

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université Abderahmane MIRA - Béjaïa

Faculté des Sciences Exactes  
Département de Recherche Opérationnelle



## Mémoire de Fin de Cycle

En vue de l'Obtention du Diplôme Master en Recherche Opérationnelle

Option :

Modélisation Mathématique et Techniques de Décision

### THÈME

## *Etude de la fiabilité et de la disponibilité des équipements au niveau de l'entreprise MAC-SOUM*



Présenté par :                      Devant le jury composé de

CHAHBOUNE Sofiane

Présidente

*M<sup>me</sup>* F. Aoudia    U. A/Mira Béjaia.

HAMMOU Rahima

Rapporteur

*M<sup>r</sup>* D. Aissani    U. A/Mira Béjaia.

Examineur

*M<sup>me</sup>* A. Touche    U. A/Mira Béjaia.

*M<sup>elle</sup>* Y. Ziane    U. A/Mira Béjaia.

*M<sup>r</sup>* A.F. Kassa    U. A/Mira Béjaia.

**Juin 2016**

# *Dédicaces*

Je dédie ce modeste travail

Á ma très chère honorable et aimable mère qui représentes pour moi le symbole de la bonté par excellence.

Á mon très cher père. Rien au monde ne vaut les efforts fournis jour et nuit pour mon éducation.

Á mes très chère grands parents qui sont mes deuxième parent que dieux me les gardes.

Á mes frères Rafik et Oualid.

Á mes sœurs Sabrina et Sarah.

Á toute ma famille, à tous mes amis et aux étudiants de notre promotion.

S. chahboune

# *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste travail :*

A mes très chères parents, qui sont toujours à mes coté avec leur conseils et leurs soutien.

A mes frères et sœurs Lyakout, Farid, Djamel, Salima et Hammou a qui je souhaite  
beaucoup de réussite.

A mes oncles et tantes.

A mes meilleures amies.

A nos amis de la R.O.

**R. Hammou**

# Remerciements

Nous aimerions remercier avant tout, **Dieu**, le Clément, le Miséricordieux le Tout-Puissant, de nous avoir donné la force et la puissance pour pouvoir mener ce travail à terme.

Nous tenons à remercier nos promoteurs **Mr D. AISSANI** Professeur à l'université de Bejaïa, et **Mme A. TOUCHE**, Maître assistant à l'université de Bejaïa d'avoir proposé et dirigé ce travail, ainsi pour toute la confiance et l'aide qu'ils nous ont accordée durant l'accomplissement de cette étude.

Nos remerciements vont également à *M<sup>me</sup>* **F. Aoudia** Maître de conférence à l'université de Bejaïa d'avoir accepté de présider notre soutenance, également pour les jury ; *M<sup>me</sup>* **Y. Ziane** , Docteur à l'université de Bejaïa, *M<sup>r</sup>* **A.F. Kassa** , Doctorant à l'université de Bejaïa d'avoir accepté d'examiner notre travail.

Nous tenons aussi à remercier les responsables et les travailleurs de l'entreprise MAC-SOUM pour leur accueil durant notre stage pratique.

Nous ne manquons pas de remercier nos deux familles, nos collègues et amis qui nous ont soutenus.

Enfin, *Merci* à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire.

R. Hammou & S. chahboune

# Table des matières

Listes des abréviations	viii
Introduction	1
<b>1 Généralités sur l'entreprise</b>	<b>3</b>
1.1 Historique . . . . .	3
1.2 Activités de MAC-SOUM : . . . . .	3
1.3 Les structures de MAC-SOUM . . . . .	4
1.3.1 Direction générale : . . . . .	5
1.3.2 Secrétariat . . . . .	5
1.3.3 Section moyens généraux . . . . .	5
1.3.4 Direction hygiène et sécurité . . . . .	5
1.3.5 Contentieux . . . . .	5
1.3.6 Département achats . . . . .	6
1.3.7 Direction technique . . . . .	6
1.3.8 Direction production . . . . .	6
1.3.8.1 Atelier coupe . . . . .	6
1.3.8.2 Atelier broche . . . . .	7
1.3.8.3 Atelier montage . . . . .	7
1.3.8.4 Atelier colle et forme . . . . .	7
1.3.8.5 Tâches et objectifs de la direction production . . . . .	7
1.3.9 Direction finance et comptabilité . . . . .	7
1.3.10 Direction commerciale . . . . .	8
1.3.11 Direction des ressources humaines . . . . .	8
1.3.12 Service maintenance . . . . .	8
1.3.12.1 Structure du service maintenance . . . . .	8
1.3.12.2 La fonction de la maintenance au sein de l'entreprise : . . .	9

---

1.4	Problématique . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Théorie de la fiabilité</b>	<b>12</b>
2.1	Fiabilité . . . . .	12
2.1.1	Généralités . . . . .	12
2.1.1.1	Définition de la fiabilité . . . . .	13
2.1.1.2	Définition de la panne . . . . .	13
2.1.1.3	Définition de la défaillance : . . . . .	14
2.1.1.4	Matériel réparable . . . . .	14
2.1.1.5	Matériel irréparable . . . . .	15
2.2	Indices de fiabilité . . . . .	15
2.2.1	Fonction de répartition . . . . .	16
2.2.2	Fonction de fiabilité . . . . .	16
2.2.3	Taux de défaillance . . . . .	16
2.2.4	Les grandeurs de temps . . . . .	17
2.2.5	Fiabilité des systèmes . . . . .	19
2.2.5.1	Système à configuration série . . . . .	19
2.2.5.2	Système à configuration parallèle . . . . .	19
2.2.5.3	Système à configuration k parmi n (k/n) . . . . .	20
2.3	La maintenabilité . . . . .	20
2.3.1	Indice de maintenabilité . . . . .	20
2.3.1.1	Fonction de maintenabilité d'un dispositif . . . . .	20
2.3.1.2	Le taux de réparation d'un dispositif $\mu(t)$ : . . . . .	21
2.3.1.3	Moyenne des temps de réparation . . . . .	21
2.4	La disponibilité . . . . .	21
2.4.1	Etude simple de la disponibilité . . . . .	22
2.5	Maintenance . . . . .	23
2.5.1	Définition de la maintenance . . . . .	23
2.5.2	Objectifs de la maintenance . . . . .	23
2.5.3	Classification des méthodes de maintenance . . . . .	24
2.5.3.1	Maintenance corrective . . . . .	24
2.5.3.2	Maintenance préventive . . . . .	25
2.5.4	Choix de la politique de maintenance . . . . .	27
2.6	Relation entre fiabilité, maintenabilité et disponibilité . . . . .	28

---

---

2.7	Analyse de Pareto (méthode ABC) . . . . .	28
<b>3</b>	<b>Eléments statistiques en fiabilité</b>	<b>31</b>
3.1	Le retour d'expérience . . . . .	31
3.1.1	Données complètes : . . . . .	31
3.1.2	Données censurés . . . . .	32
3.1.2.1	Données censurées simples . . . . .	32
3.1.2.2	Données censurées multiples . . . . .	32
3.2	Principales distributions utilisées dans le domaine de fiabilité . . . . .	32
3.2.1	Distributions paramétriques . . . . .	32
3.2.1.1	Principales lois de probabilité utilisées en fiabilité . . . . .	32
3.2.2	Distributions non paramétriques de fiabilité . . . . .	39
3.2.3	Distribution IFR(DFR) . . . . .	39
3.2.4	Distribution IFRA(DFRA) . . . . .	40
3.2.5	Distribution NBU(New Better Used) . . . . .	40
3.3	Modélisation de la fiabilité par les lois paramétriques . . . . .	40
3.3.1	Estimation des paramètres de loi . . . . .	40
3.3.2	Validation des modèles paramétriques . . . . .	41
3.3.2.1	Tests d'ajustement . . . . .	42
3.4	Test statistique pour distributions non paramétriques . . . . .	43
3.4.1	Test graphique basé sur la TTT-statistique . . . . .	43
3.5	Processus aléatoires à temps continu . . . . .	44
3.5.1	Chaîne de Markov à paramètre continu . . . . .	44
3.5.2	Processus de comptage . . . . .	45
3.5.3	Processus de Poisson . . . . .	45
3.5.4	Processus de naissance . . . . .	46
3.5.5	Processus de mort . . . . .	46
3.5.6	Processus de naissance et de mort . . . . .	46
3.5.6.1	Matrice de transition en une étape . . . . .	47
3.5.6.2	Graphe de transition . . . . .	47
3.5.6.3	Classification des états d'une chaîne de Markov . . . . .	48
3.5.6.4	Chaîne irréductible . . . . .	48
3.5.6.5	Distribution stationnaire . . . . .	49
3.5.6.6	Existence et unicité des distributions stationnaires . . . . .	49

---

---

3.5.7	Chaîne de Markov absorbante . . . . .	49
<b>4</b>	<b>Analyse statistique des données</b>	<b>51</b>
4.1	Collecte des données . . . . .	51
4.2	Choix de la chaîne à étudier . . . . .	51
4.2.1	Schéma de la chaîne de montage B . . . . .	53
4.3	Choix des équipements à étudier . . . . .	54
4.4	Analyse de la fiabilité des équipements . . . . .	56
4.4.1	Modélisation paramétrique de la fiabilité des équipements . . . . .	56
4.4.2	Modélisation non paramétrique . . . . .	58
4.4.3	Comparaison des résultats . . . . .	60
4.5	Indices de fiabilité . . . . .	60
4.6	Modélisation de la maintenabilité . . . . .	61
4.7	Modélisation des temps d'immobilisation . . . . .	62
4.8	Disponibilité des équipements . . . . .	62
4.8.1	Evaluation de la disponibilité . . . . .	63
<b>5</b>	<b>Etude de la disponibilité de la chaîne B</b>	<b>66</b>
5.1	Modélisation et résolution . . . . .	66
5.1.1	Modélisation . . . . .	68
5.2	Approximation des lois obtenues . . . . .	72
5.2.1	Estimations des paramètres pour des mélanges des potentiels tronqués d'exponentielle . . . . .	72
5.2.2	MTE approximation . . . . .	73
5.2.3	Les résultats de l'approximation . . . . .	74
5.2.4	Interprétation des résultats . . . . .	74
	<b>Conclusion</b>	<b>76</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>78</b>
	<b>Annexe</b>	<b>80</b>

---

# Liste des tableaux

2.1	La minorité des Causes responsables de la majorité des effets . . . . .	30
4.1	Inventaire . . . . .	52
4.2	Résultat de l'analyse ABC (Pareto) . . . . .	55
4.3	Les équipements de la zone "A" de la courbe de Pareto . . . . .	56
4.4	Résultats de la modélisation paramétrique de la fonction de fiabilité . . . . .	57
4.5	Récapitulatif du test graphique . . . . .	59
4.6	Résultats de calcul de la MUT des équipements . . . . .	60
4.7	Résultats de la modélisation des temps de réparation . . . . .	62
4.8	Résultats de la modélisation des temps de d'immobilisation . . . . .	62
4.9	Résultats de la modélisation des temps de disponibilité . . . . .	64
5.1	Résultats de l'ajustement des lois des pannes et de maintenabilité . . . . .	67
5.2	Taux moyens des pannes et de réparation des équipements identiques . . . . .	74
5.3	Calcul des cordonnés du graphe issue de la TTT-transformation pour MF80-04	85

# Table des figures

1.1	Logo de MAC-SOUM . . . . .	3
1.2	Modèle des chaussures . . . . .	4
1.3	Organigramme de l'entreprise . . . . .	10
2.1	Chronogramme d'un matériel réparable . . . . .	15
2.2	Chronogramme d'un matériel irréparable . . . . .	15
2.3	Courbe en baignoire . . . . .	18
2.4	La présentation des différentes grandeurs de temps . . . . .	19
2.5	Système en série . . . . .	22
2.6	Classification des types de la maintenance . . . . .	24
2.7	Processus de déroulement d'une maintenance corrective . . . . .	25
2.8	Maintenance Systématique . . . . .	26
2.9	Choix d'une politique de maintenance . . . . .	28
2.10	Diagramme de Pareto . . . . .	29
3.1	Densité de probabilité de la loi exponentielle . . . . .	34
3.2	Densité de probabilité de la loi Weibull . . . . .	35
3.3	Densité de probabilité de la loi Normale . . . . .	37
3.4	Densité de probabilité de la loi log-normale . . . . .	38
3.5	Densité de probabilité de la loi Gamma . . . . .	39
3.6	Graphe de transition 1 . . . . .	48
3.7	Graphe de transition 2 . . . . .	48
4.1	Schéma de la chaîne de montage B . . . . .	53
4.2	Diagramme ABC . . . . .	56
4.3	Test graphique pour MF80-04, MF80-06 . . . . .	58
4.4	Test graphique pour K78-01,K78-07 et 489-02 . . . . .	59

4.5	Les fonctions de fiabilité des équipements . . . . .	61
4.6	Taux de défaillance des équipements . . . . .	61
5.1	Schéma du sous système . . . . .	67
5.2	Graphe de transition . . . . .	68
5.3	Graphe de transition . . . . .	70
5.4	Table de loi Gamma . . . . .	81
5.5	Table de loi kolmogorov-Smirnov . . . . .	82

# Listes des abréviations

- ABC : Activity Based Costing, Coûts à base d'activité.
- $D(t)$  : La fonction de disponibilité d'un système.
- $\overline{D}(t)$  : La fonction d'indisponibilité d'un système.
- $D_c$  : Statistique empirique du test de Kolmogorov-Smirnov.
- $D_{(n,0.05)}$  : Statistique tabulée du test Kolmogorov-Smirnov avec un seuil de signification égal à 0.05
- $D_{opr}$  : Disponibilité opérationnelle réelle
- $D_{ops}$  : Disponibilité opérationnelle souhaitée
- DFR : Decreasing Failure Rate.
- IFR : Increasing Failure Rate.
- $f(t)$  : La fonction de densité de la variable aléatoire T.
- $F(t)$  : La fonction de répartition de la variable aléatoire T.
- $R(t)$  : Reliability, fiabilité au temps t.
- $E(t)$  : L'espérance mathématique de la variable aléatoire T.
- $V(t)$  : La variance de la variable aléatoire T.
- $N(t)$  : Nombre de composants ayant survécu jusqu'à l'instant t.
- $g(t)$  : La densité de probabilité de réparation
- $M(t)$  : Fonction de maintenabilité
- MUT : Mean Up Time, la moyenne du temps de fonctionnement.
- MDT : mean down time, moyenne des temps d'arrêts.
- MTBF : mean time between failure, moyenne des temps entre pannes.
- MTTF : Mean Time To Failure, la moyenne des temps jusqu'à la panne.
- MTTR : mean time to repair, moyenne des temps de réparation.
- NBU : New Better Used.
- TBF : temps de bon fonctionnement.
- TTR : Temps jusqu'à la panne.

- $\lambda$  : Taux de défaillance.
- $\mu$  : Taux de réparation.
- $\theta$  : Le temps moyen de bon fonctionnement.
- $\gamma$  : Représente le décalage pouvant exister entre le début de l'observation et le début du processus que l'on observe.
- $\eta$  : Le paramètre d'échelle de la loi Weibull.
- $\beta$  : Le paramètre de forme de la loi Weibull.
- $\lambda(t)$  : Taux de défaillance dépendant du temps.
- $\mu(t)$  : La densité de probabilité pour qu'il soit remis en service.
- $n$  : Taille de l'échantillon.

# Introduction

Dans le nouveau contexte industriel, les entreprises subissent de grandes pressions de la part de leurs clients. Ces derniers deviennent exigeants des produits et des services de bonnes qualité et à moindre coût. Pour satisfaire à la demande en qualité et en quantité tout en respectant les délais de livraison et les coûts de production, l'entreprise doit disposer d'un système de production fiable. Les entreprises commencent à être sensibilisées à l'importance des coûts induits par les défaillances accidentelles des systèmes de production, alors que la maintenance jusqu'à très récemment n'était considérée que comme un centre de coût.

A l'état actuel, il est à souligner d'une part, qu'un bon nombre d'industries algériennes issues d'un transfert technique se trouvent dépassées vis-à-vis des avancées technologiques. D'autre part, pour palier à ce retard ces entreprises font recours de plus en plus à l'expérimentation qui revient très coûteuses et peu rentable en terme d'apport technique au produit industrialisé. En revanche, la fonction de responsable de maintenance n'est pas valorisante dans les entreprises, malgré l'intérêt du poste. Elle est souvent, dans les grandes entreprises, un court passage obligé vers d'autres fonctions, ce qui n'encourage pas les initiatives.

La théorie de la fiabilité a pour objectif d'étudier l'aptitude des dispositifs techniques à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, durant un temps donné [6]. La maintenance, de son côté a pour objectif essentiel d'assurer continuellement le bon état de marche des installations dans les meilleures conditions de qualité et de prix de revient.

MAC-SOUM (Manufacture de chaussures de la Soummam) d'Akbou, une société par action issue de la filiation de l'ex-EMAC, figure parmi les rares entités économiques du secteur public à maintenir l'activité et à produire de la valeur ajoutée en Algérie. La politique globale de l'entreprise est à prédominance productive. Tous ces efforts sont concentrés sur la production sans donner suffisamment d'importance à la maintenance. Ce qui explique l'absence dans cette entreprise d'une politique de maintenance performante.

Dans notre travail, nous nous sommes intéressés à l'atelier de montage B, qui est d'une importance majeure pour l'entreprise. Son rôle fondamental consiste au montage de deux types de chaussures de sécurité (montage par injection et good year).

Notre travail consiste à calculer en premier lieu la fiabilité, puis la maintenabilité afin de déterminer la disponibilité des équipements de l'atelier de montage B. Un traitement statistique des données du retour d'expérience des équipements, issus de la zone A de la courbe de Pareto, permet d'évaluer la fiabilité et la maintenabilité de ces derniers. Il s'agit de choisir les modèles d'ajustements, puis de les valider en appliquant les tests adéquats.

Ce traitement a pour objectif dans un premier temps, de connaître le comportement des équipements issus de la zone A de la courbe de Pareto qui sont responsables de l'immobilisation de l'atelier de montage B, les équipements identifiés constituent les éléments de notre système.

Dans un deuxième temps nous avons évalué la fiabilité des différents équipements afin de dégager le type de maintenance le plus adéquat.

Par ailleurs, un modèle d'évaluation de la disponibilité de la chaîne de montage B a été proposé.

Ce mémoire comprend une introduction générale, cinq chapitres, une conclusion générale, une annexe et en fin, une bibliographie. Le premier chapitre est consacré à l'historique et la présentation de l'entreprise MAC-SOUM.

Dans le deuxième chapitre, on trouve les notions théoriques de fiabilité, durée de vie des matériels, taux de défaillance instantanée, maintenabilité, fiabilité des systèmes ainsi que la disponibilité. On trouve aussi dans ce chapitre, les différents types de maintenance ainsi que l'analyse de Pareto.

Le troisième chapitre est divisé en deux parties. On trouve dans la première partie un ensemble d'éléments théoriques (modèles paramétriques et non paramétriques, estimation des paramètres de lois, tests d'adéquation pour distributions paramétriques et non paramétriques). Dans la deuxième partie de ce chapitre, on trouve les notions théoriques sur les chaînes de Markov.

Le quatrième chapitre est consacré à l'analyse statistique des données. Il comprend la collecte des données, les résultats de la modélisation paramétrique et non paramétrique pour la fiabilité des équipements, ainsi que la modélisation paramétrique des lois de maintenabilité.

Dans le dernier chapitre, nous avons étudié la disponibilité des équipements en utilisant les propriétés des chaînes de Markov.

Ce mémoire se termine par une conclusion et quelques perspectives.

## *Chapitre 1*

### *Généralités sur l'entreprise*

# Chapitre 1

## Généralités sur l'entreprise

### 1.1 Historique

L'entreprise Manufacture de Chaussures de Soummam, par abréviation MAC-SOUM, est issue le 08/02/1998 de la restructuration de l'E.M.A.C, issue à son tour en 1983 de la restructuration de la SONIPEC.

MAC- SOUM est une société par action au capitale de 200 000 000 DA, affiliée au groupe industriel leather industry-SPA.

Elle est située sur la route nationale N° 26 à environ 08/Km de la ville d'akbou et à 500/m de la voie ferrée " SNTF " la superficie totale du complexe est de 106134 m<sup>2</sup> avec une surface bâtie de 18116 m<sup>2</sup>.



FIGURE 1.1 – Logo de MAC-SOUM

### 1.2 Activités de MAC-SOUM :

L'activité principale de cette entreprise repose sur la production et la commercialisation de trois principales gammes de produit :

- Chaussures ville hommes, femmes et enfants,
- Chaussures textiles Professionnelles et intérieur,
- Chaussures de travail et de sécurité.

Une activité secondaire : la production des colles pour satisfaire les besoins internes de l'entreprise, formes et autres (emportes pièce, pièce de rechange, cabinet à polish).



FIGURE 1.2 – Modèle des chaussures

L'entreprise MAC-SOUM est la première usine dans la région d'AKBOU. Elle représente pour l'autorité locale et la population de cette région un espoir et un symbole de développement. Son rôle consiste :

- La diminution du chômage qui est très élevé dans la région
- Amélioration du pouvoir d'achat et les conditions de vie des travailleurs et de leurs familles
- Contribution à l'éducation de travailleurs et de leurs enfants

Elle peut être saisie de point de vue de gain en devise qu'elle réalise au projet de l'économie nationale par l'intégration au sein de la production d'une majeure partie de matières et accessoires des produits locaux( cuir, toiles, textile, synthétique).

Cette intégration représente 6.25 % de produit national.

La fabrication de colle au sein de l'entreprise, permet la satisfaction des besoins de marché de l'entreprise.

### 1.3 Les structures de MAC-SOUM

L'entreprise MAC-SOUM se compose d'un ensemble de départements et directions qui sont :

### 1.3.1 Direction générale :

Elle est assurée par le président directeur général (PDG), qui est le dirigeant principal de l'entreprise. Il exerce sa fonction sous le contrôle du conseil d'administration. Il veille sur la bonne gestion de l'entreprise et il est chargé de développer et d'appliquer la politique générale définie par le groupe " LEATHER INDUSTRY". Il doit veiller aussi sur l'amélioration continue de la rentabilité et la productivité de l'entreprise.

### 1.3.2 Secrétariat

Il a un rôle intermédiaire entre la direction générale et ses différentes structures. Il s'occupe principalement de la rédaction, de la diffusion et de la réception du courrier.

### 1.3.3 Section moyens généraux

La section moyen généraux est chargée de

- Gestion des transports personnel et de marchandise ;
- Etablissement des bons de commandes pour l'approvisionnement de carburant, des huiles, fourniture de bureau... ;
- Gestion et l'entretien des équipements de bureau et des bâtiments administratifs ;
- Hygiène et nettoyage des locaux.

