

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

Université Abderrahmane MIRA BEJAIA
Faculté de technologie Département génie électrique



Mémoire de fin de cycle

En vue de l'obtention du diplôme de master

En électronique

Option : Automatique

Commande floue d'un pendule inversé-application sur un
banc d'essais

Réalisé par :

- AKSAS LYES

Encadré par :

Mr. GUENOUNOU

Devant le jury composé de :

Président : Mr HADDAR

Examinatrice : Melle MEZZAH

Remerciement

Je remercie Dieu de m'avoir
donné tout le courage pour mener ce
projet à terme.

Je tiens à remercier tous ceux
qui ont contribué de près ou de loin,
à la réalisation de ce travail, en
Particulier Mr Guenounou et
Mr Kacimi Mohand pour avoir dirigé
ce travail et dont les critiques et les
conseils ont été très précieux.

Mes sincères remerciements
S'adressent aussi aux membres de
jury d'avoir accepté de juger mon
travail.

je remercie aussi tous les
enseignants, sans exception, car c'est
grâce à eux que je suis arrivé à faire
ce travail.

*S*ans oublier toute la famille mon père,
ma mère, mes frères Loucif et Nabil et
ma petite sœur Imane, Dida et mes
amis et mes copains de chambre.



Dédicace

Je dédie ce travail,

À mes parents

À mes frères et sœur

À tous les membres de ma grande famille

À tous mes amis, présents de loin ou de près, respectueusement, à tous ceux qui me connaissent.

Aksas lyes



Introduction générale	1
Chapitre1 : Modélisation et description du pendule inversé	
I. Introduction	2
I.1 L'intérêt de l'étude d'un pendule inversé	3
I.2 Description du Banc d'Essais Feedback du laboratoire(LTII)	3
I.2.1 Le principe de fonctionnement	4
I.2.2 Dispositif de contrôle et de commande :	5
I.2.3 Armoire de commande	5
I.2.4 L'adaptateur	6
I.2.5 Carte d'acquisition ADVANTECH PCI 1711 [pci1711]	7
I.2.6 Environnement de développement	7
I.3 La Modélisation du Pendule Inversé	9
I.3.1 Les coordonnées généralisées du système	9
I.3.2 Les Equations du Système Pendule et Chariot avec Lagrange-Euler	10
I.3.3 Energie cinétique du système en mouvement	10
I.3.4 Energie potentielle du système	11
I.4 Modélisation du moteur électrique à courant continu à aimant permanent commandé par l'induit	13
I.4.1 les Equations du moteur	14
I.4.2 Modèle d'état du moteur	14
I.5 Modélisation du système global : moteur-chariot-pendule	15
I.5.1 Expression de la force F en fonction de la tension d'alimentation du moteur Vc :	15
I.5.2 Modèle d'état de l'ensemble moteur-chariot pendule	16
I.5.3 Modèle sous Matlab Simulink et résultat de simulation	16
I.5.4 Détails sur les différents blocs du modèle	17
a) Présentation du bloc d'alimentation	17
b) Présentation du bloc Moteur CC :	18
c) Présentation du bloc système pendule chariot :	18
I.6 Test et simulation du système	19
a) Test pour la sensibilité du système	19
b) la simulation du système	20
Conclusion	22
 Chapitre2 : Introduction a la logique floue	
Introduction	23
II. 1 Historique de la logique floue	23
II. 1.1 Apparition de la logique floue	23
II. 1.2 Premières applications	23
II. 1.3 Essor	24
II. 2. Intérêt de la logique floue pour le contrôle	24
II. 2.1 Utilisation de la logique floue pour le contrôle	24
II. 3. Théorie des ensembles flous	24
II. 3.1 Notion d'appartenance partielle	24
II. 3.2. Fonctions d'appartenance	25
II. 3.3. Les types de Fonction d'appartenance	25
a) Fonction d'appartenance Linéaire par morceaux	27
b) Fonction d'appartenance singleton	28

c) Fonction d'appartenance triangulaire	27
d) Fonction trapézoïdale	28
e) Fonction sigmoïde	29
f) Fonction gaussienne	29
II. 4. Opérateurs logiques flous	29
II. 4. 1. Choix des opérateurs	29
II. 4. 2. Intersection	29
II. 4 .3 Union	29
II. 4 .4 Complément	29
II.5 Variable linguistique	30
II.6 Proposition floue	30
II. 7. Règles floues	31
II.8 le contrôleur floue	31
II.9 fuzzification	32
II.10 bases de connaissances	33
II. 11 Les différentes méthodes d'inférence (Mamdani)	33
II.12 La défuzzification	33
Conclusion	33
 Chpitre3 : la commande floue du pendule inversé	
Introduction	36
III.1 Structure d'un réglage par un contrôleur flou	36
III.3 Types de contrôleurs flous	37
III.3.1 Contrôleur proportionnel flou (FP)	37
III.3.2 Contrôleur proportionnel dérivé flou (FDP)	37
III.3.3 Structure d'un régulateur flou proportionnel intégral (FPI)	38
III.4 Structure et paramètres du contrôleur flou utilisé	38
III.4.1 Fonctions d'appartenance	39
III.4.2 La table de règle du contrôleur flou	40
III.4.3 Méthode d'inférence du contrôleur	41
III.4.4 Metohde de défuzzification	42
III.4.5 Facteur d'échelle	42
III.5 Application de la commande floue sur le modèle du pendule inversé	42
III.5.4 La table de règle du contrôleur flou	44
III.5.5 La Méthode d'inférence du contrôleur	44
III.5.6 Défuzzification du contrôleur	45
III.6 Application de la commande floue sur le banc d'essais	45
III.6.1 blocs utilisés sur le banc d'essaie	46
III.6.2 Résultats pratiques	47
Conclusion	47
Conclusion générale	48

La liste des figures :

Chapitre 01 :

Figure I.01 Robot marcheur Honda	3
Figure I.02 Chaise et Segway	3
Figure I.03 Le Banc d'Essaie Feedback	4
Figure I.04 Armoire de connexion de dispositif de commande	6
Figure I.05 le schéma de Processus d'exécution de la commande	9
Figure I.06 modélisation pendule et chariot	10
Figure I.07 le schéma électrique du moteur à aimant permanent	13
Figure I.08 Relation entre la force et la tension V_c	15
Figure I.09 Simulation du modèle non linéaire du système moteur-pendule-chariot	17
Figure I.10 Le bloc d'alimentation	18
Figure I.11 La représentation du Moteur CC	18
Figure I.12 La modélisation du système pendule chariot	19
Figure I.13 Le test du système Moteur pendule chariot	20
Figure I.14 La simulation de la position instable	21
Figure I.15 de la simulation de la position stable	21

Chapitre 02 :

Figure II.01 Fonction caractéristique	25
Figure II.02 Fonction d'appartenance	26
Figure II.03 Fonction d'appartenance	26
Figure II.04 Fonction d'appartenance linéaire	27
Figure II.05 Fonction d'appartenance singleton	28
Figure II.06 : Variables linguistiques	30
Figure II.07 : Structure interne d'un contrôleur flou.	32
Figure II.08 : Méthode inférence et Dezzification de Mamdani	36

Chapitre 03 :

Figure III.01 : Structure d'un réglage par contrôleur flou	36
Figure III.02 : Structure d'un contrôleur flou de type FP	37
Figure III.03 : Structure d'un régulateur flou de type FDP	37
Figure III.04 : structure d'un contrôleur de type FPI	38
Figure III.05 : Structure du contrôleur flou utilisé	38
Figure III.06 : Les fonctions d'appartenance $\theta(t)$.	39
Figure III.07 : Les fonctions d'appartenance $\dot{\theta}(t)$	40
Figure III.08 : La fonction d'appartenance de la tension de sortie du contrôleur	40
Figure III.09 : Application d'une règle du tableau sur le pendule inversé	41
Figure III.10 : Choix de la méthode du centre de gravité	42
Figure III.11: Simulation d'un pendule inversé dans sa position instable	43
Figure III.12 : Simulation d'un contrôleur avec $\theta=0.2$ rad	44
Figure III.13 : Schéma de la commande pendule inversé sur le banc d'essai	45
Figure III.14 : Bloc de lecture	45
Figure III.15 : Bloc de transmission de la commande	45
Figure III.16 : Bloc du filtre	46
Figure III.17 : Bloc d'arrêt de la simulation	46
Figure III.18 : Simulation du pendule inversé dans position instable	46
Figure III.19 : Simulation du pendule inversé avec perturbation	47

la liste des Tableaux :

Tableau III.01 de règle du contrôleur $\theta(t)$III.01	43
---	----

m : la masse du pendule

M : Masse du chariot.

$X(t)$: Position du chariot (m).

l : Demi-longueur du pendule.

$\Theta(t)$: Angle de rotation du pendule (rad)

$F(t)$: Force exercée sur le chariot (N)

g : Intensité de la pesanteur

d : Coefficient de frottement de rotation du pendule

E_c : l'énergie cinétique

E_p : l'énergie potentielle

E : Lagrangien

E_{cM} : l'énergie cinétique du chariot

E_{cm} : l'énergie cinétique du pendule

V_{cp} : La vitesse de centre de gravité du pendule

$\dot{\theta}$: La vitesse angulaire du pendule

r_c : La position du centre de gravité du pendule

$\hat{T}, \hat{J}$: Les vecteurs unitaires du repère x, y

$\mathcal{E}$: Degré de liberté

R_a : Résistance de l'induit

L_a : Inductance de l'induit

V_c : La tension d'alimentation de l'induit du moteur

$I_a(t)$: Intensité du courant (A)

K_b : Constante électrique du moteur

$K_m=0.05 \text{ Nm}$: Constante mécanique

J_m : moment d'inertie

f_m : Coefficient de frottement visqueux

Ω_m : vitesse angulaire de l'arbre de moteur

$C_m(t)$: couple mécanique

$C_r(t)$: couple résistant

φ : la vitesse angulaire

r : le rayon de la poulie

Introduction Générale

Nous avons peut être tous un jour essayé de maintenir en équilibre un grand bâton de bois sur notre index. Afin d'éviter la chute de celui-ci, nous devons déplacer notre doigt de façon à contrecarrer en permanence son basculement.

C'est exactement le même défi que propose le système automatisé du pendule inversé. Alors que cet exercice semble assez simple et instinctif pour l'homme, il sera nécessaire de définir des stratégies précises pour assurer le maintien automatisé du pendule inversé. Bien évidemment, les performances obtenues grâce à un système automatisé sont de loin supérieures à celles qui seraient obtenues par l'homme.

De nombreuses techniques de commande ont été appliquées avec succès pour la stabilisation du pendule inversé et on peut citer comme exemples la commande PID [1], la commande PD [2], la commande LQR [3], les réseaux de neurones artificiels [4] et la logique floue [5].

Au cours de ces deux dernières décennies, il y a eu un intérêt considérable à l'utilisation de la commande floue pour la conduite des systèmes complexes et/ou mal définis. Cette commande a l'avantage d'être robuste et n'exige pas la connaissance du modèle mathématique du système à commander qui est souvent difficile à obtenir.

L'objet de ce travail est l'étude et l'application d'une commande floue pour la stabilisation d'un pendule inversé réel disponible, sous forme d'un banc d'essai, au Laboratoire de Technologie Industrielle et de l'Information (LTII) de l'université de Bejaïa. Pour cela, nous avons organisé le mémoire en trois chapitres comme suit:

Le premier chapitre est consacré à la description du banc d'essai et à la modélisation mathématique du pendule inversé. Pour ne pas rester dans un cadre descriptif, des simulations sous Matlab-Simulink du modèle établi du pendule sont présentées à la fin du chapitre.

Le deuxième chapitre présente quelques notions de base de la logique floue et les différentes composantes d'un contrôleur flou.

Le troisième chapitre donne les résultats obtenus en simulation et sur le banc d'essais de la commande flou du pendule inversé.

Enfin une conclusion générale clôture le mémoire.

Chapitre 01 :

Modélisation et description du pendule inversé

Introduction :

Le pendule inversé est un outil très didactique et présente des caractéristiques très appréciables par les automaticiens. Considéré comme un très bon exemple de système instable et non linéaire, le pendule inversé a été largement utilisé pour tester les performances des techniques de commandes (classiques et émergentes).

I.1 L'intérêt de l'étude d'un pendule inversé

Les intérêts en ingénierie de l'étude du pendule inversé sont divers et remarquables voici deux exemples qui illustrent bien son utilité :

- En médecine :

L'homme est vu comme un double pendule inversé en série, dont les deux axes de rotations principales sont les chevilles et les hanches. Quand nous sommes en position debout les articulations travaillent sans arrêt pour nous y maintenir. Les spécialistes qui travaillent à la réalisation de prothèses (remplacement chirurgical d'un organe, la pièce ou l'appareil de remplacement : prothèse dentaire) pour les hanches sont amenés à utiliser le modèle de double pendule inversé pour calculer l'ensemble des contraintes qui sont soumises à la prothèse.

Le premier pendule est articulé à la cheville et représente les membres inférieurs. Le second pendule est articulé à la hanche et représente la partie supérieure du corps. On accélère en se penchant en avant et on ralentit en se penchant en arrière, le système est le même que le pendule inversé (voir figure I.01).

- En robotique :

Dans le même ordre d'idée, un robot est vu comme un pendule inverse. Pour maintenir le robot en équilibre il suffit de stabiliser le pendule inversé correspondant à sa position verticale au cours de son déplacement et en présence des perturbations extérieures.

A l'occasion, nous citons quelques exemples des robots qui sont déjà étudiés et conçus à base de ce principe:

Le robot marcheur:

Peut se présenter par deux doubles pendules inverses en série, dont les deux pendules sont couplés par une tige avec deux articulations.



Figure I.01 : Robot marcheur Honda.

Chaise sur deux roues/Le Segway :

Elles sont considérées comme un pendule inversé simple (une seule tige) se déplaçant à l'aide de deux roues.



Figure I.02 : Segway.

I.2 Description du Banc d'Essais Feedback du laboratoire(LTII)

Le banc essais Feedback représenté par la figure I.03 est composé pendule inversé qui est monté sur un chariot est entraînée par deux poulies, le chariot se déplace sur un rail par une force F_{em} qui est générée par un moteur à courant continu.

L'environnement de travail comprend des éléments permettant de visualiser en temps réel les paramètres de notre plate forme et, d'envoyer des signaux de commande dans le but de faire un asservissement du système.

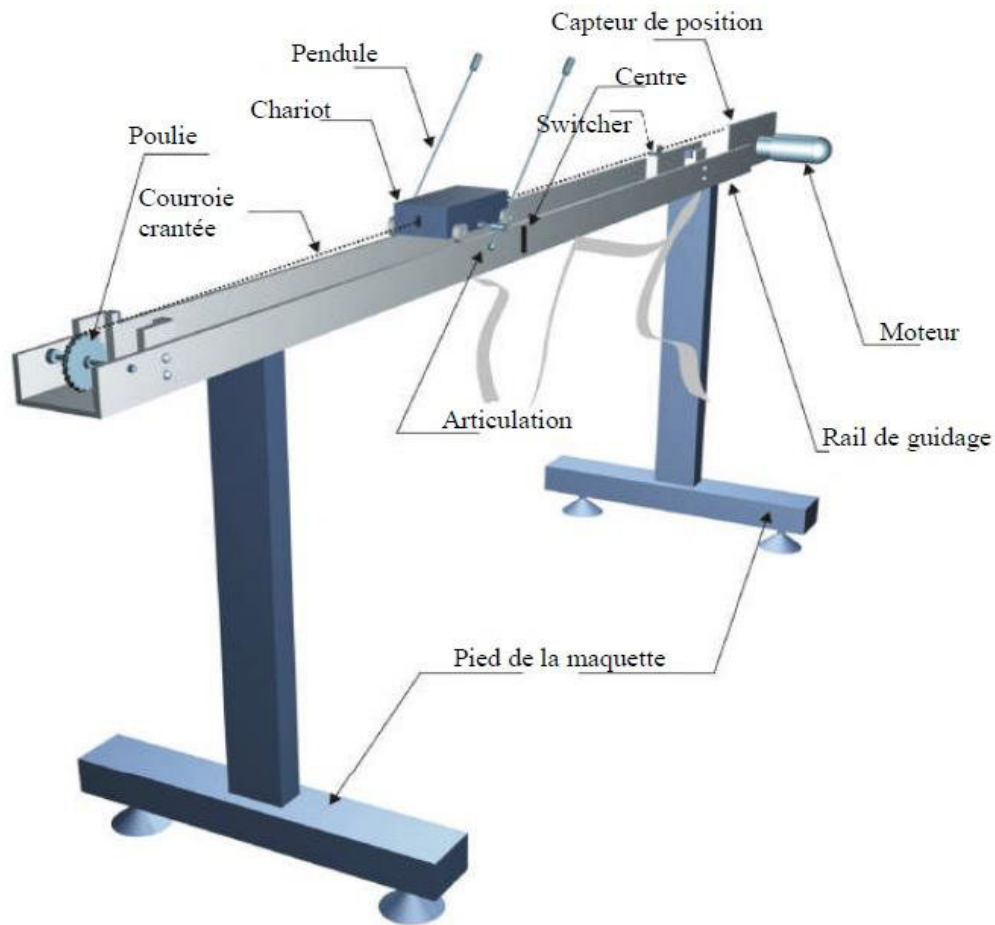


Figure I.03 : Le Banc d'Essais Feedback.

I.2.1 Principe de fonctionnement

Le banc d'essais est un système complexe, quand le pendule penche vers la droite, le chariot doit le rattraper en effectuant un mouvement vers la droite, et inversement.

La difficulté réside dans le réglage de l'intensité et de la forme de la réaction du chariot en fonction de l'angle que le pendule fait avec la verticale.

I.2.2 Dispositif de commande

Un ensemble de capteurs et d'actionneur est installé sur la maquette. Deux capteurs sont disponibles :

- Un capteur de position délivre une image de la position du chariot sur son rail de guidage par rapport au centre de ce dernier. Si le chariot est situé à droite du centre, une valeur positive est mesurée par le capteur.

Le capteur utilisé est un potentiomètre multi-tours solidaire sur l'axe du moteur.

-Un capteur de position angulaire fournit l'angle entre le bras du pendule et la verticale. Si le pendule penche vers la droite, un angle positif est mesuré. Le capteur est constitué d'un potentiomètre fixé sur le pivot du pendule.

Les informations délivrées par les deux capteurs sont conditionnées par une électronique associée et les tensions de sortie varient dans une plage de -10V à +10V. On notera qu'un filtre passe-bas est intégré dans la chaîne de conditionnement de chaque entrée, ce filtre ayant pour fonction de limiter la largeur de bande des signaux de mesure et d'éviter le repliement du spectre qui risque de se produire lors de l'opération d'échantillonnage.

