un deuxième test de l'hypothèse nulle.

$$p' = p + 1 \text{ et } q' = q - 1.$$

On peut noter qu'on ne peut pas tester simultanément $p' = p + 1$ et $q' = q + 1$ (ou $p' = p - 1$ et $q' = q + 1$) car tout processus admettant une représentation ARMA (p, q) admet une représentation ARMA $(p + 1, q + 1)$ ⁹.

b. Test sur les résidus

L'analyse des résidus s'effectue à partir de deux critères à respecter :

La moyenne est nulle, dans le cas contraire, il convient d'ajouter une constante au modèle.

Le résidu est un bruit blanc ; si ce n'est pas le cas signifie que la spécification du modèle est incomplète et qu'il manque au moins un ordre à un processus¹⁰.

⁹Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.44.

¹⁰Régis Bourbonnais, op cité, p.246.

- **Test d'absence d'autocorrélation**

Les tests les plus connus étant de Box –Pierce (1970) et Ljung-Box (1978).

- **Le test de Box –Pierce:**

Ce test a pour objet de tester le caractère non autocorrélé des résidus, la statistique du test s'écrit comme suit :

$$B_P(K) = \sum_{k=1}^K \widehat{P}_k^2(\hat{\varepsilon}_t) \quad (1.32)$$

Où $\widehat{p}_k^2(\hat{\varepsilon}_t)$ est le coefficient d'autocorrélation d'ordre « k » des résidus estimés et « k » est le nombre maximal des retards.

Sous l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation :

$$\hat{p}_1(\hat{\varepsilon}_t) = \hat{p}_2(\hat{\varepsilon}_t) = \dots = \hat{p}_k(\hat{\varepsilon}_t) = 0 \quad (1.33)$$

La statistique BP(k) suit une loi de Khi-deux à (k – p – q) degrés de liberté.

Si la variance des résidus variée au cours du temps, on dit que les résidus sont hétéroscédastique.

Il est possible de calculer la statistiques de Box-Pierce corrigée de hétéroscédasticité, notée B_{P_c} et définie par :

$$B_{P_c}(k) = [\widehat{V}(K)]^{-1} \sum_{k=1}^K \widehat{P}_k^2(\hat{\varepsilon}_t) \quad (1.34)$$

Où $\widehat{V}(K)$ est une estimation de la variance

$$\sum_{k=1}^K \widehat{P}_k^2(\hat{\varepsilon}_t) \text{ et } \widehat{V}(k) = \sum_{j=1}^k \hat{\delta}(j)$$

Sous l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation, la statistique $B_{P_c}(K)$ suit la loi de Khi-deux à (k-p-q) degrés de liberté¹¹.

- **Le test de Ljung-Box**

Le test de Ljung-Box est à appliquer de préférence au test de Box –Pierce, lorsque l'échantillon est de petite taille. La statistique de test s'écrit comme suit :

$$LB(k) = T(T + 2) \sum_{k=1}^k \frac{\widehat{P}_k^2}{T-k} \quad (1.35)$$

Sous l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation :

$$\hat{p}_1(\hat{\varepsilon}_t) = \hat{p}_2(\hat{\varepsilon}_t) = \dots = \hat{p}_k(\hat{\varepsilon}_t) = 0 \quad (1.36)$$

¹¹Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.46.

La statistique $LB(k)$ suit une loi de Khi-deux à $(k-p-q)$ degrés de liberté¹².

c. Critères de choix de modèle : Test sur les résidus

Il existe plusieurs types de critères pouvant être utilisés afin de comparer entre les modèles.

- **Les critères standards**

Ils sont fondés sur le calcul de l'erreur de prévision que l'on cherche à minimiser. Les critères les plus utilisés sont :

- L'erreur absolue moyenne (Mean Absolute Error) noté MAE :

$$MAE = \frac{1}{T} \sum |\hat{\epsilon}_t| \quad (1.37)$$

- La racine de l'erreur quadratique (Root mean Squared Error) noté RMSE

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum \epsilon_t^2} \quad (1.38)$$

- Ecart absolu moyen en pourcentage (Mean Absolute Percent Error) noté *MAPE*

$$MAPE = 100 * \frac{1}{T} \sum_t \left| \frac{\hat{\epsilon}_t}{x_t} \right| \quad (1.39)$$

T : nombre d'observation de la série X_t étudiée, et $\hat{\epsilon}_t$ les résidus d'estimation¹³.

Plus la valeur des ces critères est faible, plus le modèle estimé est proche des observations.

- **Les critères d'information**

L'idée sous-jacente consiste à choisir un modèle sur la base d'une mesure de l'écart entre la vraie loi inconnue et le modèle estimé. Les critères les plus utilisés sont :

- Le critère d'information d'Akaike (1969) noté AIC :

$$AIC = \log \hat{\epsilon}_t^2 + \frac{2(p+q)}{T} \quad (1.40)$$

- Le critère d'information de Schwarz (1978) noté SC :

$$SC = \log \hat{\epsilon}_t^2 + (p+q) \frac{\log(t)}{T} \quad (1.41)$$

- Le critère d'information de Hannan-Quinn(1979) noté HQ :

¹²Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.50.

¹³Idem, p.50.

$$HQ = \log \hat{\varepsilon}_t^2 + \alpha(p + q) \log \left[\frac{\log(t)}{T} \right] \quad (1.42)$$

Où α est une constante ($\alpha > 2$), et p l'ordre de la partie AR et q l'ordre de la partie MA¹⁴.

On cherche à minimiser les différents critères, leurs applications nous permet de retenir un modèle parmi plusieurs processus ARMA validés.

3.4.4 Prévision des processus ARMA

La Dernière étape de la méthodologie de Box-Jenkins est celle de la prévision.

Considérons un processus ARMA (p, q) :

$$\Phi(L)X_t = \theta(L)\varepsilon_t \quad (1.43)$$

On note \hat{X}_{t+h} : la prévision faite en (t) pour la date ($t + h$) avec h horizon de la prévision.

Par définition la prévision est donnée par l'expression suivante :

$$\hat{x}_{t+h} = E [\hat{x}_{t+h} | I_t] \quad (1.44)$$

Où I_t est l'ensemble d'information disponible à la date (t). Soit $I_t = (X_1, X_2 \dots X_t, \varepsilon_1, \varepsilon_2 \dots \varepsilon_t)$. L'espérance est prise au sens d'espérance conditionnelle : elle représente la meilleure prévision de la série X conditionnellement à l'ensemble d'information disponible. Dans le cas linéaire, il s'agit d'une fonction de régression.

Conclusion

À travers ce chapitre, on a pu voir que les techniques traditionnelles de prévision des séries temporelles se révèlent dans la plupart des cas insuffisantes et présentes un certain nombre de limites afin de prévoir les divers phénomènes économiques, elles sont construites à partir de l'extrapolation de composantes déterministes qui mutilent la réalité économique.

En suite on a vu la méthodologie de Box et Jenkins à but de modélisation et de prévision d'une série temporelle qui nécessite en premier lieu la stationnarité de la série, ce qui est contrarié dans les série économiques, les variables économiques et financières sont rarement des réalisations de processus aléatoire stationnaire, la non stationnarité a des conséquences fondamentales sur le plan économétrique, en présence d'une racine unitaire, les propriétés asymptotiques usuelles des estimateurs ne sont plus valables. Pour cela nous allons aborder dans le chapitre suivant la non-stationnarité et les tests de racine unitaire pour pouvoir distinguer les processus TS des processus DS qui sont caractérisés par des comportements totalement différent.

¹⁴Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.46.

Chapitre II

*La non stationnarité et les tests de racine
unitaire*

Introduction

Les séries économiques sont rarement des réalisations de processus aléatoire stationnaire. La non-stationnarité des processus peut concerner aussi bien le moment du premier ordre (espérance mathématique) que celui du deuxième ordre (variance et covariance du processus).

Depuis les travaux de Nelson et Plosser (1982), les cas de la non stationnarité les plus fréquents sont analysés à partir de deux types de processus, le processus TS, qui représente une non stationnarité de type déterministe et le processus DS qui représente une non stationnarité de nature stochastique.

À l'issue de ces deux processus, leurs structures jouent un rôle très important dans le traitement statistique d'une série, ainsi pour la technique de stationnarisation. Pour choisir l'un des deux processus, les tests de recherche de racine unitaire dans le processus générateurs tentent à éclaircir cette situation, commençant par les tests standards pour lesquels l'hypothèse nulle concerne la présence d'une racine unitaire contre l'hypothèse alternative de stationnarité du processus, ceci concerne les tests Dickey-Fuller simple (1979), Dickey-Fuller augmenté (1981) qui sont à l'origine de cette étude, ils ont connu par la suite des extensions comme le test non paramétrique de Philips- Perron (1988), ensuite, il ya les tests avec rupture structurelle dans la série échantillon, Perron (1989) qui propose un test de racine unitaire avec changement structurel exogène de tendance, et celui de Zivot et Andrews (1992) et Perron et Vogelsang(1992) avec estimation des dates de changement structurel endogène de tendance.

Dans ce chapitre nous allons présenter en premier lieu, les généralités sur la non stationnarité ainsi les caractéristiques des processus DS et TS. En seconde lieu, nous allons aborder les tests de racine unitaire sans rupture comme étant des tests standards de base, pour pouvoir aborder les tests avec ruptures structurelles dans la série échantillon, en dernier lieu les tests de racine unitaire avec rupture.

Section 1 : La non stationnarité des processus

1.1 Définition et caractéristiques des processus non stationnaires

1.1.1 Processus TS (Trend Stationary)

Un processus TS peut s'écrire comme la somme d'une fonction déterministe du temps et d'un élément stochastique stationnaire. Un processus TS est donné par :

$$X_t = f_t + \varepsilon_t \quad (2.1)$$

Où f_t est une fonction du temps, et ε_t est un processus stationnaire¹.

Le processus TS le plus simple est représenté par une fonction de degré 1. Ce processus s'écrit :

$$X_t = a_0 + a_1 t + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

Où a_0, a_1 sont des paramètres fixes, avec $\varepsilon_t \rightarrow BB(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

¹Lardic Sandrine, Mignon Valérie op cité, p.123.

Les caractéristiques de ce processus sont :

$$E[X_t] = a_0 + a_1 t + E[\varepsilon_t] = a_0 + a_1 t$$

$$V[X_t] = V[\varepsilon_t] = \sigma_\varepsilon^2$$

$$\text{cov}[X_t, X_{t'}] = 0 \text{ Pour } t \neq t'$$

Ce processus TS est non stationnaire car son espérance dépend du temps ($E[X_t] = a_0 + a_1 t$) et sa variance est constante au cours du temps ($V[X_t] = \sigma_\varepsilon^2$).

Connaissant \widehat{a}_0 et \widehat{a}_1 , le processus X_t peut être stationnarisé en retranchant de la valeur de X_t en t , la valeur estimée ($\widehat{a}_0 + \widehat{a}_1 t$), c'est-à-dire un processus TS est un processus que l'on peut rendre stationnaire par une régression sur une tendance déterministe.

Dans ce type de modélisation, l'effet produit par un choc (ou plusieurs chocs aléatoires) à un instant t est transitoire.

1.1.2 Processus DS (Différence Stationary)

Un processus DS s'écrit comme un processus AR d'ordre 1 :

$$X_t = p X_{t-1} + \beta + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

Où ε_t est un processus stationnaire, et β une constante réelle.

Si l'on suppose $|p| = 1$ (racine unitaire) et $T = t$ on peut écrire :

$$X_t = X_0 + t\beta + \sum_{j=1}^t \varepsilon_j \quad (2.4)$$

Où X_0 désigne le premier terme de la série X_t .

Si $p = 1$ et ε_t est un bruit blanc, l'équation $X_t = p X_{t-1} + \beta + \varepsilon_t$ s'écrit comme suit³ :

$$X_t = X_{t-1} + \beta + \varepsilon_t \quad (2.5)$$

L'introduction de la constante β dans le processus DS permet de définir deux processus différents :

Si $\beta = 0$, le processus DS est dit sans dérive, ou processus de marche aléatoire sans dérive. Une marche aléatoire est ainsi caractérisée par la présence d'une racine unitaire et par le fait que (ε_t) est un bruit blanc, il s'écrit :

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.6)$$

Ce processus est très fréquemment utilisé pour analyser l'efficacité de nombreux marchés comme ceux des produits de bases ou financiers.

²Régis Bourbonnais, Michel Terraza, op cité, p.142.

³Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.124.

Si le premier terme de la série est X_0 , le modèle s'écrit :

$$X_t = X_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \quad (2.7)$$

Les caractéristiques de ce processus sont :

$$E[X_t] = X_0$$

$$V[X_t] = t\sigma_\varepsilon^2$$

$$COV[X_t, X_{t'}] = \sigma_\varepsilon^2 \times \text{Min}(t, t') \text{ si } t \neq t'$$

Ce processus est non stationnaire en variance puisqu'elle dépend du temps, cette non stationnarité est aléatoire, pour stationnariser ce processus on passe à la différentiation :

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t \Rightarrow X_t - X_{t-1} = \varepsilon_t \quad (2.8)$$

$$\Delta X_t = \varepsilon_t \text{ est stationnaire}$$

On constate que $\sum_{i=1}^t \varepsilon_i$ représente en t une accumulation de chocs aléatoires de 1 jusqu'à t . Chacun d'entre eux va avoir un effet permanent sur la série brute, ce qui a pour conséquence d'éloigner la série de sa valeur initiale X_0 .

De sorte que, si à un instant quelconque t , se produit un choc important sur la série, l'effet de cette impulsion éloigne la valeur de la série brute du point d'impact et l'effet est permanent et non transitoire.

Si $\neq 0$, le processus DS avec dérive.

Ce processus s'écrit comme suit :

$$X_t = X_{t-1} + \beta + \varepsilon_t \quad (2.9)$$

Si on suppose la valeur d'origine X_0 connue et déterministe on a⁴ :

$$X_t = X_0 + t\beta + \sum_{j=1}^t \varepsilon_j \quad (2.10)$$

Les caractéristiques de ce processus sont :

- $E[X_t] = X_0 + t\beta$
- $V[X_t] = t\sigma_\varepsilon^2$
- $COV[X_t, X_{t'}] = \sigma_\varepsilon^2 \times \text{min}(t, t') \text{ si } t \neq t'$

Ce processus est non stationnaire de par son espérance et sa variance son dépendant du temps. L'espérance étant de la même forme que celle d'un processus TS, on reconnaît dans ce processus une non stationnarité déterministe et aléatoire à la fois.

Pour stationnariser un processus TS, la bonne méthode est celle des MCO, et pour un processus DS, il faut passer à la différentiation.

⁴ Régis Bourbonnais, Michel Terraza, op cité, p.144.

Tableau N°03 : Typologie des séries non stationnaires.

Une série est non stationnaire si elle comporte une tendance. Celle ci peut être déterministe, stochastique ou encore déterministe et stochastique (tendance mixte).

	Tendance déterministe(TS)	Tendance stochastique (DS)	Tendance mixte
Représentation	$x_t = a + bt + v_t$ $v_t = \alpha v_{t-1} + \varepsilon_t$; ε_t : bruit blanc de variance σ^2	$x_t = x_0 + v_t$ $v_t = v_{t-1} + \varepsilon_t$; ε_t : bruit blanc de variance σ^2	$x_t = x_0 + bt + v_t$ $v_t = v_{t-1} + \varepsilon_t$; ε_t : bruit blanc de variance σ^2
Propriétés	$E[x_t] = a + bt$; $V[x_t] = \frac{\sigma^2}{1-\alpha^2}$; quand $t \rightarrow +\infty$	$E[x_t] = x_0$; $V[x_t] = t\sigma^2$	$E[x_t] = x_0 + bt$; $V[x_t] = t\sigma^2$
Nature des chocs	Temporaire	Permanente	Permanente
Première différence	$\Delta(x_t) = (\alpha-1)x_t + (a(1-\alpha) + ab) + tb((1-\alpha) + \varepsilon_t)$	$\Delta(x_t) = \varepsilon_t$	$\Delta(x_t) = b + \varepsilon_t$
Comment stationnariser ?	Régression sur la tendance	Calcul de la première différence	Calcul de la première différence

Source : Claudio. A, Jean-François. B, Jean-Louis.C , « Econométrie », Bréal, Paris, 2004, p112, p113.

1.2 Conséquences d’une mauvaise stationnarisation du processus

Pour stationnariser un processus TS, la bonne méthode est celle des moindres carrés ordinaires ; pour un processus DS il faut employer le filtre aux différences.

La mauvaise stationnarisation est engendrée souvent par le mauvais choix de la technique de stationnarisation du processus, les études de Chan, Hayya et Ord (1977) et de Nilson C. R et Kang (1981) permettent d’analyser les répercussions sur les résidus d’un mauvais choix de stationnarisation du processus de départ.

1.2.1 Conséquence sur un processus TS⁵

Pour un processus TS, la bonne méthode de stationnarisation est celle des moindres carrés ordinaires, si on applique au processus TS du premier ordre un filtre aux différences premières, comme le degré du polynôme est 1, ce filtre peut être considéré comme correct puisqu’un filtre aux différences d’ordre 1 élimine un polynôme de même degré.

Considérons un processus TS :

$$x_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t \text{ avec } \varepsilon_t \rightarrow BB(0, \sigma_\varepsilon^2) \tag{2.11}$$

⁵Régis Bourbonnais, Michel Terraza, op cité, p.145.

$$x_{t-1} = \beta_0 + \beta_1(t-1) + \varepsilon_{t-1} \quad (2.12)$$

$$x_t - x_{t-1} = (1-B)x_t = \beta_1 + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} \quad (2.13)$$

$$\Delta x_t = \beta_1 + \eta_t \quad (2.14)$$

Par analogie avec le cas précédent, on peut calculer les caractéristiques de ce nouveau processus :

$$E[\Delta x_t] = \beta_1$$

$$\text{cov}[\Delta x_t, \Delta x_{t-h}] = \gamma_h$$

$$= E\{[\Delta x_t - E(\Delta x_t)][\Delta x_{t-h} - E(\Delta x_{t-h})]\}$$

$$= E\{[\eta_t][\eta_{t-h}]\}$$

$$= E\{[\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}][\varepsilon_{t-h} - \varepsilon_{t-h-1}]\}$$

D'où :

$$\gamma_h = \begin{cases} 2\sigma_\varepsilon^2 & h = 0 \\ -\sigma_\varepsilon^2 & h = \{-1; +1\} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.15)$$

La fonction d'autocorrélation $\rho_h = \frac{\gamma_h}{\gamma_0}$ s'écrit alors ($\gamma_0 = 2\sigma_\varepsilon^2$) :

$$\rho_h = \begin{cases} 1 & h = 0 \\ -\frac{1}{2} & h = \{-1; +1\} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.16)$$

Le processus obtenu Δx_t n'a pas les caractéristiques d'un bruit blanc puisque γ_h (ou ρ_h) n'a pas la fonction d'autocovariance d'un bruit blanc. L'application d'un filtre aux différences a créé une perturbation artificielle puisqu'il apparaît une autocorrélation des erreurs à l'ordre 1 égale à 2.

1.2.2 Conséquence sur un processus DS⁶

La bonne méthode de stationnarisation pour un DS du premier ordre est le filtre aux différences premières.

Supposons que l'on applique la méthode des moindres carrés ordinaires (régression sur le temps) sur les observations d'un échantillon du processus. Le résidu de cette régression doit être un bruit blanc.

