



République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université Abderrahmane Mira de Bejaia

Faculté de Technologie  
Département de Génie Electrique

# MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

En Vue de l'obtention du Diplôme Master 2 en  
Réseaux Electrique

## Thème:

Modélisation de l'arborescence et des grandeurs électriques associés à la dégradation de matériaux diélectrique solide.

Présenté par :

M. Djerroud Yacine

Encadré par :

M<sup>elle</sup> . Rouha. N

## *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste travail à :*

*Mes très chers parents en témoignage de ma reconnaissance pour leur patience, leurs sacrifices et leur soutien tout au long de mes études, que dieu leur donne longue vie et leur prête santé.*

*Mes frères et sœurs ainsi que toute ma famille.*

*Tous mes amis et tous ceux qui me sont très chers.*

# *Remerciements*

*Tout d'abord je tiens à remercier dieu le tout puissant qui m'a accordé santé, volonté et aide jusqu'à l'achèvement de mon travail.*

*Je remercie vivement ma promotrice, M<sup>elle</sup> ROUHA NACERA, pour sa patience, son encouragement, ses conseils et sa disponibilité tout au long de mon travail.*

*Je remercie également les membres du jury pour avoir accepté de juger mon travail.*

*Mes sincères reconnaissances vont aussi à l'encontre de tous les enseignants qui m'ont formé.*

*Dans le souci de n'oublier personne, je remercie vivement tous ceux qui ont contribué de près ou de loin au bon déroulement de mes études. Qu'ils puissent trouver ici l'expression de ma profonde reconnaissance.*

<b>Introduction</b> .....	1
<b>Chapitre I : Etude bibliographique</b>	
I.1 Définition et origine des arborescences.....	3
I.2. Les arborescences électrochimiques.....	4
I.2.1 Arborescences d'eau.....	4
I.2.1.1 Structure et formes des arborescences d'eau.....	4
I.2.1.1.1 Phase d'évolution des arborescences d'eau.....	4
1. Amorçage ou incubation.....	4
2. La propagation.....	5
3. Evolution vers le claquage.....	5
I.2.1.1.2 Mécanisme d'évolution des arborescences d'eau.....	5
1. Mécanisme de décharges partielles.....	5
2. Mécanisme électrochimique.....	5
3. Mécanisme thermique.....	6
4. Effets mécaniques des forces électriques.....	6
I.2.2 Arborescences chimiques.....	6
I.3 Les arborescences électriques.....	6
I.3.1 Les phases d'évolution des arborescences électriques.....	7
1. Phase d'initiation.....	7
2. Phase de propagation.....	7
3. Phase d'avalanche de claquage.....	8
I.3.2 Mécanismes d'évolution des arborescences électriques.....	8
1. Mécanismes d'initiation.....	8
2. Mécanisme de propagation.....	10
I.4 Facteurs influent sur l'évolution des arborescences.....	12
I.4.1 Effet de la tension appliquée et de la fréquence.....	12
I.4.2 Nature du matériau isolant.....	12
I.4.3 Rôle de l'eau.....	12
I.4.4 Effet de la température.....	13
I.4.5 Effet de la contrainte mécanique.....	13
I.4.6 Choix du système d'électrode.....	13
I.4 Remèdes.....	14
I.5 Introduction a la modélisation des arborescences et des décharges partielles.....	15
I.6 Modélisation des arborescences.....	15

I.6.1 Modélisation expérimentale.....	15
I.6.2 Modélisation analytique.....	16
I.6.3 Modélisation numérique par fractal.....	17
I.7 Méthodes de diagnostic des décharges partielles.....	17
I.7.1 Méthode Optique.....	18
I.7.2 Méthode Acoustique.....	18
I.7.3 Méthode par mesure des pertes diélectriques.....	18
I.7.4 Ondes électromagnétiques.....	19
I.7.5 Méthode électrique.....	20
I.7.5.1 Définition.....	20
1. Décharges internes.....	20
2. Décharges de surface.....	20
3. Décharges couronnes.....	21
4. Décharges en arborescence.....	21
I.7.5.2 Propriétés des décharges partielles.....	21
I.7.5.3 Décharges internes.....	21
I.7.5.4 Mesure des décharges partielles.....	23
1. Charge transférée et charge apparente.....	23
2. Principes de mesure des décharges partielles.....	24
I.8 Conclusion.....	25

## **Chapitre II : Modélisation analytique des arborescences.**

II.1 Introduction .....	26
II.2 Pression électrostatique .....	26
II.3 Expression du champ électrique.....	28
II.3.1 cas où l'interface de l'Arborescence n'est pas chargée ( $\sigma = 0$ ) .....	28
II.3.1.1 Cas d'une arborescence ouverte – buisson ( $\sigma = 0$ ) .....	28
II.3.1.2 Cas d'une arborescence ouverte– filamentaire ( $\sigma=0$ ) .....	29
II.3.2 Cas où l'interface de l'Arborescence/polymère est chargée ( $\sigma \neq 0$ ).....	30
II.3.2.1 Cas d'une arborescence ouverte – buisson ( $\sigma \neq 0$ ).....	35
II.3.2.2 Cas d'une arborescence ouverte– filamentaire ( $\sigma \neq 0$ ).....	36
II.4 Bilan énergétique.....	37
II.4.1 Cas d'une arborescence ouverte – buisson ( $\sigma \neq 0$ et $\sigma = 0$ ).....	37
II.4.2 Cas d'une arborescence ouverte– filamentaire ( $\sigma \neq 0$ et $\sigma= 0$ ).....	38