De plus, la course du chariot est limitée respectivement à gauche et à droite par deux butées mécaniques.

Pour la sécurité du moteur d'entraînement du chariot, deux interrupteurs de fin de course sont placés en avant des butées mécaniques. Le passage du chariot entraîne la fermeture d'un interrupteur provoquant la coupure de l'alimentation du moteur électrique.

L'actionneur est un moteur électrique à courant continu et à aimant permanent commandé par l'induit, la commande du moteur entraînant le chariot est effectuée par un signal variant entre 0 et +5V, l'amplification de puissance par montage push-pull est assurée, de la même façon, par l'électronique associée.

I .2.3 Armoire de commande :

À l'arrière de l'armoire on trouve les différentes connectiques suivantes illustrées par la figure I.04:

- Connecteur ON / Off :

fiche DIN pour connecter la boîte de l'intercepteur ON/OFF du moteur.

- Sélecteur 110/220v
- *Fiche d'alimentation 110/220 V*
- Connecteur CN3 :

Il se branche avec le PL1 de la boîte d'adaptation, avec une large nappe 40 pistes. Les signaux sont ceux des deux capteurs de position, c'est des signaux digitaux sur 16 bits.

- Connecteur CN2 :

Il se branche avec PL3, avec une nappe 20 pistes.

- Connecteur CN1 :

Il se branche avec la partie mécanique. Les signaux sont ceux du moteur.

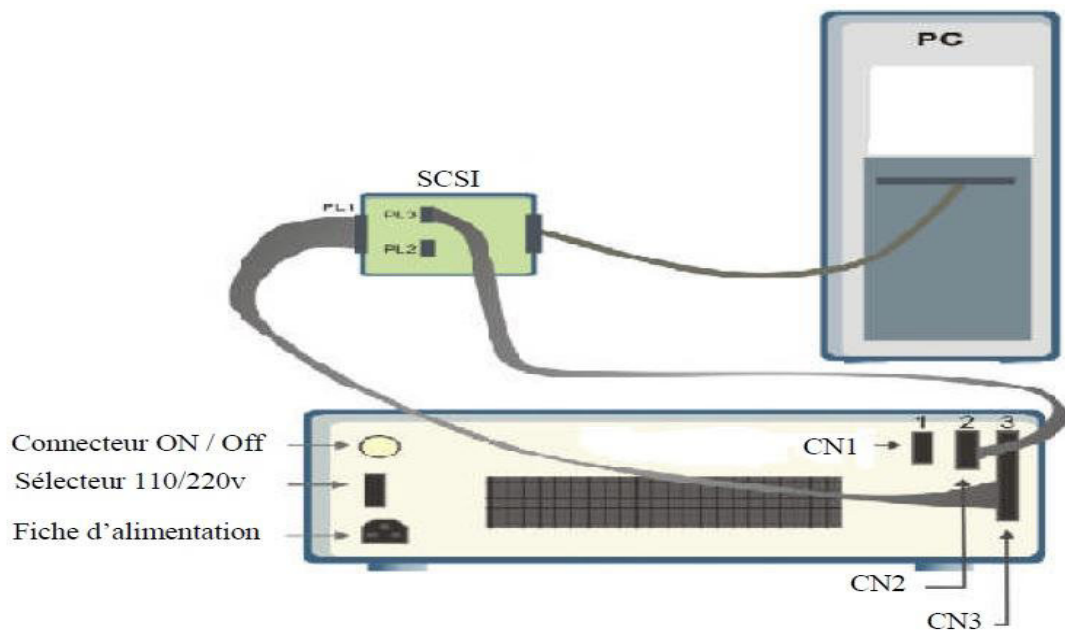


Figure I.04 : Armoire de connexion de dispositif de commande.

I .2.4 L'adaptateur

L'adaptateur SCSI donné à la figure I.04 a comme rôle d'adapter les signaux entre la carte d'acquisition et les différents connecteurs de la base d'alimentation, et aussi séparer ces différents signaux en fonction de leurs types. La boîte dispose de quatre connecteurs :

- un connecteur 68 pins pour connecter le câble global 68 pin SCSI de la carte d'acquisition.
- un grand connecteur PL1 pour les entrées digitales des capteurs de positions (deux encodeurs optiques).
- un petit connecteur PL2 ou PL3 pour la sortie analogique (tension de commande du moteur).

I.2.5 Carte d'acquisition: ADVANTECH PCI 1711 :

C'est une carte d'acquisition universelle qui est installée sur le port PCI du PC de commande dispose de connecteurs extérieurs pour des entrées/sorties analogiques et digitales.

Ces principales caractéristiques sont :

La fonction Plug & Play

- 16 entrées analogiques configurables simples (single-ended) ou source flottante
- Convertisseurs A/D industriels normalisés à approximations successives
- 12 bits utilisés pour la conversion des entrées analogiques

- La fréquence maximale d'échantillonnage est de 100KHz.
- Gamme des entrées analogiques est programmable et contrôlable par software
- Chaque canal à sa gamme individuelle stockée dans la RAM de la carte
- 2 sorties analogiques (convertisseur D/A)
- 16 canaux d'entrées digitales
- 16 canaux de sorties digitales
- Un compteur/timer programmable
- Scanne automatique des gains/canaux.

Son principal rôle dans notre application, c'est qu'elle permet la commande digitale d'un système continu à travers un PC, en convertissant les signaux analogiques en numériques et vice versa.

Dans notre cas, on utilise :

- Une sortie analogique (convertisseur D/A) pour délivrer la tension de commande de référence.
- Les entrées digitales des deux encodeurs optiques pour mesurer l'angle du pendule et la position du chariot.
- Une entrée analogique (convertisseur A/D) pour récupérer le retour tachymétrique du moteur.

I.2.6 Environnement de développement :

Ce banc d'essai utilise une approche novatrice d'implémentation, qui jouit d'une flexibilité accrue et d'une architecture totalement ouverte, cette approche est appelée HIL pour

« Hardware-In the-Loop » Ou bien « Rapid Prototyping »

Avec le « hardware-in the-loop », on peut tester directement le contrôleur qu'on a synthétisé en simulation sur le système physique réel, avec un simple PC de développement. En effet tous ce qu'on a besoin est:

- un PC standard (pour le développement et pour la commande)
- une carte d'acquisition pour la conversion A/D et D/A
- le système physique à commander
- les logiciels nécessaires

Les logiciels utilisés sont :

MATLAB :

Il joue le rôle d'une plateforme, où tous les autres composants s'exécutent, c'est l'environnement le plus utilisé par les ingénieurs, il fournit plusieurs routines sophistiquées de calculs numériques.

SIMULINK :

C'est un langage de haut niveau graphique, avec lequel on programme avec des objets ou blocs, ces objets peuvent être soit des blocks standards ou bien des blocks spécialisés écrit par l'utilisateur comme des S-fonctions

REAL TIME WORKSHOP :

C'est le programme le plus important, qui génère automatiquement du code source C++ optimisé, à partir du modèle Simulink. De plus, ce code est paramétrable pour plusieurs targets (cible) d'implémentation.

Compilateur C++ :

Il compile le code généré par real time workshop et fait l'édition des liens pour générer un exécutable qui communique avec la cible d'implémentation (target), dans notre cas, le compilateur est VISUAL C++ 6.0 PRO.

REAL TIME WINDOWS TARGET :

Dans le cas d'un environnement WINDOWS, ce petit noyau, est essentiel, son rôle est primordial, il assure le temps réel pour notre régulateur. Il intercepte les interruptions matérielles, il communique avec l'exécutable du régulateur et interface avec le système physique à travers la carte d'acquisition, en vue de contrôler le flux de données et de signaux du modèle (maintenant exécutable) vers le système physique et vice versa.

La figure I.05 donne un schéma synoptique qui illustre les relations qui existe entre les différents modules.

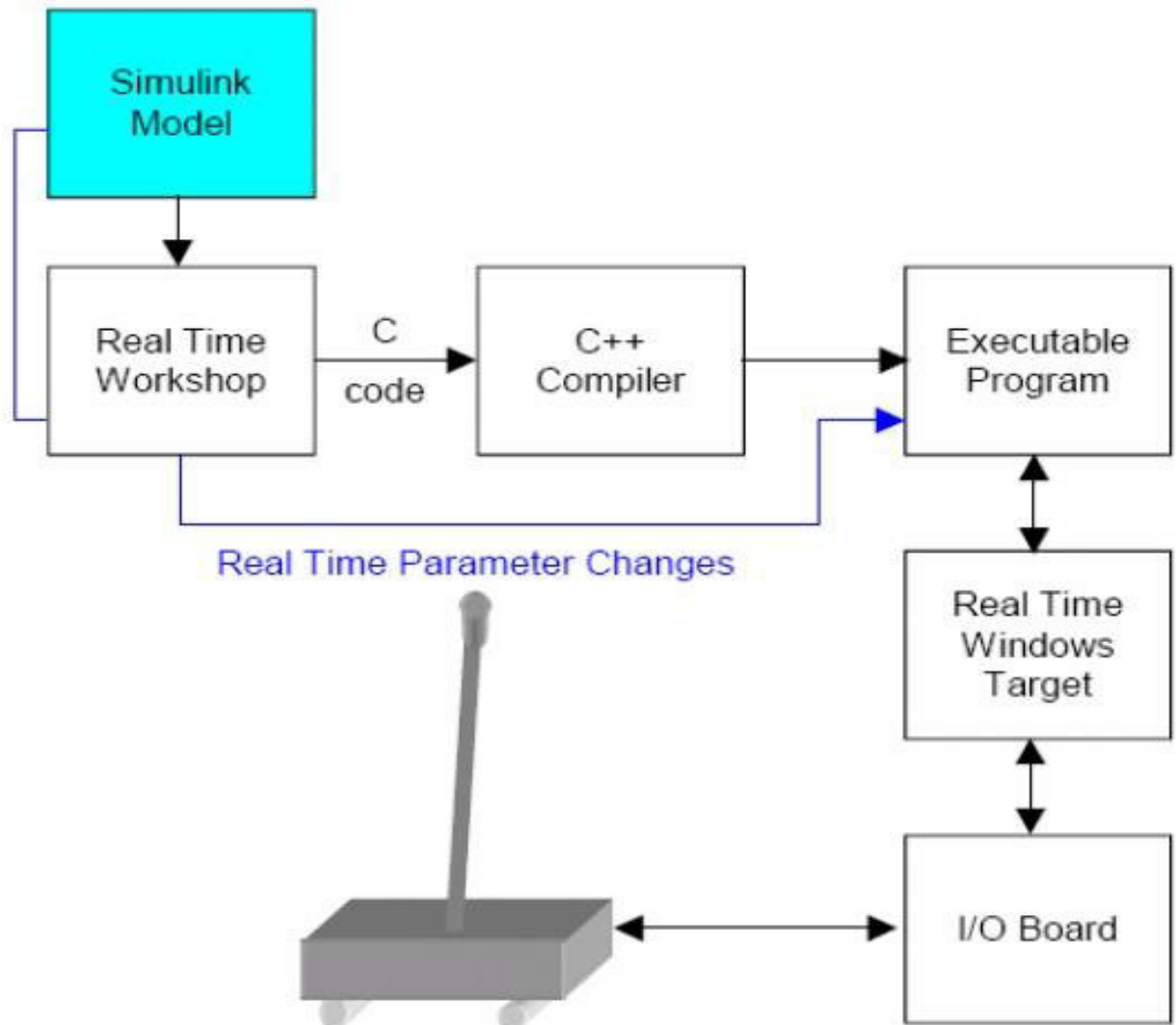


Figure I.05 Processus de génération du code exécutable

I .3 La Modélisation du pendule inversé [6] [7]

Le pendule inversé est un système multi-variable non linéaire instable avec des constantes de temps très rapides. Ce système est reconnu pour être une plateforme difficilement stabilisable. Le problème de commande exige la recherche du modèle mathématique du système à commander, donc une phase de modélisation est nécessaire pour permettre l'étude en simulation. Pour ce faire, on trouve dans la littérature différentes méthodes comme celle basée sur la physique Newtonienne ou celle basé sur le formalisme de Lagrange-Euler. Dans ce travail nous avons optés pour la méthode de Lagrange-Euler.

I .3.1 Coordonnées généralisées du système chariot-pendule

L'ensemble du chariot-pendule possède deux degrés de liberté dont les coordonnées généralisées sont respectivement : $x(t)$ pour le déplacement horizontal du chariot et $\theta(t)$ pour

la rotation du pendule. La direction positive de $x(t)$ est le sens à droite en mètre et celui de l'angle est le sens des aiguilles d'une montre en radian (voir figure I.06).

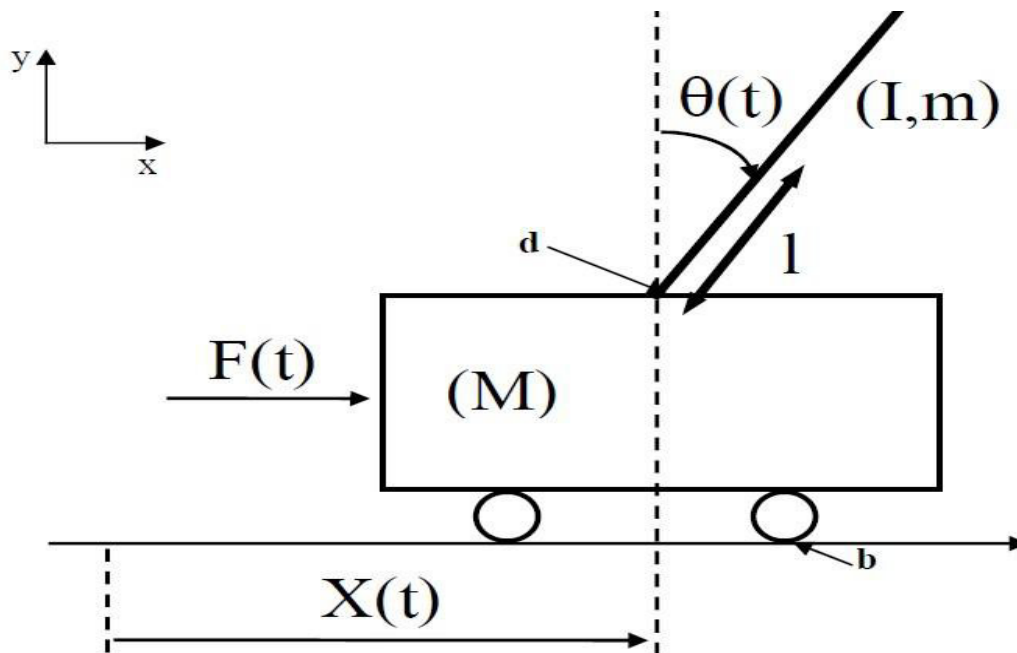


Figure I.06 : Modélisation pendule et chariot.

Les paramètres de l'ensemble chariot- pendule sont [8] :

- $m=0.2$ Kg : Représente la masse du pendule.
- $b=0.00005$ Ns m : Coefficient de frottement des roues du chariot,.
- $M=2.3$ Kg : Masse du chariot.
- $X(t)$: Position du chariot (m).
- $l=0.3$ m : Demi-longueur du pendule.
- $\theta(t)$: Angle de rotation du pendule (rad),
- $F(t)$: Force exercée sur le chariot (N).
- $g=9.81$ m s² : Intensité de la pesanteur.

$d=0.005$ (Nms /rad) : Coefficient de frottement de rotation du pendule.

I.3.2 Equations du Système Pendule et Chariot établies à l'aide du formalisme de Lagrange-Euler [1] [9]

Le Lagrangien est défini comme étant la différence entre l'énergie cinétique E_c et l'énergie potentielle E_p du système, l'avantage de ce formalisme réside dans l'élimination des efforts d'interaction, il s'exprime par :

$$L = E_c - E_p \dots \dots \dots (I.1)$$

I.3.3 Energie cinétique du système en mouvement

Le système en mouvement comporte le chariot qui se déplace linéairement sur les rails et le pendule qui se balance sur son axe de rotation.

L'énergie cinétique du chariot en mouvement est donnée par l'équation :

$$E_{cM} = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \dots\dots\dots (I.2)$$

L'énergie cinétique du pendule est exprimée par relation :

$$E_{cm} = \frac{1}{2} m V_c^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \dots\dots\dots (I.3)$$

Avec :

V_{cp} : La vitesse de centre de gravité du pendule

$\dot{\theta}$: La vitesse angulaire du pendule

J : le moment d'inertie du pendule

La position du centre de gravité du pendule, notée r_c à partir de ces coordonnées est donnée par :

$$r_c = (x + l \sin \theta) \vec{i} + l \cos \theta \vec{j} \dots\dots\dots (I.4)$$

$\vec{i}, \vec{j}$: étant les vecteurs unitaires du repère x, y

La vitesse du centre de gravité du pendule est :

$$V_{cp} = \frac{dr_c}{dt} = (\dot{x} + l \cos \theta \dot{\theta}) \vec{i} - (l \sin \theta \dot{\theta}) \vec{j} \dots\dots\dots (I.5)$$

En substituant les équations (I.4) et (I.5) dans l'équation (I.3), l'expression de l'énergie cinétique du pendule devient :

$$E_{cm} = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + 2 \dot{x} l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \cos^2 \theta \dot{\theta}^2 + l^2 \sin^2 \theta \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \dots\dots\dots (I.6)$$

Qui s'écrit après simplification du terme $l^2 \dot{\theta}^2 (\cos^2 + \sin^2) = l^2 \dot{\theta}^2$ On a

$$E_{cm} = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + 2 \dot{x} l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \dots\dots\dots (I.7)$$

Finalement, l'énergie cinétique totale de l'ensemble chariot-pendule est exprimée par :

$$E_c = E_{cM} + E_{cm} = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + 2 \dot{x} l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \dots\dots\dots (I.8)$$

I.3.4 Energie potentielle du système :

Le chariot étant en mouvement sur un rail horizontal, seul le pendule en mouvement possède une énergie potentielle. L'énergie potentielle du centre de gravité du pendule est donnée par :

$$E_p = m g l \cos \theta \dots\dots\dots (I.9)$$

Une fois que les expressions de l'énergie cinétique E_c de l'ensemble chariot-pendule (Equation I.8) et l'énergie potentiel du système E_p (Equation I.9) sont établies, on utilise la relation générale d'Euler-Lagrange pour déterminer les équations du mouvement de l'ensemble chariot-pendule.