### 1.3.4 Direction hygiène et sécurité

Elle est liée directement à la direction générale ayant pour tâches :

- Définir les normes de sécurité de chaque poste de travail ;
- Veiller à la sécurité et au respect des règles d'hygiène ;
- Intervenir à chaque incident ;
- Etablissement du rapport mensuel des accidents de travail.

### 1.3.5 Contentieux

Elle est chargée de :

- Initier toutes les actions de défenses des intérêts de l'entreprise à l'amiable ou pour voie judiciaire ;
- Assainir les dossiers contentieux (fiscaux et parafiscaux) ainsi que l'établissement d'actes notariés relatifs aux terrains d'implantation de l'unité,

- Suivre l'évolution des litiges financiers et leur règlement avec les tiers (clients, fournisseur, prestataires ...).

### 1.3.6 Département achats

Ce département se compose d'un service d'achat, son rôle est de surveiller tous les besoins des services de l'entreprise en tenant compte de ses stocks avant d'entamer la procédure d'achat.

### 1.3.7 Direction technique

C'est le noyau de l'entreprise, elle a des relations avec tous les autres départements, la direction technique se compose de trois services :

- Le service de création et mise au point (bureau d'étude) : représente la source de création et de renouvellement du produit. Les modèles de chaussure sont créés dans ce bureau.
- Le service temps et méthode : ce service a pour mission d'analyser la gamme opératoire de fabrication de chaque modèle en fonction des données reçues de services création et mise au point, calculer le temps nécessaire à la fabrication et de vérifier la justesse de chronométrage dans les ateliers de production.
- Service ordonnancement lancement : ce service est chargé de lancer les commandes émises par le service commercial pour la politique d'approvisionnement, et de programmer les ateliers de production en fonction des besoins commerciaux et clients.

### 1.3.8 Direction production

La fonction production consiste à la transformation des matières premières en produits finis, en passant par les différentes étapes de fabrication qui sont :

#### 1.3.8.1 Atelier coupe

Il s'occupe de toutes les opérations liées au découpage, et une fois que les morceaux de cuir sont coupés, ils seront acheminés vers l'atelier de piqure après la vérification quantitative et qualitative.

### 1.3.8.2 Atelier broche

Il s'occupe de tous les accessoires de la chaussure à part le cuir, tel que le textile, la fabrication des semelles les bouts dues, les contreforts, ...

### 1.3.8.3 Atelier montage

C'est la dernière étape du processus de production de la chaussure, après avoir effectué les différentes opérations de montage qui consiste à réunir les choix des parties de chaussure (tige et semelle) pour obtenir enfin la forme définitive de la chaussure.

Tous ces ateliers assurent à chaque fin d'opération la vérification qualitative et quantitative des pièces confectionnées.

### 1.3.8.4 Atelier colle et forme

L'atelier colle est chargé de la fabrication de colle destinée à la réalisation de la chaussure avec une capacité de production de : 1000 litre/jour.

Cette fonction dépend de la dimension de l'entreprise (taille, équipement, savoir faire ...).

### 1.3.8.5 Tâches et objectifs de la direction production

- Elaborer les plans de production de l'unité,
- Assurer les mises en œuvre des équipements, des moyens humains et des matières en vue de la réalisation des objectifs,
- Programmer les différentes chaînes de production,
- Contrôler les relèves de production, confronter les réalisations et les prévisions, dégager les écarts et les mesures de rendement nécessaires,
- Elaborer les différents plannings de production.

Sa mission consiste à instaurer et assurer une assistance technique et opérationnelle aux activités de la production dans le but d'utiliser rationnellement l'ensemble des équipements et moyens de l'unité.

## 1.3.9 Direction finance et comptabilité

La comptabilité est un organisme de vision de l'entreprise, elle détermine la situation patrimoniale active et passive de l'entreprise grâce au fonctionnement et à la tenue de la

comptabilité générale. Elle a aussi pour rôle d'analyser les conditions internes d'exploitation et l'établissement des coûts et prix de revient.

### 1.3.10 Direction commerciale

La direction commerciale a pour mission :

- Participer à l'élaboration de la politique commerciale de l'entreprise définie par la haute direction ;
- Veiller à la connaissance du marché et à l'orientation de la production pour la satisfaction de la demande des clients ;
- Veiller au respect des règles et procédures commerciales ;
- Participer à l'élaboration des programmes de production avec les structures concernées ;
- Assurer le suivi du fichier clients.

### 1.3.11 Direction des ressources humaines

La direction des ressources humaines a comme mission :

- Gérer l'administration, les ressources humaines et leurs critères,
- Instaurer et créer un climat social favorable au sein de l'entreprise,
- Assister le PDG dans l'application rigoureuse de la législation du travail et le règlement interne de l'entreprise,
- La mise en œuvre du travail.

### 1.3.12 Service maintenance

Ce service s'occupe de l'entretien et la prise en charge totale des équipements. Il possède comme tâches essentielles :

- L'intervention immédiate en entretien curatif.
- La planification de l'entretien courant (graissage, lubrification, vidange).

#### 1.3.12.1 Structure du service maintenance

Il est organisé de la manière suivante :

- a) **Bureau d'études et méthodes** : Son rôle principal est de prendre en charge les études de conception, de modification et d'amélioration du matériel de production.

- b) **Section usinage** : Elle s'occupe de la fabrication des pièces.
- c) **Section magasin des pièces de rechanges** : Le magasin est équipé de toutes sortes de pièces de rechange. Il gère les entrées et sorties de ces pièces.
- d) **Atelier entretien mécanique et électrique** : Elle offre deux services :
  - **Service entretien mécanique** : Sa fonction est l'intervention en cas de pannes mécaniques des machines ou des moyens de transport.
  - **Service entretien électrique** : Sa fonction est l'intervention en cas d'un problème dans les réseaux électriques ou des problèmes au niveau des machines.

#### 1.3.12.2 La fonction de la maintenance au sein de l'entreprise :

Cette procédure a pour objet de décrire les modalités et les moyens mis en œuvre par l'entreprise, pour assurer la disponibilité des équipements et installations, afin de réaliser les objectifs assignés conformément aux exigences spécifiées.

##### **Les travaux d'entretiens curatifs :**

A la panne d'une machine, l'opérateur avise le responsable. L'intervenant se rend sur place, contrôle, vérifie et diagnostique puis, il démonte l'organe défectueux. La pièce nécessaire pour la réparation est confectionnée à l'atelier ou prise au magasin si elle est disponible.

##### **Les travaux d'entretien préventif :**

L'intervention systématique est limitée, aux lubrifications et graissages, ainsi que le nettoyage des différents étages et armoires électriques. Il se fait selon un planning bien précis. Le poste étude et méthode est abandonné, cela justifie l'absence des interventions préventives étudiées (optimale).

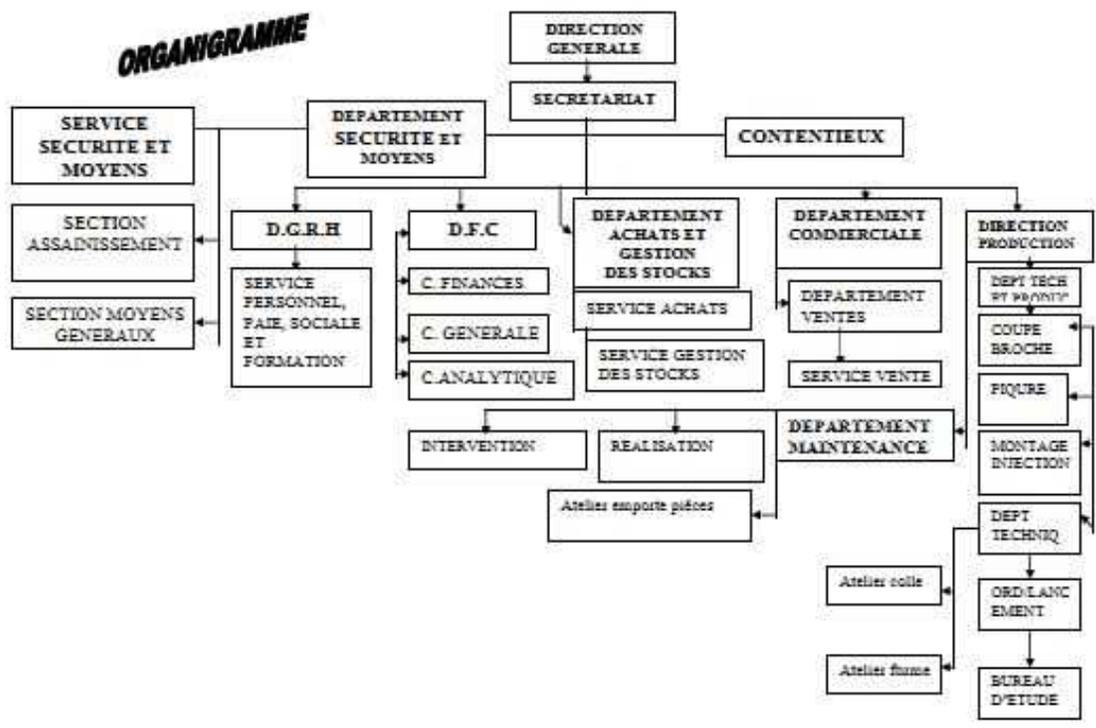


FIGURE 1.3 – Organigramme de l'entreprise

## 1.4 Problématique

Grâce au plan de relance économique décidé par les pouvoirs publics, MAC-SOUM renaît peu à peu et se projette dans l'avenir. Ces dernières années, une prise de conscience ferme a été constatée à l'entreprise relativement aux problèmes de maintenance. En particulier, les gestionnaires se demandent si la politique actuelle de maintenance est suffisante pour faire face aux objectifs d'exploitation de ces équipements ? Dans le cas contraire, quelles sont les mesures à entreprendre pour atteindre ces objectifs ?

L'absence d'outils efficaces de traitement des données a réduit la fonction maintenance à des tâches de dépannage, et par le fait même, à une fonction dont les coûts ne cessent d'augmenter et dont la contribution à la performance de l'entreprise n'est pas évidente.

Les principales questions auxquelles nous tenterons dans ce mémoire d'apporter des éléments de réponse sont :

- Quelles sont les installations (équipements) à suivre ?
- Quelles sont les performances de ces installations ?
- Quelle est la méthode de maintenance la plus efficace liée aux performances de ces équipements ?

*Première partie*

*Notions Théoriques*

## *Chapitre 2*

### *Théorie de la fiabilité*

# Chapitre 2

## Théorie de la fiabilité

### Introduction

La fiabilité fait l'objet, ces dernières années, d'un intérêt croissant, d'abord pour ses applications importantes en technologies industrielles, en analyse de survie, etc. D'autre part, elle connaît un développement théorique conséquent, en raison de son intérêt dans des problèmes de modélisation stochastique.

Ce chapitre concerne l'étude de la théorie de la fiabilité, définit la fiabilité ainsi que les grandeurs qui la caractérisent. Nous verrons que ces paramètres pourront être estimés. Par la suite, on présente les notions de maintenabilité et de disponibilité.

### 2.1 Fiabilité

#### 2.1.1 Généralités

Nom féminin, de l'adjectif fiable, issu du verbe se fier, évolution du latin populaire "fidare" [13].

La maintenance est par analogie, l'équivalent de la médecine. La fiabilité correspond alors à la bonne santé d'un être humain [11].

Si pour l'homme la préoccupation a été toujours d'être en bonne santé, se nourrir bien et vivre longtemps, pour un chef d'entreprise sa principale préoccupation pour être compétitif est d'avoir un parc matériel "fiable", "disponible" et "durable".

Effet de mode peut être, la fiabilité ne cesse de prendre de l'importance et de connaître des progrès de jour en jour.

### 2.1.1.1 Définition de la fiabilité

Selon [AFNOR X60-500]<sup>1</sup>, la fiabilité est l'aptitude d'un système à accomplir une fonction donnée durant une période donnée et dans des conditions spécifiées d'exploitation. Les conditions sont toutes les contraintes externes, quelles soient d'origine humaine, climatique, physique,....[2].

La fiabilité est une caractéristique d'un dispositif exprimée par la probabilité qu'il accomplit une fonction dans des conditions données pendant un temps donné. Elle se caractérise donc par quatre concepts :

- **La probabilité** : une probabilité se définit par le rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles concernant la réalisation d'un événement. Dans le cas de la fiabilité, la probabilité exprimant les chances d'accomplir une fonction.
- **L'accomplissement d'une fonction** : le dispositif que l'on étudie du point de vue de la fiabilité devra être dans un état tel qu'il lui permet d'accomplir la fonction requise d'une manière satisfaisante.
- **Les conditions données** : les conditions sont les contraintes physiques, chimiques, électroniques et mécaniques subies par le dispositif du fait de son environnement.
- **Le temps** : c'est le temps exprimé au sens large. Ce sera bien souvent, un nombre de cycles ou caractéristiques qui expriment la durée de vie.

La fiabilité se distingue selon l'étape étudiée de la vie du système :

1. **La fiabilité prévisionnelle** : c'est celle qui est déterminée, durant la phase de conception, sur la base d'un modèle mathématique défini à partir des données de fiabilité de ses composantes.
2. **La fiabilité estimée** : c'est la fiabilité mesurée après avoir conçu le système et ceci à l'aide d'un ensemble d'essais.
3. **La fiabilité opérationnelle** : c'est la fiabilité mesurée sur un matériel en exploitation. Elle dépend des conditions réelles d'exploitations et du support logique.

### 2.1.1.2 Définition de la panne

C'est " l'état d'une entité inapte à accomplir une fonction requise, dans des conditions données d'utilisation " [AFNOR].

Ainsi, la panne est l'état dans lequel se trouve le système consécutivement à une défaillance. Lors de la remise en service, l'entité peut à nouveau accomplir sa fonction

---

1. Association Française de Normalisation

### 2.1.1.3 Définition de la défaillance :

C'est " la cessation de l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise, qui passe dans l'état de panne [AFNOR].

Donc c'est une perte partielle ou totale des propriétés d'un élément qui diminue significativement ou bien entraîne la perte de sa capacité de fonctionnement. On distingue selon la vitesse de variation de ces propriétés deux types de défaillance :

- **Les défaillances graduelles** : Elles se caractérisent par une variation progressive des paramètres déterminant la fiabilité du système. Ce type de défaillance est prépondérant pour le matériel mécanique, pour lequel se manifeste l'usure des composants après une certaine durée de fonctionnement.
- **Les défaillances subites** : Contrairement aux défaillances graduelles, les défaillances subites sont dues à une perte totale des propriétés du système entraînant son incapacité de fonctionnement. Ce type de défaillance caractérise spécialement le matériel électronique.

On peut aussi classer les défaillances selon la période de vie de l'équipement durant laquelle elles apparaissent. On distingue trois classes :

- **Les défaillances précoces** : Elles surviennent durant la période de jeunesse du matériel (on l'appelle aussi période de mortalité infantile), c'est-à-dire juste après sa mise en fonctionnement. Ces défaillances peuvent être attribuées à la conception, à la fabrication ou à la mauvaise utilisation du matériel. Généralement, un contrôle rigoureux est effectuée avant la mise en service pour détecter les éléments présentant ce type de défaillance.
- **Les défaillances aléatoires** : Elles apparaissent durant la période de vie utile du matériel. Ce sont des défaillances accidentelles. Elles ont la même probabilité d'apparition
- **Les défaillances par usure** : Ce sont des pannes progressives et elles apparaissent suite à la fatigue, l'usure et la dégradation du matériel après une longue période de fonctionnement.

### 2.1.1.4 Matériel réparable

C'est un matériel qui peut être remis en fonctionnement après avoir subi une défaillance. La vie d'un tel matériel peut être décrite à l'aide du chronogramme (voir la figure 2.1) :

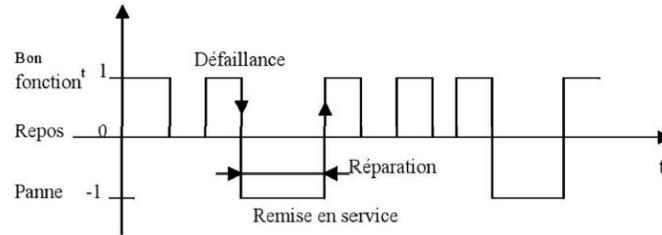


FIGURE 2.1 – Chronogramme d'un matériel réparable

### 2.1.1.5 Matériel irréparable

C'est le matériel qui ne peut être remis en fonctionnement que ce soit pour des raisons techniques ou économiques.

La figure (2.2) représente la vie d'un matériel irréparable.

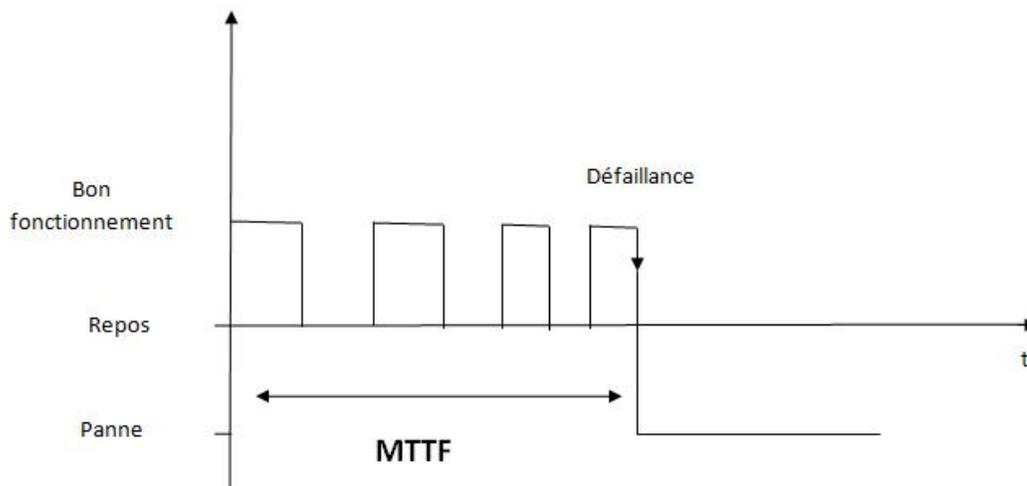


FIGURE 2.2 – Chronogramme d'un matériel irréparable

Avec : MTTF est la moyenne des temps jusqu'à la panne (Mean Time To Failure)

## 2.2 Indices de fiabilité

Afin de pouvoir traiter mathématiquement le concept de fiabilité, nous associons à chaque dispositif sa durée de vie ou de bon fonctionnement, le fait que la défaillance d'un système

puisse survenir à n'importe quel moment nous amène à considérer celle-ci comme une variable aléatoire  $X$  non négative à laquelle nous associons une fonction de densité  $f(t)$ .

### 2.2.1 Fonction de répartition

Nous désignons par  $F(t)$ , la fonction de répartition ou la fonction de distribution associée aux durées de vie  $X$ . Elle peut s'interpréter comme la probabilité que la durée de vie du composant soit inférieure à  $t$ .

$$F(t) = P[\text{durée de vie du composant (système)} < t] = P(X < t) = \int_0^t f(u)du \quad (2.1)$$

$F(t)dt$  est la probabilité que la durée de vie d'un système soit comprise entre  $t$  et  $t + dt$ , ou encore la probabilité qu'il tombe en panne entre  $t$  et  $t + dt$

$$f(t)dt = P(t < X < t + dt) = \int_t^{t+dt} f(u)du \quad (2.2)$$

### 2.2.2 Fonction de fiabilité

Sur le plan mathématique, la fiabilité  $R(t)$  représente la probabilité de fonctionner correctement pendant une durée donnée  $[0, t]$ , autrement dit la probabilité qu'aucune défaillance ne se produise.

$$R(t) = P(X \geq t) = 1 - F(t) = \int_t^{\infty} f(u)du. \quad (2.3)$$

Nous supposons qu'en tout temps, le système est soit " en opération " ou " hors d'usage ", donc :

$$\forall t > 0, R(t) + F(t) = 1. \quad (2.4)$$

### 2.2.3 Taux de défaillance

La défaillance d'un équipement peut être caractérisée par un taux appelé taux de défaillance. Ce taux est aussi appelé taux de panne, taux de hasard ou taux de mortalité. Il est défini comme étant la probabilité conditionnelle que l'équipement tombe en panne entre l'instant  $[t, t + dt]$  sachant qu'il a survécu jusqu'à l'instant  $t$ . Il est donné par :

$$\lambda(t) = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{1}{dt} \frac{F(t+dt) - F(t)}{1 - F(t)} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{1}{dt} \frac{R(t) - R(t+dt)}{R(t)} \quad (2.5)$$

si F est dérivable, on aura :

$$\lambda(t) = \frac{F'(t)}{R(t)} = -\frac{R'(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (2.6)$$

En intégrant l'équation différentielle, la fonction de fiabilité s'écrira :

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(u) du} \quad (2.7)$$

Il peut aussi être défini comme la probabilité de composante ayant survécu jusqu'à l'instant t (voir l'équation 2.8). Il représente également la vitesse d'arrivée de la panne.

$$\lambda(t) = \frac{N(t) - N(t+dt)}{N(t)dt} \quad (2.8)$$

avec :

$N(t)$  : Nombre de composants ayant survécu jusqu'à l'instant  $t$ .

$N(t+dt)$  : Nombre de composants ayant survécu jusqu'à l'instant  $t+dt$ .

L'observation expérimentale montre que l'évolution du taux de défaillance en fonction du temps est en général représentée par la "courbe en baignoire" (voir la figure 2.8). Elle modélise les trois phases de la vie d'un élément :

- **Période de jeunesse** : quand un système est neuf, on observe souvent des défaillances précoces, due à des fautes de conception, des problèmes de montage ou autres. L'intensité de défaillance est donc assez forte au tout début de la vie du système. Ensuite, elle diminue car, s'il y a des défaillances initiales, elles vont se manifester tôt.  $\lambda(t)$  est donc d'abord décroissant. C'est le rodage pour les matériels mécaniques et le déverminage pour les matériels électromécanique ;
- **Période de maturité** : caractérisée par un taux de défaillance  $\lambda(t)$  sensiblement constant en fonction du temps  $t$  ;
- **Période de vieillesse** : pendant cette période  $\lambda(t)$  se met à croître à cause de l'usure du système.

## 2.2.4 Les grandeurs de temps

La vie d'un composant comporte des cycles de fonctionnement. Au cours d'un cycle, l'état du composant passe de l'état "en fonction" à l'état "hors d'usage" (voir la figure 2.4).