II.5 Cinétique de propagation.....	39
II.5.1 Cas d'une arborescence ouverte – buisson à ( $\sigma = 0$ ).....	39
II.5.2 Cas d'une arborescence ouverte – buisson à ( $\sigma \neq 0$ ).....	41
II.5.3 Cas d'une arborescence ouverte – filamenteuse à ( $\sigma = 0$ ).....	43
II.5.4 Cas d'une arborescence ouverte – filamenteuse à ( $\sigma \neq 0$ ).....	44
II.6 Détermination des courants de décharge par le méthode de l'énergie de gazéification....	46
II.6.1 Cas d'une arborescence ouverte – buisson à ( $\sigma = 0$ ).....	47
II.6.2 Cas d'une arborescence ouverte – buisson à ( $\sigma \neq 0$ ).....	48
II.6.3 Cas d'une arborescence ouverte – filamenteuse à ( $\sigma = 0$ ).....	48
II.6.4 Cas d'une arborescence ouverte – filamenteuse à ( $\sigma \neq 0$ ).....	49
II.7 Détermination des pertes diélectriques.....	50
II.7.1 Cas d'une arborescence ouverte – buisson à $\sigma = 0$ .....	54
II.7.2 Cas d'une arborescence ouverte – buisson à $\sigma \neq 0$ .....	56
II.7.3 Cas d'une arborescence ouverte – filamenteuse à ( $\sigma = 0$ ) et ( $\sigma \neq 0$ ).....	57
II.8 la quantité de la décharge partielle.....	59
II.8.1 Cas d'une arborescence ouverte – buisson à $\sigma = 0$ .....	60
II.8.2 Cas d'une arborescence ouverte – buisson à $\sigma \neq 0$ .....	63
II.8.3 Cas d'une arborescence ouverte – filamenteuse à ( $\sigma = 0$ ) et ( $\sigma \neq 0$ ).....	64
II.9 la tension seuil d'apparition des décharges partielle.....	65
II.9.1 Cas d'une arborescence ouverte – buisson à $\sigma = 0$ .....	66
II.9.2 Cas d'une arborescence ouverte – buisson à $\sigma \neq 0$ .....	67
II.9.3 Cas d'une arborescence ouverte – filamenteuse à ( $\sigma = 0$ ) et ( $\sigma \neq 0$ ).....	67
II.10 la conclusion.....	68

### **Chapitre III : Simulation numérique des arborescences électriques + couplage.**

III.1 Introduction.....	69
III.2 Organigramme de simulation numérique des modèles d'arborescences pour les deux cas d'interfaces ( $\sigma = 0$ et $\sigma \neq 0$ ).....	69
III.3 Présentation des paramètres de simulation.....	70
III.4 Interprétation des résultats et discussion.....	72
III.4.1 Cinétique de propagation des arborescences électriques.....	73
III.4.1.1 interface non chargée ( $\sigma=0$ ).....	73
III.4.1.2 interface chargée ( $\sigma \neq 0$ ).....	80
III.4.2 Courant de décharge.....	84

III.4.3 Le facteur de pertes diélectrique.....	87
III.4.4 La quantité de charges.....	90
III.4.5 La tension seuil d'apparition des décharges partielles.....	93
III.5 Conclusion.....	97
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>98</b>

## **Bibliographie**

## **Annexe**

## Liste des symboles

Notation	Signification	Unité
$a$	Rayon de la cavité	m
$C$	Capacité	F
$C_b$	capacité de l'isolation saine au droit de la cavité	F
$C_c$	capacité de la vacuole siège de décharges	F
$c_d$	capacité du diélectrique saint	F
$c_p$	capacité parallèle	F
$c_s$	capacité série	F
$d$	distance inter-électrodes	m
$E$	Champ électrique	v/m
$E_c$	énergie cinétique de l'arborescence	J
$E_l$	champ électrique local induit par le champ électrique extérieur appliqué	v/m
$E_{loc}$	champ électrique local	v/m
$E_0$	champ électrique	v/m
$E_1$	champ électrique dans le diélectrique saint	v/m
$E_{1n}$	composante normale de $E_1$	v/m
$E_{1t}$	composante tangentielle de $E_1$	v/m
$E_2$	champ électrique à l'interface de la cavité	v/m
$E_{2n}$	composante normale de $E_2$	v/m
$E_{2t}$	composante tangentielle de $E_2$	v/m
$f$	fréquence du champ électrique	Hz
$i_{dc}$	courant de décharge	A
$J$	énergie de décharge	J
$J_p$	énergie de gazéification du matériau	J/cm <sup>3</sup>
$k$	constante de BOLTZMANN	/
$\ell$	longueur de l'arborescence	m
$\ell_0$	longueur initiale de l'arborescence	m
$L$	la longueur du cylindre	m
$m$	masse du solide déplacé	Kg
$P_D$	pertes diélectriques par unité de volume	J/m <sup>3</sup>
$P_e$	pression électrostatique	Pa
$P_{en}$	composante normale de la pression électrostatique	Pa
$P_{et}$	composante tangentielle de la pression électrostatique	Pa
$Q$	quantité de charge	c
$\Delta Q$	quantité de charge	c
$r$	rayon	m
$R1, R2$	rayons interne du cylindre	m
$R$	rayon de la sphère	m
$R_c$	résistance de la cavité	Ohm
$r_p$	rayon de courbure de l'aiguille pour le modèle sphérique	m
$r_f$	rayon de courbure de l'aiguille pour le modèle filamentaire	m
$R_p$	résistance parallèle	Ohm
$R_s$	résistance série	Ohm
$S$	surface	m <sup>2</sup>
$t$	variable temps	s
$t_b$	temps de claquage	s