En substituant les équations (I.8) et (I.9) dans l'équation (I.1) on trouve :

$$L = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\cos\theta\dot{\theta} + l^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} J\dot{\theta}^2 - mgl\cos\theta \dots (I.10)$$

L'équation générale d'Euler-Lagrange est donnée par :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathcal{E}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathcal{E}} + \frac{\partial D}{\partial \mathcal{E}} = F \dots (I.11)$$

Où :

$\mathcal{E}$: désigne les degrés de liberté. Dans le cas du pendule, ces deux degrés de liberté sont la position du chariot $x(t)$ et l'angle de rotation du pendule $\theta(t)$.

D : désigne l'énergie dissipée par frottement, F : la force généralisée.

On définit donc l'équation de Lagrange pour le pendule inversé comme suit :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathcal{E}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathcal{E}} = F \dots (I.12)$$

- Pour le degré de liberté $\mathcal{E}(t)=x(t)$, on a

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathcal{E}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathcal{E}} = F - b\dot{x} \dots (I.13)$$

où F : représente la force exercée sur le chariot. La dérivée partielle du lagrangien suivant $\dot{x}$ et t s'écrit :

$$\frac{d}{dt} (M\dot{x} + m\dot{x} + ml\cos\theta\dot{\theta}) - 0 = F \dots (I.14)$$

On obtient alors, la première équation de Lagrange est :

$$(M + m)\ddot{x} + ml\cos\theta\ddot{\theta} - ml\sin\theta\dot{\theta}^2 = F - b\dot{x} \dots (I.15)$$

- Pour le degré de liberté $\mathcal{E}(t)=\theta(t)$, on a

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = -d\dot{\theta} \dots (I.16)$$

La dérivée partielle du lagrangien suivant $\dot{\theta}$ et $\dot{x}$ s'écrit :

$$\frac{d}{dt} (ml\dot{x}\cos\theta + ml^2\dot{\theta} + J\dot{\theta}) - (ml\dot{x}\sin\theta\dot{\theta} + mgl\sin\theta) = -d\dot{\theta} \dots (I.17)$$

La deuxième équation de Lagrange est :

$$(ml^2 + J)\ddot{\theta} + ml\ddot{x}\cos\theta - ml\dot{x}\sin\theta\dot{\theta} + ml\dot{x}\sin\theta\dot{\theta} - mgl\sin\theta = -d\dot{\theta} \dots (I.18)$$

Le modèle de connaissance de l'ensemble chariot-pendule (Equation I.17 et I.18) est donné par le système d'équations :

$$\begin{cases} (M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + m\cos\theta \ddot{\theta} - ml\sin\theta \dot{\theta}^2 = F \\ ml\ddot{x}\cos\theta + (ml^2 + J)\ddot{\theta} + d\dot{\theta} - mgl\sin\theta = 0 \end{cases} \quad (I.19)$$

Le système d'équations (1.19) montre la dépendance qui existe entre l'accélération du chariot $\ddot{x}$ et l'accélération angulaire du pendule $\ddot{\theta}$. Ainsi, lorsque $F=0$ (pas de force extérieure), si on déplace le pendule de sa position d'équilibre, il ne sera soumis qu'à sa propre inertie, il se mettrait alors à osciller et, puisque le pendule est fixé sur le chariot, ce dernier commencerait également à se mouvoir.

I.4 Modélisation du moteur électrique à courant continu commandé par l'induit :

Comme le moteur utilisé pour entrainer le chariot est un moteur à courant continu à aimant permanent, le flux inducteur est constant. Le schéma électrique et t du moteur est donné par la figure I.07.

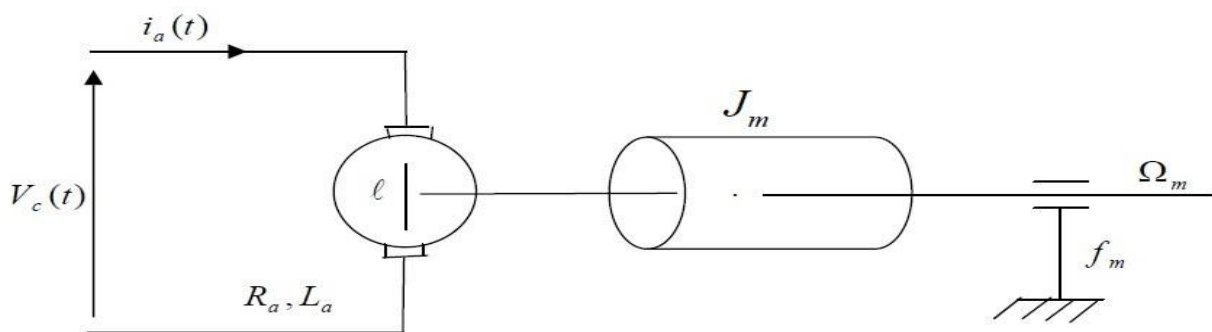


Figure I.07 : le schéma électrique du moteur à aimant permanent.

Les paramètres du moteur sont [8] :

- $R_a=2.5\Omega$: Résistance de l'induit
- $L_a=0.0025H$: Inductance de l'induit.
- $-2.5 \leq V_c \leq 2.5$: La tension d'alimentation de l'induit du moteur.
- $i_a(t)$: Intensité du courant (A)
- $K_b=0.05 \text{ N/A}$: Constante électrique du moteur.
- $K_m=0.05 \text{ Nm}$: Constante mécanique .
- $f(t)=f_{cem}$.
- $J_m=1.4 \times 10^{-5} \text{ Kg.m}^2$: moment d'inertie

- C_r : couple résistant, C_m : couple moteur.
- $f_m : 10^{-6} Kg.m^2/s$: Coefficient de frottement visqueux.
- Ω_m : vitesse angulaire de l'arbre de moteur.

I.4.1 Equations du moteur

- Equations électriques :

Equation de l'induit :

$$V_c(t) = R a i_a(t) + L a \frac{d i_a(t)}{dt} + f(t) \dots \dots \dots (I.20)$$

Equation de la f_{cem} :

$$f(t) = k_b \Omega_m \dots \dots \dots (I.21)$$

- Equation mécanique :

$$C_m(t) = J_m \frac{d \Omega_m(t)}{dt} + C_r(t) + f_m \times \Omega_m(t) \dots \dots \dots (I.22)$$

- Equation de couple :

$$C_m(t) = k_m \times i_a(t) \dots \dots \dots (I.23)$$

I.4.2 Modèle d'état du moteur : [1]

En l'absence du couple résistant $C_r(t)=0$, et en considérant la vitesse angulaire de l'arbre de moteur comme sortie, puis en remplaçant l'équation (I.23) dans l'équation (I.22) et l'équation (I.21) dans l'équation (I.20) on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d \Omega_m(t)}{dt} &= -\frac{f_m}{J_m} \Omega_m(t) + \frac{K_m}{J_m} I_a(t) \\ \frac{d i_a(t)}{dt} &= -\frac{K_b}{L a} \Omega_m(t) - \frac{R_a}{L a} I_a(t) + \frac{1}{L a} V_c(t) \dots \dots \dots (I.24) \end{aligned}$$

$$y_m = \Omega_m$$

Ces équations, écrites sous la forme matricielle, permettent d'obtenir le modèle d'état du moteur cc, il est donné par :

$$\begin{cases} \dot{s} = A s + B V_c \\ y = C s \end{cases} \dots \dots \dots (I.25)$$

avec :

$$s = [\Omega_m, I_a]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J_m} & \frac{K_m}{J_m} \\ -\frac{K_b}{L a} & -\frac{R_a}{L a} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L a} \end{bmatrix}, C = [1 \ 0] \dots \dots \dots (I.26)$$

Si on considère le courant de l'induit comme étant la sortie, l'équation dynamique du modèle reste la même, par contre la matrice de sortie devient :

$$c = [0 \ 1]$$

I.5 Modélisation du système global : moteur-chariot-pendule :

Le modèle (I.19) décrit le régime transitoire de l'ensemble pendule-chariot lorsque l'entrée est une force extérieure F . Dans le banc d'essai que nous utilisons, la force F est développée par un moteur à courant continu. Le schéma de la figure I.08 illustre la relation existante entre le moteur commandé par la tension $V_c(t)$ et la force F permettant l'entraînement du chariot donc le balancement du pendule.

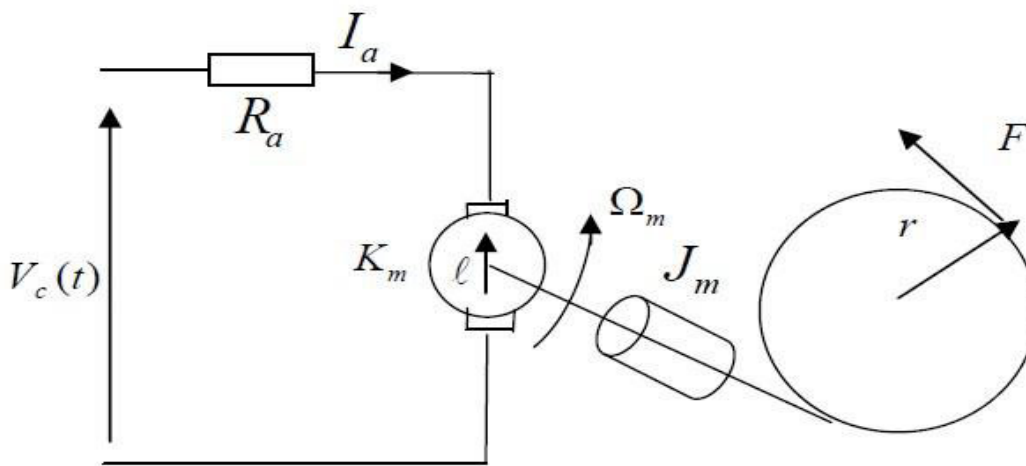


Figure I.08 : Relation entre la force et la tension V_c .

I.5.1 Expression de la force F en fonction de la tension d'alimentation du moteur :

Pour déterminer cette expression et afin de ne pas rendre plus complexe le modèle global de l'ensemble pendule-chariot-moteur, on néglige la dynamique du moteur, par conséquent l'équation électrique (I.20) devient en tenant compte de l'équation (I.21). [7], [9]

$$V_c = R_a \times i_a + K_b \times \Omega_m \dots \dots \dots (I.28)$$

Et comme $x = r\varphi$. φ étant la vitesse angulaire d'un point quelconque située sur le périmètre de la poulie, et $r = 0.27\text{m}$: le rayon de la poulie, on obtient :

$$\frac{d}{dt} x(t) = r \frac{d}{dt} \varphi(t) = r \times \Omega_m(t) \dots \dots \dots (I.29)$$

La vitesse angulaire du moteur Ω_m s'exprime donc par rapport à la vitesse du chariot $\dot{x}$ par la relation :

$$\Omega_m = \dot{x}/r \dots \dots \dots (I.30)$$

En substituant l'équation (I.30) dans l'équation (I. 28), l'expression du courant de l'induit i_a s'écrit :

$$I_a = \frac{V_c}{R_a} - \frac{K_b}{rR_a} \dot{x} \dots \dots \dots (I.31)$$

Le couple produit à l'arbre du moteur (équation (I.23)) crée une force qui est donnée par :

$$F = \frac{C_m}{r} = \frac{K_m I_a}{r} \dots \dots \dots (I.32)$$

En remplaçant l'équation (I.31) dans l'équation (I.32), on obtient finalement :

$$F = \frac{K_m}{rR_a} V_c - \frac{K_b K_m}{r^2 R_a} \dot{x} \dots \dots \dots (I.33)$$

I.5.2 Modèle d'état de l'ensemble moteur-chariot-pendule :

Afin d'obtenir le modèle d'état de l'ensemble moteur-chariot-pendule, on utilise une nouvelle fois le modèle (I.19). Le vecteur d'état est:

$$W = [W_1 \ W_2 \ W_3 \ W_4]^T = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]^T \dots \dots \dots (I.34)$$

Après quelques manipulations mathématiques, on obtient le modèle non linéaire (I.35) où la grandeur de commande est la force F .

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{w}_1 = W_2 \\ \dot{w}_2 = -\frac{bN}{Nh - m^2 l^2 \cos^2 W_3} W_2 - \frac{m^2 l^2 g}{Nh - m^2 l^2 \cos^2 W_3} \cos W_3 \sin W_3 \\ \quad + \frac{m l d \cos W_3}{Nh - m^2 l^2 \cos^2 W_3} + \frac{m l N \sin W_3}{Nh - m^2 l^2 \cos^2 W_3} W_4^2 + \frac{N F}{Nh - m^2 l^2 \cos^2 W_3} \\ \dot{w}_3 = W_4 \\ \dot{w}_4 = \frac{m g l \sin W_3}{N} - \frac{d}{N} W_4 + \frac{m l b \cos W_3}{Nh - m^2 l^2 \cos^2 W_3} W_2 + \frac{m^3 l^3 g \cos^2 W_3 \sin W_3}{(Nh - m^2 l^2 \cos^2 W_3) N} \\ \quad - \frac{m^2 l^2 d \cos^2 W_3}{(Nh - m^2 l^2 \cos^2 W_3) N} W_4 - \frac{m^2 l^2 \cos W_3 \sin W_3}{(Nh - m^2 l^2 \cos^2 W_3)} W_4^2 - \frac{m l F \cos W_3}{(Nh - m^2 l^2 \cos^2 W_3)} \\ Y_1 = W_1 ; Y_2 = W_3 \end{array} \right. \dots \dots \dots (I.35)$$

I.5.3 Modèle sous Matlab Simulink et résultat de simulation :

A partir de l'équation (I.35) on a construit le schéma de simulation sous "Matlab-Simulink" de l'ensemble moteur-chariot-pendule, il est donné par la figure I.09. les blocs (Opp,Xpp) de Matlab fonction représentent les équations qui régissent le fonctionnement du pendule inversé. Les entrées constantes des différents intégrateurs CI1, CI2, CI3, CI4 représentent respectivement les conditions initiales de $x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}$

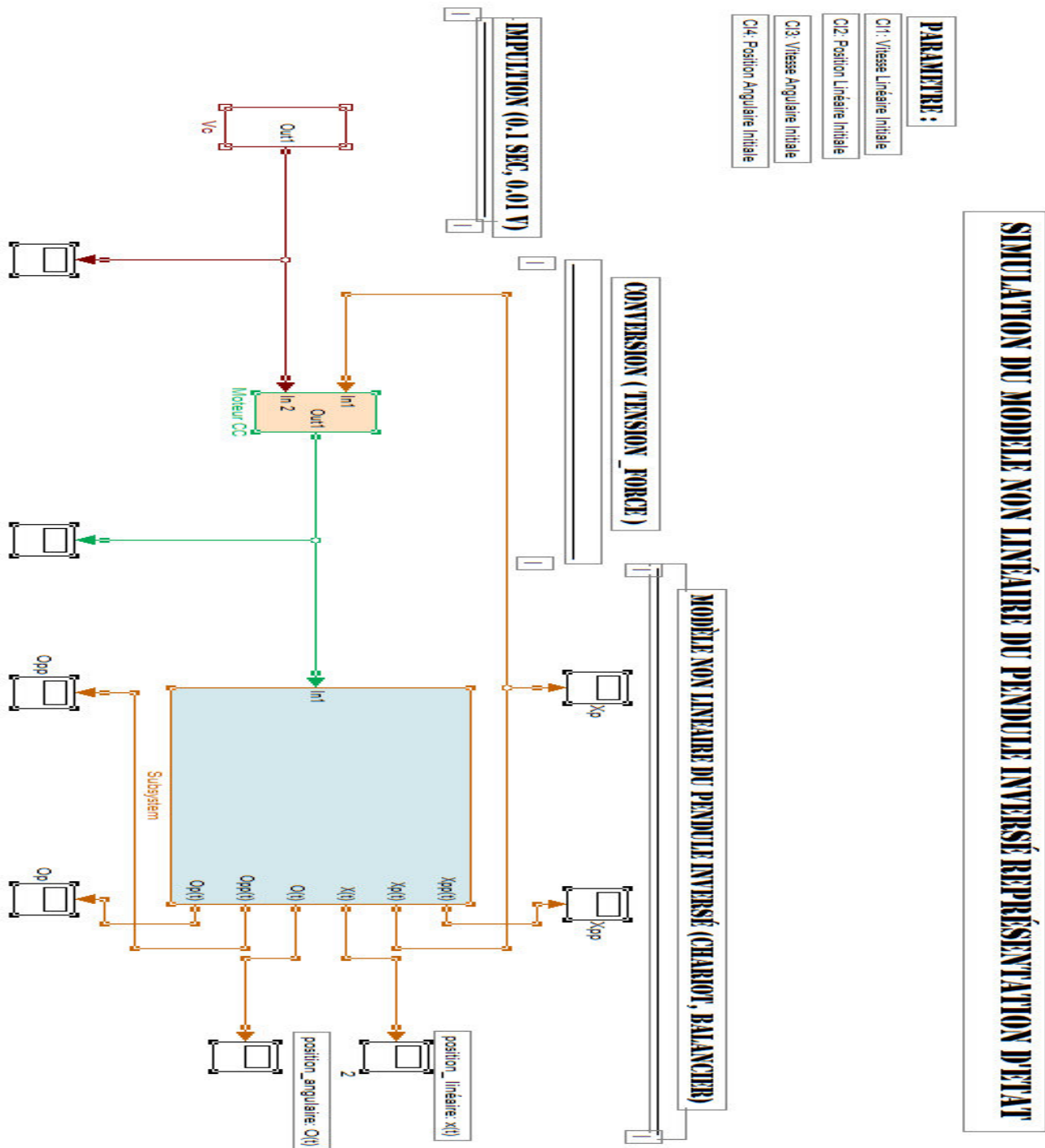


Figure I.09 : Modèle de simulation l'ensemble moteur-pendule-chariot.