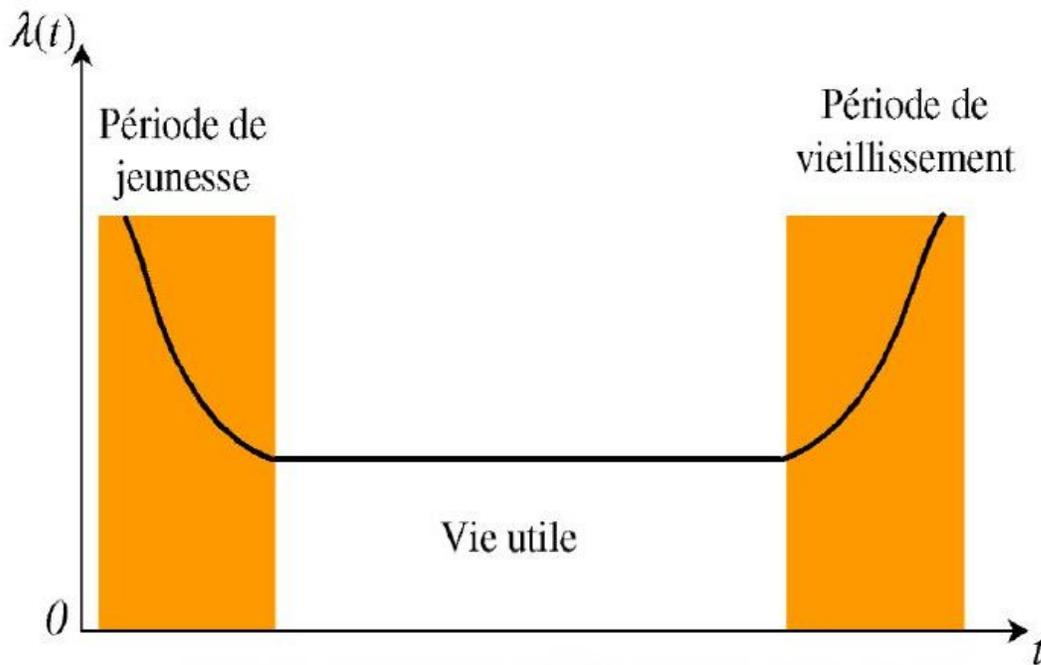


FIGURE 2.3 – Courbe en baignoire

Si nous analysons ce cycle, nous remarquons qu'il est composé de temps moyen entre panne (MTBF). Elle comporte la MUT (Mean Up Time) la moyenne de temps de fonctionnement, calculée à partir de l'espérance mathématique de la variable aléatoire  $X$  en utilisant une loi de probabilité  $R(t)$  ajustée à un échantillon de  $n$  valeurs de TBF relevés. L'expression du MUT est donnée par l'équation :

$$MUT = E(t) = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt. \quad (2.9)$$

Et la MDT (Mean Down Time) qui est la moyenne de temps de panne. Cette dernière est composée de la moyenne de temps technique de réparation MTTR (Mean Time To Repair) qui est le principale indicateur de maintenabilité. Elle peut être obtenue par la moyenne statistique d'un échantillon de valeurs TTR ou par l'espérance mathématique de TTR obtenue à partir d'un modèle probabiliste.

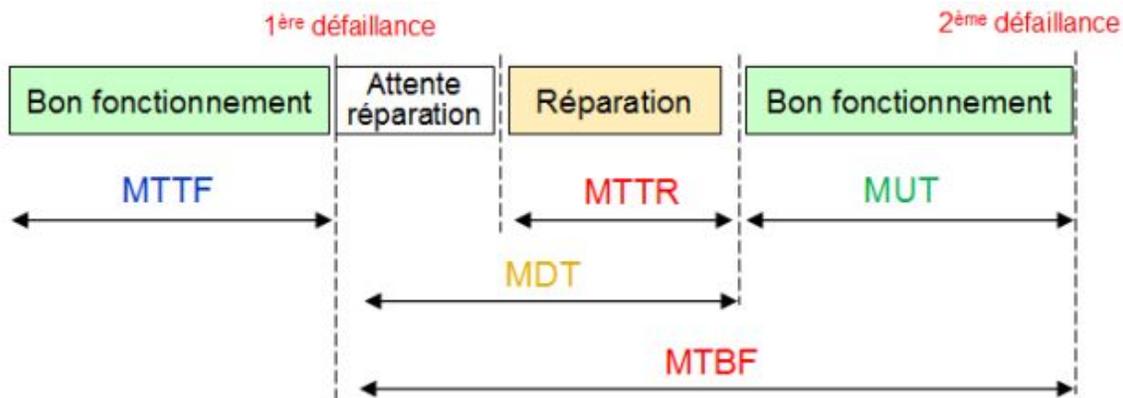


FIGURE 2.4 – La présentation des différentes grandeurs de temps

## 2.2.5 Fiabilité des systèmes

Un système est tout assemblage d'éléments ou de système, en interaction. Ces dernières sont appelées composants du système. Ils peuvent être indépendants (la défaillance d'un élément n'entraîne pas la défaillance du système) ou dépendants.

La fiabilité d'un système complexe est déterminée en fonction de la fiabilité de tous ses éléments. Selon l'indice de la défaillance d'un de ses composants sur l'état du système, on distingue trois configurations possibles :

### 2.2.5.1 Système à configuration série

Un système à  $n$  éléments possède une configuration série si la panne d'un élément entraîne celle du système tout entier.

La durée de vie du système  $X$  est donnée par :

$$X = \min(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2.10)$$

Où  $X_i$  est la durée de vie de l'élément  $i$ .

La fiabilité du système est alors :

$$R(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t) = \prod_{i=1}^n P(X_i > t) \quad (2.11)$$

### 2.2.5.2 Système à configuration parallèle

Un système parallèle fonctionne si ou moins l'un des ces éléments fonctionne.

Donc

$$X = \max(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2.12)$$

La fiabilité de système est donnée par :

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - R_i(t)] \quad (2.13)$$

### 2.2.5.3 Système à configuration k parmi n (k/n)

Le système fonctionne si au moins " k " éléments parmi les " n " éléments fonctionnent.

On peut obtenir d'autres systèmes avec des combinaisons mixtes de sous ensembles en série et en parallèle.

## 2.3 La maintenabilité

Quand un système ne fonctionne pas d'une manière satisfaisante, la réparation est normalement effectuée pour détecter et corriger l'anomalie. Le système est restauré à l'efficacité opérationnelle en faisant un réglage ou en substituant un composant.

La maintenabilité c'est l'aptitude d'une entité à être maintenue ou établie dans un état dans lequel elle peut accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données avec des procédures et des moyens prescrits [4].

Elle joue un rôle très important sur le plan économique, technologique et humain. Il ne s'agit plus, de se limiter à l'entretien, de subir la panne, il faut au contraire parvenir à la maîtriser, la prévenir et pour cela agir plus en amont possible en tenant compte des contraintes ou facteurs influant sur la bonne santé d'un système.

La maintenabilité permet de réduire la durée des pannes et leurs coûts. Elle caractérise la facilité à remettre ou à maintenir un bien en bon état de fonctionnement.

### 2.3.1 Indice de maintenabilité

#### 2.3.1.1 Fonction de maintenabilité d'un dispositif

C'est une fonction non décroissante de t, elle est donnée par :

$$M(t)^1 = P(\text{la maintenance de } E \text{ est achevée au temps } t) \quad (2.14)$$

---

1. Fonction de maintenabilité

### 2.3.1.2 Le taux de réparation d'un dispositif $\mu(t)$ :

C'est la densité de probabilité pour qu'il soit remis en service entre les instant  $t$  et  $t + dt$  sachant qu'il était en panne à l'instant  $t$ .

D'où

$$\mu(t) = -\frac{1}{1 - M(t)} \frac{dM(t)}{d(t)} = \frac{g(t)}{1 - M(t)} \quad (2.15)$$

avec

$$g(t) = \frac{dM(t)}{d(t)} \quad (2.16)$$

$g(t)$  est la densité de probabilité de réparation, elle est généralement ajustée par une distribution exponentielle ou log-normale.

### 2.3.1.3 Moyenne des temps de réparation

Une fonction importante souvent utilisée dans les études de maintenabilité est le temps de réparation (MTTR)<sup>1</sup> ou le temps moyen d'arrêt. Le MTTR est la valeur prévue de temps de réparation.

$$MTTR = \int_0^{\infty} tg(t)d(t) = \int_0^{\infty} [1 - M(t)]^2 dt \quad (2.17)$$

## 2.4 La disponibilité

Un autre concept important associé à la fiabilité est la disponibilité du système. C'est une mesure qui tient compte de la fiabilité et de la maintenabilité. La disponibilité c'est l'aptitude d'une entité à être en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données et à un instant donné.

La fonction de disponibilité d'un système, dénotée par  $D(t)$  est définie comme la probabilité que le système est disponible au temps  $t$ . Différente de la fiabilité qui se concentre sur une période ou le système est exempt de défaillances, la disponibilité concerne un point de temps auquel le système ne soit pas à l'état de défaillance, mathématiquement [4]

$$D(t) = P[\text{le système est disponible au temps } t] \quad (2.18)$$

La fonction de disponibilité, qui est une fonction complexe du temps, a une expression équilibrée ou asymptotique simple. En fait, habituellement nous sommes principale-

- 
1. durée moyenne de réparation (Mean Time To Repair )
  2. La fonction d'immaintenabilité

ment concernés par des systèmes fonctionnant depuis longtemps. La disponibilité d'état ou asymptotique est donnée par :

$$D = \lim D(t) = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR} \quad (2.19)$$

L'aptitude contraire sera dénommée " indisponibilité ", sa mesure est notée  $\bar{D}(t)$

$$\bar{D}(t) = 1 - D(t) \quad (2.20)$$

### 2.4.1 Etude simple de la disponibilité

Soit un système de production fonctionnant sous forme d'une ligne. L'arrêt d'une machine entraîne celui de la ligne. Chaque machine est caractérisée par un taux  $\lambda_i$  de défaillance et un taux de réparation  $\mu_i$ , les lois des pannes et des réparations sont des lois exponentielles [10].

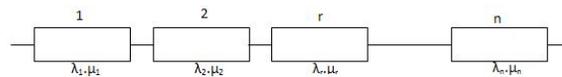


FIGURE 2.5 – Système en série

On écrit : Le taux global de défaillance  $\lambda_s$  est égale à :

$$\lambda_s = \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (2.21)$$

D'autre part :

$$MTTR_s = \sum_{i=1}^n \frac{MTTR_i * \lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \quad (2.22)$$

Chaque MTTR est pondéré par son taux de défaillance. D'où

$$MTTR_s = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i}}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \quad (2.23)$$

D'autre part

$$D_s = \frac{\mu_s}{\mu_s + \lambda_s} \quad (2.24)$$

On déduit

$$D_s = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\lambda_i}{\mu_i}\right)}}{\frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\lambda_i}{\mu_i}\right)} + \sum_{i=1}^n \lambda_i} \quad (2.25)$$

Puis

$$\begin{aligned} D_s &= \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i}} = \frac{1}{1 - n + n + \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i}} = \frac{1}{-(n-1) + \left[\frac{\lambda_1}{\mu_1} + 1 + \frac{\lambda_2}{\mu_2} + 1 + \dots + \frac{\lambda_n}{\mu_n} + 1\right]} \\ &= \frac{1}{-(n-1) + \left[\frac{\lambda_1 + \mu_1}{\mu_1} + \frac{\lambda_2 + \mu_2}{\mu_2} + \dots + \frac{\lambda_n + \mu_n}{\mu_n}\right]} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Enfin

$$D_s = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{D_i} - (n-1)} \quad (2.27)$$

## 2.5 Maintenance

La gestion de la maintenance des installations industrielles est devenue, au fil des années, un facteur de compétitivité. Une bonne stratégie de maintenance permet en effet de maintenir une disponibilité élevée des équipements.

### 2.5.1 Définition de la maintenance

Selon la norme française NF EN13306, la maintenance est l'ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de management durant le cycle de vie d'un bien, destinées à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans lequel il peut accomplir une fonction requise. L'activité actuelle de la maintenance s'inscrit dans un cadre de participation à la réalisation des objectifs de productivité, de rentabilité et de croissance de l'entreprise.

### 2.5.2 Objectifs de la maintenance

L'objectif de la maintenance est de limiter les effets de ces perturbations afin d'atteindre les performances exigées et des actions sont élaborées de manière a [18] :

- Limiter les indisponibilités,
- Garantir la qualité des produits et des services,
- Maitriser les coûts,
- Protéger les personnes, l'environnement et les biens.

### 2.5.3 Classification des méthodes de maintenance

Dans la définition de la maintenance, nous trouvons deux mots-clés : maintenir et rétablir. Le premier fait référence à une action préventive. Le deuxième fait référence à l'aspect correctif (voir la figure 2.6 ).

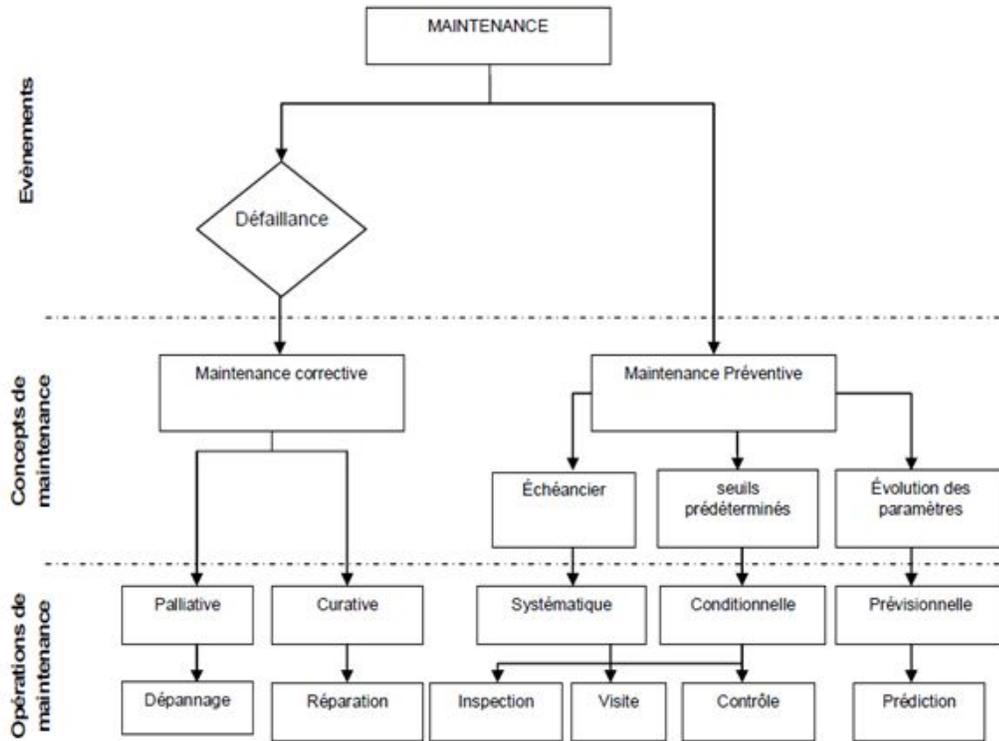


FIGURE 2.6 – Classification des types de la maintenance

#### 2.5.3.1 Maintenance corrective

La maintenance corrective est définie comme une maintenance effectuée après défaillance (AFNOR [15]).

Elle est caractérisée par son caractère aléatoire et requiert des ressources humaines compétentes et des ressources matérielles (pièces de rechange et outillage) disponibles sur place.

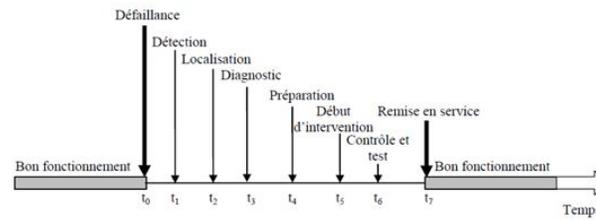


FIGURE 2.7 – Processus de déroulement d'une maintenance corrective

La maintenance corrective débouche sur deux types d'intervention :

### Maintenance curative

Il s'agit là d'une maintenance qui s'attaque réellement au fond du problème en essayant de faire une réparation (donc durable) consistant en une remise à l'état initial.

### Maintenance palliative

Dépannage (donc provisoire) de l'équipement, afin de permettre la continuité de l'exploitation du bien sans pour autant traiter les causes ; elle doit toutefois être suivie d'une action curative dans les plus brefs délais.

### Avantages et inconvénients de la maintenance corrective

#### Avantage :

- faible coût d'entretien.

#### Inconvénients :

- peu de sécurité des travailleurs ;
- Stockage important des pièces ;
- Temps de réparation élevée.

### 2.5.3.2 Maintenance préventive

La maintenance préventive est définie quant à elle comme une maintenance effectuée dans l'intention de réduire la probabilité de défaillance d'un bien ou d'un service rendu. (AFNOR).

### Maintenance préventive systématique

Lorsque la maintenance préventive est réalisée à des intervalles prédéterminés, on parle de maintenance systématique, l'opération de maintenance est effectuée conformément à un échéancier, un calendrier déterminé a priori. Aucune intervention ne peut avoir lieu avant l'échéance prédéterminée [8] (voir figure 2.8).

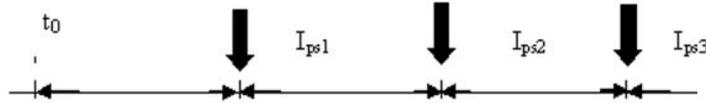


FIGURE 2.8 – Maintenance Systématique

### Avantages

- Réduction des coûts et des durées de maintenance par rapport à l'entretien curatif ;
- bonne planification des opérations et des ressources ;
- contrôle du niveau de stockage des pièces de rechange ;
- Généralement peu de catastrophes ;
- Sécurité accrue ;
- Augmentation de la durée de vie d'un matériel par diminution des différentes pannes (réduction des surcoûts d'investissement des matériels).

### Inconvénients

- Révisions non nécessaires (l'entretien n'est pas en fonction de l'état de la machine, mais plutôt de la durée d'utilisation) ;
- Remplacement de pièces en bon état ;
- Création des défauts lors des remontages (si les procédures ne sont pas claires et contrôlées) ;

### Maintenance préventive conditionnelle

La norme AFNOR définit la maintenance conditionnelle ainsi : " les activités de maintenance conditionnelle sont déclenchées suivant des critères prédéterminés significatifs de l'état de dégradation du bien ou du service ". Donc il n'y a plus d'échéancier mais plutôt un événement, une condition, le franchissement d'un seuil, qui provoque l'intervention.

### Avantages

- Réduction des coûts et de la durée de réparation ;
- L'accroissement de la durée de vie des pièces par rapport à une politique de changement systématique (remplacement des pièces défectueuses uniquement) ;
- La suppression des défauts de jeunesse lors de remise en route après un entretien systématique.

### Inconvénients

- Nécessite une équipe de maintenance formée en analyse vibratoire et en contrôle non-destructifs et un niveau technologique élevé ;
- Nécessite des équipements de diagnostic de haute technologie (donc un coût d'investissement important).

### Maintenance prédictive

La maintenance prédictive (ou prévisionnelle) est une maintenance préventive subordonnée à l'analyse de l'évolution surveillée de paramètres significatifs de la dégradation du bien, permettant de retarder et de planifier les interventions [5]).

#### 2.5.4 Choix de la politique de maintenance

Les méthodes de maintenance sont mises en œuvre en fonction des objectifs assignés à un équipement et en répondant aux questions suivantes :

- Quelles sont les installations à suivre ?
- Quels sont les défauts à détecter et à suivre ?
- Quels sont les paramètres qui sont liés à chaque défaut ?
- Comment se feront les analyses et quelles seront les décisions prises ?

Vu que la maintenance exige une combinaison rationnelle des moyens et qu'elle est permanente, elle nécessite une politique préalablement établie donc il faut choisir pour chaque machine ou groupe de machines un type de maintenance approprié. On peut utiliser des critères de choix simple, résumés par des arbres présentée sur la (figure 2.9).

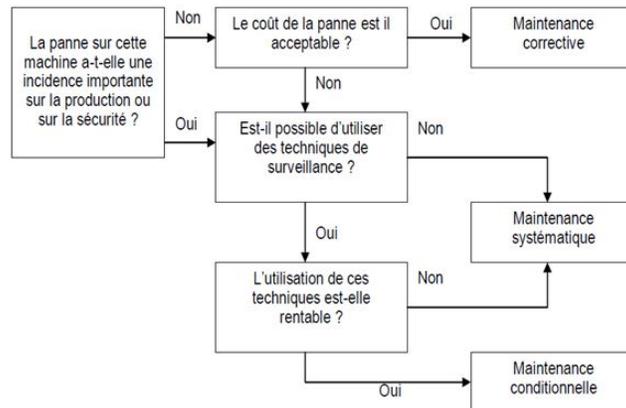


FIGURE 2.9 – Choix d’une politique de maintenance

## 2.6 Relation entre fiabilité, maintenabilité et disponibilité

Une fiabilité parfaite (c-à-d., aucune défaillance pendant la vie du système) est difficile à réaliser. Même lorsqu’un bon niveau de fiabilité est réalisé, quelques défaillances sont prévues. Les effets des défaillances sur le coût de disponibilité des systèmes réparables peuvent être réduits au minimum avec un bon niveau de maintenabilité. Un système qui est fortement maintenable peut être remis au plein fonctionnement dans un minimum de temps avec un minimum dépense de ressources. La valeur de la disponibilité est un compromis entre la durée moyenne pour le quelle le produit est disponible pour effectuer ces fonction et le temps de non-fonctionnement pour cause de panne , réparation ... etc. cela implique que la fiabilité du produit soit mise en balance avec les performances du service de maintenance afin d’obtenir la même valeur de disponibilité dans tous les cas [4].

## 2.7 Analyse de Pareto (méthode ABC)

L’analyse de Pareto consiste à déterminer la minorité de causes responsables de la majorité des effets.

La démarche de la méthode se décline en 4 étapes principales :

1) définir la nature des éléments à classer Ces éléments à classer dépendent du caractère étudié. Ces éléments peuvent être : des matériels, des causes de pannes, des natures de pannes, des bons de travail, des articles en stocks etc.

2) Choisir le critère de classement Les critères les plus fréquents sont les coups et les temps, selon le caractère étudiée, d'autres critères peuvent être retenue tels que :

- le nombre d'accidents, le nombre d'incidents ;
- le nombre de rebuts, le nombre d'heures d'utilisation ;
- le nombre de kilomètres parcourus ;
- la valeur consommée annuellement.

3) Tracé la courbe pourcentage des valeurs cumulées du critère en fonction du pourcentage des éléments cumulés qui en sont responsables (voir la figure 2.10).

4) Détermination des seuils des classes A, B et C des éléments.

La classe A est celle de la minorité d'éléments (en général 20 %) responsable de la majorité des effets (en général 80%).

La classe C est celle de la majorité d'éléments (en général 50%) responsable de la minorité des effets (en général 20%).

La classe B est intermédiaire. Elle est composée généralement des 30% d'éléments responsable de 15 % d'effets.