« Nelson et Kang(1981) montrent que, dans ce cas, les résidus sont de moyenne nulle, mais leur covariance dépend de la taille de l'échantillon et du temps. Sur la base de simulation, ils montrent que l'application des MCO à un processus DS crée artificiellement une forte autocorrélation des résidus pour les premiers retards et

⁶ Régis Bourbonnais, Michel Terraza, op cité, p.146.

introduit un mouvement pseudo-périodique d'ampleur d'autant plus important que le nombre d'observations de la série initiale est élevé».⁷

1.3 La décomposition de Beveridge et Nelson⁸

L'un des problèmes fondamentaux de la théorie macroéconomique réside dans la distinction entre le cycle (les fluctuations de court terme) et la tendance (mouvements de long terme).

Beveridge et Nelson (1981) proposent une décomposition des processus selon une tendance stochastique (permanente) qui obéit à une marche aléatoire avec ou sans dérive et une composante stationnaire (transitoire). Il suppose que la composante stationnaire stochastique suit un processus de type ARMA.

Considérons une série X_t intégrée d'ordre 1. Partons de la représentation de Wold du processus stationnaire ΔX_t :

$$\Delta X_t = a + B(L)\varepsilon_t \quad (2.17)$$

Où $\varepsilon_t \rightarrow BB(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

Décomposons le polynôme retard $B(L)$ en un terme de réponse à long terme $B(1)$ (la somme des coefficients du polynôme) et une distribution de retard $C(L)$.

On a ainsi :

$$B(L) = B(1) + (1 - L)C(L) \quad (2.18)$$

En remplaçant $B(L)$ par son expression dans l'équation ΔX_t , nous obtenons :

$$\Delta X_t = a + B(1)\varepsilon_t + (1 - L)C(L)\varepsilon_t \quad (2.19)$$

Soit encore :

$$\Delta X_t = a + B(1)\varepsilon_t + C(L)\Delta\varepsilon_t$$

Dans cette expression :

- a représente un accroissement tendanciel déterministe.
- $B(1)\varepsilon_t$ représente un accroissement tendanciel stochastique.
- $C(L)\Delta\varepsilon_t$ représente une variation temporelle.

En précédant par intégration, on obtient :

$$\Delta X_t = at + B(1) \sum_{j=0}^t \varepsilon_{t-j} + C(L)\varepsilon_t$$

On fait apparaître la décomposition en tendance et cycle :

- la tendance, c'est-à-dire la composante permanente est représentée par le terme $at + B(1) \sum_{j=0}^t \varepsilon_{t-j}$.
- Le cycle, c'est-à-dire la composante transitoire est représentée par le terme $C(L)\varepsilon_t$.

⁷Lardic Sandrine, Mignon Valérie op cité, p.123.

⁸Idem, p.128.

Tel que $B(1)$ est égale à la somme des coefficients de la représentation moyenne mobile. $B(1)$ permet donc de mesurer la persistance du choc ε_t .

Remarquons que :

- $B(1) = 0$ pour un processus TS, ce qui témoigne le fait qu'un choc a un effet transitoire,
- $B(1) = 1$ pour une marche aléatoire : le choc a un effet permanent,
- Si $0 < B(1) < 1$, la série revient à son niveau normal, ce retour est d'autant plus lent que $B(1)$ est proche de 1,
- Si $B(1) > 1$ l'effet du choc s'amplifie à long terme.

La décomposition de Beveridge-Nelson est fréquemment utilisée, même si elle est fortement critiquée. Son principal inconvénient réside dans le fait que la tendance et le cycle sont parfaitement corrélés instantanément. D'autres méthodes ont été proposées afin de résoudre cette diffusion. Citons notamment la méthode de Hodrick-Perscott et les méthodes basées sur les modèles à composantes inobservables imposant la condition d'absence de corrélation entre les chocs permanents et les chocs temporaires afin d'observer séparément la tendance et le cycle.

Au vu des développements précédents, on constate qu'il est crucial de pouvoir faire clairement la distinction entre processus TS et processus DS. Cette distinction peut être effectuée par le biais des tests de racine unitaire.

Section 2 : Tests de racine unitaire sans rupture

Il apparaît que les structures DS et TS jouent un rôle très important dans le traitement statistique d'une série. Les tests de racine unitaire dans les processus générateurs peuvent choisir entre l'une ou l'autre des structures⁹.

Les tests standards pour lesquels l'hypothèse H_0 concerne la présence d'une racine unitaire contre l'hypothèse H_1 de stationnarité du processus. Concernant les tests de Dickey-Fuller simple(1979), Dickey-Fuller augmenté(1981), qui sont des tests paramétriques reposant sur l'estimation d'un processus autorégressif et le test de Philips-Perron (1988).

2.1 Le test de Dickey-Fuller simple (DF)

Dickey et Fuller (1979,1981) développent trois modèles pour tester le caractère stationnaire d'une série, l'hypothèse nulle est la présence d'une racine unitaire, mais les hypothèses alternatives diffèrent puisqu'elles proposent une représentation particulière de la série stationnaire.

Soit le modèle autorégressif suivant :

$$X_t = pX_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{Avec } \varepsilon_t \sim \text{BB}(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (2.20)$$

Les trois modèles de base sont :

Modèle[1] : modèle sans constante, ni tendance déterministe.

$$(1 - pL)X_t = \varepsilon_t \Rightarrow X_t = pX_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.21)$$

⁹Régis Bourbonnais, Michel Terraza, op cité p.150.

Modèle[2] : modèle avec constante sans tendance déterministe.

$$(1 - pL)(X_t - \mu) = \varepsilon_t \Rightarrow X_t = pX_{t-1} + \alpha + \varepsilon_t \quad (2.22)$$

Modèle[3] : modèles avec constante et composante déterministe.

$$(1 - pL)(X_t - \alpha - \beta t) = \varepsilon_t \Rightarrow X_t = pX_{t-1} + \alpha + \beta t + \varepsilon_t \quad (2.23)$$

Si $p = 1$: cela signifie qu'une des racines de polynômes retard est égale à 1, donc on est en présence d'une racine unitaire, ce qui signifie que X_t est un processus non stationnaire et la non stationnarité est de nature stochastique (Processus DS)¹⁰.

On teste l'hypothèse nulle de racine unitaire (X_t non stationnaire) contre l'hypothèse alternative d'absence de racine unitaire (X_t est stationnaire) pour chacun des trois modèles considérés :

Modèle[1] :

$$\begin{cases} H_0: p = 1 \Leftrightarrow X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t \\ H_1: |p| < 1 \Leftrightarrow X_t = pX_{t-1} + \varepsilon_t \end{cases} \quad (2.24)$$

Sous l'hypothèse nulle X_t suit un processus de marche aléatoire sans dérive ; sous l'hypothèse alternative X_t suit un processus AR(1)

Modèle[2]:

$$\begin{cases} H_0: p = 1 \Leftrightarrow X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t \\ H_1: |p| < 1 \Leftrightarrow X_t = pX_{t-1} + \alpha + \varepsilon_t \end{cases} \quad (2.24)$$

Sous l'hypothèse nulle X_t correspond à un processus de marche aléatoire sans dérive ; sous l'hypothèse alternative X_t suit un processus AR(1) avec dérive.

Modèle[3]

$$\begin{cases} H_0: p = 1 \Leftrightarrow X_t = X_{t-1} + \alpha + \varepsilon_t \\ H_1: |p| < 1 \Leftrightarrow X_t = pX_{t-1} + \alpha + \beta t + \varepsilon_t \end{cases} \quad (2.25)$$

Sous l'hypothèse nulle, X_t suit une marche aléatoire avec dérive, sous l'hypothèse alternative X_t est un processus *TS* erreur ARMA, qu'on peut rendre stationnaire en calculant les écarts par rapport à la tendance estimée par les MCO¹¹.

Règle de décision

On estime par les MCO le paramètre p noté \hat{p} pour les modèles [1], [2], [3] l'estimation des coefficients et des écarts types du modèle par les MCO fournit $t_{\hat{p}1}$, qui est analogue à la statistique de Student (rapport du coefficient sur son écart type).

Si $t_{\hat{p}1} \geq t_{tabulé}$: on accepte l'hypothèse H_0 , il existe une racine unitaire, le processus est non stationnaire.

¹⁰Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p132.

¹¹Idem, p133.

Si $t_{\hat{p}1} < t_{tabulé}$: on accepte l'hypothèse H_1 , le processus est stationnaire.

En pratique on estime les modèle sous la forme suivante :

Modèle[1]: $\Delta X_t = \emptyset X_{t-1} + \varepsilon_t$ modèle sans constante, ni tendance déterministe.

Modèle[2]: $\Delta X_t = \emptyset X_{t-1} + \alpha + \varepsilon_t$ modèle avec constante, sans tendance.

Modèle[3]: $\Delta X_t = \emptyset X_{t-1} + \alpha + \beta t + \varepsilon_t$ modèle avec constante et tendance.

Avec pour chaque modèle $\emptyset = p - 1$ et $\varepsilon_t \sim BB(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

On teste l'hypothèse nulle $\emptyset = 0$ (la non stationnarité) contre l'hypothèse alternative $\emptyset < 0$ (la stationnarité) en se référant aux valeurs tabulées par Fuller (1976) et Dickey et Fuller (1979, 1981).

Les valeurs tabulées sont présentées dans le tableau suivant¹² :

Tableau N°04 : Valeurs critiques du test de Dickey-Fuller pour $p = 1$.

T	1%	5%	10%
Modèle[1]			
100	-2.60	-1.95	-1.61
250	-2.58	-1.95	-1.62
500	-2.58	-1.95	-1.62
∞	-2.58	-1.95	-1.62
Modèle[2]			
100	-3.51	-2.89	-2.58
250	-3.46	-2.88	-2.57
500	-3.44	-2.88	-2.57
∞	-3.43	-2.87	-2.57
Modèle[3]			
100	-4.04	-3.45	-3.15
250	-3.99	-3.43	-3.13
500	-3.98	-3.42	-3.13
∞	-3.96	-3.41	-3.12

Source : Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p137.

Si la valeur calculée de la t-statistique associée à \emptyset est inférieure à la valeur critique, on rejette l'hypothèse nulle de non stationnarité.

Si la valeur calculée de la t-statistique associée à \emptyset est supérieure à la valeur critique, on accepte l'hypothèse nulle de non stationnarité.

Il est fondamental de noter que l'on n'effectue pas le test sur les trois modèles, en pratique on adopte une stratégie séquentielle en trois grandes étapes :

Etape 1

On estime le modèle[3], on commence par tester la significativité de la tendance en se référant aux tables de Dickey-Fuller :

¹²Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.137.

Tableau N°05 : Valeurs critiques de la constante et de la tendance¹³ :

T	Modèle[2]			Modèle[3]					
	Constante			Constante			Tendance		
	1%	5%	10%	1%	5%	10%	1%	5%	10%
100	3.22	2.54	2.17	3.78	3.11	2.73	3.53	2.79	2.38
250	3.19	2.53	2.16	3.74	3.09	2.73	3.49	2.79	2.38
500	3.18	2.52	2.16	3.72	3.08	2.73	3.48	2.78	2.38
∞	3.18	2.52	2.16	3.71	3.08	2.72	3.46	2.78	2.38

Source : Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p137.

Pour cela deux cas peuvent se présenter :

Si la tendance n'est pas significative, on passe à l'étape 2.

- Si la tendance est significative, on teste l'hypothèse nulle de racine unitaire en comparant t-statistique de \emptyset aux valeurs tabulées par Dickey-Fuller. On a deux possibilités :

Si l'on accepte l'hypothèse nulle, X_t est non stationnaire, il faut la différencier, et recommencer la procédure de test sur la série en différence première.

- Si l'on rejette l'hypothèse nulle, X_t est stationnaire, la procédure de test s'arrête et on peut travailler sur X_t .

Etape 2

Cette étape est appliquée si la tendance dans le modèle précédant n'est pas significative. On estime le modèle[2] et l'on commence par tester la significativité de la constante en se référant aux tables de Dickey-Fuller.

- Si la constante n'est pas significative, on passe à l'étape 3. Si la constante est significative, on teste l'hypothèse nulle de racine unitaire en comparant la t-statistique de \emptyset aux valeurs tabulés par Dickey-Fuller, on a alors deux possibilités :
- Si l'on accepte l'hypothèse nulle, X_t est non stationnaire, dans ce cas il faut différencier et recommencer la procédure de test sur la série en différence première.
- Si l'on rejette l'hypothèse nulle, X_t est stationnaire, dans ce cas, la procédure de test s'arrête et l'on peut travailler sur X_t .

Etape 3

Cette étape est appliquée si la constante dans le modèle précédant n'est pas significative. On estime le modèle[1] et on teste l'hypothèse nulle de racine unitaire en utilisant les valeurs critiques de Dickey-Fuller.

- Si l'on accepte l'hypothèse nulle, X_t est non stationnaire, dans ce cas, il faut la différencier et recommencer la procédure de test sur la série en différence première.
- Si l'on rejette l'hypothèse nulle, X_t est stationnaire, dans ce cas, la procédure de test s'arrête et l'on peut travailler sur X_t .

¹³Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.137.

2.2 Les tests de Dickey et Fuller augmentés (ADF)

Dans le modèle de Dickey-Fuller simple, le ε_t est par hypothèse un bruit blanc, or il n'y a aucune raison pour que à priori, l'erreur soit non corrélée ; le test de Dickey-Fuller augmenté (1981) prend en compte cette hypothèse.

Les tests ADF sont fondés sous l'hypothèse alternative $|\varnothing_1| < 1$, sur l'estimation par les MCO des trois modèles¹⁴ :

Modèle[4]

$$\Delta X_t = \rho X_{t-1} - \sum_{j=2}^p \varnothing_j \Delta X_{t-j+1} + \varepsilon_t \quad (2.26)$$

Modèle[5]

$$\Delta X_t = \rho X_{t-1} - \sum_{j=2}^p \varnothing_j \Delta X_{t-j+1} + c + \varepsilon_t \quad (2.27)$$

Modèle[6]

$$\Delta X_t = \rho X_{t-1} - \sum_{j=2}^p \varnothing_j \Delta X_{t-j+1} + c + bt + \varepsilon_t \quad (2.28)$$

avec ε_t un bruit blanc.

La mise en œuvre du test ADF est similaire à celle du test de DF simple, on adopte la même stratégie séquentielle descendante de l'estimation de modèle[3] .

Les statistiques de test sont les mêmes que dans le cas du test DF simple. L'application du ADF nécessite au préalable de choisir le nombre de retard p ¹⁵.

L'inclusion d'un nombre insuffisant de retards peut affecter le niveau du test, l'introduction d'un nombre trop élevé de retards réduit le nombre de degré de liberté et la puissance du test, cela s'effectue par plusieurs méthodes :

- On étudie les autocorrélations partielles de la série ΔX_t , et l'on retient pour p le retard correspondant à la dernière autocorrélation partielle significativement différente de zéro.
- On utilise la statistique de Box-Pierce ; on teste l'absence d'autocorrélation des résidus, ce test est peu puissant et conduit en général à une faible valeur de p .
- On estime plusieurs processus pour différentes valeurs de p et l'on retient le modèle qui minimise les critères d'information (Akaike, Schwarz, Hannan-Quinn).

¹⁴Régis Bourbonnais, op cité, p.232.

¹⁵Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.146.

2.3 Test de Philips-Perron (1988)

Philips et Perron (1988) proposent une correction non paramétrique au test de Dickey-Fuller simple afin de régler le problème de l'autocorrélation et /ou l'hétéroscédasticité des erreurs¹⁶.

Le test de Philips-Perron se déroule en quatre étapes :

- Estimation par les moindres carrés ordinaires (MCO) des modèles de base des tests de Dickey-Fuller et calcul des statistiques associées, soit ε_t le résidu estimé ;
- Estimation de la variance dite de court terme des résidus :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2 ; \quad (2.29)$$

- Estimation d'un facteur correctif s_t^2 (variance de long terme) établi à partir de la structure des covariances des résidus des modèles précédemment estimé de telle sorte que les transformations réalisées conduisent à des distributions identiques à celles de Dickey-Fuller standards :

$$s_t^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2 + 2 \sum_{i=1}^l \left(1 - \frac{i}{l+1}\right) \frac{1}{n} \sum_{t=i+1}^n \varepsilon_t \varepsilon_{t-i} \quad (2.30)$$

Pour estimer cette variance de long terme, il est nécessaire de définir un nombre de retard l estimé en fonction du nombre d'observation n , $l \approx 4 \left(\frac{n}{100}\right)^{2/9}$

- Calcul de la statistique de PP :

$$t_{\hat{\theta}_1}^* = \sqrt{k} \times \frac{(\hat{\theta}_1 - 1)}{\hat{\sigma}_{\hat{\theta}_1}} + \frac{n(K-1)\hat{\sigma}_{\hat{\theta}_1}}{\sqrt{k}} \ln \quad (2.31)$$

Avec $k = \frac{\hat{\sigma}^2}{s_t^2}$ ($k = 1$, si ε_t est un bruit blanc)¹⁷.

2.4 Test de KPSS en 1992 (Test de l'hypothèse de stationnarité)

Kwiatkowski, Phillips, Schmidt et Shin (KPSS1992) ont proposé une statistique de test particulière pour tester $H_0 : \sigma_v^2 = 0$ contre $H_1 : \sigma_v^2 > 0$. c'est un unilatéral.

Considérons la régression auxiliaire :

$$X_t = \mu + \delta t + e_t \quad (2.32)$$

Dont on va tirer les résidus estimés \hat{e}_t . On retire les composantes déterministes du processus. Si X_t ne comporte pas de tendance stochastique, les \hat{e}_t seront stationnaires. Par contre si X_t n'est pas stationnaire, il aura une racine unité dans les \hat{e}_t .

Définissons les sommes partielles des résidus :

$$S_t = \sum_{j=1}^t \hat{e}_j \quad (2.33)$$

Si les \hat{e}_j sont stationnaires, alors S_t est par définition un processus I(1).

¹⁶Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.146.

¹⁷Régis Bourbonnais, Michel Terraza, op cité, p.167.

$$\frac{1}{T^2} = \sum S_t^2 \rightarrow \sigma^2 \int_0^1 W^2(r) dr \quad (2.34)$$

Dans le cas simplifié où $X_t = e_t$, c'est-à-dire sans terme déterministe. Par contre si les \hat{e}_j était I(1), alors $\frac{1}{T^2} = \sum S_t^2$ divergerait. On a donc ici une statistique intéressante dans la mesure où son comportement diffère complètement sous H_0 et H_1 .

Il suffit de se débarrasser du paramètre de nuisance σ^2 en la normalisant correctement.

Une première statistique de test donc est¹⁸ :

$$\frac{1}{T^2} \frac{\sum S_t^2}{\hat{\sigma}^2}$$

Où $\hat{\sigma}^2$ est un estimateur de la variance des résidus \hat{e}_t . La distribution asymptotique de ce test repose sur le fait que les e_t sont IID. S'ils sont dépendants, il suffit de remplacer $\hat{\sigma}^2$ par un estimateur de la variance de long terme et l'on a alors la statistique proposée par KPSS¹⁹:

$$\text{KPSS} = \frac{1}{T^2} \frac{\sum S_t^2}{\hat{\sigma}_{\infty}^2} \quad (2.35)$$

La variance de long terme peut être estimée en utilisant l'estimateur non-paramétrique suivant²⁰:

$$S_{\infty}^2 = \frac{1}{T} \sum \hat{e}_t^2 + 2 \sum_{j=1}^t (1 - \frac{j}{l+1}) \frac{1}{T} \sum_{t=j+1}^T \hat{e}_t \hat{e}_{t-j} \quad (2.36)$$

La distribution de la statistique KPSS sous H_0 dépend de la présence de termes déterministes dans la régression initiale. Les valeurs critiques sont données dans le tableau suivant :

Tableau N°06 : Valeurs critiques du test KPSS.

	1%	5%	10%
Sans tendance	0.739	0.463	0.347
Avec tendance	0.216	0.146	0.119

Source : Lardic Sandrine, Mignon Valérie op cité, p184.