$\Delta t$	intervalle de temps	s
$u$	tension appliquée entre électrode	V
$U_c$	tension aux bornes de la cavité	V
$U_m$	tension maximale de $u$	V
$U_s$	la tension seuil d'apparition de la décharge partielle	V
$v$	différence de potentiel	V
$v$	vitesse de déplacement de l'arborescence	m/s
$w$	pulsation	rad/s
$W$	travail	J
$\gamma$	conductivité de l'isolant	S/m
$\gamma_1$	conductivité électrique de la cavité	S/m
$\gamma_2$	conductivité électrique du diélectrique saint	S/m
$\delta$	angle de pertes	rad
$\epsilon_{rb}$	permittivité de l'isolation saine au droit de la cavité	F/m
$\epsilon_{rc}$	permittivité de la vacuole	F/m
$\epsilon$	permittivité du diélectrique	F/m
$\epsilon_0$	permittivité du vide	F/m
$\rho$	masse volumique du polymère	Kg/m <sup>3</sup>
$\sigma$	densité de charge surfacique	c/m <sup>2</sup>
$\tau$	temps de relaxation	s
$\varphi$	résistivité de la cavité gazeuse	ohm.m

*Introduction*  
*Générale*

## Introduction générale

La fonction d'isolation est primordiale du fait qu'elle soit l'une des conditions fondamentales de la sûreté de fonctionnement de tout matériels électriques tel que les condensateurs, les alternateurs, les moteurs électriques... Ainsi que le transport et la distribution de l'énergie électrique (lignes de transport, câbles de télécommunication...).

Les matériaux organiques solides (les polymères) occupent une place de choix pour l'accomplissement de cette fonction dans le domaine électrique, de part les excellentes propriétés électriques qu'ils présentent (résistivité, rigidité, permittivité) et leur fiabilité largement déterminée par leur pérennité.

Le matériel électrique, subit lorsqu'il est soumis à une tension, différentes contraintes qui se traduisent par un vieillissement en fonction du temps d'utilisation et l'action d'un champ alternatif variable avec la fréquence du réseau. La répartition instantanée du champ n'est pas homogène dont, il est possible de définir en chaque point un gradient localisé, qui apparait à partir du seuil disruptif un arc de décharge locale qui neutralise le gradient lorsqu'il y a présence de bulles gazeuses (vacuoles), Ce phénomène de décharges partielles crée localement à la fois une érosion et une oxydation. Il est admis à ce jour que le phénomène de décharges partielles peut entraîner la destruction du matériel après un certain temps d'usage alors qu'il a subi avec succès les essais diélectriques de réception. A la suite de différents travaux il a été retenu, qu'une des grandeurs permettant de caractériser le phénomène de décharges partielles, est la charge apparente. D'autres grandeurs, toutes aussi intéressantes, sont le débit quadratique, le courant, l'énergie...

Cependant, ces matériaux présentent également des défaillances, souvent associées à des phénomènes de rupture diélectrique. Ces phénomènes peuvent se manifester pour des champs électriques nettement inférieurs aux champs de rupture propre aux matériaux. Ainsi sous l'action d'un champ appliqué, les impuretés présentes dans les matériaux isolant solides, provoquent sa concentration locale, conduisant à la rupture diélectrique du matériau par un phénomène appelé «Arborescence». Ce fait évolue d'une façon proportionnelle jusqu'à provoquer une perforation complète de l'isolation.

Pour effectuer une étude sur la modélisation de la dégradation des polymères, nous allons établir un modèle mathématique décrivant la dynamique de cette propagation. Spécialement les arborescences électriques ouvertes qui sont issues de défauts de contact

écran/isolant, soumises à des contraintes électriques et physiques tel que la tension appliquée, le rayon de l'électrode haute tension, la distance inter-électrodes et la densité volumique de l'isolant. Ce travail portera aussi sur l'évaluation du défaut arborescent par la mesure des décharges partielles.

Le plan de travail qui est traduit par le titre de cette étude, "modélisation de l'arborescence et des grandeurs électriques associés à la dégradation de matériaux diélectrique solide", comporte trois chapitre essentiels dont :

Le premier chapitre réalise la présentation d'une recherche bibliographique concernant les travaux et les apports scientifiques activant sur les phénomènes de dégradation des polymères par l'arborescence.

Dans le deuxième chapitre sera présentée la modélisation analytique de l'arborescence ouverte par deux modèles (sphérique et filamenteuse), sous forme de buisson, branche et buisson-branche avec ainsi l'établissement de l'équation la cinétique de propagation des arborescences  $\ell(t)$  par le biais de différents calculs tel que : Les courants de décharge  $I_d(t)$ , le facteur de perte diélectrique  $tg\delta$ , les pertes diélectriques  $P_d$ , la quantité de décharge partielle  $\Delta Q$  et la tension seuil d'apparition des décharge partielles  $U_s$ .

Dans le troisième chapitre seront déterminés les différents paramètres de propagation par modélisation numérique sous langages Matlab. Les résultats obtenus théoriquement et pratiquement y seront discutés.