On illustre cette courbe à l'aide du tableau 2.7 :

équipement	Classement par ordre décroissant de critère	% de critère	% critère % cumulés	Nombre de pannes	% des pannes	Cumul de %

A partir du tableau(2.7) on peut construire le diagramme de Pareto ( voir la figure 2.10) qui est présenté généralement comme suit :

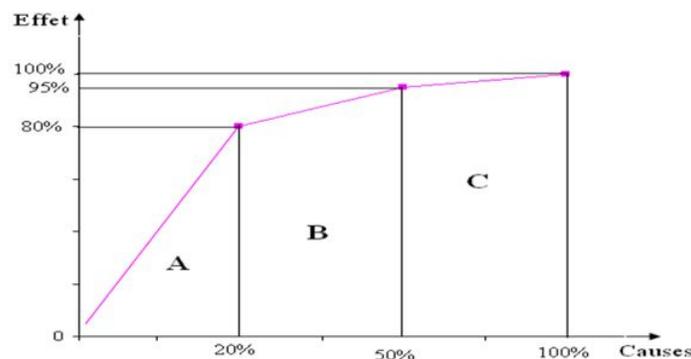


FIGURE 2.10 – Diagramme de Pareto

L'outil Pareto est utilisé dans de nombreux travaux concernant cette méthodologie, est appelée aussi pour les raisons précitées : méthode des 20/80 ou encore méthode ABC, nous permet de classer les causes selon les effets qu'elles génèrent et de déduire les priorités d'actions à mener :

- Déterminer les éléments qui pénalisent le plus la disponibilité des équipements et leurs fréquences ;
- Définir les actions de maintenance correctives à entreprendre dans l'ordre d'urgences et d'importance ;
- Optimiser les moyens techniques et humains ;
- Automatiser les opérations principales de gestion des stocks ;
- Orienter le choix des actions d'amélioration.

Exemples des causes et leurs effets qu'on peut étudier à l'aide de cette méthode (voir la tableau 2.1 :

Causes	Articles en stock
Equipements	Coût de maintenance
Défaillances	Coût d'indisponibilité
Articles en stock	Valeur de consommation

TABLE 2.1 – La minorité des Causes responsables de la majorité des effets

## Conclusion

Au cours de ce chapitre, on a défini la fiabilité et la défaillance d'un système. Il est important de connaître les grandeurs de fiabilité et les mécanismes de défaillance pour pouvoir implanter un système de maintenance efficace et rentable. Puis, on a défini la maintenabilité et la disponibilité qui sont deux concepts liés à l'efficacité du système de gestion de la maintenance.

## *Chapitre 3*

### *Eléments statistiques en fiabilité*

# Chapitre 3

## Eléments statistiques en fiabilité

### Introduction

Ce chapitre résume les différents types de données du retour d'expérience, illustre les principaux modèles paramétriques et non paramétriques utilisés pour une étude de fiabilité d'un équipement, ainsi que les tests de validation de ces modèles.

### 3.1 Le retour d'expérience

La technique du retour d'expérience est un point clé stratégique des activités de la sûreté de fonctionnement, car il permet de mieux connaître les performances des matériels et des installations, et de mettre en évidence leurs points faibles. Le retour d'expérience contribue aux enjeux de la maîtrise de la sûreté et de la protection de l'environnement, de la disponibilité, de la durabilité et des coûts de maintenance. Il est indispensable à la conception des équipements futurs.

Les données du retour d'expérience offrent l'intérêt de permettre une modélisation du comportement de ces systèmes beaucoup plus proche de la réalité.

Les données du retour d'expérience se répartissent en :

#### 3.1.1 Données complètes :

Il s'agit du cas où les instants de défaillance et les dates de mise en service de chacune des unités de l'échantillon soumis à l'analyse sont connus.

### 3.1.2 Données censurées

On distingue :

#### 3.1.2.1 Données censurées simples

Il s'agit du cas où, au moment où se fait l'analyse des données :

- Certaines unités sont encore en état de bon fonctionnement,
- Les unités en état de bon fonctionnement ont toutes le même âge,
- Les instants de défaillance des unités hors fonctionnement sont connus.

#### 3.1.2.2 Données censurées multiples

La différence avec le cas des données censurées simples réside dans le fait qu'au moment de la censure, les âges des unités en état de bon fonctionnement ne sont pas forcément identiques.

## 3.2 Principales distributions utilisées dans le domaine de fiabilité

### 3.2.1 Distributions paramétriques

#### 3.2.1.1 Principales lois de probabilité utilisées en fiabilité

Dans cette section, nous présenterons quelques distributions de vie qui interviennent le plus fréquemment dans l'analyse des données de vie et qui sont communes à plusieurs disciplines. Nous parlerons en particulier des lois continues. Nous énoncerons les principales propriétés de ces lois (densité de probabilité, fonction de répartition, fonction fiabilité et taux de défaillance,...)[17].

#### Loi exponentielle

C'est une loi qui ne dépend que d'un seul paramètre (qui représente dans la fonction de fiabilité le temps moyen de bon fonctionnement  $\theta$ , ou son inverse : le taux de défaillance  $\lambda$ ) ; elle s'applique d'une manière générale aux matériels qui subissent des défaillances brutales, ou à des systèmes complexes composés de plusieurs éléments dont les lois de fiabilité élémentaires sont différentes [18].

Elle décrit la période pendant laquelle les temps de bon fonctionnement des matériels sont constants, c'est-à-dire la période pendant laquelle la probabilité de défaillance est la même à tout instant.

La distribution exponentielle est associée aux processus de poisson que l'on définit comme un processus qui génère des événements, dont les temps d'occurrences sont indépendant, et distribués identiquement selon une loi exponentielle.

La loi exponentielle est caractérisée par sa densité de probabilité :

$$f(x) = \frac{1}{\theta} \exp\left(-\frac{1}{\theta}x\right) = \lambda \exp(-\lambda x) \quad (3.1)$$

avec  $0 \leq x \leq \infty$  et  $\lambda > 0$

et sa fonction de répartition :

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{\theta}x\right) = 1 - \exp(-\lambda x) \quad (3.2)$$

$R(x)$  étant la fonction de fiabilité d'un équipement, représente la probabilité pour que cet équipement survive au moins jusqu'au temps  $x$  :

$$R(x) = \exp^{-\lambda x} \quad (3.3)$$

L'espérance mathématique  $E(x)$  est :

$$E(x) = \theta = \frac{1}{\lambda} \quad (3.4)$$

Appelé aussi le temps moyen de bon fonctionnement.  $\lambda$  est le taux de défaillance ou la densité de probabilité conditionnelle d'apparition de défaillance.

Sa variance est définie par :

$$V(x) = \theta^2 = \frac{1}{(\lambda)^2} \quad (3.5)$$

La représentation graphique de la densité de probabilité  $f(x)$  est donnée sur la figure 3.1

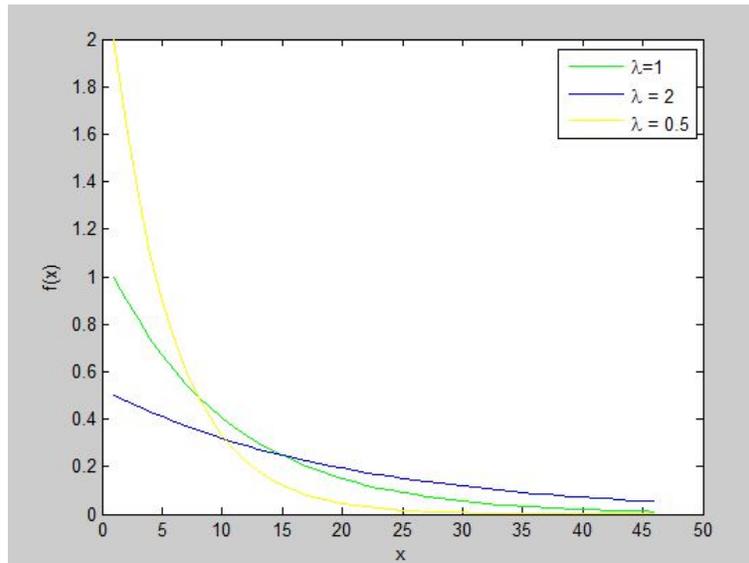


FIGURE 3.1 – Densité de probabilité de la loi exponentielle

### Loi de Weibull

La loi de Weibull est utilisée en fiabilité, en particulier dans le domaine de la mécanique.

Cette loi a l'avantage d'être très souple et de pouvoir s'ajuster à différents résultats d'expérimentations.

La loi de Weibull est une loi continue à trois paramètres :

- le paramètre de position  $\gamma$  qui représente le décalage pouvant exister entre le début de l'observation (date à laquelle on commence à observer un échantillon) et le début du processus que l'on observe (date à laquelle s'est manifesté pour la première fois le processus observé) ;[9]
- le paramètre d'échelle  $\eta$  qui, comme son nom l'indique, nous renseigne sur l'étendue de la distribution ;
- le paramètre de forme  $\beta$  qui est associé à la cinétique du processus observé

En fonction de la valeur de ces paramètres, elle peut s'ajuster à de nombreux résultats expérimentaux. Ainsi :

- Si  $\beta < 1$ , le taux de défaillance décroît avec le temps, ce qui est représentatif de la période de jeunesse des matériels dans la courbe baignoire : cette période justifie l'intérêt du déverminage.
- Si  $\beta = 1$ , le taux de défaillance est constant, ceci correspond à la période de vie utile. On retrouve la loi exponentielle.

- Si  $\beta > 1$ , le taux de défaillance croît avec le temps. On aborde alors la période de vieillesse ou d'usure, c'est là qu'il faudra intervenir de façon préventive.

Une variable aléatoire continue  $X$  est distribuée selon une loi de Weibull lorsque sa densité de probabilité est caractérisée par :

$$f(x) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{x - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} \cdot \exp \left[ - \left( \frac{x - \gamma}{\eta} \right)^\beta \right] \quad (3.6)$$

Sa fonction de répartition a pour expression :

$$F(x) = 1 - \exp \left( - \left( \frac{x - \gamma}{\eta} \right)^\beta \right) \quad (3.7)$$

L'espérance mathématique est donnée par la relation suivante :

$$E(x) = \gamma + \eta \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right) \quad (3.8)$$

Sa variance est donnée par :

$$Var(x) = \eta^2 \left[ \Gamma \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) - \Gamma^2 \left( 1 + \frac{1}{\beta} \right) \right] \quad (3.9)$$

Le taux de défaillance est

$$\lambda(x) = \frac{\beta}{\eta} \left( \frac{x - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} \quad (3.10)$$

Alors, la fonction de fiabilité est représentée par :

$$R(x) = \exp \left[ - \left( \frac{x - \gamma}{\eta} \right)^\beta \right] \quad (3.11)$$

La représentation graphique de la densité de probabilité de la loi de Weibull est donnée sur la figure 3.2

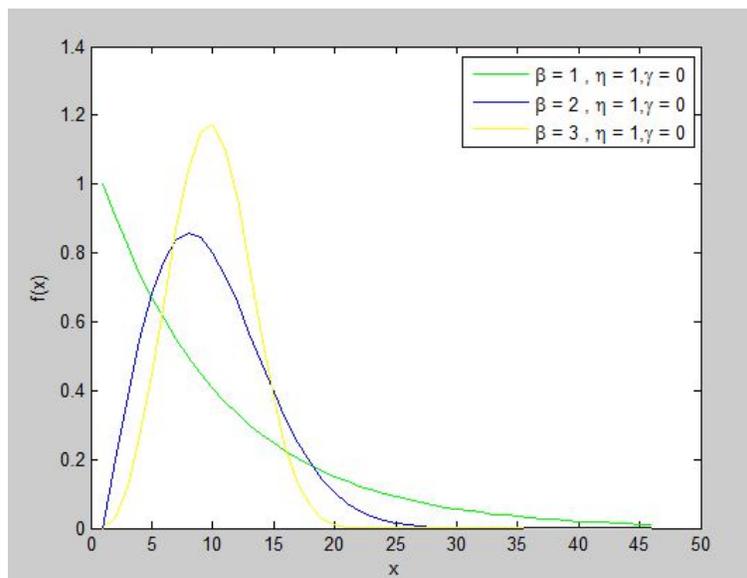


FIGURE 3.2 – Densité de probabilité de la loi Weibull

**La loi normale (Laplace-Gauss)**

La loi normale est très répandue parmi les lois de probabilité car elle s'applique à de nombreux phénomènes. En fiabilité, la distribution normale est utilisée pour représenter la distribution des durées de vie de dispositifs en fin de vie (usure) car le taux de défaillance est toujours croissant [17].

C'est une loi absolument continue et symétrique, qui dépend de deux paramètres, l'espérance mathématique  $m$  et de variance  $\sigma^2$ , qui mesure la dispersion de la variable aléatoire autour de sa moyen ( $m$ ).

Elle représente bien la fin de vie des dispositifs subissant un phénomène de vieillissement : usure, fatigue, corrosion.

Elle est généralement notée : $N(m, \sigma)$

Sa densité de probabilité est :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} \quad (3.12)$$

La fonction de répartition correspondante est :

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} \quad (3.13)$$

L'espérance mathématique est donnée par la relation :

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = m \quad (3.14)$$

Sa variance est donnée par

$$V(x) = \sigma^2 = E(X - m)^2 \quad (3.15)$$

La représentation graphique de la fonction densité est :

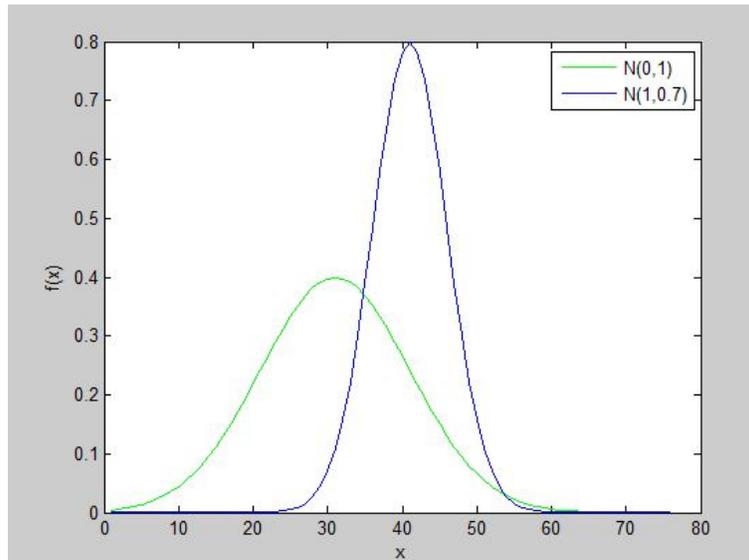


FIGURE 3.3 – Densité de probabilité de la loi Normale

### La loi Log-normale (ou de Galton)

Une variable aléatoire continue et positive  $X$  est distribuée selon une loi log-normale si son logarithme népérien est distribué suivant une loi normale. Cette distribution est largement utilisée pour modéliser des données de vie, en particulier les défaillances par fatigue [17].

La densité de probabilité d'une loi log-normale de paramètres positifs  $m$  et  $\sigma$  est :

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log x - m}{\sigma}\right)^2} \quad (3.16)$$

La fonction de répartition correspondante est :

$$F(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \frac{1}{x} \exp^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log x - m}{\sigma}\right)^2} \quad (3.17)$$

Avec  $x \geq 0$ .

L'espérance mathématique est donnée par la relation :

$$E(X) = \exp^{m + \frac{\sigma^2}{2}} \quad (3.18)$$

Sa variance est donnée par

$$V(X) = \exp^{(2m + \sigma^2)} \cdot \exp^{(\sigma^2 - 1)} \quad (3.19)$$

La représentation graphique de la fonction densité est :

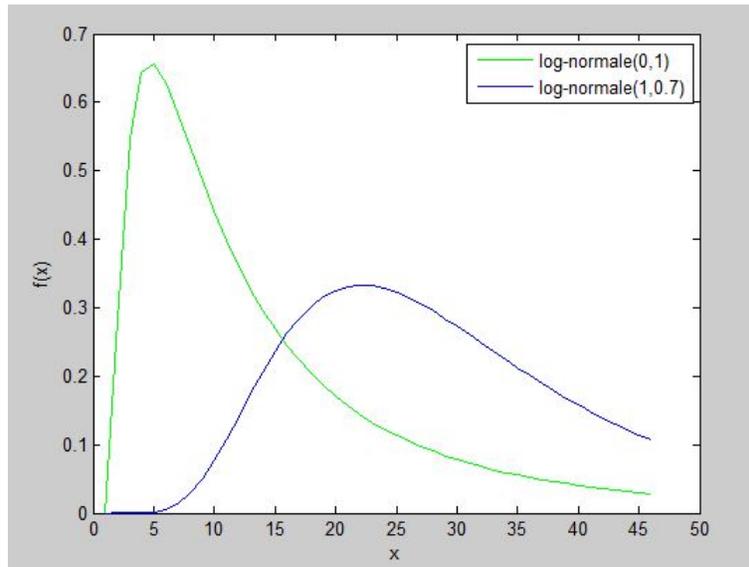


FIGURE 3.4 – Densité de probabilité de la loi log-normale

### Loi de Gamma

Cette loi est souvent utilisée pour modéliser les temps de défaillance d'un matériel.

La loi gamma est une loi à deux paramètres  $\beta$  et  $\lambda$  qui a une densité de probabilité de la forme suivante :

$$f(x) = \frac{1}{\lambda^\beta \cdot \Gamma(\beta)} x^{\beta-1} \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) \quad (3.20)$$

Avec  $x \geq 0$ ,  $\lambda > 0$ , et  $\beta > 0$ .

$$\Gamma(\beta) = \int_0^\infty x^{\beta-1} \exp^{-x} \quad (3.21)$$

La fonction de répartition est :

$$F(x) = \int_0^\infty \frac{1}{\lambda^\beta \cdot \Gamma(\beta)} x^{\beta-1} \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) \quad (3.22)$$

Son espérance mathématique est :

$$E(X) = \beta\lambda \quad (3.23)$$

et sa variance est donnée par :

$$V(X) = \beta\lambda^2 \quad (3.24)$$

La représentation graphique de la fonction densité est :

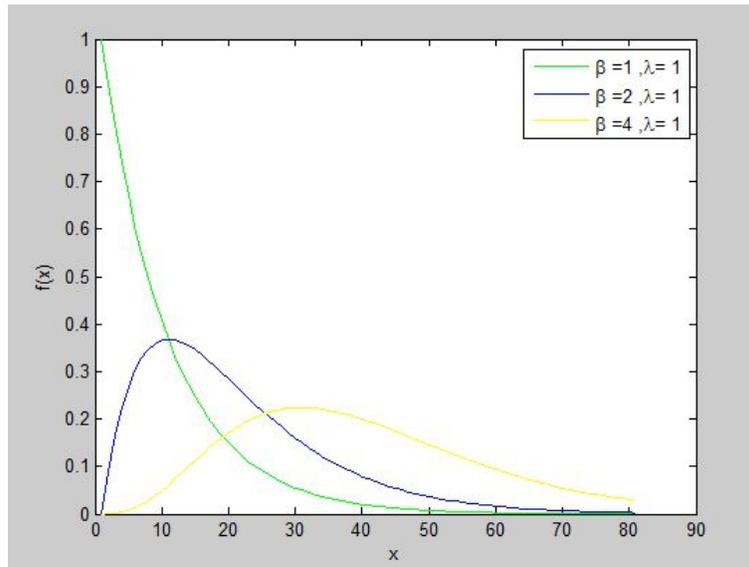


FIGURE 3.5 – Densité de probabilité de la loi Gamma

### 3.2.2 Distributions non paramétriques de fiabilité

Le problème de l'estimation de la fonction de fiabilité a donné lieu à de nombreuses études dans le cadre de la statistique paramétrique. Ce pendant, dans la pratique, il est parfois difficile de trouver le modèle paramétrique ou bien les tests valident plusieurs lois à la fois. Les méthodes non paramétriques lèvent cette difficulté puisqu'aucune hypothèse restrictive n'est faite sur la loi de  $X$ . cette distribution n'est pas supposée appartenir à une classe de loi paramétrique réelle, mais seulement vérifier des hypothèses générales. Elles sont caractérisées par une propriété qualitative exprimant un stade de vie d'un équipement (jeunesse, maturité, vieillesse) ce qui facilitera la prise de décision quand au choix du type de maintenance à adopter.

### 3.2.3 Distribution IFR(DFR)

On dit que  $F$  est de distribution à taux de défaillance croissant ( décroissant), notée IFR(DFR) Si :[16]

$$R_t(x) = \frac{R(t+x)}{R(t)} \quad (3.25)$$

est une fonction décroissante (croissante) en  $t$ ,  $\forall t \geq 0$  et  $x \geq 0$

Si la fonction de densité  $f$  existé, alors l'équation est équivalente à

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (3.26)$$

est une fonction croissante(décroissante) en  $t, \forall t \geq 0$

La distribution DFR et IFR décrivent respectivement la périodes de jeunesse et de vieillesse.

### 3.2.4 Distribution IFRA(DFRA)

On dit que  $F$  est de distribution à taux de défaillance croissant(décroissant) en moyenne notée IFRA(DFRA) si :

$$\lambda(t) = \frac{1}{t} \log(R(t)) \quad (3.27)$$

est une fonction décroissante (croissante) en  $t, \forall t \geq 0$

### 3.2.5 Distribution NBU(New Better Used)

On dit que  $F$  est une distribution NBU si :

$$R_t(x) = \frac{R(t+x)}{R(x)} \leq R(x) \quad (3.28)$$

Avec  $\forall t \geq 0$  et  $x \geq 0$

## 3.3 Modélisation de la fiabilité par les lois paramétriques

Dans la section précédente, on a défini les principales lois de probabilité utilisées dans le domaine de fiabilité. Ces lois vont permettre de caractériser une population grâce à un certain nombre de paramètres.

L'estimation consiste à déterminer des valeurs approchées de ces paramètres. Elle constitue un des premiers éléments de la prise de décision.

### 3.3.1 Estimation des paramètres de loi

L'un des problèmes les plus importants en statistique est le suivant :

On désire étudier un caractère d'une population dans la loi est  $f(x, \theta)$  ou la forme de  $f$  est connue mais dont on ignore la valeur du paramètre  $\theta$ . Il suffit donc de trouver la valeur de

$\theta$  pour que la densité  $f$  soit totalement déterminée. Pour cela, on dispose d'un  $n$ -échantillon issu de  $X$  de loi  $f(x, \theta)$  on doit construire une statistique  $\hat{\theta}$  en fonction de l'échantillon.

$$\hat{\theta} = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.29)$$

$\hat{\theta}$  doit être de  $\theta$  et qui détermine au mieux sa vraie valeur.

Nous exposons dans la suite l'une des méthodes d'estimation.