La règle de décision est la suivante :

- Si la valeur calculée est inférieure à la valeur critique correspondante, on accepte l'hypothèse nulle de la stationnarité.
- Si la valeur calculée est supérieure à la valeur critique correspondante, on rejette l'hypothèse nulle de la stationnarité.

¹⁸Lardic Sandrine, Mignon Valérie op cité, p.183.

¹⁹Idem, p.183.

²⁰Idem, p.183.

Section 3 : Tests de racine unitaire avec rupture

3.1 Tests de racine unitaire et modélisation de la composante déterministe

Rappoport et Rechlin (1989) et Perron (1989), estiment qu'une modélisation acceptable pour la majorité des variables économiques correspond à la stationnarité autour d'une tendance déterministe avec une rupture de tendance, et que les tests de racine unitaire basés sur les modèles autorégressifs ont une puissance extrêmement faible contre cette alternative.

Perron (1992) a particulièrement insisté sur l'impacte en termes de biais, pour les statistiques de test de Dickey-Fuller, d'une mauvaise modélisation de l'éventuelle composante déterministe²¹.

Soit D_t , l'ensemble des variables déterministes incluses dans le processus de génération de données. Perron a étudié le comportement de la statistique de Student de la variable endogène retardée, t_p , par rapport à l'ensemble des variables déterministes incluses dans le modèle estimé. Sous l'hypothèse nulle de racine unitaire, il montre que la distribution asymptotique de t_p , est non normale et varie selon l'ensemble des variables déterministes retenues.

Perron explique cette dépendance de la distribution asymptotique par apport à la composante déterministe par le fait que la fonction de tendance ainsi spécifiée doit être estimée. Il indique ainsi que sous l'hypothèse nulle de présence d'une racine unitaire, les valeurs critiques asymptotiques associées à t_p augmentent avec le nombre de composantes de racine unitaire.

Lorsqu'on oublie de prendre en compte la composante déterministe dans le modèle des variables déterministes qui apparaissent dans le processus générateur de données, les variables omises tendent vers l'infini à une vitesse supérieure ou égale à n'importe quel élément de l'ensemble des variables déterministes du modèle estimé. Dés lors, sous l'hypothèse nulle de présence d'une racine unitaire, la limite de t_p est soit une normale standard, soit une constante. L'oubli d'un terme de tendance renvoi à une distribution asymptotique normale centrée réduite du test de $t_{\hat{p}}$, ce qui correspond à des valeurs asymptotiques plus petites (en valeur absolue) que les valeurs critiques issues de la distribution asymptotique non normale lorsqu'un terme de tendance inclue comme régression.

Toute fois deux limites apparaissent²² :

- Lorsqu'on a un mécanisme générateur de données qui spécifie une composante stochastique Z_t stationnaire, et si les composantes déterministes incluses comme régresseur sont d'ordre inférieur à l'ordre maximal des composantes déterministes du mécanisme générateur de données, alors le test basé sur la statistique $t_{\hat{p}}$ est un test non convergent de l'hypothèse nulle d'une racine unitaire contre des alternatives stationnaires.
- Lorsqu'on suppose que l'ensemble des régresseurs déterministes omette une composante sans accroissement, le test basé sur $t_{\hat{p}}$ est un test convergent, mais

²¹Lardic Sandrine, Mignon Valérie op cité, p.165.

²²Idem, p.166.

sa puissance en échantillon fini décroît avec une augmentation (en valeur absolue) du coefficient de la variable omise.

En effet, lorsque l'on a trop de régresseurs déterministes, cela décroît la puissance des tests de racine unitaire entre les alternatives stationnaires.

Il apparaît qu'un non rejet de l'hypothèse de racine unitaire peut être dû à une mauvaise spécification des composantes incluses en tant que régresseur.

À fin d'étudier les implications d'une évolution dans la tendance sur les tests de Dickey et Fuller, on met en évidence trois types de variations possibles dans la tendance :

- Un changement de niveau modèle [A].
- Un changement de pente modèle [B].
- Une combinaison des deux modèles [C].

Perron conclut, par le biais de simulation que les tests de Dickey-Fuller sont biaisés en faveur de l'hypothèse nulle de racine unitaire, même asymptotiquement, lorsque la série étudiée contient au moins une évolution dans sa tendance.

Retenons en premier lieu l'hypothèse d'une tendance déterministe linéaire et d'une rupture de tendance. Perron génère 10 .000 séries $\{X_t\}$ de longueur 100, définie à partir du processus générateur de données suivant :

Modèle [A]

$$X_t = \mu_1 + \beta t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + \varepsilon_t \quad (2.37)$$

Où ε_t est un bruit blanc.

DU_t : La variable muette, permet la modélisation d'une rupture se produisant à la date Tb (date de rupture)²³.

$$\begin{cases} \text{si } t \leq Tb, DU_t = 0 & X_t = \mu_1 + \beta t + \varepsilon_t \\ \text{si } t > Tb, DU_t = 1 & X_t = \mu_1 + \beta t + \varepsilon_t \end{cases} \quad (2.38)$$

Dans l'hypothèse de changement de pente, la procédure est identique avec le processus générateur de données sous l'hypothèse alternative d'absence de racine unitaire.

Modèle [B]

$$X_t = \mu + B_1 t(B_2 - 1)DT_t^* + \varepsilon_t \quad (2.39)$$

$$\begin{cases} DT_t^* = t - Tb & \text{si } t > Tb \\ DT_t^* = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Dans l'hypothèse de combinaison de changement de niveau de pente :

Modèle [C]

$$X_t = \mu_1 + B_t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + (B_2 - B_1)DT_t^* + \varepsilon_t \quad (2.40)$$

²³Lardic Sandrine, Mignon Valérie op cité, p.167.

Dans l'hypothèse d'une rupture de tendance, le comportement de la fonction de la distribution cumulée de ρ lorsque le processus de génération est donné par le modèle [A] et que plus la taille de la taille de rupture s'accroît (μ_2 décroît), plus la fonction de distribution cumulée de ρ devient concentrée (variance plus petite) à une valeur toujours plus proche de 1, ainsi que le comportement de la distribution cumulée de ρ lorsque les données sont engendrées par le modèle [B] et que plus β_2 diverge de β_1 , plus la fonction de distribution cumulée devient concentrée et proche de l'unité.

Ainsi, ρ est biaisé vers 1 lorsque le processus de génération de données intègre une tendance déterministe et une rupture de tendance : on trouverait donc quasi-systématiquement une tendance stochastique pour une série générée à partir d'une tendance déterministe et d'un changement dans la tendance se produisant au milieu de l'échantillon.

Il apparait en effet que si le point de rupture se situait en début ou en fin d'échantillon, la solution la plus simple pour résoudre le problème qu'il engendre serait de supprimer de la série quelques premières ou dernières observations selon le cas.

3.2 Test de Perron²⁴

L'approche de Perron (1989) s'inscrit dans le prolongement de l'analyse d'intervention suggérée par Box et Tiago (1975). Elle correspond l'extraction de points aberrants du processus d'erreur et à leur modélisation explicite en tant qu'intervention dans la composante déterministe du modèle.

Soit un choc intervenant à la date Tb . on suppose que Tb s'accroît au même rythme que T ($Tb = \lambda T$).

La stratégie du test est basée sur les tests suivants :

- **Modèle [A] : changement exogène dans le niveau**

$$\begin{cases} H_0: X_t = \mu + dD(Tb)_t + X_{t-1} + \varepsilon_t \\ H_1: X_t = \mu_t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + \varepsilon_t \end{cases} \quad (2.41)$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} D(Tb)_t = 1 & \text{si } t > Tb \\ D(Tb)_t = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} D\mu_t = 1 & \text{si } t > Tb \\ D\mu_t = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- **Modèle [B] : changement exogène dans le taux de croissance**

$$\begin{cases} H_0: X_t = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + \varepsilon_t \\ H_1: X_t = \mu + B_1t(B_2 - 1)DT^* + \varepsilon_t \end{cases} \quad (2.42)$$

$$\text{Avec } \begin{cases} D\mu_t = 1 & \text{si } t > Tb \\ D\mu_t = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} DT^* = t - Tb & \text{si } t > Tb \\ DT^* = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- **Modèle [C] : changement exogène dans la pente et le niveau de la tendance**

$$\begin{cases} H_0: X_t = \mu_1 + X_{t-1} + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + dD(Tb)_t + \varepsilon_t \\ H_1: X_t = \mu_1 + B_1t + (\mu_2 - \mu_1)DU_t + (B_2 - B_1)Dd_t + \varepsilon_t \end{cases} \quad (2.43)$$

²⁴Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.169.

$$\text{Avec } \begin{cases} D\mu_t = 1 & \text{si } t > Tb \\ D\mu_t = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} D(Tb)_t = 1 & \text{si } t = Tb + 1 \\ D(Tb)_t = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{et}$$

$$\begin{cases} DT_t = 1 & \text{si } t > Tb \\ DT_t = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Afin de réaliser le test, on emboîte les modèles sous l'hypothèse nulle et sous l'hypothèse alternative dans un modèle de régression plus général. Le test proposé par Perron est identique à celui de Dickey-fuller sur lequel se greffe la possibilité d'une rupture de tendance ou d'un changement de pente de la tendance et leur prise en compte dans la modélisation sous l'hypothèse nulle comme sous l'alternative.

On note $\tilde{X}_t^i, i = A, B, C$, les résidus de la régression de X_t sur :

- Une constante, un trend et DU_t , pour $i = A$
- Une constante, un trend et DT_t^* , pour $i = B$
- Une constante, un trend et DT_t , pour $i = C$

Par ailleurs, soit \tilde{p}^i l'estimateur MCO de \tilde{p} dans la régression suivante :

$$\tilde{X}_t^i = \tilde{p}^i \tilde{X}_{t-1}^i + \tilde{\varepsilon}_t \quad (2.44)$$

Tableau N°07 : Valeurs critiques du test de Perron.

λ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
Modèle (A)									
1%	-4.30	-4.39	-4.39	-4.34	-4.32	-4.45	-4.42	-4.33	-4.27
5%	-3.68	-3.77	-3.76	-3.72	-3.76	-3.76	-3.80	-3.75	-3.69
10%	-3.40	-3.47	-3.46	-3.44	-3.46	-3.47	-3.51	-3.46	-3.38
Modèle (B)									
1%	-4.27	-4.41	-4.51	-4.55	-4.56	-4.57	-4.51	-4.38	-4.26
5%	-3.65	-3.80	-3.87	-3.94	-3.96	-3.95	-3.85	-3.82	-3.68
10%	-3.36	-3.49	-3.58	-3.66	-3.68	-3.66	-3.57	-3.50	-3.35
Modèle (C)									
1%	-4.38	-4.65	-4.78	-4.81	-4.90	-4.88	-4.75	-4.70	-4.41
5%	-3.75	-3.99	-4.17	-4.22	-4.24	-4.24	-4.18	-4.04	-3.80
10%	-3.45	-3.66	-3.87	-3.95	-3.96	-3.95	-3.86	-3.39	-3.46

Source : Lardic Sandrine, Mignon Valérie, op cité, p.171.

La règle de décision :

- Si la valeur calculée de \tilde{p}^i est inférieure à la valeur critique, l'hypothèse nulle est rejetée.
- Si la valeur calculée de \tilde{p}^i est supérieure à la valeur critique, l'hypothèse nulle est acceptée.

Les valeurs critiques de la statistique \tilde{p}^i sont représentées dans le tableau précédent, tel que $\lambda = Tb/T$ ²⁵.

²⁵Lardic Sandrine, Mignon Valérie op cité, p.171.

Notons que la régression n'est que dans le cas où les résidus ne sont pas autocorrélés. Perron suggère cependant d'étendre son test afin de tenir compte de l'autocorrélation des résidus. Pour cela on a deux possibilités.

- Soit on s'inspire du test de DFA en apportant une correction paramétrique consistant à introduire des retards dans la régression :

$$\Delta \tilde{X}_t^i = \tilde{\rho}^i X_{t-1}^i + \sum_{j=1}^p \tilde{\phi}_j \Delta \tilde{X}_t^i + \tilde{\varepsilon}_t \quad (2.45)$$

- Soit on effectue une correction non paramétrique à la manière de Phillip et Perron (1989).

Afin d'appliquer le test de Perron, il faut savoir différencier les chocs réguliers qui n'ont pas d'impact qu'à court terme et/ou ne concernent qu'un faible nombre de variables économiques, des chocs majeurs appelés également chocs structurels, qui ont des conséquences à long terme sur la majorité des séries macroéconomiques. Les analyses de Perron sont basées sur une observation *a priori* des données qui supposent donc une exogénéité des événements économiques majeurs. Perron considère la date de rupture comme étant une date connue, chose qui est critiquée par d'autres auteurs car une mauvaise spécification de la rupture et par conséquent sa date induit à des rejets fallacieux de l'hypothèse nulle.

Face à ce manque de clarté dans le choix des dates de ruptures, des auteurs comme Zivot et Andrews (1992), Perron et Vogelsang (1992) et autres ont proposé de rendre le choix de la date de rupture endogène. *Tb* ce que signifie que la date de rupture est considérée comme une variable aléatoire dont la valeur est déterminée à l'aide d'un algorithme

3.3 Test de Zivot et Andrews²⁶

Zivot et Andrews (1992) considèrent l'hypothèse nulle selon laquelle la série $\{X_t\}$ est intégrée, sans changement structurel exogène. On suppose que l'hypothèse alternative du test de racine unitaire correspond au fait que $\{X_t\}$ peut être représentée par un processus stationnaire en tendance avec une rupture de tendance se produisant à une date inconnue. L'objectif est de localiser le point de rupture accordant le plus de poids à l'alternative stationnaire en tendance.

Une méthode d'estimation possible est de retenir le point de rupture pour le quel la statistique $t_{p=1}$ est minimale, lorsque de petites valeurs de la statistique conduisent à un rejet de l'hypothèse nulle.

Les équations qu'ils utilisent correspondent à celles de Perron pour lesquelles la variable muette $D(Tb)$ disparaît sous l'hypothèse nulle

Modèle [A]

$$\begin{cases} X_t = \mu^A + \theta^A D U_t(\lambda) + \beta^A t + \rho^A X_{t-1} + \sum_{i=1}^p c_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \\ \text{sous } (H_0), \rho^A = 1, \beta^A = 0, \theta^A = 0 \end{cases} \quad (2.46)$$

²⁶AROUDJ K, ALITOU CHE M, « Analyse prévisionnelle d'une série temporelle par les tests de racine unitaire avec rupture », mémoire de master de fin de cycle, université de Bejaïa, 2010-2011, p.50.

Modèle [B]

$$\begin{cases} X_t = \mu^B + \beta^B t + \phi^B DT_t^*(\lambda) + \rho^B X_{t-1} + \sum_{i=1}^p c_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \\ \text{sous } (H_0), \rho^B = 1, \phi^B = 0, \beta^B = 0 \end{cases} \quad (2.47)$$

Modèle[C]

$$\begin{cases} X_t = \mu^C + \theta^C DU_t(\lambda) + \beta^C t + \phi^C DT_t^*(\lambda) + \rho^C X_{t-1} + \sum_{i=1}^p c_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t \\ \text{sous } (H_0), \rho^C = 1, \phi^C = 0, \beta^C = 0 \end{cases} \quad (2.48)$$

Où $DU_t(\lambda) = \begin{cases} 1 & \text{si } t > T\lambda \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ et $DT_t^*(\lambda) = \begin{cases} t - T\lambda & \text{si } t > T\lambda \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

On cherche $t_{\hat{\rho}}^i[\lambda_{inf}^i], i = A, B, C.$ où $\lambda \in [0,1].$

La procédure est la suivante : le point de rupture et les t-statistique associées sont déterminé par les moindres carrés ordinaire, avec $\lambda = \frac{tb_j}{T}$, pour j allant de $2/T$ à $\frac{T-1}{T}$. La t-statistique retenue est le minimum sur toutes les $(T - 2)$ régressions, qui est par la suite comparée aux valeurs critiques tabulées par Zivot et Andrew. Celles-ci sont représentées dans le tableau suivant :

Tableau N°08 : les valeurs critiques du test de Zivot et Andrew.

	$T \rightarrow \infty$	1%	5%	10%
A :	$t_{\hat{\rho}}^i \lambda_{inf}^i$	-5.34	-4.8	-4.58
B :	$t_{\hat{\rho}}^i [\lambda_{inf}^i]$	-4.93	-4.42	-4.11
C :	$t_{\hat{\rho}}^i [\lambda_{inf}^i]$	-5.57	-5.08	-5.82

K.AROUDJ, M.ALITOCHE ,op cité p51.

3.4 Test de Perron et Vogelsang

Dans le test de Perron et Vogelsang (1992), consiste a étudié une procédure de sélection du point de rupture minimisant (ou maximisant) la t-statistique du coefficient du changement de tendance (la variable muette). Il s'agit alors de poser l'hypothèse (faible) a priori selon laquelle le signe du changement de tendance éventuel est connu, alors que sa position dans le temps reste inconnue²⁷.

L'approche est similaire à celle de perron (1989), mais la date de rupture est endogénisée²⁸.

Quatre modèles peuvent être testés, selon que l'on observe :

- Un changement de moyenne des données sans tendance (modèle 1),
- Un changement de niveau des données avec tendance (modèle 2),
- Un changement de niveau de pente de la tendance (modèle 3),

²⁷Lardic Sandrine, Mignon Valérie op cité, p.174.

²⁸Idem.

- Un changement de la pente de la tendance avec une absence de saut intervenant à la date de rupture (modèle 4).

Conclusion

Dans ce chapitre, on a vu que le phénomène de la non stationnarité des séries temporelles a mené aux développements de nombreux tests de racines unitaires. En constatant, que dans le test de Dickey-Fuller simple, le terme d'erreur, par hypothèse est un Bruit Blanc qui fait apparaître par la suite le test de Dickey-Fuller augmenté qui considère qu'il n'y a aucune raison pour que l'erreur soit non corrélée ; le test de Phillips-Perron qui est construit sur une correction non paramétrique des statistiques de Dickey-Fuller pour prendre en compte des erreurs hétéroscédastiques et/ou autocorrélée.

Dans les séries stationnaires autour d'une tendance déterministe avec rupture de tendance, ce qui correspond à la majorité des séries économiques, le test de Perron (1989) montrent qu'il est nécessaire de prendre en compte les ruptures de tendance dans la modélisation de la série. Dans notre cas, il s'agit de la série des variations de l'IPC, qu'on va essayer de modéliser à but de prévision, mais avant de procéder, nous allons présenter dans le chapitre suivant des généralités sur l'inflation et la méthode de calcul de l'IPC ainsi le modèle de prévision utilisé par la banque centrale pour se protéger de ce phénomène inflationniste.

Chapitre III

*Généralités sur l'inflation et l'indice des
prix à la consommation*

Introduction

L'inflation est un phénomène majeur du 20^e siècle, elle apparaît comme une rupture brutale après un siècle de sagesse monétaire.

Elle est considérée aussi comme un phénomène majeur de la seconde guerre mondiale, multiforme par l'échelle (inflation rampante, hyperinflation), la durée (inflation courte, inflation longue) ou le lieu (pays industrialisés, pays en développement).

« Le phénomène inflationniste en Algérie remonte au début des années 1980 et s'est dangereusement accéléré au cours des la décennie suivante (les années 90) après la décision de faire passer l'Algérie à l'économie de marché de premier janvier 1991¹ ».

Dans ce chapitre, nous allons premièrement aborder les différents concepts liés à l'inflation ainsi que ses causes et ses conséquences, et deuxièmement nous allons traiter de principal indice mesurant l'inflation qui est l'indice des prix à la consommation qui détermine l'orientation de la politique monétaire et est au cœur de multiples dérèglements qui touchent tous les aspects de la vie socio-économique.