I.5.4 Détails sur les différents blocs du modèle

a) bloc d'alimentation du motor à courant continu

Le moteur à courant continu est alimenté par une impulsion d'amplitude 0.01 volts et de Durée 0.1s. Cette impulsion peut être obtenue sous simulink à l'aide de deux échelons combinés comme le montre la figure I.10

IMPULSION (0.1 SEC, 0.01 V)

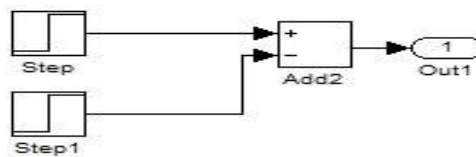


Figure I.10 : Bloc d'alimentation.

b) bloc de conversion tension /force

Ce bloc permet de calculer la force exercé sur le chariot à partir de l'équation(I.33)

CONVERSION (TENSION _FORCE)

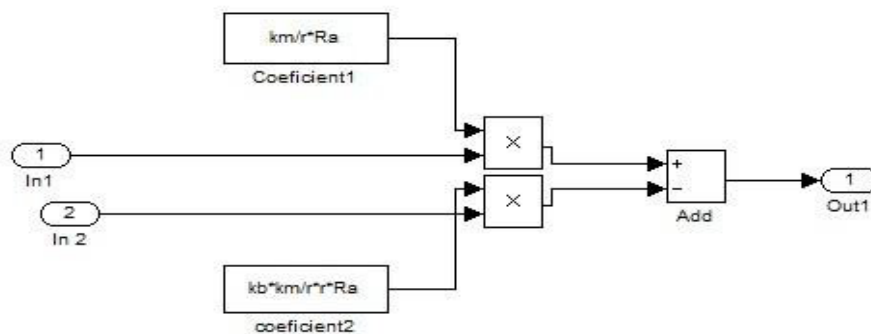
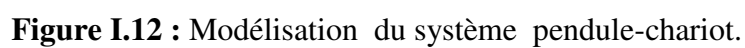


Figure I.11 : Représentation du Moteur CC.

C) Présentation du bloc système pendule chariot

La figure I.12 donne l'ensemble des blocs réalisés sous simulink pour modéliser le comportement de l'ensemble pendule-chariot en se basant sur le système d'équations(I.19)



a) Test de la sensibilité du pendule :

Le pendule est un système très sensible aux perturbations. Ainsi pour tester la simulation du modèle nous utilisons les conditions initiales suivantes : $x=0$, $\dot{x}=0$, $\theta=0.001$, $\dot{\theta}=0$. Les résultats obtenus sont l par la figure I.13.

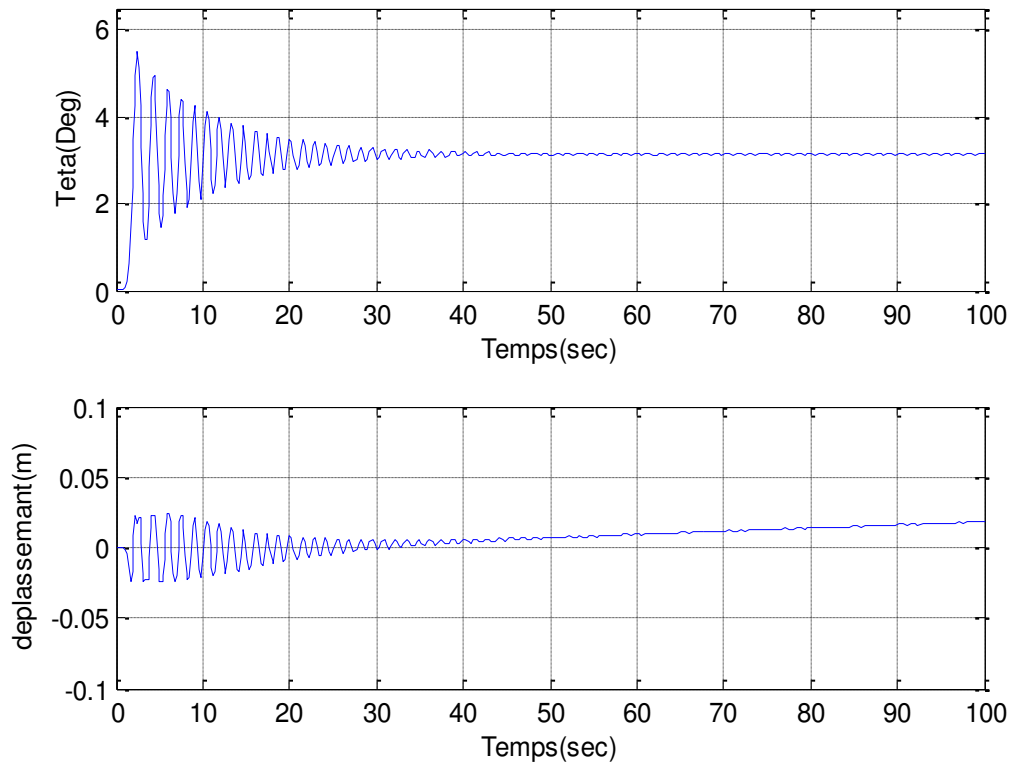


Figure I.13 : Test du modèle.

D'après la courbe $\theta(t)$ on constate que le système a réagi à une faible variation du θ . Il chute rapidement de l'angle $\theta=0.01$ et revient à sa position stable $\theta= \pi$, ce qui démontre la sensibilité du modèle.

b) La simulation du modèle pendule inversé :

Les figures (I.14) et (I.15) montrent les résultats de simulation obtenus en appliquant à l'entrée du moteur une tension sous forme d'une impulsion d'amplitude 0.01V et de durée 0.1s, pour deux conditions initiales différentes, la première correspond à la position instable ($\theta=0$) du pendule, la seconde à sa position stable ($\theta=\pi$).

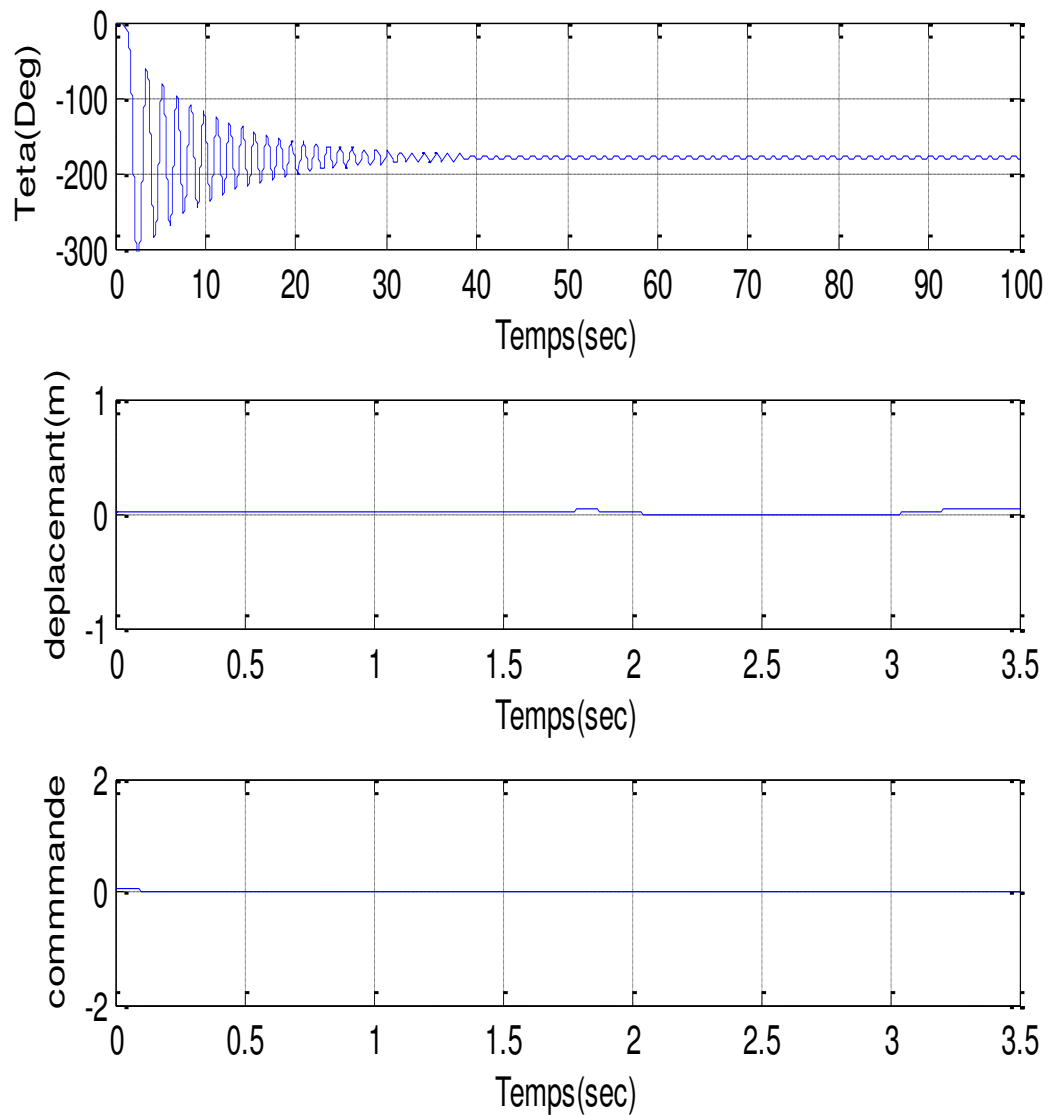


Figure I.14 : Simulation du modèle du pendule inversé dans sa position instable

La figure I.14 montre que le balancier chute rapidement de sa position instable $\theta(=0)$ à cause de la force engendrée par impulsion. Après incertain temps la courbe $\theta(t)$ se stabilise aux alentours $\theta(t)=\pi$, quand au chariot ce lui ci se déplace rapidement pour contrecarrer la chute brusque de balancier.

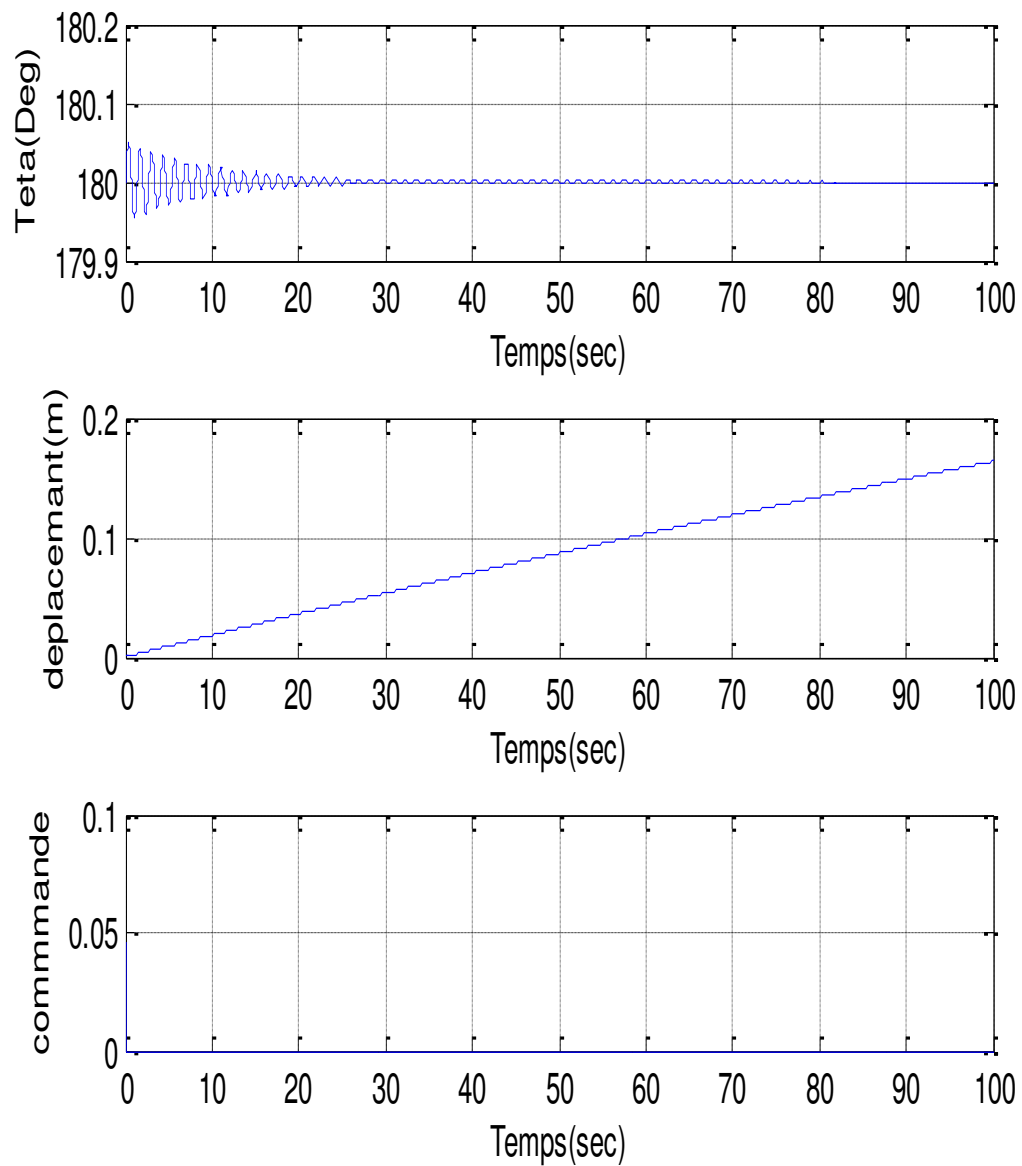


Figure I.15 : Simulation du modèle du pendule inversé la position stable.

La figure I.15 montre que $\theta(t)$ présente des oscillant très faible et amortie aux alentours de $\theta=\pi$. Le chariot se déplace sur les rails jusqu'à que le balancier s'arrête.

Conclusion :

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la modélisation du pendule inversé disponible au laboratoire de technologie industrielle et de l'information (LTII) de l'université de Bejaia. Après la description de la maquette du pendule inversé, nous avons abordé la partie modélisation par le formalisme de Lagrange-Euler. Ce dernier nous a permis d'établir les équations du modèle. Enfin des simulations et des tests pratiques, sous Matlab-Simulink, ont été effectués pour valider le modèle obtenu.

Comme le but de ce travail est la stabilisation du pendule inversé dans sa position d'équilibre instable en utilisant une commande floue, le prochain chapitre sera consacré à la présentation des notions de base de la logique floue ainsi que le principe de fonctionnement d'un contrôleur flou.

Chapitre 02 :

Introduction à la logique floue

Introduction

Depuis quelques années déjà, on trouve sur le marché des appareils de grande consommation (appareils de photos, vidéo, ...) qui sont présentés comme faisant intervenir un réglage par logique floue ou « fuzzy-logic » ou encore « fuzzy-control ».

Le principe du réglage par la logique floue s'approche de la démarche humaine dans le sens que les variables traitées ne sont pas des variables logiques (au sens de la logique binaire par exemple) mais des variables linguistiques, proches du langage humain de tous les jours. De plus, ces variables linguistiques sont traitées à l'aide de règles qui font référence à une certaine connaissance du comportement du système à régler.

II.1 Historique de la logique floue

II.1.1 Apparition de la logique floue

Le terme d'ensemble flou apparaît pour la première fois en 1965 lorsque le professeur Lotfi A. Zadeh, publie un article intitulé « Ensembles flous » (Fuzzy sets). Il a réalisé depuis de nombreuses avancées théoriques majeures dans le domaine et a été rapidement accompagné par de nombreux chercheurs développant des travaux théoriques.

II.1.2 Premières applications

Parallèlement aux travaux, certains chercheurs se sont penchés sur la résolution par logique floue de problèmes réputés difficiles. Ainsi en 1975, le professeur Mamdani à Londres développe une stratégie pour le contrôle des procédés et présente les résultats très encourageants qu'il a obtenus sur la conduite d'un moteur à vapeur. En 1978, la société danoise F.L.Smith réalise le contrôle d'un four à ciment. C'est la première véritable application industrielle de la logique floue.

II.1.3 Essor

C'est au Japon, où la recherche n'est pas seulement théorique mais également très applicative, que la logique floue connaît son véritable essor. A la fin des années 1980, c'est d'un véritable boum qu'il faut parler. Les produits grand public, machines à laver, appareils photographiques et autres caméscopes estampillés « fuzzy logic » ne se comptent plus. Dans l'industrie, le traitement des eaux, les grues portuaires, les métros, les systèmes de ventilation et de climatisation sont touchés. Enfin, des applications existent dans des domaines très différents tels que la finance ou le diagnostic médical. A partir de 1990, c'est en Allemagne que des applications apparaissent en grand nombre ainsi qu'à une moindre échelle aux USA.

II.2 Intérêt de la logique floue pour le contrôle

La logique floue trouve ses origines dans un certain nombre de constatations :

- Dans l'industrie ou les techniques de commandes, les opérateurs résolvent souvent des problèmes complexes de manière relativement simple et sans avoir besoin de modéliser le système. De même, tout le monde sait qu'un modèle mathématique n'est pas nécessaire pour conduire une voiture et pourtant une voiture est un système très complexe.
- Plus la complexité d'un système augmente, moins il est possible de faire des affirmations précises sur son comportement
- plutôt que par des valeurs numériques précises, le fonctionnement doit être décrit par des qualificatifs globaux traduisant l'état approximatif des variables.

II.2.1 Utilisation de la logique floue pour le contrôle :

La logique floue est bien connue des automaticiens pour ses applications dans le contrôle-commande de procédés, appelé alors couramment « contrôle flou ».

Tout comme un contrôleur (ou correcteur) classique, le contrôleur flou s'insère dans la boucle de régulation et calcule la commande à appliquer au procédé suivant une ou plusieurs consignes et une ou plusieurs mesures effectuées sur celui-ci.

Les bases de règles floues sont intéressantes en commande car elles permettent :

- de prendre en compte une expertise existante de nature qualitative
- de prendre en compte des variables que l'on sait difficilement intégrer dans la boucle et d'améliorer le fonctionnement de contrôleurs classiques, par :
 - autoréglage hors ligne ou en ligne des gains de ces contrôleurs
 - modification de leur sortie (feed forward) en fonction d'événements qui ne peuvent pas être pris en compte par une technique classique.

II.3 Théorie des ensembles flous

II.3.1 Notion d'appartenance partielle [10] [11]

Dans la théorie des ensembles, un élément appartient ou n'appartient pas à un ensemble. La notion d'ensemble est à l'origine de nombreuses théories mathématiques, cette notion essentielle ne permet cependant pas de rendre compte de situations pourtant simples et rencontrées fréquemment.

Parmi les fruits, il est facile de définir l'ensemble des pommes. Par contre, il sera plus difficile de définir l'ensemble des pommes mûres, on conçoit bien que la pomme mûrit progressivement... la notion de pomme mûre est donc graduelle.

C'est pour prendre en compte de telles situations qu'a été créée la notion d'ensemble flou.

La théorie des ensembles flous repose sur la notion d'appartenance partielle :

Chaque élément appartient partiellement ou graduellement aux ensembles flous qui ont été définie.

II.3.2 Fonctions d'appartenance

Un ensemble flou est défini par sa « fonction d'appartenance », qui correspond à la notion de « fonction caractéristique » en logique classique.