Pour finir, une conclusion générale clôturera ce travail.

*Chapitre I*  
*Etude bibliographique*

## I.1. Définition et origine des arborescences

Les isolants utilisés en haute tension (HT) et moyenne tension (MT) présentent toujours des impuretés et des défauts microscopiques (microcavités, occlusions gazeuses et hétérogénéités à l'interface isolant-conducteur), et ce quelles que soient les précautions prises lors de leur mise en œuvre. Par conséquent, il se produit une distorsion et concentration locale du champ électrique pouvant atteindre des valeurs élevées, parfois supérieures à la rigidité diélectrique intrinsèque du matériau. Une dégradation de l'isolant peut alors se produire par un mécanisme appelé «Arborescence» [1]. En effet, ces défauts peuvent constituer des sites de renforcement locaux du champ électrique, comme c'est le cas au niveau des défauts de surfaces électrode/polymère ou polymère/écran semi-conducteurs [2].

Auckland et al. [3] ont vérifié expérimentalement que la croissance des arborescences peut être contrôlée par la ténacité de la rupture du polymère, ainsi que par son module d'élasticité. Il est constaté que les facteurs responsables de l'initiation et de la propagation de l'arborescence dans l'isolation des câbles électriques polyoléfine sont liés non seulement de la technique de fabrication du câble, la fréquence de mise sous tension, mais aussi du contenu des impuretés, de la contrainte interne résiduelle et de la morphologie physique du matériau d'isolation [4].

Les observations microscopiques des arborescences ont révélé différentes formes distinctes qui sont essentiellement en buisson, en branche et en buisson- branche [5].

On peut distinguer deux types d'arborescences, qui sont classées selon l'endroit où elles prennent naissance et selon l'environnement où fonctionne l'isolant.

- Selon l'endroit où elles prennent naissance dans l'isolation, il existe deux types d'arborescences :

### 1. Les arborescences ouvertes

Qui prennent naissance à partir des défauts ou d'inhomogénéités de contact écran/isolant. Aux premiers stades de vieillissement, elles sont de tailles réduites et peuvent continuer à croître dans la même direction du champ électrique, jusqu'à mettre en court-circuit l'isolant. C'est pour cette raison qu'elles sont classées comme les plus dangereuses [6, 7, 8].

### 2. Les arborescences en nœud papillon

Qui sont issues à partir de microcavités ou d'inclusions internes dans l'isolation. Leur développement se fait dans la direction du champ électrique et leurs surfaces ne semblent pas être conductrices. Contrairement aux arborescences ouvertes, elles ne sont pas dangereuses [6, 8].

➤ Selon le milieu de fonctionnement des câbles, il existe deux grandes catégories :

### **3. Les arborescences électriques**

Qui se développent en milieu anhydre.

### **4. Les arborescences électrochimiques**

Dans lesquelles on distingue les arborescences chimiques qui se développent en présence de produits chimiques et les arborescences d'eau qui se développent en milieu humide [9].

## **I.2. Les arborescences électrochimiques**

### **I.2.1 Arborescences d'eau**

Pendant le service, l'isolation des câbles d'alimentation électrique sont soumis à des contraintes électriques, thermiques, mécaniques, environnementales, etc. qui contribuent à l'initiation et le développement de certains processus de dégradation. Sous l'influence du champ électrique et en présence d'eau dans l'environnement des isolants polymères, Les arborescences d'eau se développent [10].

La formation de ce type d'arborescences a été mise en évidence par MIYASHITA en 1967, leur formation est due à l'eau se trouvant soit à l'intérieur lors de la jonction de deux sections, soit par une pénétration extérieure au cours de l'exploitation du diélectrique. Elles ont une structure ressemblant aux branches d'un arbre [6, 8].

Au début, elles se propagent rapidement dans la direction du champ électrique, puis plus lentement après quelque mois [7].

#### **I.2.1.1 Structure et formes des arborescences d'eau**

Les arborescences d'eau sont constituées de microcavités remplies d'eau reliées entre elles par des canaux très fins (de l'ordre microns). Elles apparaissent dans les régions où les champs électriques sont intenses, tel que au niveau des interfaces isolant / conducteur où se développent les arborescences ouvertes en forme d'éventail ou dans le voisinage des cavités et des impuretés internes où évoluent les arborescences en nœud papillon. Celles-ci se propagent dans la direction du champ électrique [11].

##### **I.2.1.1.1 Phase d'évolution des arborescences d'eau**

La croissance des arborescences d'eau se fait en trois phases.

#### **1. Amorçage ou incubation**

Au cours des cycles thermique auxquels sont soumis les câbles, l'eau se diffuse dans l'isolant (cas des câbles marins), s'accumule sur les défauts de l'enveloppe isolante (impuretés, cavités, zones de mauvaises adhérence) [6, 8].

## **2. La propagation**

C'est l'avancement de ces canaux remplis d'eau ou la formation de nouvelles cavités et le remplissage de ces dernières pour former des arborescences [12].

## **3. Evolution vers le claquage**

Le claquage ne se fait pas d'une manière brutale, il se produit à la faveur d'une étape intermédiaire au cours de laquelle l'arborescence d'eau donne naissance à une arborescence électrique qui conduit au claquage [8].