Section 1 : Les concepts de base et la mesure de l'inflation

1.1 Définition de l'inflation

« L'inflation est un processus soutenu du niveau des prix, qui engendre une baisse continue du pouvoir d'achat à la demande »².

« L'inflation est un processus durable de hausse cumulative du niveau général des prix »³.

Quant le niveau des prix monte continuellement, les agents ont besoin d'une quantité de monnaie de plus en plus importante pour faire leurs transactions. Les recettes des entreprises augmentent, de sorte que ces dernières doivent verser d'avantage et en payant chers les facteurs de production.

De plus, comme les prix augmentent, les consommateurs doivent apporter de plus en plus d'argent lorsqu'ils font leurs achats ; et la valeur de cet argent ne cesse de baisser.

L'inflation ne se traduit pas par l'augmentation d'un seul prix. Par exemple, si le prix d'un bien augmente, alors que les autres pris nominaux baissent légèrement, de sorte que le niveau des prix reste constant, on ne parle pas d'inflation.

¹Rapport de la banque d'Algérie.

²Benoit Carmichael, Michael Parkin, Robin bade, « Introduction à la macroéconomie moderne » 3^e édition du renouveau pédagogique INC, Québec, 2005, p.324.

³Alain Beitone, et al, « Dictionnaire des sciences économiques » 2^e édition, Armand Colin, paris, 2007, p.264.

1.1.1 Hyperinflation

Il s'agit d'une situation extrême, la hausse des prix est si forte, qu'elle ne se mesure plus en taux annuel, mais plutôt en taux mensuel, voire journalier. Les spécialistes de cette question considèrent que lorsque le taux mensuel de hausse des prix dépasse 50%, on est effectivement dans une situation d'hyperinflation, et lorsque le taux d'inflation, dépasse 10%, on parle plutôt d'inflation galopante⁴.

1.1.2 Désinflation

C'est une forme d'inflation, mais avec un taux de hausse des prix en décroissance. Par exemple, lorsque le taux d'inflation annuel passe de 10% à 8%, puis à 7%, et ainsi de suite. Contrairement à ce que l'on croit souvent, la désinflation ne désigne pas une situation de baisse des prix, les prix continuent d'augmenter, mais de moins en moins. En dynamique, cela correspond au freinage ou à la décélération : on avance de moins en moins vite. La désinflation est rarement spontanée, plus souvent c'est le résultat d'une politique économique volontaire⁵.

1.1.3 Déflation

Par opposition à l'inflation, la déflation désigne une situation de baisse des prix, il faut bien entendu que ce mouvement soit général et durable ; la baisse du prix d'un bien quelconque ne peut pas être considérée comme la déflation⁶.

On peut distinguer la déflation rampante, qui est une situation au voisinage de la stabilité des prix, de la déflation ouverte, qui se traduit par une baisse forte, prolongée et généralisée des prix.

En l'absence d'inflation ou de déflation, on peut parler de la stabilité des prix.

1.1.4 Stagflation

C'est une situation caractérisée à la fois par le chômage et l'inflation. La présence simultanée de ces deux phénomènes provoque un ralentissement de l'activité économique.

1.2 La mesure de l'inflation

La plupart des pays adoptent une approche simple et pertinente pour mesurer l'inflation en recourant à l'indice des prix à la consommation (IPC).

A cet effet, les achats des consommateurs font l'objet d'une analyse permettant de déterminer les biens et les services achetés régulièrement. Ces biens et services peuvent alors être considérés comme représentatifs du consommateur moyen dans un pays, il ne s'agit pas uniquement des biens achetés quotidiennement par les consommateurs, tels que le pain et les fruits, mais également des achats des biens durables (voitures, ordinateurs, machines à laver...) et des transactions fréquentes (telles que les loyers).

⁴Goux Jean-François, « Inflation, désinflation, déflation », Dunod, paris, 1998, p.8.

⁵Goux Jean-François, op cité, p.8.

⁶Idem, p.8.

Les éléments de cette « liste de courses » sont rassemblés et pondérés en fonction de leur importance dans les budgets des consommateurs pour établir un « panier représentatif ». Chaque mois, de nombreux enquêteurs relèvent les prix de ces articles dans différents magasins, le coût du panier est ensuite comparé dans le temps, ce qui permet d'établir des séries de l'indice des prix. Il est alors possible de calculer le taux annuel d'inflation.

L'indice des prix à la consommation repose notamment sur trois conventions :

- ✓ La période de référence choisie et la période initiale.
- ✓ Le choix des biens et services entrant dans la composition du panier de consommation.
- ✓ La définition du ménage consommateur, dit population de référence⁷.

Pour mesurer l'inflation, il faut d'abord construire un indice synthétique des prix (IPC).

1.2.1 Calcul de l'indice synthétique (IPC)

$$\text{IPC} = \frac{(\text{coût du panier de l'IPC aux prix de la période courante})}{(\text{coût du panier de l'IPC aux prix de la période de base})} \quad (3.1)$$

1.2.2 Calcul du taux d'inflation

$$\text{Taux d'inflation} = \frac{(\text{IPC de l'année} - \text{IPC de l'année précédente})}{(\text{IPC de l'année précédente})} \quad (3.2)$$

Section 2 : Les approches théoriques de l'inflation (théorie quantitative de la monnaie)

La relation quantitative insiste sur l'influence qu'exerce la quantité de monnaie sur le niveau des prix. Elle a des origines très anciennes, a été formalisée par l'économiste américain Irving Fisher en 1912.

2.1 Les formulations de la théorie quantitative

Il existe deux formulations de cette théorie, celle de Fisher présentée en 1912

« Approche par les transactions » et celle de Marchal et Pigou « Approche par les encaisses ».

2.1.1 La formulation de Fisher

Fisher s'intéresse au volume de transactions que peuvent effectuer les unités monétaires en circulation. S'il existe n biens X_i dont les prix sont p_i la valeur des échanges peut s'écrire :

$$\sum p_i X_i \quad (3.3)$$

⁷Alain Beitone, et al, op cité, 2007, p.263.

La quantité de monnaie qui a permis ces échanges a en moyenne été utilisée un certain nombre de fois, V est ce nombre moyen appelé aussi vitesse de transactions. Si la monnaie est étalon de valeur, on peut écrire l'équation des échanges :

$$M.V = \sum p_i X_i \quad (3.4)$$

On peut simplifier en faisant des X_i un bien composite T et des P_i un prix moyen pondéré qui est le prix de T . On écrira alors :

$$M.V = P.T^8 \quad (3.5)$$

Où M : la quantité de monnaie existant à un moment donné dans une économie.

V : La vitesse de circulation de la monnaie.

p : Niveau général des prix ou prix moyen pondéré :

$$\left(p = \sum \frac{p_i}{N} \right) \quad (3.6)$$

T : Volume des transactions effectuées dans une économie (volume de biens existant dans la période et qui s'échangent contre de la monnaie).

La théorie quantitative explique la détermination du prix p du bien composite T par la quantité de monnaie M . Si la quantité de monnaie augmente, sa capacité transactionnelle $M.V$ augmente. L'équilibre de la demande exprimée en terme monétaire et l'offre exprimée en terme monétaire exige que les prix augmentent.

2.1.2 La formulation de Marchal et Pigou

Pour Marchal et Pigou, les agents expriment une demande de monnaie proportionnelle à leur niveau de vie de dépense conditionné par leur revenu, ils s'intéressent au pouvoir d'achat de leurs encaisses, lui-même dépendant du niveau des prix.

L'équation des échanges de Fisher est transformée en une fonction de demande de monnaie :

$$M = PKY^9 \quad (3.7)$$

$$\frac{M}{P} = KY^{10} \quad (3.8)$$

La première forme énonce que l'encaisse nominale des agents est proportionnelle à leur revenu monétaire PY , tandis que la seconde énonce que l'encaisse réelles des agents est proportionnelle à leur revenu réel.

Y : Se déduit de T et K de $1/V$ qui est le revenu réel des agents.

⁸Michelle de Mourgues, « Macroéconomie Monétaire », Economica, Paris, 2000, p.294.

⁹MICHELLE de Mourgues, op cité, p.295.

¹⁰Idem, p.295.

M : est la quantité de monnaie existante dans l'économie (sommes des encaisses détenues par les agents).

Les agents déterminent le rapport de ces encaisses à leur niveau de dépense ; leur besoin d'encaisse égale à PKY , et l'offre de monnaie M peut être égale, que pour une seule valeur de P .

La détermination des prix est expliquée par un phénomène logique, lorsque les agents perçoivent une modification de leurs encaisses (une variation de la quantité de monnaie), ils cherchent à en retrouver le niveau requis de K en modifiant leur demande sur le marché des biens.

Un accroissement de la quantité de monnaie, qui a pour conséquence d'accroître leurs encaisses au-delà de leurs besoins, les incite-t-il à augmenter leur dépense, le niveau des prix s'accroît jusqu'à ce que les agents retrouvent entre encaisse réelle et leur revenu réel.

Section 3 : Les causes et les conséquences de l'inflation

3.1 Les causes de l'inflation

L'inflation peut provenir soit d'une hausse de la demande agrégée, soit d'une baisse de l'offre agrégée.

Selon la source de l'inflation, on distingue :

3.1.1 L'inflation par la demande

On appelle inflation par la demande, l'inflation qui résulte d'une augmentation initiale de la demande agrégée, l'inflation par la demande peut découler de n'importe quel facteur qui accroît la demande.

- ✓ Un accroissement de la masse monétaire.
- ✓ Une augmentation des dépenses publiques.
- ✓ Une augmentation des exportations.

Dans la théorie des marchés, le prix est déterminé lorsque la demande excède l'offre : le prix tend alors automatiquement à monter. Lorsqu'un tel désajustement apparaît sur un grand nombre de marchés, un écart inflationniste naît conduisant alors à une hausse du niveau général des prix¹¹.

3.1.2 L'inflation par les coûts

On appelle inflation par les coûts, l'inflation qui résulte d'une augmentation initiale des coûts. Les deux principaux facteurs de l'inflation par les coûts sont :

- ✓ la hausse des salaires nominaux.
- ✓ la hausse du prix nominal des matières premières.

A un niveau des prix, plus les coûts de production sont élevés, plus les quantités que les entreprises sont prêtes à produire sont faibles. Si les salaires nominaux

¹¹Benoit Carmichael, Michael Parkin, Robin bade, op cité, p.325.

augmentent ou si le prix des matières premières monte, les entreprises, réduisent leur offre de biens et services.

Les processus de production peuvent, en amont de marché, jouer un rôle essentiel dans la formation des prix. Ainsi, des niveaux élevés des prix des différents facteurs contribuent à accroître les coûts de production et par la même à augmenter le niveau des prix des produits¹².

3.2 Les conséquences de l'inflation

3.2.1 Les effets bénéfiques de l'inflation

Caractérisée par une augmentation des revenus nominaux distribués, l'inflation peut contribuer à soutenir la demande globale et partout à stimuler la croissance économique. Deux facteurs principaux sont susceptibles à justifier l'existence d'une relation entre l'inflation et la croissance.

a. L'inflation allège les dettes des agents économiques

L'inflation diminue le coût réel de l'endettement en fonction de la différence entre la hausse du niveau général des prix et les taux d'intérêts débiteurs en générale non révisable, ménages et entreprises ont longtemps bénéficié de taux d'intérêts réels faibles.

b. L'inflation améliore la rentabilité financière des entreprises

En période de l'inflation, les entreprises sont d'autant plus incitées à recourir aux financements externes que leurs taux de profit interne sont supérieurs aux taux d'intérêt des capitaux empruntés, car une telle situation élève la rentabilité de leurs fonds propres¹³.

3.2.2 Les effets néfastes de l'inflation

Lorsqu'elle se pérennise dans la société, l'inflation peut aussi entraîner des effets néfastes :

Elle perturbe la répartition macroéconomique des revenus et accroît l'incertitude.

a- L'inflation et perturbation de la répartition macroéconomique des revenus

Tous les agents ne peuvent pas faire évoluer leurs revenus à la même vitesse que l'inflation ; celle-ci favorise une redistribution des revenus, elle est favorable aux emprunteurs et aux titulaires de revenus flexibles, mais elle pénalise les épargnants, les créanciers et les titulaires des revenus imparfaitement indexables.

¹²Benoit Carmichael, Michael Parkin, Robin bade, op cité, p.325.

¹³Michel Bialès, Rémi Leurion, Jean-Louis Rivaud, « L'essentiel sur l'économie », 4ème édition, copyright édition Foucher, paris, 2006, p346.

b-l'inflation et l'incertitude

En rendant incertaine l'évolution des valeurs nominales des prix et des revenus, l'inflation complique les prévisions économiques et rend la croissance économique plus chaotique.

L'inflation peut ainsi conduire, lorsqu'elle est forte, à un ralentissement de la croissance économique, du produit global et une détérioration de l'emploi. D'autre part, lorsque l'inflation nationale est plus forte qu'à l'étranger, elle réduit la compétitivité de l'économie et conduit à des réajustements monétaires¹⁴.

Section4 : La politique monétaire en Algérie après 1990

4.1 Les objectif de la politique monétaire

4.1.1 L'objectif final

« La banque centrale à pour mission de créer et de maintenir dans le domaine de la monnaie, du crédit et de change, les conditions les plus favorables à un développement de l'économie nationale, en promouvant la mise en œuvre de toute les ressources productives du pays, tout en veillant la stabilité interne et externe de la monnaie».

L'objectif ultime de la politique monétaire est de maintenir la stabilité des prix, c'est-à-dire réaliser une progression limitée de l'indice des prix à la consommation.

4.1.2 Les objectifs intermédiaires

a. Fixation des normes de la croissance de la masse monétaire et du crédit intérieur

Les autorités monétaires algériennes ont voulu ramener à partir de 1990 la croissance de la masse monétaire à un niveau compatible avec celui de PIB. Une politique qui consiste à fixer un taux de croissance de la masse monétaire et du crédit intérieur.

b. Les taux d'intérêts

Avant 1990, les taux d'intérêts étaient administrés du moment où les conditions de banque étaient déterminées par le ministère des finances.

En 1990, les taux d'intérêts créditeurs « taux appliqué sur les dépôts » libéralisés dans une perspective d'attirer les encaisses thésaurisées du public.

4.2 Les instruments de la politique monétaire

Pour réaliser les objectifs de la politique monétaire, la banque centrale dispose d'une collection d'instruments qui ont été introduits au fur et à mesure de l'évolution de la liquidité bancaire.

¹⁴Michel Bialès, Rémi Leurion, Jean-Louis Rivaud, op cité p.346.

4.2.1 La réglementation prudentielle du risque

La réglementation prudentielle, est comme instrument principal de procédure des déposants, vise à limiter l'offre de crédit et à rationaliser les conditions et les procédures d'allocation des ressources¹⁵.

4.2.2 L'encadrement du crédit

Il s'agit de plafonnement par banque des crédits.

4.2.3 Le taux du réescompte

La manipulation du taux de réescompte a constitué le principal outil de la politique monétaire algérienne, la procédure de réescompte était la source privilégiée du refinancement des banques, et le taux de réescompte constitue ainsi le taux directeur des crédits à l'économie.

4.2.4 Les réserves obligatoires

C'est un instrument qui vient renforcer le pouvoir de contrôle exercé par la banque d'Algérie en accord avec l'objectif final de la politique monétaire qui vise la stabilité des prix avec la réduction de l'inflation .

4.2.5 Les interventions de la banque centrale sur le marché monétaire

Il s'agit d'instrument de régulation monétaire qui passe par le marché monétaire. Les autorités monétaires ont accordé une importance particulière au développement de ce type d'instruments pour le contrôle de la liquidité bancaire, ils ont été introduits pour la plupart entre 1994 et 1998 lors de réalisation de programme d'ajustement structurel (PAS). Le marché monétaire constitue l'ancrage pour les instruments indirects de la politique monétaire qui sont :

a. Les opérations de pension d'effets publics et privés

Les opérations de pension ont été introduites lors de la réforme du marché monétaire en 1990.

Elles constituent la première manifestation de la banque d'Algérie sur le marché monétaire. Pour régler la liquidité bancaire, la banque d'Algérie intervient quotidiennement sur le marché interbancaire par les opérations de pension à 24 heures, il s'agit d'injecter ou d'éponger la liquidité par mise en pension.

b. Les adjudications de crédits par appel d'offre

Le système d'adjudication de crédit par appel d'offre est instauré par l'instruction de 1995 portant organisations du marché monétaire, il vient concurrencer le

¹⁵Site de la banque d'Algérie.

réescompte comme source principale de refinancement. La demande de liquidité sera ainsi graduellement canalisée vers le marché monétaire.

C. Open Market

Pour l'opération d'open market, la banque d'Algérie achète et vend sur le marché secondaire des effets publics ayant moins de six mois à courir et des effets privés admissibles au réescompte et aux avances.

• L'opération de reprise de la liquidité

Le marché monétaire Algérien connaît une surliquidité à partir de l'année 2001. Devant réguler la liquidité des banques et rééquilibrer le marché a introduit un nouvel instrument lui permettant d'éponger l'excès de liquidités sous la forme d'une reprise de liquidité, cet instrument consiste en l'emprunt de fonds par la banque d'Algérie auprès des banques commerciales sans mise en pension d'effets publics ou privés¹⁶.

• La surliquidité bancaire et la politique monétaire

Une grande liquidité des banques a caractérisé la scène monétaire depuis le second semestre 2001. Cette situation est due essentiellement à trois facteurs :

- L'accroissement continu des dépôts des entreprises d'hydrocarbures traduisant une conjoncture pétrolière favorable.
- le désendettement du trésor auprès des banques publiques. En effet en 2001, le trésor a injecté 100 milliards de dinars dans le système bancaire,
- le développement de l'activité de collecte des ressources par les banques entre 2000 et 2002 le montant total des ressources collectées par les banques est monté de 1441,8 milliard de dinars à 2127,35 milliard de dinars, soit une hausse de 47%.

5.3 Les mesures de politique monétaire par la banque d'Algérie

« Dès l'observation de l'accélération de l'inflation au premier trimestre 2012 qui a atteint 5,91 % à mars 2012, la Banque d'Algérie a :

- *augmenté le montant des reprises de liquidité de 250 milliards de dinars faisant passer les reprises de liquidité de 1100 milliards de dinars à 1350 milliards de dinars à compter du 30 avril 2012 ;*
- *Relevé le taux de constitution des réserves minimales obligatoires de deux points de pourcentage (de 9 % à 11 %) à compter du 15 mai 2012 (début de la période de constitution des réserves obligatoires).*

Ces mesures de politique monétaire ont contribué à mieux gérer l'excès de liquidité sur le marché monétaire, et par là à atténuer son effet inflationniste, en situation de croissance modérée de la masse monétaire M2 (11,47 %). De plus, ce

¹⁶Site de la banque d'Algérie.

rythme est en phase avec l'objectif quantitatif arrêté par le Conseil de la monnaie et du crédit pour l'année 2012¹⁷.

Vu le niveau élevé de l'inflation enregistré au cours de l'année passée, la Banque d'Algérie a introduit à compter du 15 janvier 2013 un nouvel instrument de politique monétaire, à savoir la reprise de liquidité à six mois à un taux de rémunération de 1,50 %.

Cet allongement de la maturité des reprises de liquidité vise à absorber plus de liquidités stables des banques. L'objectif corrélatif escompté est d'inciter les banques à augmenter la rémunération des dépôts à terme, ce qui susciterait une hausse plus importante des dépôts à terme des ménages à des maturités plus longues. Il en résulterait une substitution partielle de l'épargne financière à la consommation des ménages, surtout que l'année 2012 a enregistré une forte expansion des dépôts à terme.