Supposons que nous voulions définir l'ensemble des personnes de « taille moyenne ». En logique classique, nous conviendrons par exemple que les personnes de taille moyenne sont celles dont la taille est comprise entre 1,60 m et 1,80 m. La fonction caractéristique de l'ensemble donne « 0 » pour les tailles hors de l'intervalle [1,60 m ; 1,80 m] et « 1 » dans cet intervalle (voir la figure II.01)

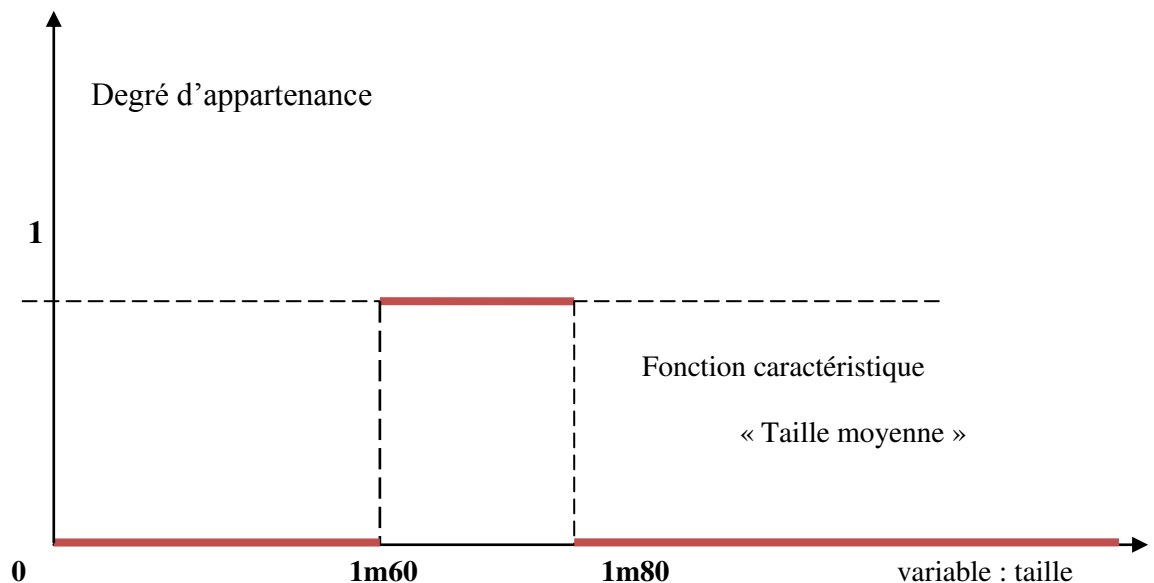


Figure II.01 : Fonction caractéristique.

Exemple

L'ensemble flou des personnes de « taille moyenne » sera défini par une « Fonction d'appartenance » qui diffère d'une fonction caractéristique par le fait qu'elle peut prendre n'importe quelle valeur dans l'intervalle $[0, 1]$. A chaque taille possible correspondra un « degré d'appartenance » à l'ensemble flou des « tailles moyennes », compris entre 0 et 1.

A titre exemple une personne de 1m65 appartient à l'ensemble de taille moyenne avec un degré d'appartenance égale à 0.5 (voir la figure II.02)

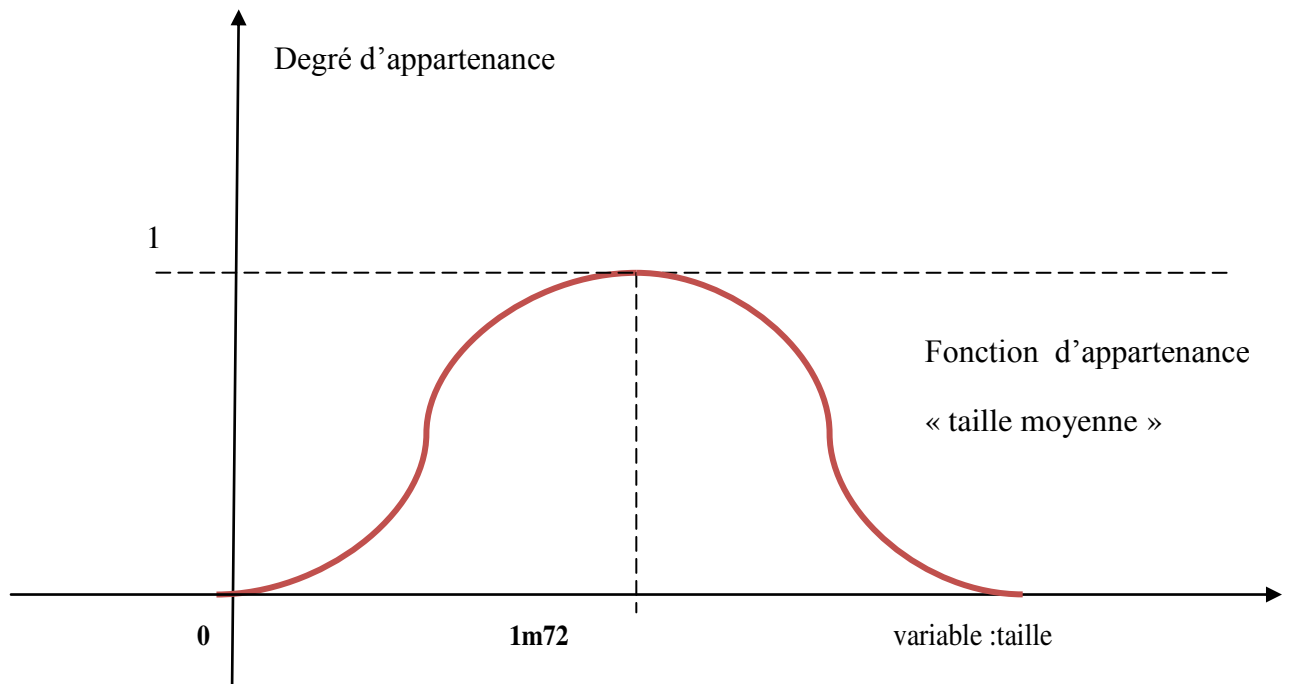


Figure II.02 : Fonction d'appartenance.

La figure II.03 montre plusieurs ensembles flous qui peuvent être définis avec la même variable, par exemple les ensembles « taille petite », « taille moyenne » et « taille grande », leur notions explicitées chacune par une fonction d'appartenance.

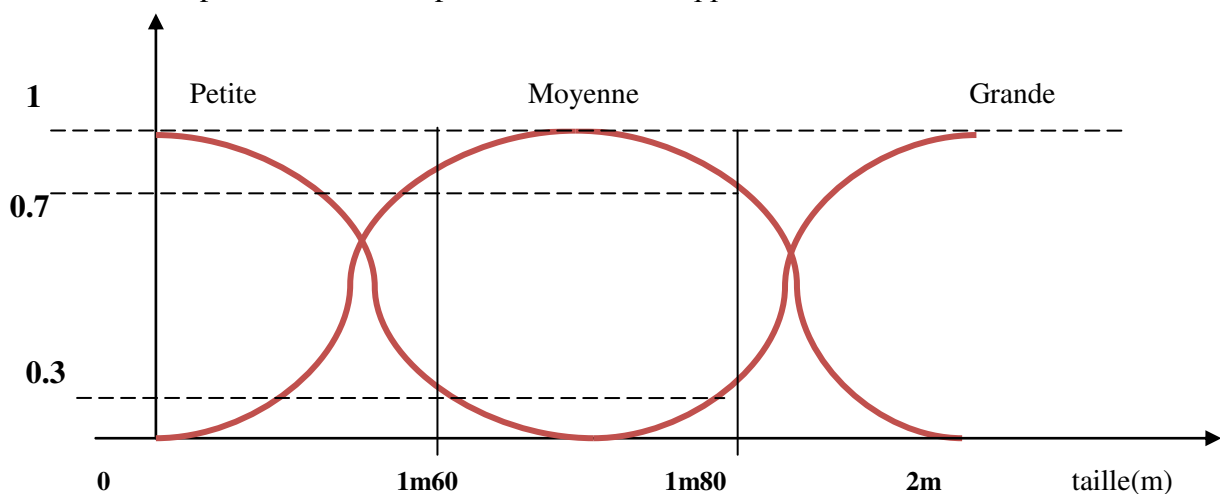


Figure II.03 : Fonctions d'appartenance.

II.3.3. Types de Fonction d'appartenance

a) Fonction d'appartenance Linéaire par morceaux

La variable de taille dans l'exemple II.04 ainsi que les termes petite, moyenne, grande, sont définis par des fonctions d'appartenance qui portent respectivement les noms de variable linguistique et de termes linguistiques.

Comme cela sera vu plus loin, variables et termes linguistiques peuvent être utilisés directement dans des règles, les fonctions d'appartenance peuvent théoriquement prendre n'importe quelle forme, toutefois, elles sont souvent définies par des segments de droites, et dites « linéaires par morceaux ».

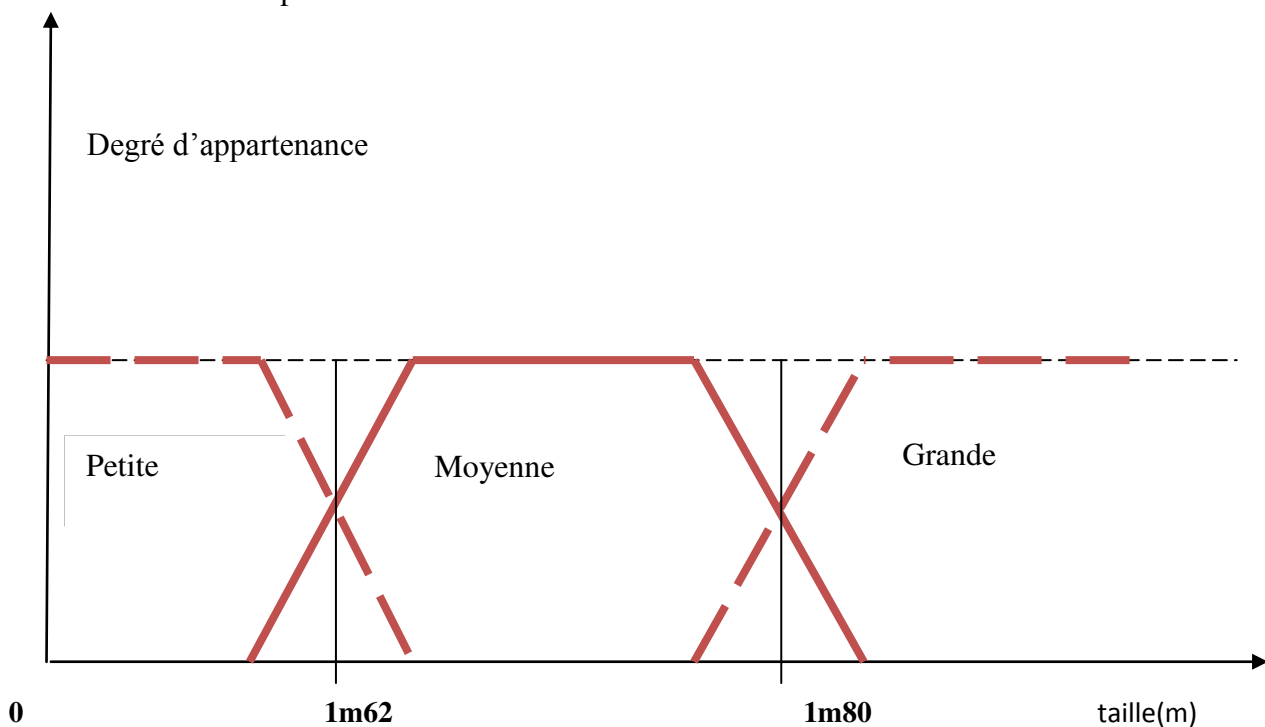


Figure II.04 : Fonction d'appartenance linéaire.

Les fonctions d'appartenance « linéaires par morceaux » sont très utilisées car :

- Elles sont simples
- Elles comportent des points permettant de définir les zones où la notion est vraie, les zones où elle est fausse, ce qui simplifie le recueil d'expertise.

b) Fonction d'appartenance singleton

Les fonctions d'appartenance peuvent être égales à 1 pour une seule valeur de la variable et égales à 0 ailleurs, et prennent alors le nom de « fonctions d'appartenance singletons ». Un

singleton flou de la figure II.05 défini sur une variable réelle (taille) est la traduction dans le domaine flou d'une valeur particulière (voir la figure II.05).

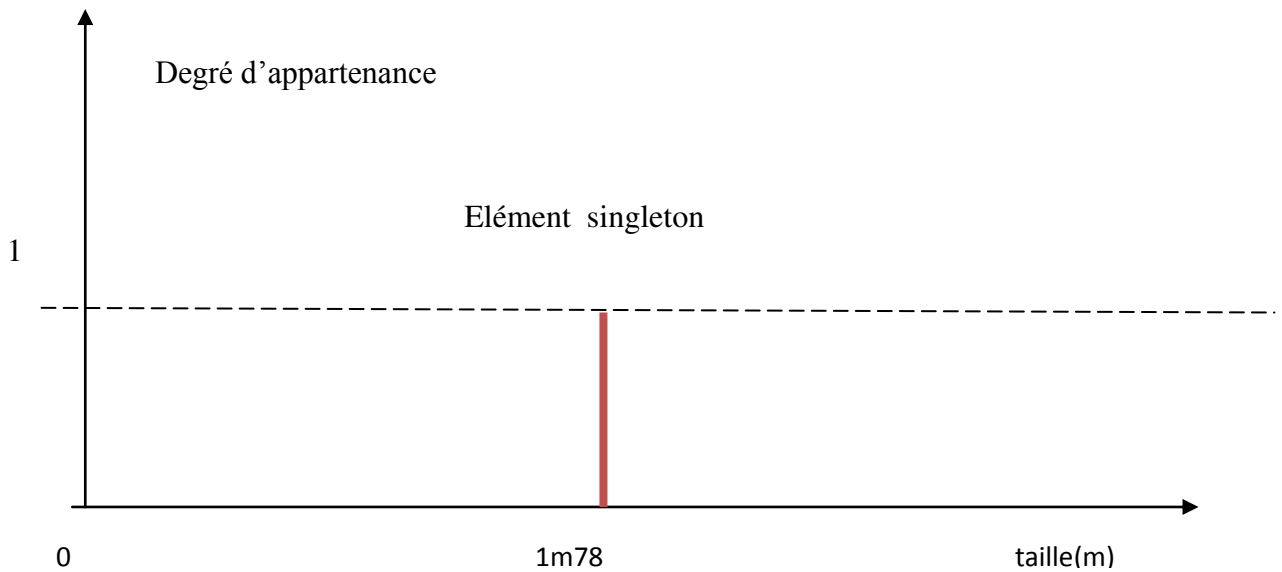


Figure II.05 : Fonction d'appartenance singleton.

c) **Fonction d'appartenance triangulaire**

Elle est définie par trois paramètres $\{a \ b \ c\}$, qui déterminent les coordonnées des trois sommets (voir figure II.06)

$$\mu(x) = \max \left(\min \left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b} \right), 0 \right) \dots \dots \dots (\text{II.1})$$

d) **Fonction trapézoïdale**

Elle est définie par quatre paramètres $\{a \ b \ c \ d\}$, qui déterminent les coordonnées des quatre sommets.

$$\mu(x) = \max \left(\min \left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c} \right), 0 \right) \dots \dots \dots (\text{II.2})$$

e) **Fonction sigmoïde**

Elle est définie par deux paramètres $\{a \ b \}$

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \exp(-a(x-c))} \dots \dots \dots (\text{II.3})$$

f) **Fonction gaussienne**

Elle est définie par deux paramètres $\{\gamma, m\}$

$$\mu(x) = \exp \frac{(x-m)^2}{2\gamma^2} \dots \dots \dots (\text{II.4})$$

II. 4. Opérateurs logiques flous

Ces opérateurs permettent d'écrire des combinaisons logiques entre notions floues, c'est-à-dire de faire des calculs sur des degrés de vérité. Comme pour la logique classique, on peut définir des opérateurs ET, OU.

II.4.1 Choix des opérateurs

Il existe de nombreuses variantes dans ces opérateurs. Cependant, les plus répandus sont ceux dits « de Zadeh ».

Leur utilisation sera reprise dans l'exemple didactique d'utilisation d'une base de règles floues, dans ce qui suit, le degré de vérité d'une proposition A sera noté $\mu(A)$.

II.4.2 Intersection

L'opérateur logique correspondant à l'intersection d'ensembles est le ET. Le degré de vérité de la proposition « A ET B » est le minimum des degrés de vérité de A et de B :

$$\mu(A \text{ ET } B) = \text{MIN}(\mu(A), \mu(B))$$

Exemple

« Température Basse » est vraie à 0,7

« Pression Faible » est vraie à 0,5

« Température Basse ET Pression Faible » est donc vraie à $0,5 = \text{MIN}(0,7; 0,5)$

Remarque

L'opérateur ET de la logique classique est bien respecté : 0 ET 1 donne bien 0.

II.4.3 Union

L'opérateur logique correspondant à l'union d'ensembles est le OU. Le degré de vérité de la proposition « A OU B » est le maximum des degrés de vérité de A et de B :

$$\mu(A \text{ OU } B) = \text{MAX}(\mu(A), \mu(B))$$

Exemple

« Température Basse » est vraie à 0,7

« Pression Faible » est vraie à 0,5

« Température Basse OU Pression Faible » est donc vraie à 0,7.

Remarque

L'opérateur OU de la logique classique est bien respecté : 0 OU 1 donne bien 1.

II.4.4 Complément

L'opérateur logique correspondant au complément d'un ensemble est la négation.

$$\mu(\text{NON } A) = 1 - \mu(A)$$

Exemple

« Température Basse » est vraie à 0,7

« NON Température Basse », que l'on utilisera généralement sous la forme

« Température NON Basse », est donc vraie à 0,3.

Remarque

L'opérateur négation de la logique classique est bien respecté : $\text{NON}(0)$ donne bien 1 et $\text{NON}(1)$ donne bien 0.

II.5. Variable linguistique

Soit une variable E floue, sur un univers de discours X , et T_E un ensemble de qualificatifs linguistiques ou ensemble des termes, caractérisant la variable E .

Une variable linguistique est formée du triplet (E, X, T_E) .