### Estimateur du maximum de vraisemblance (EMV)

Si  $x_1, x_2, \dots, x_n$  représentent un échantillon de variable aléatoire de la distribution  $f(x, \theta)$ , la fonction de vraisemblance  $L$  de l'échantillon aléatoire est la densité de probabilité jointe de  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . ainsi, dans le cas de  $n$  observations  $x_i$ , dont la densité de probabilité est  $f(x, \theta)$ , la vraisemblance sera :

$$L(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta) \quad (3.30)$$

On définit l'estimateur du maximum de vraisemblance de  $\hat{\theta}$ , comme la valeur  $\hat{\theta}$  telle que :

$$L(\hat{\theta}; x_1, x_2, \dots, x_n) \geq L(\theta; x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.31)$$

S'il existe un optimum et si  $L$  est différentiable, il résulte qu'à optimum :

$$\frac{\partial L}{\partial \theta}(x, \hat{\theta}) = 0 \quad (3.32)$$

La solution de l'équation 3.33 nous donne l'estimateur de  $\theta$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \log L(x, \theta) = 0 \quad (3.33)$$

### 3.3.2 Validation des modèles paramétriques

Un test statistique consiste à définir une règle de décision concernant la validation d'une hypothèse. Faire un test statistique, c'est tester  $H_0$  contre l'hypothèse alternative  $H_1$ .

Une hypothèse statistique est une affirmation sur la distribution d'une ou plusieurs variables ou sur les paramètres de ses distributions.

En fiabilité, les modèles que l'on peut établir sont issus d'un échantillon de probabilité, puis on fait l'hypothèse qu'ils suivent une loi particulière. Ainsi il reste à vérifier la validité

de cette loi. Pour cela, on fixe un risque d'erreur  $\alpha$  petit,  $\alpha$  étant le niveau de signification (c'est-à-dire la probabilité de se tromper en utilisant ce test).

Soit  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  un n-échantillon issu d'une variable aléatoire X de distribution connue. On veut tester :

$$H_0 : "F \text{ est la loi de } X" \text{ contre } H_1 : "F \text{ n'est pas la loi de } X" \quad (3.34)$$

$F$  étant la fonction de répartition avec laquelle on veut ajuster la loi de X.

### 3.3.2.1 Tests d'ajustement

Les tests d'ajustement ont pour but de vérifier si un échantillon provient ou pas d'une variable aléatoire de fonction de distribution connue  $F_0(x)$ . Soit  $F(x)$ , la fonction de répartition de la variable échantillonnée [1]. Il s'agit de tester :

$$H_0 "F(x) = F_0(x)" \text{ contre } H_1 "F(x) \neq F_0(x)" .$$

Parmi les tests classiques connus, on cite :

## Test de Kolmogorov-Smirnov

Soit  $x_1, x_2, \dots, x_n$  un n échantillon issu d'une variable aléatoire X que l'on veut ajuster par une loi théorique  $F_0(x)$ . Soit  $F_n(x)$  sa fonction de répartition empirique. Kolmogorov a démontré que la variable aléatoire :

$$D_n = \max_{x \in \mathbb{R}} |F_n(x) - F_0(x)|$$

suit asymptotiquement une loi indépendante de  $F_0$  :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p(\sqrt{n}D_n < x) = K(x)$$

Avec :

$$\begin{cases} K(x) = 0, & \text{si } x \leq 0; \\ K(x) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} (-1)^j e^{-2j^2 x^2}, & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

Cette fonction est tabulée (table de Kolmogorov)

Soit  $d(\alpha)$  la valeur tabulée, telle que  $p(D_n > d(\alpha)) = \alpha$ , la règle de décision est alors :

Si  $D_n > d(\alpha)$ , on rejette l'ajustement de la variable aléatoire X par la loi choisie.

Si  $D_n < d(\alpha)$ , on accepte l'ajustement de la variable aléatoire X par la loi choisie [1].

## 3.4 Test statistique pour distributions non paramétriques

Divers tests statistiques ont été proposés puis développés pour tester l'exponentialité d'une distribution contre l'appartenance de celle-ci à l'une des classes de distribution (IFR,DFR).

$$H_0 \text{ "F est exponentielle" contre } H_1 \text{ "F est IFR(DFR)" } \quad (3.35)$$

### 3.4.1 Test graphique basé sur la TTT-statistique

Soient  $t_1 = X(1) \leq t_2 = X(2) \leq \dots \leq t_n = X(n)$  les statistique d'ordre d'un échantillon issu de F

Posons pour tout  $r, 1 \leq r < n$  :

$$S(t_r) = \sum_{i=1}^r t_i + (n-r)t_r = \sum_{i=1}^r (n-i+1)(t_i - t_{i-1}). \quad (3.36)$$

La TTT statistique qui représente le temps cumulé de bon fonctionnement de l'ensemble des éléments soumis aux essais d'un plan  $[n,U,r]$ . On l'appelle également (Total Time on Test Transformation) [3].

Posons

$$H_n^{-1}\left[\frac{r}{n}\right] = \int_0^{F_n^{-1}(r/n)} [1 - F_n(u)] du. \quad (3.37)$$

Où  $F_n$  = fonction de répartition et  $F_n^{-1}(Z) = \inf t; F_n(t) \geq Z$  la fonction inverse correspondante. par conséquent :

$$H_n^{-1}\left(\frac{r}{n}\right) = \frac{1}{n} S(t_r) \quad (3.38)$$

Par analogie :

$$H_{F^{-1}}(t) = \int_0^{F^{-1}(t)} [1 - F(u)] du \quad (3.39)$$

Soit la fonction  $K(t) = \frac{H_{F^{-1}}(t)}{H_{F^{-1}}(1)}, 0 \leq t \leq 1$

**Lemme [3]**

- $E(X) = H_{F^{-1}}(1)$
- $K(t)$  est une fonction continue avec  $K(0) = 0$  et  $K(1) = 1$ ;

- Si  $F$  est IFR (respectivement DFR), alors  $K(t)$  est concave (respectivement convexe).

Si on considère l'échantillon tronqué  $t_1, t_2, \dots, t_r$ . d'après le théorème de Glivenko-C antelli [3] :  $\lim_{n \rightarrow \infty} H_N^{-1}[\frac{r}{n}] = H_F^{-1}(t)$  et les points  $\frac{i}{r}, \frac{S(i)}{S(r)}$ ,  $i=1, \dots, r$  doivent être disposés autour d'une fonction dépendante de  $t$ , et ayant l'allure du rapport  $\frac{H_{F^{-1}}(t)}{H_{F^{-1}}(1)}$ .

On obtient donc le graphe TTT (TTT-plot) en représentant les points  $\frac{i}{r}, \frac{S(i)}{S(r)}$ ,  $i = 1, \dots, r$ , sur Le carré unité et en les connectant par des segments de droite.

Remarque [3] D'après la disposition de ces points, on peut conclure relativement à l'appartenance de la distribution étudiée à l'une des classes non paramétriques d'âge.

En particulier, on peut sans ambiguïté rejeter la loi exponentielle si on observe des écarts significatifs par rapport à la première bissectrice. On décidera donc de rejeter  $H_0$  :

- On faveur de la distribution IFR, si la courbe obtenue est concave.
- On faveur de la distribution DFR, si la courbe obtenue est convexe.

## 3.5 Processus aléatoires à temps continu

Si l'on s'intéresse à la fiabilité d'un système technique, il peut être indispensable de pouvoir réagir sans retard en cas de défaillance. Du point de vue mathématique, ceci implique d'avoir recours à un modèle stochastique faisant intervenir tous les instants appartenant à un intervalle donné, c'est-à-dire à un processus a temps continu.

### 3.5.1 Chaîne de Markov à paramètre continu

Un processus stochastique  $X(t); t \geq 0$  à états  $0, 1, 2, \dots$  est appelé chaîne de Markov à temps continu ou à paramètre continu si la distribution conditionnelle du processus à l'instant  $t$ , connaissant son état à l'instant  $t_n (t_n < t)$ , n'est pas modifiée par la connaissance supplémentaire de ses états à des instants  $t_1, t_2, \dots, t_{n-1}$  antérieurs à  $t_n$  ( $t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n$ ). En notation formelle, ceci signifie que

$$P(X(t) = j / X(t_n) = i_n, X(t_{n-1}) = i_{n-1}, \dots, X(t_1) = i_1) = P(X(t) = j / X(t_n) = i_n)$$

La relation ci-dessus est connue sous le nom de propriété de Markov ; elle exprime le fait que la distribution du processus en un instant futur ne dépend que de son état présent, et non pas de son évolution dans le passé. Les processus vérifiant cette propriété sont aussi appelés processus sans mémoire.

### 3.5.2 Processus de comptage

Considérons le nombre d'événement  $N(t)$  se produisant dans l'intervalle de temps  $[0, t]$  et on cherche à déterminer la distribution de cette variable aléatoire discrète. Le processus stochastique  $N(t); t \geq 0$  est appelé processus de comptage ; ses réalisations sont des fonctions en escalier non décroissantes. Notons que  $N(u + t) - N(u)$  indique le nombre (aléatoire) d'événements se produisant dans l'intervalle semi-ouvert  $[u, u + t]$ , pour le cas particulier du processus de poisson, ce concept sera développé dans la section suivante.

### 3.5.3 Processus de Poisson

On dit qu'un processus de comptage  $N(t); t \geq 0$  est un processus de poisson s'il satisfait aux trois conditions suivantes.

**C1.** Le processus  $N(t)$  est homogène dans le temps. Ceci veut dire que la probabilité d'avoir  $k$  événements dans un intervalle de longueur donnée  $t$  ne dépend que de  $t$  et non pas de la position de l'intervalle par rapport à l'axe temporel. En d'autres termes :

$$P(N(s + t) - N(s) = k) = P(N(t) = k) = P_k(t)$$

Pour tout  $s > 0, t > 0$  et  $k = 1, 2, \dots$

**C2.** Le processus  $N(t)$  est à accroissements indépendants ce qui signifie que pour tout système d'intervalles disjoints, les nombres d'événements s'y produisant sont des variables aléatoires indépendantes. En particulier :

$$P(N(s+t) - N(s) = k, N(s) = j) = P(N(s+t) - N(s) = k) * P(N(s) = j) = P_k(t) P_j(s)$$

Pour tout  $s > 0, t > 0$

**C3.** La probabilité que deux événements ou plus se produisent dans un petit intervalle  $\Delta t$  est négligeable par rapport à la probabilité qu'il n'y ait qu'un seul événement. En termes plus précis :

$$P_k(\Delta t) = \begin{cases} o(\Delta t) & k > 2 \\ \lambda \Delta t + o(\Delta t) & k = 1 \\ 1 - \lambda \Delta t + o(\Delta t) & k = 0 \end{cases}$$

Le coefficient  $\lambda$  est appelé densité ou intensité du processus poissonien.

### 3.5.4 Processus de naissance

Un processus de naissance est une généralisation du processus de poisson, il s'agit de faire dépendre la probabilité de réalisation d'un événement à un instant donné, du nombre d'événements déjà réalisé. On considère une suite de nombre positif  $\lambda_k$ , on définit un processus de naissance comme étant un processus de Markov satisfaisant le postulat suivant :

1.  $P(X_{t+\Delta t} - X_t = 1 | X_t = k) = \lambda_k \Delta t + o(\Delta t)$
2.  $P(X_{t+\Delta t} - X_t = 0 | X_t = k) = 1 - \lambda_k \Delta t + o(\Delta t)$
3.  $X_0 = 0$
4.  $P(X_{t+\Delta t} - X_t < 0 | X_t = k) = 0 \quad k \geq 0$

### 3.5.5 Processus de mort

Un processus de mort se distingue d'un processus de naissance, simplement par le fait que le taux de natalité  $\lambda_k$  est remplacé par un taux de mortalité  $\mu_k$ ; il est donc caractérisé par les hypothèses suivantes :

1.  $P(X_{t+\Delta t} - X_t = -1 | X_t = k) = \mu_k \Delta t + \theta(\Delta t)$
2.  $P(X_{t+\Delta t} - X_t = 0 | X_t = k) = 1 - \mu_k \Delta t + \theta(\Delta t)$
3.  $X_0 = N$
4.  $P(X_{t+\Delta t} - X_t > 0 | X_t = k) = 0 \quad k \geq 0$

### 3.5.6 Processus de naissance et de mort

On dit qu'un processus est un processus de naissance et de mort s'il vérifie les conditions suivantes :

1.  $P_{i,i+1}(\Delta t) = \lambda_i \Delta t + \theta(\Delta t), \quad i \geq 0$
2.  $P_{i,i-1}(\Delta t) = \mu_i \Delta t + \theta(\Delta t), \quad i \geq 0$
3.  $P_{i,i}(\Delta t) = -(\mu_i + \lambda_i) \Delta t + \theta(\Delta t), \quad i \geq 0$
4.  $P_{i,j}(\Delta t) = \delta_{ij}$
5.  $\mu_0 = 0, \lambda_0 > 0; \mu_i, \lambda_i > 0, \quad i > 0$

Les paramètres  $\lambda_i$  et  $\mu_i$  sont respectivement appelés taux de naissance et taux de décès.

Étant donné l'état  $i$  ( $i \neq 0; i \neq N$ , si le nombre d'états est fini), on ne peut pas passer dans un temps très bref qu'à l'état  $i - 1$  ou à l'état  $i + 1$ ; de 0 on ne peut pas passer qu'à

1 ; de  $N$  à  $N - 1$ . Cela revient à dire que la probabilité pour qu'il se passe deux événements pendant  $\Delta t$  est négligeable.

### 3.5.6.1 Matrice de transition en une étape

On peut présenter les probabilités conditionnelles  $P_{ij}$  sous d'une forme matrice  $P$  :

$$\begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & P_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_{n1} & P_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & P_{nn} \end{pmatrix}$$

La matrice des probabilités de transition ou matrice de transition  $P = (P_{ij})_{i,j=1\dots n}$  possède les propriétés suivante :

- Tous les termes sont positifs ou nuls.
- La somme des termes de chaque ligne égale à 1.

### 3.5.6.2 Graphe de transition

Pour les chaînes de Markov à temps discret, les graphes des transitions mettent en évidence les changements d'état pouvant se produire au cours d'une unité temporelle. Dans le cas des processus à temps continu, on remplacera l'unité temporelle par un petit intervalle  $\Delta t$  et l'on indiquera à nouveau sur chaque arc la probabilité de transition correspondante. Ainsi la figure (3.6) montre le graphe de transitions du processus de poisson ; pour ne pas la surcharger, nous supprimons le terme  $+o(\Delta t)$  figurant dans toute probabilité de transition [14].

Pratiquement, on utilise souvent un graphe réduit ne comprenant que les transitions entre deux états différents et dans lequel les probabilités de transition sont remplacées par les taux de transition (figure 3.7 ).

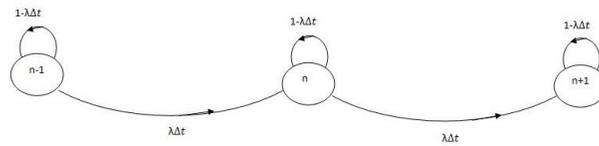


FIGURE 3.6 – Graphe de transition 1

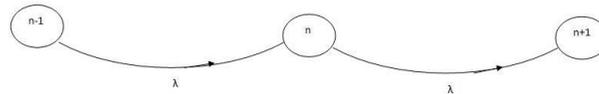


FIGURE 3.7 – Graphe de transition 2

### 3.5.6.3 Classification des états d'une chaîne de Markov

#### Etats communicants

$R_1$  est relation de  $S \times S$  définie comme suite :

$$iR_1j \iff \exists n \geq 0 / P_{ij}^n > 0 \tag{3.40}$$

$R_1$  est une relation d'équivalence

3.40  $\implies$  il existe un chemin d'ordre n reliant les états i et j.

Considérons  $R_2$  sur S :

$$iR_2j \iff iR_1j \quad et \quad jR_1i \quad (relation \ d'equivalence). \tag{3.41}$$

si  $iR_2j$  alors on dit que les états i et j sont communicants

#### Etats absorbants

On dit qu'un ensemble C d'états est fermé si

$$\forall i \in C, \forall j \notin C \ on \ a \ P_{ij} = 0 \ et \ \forall n \in C, \ on \ a \ \sum_{j \in C} P_{ij}^n = 1 \tag{3.42}$$

### 3.5.6.4 Chaîne irréductible

Une chaîne de Markov est dite irréductible si elle ne contient aucun sous ensemble fermé autre que celui de tous ses états. Dans une chaîne irréductible tous les états sont communicants, tout les états sont de même nature.

### 3.5.6.5 Distribution stationnaire

Une distribution de probabilité discrète  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots)$  est appelée stationnaire par rapport à une matrice stochastique  $P$  si  $\pi P = \pi$ .

Pour calculer les composants d'un vecteur ligne stationnaire  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$  d'une chaîne de Markov finie, on utilise l'approche suivante.

On résout le système d'équations linéaires formé de

$$\pi = \pi P, \quad \text{c'est-à-dire} \quad \pi(P - 1) = 0 \quad (3.43)$$

Avec la condition de normalisation

$$\sum_{k \in S} \pi_k = 1$$

### 3.5.6.6 Existence et unicité des distributions stationnaires

Au sujet de l'existence des distributions stationnaires, on a le théorème suivant :

#### **Théorème[14]**

Pour une chaîne de Markov finie il existe toujours au moins une distribution stationnaire, ce qui n'est plus nécessairement vrai si l'espace des états est infini.

Au sujet de l'unicité on a le théorème suivant :

#### **Théorème [14]**

Une chaîne de Markov finie admet une unique distribution stationnaire si et seulement si elle comprend une seule classe récurrente.

### 3.5.7 Chaîne de Markov absorbante

Un état  $k$  d'une chaîne de Markov est dit absorbant si le processus ne peut plus quitter cet état une fois qu'il y est entré, en d'autre terme si  $P_{KK} = 1$ .

Une chaîne de Markov est absorbante si elle comprend au moins un état absorbant  $t$  si l'on peut passer de n'importe quelle états à un état absorbant.

## Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les principales distributions paramétriques et non paramétriques utilisées dans le domaine de la fiabilité, ainsi que les méthodes d'estimation et de validation de ces modèles.

## *Deuxième partie*

### *Application*

## Chapitre 4

### *Analyse statistique des données*

# Chapitre 4

## Analyse statistique des données

### Introduction

Les données du retour d'expérience constituent une source extrêmement précieuse d'information sur la fiabilité, la maintenabilité et la disponibilité. Mais on ne pourra pas compter sur les données disponibles que dans la mesure où l'on aura étudié et soigneusement réalisé la collecte des informations à la source.

L'analyse statistique des données collectées au sein de l'entreprise nous a permis d'ajuster les lois de fiabilité par des modèles paramétriques et non paramétriques, ainsi que l'ajustement des lois de maintenabilité par des modèles paramétriques.

### 4.1 Collecte des données

L'analyse de fiabilité en exploitation consiste à recueillir des données de défaillance et à les exploiter de manière statistique afin de connaître les indices de fiabilité. La présente étude est basée sur les données qui s'étalent de 02/01/2010 au 30/04/2016. La source essentielle de ces données est les " bons de travail " qui donnent un résumé sur les défaillances (date et heure d'arrêt, heure début et fin de réparation, le temps d'intervention...).

### 4.2 Choix de la chaîne à étudier

La chaîne de montage comprend environ 150 machines fonctionnelles, leur étude sera très longue. Avec l'aide du personnel de l'entreprise, notre étude va porter sur la chaîne de montage B, qui présente une des préoccupations majeures des responsables, à cause de son

importance en termes de la nécessité de produits fabriqués et des temps d'immobilisation important.

L'inventaire des équipements de la chaîne à étudier est présenté dans la tableau suivant :

Type	désignation
401S-04	Convoyeur de montage
413-02	M/C à afficher les premières
510-03	Presse à souder les semelles
538-04	M/C à encoller les semelles
756S-05	M/C à encoller les semelles
756S-06	M/C à encoller les semelles
409-03	M/C à galber les contreforts
G79-06	M/C à carder et verrer les tiges
G79-05	M/C à carder et verrer les tiges
566-06	Machine pour déformer
K58-08	M/C à monter les emboîtages
K78-01	M/C à monter les bouts
K78-07	M/C à monter les bouts
427-01	M/C à monter les bouts
427-08	M/C à monter les bouts
MF80-04	M/C à monter les flancs
MF80-06	M/C à monter les flancs
522-02	M/C à réactiver au flash
489-02	M/C à réactiver et galber
Vp35-08	M/C injection direct sur tiges
Vp35-03	M/C injection direct sur tiges
03030/P4-01	Machine de piquage GOOD-YEAR
03030/P4-02	Machine de piquage GOOD-YEAR
RIB 14-02	Machine rotative pour rabattre la trépointe
SILPAR-STNOVA-01	Machine à fraiser les semelles et tiges
SILPAR-STNOVA-02	Machine à fraiser les semelles et tiges

TABLE 4.1 – Inventaire

### 4.2.1 Schéma de la chaîne de montage B

La figure 4.1 représente les différents équipements de la chaîne de montage B ainsi que leurs positions dans le processus de montage.

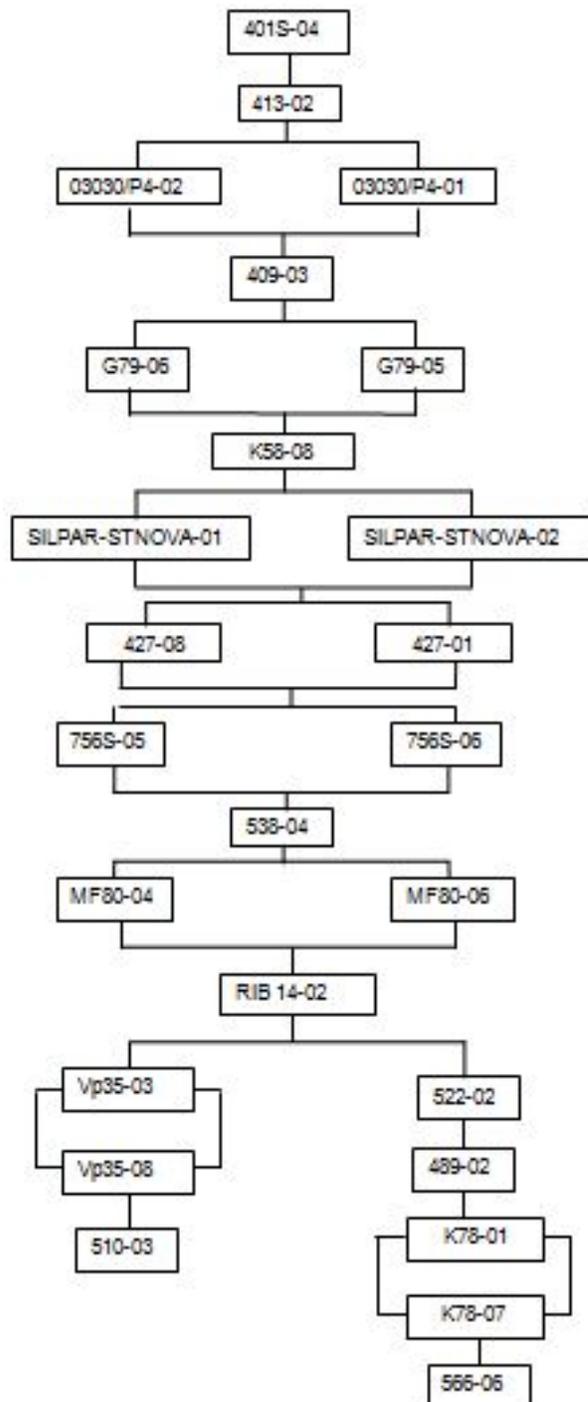


FIGURE 4.1 – Schéma de la chaîne de montage B

### 4.3 Choix des équipements à étudier

Vu le nombre important des machines qui composent la chaîne B, l'étude statistique de chacune d'elles se révélera très longue. Il convient alors de cibler seulement les équipements critiques. Pour orienter notre étude, on s'est basé sur le critère " temps d'immobilisation ".