Aussi, parallèlement aux mesures d'inclusion financière au profit des ménages (ouvertures de comptes, amélioration des services bancaires, ...) engagées début janvier 2013, les banques sont appelées à stimuler davantage, par une meilleure rémunération, l'épargne financière des ménages notamment pour motif d'accès au logement».

❖ Les mesures structurelles pour endiguer l'inflation endogène

Compte tenu du caractère multidimensionnel de l'inflation (monétaire, accroissement des revenus, ...), il importe de souligner que les mesures de politique monétaire engagées par la Banque d'Algérie doivent être nécessairement accompagnées, notamment en 2013, par des mesures de politiques économiques portant sur :

-Les revenus qui devraient à l'avenir évoluer périodiquement, en liaison avec la productivité et l'inflation, pour éviter les chocs de demande tels ceux des années 2011 et 2012, leurs augmentations amples et subites entretenant la spirale revenus-inflation ;

-l'expansion de l'offre de biens qui contribuerait à réduire les prix d'équilibre sur les marchés même si l'évolution récente ne montre pas des déséquilibres fondamentaux entre les offres et les demandes. En particulier, l'augmentation de l'offre de logements satisferait la forte demande des ménages et impulserait une épargne additionnelle, réduisant ainsi la demande de consommation courante. Une action volontariste des pouvoirs publics en matière de programmes de logements promotionnels, s'appuyant sur une large campagne d'information, garantirait le succès de cette approche ;

-L'organisation des marchés de gros dont le nombre devrait sensiblement augmenter, la transparence des transactions

-L'amélioration de la régulation des marchés des produits frais, principalement celui de la viande ovine¹⁸.

¹⁷Rapport de la banque d'Algérie.

¹⁸Site de banque d'Algérie.

« Pour le suivi de l'objectif d'inflation même implicite en 2010, la banque d'Algérie a renforcé la prévision à court terme du taux d'inflation au moyen d'un modèle de types ARIMA. Les propriétés statistiques du modèle se sont révélées robuste.

Le modèle théorique retenu et la distribution des observations utilisées dans l'estimation des paramètres du modèle se superposent parfaitement. Les tests statistiques de validation de ce modèle ainsi que la comparaison a posteriori entre les prévisions du modèle et les réalisations, confirment la robustesse du modèle et la bonne qualité des ses prévisions sur un horizon de six mois en comparaison avec les réalisations.

La prévision de l'inflation en moyenne annuelle pour fin décembre 2010 effectué en septembre 2010 ne diffère que de 0.1 point de pourcentage du taux d'inflation effectif calculé par l'ONS. En conséquence, l'inflation annuelle moyenne est restée en phase avec les prévisions à court terme.

En fin, l'importante réforme du cadre de la politique monétaire en août 2010 nécessite une période de transition, reposant sur l'efficacité de la conduite de la politique monétaire, notamment durant les années de la crise financière internationale et de la crise économique mondiale. Le passage au nouveau cadre de la politique monétaire se conjuguera au développement des instruments de stabilité financière, eu égard au renforcement des prérogatives de la banque d'Algérie en la matière¹⁹ ».

Section 5 : L'indice des prix à la consommation en Algérie

L'indice des prix à la consommation à pour objet de mettre en évidence les variations au cours du temps des prix payés par les consommateurs pour un ensemble de biens et services achetés dans les magasins, au marché ou à tout autre point de vente.

Ce type d'indice à une signification bien précise, il mesure l'évolution de prix d'un même panier des biens et services jugé représentatif de la consommation des ménages. Plus simplement, il indique combien il faut dépenser en plus (ou en moins) pour consommer la même chose qu'à une période donnée.

L'indice calculé par l'Office National des Statistiques (O.N.S) est élaboré selon des méthodes classiques d'observation des prix et de calcul d'indice. Il s'agit d'un indice de prix de type LASPEYRES et dont les structures de panier pour l'année de base sont établies à partir d'enquêtes nationales sur la consommation des ménages.

La première enquête sur les dépenses de consommation des ménages remonte à 1967-1968 et l'indice calculé avait comme base l'année 1969.

Depuis, cette enquête réalisée généralement tous les 10 ans et le renouvellement des pondérations de l'indice des prix à la consommation (IPC) s'effectuent à la faveur des résultats de celle-ci.

¹⁹ Site de la banque d'Algérie.

L'indice calculé publié actuellement à comme base l'année 1989. Cependant, suite à l'enquête sur les dépenses de consommation des ménages réalisée en 2000-2001 et dans l'optique d'une amélioration essentiellement qualitative du dispositif de suivi des prix, une révision de la base de cet indice a été entreprise. Cette dernière a pris en compte l'ensemble des modifications intervenues (changement de structures, nouvelles variétés aussi parallèlement à celle de 1989).

L'ONS élabore un indice de la ville d'Alger et un indice national des prix à la consommation. L'indice national est calculé sur la base d'observation des prix effectuée sur 17 villes et villages représentatifs des différentes régions du pays²⁰.

5.1 Elaboration de l'indice des prix à la consommation

5.1.1 Aspects d'échantillonnage

Pour le suivi de l'évolution des prix, il est bien évident qu'il est impossible d'observer partout et à tous les moments les prix de tous les produits. Ce n'est pas seulement le coût de l'opération qui est en cause mais la possibilité même de sa réalisation, l'ONS a constitué des échantillons qui sont définis par :

a. Echantillon de biens et services

L'ONS dispose d'un échantillon de plus de 260 produits (articles) représentatif de l'ensemble des dépenses de consommation des ménages.

Afin d'assurer une meilleure couverture de l'ensemble de prix des produits, un découpage de biens et services de consommation est fait. On distingue différentes classifications :

- ✓ 03 catégories (alimentation, produits manufacturés, services.)
- ✓ 08 groupes (alimentation, habillement, logement, ameublement, santé, transport, éducation-culture, loisirs et divers).
- ✓ 63 sous-groupes, environ 260 articles et 732 variétés.

Cette classification de biens et services consommés en 08 groupes et 63 sous groupes est celle recommandée par les classifications internationales pour les besoins du système de comptabilité nationale de SCN 68. Cependant un travail de classification selon le SCN93 (12 groupes) a été entamé.

Pour définir l'échantillon de biens, on procède de la manière suivante :

Chaque sous-groupe de la nomenclature de l'enquête des dépenses des ménages est décomposé en un certain nombre de postes de dépenses homogènes, tel que tout produit appartenant au sous-groupe puisse être classé d'une façon univoque dans un poste du sous-groupe.

À l'intérieur de chaque sous-groupe on choisit les articles sur la base des critères suivants :

²⁰Aicha Kadi, «Note sur l'indice des prix à la consommation, ONS -Algérie», séminaire sur l'indice des prix à la consommation ; Genève du 7 au 8 mai 2008, p1-p3.

- ✓ Les articles correspondent à des produits courant susceptibles d'être achetés par un grand nombre de ménages ;
- ✓ Les articles doivent être de qualité continue et de spécification assez simple, permettant une identification rapide et des mesures précises de niveau de prix.
- ✓ Les évolutions de prix de ces articles doivent être considérées comme représentatives de celles des consommations dont ils portent la pondération.

Pour assurer cette représentativité, chaque article est représenté par une ou plusieurs variétés. Pour le choix de la variété, c'est également la dépense annuelle, la fréquence de la dépense et l'utilité du produit qui sont prises en compte.

Sur la base de ces 3 critères et pour les 260 articles il est retenu globalement 732 variétés et 300 variétés de remplacement qui sont enquêtées normalement et qui permettent de mettre à jour les séries de prix moyen en cas de disparition temporaire ou totale d'un produit équivalent.

b. Echantillon des points de vente

Il existe deux catégories de produits, ceux dont les prix constituent des tarifs collectés auprès des organismes et entreprises et ceux relevés sur la base d'observation dans les points de vente²¹.

Pour la 1^{ère} catégorie, il s'agit par exemple des tarifs de l'électricité, du gaz, des transports etc...

En ce qui concerne la 2^{ème} catégorie, l'Office National des Statistiques (ONS) dispose également d'un échantillon de points de vente. Les points de vente retenus sont des commerces réguliers et des marchés de fruits légumes. Ces points de vente ont été géographiquement répartis de façon à assurer la représentativité la plus correcte possible c'est-à-dire une couverture satisfaisante des zones d'approvisionnement des ménages. Nous parlerons essentiellement de la ville d'Alger, la même méthodologie étant relevée pour un échantillon des 17 villes et villages qui constituent l'indice national.

Ainsi pour la ville d'Alger, le champ d'observation est constitué de 10 secteurs géographiques.

Bab-El-Oued, d'Alger Centre, El-Biar, Belcourt, El-Hama, Bir Mourad-Rias, El-Mouradia, El-Madania, Kouba, Hussein-Dey.

Les points de vente ont été choisis directement sur le terrain en considération de leur bon achalandage (en clients et en produits), selon le type de questionnaires (les catégories de biens et services) et selon leur dispersion. A titre d'exemple et toujours pour la ville d'Alger il a été retenu :

- ✓ 8 marchés pour les fruits et légumes ,36 points de vente sont pour les viandes, 36 points de vente pour la volaille, 69 pour l'habillement, 21 pour la santé.

²¹Aicha Kadi, OP cité, p.4.

C. Choix de dates d'observation

Les prix des produits observés dans les points de vente, sont relevés à cadence régulière au cours du temps, et selon une certaine périodicité.

Il est évident que les produits dont les prix varient souvent, demandent une observation fréquente, alors qu'on peut s'accommoder de relever les produits dont les prix changent moins souvent.

Trente quatre type (34) de questionnaires sont utilisés pour le relève de ces prix.les prix relevés sont ceux affichés par les commerçants, soit déclarés par ces derniers. Chaque enquêteur remplira pour chaque point de vente le questionnaire prévu selon le calendrier et le programme d'enquête²².

Tableau N° 9 : Intitulé des 34 questionnaires utilisés dans le cadre de l'enquête sur les prix à la consommation.

1	Fruits, légumes et poissons frais
2	Boucherie-volaille œufs
3	Alimentation-boissons non alcoolisées
4	Epicerie et produits de nettoyage
5	Boulangerie-pâtisserie –moderne-orientale
6	Habillement Homme
7	Habillement Femme
8	Habillement Enfants et Bébé
9	Tissus d'Habillement et d'Ameublement
10	Mercerie et effets personnels
11	Chaussures
12	Electricité –gaz-Eau-postes et télécommunication
13	Loyers
14	Transports
15	Matériels et produits pour réparation
16	Meubles et accessoires d'ameublement
17	Electroménagers
18	Ustensiles de cuisines- verrerie-vaisselle
19	Médicaments, optique -appareils thérapeutique
20	Services médicaux
21	Articles et produits de beauté et toilette
22	Achat de véhicules-moto cycles
23	Pièces détachées et accessoires auto
24	Service d'entretien Assurance auto
25	Service de spectacle-culture-loisirs
26	Fournitures scolaires
27	Droits de scolarisation
28	Articles de chasse, pêche camping, sport, jouet
29	Bijouterie-horlogerie
30	Appareils-photos et accessoires
31	Cafés-bars-hôtels
32	Restauration
33	Blanchissage, dégraissage, coiffure, bain, douche
34	Boissons alcoolisées, tabacs, journaux

Source : Aicha Kadi, OP cité, p.5.

²²Aicha Kadi, OP cité, p.4.

Les relevés des prix sont effectués selon un programme d'enquête préalablement fixé. Les fréquences d'observation varient selon la nature du produit et les fréquences de variation des prix. Aussi les produits dont les prix varient souvent sont observés selon des fréquences plus rapprochées (fruits et légumes), alors que d'autres produits (habillement, loyer) connaissent des relevés de prix plus espacés.

Le questionnaire fruits et légumes compte 58 variétés qui sont enquêtées 3 fois par semaine ; le questionnaire volailles-viande-œufs renseigne 2 fois par mois. Pour les autres variétés, la périodicité est, soit mensuelles soit trimestrielle.

Ce programme d'enquête est établi de telle façon que tous les mois, la plupart des groupes soient enquêtés partiellement (au tiers) afin de relever tout mouvement des prix intervenant au cours du mois. Exemple : l'habillement comporte 5 questionnaires enquêtés au cours du trimestre, l'enquête étant répartie par sous-groupe sur l'ensemble du trimestre. Selon cette méthodologie, on peut dire que l'ensemble des variétés rentrant dans le calcul de l'indice, sont enquêtées au moins une fois par trimestre.

Ainsi au total et pour la ville d'Alger, plus de 11000 prix sont relevés mensuellement et constituent la base de données pour le calcul de l'indice.

5.1.2 Observation des prix et méthode de calcul²³

L'observation porte sur les prix à la consommation, terme préférable à celui de prix de détail, car dans beaucoup de cas, la vente se fait du producteur au consommateur (pain, coiffure, transport...), ce qui justifie l'utilisation de prix à la consommation. Les prix de détail faisant référence à un stade de commercialisation par comparaison avec les prix de gros.

En fait, il s'agit des achats pour la consommation des ménages, c'est-à-dire des achats de biens et services que font les particuliers pour leur usage en tant que consommateurs.

Le prix retenu est celui payé par le consommateur pour acquérir un bien ou un service, quelles que soient les taxes ou autres qui peuvent être contenus dans ce prix. Il s'agit des prix d'offre qu'ils soient indiqués sur le lieu de vente ou non. Dans ce dernier cas l'enquêteur est tenu de demander le prix sur le lieu d'achat.

À partir des prix relevés, la première étape est la plus importante de la chaîne de calcul de l'indice, consiste à sélectionner la série des prix pour chaque variété.

L'objectif étant de rejeter les prix jugés erronés ou non conformes à la variété de départ. Une fois, cette phase terminée, un prix moyen est calculé pour chaque variété.

Le prix moyen calculé pour l'enquête précédente sert également de repère dans la détermination du prix moyen définitif. Pour un principe de base, devra être respecté pour permettre la comparabilité de prix. Pour une variété donnée, le nombre de prix relevés servant au calcul du prix moyen doit être constant d'une enquête à l'autre, plus précisément égal au nombre de points de vente. Pour respecter ce principe et chaque fois que cela est nécessaire, les prix manquants sont estimés ou reportés selon le cas à traiter.

²³Aicha Kadi, OP cité, p.6.

Comme il est calculé un indice pour la ville d'Alger et un indice national, 17 villes et villages sont concernés par cet indice. L'enquête sur les prix étant réalisée au niveau de chaque ville et village, cette façon de procéder est valable pour l'ensemble des régions.

a. Traitement des produits frais

En raison du caractère saisonnier de leur disponibilité et de leur commercialisation, les produits frais, à savoir les légumes, les fruits et la pomme de terre obéissent à un traitement particulier.

Ces produits présentent un caractère saisonnier marqué, non seulement de leurs prix, mais aussi des quantités offertes sur le marché pendant plusieurs mois de l'année.

À ces fluctuations saisonnières, s'ajoutent des aléas dus à des facteurs climatiques (sécheresse, gel) et économique (surproduction).

Ainsi pour une année donnée, les mois (périodes de calcul de l'indice) ne peuvent tous avoir la même composition (ou le même panier) de produits frais, c'est pourquoi des paniers mensuels ont été arrêtés.

Le fait de procéder à la détermination des paniers mensuels revient à ne retenir dans le calcul des indices mensuels que les prix des variétés pendant leur pleine saison.

Ce traitement est appliqué à 58 variétés regroupées dans l'article légumes frais (du sous-groupe légumes), l'article fruit frais (du sous-groupe fruits) et le sous-groupe pomme de terre. Tous ces produits font partie du groupe alimentation-boissons non alcoolisées.

Ainsi à partir d'un panier mensuel de pleine saison; il est calculé un indice, Cet indice compare les coûts du même panier (mensuel) du mois courant et du mois de même nom de l'année de base. Les prix de base des variétés du panier ainsi que les pondérations sont mensuels. Cependant le poids de chaque article (ainsi que le sous-groupe) est fixé durant l'année de base.

Les paniers de l'année de base sont établis à partir des fréquences d'observation mensuelle des consommations obtenues au cours de l'enquête sur les dépenses des ménages de l'année qui a servi de base pour le calcul de l'indice. Le choix des 12 paniers mensuels et la structure de leur pondération s'effectue en tenant compte de plusieurs critères, notamment les mois d'existence de la variété et l'importance de la dépense mensuelle de la variété²⁴.

b. La désaisonnalisation

L'ONS élabore conjointement avec l'indice brut, un indice désaisonnalisé qui traduit les fluctuations de prix non induites par le caractère saisonnier.

Une variation saisonnière est une variation qui tend à se produire d'une manière régulière chaque année, sous l'influence de phénomènes naturels périodiques dus au

²⁴ Aicha Kadi, OP cité, p.7.

retour des saisons ou par l'effet de certains comportements et coutumes, et dont le rythme se renouvelle dans une période égale ou inférieure à une année²⁵.

La méthode utilisée pour la désaisonnalisation de l'indice de la ville d'Alger est celle appliquée pour le traitement des séries chronologiques à l'aide des moyennes mobiles dans le cadre du schéma multiplicatif, l'objectif essentiel étant de déterminer le coefficient saisonnier de chaque mois de l'année. Le modèle multiplicateur implique pour le calcul des coefficients saisonniers, l'utilisation de la méthode des rapports à la moyenne mobile, cette méthode présentant l'avantage de ne pas nécessiter d'hypothèse sur le caractère de la tendance générale.

On calculera donc pour chaque mois de la série chronologique prise en considération le rapport : (valeur observée / valeur moyenne mobile). La moyenne des rapports obtenue pour les mois similaires de chaque année de la période de référence constitue le coefficient saisonnier dont le rapport avec l'indice brut observé donnera l'indice désaisonné.

Cette désaisonnalisation cible les produits frais dont la fluctuation des prix reste très importante et un indice général avec produits frais désaisonnés est élaboré.

5.2 Résultats et publication²⁶

L'objectif de cette enquête étant le calcul de l'indice des prix à la consommation, l'indice est disponible avant le 10 du mois qui suit le mois considéré. Parmi les indicateurs calculés, on relèvera :

a. Pour la ville d'Alger

L'indice par groupe de produits. Cet indice comporte huit (08) groupes de produits ;

- ✓ L'indice par catégorie de produits ; cet indice constitue un regroupement des dépenses de consommation en trois grandes catégories :
- Biens alimentaires,
- biens manufacturés et services avec une différenciation pour biens alimentaires entre produits agricoles frais,
- Biens industriels.

Cet indicateur présente un intérêt certain pour les facteurs explicatifs de la hausse des prix. Ces derniers peuvent être mis en parallèle avec d'autres indicateurs sectoriels que les indicateurs en volume (production agricole, production industrielle...).

- ✓ L'indice par sous-groupe des biens alimentaires ainsi que des produits frais.
- ✓ L'indice désaisonné
- ✓ L'évolution des prix moyens mensuels
- ✓ L'indice des prix des produits réglementés.
- ✓ L'indice des prix des produits à fort contenu d'import ; il s'agit essentiellement des produits rentrant directement ou indirectement dans la consommation des ménages et dont les prix ne sont pas réglementés.

²⁵Idem.

²⁶Aicha Kadi, OP cité, p.9.

b. Pour le national

- ✓ L'indice par groupe de produit
- ✓ Comparaison entre l'indice de la ville d'Alger et l'indice national pour le général et les biens alimentaires.

Pour chaque mois, différentes variations sont calculées à chaque niveau d'agrégation ; il s'agit :

- **La variation mensuelle**
C'est la variation de l'indice des prix par rapport au mois précédent.
- **Le glissement annuel**
C'est la variation de l'indice du mois par rapport à l'indice du même mois de l'année écoulée.
- **La hausse en moyenne annuelle**
C'est le rapport entre la moyenne des indices de l'année courante et la moyenne des indices de l'année précédente.