### **I.2.1.1.2 Mécanisme d'évolution des arborescences d'eau**

Depuis la découverte des arborescences d'eau, de nombreuses investigations ont été menées afin de caractériser et de comprendre les mécanismes qui les gouvernent. En effet, plusieurs mécanismes ont été proposés pour expliquer l'initiation et la propagation des arborescences d'eau (électrique, chimique, mécanique ....Etc.). Certains sont irréalistes et d'autres paraissent possibles [6].

Si un défaut existe au voisinage de l'extrémité de l'arborescence d'eau, alors le champ électrique devient intense en ce point et pourra initier une arborescence électrique [10].

Les mécanismes se résument comme suit :

### **1. Mécanisme de décharges partielles**

L'existence d'émission lumineuse et d'oxygène sont des mécanismes possibles de la formation des décharges partielles dans les arborescences d'eau. Malgré l'utilisation des dispositifs expérimentaux très développés, aucune émission lumineuse n'a pu être détectée ni avant ni pendant la propagation de l'arborescence, chose qui a conduit les auteurs à émettre l'hypothèse que les décharges partielles apparaissent lors de l'évolution des arborescences d'eau en arborescences électriques qui provoqueraient le claquage de l'isolant. Un tel mécanisme est donc à écarter [8].

### **2. Mécanisme électrochimique**

R.FOURNIER et AL [13] ont pensés que la présence du champ électrique à l'interface eau/électrode produit des réactions électrochimiques, il en résulterait la décomposition de l'eau en un dégagement gazeux d'oxygène et d'hydrogène qui serait à l'origine des arborescences d'eau et favorisait leurs propagations.

Le phénomène initiateur d'origine électrochimique se manifeste par des effets secondaires de nature chimique ou physico-chimique. Les processus chimiques ne peuvent pas donner naissance



à une arborescence d'eau, mais peuvent favoriser ou limiter l'action d'un ou plusieurs mécanismes [11].

### **3. Mécanisme thermique**

D'après T.TANAKA et al [6,11], les pertes diélectriques, dues aux phénomènes d'orientation et de relaxation des dipôles, et les pertes joule, dues à la conductivité aussi minime soit-elle de l'isolant générant une augmentation de la température, font dilater puis éclater les microcavités remplies d'eau et entraînent ainsi une augmentation de pression; qui par la suite ferait progresser l'arborescence par création de micro fissures et de nouvelles microcavités [14].

### **4. Effets mécaniques des forces électriques**

Divers mécanismes faisant intervenir l'action des forces dues au champ électrique sont proposés pour expliquer le phénomène de pénétration de l'eau et son mouvement dans le polymère tel que : la diélectrophorèse, l'électrophorèse, l'électro-osmose, l'électrostriction et la pression électrostatique.

Selon J.Y.KOO [11], la propagation des arborescences est un mécanisme analogue à la fissuration : l'effet des forces dues au champ électrique permettent le transport direct de l'eau et exerçant sur le polymère des pressions capables de créer des microfissures ou des microcavités faisant avancer un canal.

#### **I.2.2. Arborescences chimiques**

Leur formation nécessite la présence d'une certaine quantité de Sulfure dans l'environnement du câble, sous formes de  $H_2S$  ou  $S(NH_4)_2$ , qui est diffusée sous forme moléculaire ou hydratée, dans l'isolation jusqu'à l'âme conductrice où seront alors formées des cristaux de  $Cu_2S$  (cas où l'âme du câble est en cuivre) qui sont à l'origine de l'initiation des arborescences chimiques. Ces dernières sont d'aspects très particuliers et sont généralement accompagnées d'arborescences d'eau [6, 7].

#### **I.3. Les arborescences électriques**

L'arborescence électrique est un mécanisme de dégradation significative des polymères qui peut conduire à une défaillance prématurée de l'équipement à haute tension [15]. Elles sont constituées de canaux qui contiennent des gaz et sont le siège de décharges partielles (DP) accompagnées d'une émission de lumière [6]. L'arborescence électrique apparaît dans des régions où le champ électrique est élevé. Il peut donc s'agir d'une concentration locale du champ provoquée soit par des aspérités métalliques, soit par des éléments polluants [16]. Les arborescences sont difficiles à observer sur des câbles pour les raisons suivantes :

- Les informations sur les câbles détériorés sont souvent incomplètes et on ne peut suivre l'évolution des arborescences ainsi que les conditions particulières ayant pu entraîner leur formation.
- Une observation régulière des câbles en service n'est pratiquement pas possible [6]. Des études sur des longueurs de câble importantes en simulation d'activation nécessitent des installations énormes [17].
- L'apparition des arborescences peut se produire au bout de temps très long, d'où la nécessité d'employer des méthodes permettant l'accélération des phénomènes.
- Le claquage peut se faire très rapidement et il y a très peu de chance d'isoler une portion du câble dans laquelle on pourrait observer ces phénomènes transitoires.
- Les arborescences doivent être cherchées au hasard sur des lamelles de câble découpées, ce qui nécessite un travail long et fastidieux.

C'est pour cela, qu'on est souvent amené à simuler l'arborescence au laboratoire sur des échantillons de polymères sous une géométrie d'électrode pointe plan de sorte à localiser le défaut sur l'électrode pointe, siège de développement de l'arborescence [6].

### **I.3.1. Les phases d'évolution des arborescences électriques**

Elles suivent trois phases d'évolutions dans la direction du champ électrique.

#### **1. Phase d'initiation**

C'est le temps pendant lequel on doit appliquer la tension au système d'électrodes pour qu'apparaisse la première branche [7]. Celle-ci est mise en évidence par l'enregistrement des décharges partielles (DP) provoquant un phénomène d'électroluminescence et la formation de région détériorée [6].