A cet effet, on a effectué une analyse ABC (Pareto) pour déterminer la classe d'équipements qui pendant une année (01/04/2015 au 30/04/2016), a engendré le temps d'immobilisation le plus élevé. Les résultats de l'analyse ABC sont reportés sur le tableau 4.2 et la figure 4.2 :

Type	Temps d'arrêt (h)	cumul des temps d'arrêt	% du temps cumulés	Nbr de panne	cumul des pannes	% du cumul des pannes
MF80-04	71.00	71.00	15.98	32	32	8.53
K78-01	60.92	131.92	29.69	36	68	18.13
K78-07	55.08	187.00	42.08	26	94	25.07
489-02	54.83	241.83	54.42	25	119	31.73
MF80-06	39.00	280.83	63.20	22	141	37.60
Vp35-03	25.75	306.58	69.00	28	169	45.07
SILPAR-STNOVA-02	21.25	327.83	73.78	33	202	53.87
Vp35-08	19.42	347.25	78.15	32	234	62.40
SILPAR-STNOVA-01	16.42	363.67	81.84	25	259	69.07
538-04	12.08	375.75	84.56	18	277	73.87
756S-06	11.17	386.92	87.08	18	295	78.67
401S-04	9.50	396.42	89.22	14	309	82.40
756S-05	8.67	405.09	91.17	11	320	85.33
427-08	6.50	411.59	92.63	10	330	88.00
RIB 14-02	5.33	416.92	93.83	8	338	90.13
566-06	4.83	421.75	94.92	7	345	92.00
510-03	4.08	425.83	95.83	6	351	93.60
409-03	3.42	429.25	96.60	5	356	94.93
K58-08	3.25	432.50	97.34	5	361	96.27
03030/P4-01	2.67	435.17	97.94	3	364	97.07
427-01	2.58	435.75	98.52	3	367	97.87
413-02	1.92	439.75	98.95	2	369	98.40
03030/P4-02	1.75	441.42	99.34	3	372	99.20
G79-05	1.17	442.59	99.61	1	373	99.47
522-02	0.92	443.51	99.81	1	374	99.73
G79-06	0.83	444.35	100	1	375	100

TABLE 4.2 – Résultat de l'analyse ABC (Pareto)

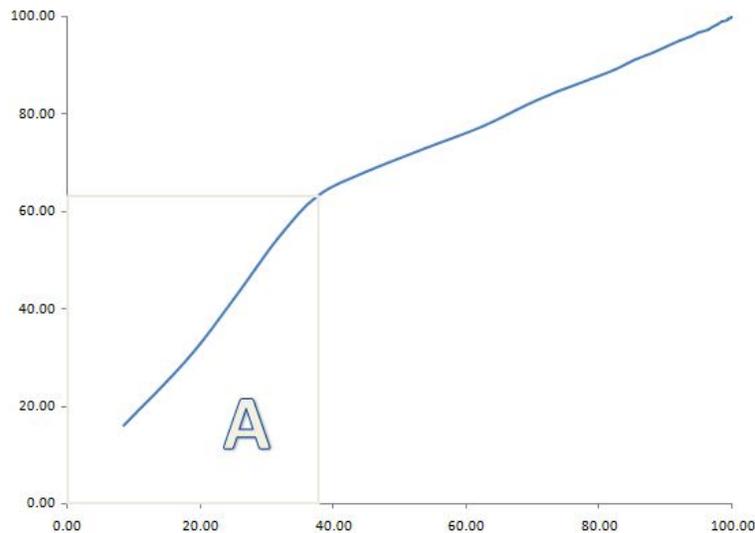


FIGURE 4.2 – Diagramme ABC

A partir des résultats du tableau (4.2) et la figure (4.2) on propose que la zone " A " est celle qui correspond aux équipements qui, avec un pourcentage 37.60 % des pannes, causent 63.20 % des temps d'immobilisation cumulés. Autrement dit, presque deux tiers du temps d'immobilisation est engendré par un cinquième des équipements. Ces équipements doivent donc faire l'objet d'un traitement particulier.

Ces équipements sont :

Type	désignation
<b>MF80-04</b>	M/C à monter les flancs
<b>MF80-06</b>	M/C à monter les flancs
<b>K78-01</b>	M/C à monter les bouts
<b>K78-07</b>	M/C à monter les bouts
<b>489-02</b>	M/C à réactiver et galber

TABLE 4.3 – Les équipements de la zone "A" de la courbe de Pareto

## 4.4 Analyse de la fiabilité des équipements

### 4.4.1 Modélisation paramétrique de la fiabilité des équipements

Il est naturel de chercher à ajuster un échantillon aléatoire par des distributions théoriques, vu les significations et les interprétations apportées par ces distributions.

Pour notre étude, cette démarche commence par une hypothèse que la variable aléatoire  $X$  " durée de vie " obéit à un modèle d'usage courant, celui de Weibull, qui permet de prendre compte des différentes formes de la fonction taux de défaillance ; ou une distribution exponentielle qui est utilisée à chaque fois qu'il s'agit de modéliser une durée de vie associée à un processus de défaillance sans mémoire, c'est-à-dire, un processus dans lequel le nombre de défaillance sur un intervalle du temps est indépendant du choix de l'intervalle.

L'estimation des paramètres de chaque modèle a été réalisée par la méthode de maximum de vraisemblance à l'aide du logiciel de statistique R. R est à la fois un logiciel et un langage qui permet d'appliquer les techniques d'ajustement avec les lois paramétriques. Il permet de valider les modèles obtenus grâce aux tests classiques d'adéquation comme le test de " Kolmogorov-Smirnov ".

Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 4.6

Il convient de noter que la variable à ajuster est le temps de bon fonctionnement (TBF) et que les données prises sont complètes (non censurées) car on dispose d'un nombre suffisant de données.

Equip	n	loi ajustée	Paramètres	$D_c$	$D_{(n,0.05)}$
MF80-06	120	Weibull	$\beta=1.505, \eta=9304$	0.052	0.1241
		Exponentielle	$\lambda=0.00012$	0.140	
K78-07	134	Weibull	$\beta=1.875, \eta=8461$	0.0566	0.1174
		Exponentielle	$\lambda=0.000134$	0.2135	
489-02	137	Weibull	$\beta=1.796, \eta=8323$	0.0634	0.1161
		Exponentielle	$\lambda=0.000136$	0.1802	
K78-01	148	Weibull	$\beta=1.716, \eta=7615$	0.063	0.1117
		Exponentielle	$\lambda=0.000147$	0.2057	
MF80-04	140	Weibull	$\beta=1.850, \eta=8134$	0.0541	0.1149
		Exponentielle	$\lambda=0.000139$	0.3297	

TABLE 4.4 – Résultats de la modélisation paramétrique de la fonction de fiabilité

Où  $n$  : Taille de l'échantillon.

$\beta$  : Paramètre de forme de la loi de Weibull.

$\eta$  : Paramètre d'échelle de la loi de Weibull.

$D_c$  : Statistique empirique du test de Kolmogorov-Smirnov .

$D_{(n,0.05)}$  : Statistique tabulé de test Kolmogorov-Smirnov avec un seuil de signification égal

à 0.05

Les résultats obtenus montrent que le modèle de Weibull à deux paramètres est accepté pour un niveau de signification  $\alpha=0.05$  pour les équipements **MF80-06**, **K78-07**, **489-02**, **K78-01**, **MF80-04**.

Pour les équipement **K78-07**, **489-02**, **K78-01**, **MF80-04** et **FM80-06** , le modèle exponentiel est rejeté pour un niveau de signification  $\alpha=0.05$

#### 4.4.2 Modélisation non paramétrique

Afin de confirmer les résultats obtenus par la méthode paramétrique et à cause du fait que pour tous les équipements le paramètre de forme du modèle de Weibull est supérieur à 1 et que le modèle exponentiel n'est pas validé, on utilise l'analyse non paramétrique, en particulier le test graphique basé sur la TTT-statistique, qui donne des propriétés qualitatives, à partir desquelles on se prononcera sur l'appartenance de la distribution F à une classe d'âge (IFR,DFR).

Les graphiques ci-après(voir la figure 4.4 ) illustrent l'allure du nuage des points  $(\frac{i}{r}, \frac{S(t_i)}{S(t_R)})$  pour les différents équipements. Un exemple de calcul des coordonnées du nuage des points est présenté dans l'annexe.

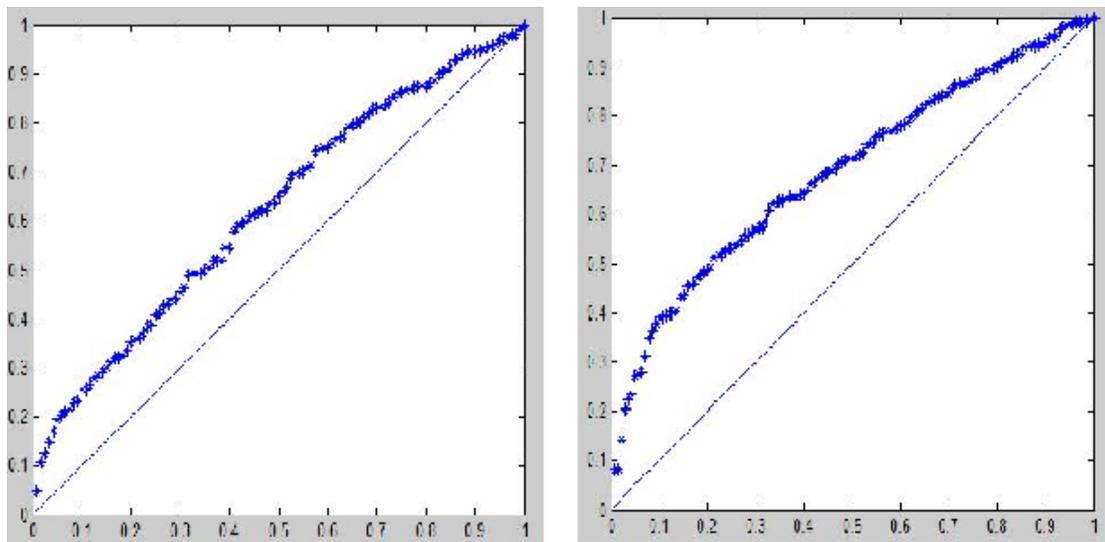


FIGURE 4.3 – Test graphique pour MF80-04, MF80-06

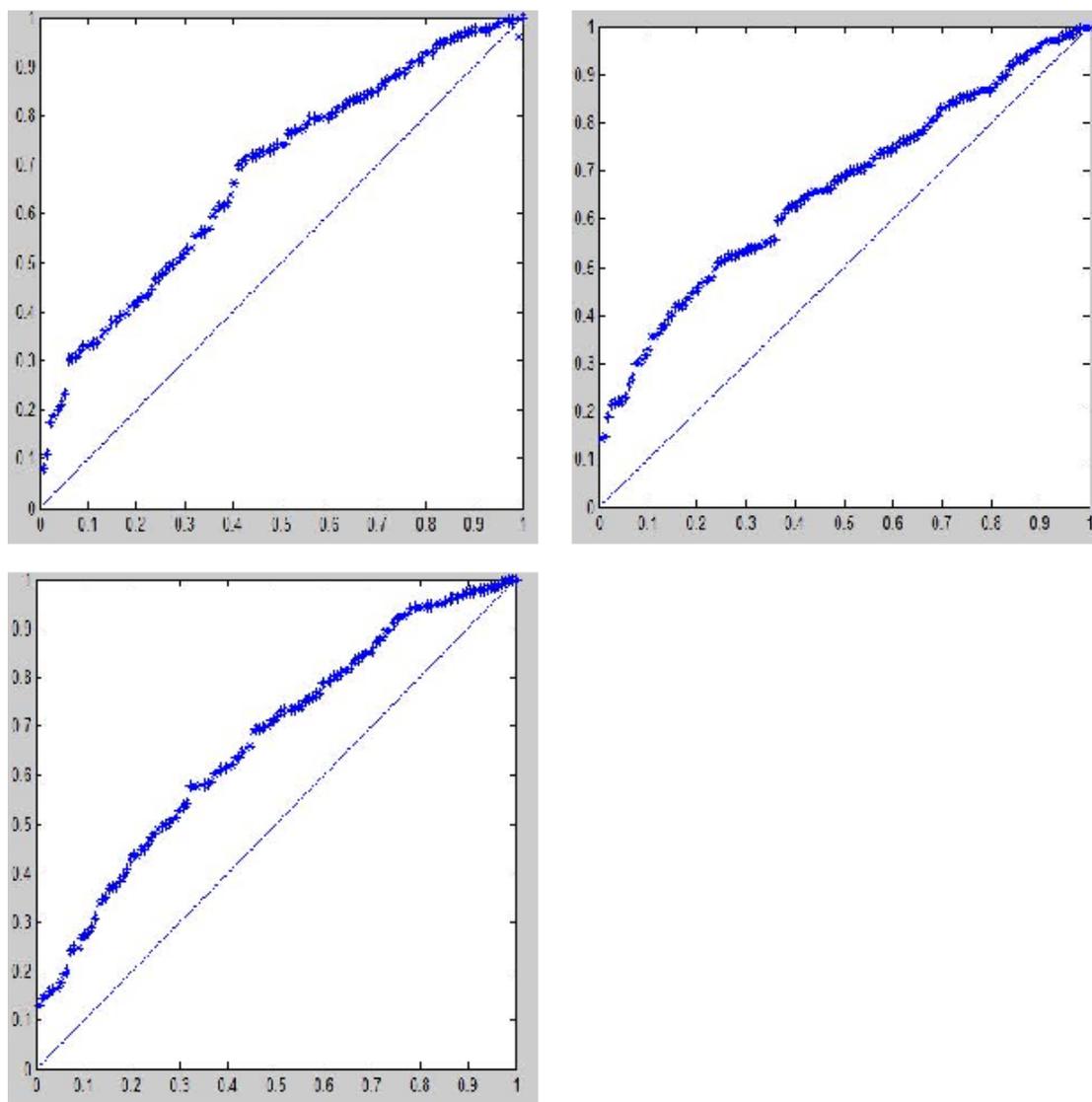


FIGURE 4.4 – Test graphique pour K78-01,K78-07 et 489-02

Les résultats du test graphique sont résumés dans le tableau 4.5

Equip	n	Allure de la courbe de tendance	modèle	taux de défaillance
MF80-04	140	Concave	IFR	Croissant
MF80-06	120	Concave	IFR	Croissant
K78-01	148	Concave	IFR	Croissant
K78-07	134	Concave	IFR	Croissant
489-02	137	Concave	IFR	Croissant

TABLE 4.5 – Récapitulatif du test graphique

### 4.4.3 Comparaison des résultats

D'après les résultats obtenus, on remarque l'homogénéité (concordance) entre les résultats obtenus de la modélisation paramétrique et ceux non paramétrique du fait qu'ils se rejoignent dans la description du type de défaillance.

Pour les équipements MF80-04, MF80-06, K78-01, K78-07 et 489-02, le paramètre de forme  $\beta$  du modèle de Weibull est supérieur à 1. Son taux de défaillance est donc croissant, ce qui correspond à la loi IFR trouvée par les tests graphiques.

## 4.5 Indices de fiabilité

On peut comparer la fiabilité des équipements en comparant les moyennes du temps de bon fonctionnement (MUT). On dira qu'un système est plus fiable qu'un autre si son MUT est plus grand.

Le tableau suivant présente, le classement décroissant des équipements par leur MUT.

<b>Equip</b>	Paramètre du Weibull	$MUT_w(mn)$
<b>MF80-06</b>	$\beta=1.505, \eta=9304$	8382.90
<b>K78-07</b>	$\beta=1.870, \eta=8461$	7504.9
<b>489-02</b>	$\beta=1.796, \eta=8323$	7390.82
<b>MF80-04</b>	$\beta=1.850, \eta=8134$	7222.99
<b>K78-01</b>	$\beta=1.716, \eta=7615$	4437.64

TABLE 4.6 – Résultats de calcul de la MUT des équipements

Les courbe de fiabilité et le taux de défaillance sont représentés dans les graphiques (voir les figures 4.5 et 4.6) .

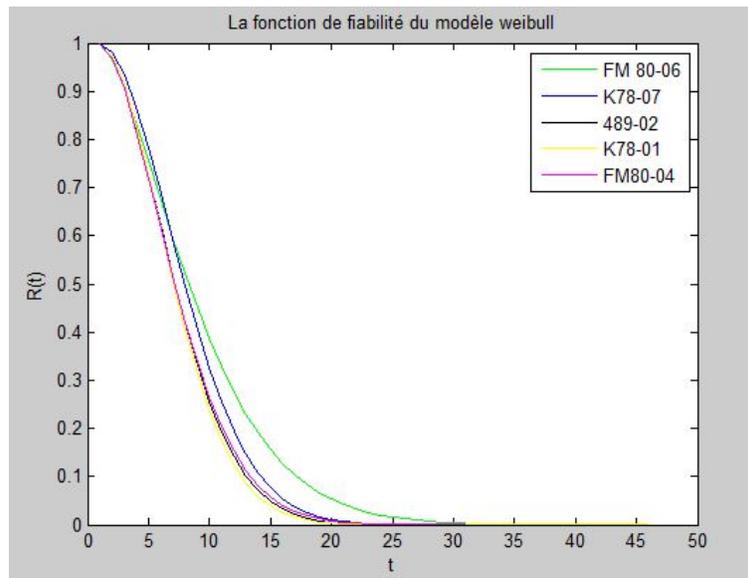


FIGURE 4.5 – Les fonctions de fiabilité des équipements

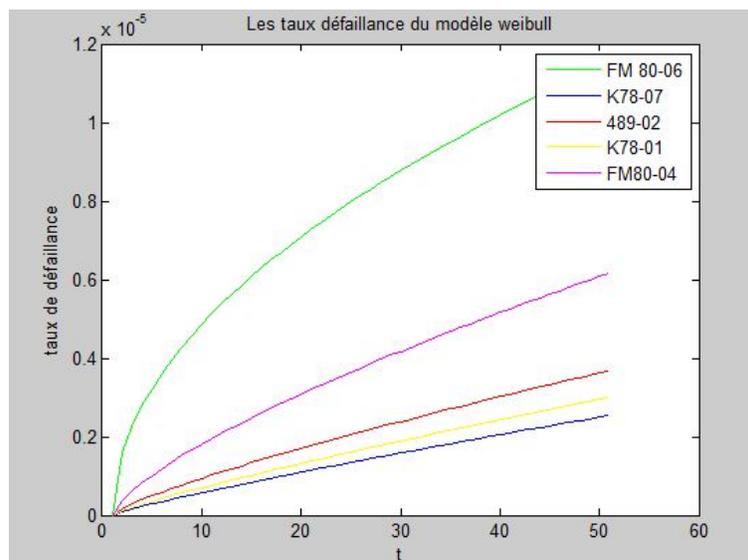


FIGURE 4.6 – Taux de défaillance des équipements

## 4.6 Modélisation de la maintenabilité

On présente, dans ce paragraphe, la modélisation des temps de réparation. On a choisi comme loi d'ajustement celle de log-normale et Gamma. Elles sont généralement représentative de la durée de réparation.

Les résultats sont reportés dans le tableau 4.8 par un classement décroissant du MTTR par rapport à la loi Gamma :

Equip	n	loi ajustée	paramètres	$D_{ks}$	$d_{n,0.05}$	MTTR
489-02	138	Log-normale	$m= 4.0894, \sigma= 0.497$	0.0729	0.1157	67.55
		Gamma	$\alpha=0.91, \beta=75.74$	0.107		68.92
MF80-04	141	Log-normale	$m=3.792, \sigma= 0.483$	0.08	0.1145	49.83
		Gamma	$\alpha=0.87, \beta=58.28$	0.0936		50.70
MF80-06	121	Log-normale	$m=3.730, \sigma=0.416$	0.076	0.123	45.33
		Gamma	$\alpha=0.59, \beta=76.9$	0.103		45.37
K78-01	149	Log-normale	$m= 3.693, \sigma= 0.439$	0.0935	0.1114	44.22
		Gamma	$\alpha=0.63, \beta=71.43$	0.097		45
K78-07	135	Gamma	$\alpha=0.66, \beta=67.9$	0.094	0.1170	44.82

TABLE 4.7 – Résultats de la modélisation des temps de réparation

Ce tableau montre que : 489-02, MF80-04, MF80-06, ont un temps de réparation important par rapport aux autres équipements.

## 4.7 Modélisation des temps d'immobilisation

Les modèles ajustant les temps d'immobilisation des différents équipements ont été validés par le test de Kolmogorov-Smirnov. Les résultats sont présentés dans le tableau 4.8 :

Equip	n	loi ajustée	paramètres	$D_{ks}$	$d_{n,0.05}$	MDT
K78-07	135	Gamma	$\beta=22.89, \alpha=0.215$	0.107	0.117	106.46
MF80-04	141	Log-normale	$m= 4.418, \sigma= 0.544$	.0771	0.1145	96.15
489-02	138	Log-normale	$m= 4.434, \sigma=0.452$	0.101	0.1157	93.33
K78-01	149	Log-normale	$m= 4.305, \sigma= 0.424$	0.0780	0.1114	81.03
MF80-06	121	Log-normale	$m= 4.187, \sigma= 0.358$	0.113	0.1236	70.18

TABLE 4.8 – Résultats de la modélisation des temps de d'immobilisation

## 4.8 Disponibilité des équipements

Le calcul de la disponibilité opérationnelle fait intervenir :

- La fiabilité par MUT
- La maintenabilité par MTTR
- Les temps annexes de réparation

Rappelons que la disponibilité opérationnelle est donnée par :

$$D_{op} = \frac{MUT}{MUT + MDT} = \frac{MUT}{MTBF} \quad (4.1)$$

Avec

MDT : le temps moyen d'immobilisation (Mean Down Time), qui comprend le temps moyen de réparation ainsi que le temps annexe de réparation.

MUT : le temps moyen de bon fonctionnement (Mean Up Time).

Lorsque ces temps annexe sont négligeable devant les temps de réparation, on aura :

$$MDT \simeq MTTR$$

La disponibilité sera alors :

$$D_{op} = \frac{MUT}{MUT + MTTR} \quad (4.2)$$

Grâce à cette formule d'approximation, on peut illustrer la fragilité du système de gestion de la maintenance au niveau de cette entreprise.