Pour un mois donné, on peut aussi calculer la variation relative de l'indice au cours des 3 derniers mois, des 6 dernier mois, ce qui permet de mieux interpréter les mouvements récents des niveaux de prix pour le suivi de la conjoncture²⁷.

Conclusion

La cause immédiate de l'inflation est toujours et partout la même : un accroissement anormalement rapide de la quantité de monnaie par rapport au volume de la production. En d'autres termes, l'inflation est dûe à un excès de monnaie, donc on conclut que toute augmentation de la quantité de monnaie se traduit par une hausse des prix. Le niveau général des prix dépend directement et uniquement de la masse monétaire. Pour contrôler l'inflation, il suffit que la banque centrale contrôle l'évolution de la masse monétaire.

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter notre travail empirique, qui consiste à étudier les variations de l'indice des prix à la consommation à travers les tests de racines unitaire sans rupture (test de Dickey-Fuller et Dickey-Fuller augmenté, Philips-perron) et des tests de racines unitaire avec rupture et nous allons essayer de construire un modèle adéquat de prévision des variations de l'indice des prix à la consommation en Algérie, allant de 1999 jusqu'à 2012.

²⁷Aicha Kadi, OP cité, p.9.

Chapitre IV

*Application empirique à la série des
variations de l'indice des prix à la
consommation*

Introduction

Ce chapitre est consacré à l'analyse empirique des variations mensuelles de l'indice des prix à la consommation en Algérie sur la période de 1999 jusqu'à 2012, afin de mettre en évidence les caractères de la non stationnarité de la série et de vérifier si elle est stationnaire à travers les tests de racine unitaires sans rupture de Dickey-Fuller et les tests de Philips-Perron; ainsi que le test de racine unitaire avec rupture de Perron où la date de rupture est traitée comme une variable aléatoire connue, ainsi détecter la date de rupture qui est traitée comme une variable aléatoire inconnue; le point de changement est estimé ou lieu d'être fixé.

En premier lieu, nous commençons à analyser le graphe de la série brute des variations de l'indice des prix à la consommation, après nous allons appliquer les différents tests de racine unitaire à savoir les tests de Dickey-Fuller et les tests de Philips-Perron pour vérifier la stationnarisation de la série des variations de l'indice des prix à la consommation; et une fois notre série étant stationnaire en tendance et en variation saisonnière on se propose de la modéliser par la méthodologie de Box et Jenkins, à savoir l'identification, l'estimation, validation et prévision dont nous allons effectuer une prévision de l'indice des prix à la consommation pour l'année 2013.

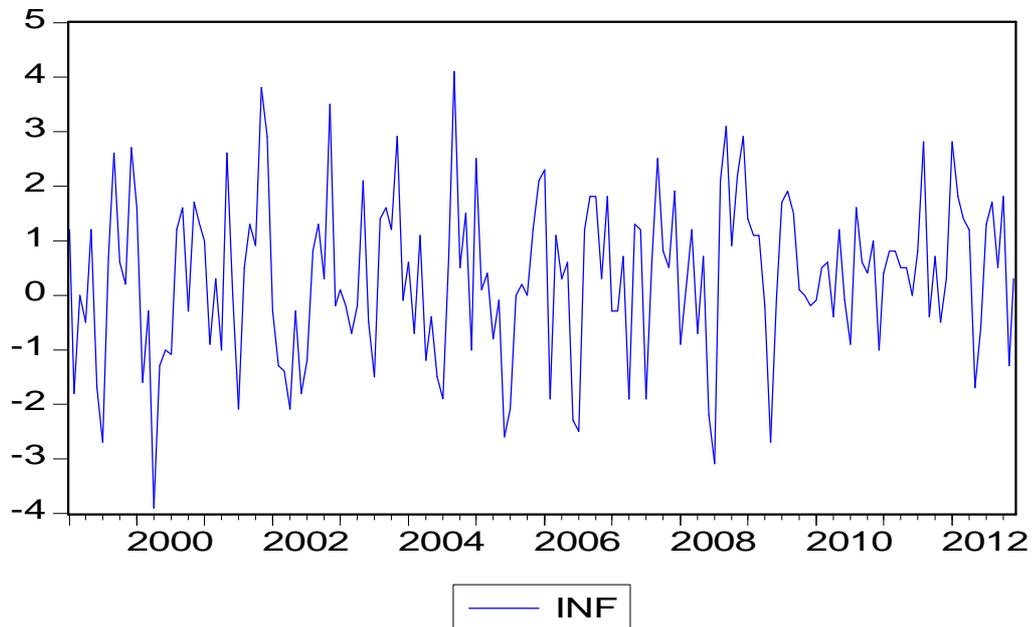
En deuxième lieu nous allons soulever le problème des perturbations par des événements extérieurs, dont les effets se sont fait sentir par la présence des observations aberrantes et des ruptures de tendances et de vérifier leurs significativités à travers le test de Perron, et une fois ces ruptures sont significatives d'un point de vue statistique on va les intégrer dans la modélisation de la série des variations de l'indice des prix à la consommation, afin de déterminer un meilleur modèle de prévision, sinon on va les rejeter et on va pas les intégrer dans la modélisation.

En dernier lieu, nous allons essayer de traiter les points de changement de structure dans la tendance de la série, par l'application de test de Perron et Vogelsang (1992) afin de détecter les dates de rupture qui sont traitées comme des variables aléatoires inconnues, et les intégrer dans la modélisation pour trouver le modèle optimal afin d'avoir des bonnes qualités de prévision future de l'indice des prix à la consommation.

Section 1 : Application des tests de racine unitaire sans rupture

1.1 Analyse graphique de la série brute des variations de l'indice des prix à la consommation (IPC)

Pour effectuer l'analyse graphique, nous allons présenter le graphe de la série des variations mensuelles de l'indice des prix à la consommation dans la figure suivante :

Figure N°01 : Graphe de la série des variations mensuelles de l'IPC de 1999 à 2012.

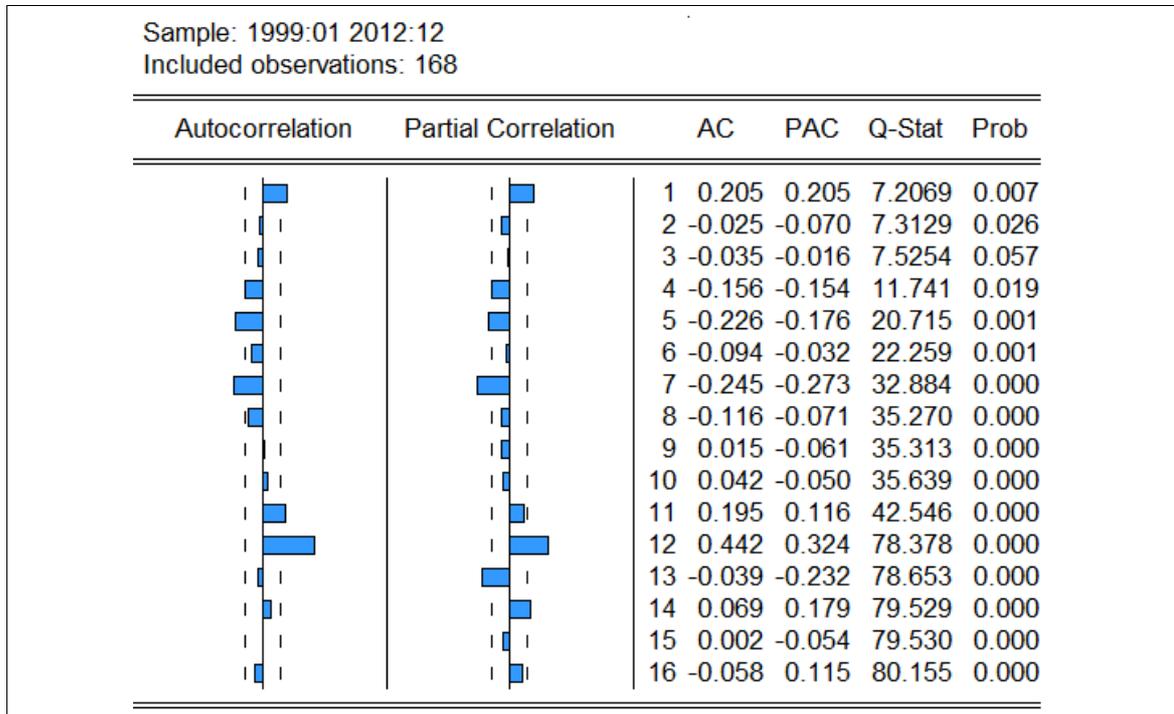
Source : établi par nous-mêmes à partir du logiciel EVIEWS. .

Ce graphique représente les variations mensuelles de l'IPC en Algérie de la période de 1999 jusqu'à 2012, on remarque que la série est affectée par une tendance approximativement linéaire, qui fait apparaître en générale une stabilisation de la série à l'exception de quelque point, par exemple en 2001, 2002, 2004 et 2008 où il y a des hausses des prix, et aussi la présence de la variation saisonnière, la chose qu'on va analyser avec précision dans l'étude de corrélogramme par la suite.

D'après l'observation graphique, la série des variations de l'IPC apparaît non stationnaire à la présence de la composante saisonnière, cette intuition de non stationnarité peut être affirmée par l'étude de corrélogramme et l'application des différents tests de racine unitaire.

1.2 Etude de corrélogramme des variations mensuelles de l'IPC.

Figure N°02 : Corrélogramme de la série brute.



Source : établi par nous-mêmes à partir du logiciel EVIEWS.

Le corrélogramme de la série des variations mensuelles de l'IPC reporte les valeurs de la statistique de Lyung-Box (Q-stat) permettant de tester l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation (hypothèse d'un Bruit Blanc) pour un nombre de retards allant de 1 Jusqu'à 16. Les traits verticaux définissent les bornes de l'intervalle de confiance, chaque terme, autocorrélation et autocorrélation partielles qui sort de l'intervalle de confiance est significativement différents de zéro.

On constate que la statistique de Lyung-Box pour un retard ($h = 16$) est de valeur 80.155 qui est largement supérieur à la valeur lue dans la table de Khi-deux à 16 degré de liberté qui est de 26,29 ce que nous permet de rejeter l'hypothèse d'un Bruit Blanc.

On constate aussi que le corrélogramme laisse apparaitre un pic très marqué pour un retard ($h = 12$) qui est précisément égale la périodicité des données, ce qui confirme que la série des variations de l'IPC est saisonnière.

Ces éléments nous permettent de dire que la série des variations de l'IPC est non-stationnaire. Pour cela nous allons vérifier cette hypothèse par l'application des tests de racine unitaire seulement en termes de tendance, avant de procéder, on doit d'abord désaisonnaliser la série des variations de l'IPC.

1.3 Dessaisonnalisation de la série brute

D'après le graphe de la série mensuelle brute des variations de l'IPC, le schéma semble qu'il est additif car l'amplitude des variations est constante et aussi la série brute

contient des observations négatives. À l'aide de logiciel Eviews nous allons dessaisonnaliser la série des variations de l'IPC (INF) et on obtient une nouvelle série notée (INFSA) sur la quelle on va effectuer les tests de racine unitaire.

Tableau N°10 : Les coefficients saisonniers (CS).

Mois	1	2	3	4	5	6
CS	0.5008	-0.5612	0.1191	-1.1625	-0.1693	-1.2337
Mois	7	8	9	10	11	12
CS	-1.7266	0.8720	1.3406	0.2614	1.063	0.6941

Source : Etabli par nous-mêmes.

1.4 Test de Dickey-fuller augmenté (DFA)

L'application de test DFA nécessite de déterminer le nombre de retards à retenir afin de blanchir les erreurs. Le nombre de retards que nous avons choisi est celui appartient le coefficient significative. Cela est confirmé par le choix de nombre de retards qui minimise les critères d'Akaike et Schwarz et qui maximise le critère de Log likelihood en dernier lieu dans le cas où il y a la difficulté d'effectuer le choix.

Le tableau suivant représente le choix de nombre de retards selon les critères d'Akaike et Schwarz et Log likelihood pour l'un des modèles.

Tableau N° 11: Choix de nombre de retards selon les critères d'Akaike et Schwarz.

Retards Modèles		0	1	2	3	4
		Modèle [3]	Akaike	3.129183	3.116864	3.132984
Schwarz	3.185194		3.191851	3.227104	3.232607	3.256101
Log likelihood	-258.2867		-254.6997	-253.4712	-249.7742	-247.5441

Source : Etabli par nous-mêmes.

Les valeurs qui sont en GRAS sont les valeurs qui minimisent les deux critères d'Akaike et Schwarz et maximisent le critère Log likelihood, dans notre cas le retard qui sera retenu dans le test de Dickey-fuller augmenté est le retard (1).

On suivant la stratégie séquentielle descendante de DFA (modèle [3], modèle [2], modèle [1]). Les résultats obtenus sont :

Pour le modèle [3] avec constante et tendance, le résultat est :

Tableau N°12 : Test DFA sur INFSA Pour le modèle [3] avec constante et tendance.

ADF Test Statistic	-9.629238	1% Critical Value*	-4.0158	
		5% Critical Value	-3.4376	
		10% Critical Value	-3.1427	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(INFSA)				
Method: Least Squares				
Date: 05/14/13 Time: 12:15				
Sample(adjusted): 1999:03 2012:12				
Included observations: 166 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
INFSA(-1)	-1.004112	0.104277	-9.629238	0.0000
D(INFSA(-1))	0.147945	0.079040	1.871775	0.0630
C	0.095593	0.178805	0.534622	0.5936
@TREND(1999:01)	0.002991	0.001880	1.591247	0.1135

Source : établi par nous-mêmes à partir du logiciel EVIEWS

La *t-statistique* associée au coefficient de la tendance est de (1.591247) est inférieur à la valeur critique tabulée par Student lue dans la table au seuil de 5% (1.96). On accepte l'hypothèse d'absence de tendance et on rejette l'hypothèse d'un processus TS. Donc on passe à l'estimation du modèle [2].

Tableau N°13 : Test DFA sur INFSA Pour le modèle [2] avec constante.

ADF Test Statistic	-9.459946	1% Critical Value*	-3.4708	
		5% Critical Value	-2.8789	
		10% Critical Value	-2.5759	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(INFSA)				
Method: Least Squares				
Date: 05/14/13 Time: 12:22				
Sample(adjusted): 1999:03 2012:12				
Included observations: 166 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
INFSA(-1)	-0.970344	0.102574	-9.459946	0.0000
D(INFSA(-1))	0.129192	0.078523	1.645282	0.1018
C	0.336542	0.095539	3.522572	0.0006

Source : établi par nous-mêmes à partir du logiciel EVIEWS

La *t-statistique* associée au coefficient de la constante est égale à (3.522572) est supérieur à la valeur critique tabulée par Student lue dans la table au seuil de 5% (1.96). Donc la constante est significative, on teste l'hypothèse nulle de racine unitaire en comparant la *statistique* de DFA (-9.459946) qui est inférieure à la valeur tabulée par Dickey-Fuller au seuil de 5% (-2.87), ce que nous permet de dire que la série INFSA est stationnaire, sa forme fonctionnelle est :

$$INFSA_t = 0.3365 - 0.9703INFSA_{t-1} + 0.1291DINFSA_{t-1} \quad (4.1)$$

Dans ce cas la procédure du test de DFA s'arrête et on peut travailler sur la série INFSA, mais on va essayer d'appliquer d'abord un autre test de Philips et Perron qui est parmi les tests les plus utilisés en pratique.

1.5 Le test de Philips-Perron

La mise en œuvre du test de Philips-Perron (PP) est identique à celle du test de Dickey-Fuller.

On suit la même stratégie séquentielle descendante à la série INFSA une fois le choix de troncature est déterminé.

Tableau N°14 : Test PP sur INFSA Pour le modèle [3] avec constante et tendance.

PP Test Statistic	-11.29552	1% Critical Value*	-4.0155	
		5% Critical Value	-3.4374	
		10% Critical Value	-3.1427	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Lag truncation for Bartlett kernel: 0 (Newey-West suggests: 4)				
Residual variance with no correction			1.290949	
Residual variance with correction			1.290949	
Phillips-Perron Test Equation				
Dependent Variable: D(INFSA)				
Method: Least Squares				
Date: 05/14/13 Time: 12:46				
Sample(adjusted): 1999:02 2012:12				
Included observations: 167 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
INFSA(-1)	-0.876513	0.077598	-11.29552	0.0000
C	0.058720	0.178320	0.329297	0.7424
@TREND(1999:01)	0.002784	0.001858	1.498653	0.1359

Source : établi par nous-mêmes à partir du logiciel EVIEWS

La *t-statistique* associée au coefficient de la tendance est de (1.4986) est inférieure à la valeur critique tabulée par Student lue dans la table au seuil de 5% (1.96).

On accepte l'hypothèse d'absence de tendance et on rejette l'hypothèse d'un processus TS. Donc on passe à l'estimation du modèle [2].

Tableau N°15 : Test PP sur INFSA Pour le modèle [2] avec constante.

PP Test Statistic	-11.15371	1% Critical Value*	-3.4706	
		5% Critical Value	-2.8788	
		10% Critical Value	-2.5759	
*MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.				
Lag truncation for Bartlett kernel: 0 (Newey-West suggests: 4)				
Residual variance with no correction			1.308628	
Residual variance with correction			1.308628	
Phillips-Perron Test Equation				
Dependent Variable: D(INFSA)				
Method: Least Squares				
Date: 05/14/13 Time: 12:52				
Sample(adjusted): 1999:02 2012:12				
Included observations: 167 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
INFSA(-1)	-0.860641	0.077162	-11.15371	0.0000
C	0.287175	0.092868	3.092277	0.0023

La *t-statistique* associée au coefficient de la constante qui est égale à (3.0922) est supérieure à la valeur critique tabulée par Student lue dans la table au seuil de 5% (1.96). Donc la constante est significative, on teste l'hypothèse nulle de racine unitaire en comparant la *statistique* de PP (-11.1537) qui est inférieure à la valeur tabulée par Dickey-Fuller au seuil de 5% (-2.87), ce que nous permet de dire que la série INFSA est stationnaire, sa forme fonctionnelle est :

$$INFSA_t = 0.2871 - 0.8606INFSA_{t-1} \quad (4.2)$$

Après avoir effectué les deux tests de racine unitaire DFA et PP sur la série INFSA, on constate que la série est stationnaire au niveau ou elle est intégrée d'ordre 0.

La série INFSA étant stationnaire en tendance et en variation saisonnière, on se propose de la modéliser par un processus de type ARMA. Pour cela on reprend les quatre étapes de la méthodologie de Box et Jenkins :

- **Identification**

Cette première s'effectue par le biais de l'étude des fonctions d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle qui est représentée dans le corrélogramme de la série INFSA (voir annexe1).

La première autocorrélation est significativement différente de zéro : on en déduit $q = 1$.

La première autocorrélation partielle est significativement différente de zéro : on en déduit $p = 1$.

On vient donc d'identifier trois processus : AR(1), MA(1), est la combinaison des deux ARMA(1,1).

- **Estimation**

Cette étape consiste à estimer les trois modèles identifiés précédemment, en regardant les résultats d'estimation (voir annexe 2).

Les coefficients des deux modèles AR(1) et MA(1) sont significativement différents de zéro d'un point de vue statistique (le t de Student est supérieur à 1.96).

Les coefficients de modèle ARMA (1,1) n'étant pas significatifs (le t de Student est inférieur à 1.96), ce qui nous permet de rejeter ce modèle.