Une cavité pleine de gaz est supposée formée à cet instant, par fatigue électromécanique au point de concentration du champ électrique. Pour les mêmes conditions expérimentales, le temps d'initiation varie beaucoup et il est d'autant plus court que la fréquence est élevée et que le champ électrique est intense. Le temps d'incubation est d'autant plus court que la fréquence est élevée et le champ est intense [7].

#### **2. Phase de propagation**

C'est la période pendant laquelle se développent les micro-canaux dans l'espace inter-électrode [7]. Elle est caractérisée par l'amorçage des décharges électriques qui font progresser ces micro-canaux dans la direction du champ électrique [7, 9,12]. La propagation de l'arborescence se

fait à la vitesse de  $10^{-7}$  cm/s, sa présence est signalée par des dégagements gazeux et des phénomènes lumineux [7, 18]. Le temps de propagation est court et moins dispersé que le temps d'initiation [6].

### 3. Phase d'avalanche de claquage

Le claquage est obtenu lorsque le filament court-circuite l'épaisseur isolante inter électrodes (perforation complète de l'isolation). Il est établi que la perforation pourrait ne pas avoir lieu même après pénétration complète de l'arborescence à travers l'isolation [6, 19].

#### I.3.2. Mécanismes d'évolution des arborescences électriques

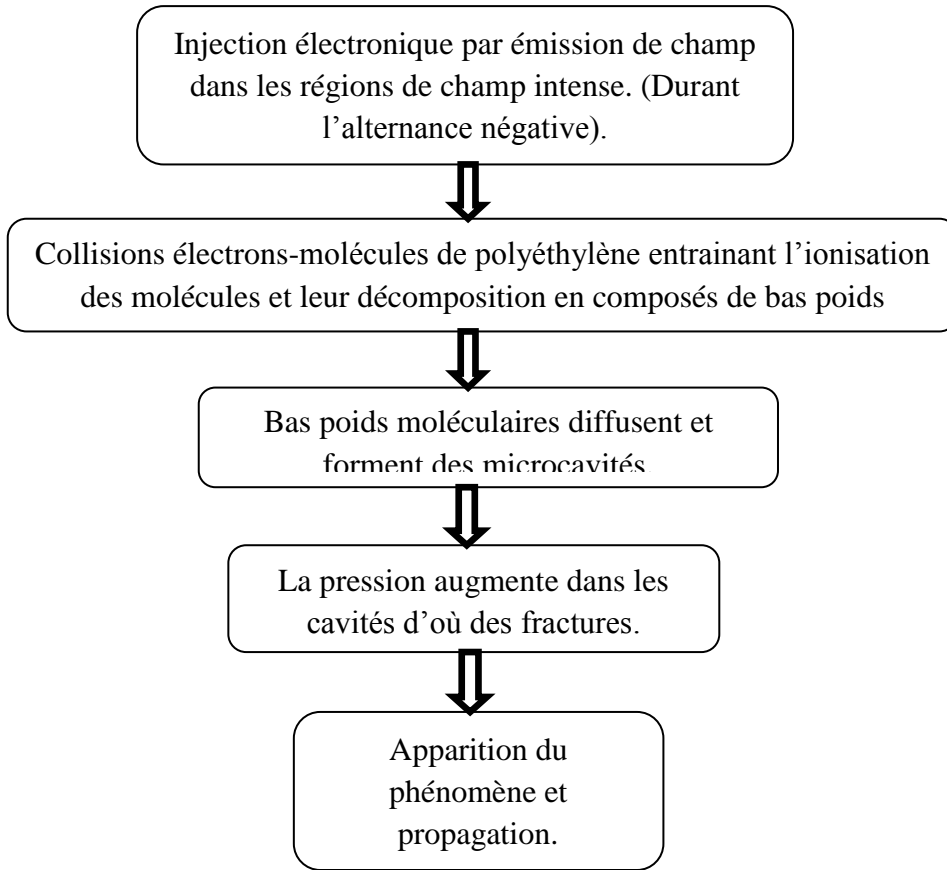
Des mécanismes sont présentés pour expliquer l'évolution des arborescences électriques.

##### 1. Mécanismes d'initiation

Beaucoup de théorie ont été proposées quant aux mécanismes d'initiation l'arborescence électrique, on peut grossièrement dire qu'il ya deux possibilités à envisagées :