Notons :

- $D_{opr}$  :Disponibilité opérationnelle réelle, qui va être calculée à partir de l'équation 4.1 ;
- $D_{ops}$  :Disponibilité opérationnelle en négligeant les temps d'annexes de réparation (Disponibilité opérationnelle souhaitée), qui va être calculée par l'équation 4.2.

Dans ce qui suit, on va modéliser la maintenabilité et les temps d'immobilisation pour estimer respectivement le MTTR(moyen des temps de réparation) et MDT(moyen des temps de panne), afin d'évaluer  $D_{opr}$  et  $D_{ops}$

### 4.8.1 Evaluation de la disponibilité

Dans le but de mettre en évidence l'impact que peuvent avoir les temps annexes de réparation sur l'indisponibilité des équipements, on a adopté les étapes suivantes :

- On calcule, dans un premier temps, la disponibilité réelle  $D_{opr}$  et celle souhaité  $D_{ops}$  ;
- On calcule, dans un deuxième temps, l'indisponibilité ( $D_{ops} - D_{opr}$ ) entraînée par les temps d'attente de réparation ;
- Ensuite on évalue le taux d'indisponibilité causé par les temps annexes de réparation.

Equip	MUT(mn)	MTTR(mn)	MDT(mn)	$D_{opr}$	$D_{ops}$	$D_{ops} - D_{opr}$	$\frac{D_{ops} - D_{opr}}{1 - D_{opr}}$
MF80-06	8382.9	45.37	70.18	0.991	0.994	0.003	0.33
K78-07	7504.9	44.82	106.46	0.986	0.994	0.008	0.57
489-02	7390.82	68.92	93.33	0.987	0.990	0.004	0.30
K78-01	4437.64	45	81.03	0.982	0.989	0.007	0.38
MF80-04	7222.99	50.70	96.15	0.986	0.993	0.007	0.5

TABLE 4.9 – Résultats de la modélisation des temps de disponibilité

Le tableau 4.9 montre l'influence des temps annexes de réparation sur la disponibilité des équipements.

On remarque que la disponibilité réelle est faible devant la disponibilité souhaitée.

L'indisponibilité liée au temps annexe de réparation représente moins de la moitié des temps d'immobilisation à part pour les équipements K78-07 et MF80-04. Ainsi, pour l'équipement K78-07 le taux d'indisponibilité dû au temps d'annexes de réparation est de 0.8 % (environ 2H par mois). Soit un taux de 57 % des temps d'immobilisation. Pour l'équipement MF80-04 le taux d'indisponibilité dû au temps d'annexes de réparation est de 0.7 % (environ 1.5H par mois). Soit un taux de 50% des temps d'immobilisation.

On conclut que les temps d'attente de réparation représentent en moyenne 3 % de la capacité programmée des équipements. Il font perdre, en effet, à l'entreprise plus de 3% de son chiffre d'affaire.

Une analyse de la situation est donc indispensable, en particulier pour les équipements K78-07 et MF80-04, afin de réduire ces temps d'immobilisation. Il convient aussi de réviser la politique de gestion des stocks et de mettre en place les moyens adéquats pour une meilleure prise en charge des réparations.

## Conclusion

Ce chapitre a permis d'analyser la fiabilité et la disponibilité des équipements. Dans la première étape, on a identifié les équipements dont les pannes sont les responsables de l'immobilisation de la chaîne de montage B, qui sont au nombre de 5, et qui entraînent plus de la moitié des temps d'immobilisation.

Dans la seconde étape, on a fait une analyse de la fiabilité des équipements qui sont en majorité sujets à des pannes aléatoires. Une analyse rigoureuse de chacun des équipements :

indices de fiabilité(MUT), modélisation de la maintenabilité(MTTR) et modélisation des temps d'immobilisation(MDT).

Enfin, on a calculé la disponibilité ainsi que l'indisponibilité dû au temps annexe de réparation de chaque équipement. Les résultats montrent que les temps d'attente de réparation représentent 3% de la capacité programmée.

## *Chapitre 5*

*Etude de la disponibilité de la chaîne  
B*

# Chapitre 5

## Etude de la disponibilité de la chaîne B

### Introduction

Après avoir étudié la fiabilité et la maintenabilité des équipements de la chaîne de montage B, nous allons étudier dans ce chapitre sa disponibilité.

Cette étude passe par la modélisation du système sous forme d'une chaîne de Markov.

### 5.1 Modélisation et résolution

La chaîne de montage B se compose de 26 machines (voir la figure 4.1), et l'analyse ABC (Pareto) nous a donné 5 machines parmi 26 machines (voir le tableau 4.3).

On a schématisé les cinq machines par un sous système (voir la figure 5.1) qui se compose de trois phases :

- Phase A : elle contient les deux équipements FM80-04 et FM80-06 posés en parallèle ;
- Phase B : elle se dispose de l'équipement 489-02 ;
- Phase C : elle contient les deux équipements K78-01 et K78-07 posés en parallèle.

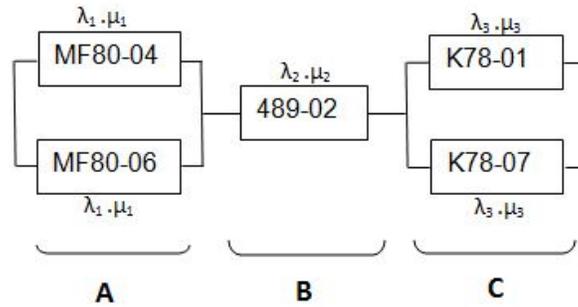


FIGURE 5.1 – Schéma du sous système

L'analyse statistique des données nous a permis d'ajuster les lois des pannes et de réparation (voir le tableau 5.1 )

Equip	Fiabilité			Maintenabilité		
	n	loi ajustée	paramètres	n	Loi ajustée	paramètres
489-02	137	Weibull	$\beta=1.796, \eta=8323$	138	Gamma	$\alpha=0.91, \beta=75.74$
K78-07	134	Weibull	$\beta=1.875, \eta=8461$	135	Gamma	$\alpha=0.66, \beta=67.9$
MF80-04	140	Weibull	$\beta=1.850, \eta=8134$	141	Gamma	$\alpha=0.87, \beta=58.28$
MF80-06	120	Weibull	$\beta=1.505, \eta=9304$	121	Gamma	$\alpha=0.59, \beta=76.9$
K78-01	148	Weibull	$\beta=1.716, \eta=7615$	149	Gamma	$\alpha=0.63, \beta=71.43$

TABLE 5.1 – Résultats de l'ajustement des lois des pannes et de maintenabilité

Notre objectif est d'étudier la disponibilité de la chaîne de montage B. Pour cela, on pose la fiabilité des machines autre que ceux qui appartiennent à la zone A de la courbe ABC égale 1.

Le problème qui se pose est l'étude de cette disponibilité avec la loi de réparation (Gamma) et la loi des pannes (loi Weibull). Pour cela, nous allons approximer les lois de réparation par la loi exponentielle à l'aide du MTE potentielle. Concernant les lois de panne, elles sont ajustées par une loi de Weibull sous le logiciel R et validés par le test Kolmogorov-Smirnov. On peut approximer ces lois par une loi exponentielle avec un taux de défaillance  $\lambda = \frac{1}{MUT}$ , car dans notre cas, le taux de défaillance de la loi de Weibull est croissant.

### 5.1.1 Modélisation

Pour étudier la disponibilité du sous système, on étudie d'abord la disponibilité des trois phases.

#### Phase A

Cette phase comporte les deux machines MF80-04 et MF80-06 en Redondance active. Les durées des pannes (respectivement des réparations) suivent des lois exponentielle de paramètre  $\lambda_1$  (respectivement  $\mu_1$ ).

Soit  $X_t$  le nombre de machines en panne à la date  $t$ . Les états du sous système sont définis comme suit :

- 0 : c'est les deux machines en bon état, le sous système fonctionne ;
- 1 : l'une des deux machines en panne et l'autre en bon état. Le sous système fonctionne ;
- 2 : les deux machines en panne, le sous système ne fonctionne pas.

#### Graphe de transition :

le graphe de transition est :

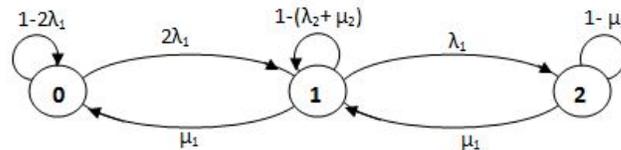


FIGURE 5.2 – Graphe de transition

#### Les équations de Chapman-Kolmogorov :

$$\begin{aligned} P'_0(t) &= -2\lambda_1 P_0(t) + \mu_1 P_1(t); \\ P'_1(t) &= 2\lambda_1 P_0(t) - (\lambda_1 + \mu_1) P_1(t) + \mu_1 P_2(t); \\ P'_2(t) &= \lambda_1 P_1(t) - \mu_1 P_2(t); \end{aligned}$$

#### La résolution

Le graphe est irréductible, le régime stationnaire existe.

## La matrice instantanée

La matrice instantanée  $P'$  est donnée par :

$$\mathbf{P}' = \begin{pmatrix} -2\lambda_1 & 2\lambda_1 & 0 \\ \mu_1 & -(\lambda_1 + \mu_1) & \lambda_1 \\ 0 & \mu_1 & -\mu_1 \end{pmatrix}$$

$$\pi * P' = 0 \text{ avec } \pi = [\pi_0, \pi_1, \pi_2]$$

D'où

$$2\lambda_1\pi_0 = \mu_1\pi_1 \quad (5.1)$$

$$(\lambda_1 + \mu_1)\pi_1 = 2\lambda_1\pi_0 + \mu_1\pi_2 \quad (5.2)$$

$$\mu_1\pi_2 = \lambda_1\pi_1 \quad (5.3)$$

avec

$$\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 = 1 \quad (5.4)$$

Avec

$$5.1 \Rightarrow \pi_1 = \frac{2\lambda_1}{\mu_1}\pi_0$$

$$5.3 \Rightarrow \pi_2 = \frac{\lambda_1}{\mu_1}\pi_1 = \frac{2\lambda_1^2}{\mu_1^2}\pi_0$$

$$\text{On remplace dans 5.4, on trouve } \pi_0 + \frac{2\lambda_1}{\mu_1}\pi_0 + \frac{2\lambda_1^2}{\mu_1^2}\pi_0 = 1 \Rightarrow \pi_0 = \frac{\mu_1^2}{\mu_1^2 + 2\lambda_1\mu_1 + 2\lambda_1^2}$$

alors

$$\pi_0 = \frac{\mu_1^2}{\mu_1^2 + 2\lambda_1\mu_1 + 2\lambda_1^2}$$

$$\text{On a } \pi_1 = \frac{2\lambda_1}{\mu_1}\pi_0 \Rightarrow \pi_1 = \frac{2\lambda_1}{\mu_1} \left[ \frac{\mu_1^2}{\mu_1^2 + 2\lambda_1\mu_1 + 2\lambda_1^2} \right]$$

$$\pi_1 = \frac{2\lambda_1\mu_1}{\mu_1^2 + 2\lambda_1\mu_1 + 2\lambda_1^2}$$

$$\text{On a } \pi_2 = \frac{\lambda_1}{\mu_1}\pi_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} \left[ \frac{2\lambda_1\mu_1}{\mu_1^2 + 2\lambda_1\mu_1 + 2\lambda_1^2} \right] = \frac{2\lambda_1^2}{\mu_1^2 + 2\lambda_1\mu_1 + 2\lambda_1^2}$$

$$\pi_2 = \frac{2\lambda_1^2}{\mu_1^2 + 2\lambda_1\mu_1 + 2\lambda_1^2}$$

La phase A fonctionne si au moins une machine est en bon état.

d'où la disponibilité de la phase A est égale :

$$D_A = \pi_0 + \pi_1 = \frac{\mu_1^2}{\mu_1^2 + 2\lambda_1\mu_1 + 2\lambda_1^2} + \frac{2\lambda_1\mu_1}{\mu_1^2 + 2\lambda_1\mu_1 + 2\lambda_1^2} = \frac{2\lambda_1\mu_1 + \mu_1^2}{\mu_1^2 + 2\lambda_1\mu_1 + 2\lambda_1^2}$$

**Phase B**

Cette phase comporte une machine. Les durées des pannes (respectivement de réparation) suivent des lois exponentielles de paramètre  $\lambda_2$  (respectivement  $\mu_2$ ). Soit  $X_t$  est le nombre de machine en panne à la date  $t$ . les état du sous système sont définis comme suit :

0 : c'est la machine en bon état, le sous système fonctionne ;

1 : la machine en panne. Le sous système fonctionne ;

**Graphe de transition :**

Le graphe de transition est :

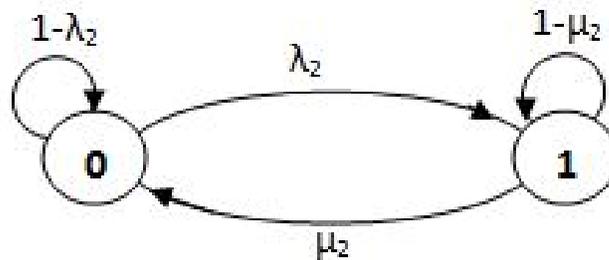


FIGURE 5.3 – Graphe de transition

**Les équations de Chapman-Kolmogorov :**

$$P'_0(t) = -\lambda_2 P_0(t) + \mu_2 P_1(t) ;$$

$$P'_1(t) = \lambda_2 P_0(t) - \mu_2 P_1(t) ;$$

**La résolution**

Le graphe est irréductible, le régime stationnaire existe.

**La matrice instantanée**

La matrice instantanée  $P'$  est donnée par :

$$\mathbf{P}' = \begin{pmatrix} -\lambda_2 & \lambda_2 \\ \mu_2 & -\mu_2 \end{pmatrix}$$

$\pi * P' = 0$  avec  $\pi = [\pi_0, \pi_1]$  D'où

$$\lambda_2 \pi_0 = \mu_2 \pi_1 \quad (5.5)$$

$$\lambda_2 \pi_0 = \mu_2 \pi_1 \quad (5.6)$$

avec

$$\pi_0 + \pi_1 = 1 \quad (5.7)$$

L'équation 5.5 nous donne

$$\pi_0 = \frac{\mu_2}{\lambda_2} \pi_1,$$

on remplace  $\pi_0$  dans 5.7

$$\frac{\mu_2}{\lambda_2} \pi_1 + \pi_1 = 1 \Rightarrow \pi_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2}$$

Alors

$$\pi_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \mu_2}$$

et

$$\pi_0 = \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2}$$

La phase B fonctionne si la machine est en bon état.  
d'où la disponibilité de la phase B :

$$D_B = \pi_0 = \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2}$$

### Phase C

La modélisation de la phase C se fait de la même façon que la phase A, seulement les valeurs des paramètres qui changent.

La disponibilité de la phase C est :

$$D_C = \frac{2\lambda_3\mu_3 + \mu_3^2}{\mu_3^2 + 2\lambda_3\mu_3 + 2\lambda_3^2}$$

## Disponibilité du sous système

La disponibilité du sous système est donnée par :

$$D_s = \frac{1}{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{D_i} - (3 - 1)} \quad (5.8)$$

On a

$$D_A = \frac{2\lambda_1\mu_1 + \mu_1^2}{\mu_1^2 + 2\lambda_1\mu_1 + 2\lambda_1^2} \quad (5.9)$$

$$D_B = \pi_0 = \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2} \quad (5.10)$$

$$D_C = \frac{2\lambda_3\mu_3 + \mu_3^2}{\mu_3^2 + 2\lambda_3\mu_3 + 2\lambda_3^2} \quad (5.11)$$

d'où

$$D_s = \frac{1}{\left[\frac{2\lambda_1\mu_1 + \mu_1^2}{\mu_1^2 + 2\lambda_1\mu_1 + 2\lambda_1^2}\right]^{-1} + \left[\frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2}\right]^{-1} + \left[\frac{2\lambda_3\mu_3 + \mu_3^2}{\mu_3^2 + 2\lambda_3\mu_3 + 2\lambda_3^2}\right]^{-1} - 2} \quad (5.12)$$

## 5.2 Approximation des lois obtenues

Pour l'approximation de lois obtenues, on a utilisé des mélanges des potentiels tronqués des exponentielles (mixtures of truncated exponentials MTE). Pour cela, on passe par les étapes suivantes :

### 5.2.1 Estimations des paramètres pour des mélanges des potentiels tronqués d'exponentielle

#### Notion

On note dans un réseau bayésien hybride les variables aléatoires Y si toutes les variables sont discrètes, Z si toutes les variables sont continues et X si certains des composants sont discrets et certains sont continus. Si X est un ensemble de variable, x est une configuration de ses états spécifiques. L'espace discret, continu ou mélange d'état de X est dénoté par  $\Omega_X$ .

### MTE potentiels

Le mélange des potentiels tronqués à la définition suivante : Soit X une variable aléatoire mélangée à n dimensions, tel que  $Y = (Y_1, \dots, Y_d)$  et  $Z = (Z_1, \dots, Z_c)$  sont respectivement les parties discrètes et continues de X, avec  $c+d=n$ .

La fonction

$$\phi : \Omega_X \rightarrow \mathbb{R}^+ \tag{5.13}$$

est un MTE potentiels si une des deux conditions suivantes est vérifiée :

1.  $\phi(x) = \phi(y, z) = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i \exp(\sum_{j=1}^d b_i^j y_j + \sum_{k=1}^c b_i^{d+k} z_k)$  pour tous  $X \in \Omega_X$ , avec  $a_i$  et  $b_i^j$  avec  $i=1, \dots, m$  et  $j=1, \dots, n$  sont réels.
2. Il y'a une partition  $\Omega_1, \dots, \Omega_k$  de  $\Omega_X$  qui vérifie que le domaine des variables continues  $\Omega_z$  est divisé en hypercubes, le domaine des variables discrètes,  $\Omega_Y$ , est divisé arbitrairement telle que  $\phi$  est définie par :  $\phi(x) = \phi_i(x)$  si  $x \in \Omega_i$ , avec  $\phi_i(x)$ ,  $i=1, \dots, K$  peut être écrite sous la forme de l'équation précédente.

### 5.2.2 MTE approximation

Le MTE potentiel peut être utilisé pour approximer des distributions de probabilité, pour le cas de la loi Gamma le résultat obtenu est donnée ci-dessous :

Soit X une variable de distribution Gamma de paramètres r et  $\lambda$  avec :

$$f_X(x) = \frac{\lambda^r}{\Gamma(r)} x^{r-1} \exp^{-\lambda x}$$

MTE approximation vers Exponentielle distribution est :

$$\phi(x) = \begin{cases} \lambda(a_{01} + a_{11} \exp^{(b_{11}\lambda(x-m))} + a_{21} \exp^{(b_{21}\lambda(x-m))}) & \text{si } ((m - 1.414d \leq x \leq m - d) \cap (3 \leq r < 5)) \\ & \cup((m - 2d \leq x \leq m - d) \cap (5 \leq r \leq 10)) \\ & \cup(m - 2.5d \leq x \leq m - d) \cap (r > 10) \\ \lambda(a_{02} + a_{12} \exp^{(b_{12}\lambda(x-m))} + a_{22} \exp^{(b_{22}\lambda(x-m))}) & \text{si } \max(0, m - d) \leq x \leq m; \\ \lambda(a_{03} + a_{13} \exp^{(b_{13}\lambda(x-m))} + a_{23} \exp^{(b_{23}\lambda(x-m))}) & \text{si } m \leq x < m + d \\ \lambda(a_{04} + a_{14} \exp^{(b_{14}\lambda(x-m))} + a_{24} \exp^{(b_{24}\lambda(x-m))}) & \text{si } (m + d \leq x \leq m + 6d) \cap (1 < r \leq 10) \\ & \cup(m + d \leq x < m + 4d) \cap (r > 10) \\ \lambda \exp^{-\lambda x} & 0 < r \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

### 5.2.3 Les résultats de l'approximation

Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau (5.2) :

Equi	Taux de panne $\lambda$	Taux de réparation $\mu$	Taux moyen de panne	Taux moyen de réparation
489-02	0.000135	0.013	0.000135	0.013
K78-01	0.000225	0.013	0.000179	0.0135
K78-07	0.000133	0.014		
MF80-04	0.000138	0.017	0.000128	0.015
MF80-06	0.000119	0.013		

TABLE 5.2 – Taux moyens des pannes et de réparation des équipements identiques

### Calcul numérique de la disponibilité du système

La disponibilité du système est donnée par :

$$D_s = \frac{1}{\left[\frac{2\lambda_1\mu_1 + \mu_1^2}{\mu_1^2 + 2\lambda_1\mu_1 + 2\lambda_1^2}\right]^{-1} + \left[\frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2}\right]^{-1} + \left[\frac{2\lambda_3\mu_3 + \mu_3^2}{\mu_3^2 + 2\lambda_3\mu_3 + 2\lambda_3^2}\right]^{-1} - 2} = 0.9891 \quad (5.14)$$

Avec :

$$D_A = \frac{2\lambda_1\mu_1 + \mu_1^2}{\mu_1^2 + 2\lambda_1\mu_1 + 2\lambda_1^2} = 0.9998 \quad (5.15)$$

$$D_B = \frac{\mu_2}{\lambda_2 + \mu_2} = 0.9897 \quad (5.16)$$

$$D_C = \frac{2\lambda_3\mu_3 + \mu_3^2}{\mu_3^2 + 2\lambda_3\mu_3 + 2\lambda_3^2} = 0.9996 \quad (5.17)$$

### 5.2.4 Interprétation des résultats

On remarque que la disponibilité du système est très grande. Cela est dû essentiellement à

- La grande disponibilité de chaque équipement ;
- La nature du fonctionnement de la chaîne (redondance des équipements), qui offre une meilleure disponibilité ;
- Les équipements fonctionnent seulement 8h/24h ;

- Les temps d'arrêts des équipements sont très faibles par rapport au temps de bon fonctionnement.

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons modélisé le fonctionnement des différents équipements de la chaîne de montage B, avec le processus de naissance et de mort, après avoir fait une approximation des lois de réparation (Gamma) par des lois exponentielle, en utilisant le MTE potentielle et avoir supposé que les lois des durées de vie sont exponentielle de paramètre  $\frac{1}{MUT}$ .

Le calcul des probabilités en régime stationnaire nous a permis d'évaluer la disponibilité des différents équipements. Leurs valeurs sont proches de 1, ce qui signifie que les équipements de la chaîne de montage B sont prêts à fonctionner à tout moment.

## *Conclusion*

# Conclusion

L'objectif de cette étude est l'analyse de la disponibilité des équipements de la chaîne de montage B de l'entreprise MAC-SOUM, en se basant sur le calcul de fiabilité et de maintenabilité de ces derniers.