- **Validation**

À l'issue de l'étape d'estimation, deux modèles sont encore candidats AR(1) et MA(1) pour la modélisation des variations de l'IPC, pour départager entre ses deux modèles peut s'effectuer à partir de tests sur les résidus d'absence d'autocorrélation de Ljung-Box, la visualisation des corrélogrammes des résidus des modèles AR(1) et MA(1) (voir annexe 3) nous permet de constater que les résidus ne sont pas autocorrélés. Afin de séparer entre ces deux modèles, comparons les critères de choix de modèle tel que le montre le tableau suivant :

Tableau N°16 : Les critères d'informations et standards.

	<i>Critères</i>	<i>AR(1)</i>	<i>MA(1)</i>
<i>Critères d'informations</i>	<i>AIC</i>	<i>3.1751</i>	<i>3.1197</i>
	<i>SC</i>	<i>3.1938</i>	<i>3.1569</i>
<i>Critères standards</i>	<i>RMSE</i>	<i>1.20</i>	<i>1.13</i>
	<i>MAE</i>	<i>0.96</i>	<i>0.98</i>
	<i>MAPE</i>	<i>100.21</i>	<i>122.98</i>

Source : Etabli par nous-mêmes.

D'après ses critères, nous retenons le modèle qui minimise les critères d'informations et les critères standards (valeurs en gras dans le tableau), dans ce cas c'est le modèle MA(1) avec constante, sa forme fonctionnelle est la suivante :

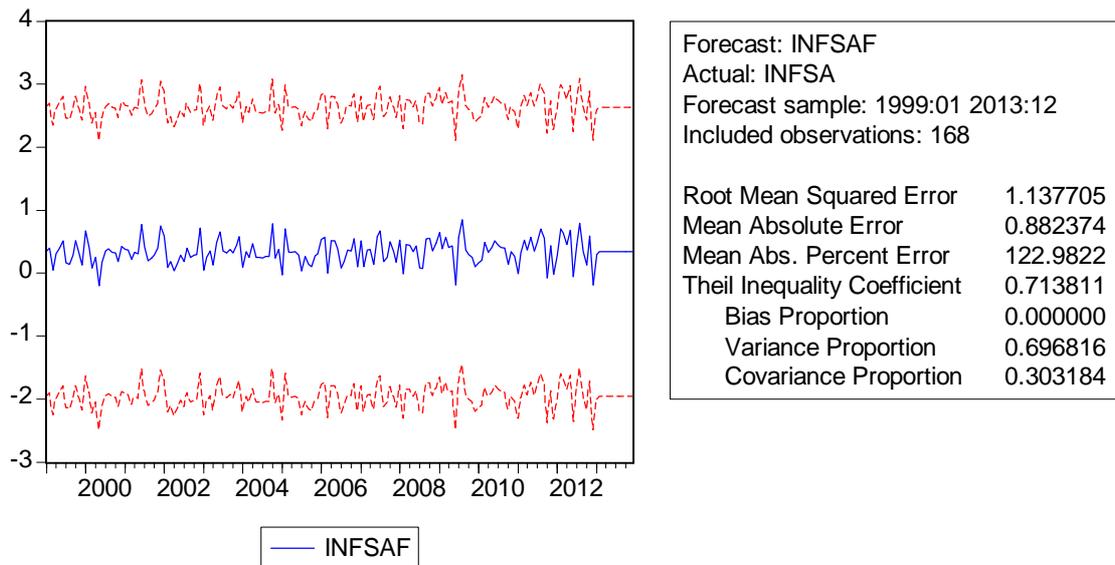
$$MA(1): \text{INFSA}_t = 0.3362 + 0.1779\varepsilon_{t-1} \quad (4.3)$$

Après avoir validé ce modèle, nous passons à la dernière étape de la méthodologie de Box et Jenkins qui est la prévision.

- **Prévision**

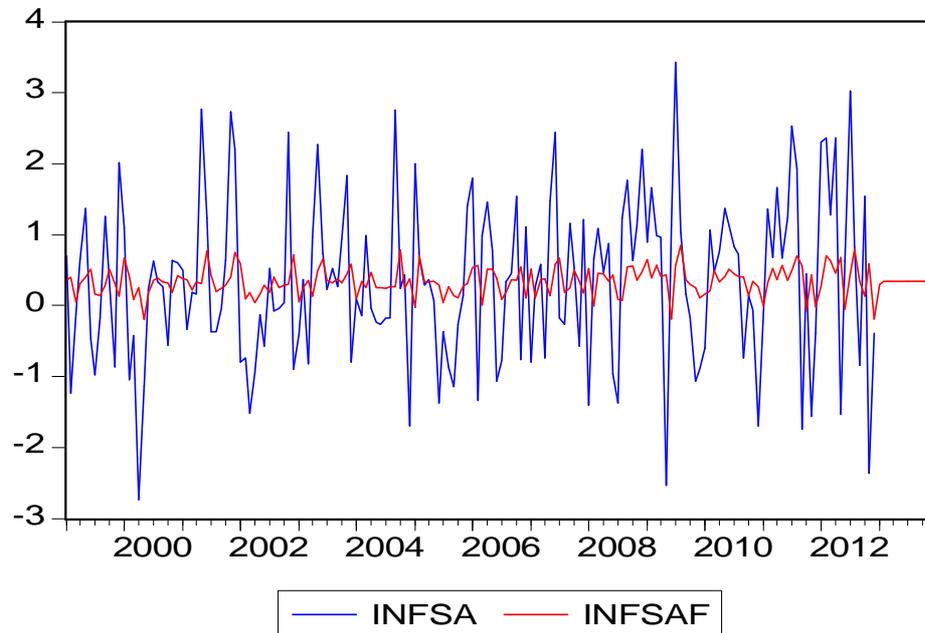
Cette dernière étape a pour objet de la prévision de la série INFSA sur la base de processus MA(1). La prévision notée INFSAF est représenté sur le graphe suivant, situé à l'intérieur de l'intervalle de prévision.

Figure N°03 : Graphique des prévisions de la série INFSA.



Source : établi par nous-mêmes à partir du logiciel EVIEUS.

Ce graphique représente les prévisions de la série INFSA notée INFSAF dans le tableau précédent sous l'intervalle de prévision en rouge.

Figure N°04 : Graphique de la série (INFSA) et la série ajustée par le modèle .

Source : établi par nous-mêmes à partir du logiciel EViews.

On remarque dans ce graphique que la qualité d'ajustement est très faible, même si la série INFSA est stationnaire et les résidus du modèle estimé sont des Bruits Blancs, ce qui montre la limite des tests de racine unitaire que nous avons appliqué sur la série INFSA à présent, qui ignore l'existence ou l'absence des ruptures de tendance.

La prévision de la série INFSA à moyen et court terme est égale aux valeurs prévues par la série ajustée INFSAF plus les variations saisonnières qui sont représentées dans le tableau suivant :

Tableau N°17 : Préviation à l'horizon de 12 mois.

<i>Date</i>	<i>INFSAF</i>	<i>CS</i>	<i>Préviation</i>	<i>Inflation réellement observée par l'ONS</i>	<i>Erreur de prévision</i>
2013 :01	0.3005	0.5008	0.8013	1.60	0.79
2013 :02	0.3372	-0.5612	-0.224	0.1	0.32
2013 :03	0.3372	0.1191	0.4563	0.5	0.04
2013 :04	0.3372	-1.1625	-0.8253		
2013 :05	0.3372	-0.1693	0.1679		
2013 :06	0.3372	-1.2337	-0.8965		
2013 :07	0.3372	-1.7266	-1.3894		
2013 :08	0.3372	0.8720	1.2092		
2013 :09	0.3372	1.3406	1.6778		
2013 :10	0.3372	0.2614	0.5986		
2013 :11	0.3372	1.0653	1.4025		
2013 :12	0.3372	0.6941	1.0313		

Source : Etabli par nous- mêmes.

Les prévisions brutes des variations de l'IPC à l'horizon de 12 mois sont représentées dans le tableau précédent par la série INF après avoir additionner les coefficients saisonniers à la série des prévisions désaisonnalisées (INFSAF),

Les différents tests de racine unitaire appliqué sur la série des variations de l'IPC ont montré qu'elle est stationnaire, ce résultat n'a pas permis de donner un ajustement de bonne qualité ce qui est peut être dû à des points de ruptures de tendance associés à des événements survenus au cours de la période de 1999-2012 et qui ne sont pas prient en compte dans la modélisation de la série. Nous allons essayer d'intégrer des points de ruptures de tendance par le biais du test de perron comme étant des ruptures exogènes.

Section 2 : Intégration de rupture de tendance comme étant des variables aléatoire exogène (dates des ruptures connues) dans la série

L'évolution de la série des variations de l'IPC a connu des changements de structure au cours de la période 1999-2012 qui peuvent être lié aux événements économiques et sociaux qui peuvent influencer l'évolution de la série en engendrant les ruptures de tendance, ces événements sont considérés comme étant des dates de rupture connues, il suffit donc de tester leurs significativités pour pouvoir les intégrés dans la modélisation des variations de l'IPC, nous avons choisi quelques dates de ruptures liés aux événements suivant :

- dt2001m06 : juin 2001 qui correspond peut être aux paiements externes qui sont devenus excès, confortés par des prix du pétrole élevés.
- d_2002m01 : Janvier 2002 qui correspond peut être au programme de soutien à la relance économique (infrastructures, transports).
- d_2008m01 : Janvier 2008 qui correspond peut être à l'augmentation des salaires.

- d_2011m01 : Janvier 2011 qui correspond peut être à la chute des prix du pétrole.

Nous allons tester la significativité de ses ruptures une par une et en effectuant le test de stationnarité dans le cas où la variable indicatrice associée à la rupture est significative.

2.1 Estimation du modèle avec une constante et tendance et les variables indicatrices

- **Estimation du modèle avec une constante et tendance et la variable indicatrice (DT2001M06)**

Soit (DT2001M06) la rupture de tendance associée à la date de juin 2001 et les résultats d'estimation sont représentés dans le tableau suivant :

Tableau N°18 : Estimation du modèle avec tendance et constante et la rupture (DT2001M06).

Dependent Variable: INF_SA Method: Least Squares Sample (adjusted): 2000M03 2012M Included observations: 154 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.038075	0.256622	0.148371	0.8822
@TREND(1999M01)	0.003820	0.002069	1.846228	0.0668
DT2001M06	-0.022623	0.310255	-0.072918	0.9420
R-squared	0.028621	Mean dependent var		0.363407
Adjusted R-squared	0.015755	S.D. dependent var		0.987347
S.E. of regression	0.979538	Akaike info criterion		2.815817
Sum squared resid	144.8837	Schwarz criterion		2.874978
Log likelihood	-213.8179	Hannan-Quinn criter.		2.839848
F-statistic	2.224537	Durbin-Watson stat		1.778734
Prob(F-statistic)	0.11649			

Source : établi par nous-mêmes à partir du logiciel EVIEUS.

On remarque que la probabilité associée à la variable indicatrice (DT2001M06) qui est égale à (0.94) est supérieure (0.05) au seuil de 5%, ce que nous permet de rejeter l'hypothèse de significativité de la rupture de tendance, en d'autre terme la rupture de tendance en juin 2001 n'a pas d'effet sur l'évolution de la série des variations de l'IPC.

Après l'application de test de significativité sur les ruptures de tendance et constante, nous constatons que toutes les ruptures associées aux différentes dates ne sont pas significatives d'un point de vue statistique, leurs probabilités associées sont supérieures à (0.05) seuil de 5%, ce que nous permet de rejeter l'hypothèse de significativité, autrement dit les dates de rupture que nous avons supposé avoir un effet

sur l'évolution de la série de variation de l'IPC, réellement elles ont aucun lien à l'explication de l'évolution de la série.

D'après les résultats précédents, nous constatons que nous ne pouvons pas appliquer le test de Perron (1989), l'intégration des ruptures de tendance comme étant des variables aléatoires exogènes où nous connaissons les dates de ces ruptures.

Section 3 : Intégration des ruptures de tendance comme étant des variables aléatoires endogènes (dates des ruptures inconnues) dans la série

3.1 Application de test de Perron et Vogelsang (1992)

Le test de Perron et Vogelsang (1992) permet d'endogénéiser les ruptures à des dates inconnues, la procédure de ce test a détecté deux ruptures de tendance significative d'un point de vue statistique dont nous allons estimer la série des variations de l'IPC avec ces deux ruptures :

Tableau N°19 : Estimation du modèle avec les deux ruptures significatives.

Dependent Variable: INF_SA Method: Least Squares				
Sample (adjusted): 2000M05 2012M12 Included observations: 152 after adjustments Convergence achieved after 20 iterations MA Backcast: 2000M04				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.537003	0.084093	6.385793	0.0000
INF_SA*DT2001M06	0.998071	0.013011	76.70984	0.0000
DT2001M06	-0.400086	0.126903	-3.152697	0.0020
D_2002M01	-0.136266	0.052035	-2.618763	0.0098
AR(1)	0.863834	0.081705	10.57254	0.0000
AR(2)	-0.198361	0.067012	-2.960074	0.0036
MA(1)	-0.997487	0.025416	-39.24610	0.0000
R-squared	0.956000	Mean dependent var		0.379763
Adjusted R-squared	0.954180	S.D. dependent var		0.974765
S.E. of regression	0.208655	Akaike info criterion		-0.251306
Sum squared resid	6.312880	Schwarz criterion		-0.112049
Log likelihood	26.09927	Hannan-Quinn criter.		-0.194735
F-statistic	525.0785	Durbin-Watson stat		1.843350
Prob(F-statistic)	0.000000			

Source : établi par nous-mêmes à partir du logiciel EVIEUS.

On remarque que tous les coefficients du modèle estimé sont significatifs d'un point de vue statistique puisque les probabilités associées sont inférieures à la probabilité critique au seuil de 5 %, le R^2 est important (0.95), la qualité d'ajustement est très bonne et la somme des carrés des erreurs est très faible, la statistique DW est égale à (1.84) ce qui nous permet de rejeter l'hypothèse d'autocorrélation d'ordre (1), jusqu'à présent ces caractéristiques peuvent être existées dans un modèle optimal.

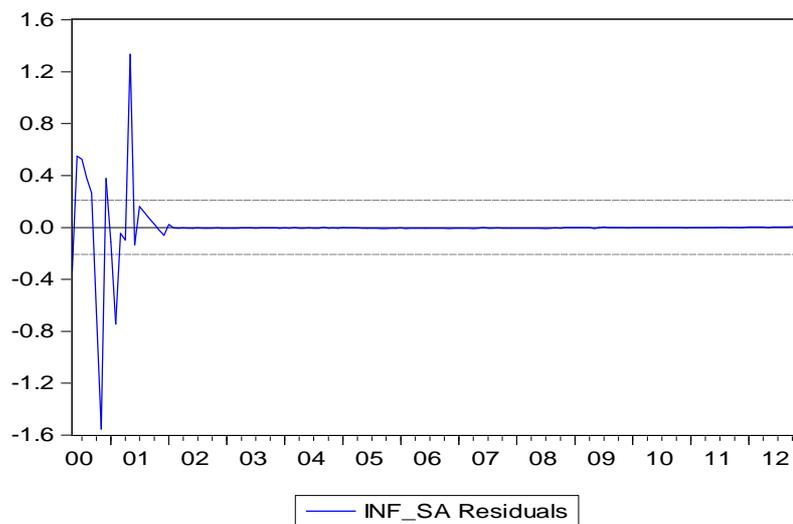
La forme fonctionnelle de ce modèle est la suivante :

$$INFSA_t = 0.53 + [0.99INFSA_t * DT2001M06] - 0.4DT2001M06 - 0.1D_2002M01 - 0.19INFSA_{t-2} + 0.86INFSA_{t-1} - 0.99\varepsilon_{t-1} \quad (4.4)$$

Avant de constater la fiabilité de ce modèle nous allons procéder à l'analyse des résidus.

Figure N°05 : Graphique des résidus de modèle estimé.

Source : établi par nous-mêmes à partir du logiciel EVIEUS.



Source : établi par nous-mêmes à partir du logiciel EVIEUS.

Le graphique montre que les résidus du modèle estimé sont situés à l'intérieur de l'intervalle de confiance, ce qui nous permet de dire que les résidus sont stationnaires.

Nous allons confirmer cette stationnarité des résidus avec le test de DFA.

Tableau N°20 : Application de test de DFA sur les résidus du modèle estimé.

Null Hypothesis: ADFRES has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 10 (Automatic based on SIC, MAXLAG=13)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-5.140575	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.477144	
	5% level		-2.881978	
	10% level		-2.577747	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values. Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(ADFRES) Method: Least Squares Sample (adjusted): 2000M02 2011M10 Included observations: 141 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
ADFRES(-1)	-1.360346	0.264629	-5.140575	0.0000
D(ADFRES(-1))	0.298776	0.219403	1.361766	0.1756
D(ADFRES(-2))	0.423004	0.191503	2.208864	0.0289
D(ADFRES(-3))	0.042492	0.163596	0.259739	0.7955
D(ADFRES(-4))	0.192503	0.113075	1.702440	0.0911
D(ADFRES(-5))	0.392456	0.096461	4.068544	0.0001
D(ADFRES(-6))	0.010058	0.096400	0.104333	0.9171
D(ADFRES(-7))	-0.119777	0.081252	-1.474145	0.1429
D(ADFRES(-8))	-0.048356	0.068129	-0.709773	0.4791
D(ADFRES(-9))	-0.201663	0.052834	-3.816940	0.0002
D(ADFRES(-10))	-0.153923	0.027197	-5.659549	0.0000
C	0.002075	0.004267	0.486333	0.6276

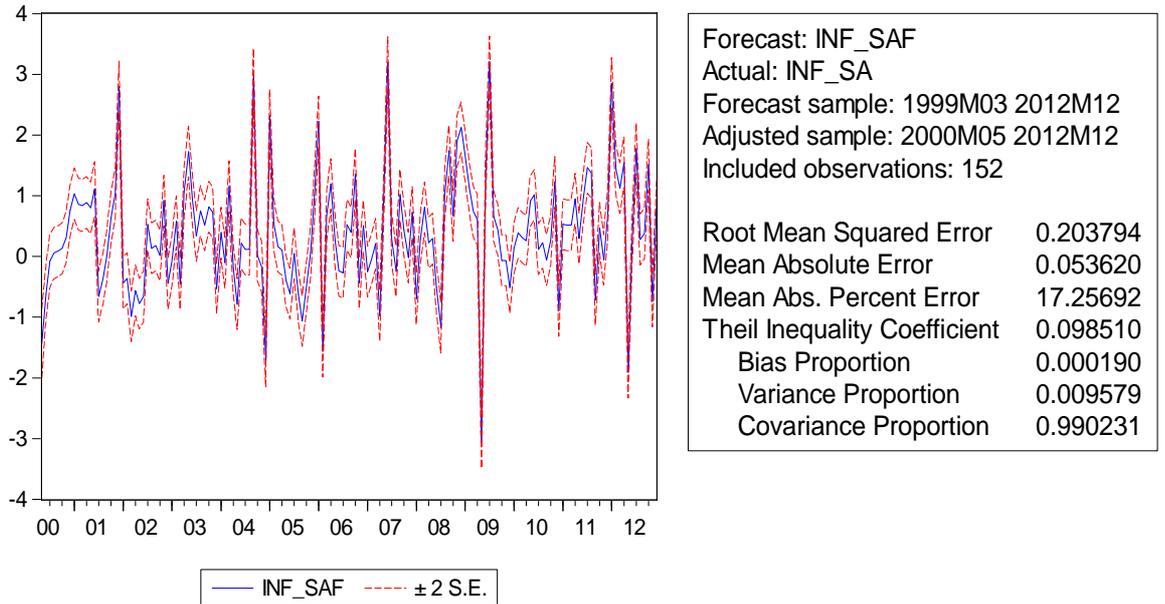
Source : établi par nous-mêmes à partir du logiciel EVIEUS.