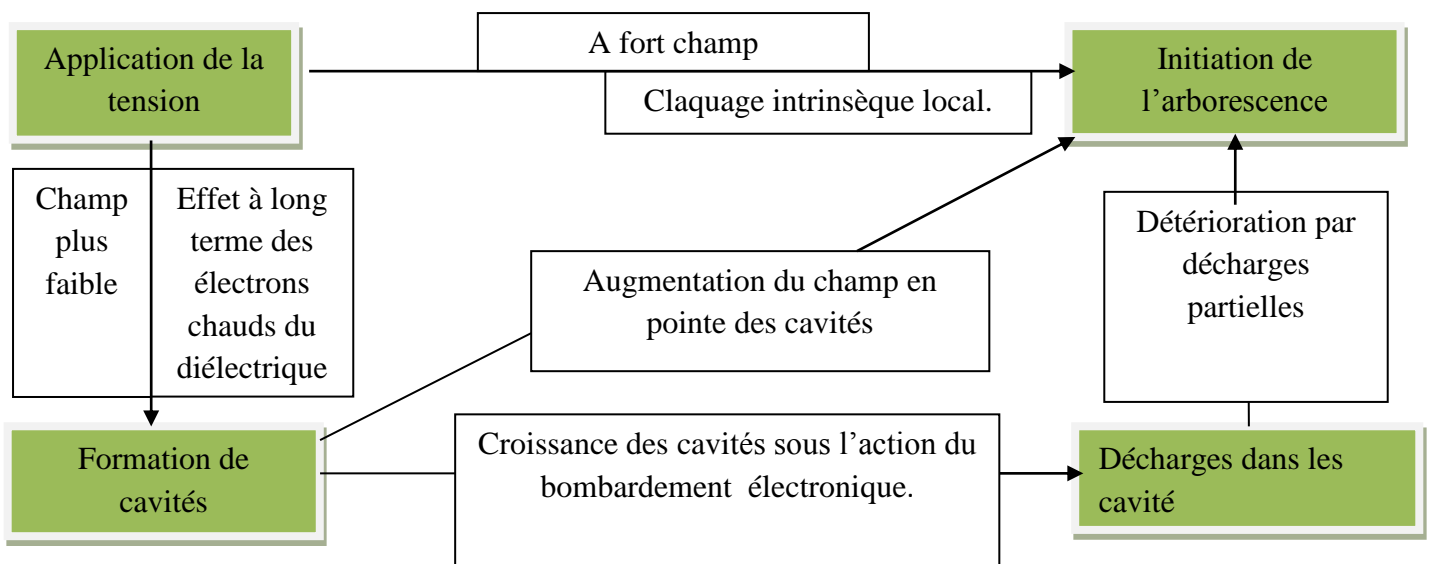
- ✓ Formation de l'arborescence par des décharges partielles. Il y a de fortes raisons de croire qu'il existe de petites cavités aux extrémités ou aux bords desquelles des décharges partielles peuvent débiter. Ces cavités seraient dues aux dilatations différentielles de la résine et du métal ou à l'air absorbé ou occlus. Des décharges partielles non mesurables se développeraient dans ces microcavités à la pointe desquelles le champ électrique serait transféré.
- ✓ Formation d'arborescences par émission de champ. Il semble que l'injection électrique soit un phénomène fondamental dans le mécanisme d'initiation. Il pourrait expliquer l'apparition d'arborescences sans décharges partielles.

E.M.EICHHORN [20] schématise les étapes du phénomène de la manière suivante :



**Figure. I.1 : Formation d'arborescences par émission de champ.**

Et d'après le diagramme de monsieur J.H.Claderwood [21] qui présente une étude sur l'initiation des arborescences dans les résines époxydes il est à souligner.



**Figure. I.2 : Processus de dégradation des câbles électriques.**

## 2. Mécanisme de propagation

Plusieurs mécanismes ont été proposés pour expliquer leur propagation. Nous citons :

- **Mécanismes électriques**

Le mécanisme le plus accepté est celui qui évoque l'effet des décharges partielles dans les canaux d'arborescences, celles-ci contribuent à créer un champ suffisamment élevé à la pointe du canal qui causera le claquage intrinsèque de l'isolant et fera progresser le canal [22].

La diminution de la résistivité des parois des filaments pourrait également expliquer le report du champ électrique à la pointe des branches d'où l'apparition de nouveaux miro-canaux prenant naissance à l'extrémité des branches [18].

Le concept des électrons chauds accélérés dans les microcavités est évoqué pour expliquer la propagation des canaux [6,23].

On peut aussi considérer l'action directe des ions concentrés dans une microcavité de l'arborescence, soit par effet électrostatique ou par bombardement [24].

- **Mécanisme thermique**

Une élévation locale de température par bombardement de particules provoque l'évaporation du matériau sous l'action des décharges partielles, ce qui contribue à la dégradation de l'isolant [6].

Dans le volume du matériau, il existe des chemins à conductivité élevée par rapport au volume vierge de l'isolant, ce qui laisse supposer que la rupture par l'arborescence est une rupture thermique [6,25]. D'après C.LAURENT [25] le diagramme ci-dessous résume la conception de la rupture par arborescence :