Ce mémoire est partagé en deux parties, une partie théorique et une partie pratique. Dans la première partie théorique on a présenté les différents concepts de la théorie de la fiabilité et de la maintenance. Pour modéliser les concepts de la fiabilité, on a présenté les éléments statistiques utilisés dans ce domaine, ainsi, que les chaînes de Markov.

La deuxième partie de ce mémoire donne un certain nombre de réponses à la problématique posée. Ainsi, dans une première étape, à l'aide de l'analyse de Pareto, nous avons pu dégager les équipements sensibles de la chaîne de montage B. Ces équipements sont à l'origine de deux tiers des temps d'immobilisation. On a ensuite modélisé la fiabilité des équipements, et ce, en faisant appel aux approches paramétriques et non-paramétriques. Ensuite on a calculé la disponibilité, ainsi que l'indisponibilité dûe au temps d'attente de réparation pour chaque équipement. On a terminé par la modélisation de la maintenabilité, ainsi que la modélisation des temps d'immobilisation des équipements afin de déterminer l'aptitude de ces derniers à être maintenus, ou rétablis dans un état dans lequel ils peuvent accomplir leurs fonctions requises. La première étape de cette étude a permis de mettre en évidence les types de défaillances de ces équipements. On a constaté que la majorité des équipements sont sujets à des défaillances aléatoires et que le taux d'indisponibilité lié au temps annexe de réparation pour l'équipement K78-07 présente plus de la moitié de l'indisponibilité opérationnelle de l'équipement et pour l'équipement MF80-04 présente la moitié de l'indisponibilité opérationnelle. Ceci nécessite donc une analyse rigoureuse des défaillances de chacun de ces deux équipements et l'analyse des causes de ces pannes.

La deuxième étape de cette partie a porté sur l'étude de la disponibilité de la chaîne de montage. Pour déterminer cette disponibilité, nous avons supposé en premier lieu que les lois des pannes sont des exponentielles. En deuxième lieu, nous avons fait l'approximation

des lois de réparation (Gamma) par la méthode MTE potentiel, afin de modéliser sous forme d'une chaîne de Markov à temps continu et espace d'états discret, dans le but d'évaluer la disponibilité du système étudié.

Cette étude nous a permis de clarifier la relation existante entre la fiabilité, la maintenabilité et la disponibilité. Pour avoir une grande disponibilité des installations stratégiques, il faut soit augmenter la fiabilité ou diminuer les temps de réparations des équipements selon l'importance du système étudié et les coûts engendrés par l'augmentation de la fiabilité ou la diminution des temps de réparations, ou encore les deux en même temps.

Les notions de fiabilité et l'économie sont fortement liées. Plus on veut réduire les risques de mauvais fonctionnement du système, plus on augmente sa fiabilité. Cette augmentation engendre l'augmentation des coûts totaux.

### **Perspective**

L'hypothèse d'exponentialité avait simplement pour objectif d'illustrer l'approche analytique d'obtention de la disponibilité. Pour que les résultats obtenus puissent être exploités il faudrait réaliser l'étude en considérant les lois Gamma et Weibull déterminées dans le chapitre quatre. De plus, nous proposons d'améliorer ce travail par l'optimisation des temps de renouvellement des composants, de sorte à minimiser les coûts des pannes ou maximiser la disponibilité des équipements, qui présente un temps d'indisponibilité opérationnelle important.

# Bibliographie

- [1] S. Adjabi. *Cours de probabilités et statistiques, pour 3<sup>ème</sup> année R.O, Notes de cours.* Université de Béjaïa, 2008/2009.
- [2] A. Aissani. *Modèles stochastique de la théorie de fiabilité.* O.P.U., 1992.
- [3] D. Aissani. *Cours de fiabilité pour 5<sup>ème</sup> année recherche opérationnelle.* Université Abderrahmane Mira de béjaia. Département de recherche Opérationnelle, 2005/2006.
- [4] A. Benouareth. *Contribution à l'étude de la fiabilité des postes de distribution électrique (application des processus semi-markoviens).* Thèse de Magister, Université M'Hamed Bougara de Boumerdes, 2005.
- [5] M. Bouanaka. *Contribution à l'amélioration des performances opérationnelles des machines industrielles.* Mémoire de magister, Université de Constantine, 2009.
- [6] P. Chapouille. *Fiabilité. Maintenabilité.* Techniques de l'Ingénieur, T4300, 2007.
- [7] P. Chapouille & R. Faure. *Processus Stochastique et leurs Graphes, leurs Usages.* Paris, France, gauthier-villars edition, 1974.
- [8] D. Ghosh. *Sandip Roy, Maintenance optimization using probabilistic costbenefit analysis, Journal of Loss Prevention in the Process Industries 2009.*
- [9] P. Lyonnet. *La maintenance mathématiques et méthodes.* Edition Lavoisier, paris, 1992  
.
- [10] P. Lyonnet. *la maintenance mathématiques et méthodes.* Edition Tec et doc, 2000.
- [11] F. Monchy. *La fonction maintenance : formation à la gestion de la maintenance industrielle. ,collection technologies de l'université à l'industrie.* Masson, 1991.
- [12] A. Ouertani. *Effets des stratégies de maintenance sur la performance d'une ligne de production avec zones de stockage à capacité finie.* Thèse Doctorat Université du Québec à Trois-Rivières 2010.
- [13] Robrt95. *Dictionnaire de la langue française.* Nouveau Petit Robert, mars 1995.

- [14] A. Rungg. *Processus Stochastiques avec applications aux phénomènes d'attente et de fiabilité*, Presse Polytechnique Romande, Lausanne. 1989.
- [15] Z. Simeu-Abazi. *M. DI Mascolo, D.M. Pham, Maintenance pré-conditionnelle, laboratoire d'Automatique de Grenoble*.
- [16] B. Smail and T. Hamchaoui. *Réorganisation de la fonction maintenabilité au sein des moulins de la soummam, mémoire d'ingénieur*. Département de recherche Opérationnelle, Université de Béjaia, 2000.
- [17] O. Tebbi. *Estimation des lois de fiabilité en mécanique par les essais accélérés*. Thèse Doctorat, Ecole Doctorale D'Angers, 2005.
- [18] V. Zille. *Modélisation et évaluation des stratégies de maintenance complexes sur des systèmes multi-composants*. Thèse de Doctorat, Université de Technologie de Troyes, 2009.

# Annexe



	$\Gamma(x+1)$									
	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	1,000 000	0,994 326	0,988 844	0,983 550	0,978 438	0,973 504	0,968 744	0,964 152	0,959 725	0,955 459
0,1	0,951 351	0,947 396	0,943 590	0,939 931	0,936 416	0,933 041	0,929 803	0,926 700	0,923 728	0,920 885
0,2	0,918 169	0,915 576	0,913 106	0,910 755	0,908 521	0,906 402	0,904 397	0,902 503	0,900 718	0,899 042
0,3	0,897 471	0,896 004	0,894 640	0,893 378	0,892 216	0,891 151	0,890 185	0,889 314	0,888 537	0,887 854
0,4	0,887 264	0,886 765	0,886 356	0,886 036	0,885 805	0,885 661	0,885 604	0,885 633	0,885 747	0,885 945
0,5	0,886 227	0,886 592	0,887 039	0,887 568	0,888 178	0,888 868	0,889 639	0,890 490	0,891 420	0,892 428
0,6	0,893 515	0,894 681	0,895 924	0,897 244	0,898 642	0,900 117	0,901 668	0,903 296	0,905 001	0,906 782
0,7	0,908 639	0,910 572	0,912 581	0,914 665	0,916 826	0,919 063	0,921 375	0,923 763	0,926 227	0,928 767
0,8	0,931 384	0,934 076	0,936 845	0,939 690	0,942 612	0,945 611	0,948 687	0,951 840	0,955 071	0,958 379
0,9	0,961 766	0,965 231	0,968 774	0,972 397	0,976 099	0,979 881	0,983 743	0,987 685	0,991 708	0,995 813
1,0	1,000 000	1,004 269	1,008 621	1,013 056	1,017 576	1,022 179	1,026 868	1,031 643	1,036 503	1,041 451
1,1	1,046 486	1,051 609	1,056 821	1,062 123	1,067 514	1,072 997	1,078 572	1,084 239	1,089 999	1,095 853
1,2	1,101 802	1,107 848	1,113 989	1,120 228	1,126 566	1,133 003	1,139 540	1,146 179	1,152 920	1,159 764
1,3	1,166 712	1,173 765	1,180 925	1,188 193	1,195 569	1,203 054	1,210 651	1,218 360	1,226 181	1,234 117
1,4	1,242 169	1,250 338	1,258 625	1,267 032	1,275 559	1,284 209	1,292 982	1,301 881	1,310 906	1,320 058
1,5	1,329 340	1,338 753	1,348 299	1,357 978	1,367 794	1,377 746	1,387 837	1,398 069	1,408 443	1,418 961
1,6	1,429 625	1,440 436	1,451 396	1,462 508	1,473 773	1,485 193	1,496 769	1,508 505	1,520 402	1,532 461
1,7	1,544 686	1,557 078	1,569 639	1,582 371	1,595 277	1,608 359	1,621 620	1,635 061	1,648 685	1,662 494
1,8	1,676 491	1,690 678	1,705 058	1,719 633	1,734 407	1,749 381	1,764 558	1,779 941	1,795 533	1,811 337
1,9	1,827 355	1,843 591	1,860 047	1,876 726	1,893 632	1,910 767	1,928 135	1,945 739	1,963 583	1,981 668
2,0	2,000 000	2,018 581	2,037 415	2,056 505	2,075 854	2,095 468	2,115 349	2,135 500	2,155 927	2,176 632
2,1	2,197 620	2,218 895	2,240 461	2,262 321	2,284 481	2,306 944	2,329 715	2,352 798	2,376 197	2,399 918
2,2	2,423 965	2,448 343	2,473 056	2,498 109	2,523 508	2,549 257	2,575 361	2,601 826	2,628 657	2,655 859
2,3	2,683 437	2,711 398	2,739 747	2,768 489	2,797 631	2,827 178	2,857 136	2,887 512	2,918 311	2,949 541
2,4	2,981 206	3,013 315	3,045 873	3,078 887	3,112 365	3,146 312	3,180 737	3,215 645	3,251 046	3,286 945
2,5	3,323 351	3,360 271	3,397 713	3,435 686	3,474 196	3,513 252	3,552 863	3,593 037	3,633 783	3,675 109
2,6	3,717 024	3,759 537	3,802 658	3,846 396	3,890 761	3,935 761	3,981 407	4,027 709	4,074 677	4,122 321
2,7	4,170 652	4,219 680	4,269 417	4,319 873	4,371 060	4,422 988	4,475 671	4,529 118	4,583 343	4,638 358
2,8	4,694 174	4,750 805	4,808 264	4,866 563	4,925 715	4,985 735	5,046 636	5,108 431	5,171 136	5,234 764
2,9	5,299 330	5,364 849	5,431 336	5,498 807	5,567 278	5,636 763	5,707 281	5,778 846	5,851 476	5,925 188
3,0	6,000 000	6,075 929	6,152 992	6,231 209	6,310 598	6,391 177	6,472 967	6,555 986	6,640 255	6,725 794
3,1	6,812 623	6,900 763	6,990 237	7,081 065	7,173 269	7,266 873	7,361 898	7,458 369	7,556 308	7,655 740
3,2	7,756 690	7,859 181	7,963 241	8,068 894	8,176 166	8,285 085	8,395 678	8,507 971	8,621 994	8,737 775
3,3	8,855 343	8,974 728	9,095 960	9,219 069	9,344 087	9,471 046	9,599 978	9,730 916	9,863 893	9,998 943

FIGURE 5.4 – Table de loi Gamma

N	Niveau significatif				
	0,2	0,15	0,1	0,05	0,01
1	0,900	0,925	0,950	0,975	0,995
2	0,684	0,726	0,776	0,842	0,929
3	0,565	0,597	0,642	0,708	0,828
4	0,494	0,525	0,564	0,624	0,733
5	0,446	0,474	0,510	0,565	0,669
6	0,410	0,436	0,470	0,521	0,618
7	0,381	0,405	0,438	0,486	0,577
8	0,358	0,381	0,411	0,457	0,543
9	0,339	0,360	0,388	0,432	0,514
10	0,322	0,342	0,368	0,410	0,490
11	0,307	0,326	0,352	0,391	0,468
12	0,295	0,313	0,338	0,375	0,450
13	0,284	0,302	0,325	0,361	0,433
14	0,274	0,292	0,314	0,349	0,418
15	0,266	0,283	0,304	0,338	0,404
16	0,252	0,274	0,295	0,328	0,392
17	0,250	0,266	0,286	0,318	0,381
18	0,244	0,259	0,278	0,309	0,371
19	0,237	0,252	0,272	0,301	0,363
20	0,231	0,246	0,264	0,294	0,356
25	0,210	0,220	0,240	0,270	0,320
30	0,190	0,200	0,220	0,240	0,290
35	0,180	0,190	0,210	0,230	0,270
>35	$\frac{1,07}{\sqrt{N}}$	$\frac{1,14}{\sqrt{N}}$	$\frac{1,22}{\sqrt{N}}$	$\frac{1,36}{\sqrt{N}}$	$\frac{1,63}{\sqrt{N}}$

FIGURE 5.5 – Table de loi kolmogorov-Smirnov

Rangi	$T_i$	$T_i - T_{i-1}$	$\text{£r-i-1£}$	$t_i = \frac{i}{r}$	$S_i$	$S(T_i)$	$Y_i = \frac{i}{(T_i)}$
1	395	565	120	0.0083333333	67800	67800	0.068980603
2	960	75	119	0.0166666667	8925	76725	0.078061014
3	1035	200	118	0.025	23600	100325	0.102071962
4	1235	210	117	0.0333333333	24570	124895	0.1270698
5	1445	200	116	0.0416666667	23200	148095	0.150673782
6	1645	75	115	0.05	8625	156720	0.159448969
7	1720	110	114	0.0583333333	12540	169260	0.172207328
8	1830	10	113	0.0666666667	1130	170390	0.173357005
9	1840	115	112	0.075	12880	183270	0.186461285
10	1955	40	111	0.0833333333	4440	187710	0.190978599
11	1995	215	110	0.0916666667	23650	211360	0.215040417
12	2210	25	109	0.1	2725	214085	0.217812867
13	2235	55	108	0.1083333333	5940	220025	0.223856301
14	2290	135	107	0.1166666667	14445	234470	0.238552832
15	2425	5	106	0.125	530	235000	0.239092061
16	2430	50	105	0.1333333333	5250	240250	0.244433479
17	2480	75	104	0.1416666667	7800	248050	0.252369301
18	2555	170	103	0.15	17510	265560	0.270184203
19	2725	80	102	0.1583333333	8160	273720	0.278486293
20	2805	10	101	0.1666666667	1010	274730	0.27951388
21	2815	30	100	0.175	3000	277730	0.282566119
22	2845	120	99	0.1833333333	11880	289610	0.294652986
23	2965	170	98	0.1916666667	16660	306270	0.311603087
24	3135	70	97	0.2	6790	313060	0.318511321
25	3205	45	96	0.2083333333	4320	317380	0.322906546
26	3250	75	95	0.2166666667	7125	324505	0.330155613
27	3325	165	94	0.225	15510	340015	0.345935689
28	3490	5	93	0.2333333333	465	340480	0.346408786
29	3495	30	92	0.2416666667	2760	343240	0.349216846
30	3525	215	91	0.25	19565	362805	0.369122532
31	3740	200	90	0.2583333333	18000	380805	0.387435967
32	3940	50	89	0.2666666667	4450	385255	0.391963455
33	3990	105	88	0.275	9240	394495	0.401364351
34	4095	15	87	0.2833333333	1305	395800	0.402692075
35	4110	170	86	0.2916666667	14620	410420	0.417566653
36	4280	85	85	0.3	7225	417645	0.424917462
37	4365	375	84	0.3083333333	31500	449145	0.456965973
38	4740	10	83	0.3166666667	830	449975	0.457810425
39	4750	10	82	0.325	820	450795	0.458644704
40	4760	20	81	0.3333333333	1620	452415	0.460292913
41	4780	35	80	0.3416666667	2800	455215	0.46314167
42	4815	65	79	0.35	5135	460350	0.468366086
43	4880	190	78	0.3583333333	14820	475170	0.483444147

44	5070	5	77	0.366666667	385	475555	0.483835851
45	5075	0	76	0.375	0	475555	0.483835851
46	5075	365	75	0.383333333	27375	502930	0.511687532
47	5440	5	74	0.391666667	370	503300	0.512063975
48	5445	430	73	0.4	31390	534690	0.54400057
49	5875	175	72	0.408333333	12600	547290	0.556819974
50	6050	30	71	0.416666667	2130	549420	0.558987064
51	6080	75	70	0.425	5250	554670	0.564328482
52	6155	125	69	0.433333333	8625	563295	0.573103669
53	6280	60	68	0.441666667	4080	567375	0.577254714
54	6340	55	67	0.45	3685	571060	0.581003881
55	6395	90	66	0.458333333	5940	577000	0.587047315
56	6485	15	65	0.466666667	975	577975	0.588039292
57	6500	255	64	0.475	16320	594295	0.604643473
58	6755	35	63	0.483333333	2205	596500	0.606886869
59	6790	185	62	0.491666667	11470	607970	0.618556596
60	6975	175	61	0.5	10675	618645	0.62941748
61	7150	105	60	0.508333333	6300	624945	0.635827182
62	7255	370	59	0.516666667	21830	646775	0.658037309
63	7625	135	58	0.525	7830	654605	0.666003653
64	7760	40	57	0.533333333	2280	656885	0.668323354
65	7800	60	56	0.541666667	3360	660245	0.671741862
66	7860	120	55	0.55	6600	666845	0.678456788
67	7980	140	54	0.558333333	7560	674405	0.68614843
68	8120	470	53	0.566666667	24910	699315	0.711492189
69	8590	130	52	0.575	6760	706075	0.718369901
70	8720	40	51	0.583333333	2040	708115	0.720445423
71	8760	20	50	0.591666667	1000	709115	0.721462836
72	8780	240	49	0.6	11760	720875	0.733427614
73	9020	5	48	0.608333333	240	721115	0.733671793
74	9025	130	47	0.616666667	6110	727225	0.739888186
75	9155	70	46	0.625	3220	730445	0.743164256
76	9225	475	45	0.633333333	21375	751820	0.76491146
77	9700	140	44	0.641666667	6160	757980	0.771178724
78	9840	55	43	0.65	2365	760345	0.773584906
79	9895	65	42	0.658333333	2730	763075	0.776362443
80	9960	195	41	0.666666667	7995	771070	0.78449666
81	10155	270	40	0.675	10800	781870	0.795484721
82	10425	170	39	0.683333333	6630	788500	0.802230169
83	10595	95	38	0.691666667	3610	792110	0.80590303
84	10690	10	37	0.7	370	792480	0.806279473
85	10700	180	36	0.708333333	6480	798960	0.81287231
86	10880	170	35	0.716666667	5950	804910	0.818925917
87	11050	235	34	0.725	7990	812900	0.827055047

88	11285	75	33	0.7333333333	2475	815375	0.829573144
89	11360	350	32	0.7416666667	11200	826575	0.84096817
90	11710	45	31	0.75	1395	827970	0.842387461
91	11755	75	30	0.7583333333	2250	830220	0.844676641
92	11830	125	29	0.7666666667	3625	833845	0.848364763
93	11955	125	28	0.775	3500	837345	0.851925709
94	12080	30	27	0.7833333333	810	838155	0.852749813
95	12110	5	26	0.7916666667	130	838285	0.852882077
96	12115	250	25	0.8	6250	844535	0.859240908
97	12365	260	24	0.8083333333	6240	850775	0.865589565
98	12625	555	23	0.8166666667	12765	863540	0.878576843
99	13180	155	22	0.825	3410	866950	0.882046221
100	13335	240	21	0.8333333333	5040	871990	0.887173983
101	13575	460	20	0.8416666667	9200	881190	0.896534183
102	14035	605	19	0.85	11495	892685	0.908229345
103	14640	185	18	0.8583333333	3330	896015	0.911617331
104	14825	635	17	0.8666666667	10795	906810	0.922600304
105	15460	205	16	0.875	3280	910090	0.925937419
106	15665	110	15	0.8833333333	1650	911740	0.92761615
107	15775	20	14	0.8916666667	280	912020	0.927901026
108	15795	120	13	0.9	1560	913580	0.92948819
109	15915	80	12	0.9083333333	960	914540	0.930464907
110	15995	570	11	0.9166666667	6270	920810	0.936844087
111	16565	315	10	0.925	3150	923960	0.940048938
112	16880	580	9	0.9333333333	5220	929180	0.945359834
113	17460	895	8	0.9416666667	7160	936340	0.952644511
114	18355	650	7	0.95	4550	940890	0.95727374
115	19005	1155	6	0.9583333333	6930	947820	0.964324412
116	20160	1070	5	0.9666666667	5350	953170	0.969767572
117	21230	40	4	0.975	160	953330	0.969930358
118	21270	5695	3	0.9833333333	17085	970415	0.98731286
119	26965	6235	2	0.9916666667	12470	982885	1
120	33200		1	1			

TABLE 5.3 – Calcul des cordonnés du graphe issue de la TTT-transformation pour MF80-04

## ***Résumé :***

L'évaluation de la sûreté de fonctionnement des systèmes industriels est un enjeu stratégique pour la performance globale de l'entreprise. En effet la disponibilité des équipements est un aspect important pour la maîtrise et la maintenabilité des performances techniques et économiques dans une entreprise.

L'objectif principal de ce mémoire, est l'étude de la disponibilité des équipements de la chaîne de production B au niveau de l'entreprise MAC-SOUM située à Akbou wilaya de Bejaia.

Pour cela, nous avons, dans un premier temps, modélisé les lois de fiabilité, ainsi que les lois de maintenabilité de certains équipements choisis grâce à l'analyse de Pareto des données du retour d'expérience, et présenter l'influence des annexes de réparation sur l'indisponibilité de ces équipements.

Dans un second temps, nous avons pu modéliser le fonctionnement de la chaîne montage B à l'aide des chaînes de Markov, afin de déterminer la disponibilité du système.

**Mots clés :** Fiabilité, Maintenabilité, Disponibilité, Retour d'expérience, Chaîne de Markov, Taux de défaillance.

## ***Abstract :***

The evaluation of the industrial system dependability is a strategic challenge for the overall performance of the company. Indeed equipment availability is an important aspect for the mastery and maintainability of technical and economic performance in a business.

The main objective of this thesis is the study of the availability of the production chain B equipment at the company MAC-SOUM located Akbou wilaya of Bejaia.

For this, at first, we modeled the laws of reliability, maintainability and those of some equipment chosen by Pareto analysis of data from the feedback of experience and present the influence of repair schedules on the unavailability of these equipments.

In the second step of our study, we model the operation of the assembly line B based on the Markov analysis to determine the system failure rate and its availability.

**Key words :** Reliability, Maintainability, Availability, Feedback, Markov Chain, Failure rate.