La statistique DFA associée est égale à (-5.14) est inférieure à la valeur tabulée par DF au seuil statistique de 5% (-2.88), ce que nous permet d'accepter l'hypothèse de stationnarité des résidus.

3.2 Détermination d'un modèle final

D'après les caractéristiques obtenues de modèle estimé à savoir la significativité des coefficients, le R^2 qui est important et la stationnarité des résidus nous pouvons le valider comme le modèle optimal et final qui ajuste le vrai modèle de la série qui va servir à des fins des prévisions.

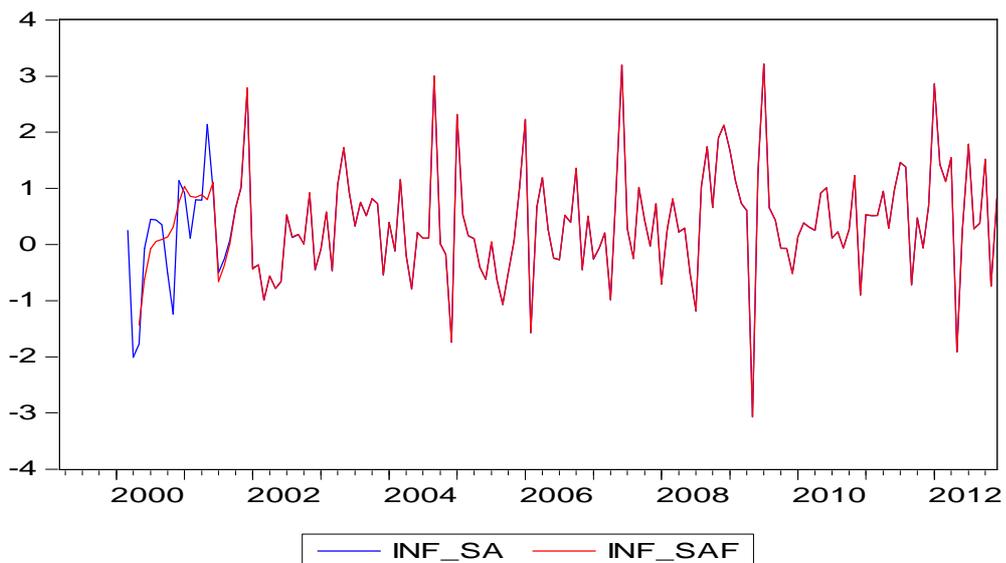
Figure N°06 : Graphique de la prévision de modèle estimé.



Source : établi par nous-mêmes à partir du logiciel EVIEUS.

La prévision à partir de modèle optimal retenu est donnée par le graphique ci-dessus se situe à l'intérieur de l'intervalle de prévision au seuil de 5% représenté ici par les courbes en pointillés en rouge

Figure N°07 : Graphique de la série (INFSA) et la série ajustée par le modèle .



Source : établi par nous-mêmes à partir du logiciel EVIEUS.

La qualité d'ajustement est très bonne, le modèle retenu intègre parfaitement la série corrigée des variations saisonnières, une telle prévision ne peut être que fiable.

Le modèle validé est sans doute le modèle optimal qui ajuste le vrai modèle de la série des variations de l'IPC, qui va nous permettre d'élaborer une prévision satisfaisante.

Conclusion

L'application empirique à la série des variations de l'IPC, nous a permis d'examiner ses caractéristiques, les tests de racine unitaire, Dickey-Fuller augmenté et Philips et Perron ont confirmé la stationnarité de la série en terme de tendance, l'application de la méthodologie de Box et Jenkins à la série des variations de l'IPC nous a permis de conclure que la stationnarité de la série est un critère insuffisant pour effectuer les prévisions, en présence des points aberrants et des ruptures de tendance dans la série.

L'intégration des ruptures de tendance comme étant des variables aléatoires endogènes à des dates inconnues dans la modélisation de la série des variations de l'IPC, nous avons retenu le modèle qui semble être optimale, il ajuste parfaitement la série des variations de l'IPC, qui va servir à des fins de prévision.

Conclusion Générale

L'objectif de notre travail, été d'élaboré une méthodologie de prévision de l'indice des prix à la consommation en Algérie, en présence des changements de structures, c'est-à-dire, trouver le modèle optimal qui représente la série étudiée pour fournir des prévisions de bonne qualité.

À traves les différents tests de racines unitaires que nous avons appliqué sur la série des variations de l'IPC, nous avons constaté qu'elle est stationnaire autour d'une tendance déterministe avec deux ruptures de tendance, le test de Perron et Vogelsang (1992) permet d'endogénéisées les ruptures de tendance à des dates inconnues, la procédure de ce test à détecté deux dates de ruptures de tendances qui sont significatives d'un point de vu statistique, la première été en juin 2001 qui est peut être liée à l'excès du paiement externe qui est dû à l'augmentation des prix du pétrole et la deuxième été en janvier 2002 qui est aussi peut être liée au programme de soutien de la relance économique en Algérie.

L'intégration des deux ruptures de tendance dans la modélisation de la série, nous a permet d'avoir des résultats satisfaisants sur le plan statistique et de retenir un modèle qui ajuste parfaitement la série étudier, qui va servir à des fin de prévision.

Par contre le fait de négliger ses ruptures de tendance dans la modélisation de la série des variations de l'IPC la série ajusté éloigne totalement de la série originelle, (Approche de Box et Jenkins) même si la série approuve la stationnarité à travers les tests de Dickey-Fuller et Philips et Perron.

À l'achèvement de ce travail de recherche, nous essayerons de mettre en évidence quelques points qui vont permettre d'améliorer la qualité de prévision des séries temporelles :

- Les séries temporelles qui sont soupçonnées d'avoir une éventuelle composante déterministe dans la série, il est nécessaire de la prendre en considération dans la modélisation de la série.
- L'examen de stationnarité selon les tests de racine unitaire sans rupture (Dickey-Fuller et Philips et Perron) n'est jamais suffisant pour effectuer les prévisions.
- L'intégration des ruptures dans la modélisation de la série améliore la qualité de prévision.

Nous espérons que nous avons éclairci dans ce travail, la méthodologie de traitement des séries temporelles qui comportent des changements de structure, pour améliorer la qualité de prévisions dans l'approche univariée.

Enfin, les tests de racines unitaires ne cessent pas de développer et nous souhaiterons dans les travaux de recherche ultérieure une application des tests de racine unitaires saisonniers qui traitent les séries temporelles sans l'élimination de la composante saisonnière.

Bibliographie

❖ **Les ouvrages**

1. Biales Michel, Leurion Rémi, Rivaud Jean-Louis, « L'essentiel sur l'économie », 4^{ème} édition, copyright édition Foucher, Paris, 2006.
2. BOURBOUNNAIS Régis, « Econométrie » ,6^{ème} Edition, DUNUD, Paris, 2005.
3. BOURBOUNNAIS Régis, « Econométrie » ,7^{ème} Edition, DUNUD, Paris, 2009.
4. BOURBOUNNAIS Régis, MICHEL Terraza, « Analyse des séries temporelles », 2^{ème} édition, DUNOD, Paris ,2008.
5. Claudio. A, Jean-François. B, Jean-Louis. C, « Econométrie », Bréal, Paris, 2004.
6. JEAN-FRANÇOIS Goux, « Inflation, désinflation, déflation », Dunod, Paris, 1998.
7. KHEDHIRI Sami « Cours d'économétrie », LAVOISIER, Paris ,2007.
8. LARDIC Sandrine, MIGNON Valérie, « Econométrie des séries temporelles macroéconomiques et financières », Economica, Paris, 2007.
9. MICHELLE de Mourgues, « Macroéconomie monétaire », Economica, Paris, 2000.
10. Parkin Michael, Bade Robin, Carmichael Benoit, « Introduction à la macroéconomie moderne », 3^e édition du renouveau pédagogique INC, Québec, 2005.
11. Plihon Dominique, « La monnaie et ses mécanismes » ,cinquième édition, la découverte, Paris, 2008.

❖ **Mémoires**

1. ABDERRAHMANI Fares, «Essaie d'application de la théorie de la cointegration et modèle à correction d'erreur à la détermination de la fonction de demande de monnaie : cas de l'Algérie », Mémoire de magister en technique d'aide à la décision, université de Bejaïa, 2003-2004.

2. AROUDJ Khirdine, ALITOUICHE Meriem, « Analyse prévisionnelle d'une série temporelle par les tests de racine unitaire avec rupture : Application a la série des variations des prix de pétrole et la série des variations de l'indice des prix à la consommation en Algérie (1990-2011) », mémoire de master de fin de cycle, université de Bejaïa, 2010-2011, p.112.

❖ Dictionnaire

- Alain Beitone, et al, « Dictionnaire des sciences économiques », 2^{ème} édition, Armand Colin, paris, 2007.

❖ Documents de travail

1. Christophe MASSAMBA, « Prévion des indices des prix à la consommation des ménages au Congo », Bureau d'application des méthodes statistiques et informatiques, DT 11/2005, Brazzaville.
2. Meuriot V, 2012. Analyse critique de l'économétrie des séries temporelle moderne. document de travail ART-Dev 2012-05.

❖ Séminaire

Aicha Kadi, « Note sur l'indice des prix à la consommation, ONS -Algérie», séminaire sur l'indice des prix a la consommation ; Genève du 7 au 8 mai 2008, p1-p9.

❖ **Sites internet**

1. www.ONS.dz
2. www.transactiondalgerie.com
3. www.bank-of-algerie.dz
4. [http://fr.wikipedia.org/wiki/Politique-monétaire](http://fr.wikipedia.org/wiki/Politique_mon%C3%A9taire)
5. <http://www.cread-dz.org>

Annexes

Annexe 01

Tableau N° 01: Corrélogramme de la série INFSA.

Sample: 1999:02 2012:12					
Included observations: 167					
Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)					
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.008	0.008	0.0100
		2	0.046	0.046	0.3715
		3	-0.021	-0.021	0.4442
		4	0.071	0.069	1.3136
		5	-0.008	-0.007	1.3250
		6	0.124	0.119	4.0379
		7	0.052	0.054	4.5075
		8	-0.084	-0.102	5.7606
		9	-0.027	-0.024	5.8937
		10	0.043	0.038	6.2238
		11	-0.051	-0.060	6.6856
		12	0.059	0.057	7.3260
		13	0.006	0.000	7.3317
		14	-0.039	-0.035	7.6137
		15	-0.062	-0.035	8.3255
		16	0.004	-0.016	8.3291

Annexe 02

Tableau N° 02: Estimation du modèle AR(1).

Dependent Variable: INFSA				
Method: Least Squares				
Sample(adjusted): 1999:02 2012:12				
Included observations: 167 after adjusting endpoints				
Convergence achieved after 2 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.207018	0.075879	2.728269	0.0071
R-squared	-0.037444	Mean dependent var		0.334736
Adjusted R-squared	-0.037444	S.D. dependent var		1.158679
S.E. of regression	1.180172	Akaike info criterion		3.175168
Sum squared resid	231.2059	Schwarz criterion		3.193839
Log likelihood	-264.1265	Durbin-Watson stat		1.960179
Inverted AR Roots	.21			

Tableau N° 03: Estimation du modèle MA(1).

Dependent Variable: INFSA				
Method: Least Squares				
Included observations: 168				
Convergence achieved after 8 iterations				
Backcast: 1998:12				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.337212	0.103929	3.244621	0.0014
MA(1)	0.177912	0.076388	2.329049	0.0211
R-squared	0.024838	Mean dependent var		0.336905
Adjusted R-squared	0.018963	S.D. dependent var		1.155547
S.E. of regression	1.144538	Akaike info criterion		3.119712
Sum squared resid	217.4545	Schwarz criterion		3.156902
Log likelihood	-260.0558	F-statistic		4.228081
Durbin-Watson stat	2.034343	Prob(F-statistic)		0.041326
Inverted MA Roots	-.18			

Annexe 03

Tableau N° 04 : Corrélogrammes de la série INFSA.

Sample: 1999M03 2012M12 Included observations: 166						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
■	■	1	0.140	0.140	3.3327	0.068
■	■	2	-0.102	-0.124	5.1109	0.078
■	■	3	-0.056	-0.023	5.6433	0.13...
■	■	4	-0.146	-0.152	9.3283	0.053
■	■	5	-0.086	-0.053	10.600	0.060
■	■	6	0.155	0.148	14.778	0.022
■	■	7	-0.102	-0.186	16.586	0.020
■	■	8	-0.066	-0.010	17.348	0.027
■	■	9	-0.009	-0.043	17.361	0.043
■	■	10	0.007	0.033	17.369	0.067
■	■	11	0.119	0.108	19.916	0.047
■	■	12	0.112	0.015	22.170	0.036
■	■	13	-0.220	-0.208	31.013	0.003
■	■	14	0.031	0.140	31.184	0.005
■	■	15	-0.040	-0.102	31.478	0.008
■	■	16	0.011	0.083	31.502	0.012

Table des matières

Table des matières

Liste des abréviations.....	I
Liste des figures	II
Liste des tableaux.....	III
Introduction générale.....	1
Chapitre I : Approche méthodologique des séries temporelles	3
Introduction	3
Section 1 : Généralités et analyse traditionnelle des séries temporelles	3
1.1 Définition et composantes d'une série temporelle.....	3
1.1.1 Définition.....	3
1.1.2 Composantes d'une série temporelle.....	3
1.2 Schéma de décomposition d'une série temporelle.....	4
1.2.1 Types de schéma	4
1.2.2 Les tests de détection de la tendance et de la saisonnalité	5
1.2.3 Tests de Choix de schéma	7
1.3 Caractéristiques d'une série temporelle.....	7
1.3.1 Moyenne et variance	7
1.3.2 La fonction d'autocovariance	8
1.3.3 La fonction d'autocorrélation	8
1.3.4 L'autocréation partielle	8
1.4 Préviation d'une série temporelle.....	9
1.4.1 Lissage exponentiel	9
Section 2 : Les processus aléatoires stationnaires.....	10
2.1 Processus aléatoire (stochastique)	10
2.2 Processus stationnaire.....	10
2.2.1 Stationnarité au sens strict ou stationnarité forte.....	11
2.2.2 Stationnarité au second ordre ou stationnarité faible	11

2.2.3 Processus bruit blanc	11
2.2.4 Théorème de Wold	11
Section 3 : Processus ARMA	12
3.1 Opérateur retard	12
3.2 Définition des processus ARMA	13
3.2.1 Processus autorégressif (AR)	13
3.2.2 Processus moyenne mobile (MA)	14
3.2.3 Processus ARMA	15
3.3 L'extension des processus ARMA	16
3.3.1 Processus ARIMA	16
3.3.2 Processus SARIMA	17
3.4 Détermination d'un modèle ARMA	17
3.4.1 Identification des processus ARMA	17
3.4.2 Estimation des processus ARMA	18
3.4.3 Validation des processus ARMA	19
3.4.4 Prévision des processus ARMA	22
Conclusion	22
Chapitre II : La non stationnarité et les tests de racine unitaire	23
Introduction	23
Section 1 : La non stationnarité des processus	23
1.1 Définition et caractéristiques des processus non stationnaire	23
1.1.1 Processus TS	23
1.1.2 Processus DS	24
1.2 Conséquences d'une mauvaise stationnarisation du processus	26
1.2.1 Conséquence sur un processus TS	26
1.2.2 Conséquence sur un processus DS	27
1.3 La décomposition de Beveridge et Nelson	28
Section 2 : Tests de racine unitaire sans rupture	29

2.1 Le test de Dickey-Fuller simple (DF).....	29
2.2 Les tests de Dickey et Fuller augmenté (ADF).....	33
2.3 Test de Philips-Perron (1988).....	34
2.4 Test de KPSS	34
Section 3 : Tests de racine unitaire avec rupture.....	36
3.1 Tests de racine unitaire et modélisation de la composante déterministe	36
3.2 Le test de Perron	38
3.3 Le test de Zivot et Andrews	40
3.4 Le de Perron et Vogelsang	41
Conclusion.....	42
Chapitre III: Généralités sur l'inflation et l'indice des prix à la	
Consommation.....	43
Introduction	43
Section1 : Les concepts de base et la mesure de l'inflation.....	43
1.1 Définition de l'inflation	43
1.1.1 Hyperinflation	44
1.1.2 Désinflation.....	44
1.1.3 Déflation.....	44
1.1.4 Stagflation	44
1.2 Mesure de l'inflation.....	44
1.2.1 Calcul de l'indice synthétique (IPC).....	45
1.2.2 Calcul le taux d'inflation.....	45
Section 2 : Les approches théoriques de l'inflation	45
2.1 Les formulations de la théorie quantitative.....	45
2.1.1 La formulation de Fisher.....	46
2.1.2 La formulation de Marchal et Pigou	46

Section 3 : Les causes et les conséquences de l'inflation	47
3.1 Les causes de l'inflation	47
3.1.1 L'inflation par la demande	47
3.1.2 L'inflation par les couts	48
3.2 Les conséquences de l'inflation	48
3.2.1 Les effets bénéfiques de l'inflation	48
3.2.2 Les effets néfastes de l'inflation	48
Section 4 : Les politiques de lutte contre l'inflation en Algérie	49
4.1 Les objectif de la politique monétaire.....	49
4.1.1 L'objectif final	49
4.1.2 Les objectifs intermédiaires	49
4.2 Les instruments de la politique monétaire.....	49
4.2.1 La réglementation prudentielle du risque.....	50
4.2.2 L'encadrement du crédit.....	50
4.2.3 Le taux du réescompte.....	50
4.2.4 Les réserves obligatoires	50
4.2.5 Les interventions de la banque centrale sur le marché monétaire	50
5.3 Les mesures de politique monétaire par la banque d'Algérie	51
Section 5 : L'indice des prix à la consommation en Algérie	53
5.1. Elaboration de l'indice des prix a la consommation.....	54
5.1.1 Aspects d'échantillonnage	54
5.1.2 Observation des prix et méthode de calcul	57
5.2 Résultats et publication	59
Conclusion.....	60
Chapitre IV: Application empirique à la série des variations de	
l'indice des prix à la consommation	61
Introduction	61

Section 1 : Application des tests de racine unitaire sans rupture.....	61
1.1 Analyse graphique de la série brute des variations de l'indice des prix à la consommation (IPC)	61
1.2 Etude de corrélogramme des variations de l'IPC	63
1.3 Dessaisonnalisation de la série brute	63
1.4 Test de Dickey-Fuller augmenté (DFA)	64
1.5 Test de Philips-Perron (PP).....	66
Section 2 : Intégration de rupture de tendance dans la modélisation de la série des variations de l'IPC.....	71
2.1 Estimation du modèle avec une constante et tendance et les variables Indicatrices.....	72
Section 3 : Intégration de rupture de tendance comme étant des variables aléatoires endogènes	73
3.1 Application de test de Perron et Vogelsang (1992)	73
3.2 Détermination d'un modèle final.....	75
Conclusion.....	77
Conclusion générale	78
Bibliographie	
Annexes	

Résumé

Dans notre travail de recherche nous avons essayé de construire une méthodologie de prévision pour l'indice des prix à la consommation en Algérie en présence des changements structurels; nous avons appliqué les tests de racines unitaires sans ruptures (test de Dickey-Fuller et Philips-Perron) qui ont des limites dans la détection des dates de ruptures dans la tendance de la série ; pour cela nous avons fait recours à l'application de test de Perron avec rupture endogène qui a détecté deux dates de ruptures dans la tendance où nous avons intégrés ces dernières dans la modélisation et nous avons pu avoir un modèle optimal et final de type ARMA qui ajuste parfaitement les données.

Mots clés : Prévision, tests de racine unitaire, modèle ARMA, IPC, ruptures de tendance, stationnarité, PP, DF, ZA.