Exemple

soit E l'erreur de position entre la consigne et la sortie d'un système, $X=[-1,1]$ l'univers de discours et $T_E=(\text{GN}, \text{MN}, \text{ZE}, \text{MP}, \text{GP})$, le triplet $(\text{Erreur}, [-1,1], (\text{GN}, \text{MN}, \text{ZE}, \text{MP}, \text{GP}))$ est une variable linguistique (voir figure II.06)

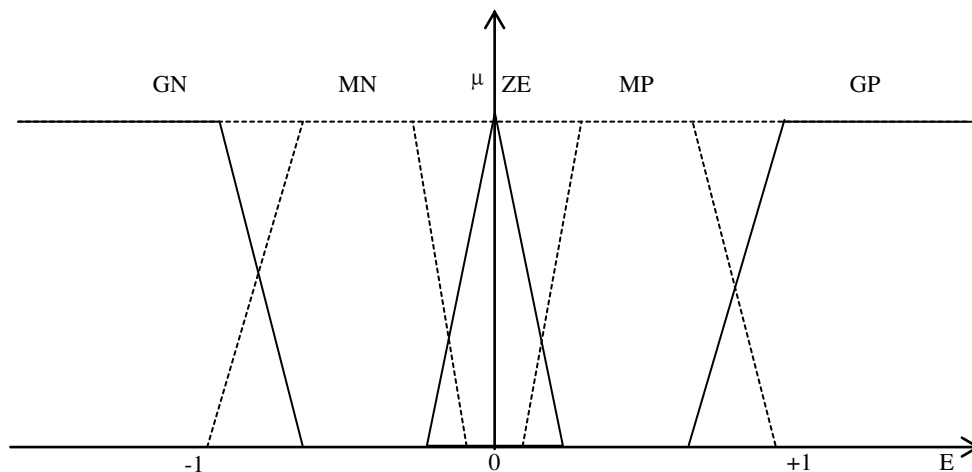


Figure II.06 : Variables linguistiques.

II.6 Proposition floue

Une proposition floue s'exprime à partir d'une variable linguistique (E, X, T_E) sous la forme E et A , pour un terme de T_E ou en appliquant un modificateur linguistique sur l'élément de l'ensemble des termes. Les propositions floues sont la base des systèmes des règles floues.

- L'erreur est Grande Positive
- La Commande est nulle
- La Dérivée de L'Erreur est Très Grande Positive
- La Vitesse est relativement élevée

II.7 Règles floues

Elles expriment un lien entre des propositions floues élémentaires, ou des conjonctions de propositions élémentaires. Elles forment le noyau des systèmes d'inférence utilisés en commande.

Exemple :

Règle floue	si E est A	alors U est B
Univers	X	Y
Fonction d'appartenance	$\mu_A(x)$	$\mu_B(y)$

II.8 Contrôleur flou

Un contrôleur flou est décrit par un ensemble de règles de type SI (condition) ALORS (action) permettant de convertir la stratégie de contrôle linguistique acquise auprès d'un expert humain en une stratégie de contrôle automatique bien adaptée au monde réel. Le schéma synoptique général d'un contrôle flou est illustré par la figure II.07. Quel que soit le type d'application du contrôleur, on retrouve généralement la même configuration répartie en quatre blocs principaux à savoir :

- Une interface de fuzzification à l'entrée
- Une base de connaissance
- La logique de prise décision (engin d'inférence).
- Une interface de défuzzification à la sortie.

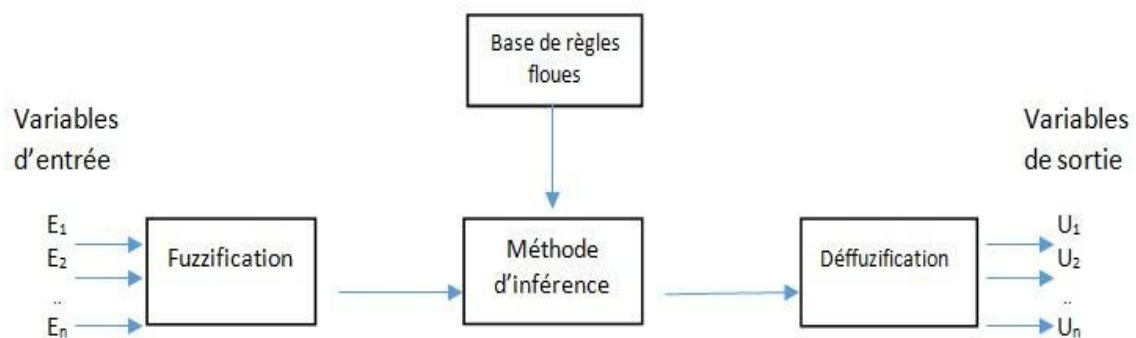


Figure II.07 : Structure interne d'un contrôleur flou.

II.9 Fuzzification

La fuzzyfication ou l'interface avec le flou, établit une représentation adéquate des connaissances. L'opération de fuzzification permet d'assurer le passage des grandeurs physiques d'entrée du contrôleur en variables linguistiques qui peuvent être traitées par les inférences.

II.10 Base de connaissances floues

Ce bloc comprend les définitions des fonctions d'appartenance des variables d'E/S ainsi que les règles d'inférence. Celles-ci constituent le noyau du contrôleur, elles caractérisent souvent une connaissance vague et qualitative du système à contrôler. Elles sont exprimées comme un ensemble de propositions conditionnelles linguistiques de la forme (SI-ALORS) Formulant les associations (condition _ action) facilement interprétées par les implications floue.

II.11 Méthodes d'inférences

On parle alors de déductions floues ou inférences. Chaque inférence est constituée d'un ensemble de règles de décision décrites par une collection de termes linguistiques traduisant les connaissances et le jugement d'un opérateur humain :

Si (X est A_i , **ET** Y est B_i), **Alors** Z est C_i

Avec : X et Y : entrées du contrôleur.

A_i, B_i, C_i : valeurs des variables linguistiques (ensembles flous)

Z : sortie du contrôleur.

La traduction des opérateurs ET, OU et l'implication par une des fonctions élémentaires (minimum, maximum, produit ...) et la combinaison de ces différentes fonctions conduit à plusieurs méthodes d'inférence (Min-Max, Max-Prod et Somme-produit) parmi ces dernières on distingue les deux les plus utilisées (voir la figure II.08) :

a) Méthode Min-Max de Mamdani

Cette méthodes st historiquement la première à avoir été proposé et assez simple a mette œuvre.

-Au niveau de la condition	ET est représenté par la fonction Min
	OU est représenté par la fonction Max

-Au niveau de la conclusion	OU est représenté par la fonction Max Alors est représenté par la fonction Min
-----------------------------	---

b) Méthode Somme-prod

Les fonctions décrivant les différents opérateurs dans cette méthode sont

-Au niveau de la condition	ET est représenté par la fonction prod
	OU est représenté par la fonction Somme

-Au niveau de la conclusion	OU est représenté par la fonction Somme
	Alors est représenté par la fonction Prod

Il s'agit d'une somme pondérée (moyenne), cette méthode se distingue par le fait que les conséquences sont des ensembles flous singletons.

II. 12 La défuzzification

Les valeurs obtenues lors de la combinaison des règles appliquées aux intervalles flous de la variable de sortie, définies une fonction d'appartenance.

Il s'agit de convertir cette information en une grandeur physique. Plusieurs façons de faire, peuvent être envisagées mais, en pratique, on utilise surtout les deux méthodes suivantes :

- Défuzzification par calcul du centre de gravité.
- Défuzzification par calcul du maximum.

Dans la méthode de Mamdani, les prémisses et les conclusions des règles sont floues. L'inférence floue est réalisée à l'aide de l'opérateur min (minimum) ou prod (produit) et l'agrégation des règles à l'aide de l'opérateur max (maximum). La défuzzification est généralement effectuée par la méthode du centre de gravité (Figure II.08).

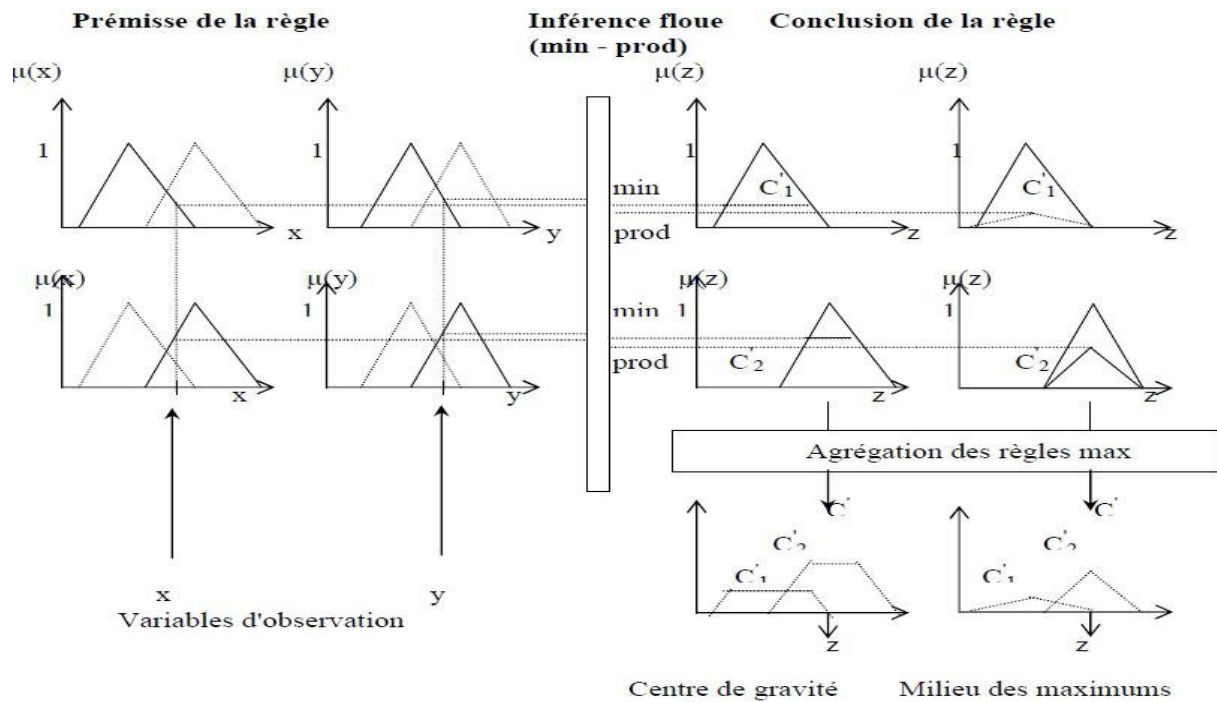


Figure II.08 : Méthode inférence et Dezzification de Mamdani.

Conclusion

Les outils fournis par la logique floue permettent une modélisation des phénomènes pouvant en un certain sens s'approcher du raisonnement humain. Le fait de transcender le « tout ou rien » de la logique classique introduit une souplesse et une flexibilité, ce qui donne un avantage à la logique floue dans la régulation des systèmes.

Dans ce chapitre, nous avons introduit le concept des ensembles flous et les types de fonctions d'appartenance, les opérateurs mathématiques de la logique floue, et nous avons expliqués le fonctionnement d'un contrôleur flou, après avoir donné les composantes internes du contrôleur ainsi que ces caractéristiques.

Dans le prochain chapitre, le contrôleur flou est appliqué sur un banc d'essai d'un pendule inversé du laboratoire LTII

Chapitre 03 :

La commande floue du pendule inversé

Introduction

Ce chapitre est organisé en deux parties. La première partie est consacrée à la description des différentes structures d'une commande à base d'un contrôleur flou. La deuxième partie présente les résultats obtenus en simulation et sur le banc d'essai du pendule inversé en utilisant un contrôleur flou de type proportionnel dérivé dont l'objectif est de stabiliser le balancier du pendule dans sa position d'équilibre instable.

III.1 Structure d'un réglage par un contrôleur flou

Le contrôleur flou est chargé de calculer à chaque instant la commande réelle « u » appliquée au système afin de réaliser l'objectif de commande qui est l'annulation de l'erreur $e=c-y$ (voir la figure III.01).

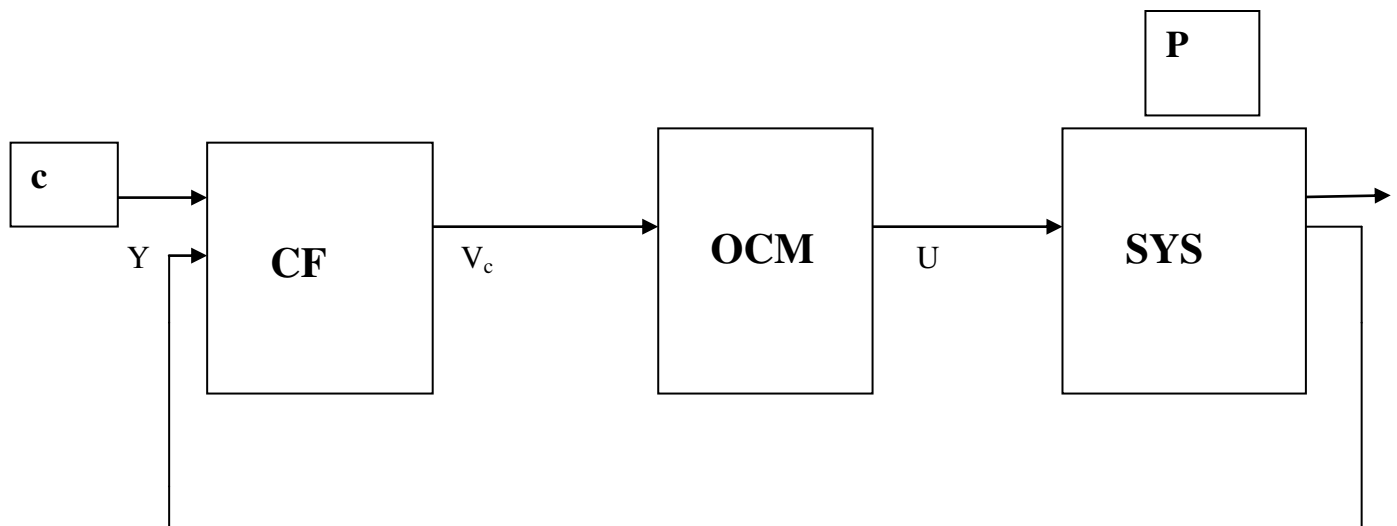


Figure III.01 : Structure d'un réglage par contrôleur flou

avec :

CF : Contrôleur flou.

OCM : Organe de commande.

V_c : Signal de commande fournie par le contrôleur flou.

U : Grandeur de commande fournie par OCM.

Y : Vecteur qui contient la grandeur mesurée.

C : Grandeur de la consigne.

Sys : le pendule inversé.

P : les perturbations extérieurs.

III.2 Types de contrôleurs flous

III.2.1 Contrôleur proportionnel flou (FP)

Ce type contrôleur est donné par la figure suivante III.02 :

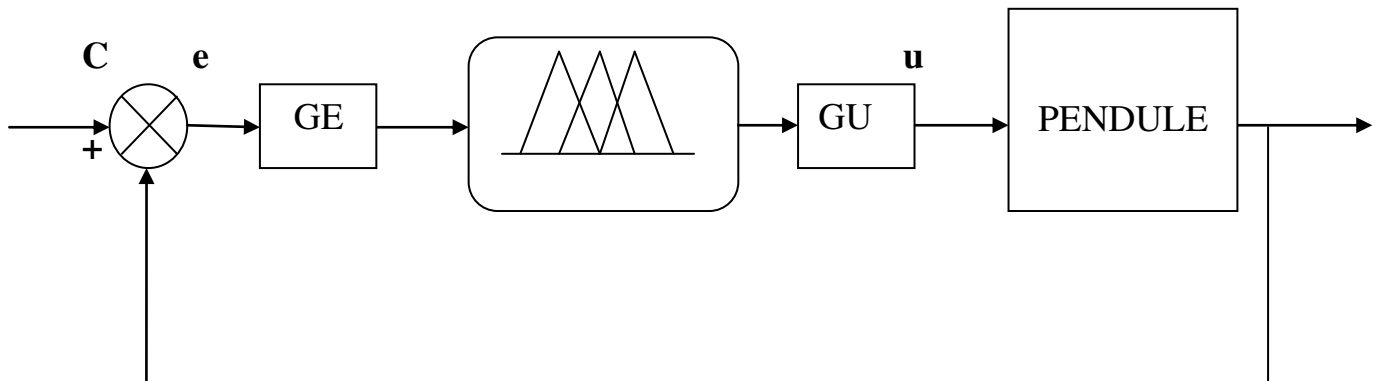


Figure III.02 : Structure d'un contrôleur flou de type FP

L'entrée du contrôleur est l'erreur, la sortie est le signal de commande u . Ce correcteur possède deux paramètres d'adaptations (gains) GE et GU .

III.2.2 Contrôleur proportionnel dérivé flou (FDP)

Le contrôleur proportionnel dérivé a comme entrée : l'erreur « e » et sa dérivée « de/dt ». Il est donné par la figure III.03

Dans ce cas le signal de commande « u » est une fonction non linéaire en fonction de l'erreur « e » et la dérivée de l'erreur « de/dt ».

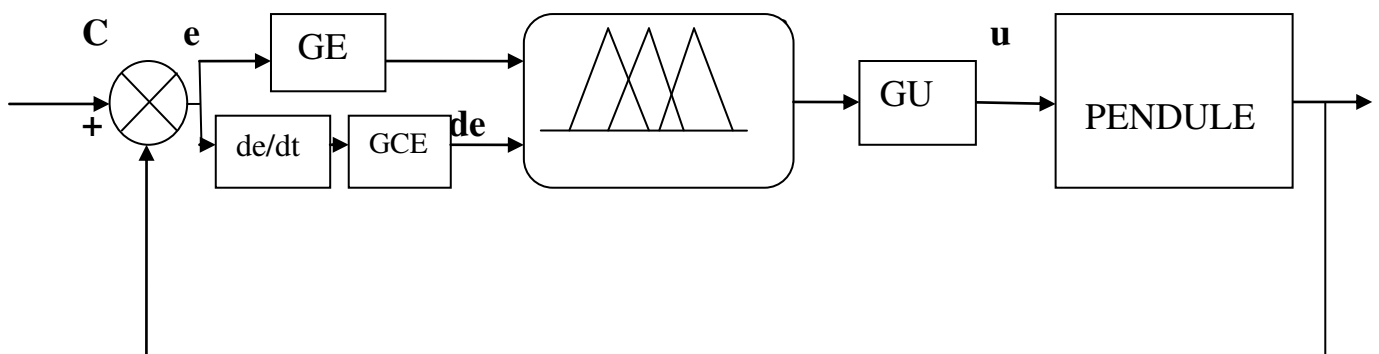


Figure III.03 : Structure d'un régulateur flou de type FDP

III.2.3 Structure d'un régulateur flou proportionnel intégral (FPI)

Le contrôleur proportionnel intégral possède de deux entrées: l'erreur «e », sa dérivée « de » et l'intégral de la sortie comme commande, voire la figure (III.04):

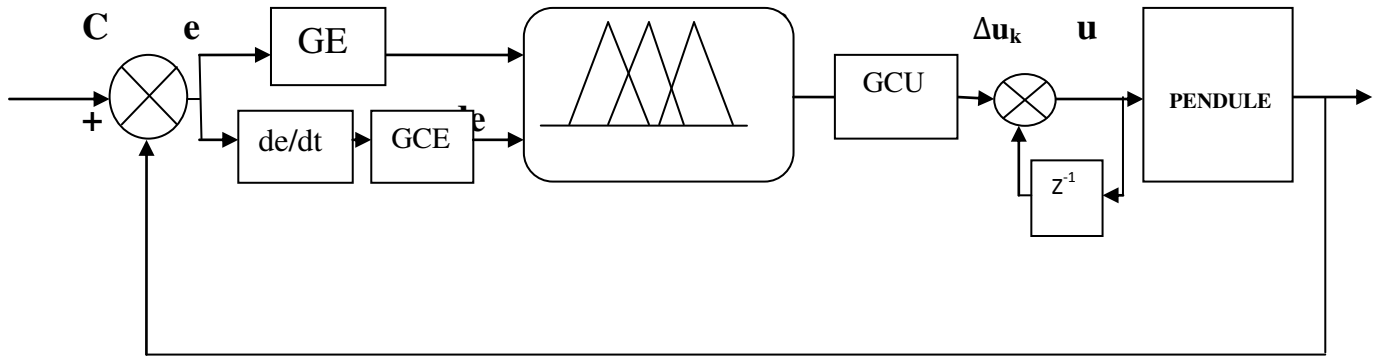


Figure III.04 : Structure d'un contrôleur de type FPI.

Pour ce type de contrôleur le signal de commande « u_k » est déterminé en incrémentant la valeur de la commande à l'instant « k-1 » par la variation « Δu_k » comme suit :

$$u_k = u_{k-1} + \Delta u_k \dots\dots\dots (III.1)$$

III.3 Structure et paramètres du contrôleur flou utilisé

Dans ce travail, un contrôleur flou de type proportionnel dérivé est utilisé (voir figure III.05). Il possède deux entrées : l'erreur de position **e** et sa dérivée **de/dt** et une sortie **V_c** représente une tension appliqué à l'entrée du moteur du pendule.

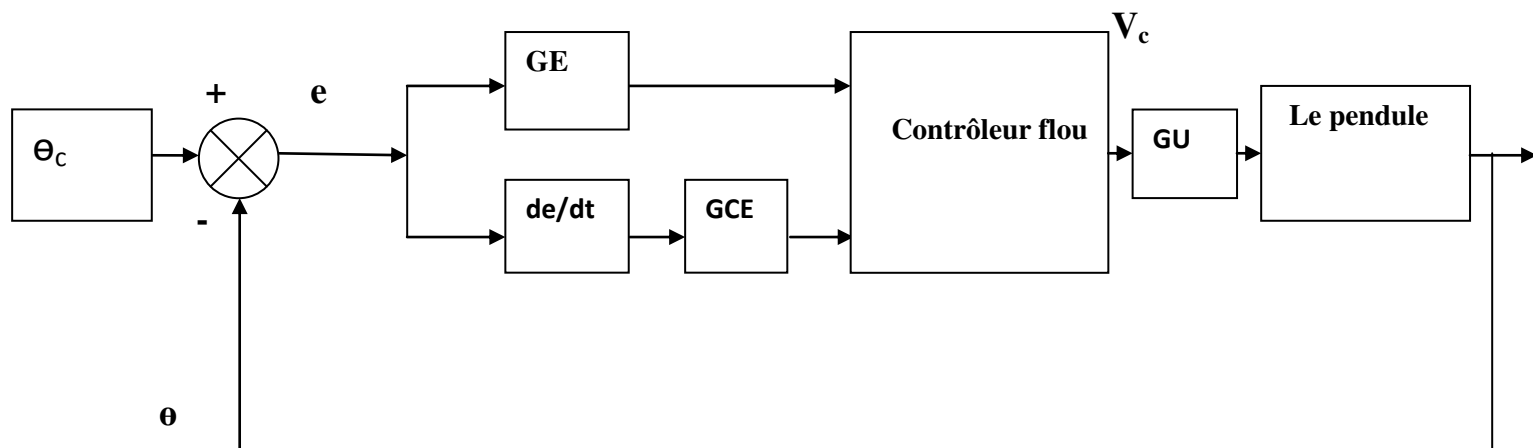


Figure III.05 : Structure du contrôleur flou utilisé

Comme l'objectif de la commande est la stabilisation du pendule inversé à sa position d'équilibre, la consigne θ_c devient alors nulle et la variable du contrôleur sont alors exprimés par :

$$\begin{cases} \tilde{e} = GE \cdot e \\ \frac{d\tilde{e}}{dt} = GCE \cdot \frac{de}{dt} \\ U = u \cdot GU \end{cases} \dots \dots \dots (III.02)$$

avec :

$$e = \theta_c - \theta = -\theta$$

III.3.1 Fonctions d'appartenance

Chaque variable du contrôleur (e , de/dt et u) est partitionnée sur son univers de discours, en utilisant cinq fonctions d'appartenance de type gaussienne asymétriques. Les termes linguistique associés à ces fonctions sont : Négatif Grand (NG), Négative (N), Zéro (Z), Positive (P) et Positive Grand (PG).

Les figures III.06, III.07, III.08 donnent respectivement les fonctions d'appartenance associées à l'erreur, la dérivée de l'erreur et à la commande.

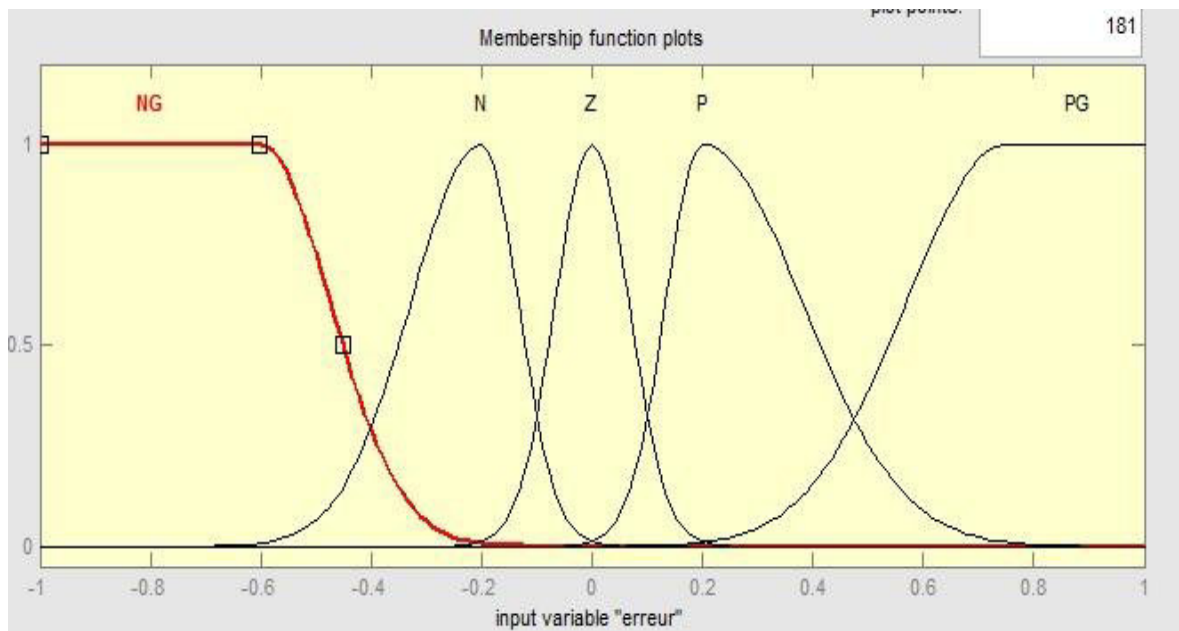


Figure III.06 : Les fonctions d'appartenance $\theta(t)$.

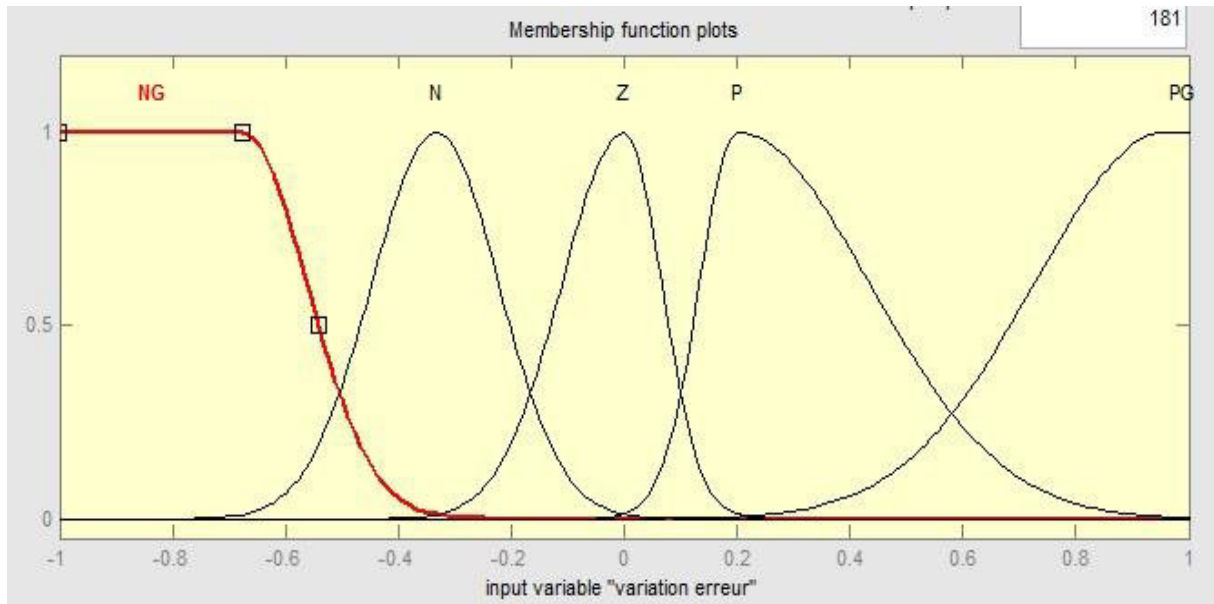


Figure III.07 : Les fonctions d'appartenance du $\dot{\theta}(t)$.

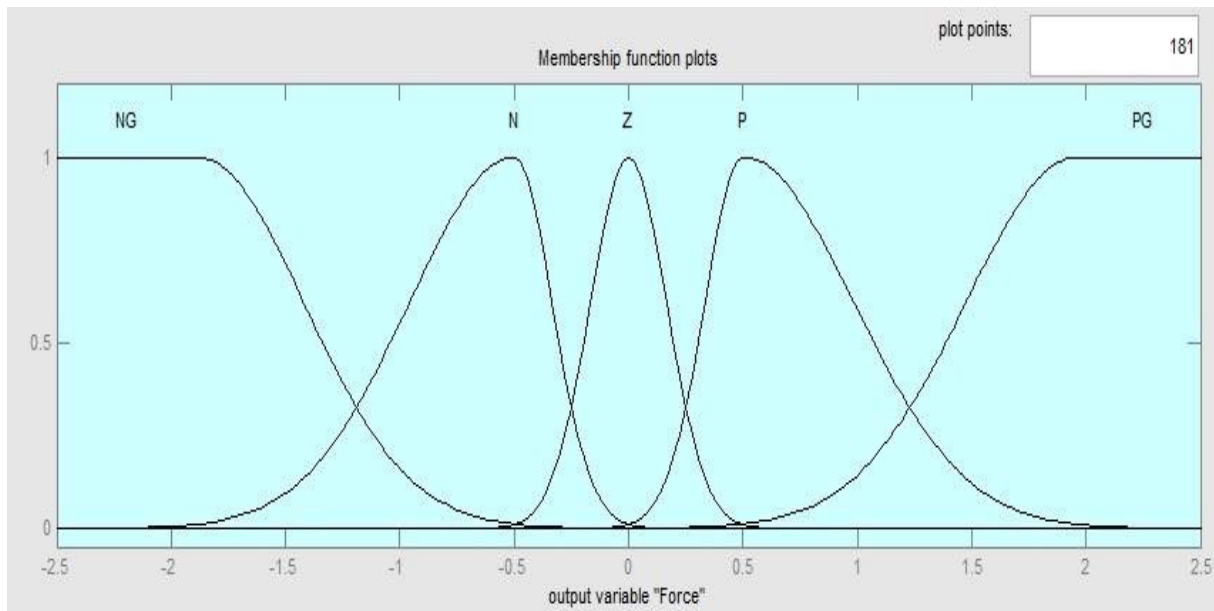


Figure III.08 : La fonction d'appartenance de la tension de sortie du contrôleur

III.3.2 Table de règle du contrôleur flou

La table de décision contient l'ensemble des règles floues nécessaires à la commande du pendule inversé, elle contient 25 règles, elles sont en fonction de la variation de l'erreur (θ) et sa dérivée ($\dot{\theta}$). L'ensemble des règles du contrôleur est donnée par le tableau III.01

- Quelques règles de la table du contrôleur flou :

Si θ : **NG** and $\dot{\theta}$: **NG** alors V_c : **NG**

Si θ : **NG** and $\dot{\theta}$: **N** alors V_c : **NG**

Si θ : **NG** and $\dot{\theta}$: **Z** alors V_c : **N**

Si θ : **NG** and $\dot{\theta}$: **NG** alors V_c : **N**

Si θ : **NG** and $\dot{\theta}$: **N** alors V_c : **Z**

Si θ : **N** and $\dot{\theta}$: **NG** alors V_c : **NG**

Si θ : **N** and $\dot{\theta}$: **N** alors V_c : **N**

$\theta \backslash \dot{\theta}$	NG	N	Z	P	PG
NG	NG	NG	N	N	Z
N	NG	N	N	Z	P
Z	N	N	Z	P	P
P	N	Z	P	P	PG
PG	Z	P	P	PG	PG

Tableau III.01 : Règle du contrôleur

Exemple :

Cette figure III.09 représente l'effet d'une règle du tableau sur le pendule inversé (case en bleu).

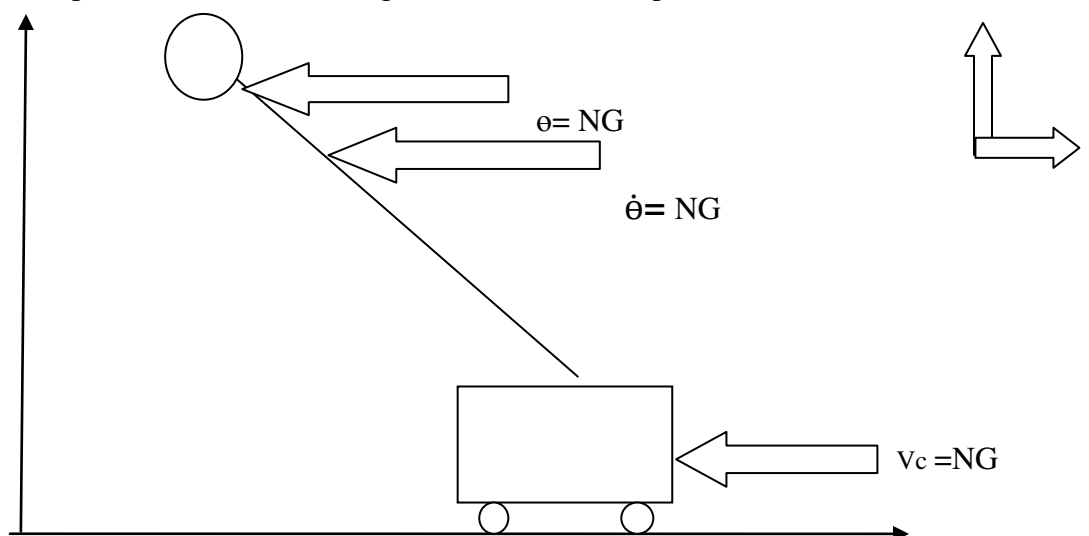


Figure III.09: Application d'une règle du tableau sur le pendule inversé.

III.3.3 Méthode d'inférence du contrôleur

Nous utilisons la méthode d'inférence floue est réalisée MIN-MAX de Mamdani pour l'agrégation des résultats flous de la base du règle du tableau III.01

III.3.4 Méthode de défuzzification

La méthode la plus utilisée est celle du centre gravité. Il s'agit de calculer la position du centre de gravité de la fonction d'appartenance résultante, l'abscisse de centre de gravité devient la sortie du contrôleur (voir figure III.10)

Figure III.10 : Choix de la méthode de dezzification.

III.3.5 Facteur d'échelle

Nous avons un total trois facteur d'échelles deux en entrées ($GE=1/0.2$ et $GCE=1/3$) et un seul a la sortie $GU=1$.

III.4 Application de la commande floue sur le modèle du pendule inversé

Dans cette section, le contrôleur flou que nous venons de décrire est utilisé en simulation pour la stabilisation du pendule inversé.

Sur la figure III.11, on donne les résultats obtenus dans la cas où le pendule inversé se trouve dans sa position d'équilibre instable avec les conditions initiales suivantes: $x=0$, $\dot{x}=0$, $\theta=0$, $\dot{\theta}=0$. Ici x représente le déplacement du chariot et $\dot{x}$ sa vitesse.

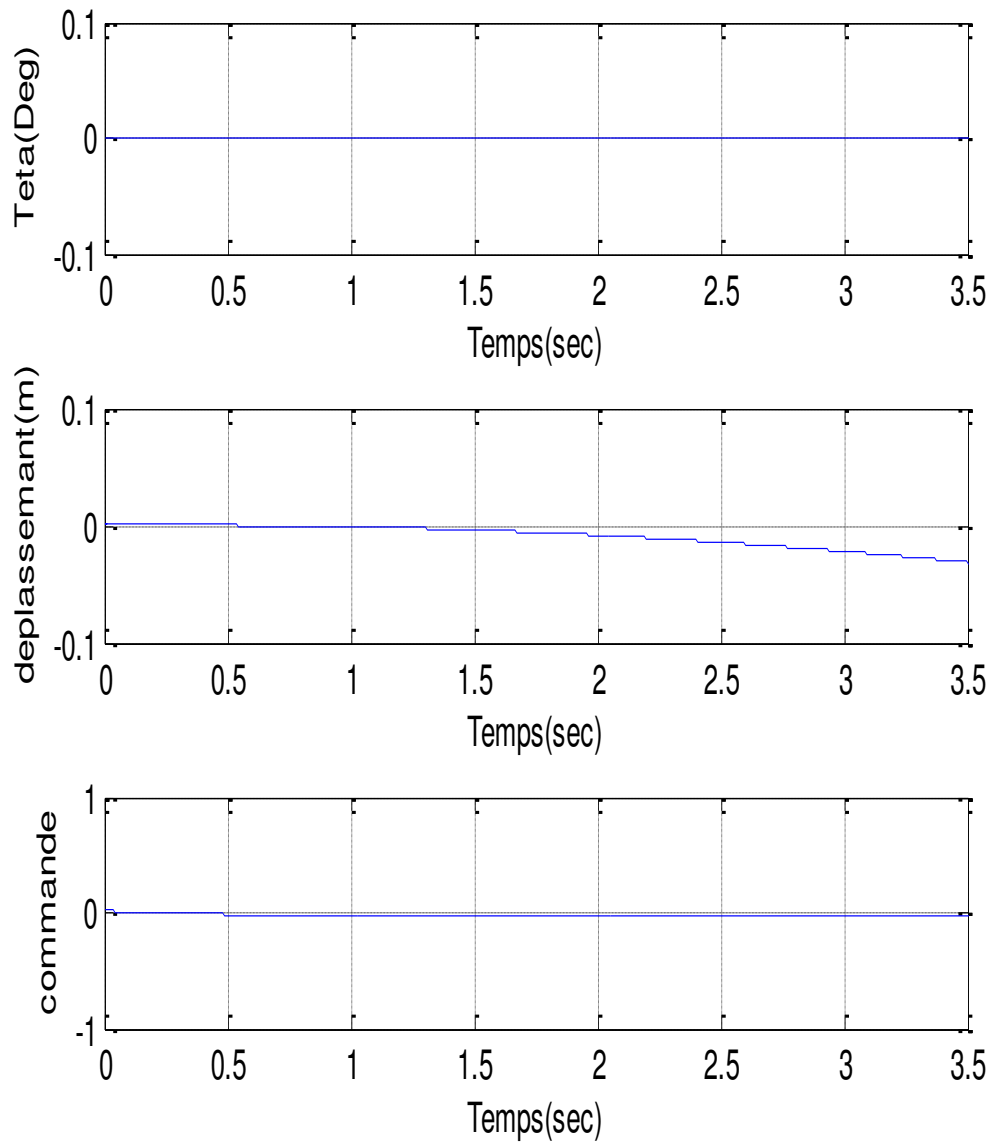


Figure III.11 : Simulation du pendule inversé dans sa position instable.

On remarque que le contrôleur flou stabilise le pendule inversé sur sa position d'équilibre instable avec une erreur pratiquement nulle (la variation de $\theta(t)$ est presque nulle). Quand au chariot celui-ci tend à se déplacer lentement sans dépasser la longueur limite des rails. La tension du moteur (signal de commande) est légèrement différente de zéro et permet de contrarier les frottements qui agissent sur les roues du chariot.

Pour confirmer les performances de notre contrôleur, nous avons effectué une seconde simulation mais cette fois-ci avec un angle initial $\theta=0.2$ rad. On remarque d'après les résultats donnés par la figure III.12 que notre contrôleur arrive efficacement à stabiliser le pendule avec un temps de repense satisfaisant. Le chariot augmente rapidement afin de maintenir la stabilité du pendule inversé.

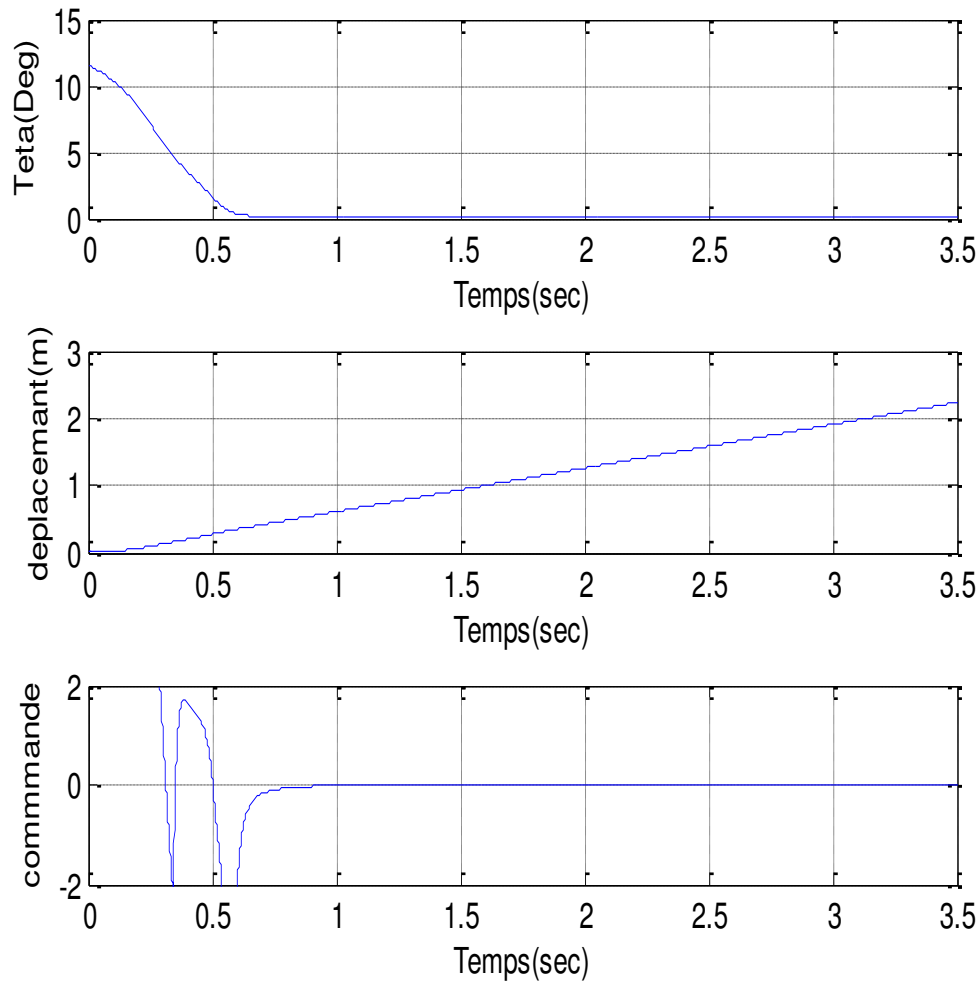


Figure III.12 : Simulation du pendule inversé avec $\theta=0.2$ rad.

III.5 Application de la commande floue sur le banc d'essais

Après avoir testé les performances du contrôleur flou en simulation, nous allons maintenant utiliser le même contrôleur pour stabiliser le pendule inversé réel. La figure III.13 montre les différents blocs utilisés pour l'implémentation de la commande sur le banc d'essais.

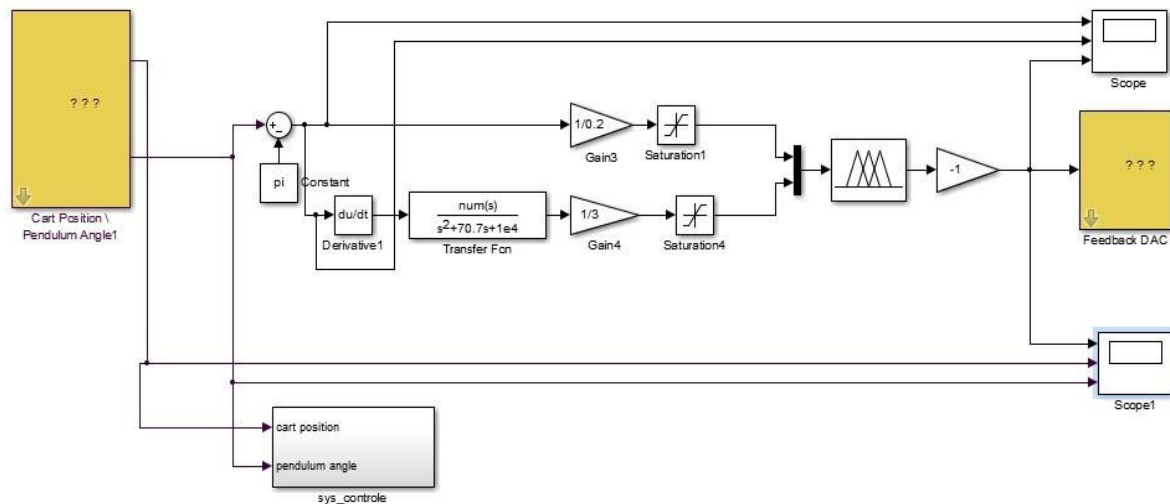


Figure III.13 : Schéma de la commande floue appliquée sur le banc d'essai.

III.5.1 Blocs utilisés sur le banc d'essai

- Un bloc pour la lecture des grandeurs mesurées $\theta(t)$, $x(t)$ qui est représenté par la figure III.14 :

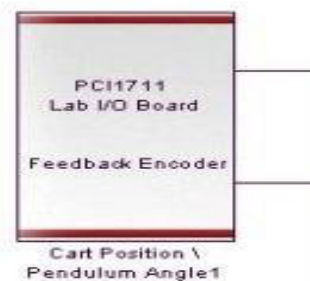


Figure III.14 : Bloc de lecture

- Un bloc de connexion en simulink de matlab et la carte d'acquisition représenté par la figure III.15 :

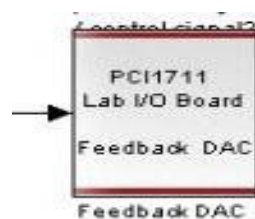


Figure III.15 : Bloc de transmissions de la commande

- Un filtre qui évite le changement rapide de la deuxième entrée du contrôleur (à cause de la dérivée), il est représenté par la figure III.16:

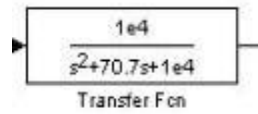


Figure III.16 : Bloc du filtre

- *Un bloc d'arrêt qui garantit la sécurité du matérielle, si il y a un dépassement de -0.4 ou +0.4 la simulation s'arrête (figure III.17)) :*



Figure III.17 : Bloc d'arrêt de la simulation

III.5.2 Résultats pratiques

La figure III.18 donne l'angle θ , le déplacement du chariot x et la tension de commande V_c obtenus dans le cas où le pendule inversé se trouve dans sa position d'équilibre instable ($\theta = 0$).

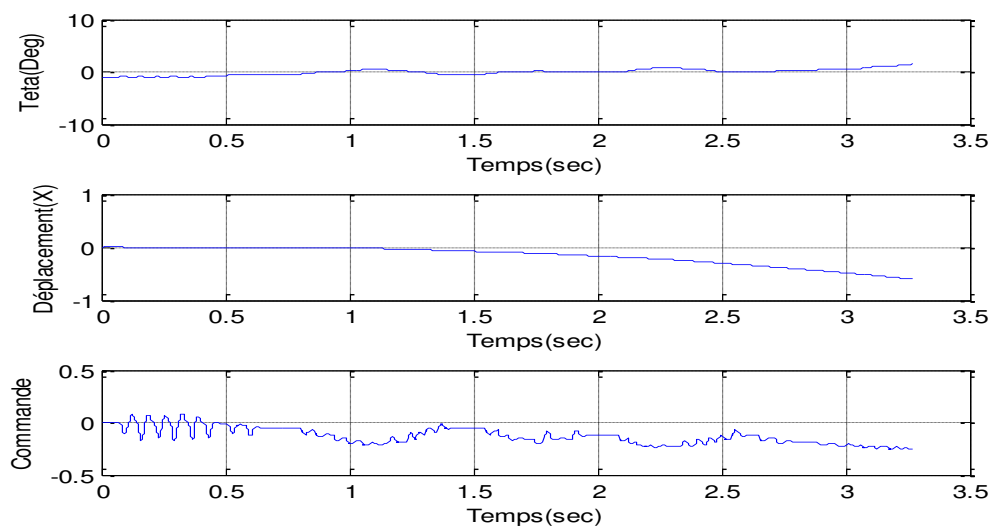


Figure III.18 : Simulation du pendule inversé dans sa position instable.

Le contrôleur flou arrive à maintenir à l'équilibre vertical le pendule inversé aux alentours de $\theta(t)=0$ durant son fonctionnement. Par contre le chariot se déplace de façon à maintenir la stabilisation du pendule jusqu'à ce qu'il atteigne le capteur fin de course ce qui provoque l'arrêt de la commande.

Maintenant un deuxième test est réalisé, il s'agit, après stabilisation du pendule, de perturber à la main le pendule pour voir la réaction du contrôleur flou.

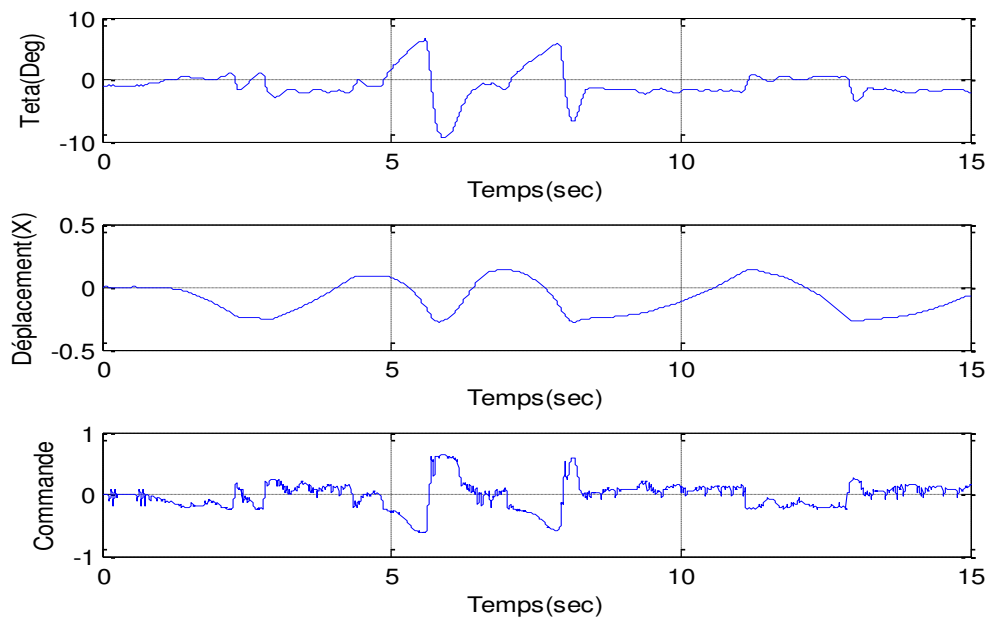


Figure III.19 Simulation du pendule inversé avec perturbation.

On remarque, d'après la figure III.19, que la courbe de $\theta(t)$ se stabilise aux alentours zéro même en présence des perturbations. Le contrôleur flou réagit selon les perturbations faites à la main, il permet d'ajuster à chaque fois le signal de commande afin de maintenir le pendule en équilibre vertical.

Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté brièvement quelques types de contrôleurs flous utilisés pour la commande des systèmes. Parmi ces types le contrôleur flou proportionnel dérivé a été utilisé en simulation puis en pratique pour la stabilisation du pendule inversé.

Conclusion Générale

Le travail présenté dans ce mémoire, a porté sur la commande floue d'un pendule inversé disponible au laboratoire LTII sous forme de banc d'essai.

La mise en œuvre d'un tel objectif, nous a conduits à élaborer le modèle mathématique du pendule inversé en utilisant le formalisme de Lagrange-Euler. Ensuite, le modèle établi a été exploité en simulation pour tester les performances d'un contrôleur flou de type PD visant à stabiliser le pendule. Après avoir effectué plusieurs simulations, nous avons abordé la partie pratique du travail en essayant de comprendre le fonctionnement du banc d'essai.

Les résultats de simulations et pratiques nous a permis de confirmer l'intérêt que porte la commande floue pour la stabilisation du pendule inversé. Les résultats obtenu avec un seul contrôleur sont satisfaisants, mais pour une meilleur stabilisation du pendule inversé on doit éviter le chariot d'atteindre les deux extrémités des rails. Pour cela il est nécessaire de concevoir un deuxième contrôleur qui maintient le chariot dans un intervalle $[-0.4, 0.4]$ pour obtenir une commande plus performante.

Le travail peut être amélioré en investissant dans:

- ✚ L'optimisation de la commande floue par des techniques d'optimisation tels que les algorithmes génétique.
- ✚ utilisation d'autres techniques de commande

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES :

- [1] **BOUSSALEM Chahira** Implémentation de régulateurs fractionnaires pour la stabilisation d'un pendule inversé, MEMOIRE DE MAGISTER, UNIVERSITE MOULOU MAMMERI TIZI-OUZOU
- [2] **Freddy Mudry** Modelisation et régulation d'un pendule inversé, L'institut d'Automatisation industrielle (iAi) de l'eivd. 2003
- [3] **Muskinja N** Swinging up and stabilization of a real inverted pendulum, Fac. of Electr. Eng. & Comput. Sci., Univ. of Maribor, Slovenia
- [4] **Ferhat LAHOUI** Mise en oeuvre d'une stratégie de commande neuro flou : application à pendule inversé, MEMOIRE DE MAGISTER, UNIVERSITE MOULOU MAMMERI TIZI-OUZOU
- [5] **J. Yi*, N. Yubazaki** Stabilization fuzzy control of inverted pendulum systems, Technology Research Center, Mycom, Inc., 12, S. Shimobano, Saga Hirosawa, Ukyo, Kyoto 616-8303, Japan 2000
- [6] **Bugeja M.** "Non linear swing-up and stabilizing control of an inverted pendulum system". Eurocon Ljubljana, Slovenia. 2003
- [7] **Andrew K.** "Standup and stabilization of the inverted pendulum. Submitted to the department of mechanical engineering in partial fulfillment of the requirements for the degree of Bachelor of Science", Massachusetts Institute of Technology. June 1999
- [8] **manuel d'installation du pendule inversé** Feedback Digital Pendulum controller 33-201.
- [9] **Lam J.** "Control of an inverted pendulum". Dept. of Electrical & Computer Engineering, University of California, U.S.A. 2004
- [10] **BELON.C, BOSC.P, PRADE.H** « le 'BOUM' du flou au japon ». Rapport de recherche N°1215 Unité de recherche INRIA-RENNES, Avril 1990
- [11] **M.ENGEL.** « Principales application des ensembles flou ». Club CRIN logique flou, Mai 1992.