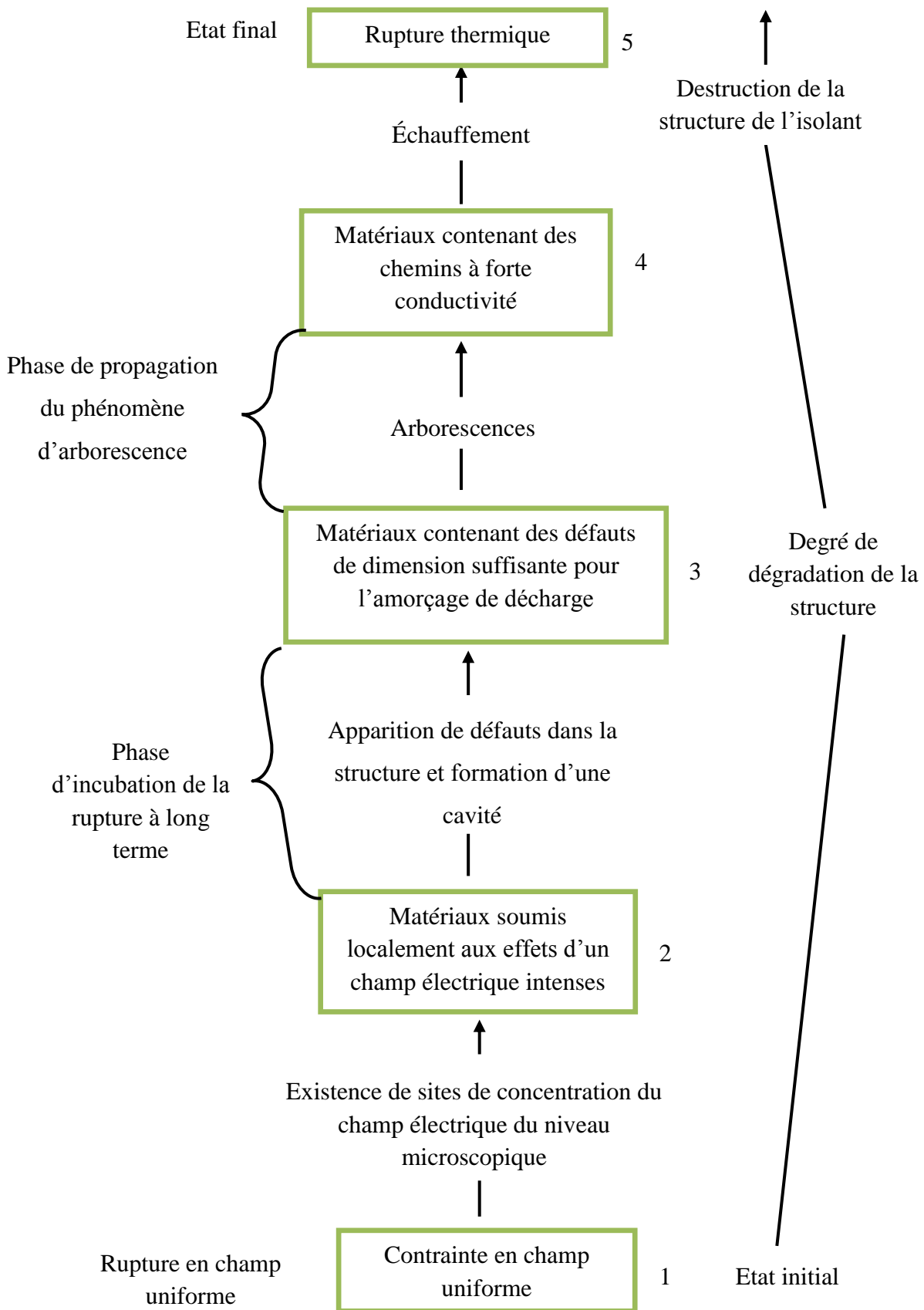


Figure. I.3 : Diagramme de rupture par effet thermique de l'arborescence.

#### **I.4. Facteurs influent sur l'évolution des arborescences**

La durée de vie d'un câble dépend de ses propriétés électriques (rigidité diélectrique, facteur de pertes...) et mécanique (module d'élasticité) qui dépendent des contraintes appliquées à son isolation : électrique, mécanique, chimique, thermique, structurale et morphologique.

##### **I.4.1. Effet de la tension appliquée et de la fréquence**

Les arborescences peuvent apparaître sous tension alternative, continue que sous tension impulsionnelle [6, 8]. La tension d'initiation des arborescences est plus élevée en continue que sous tension alternative ou impulsionnelle [6].

Les arborescences dépendent de la polarité, la forme, la durée d'application, la vitesse de croissance, la fréquence et l'amplitude de la tension appliquée. Expérimentalement on a constaté que le temps de rupture est court lorsque le champ appliqué est fort [6, 9], cars en augmentant la tension, la vitesse de propagation des arborescences croît avec la fréquence du champ électrique jusqu'à une certaine valeur de 8 KHZ, puis décroît sensiblement [9].

##### **I.4.2. Nature du matériau isolant**

La croissance et les effets des arborescences sur les propriétés des isolants solides varient d'un matériau à un autre. Les plus lentes arborescences ont été observées dans le PRC. Il a été aussi remarqué que le polyéthylène haute densité (PEHD) présente une meilleur résistance au développement des arborescences que le polyéthylène basse densité (PEBD) et la croissance des arborescences est plus rapide dans les matériaux de bas poids moléculaires que ceux de poids moléculaires plus élevé [6, 9]. D'après C.LAURENT plus le matériau est cristallin moins il serait le siège d'arborescences [9].

##### **I.4.3. Rôle de l'eau**

L'eau pénètre dans le câble soit accidentellement, soit aux jonctions entre deux câbles, soit corrosion de l'écran. Les impuretés contenues dans l'eau jouent un rôle dans l'initiation et la propagation des arborescences [9].

Il a été remarqué que les arborescences d'eau se développent dans la partie de l'isolant où l'humidité est supérieur à un certain taux (60 à 70%) qui peut affecter les propriétés diélectrique de l'isolation du câble par la réduction de sa rigidité diélectrique jusqu'à 90% de sa valeur et

l'augmentation du facteur de perte  $\text{tg}\delta$  de  $3.10^{-4}$  à  $3.10^{-2}$  pour l'EPR (l'Éthylène-propylène-Rubber) [6, 7].

La présence de sel en solution accélère la croissance des arborescences et aucune dégradation n'a été observée dans l'eau déminéralisée [7].

#### **I.4.4. Effet de la température**

L'effet de la température n'est pas encore élucidé, certains auteurs pensent que les températures élevées accélère la croissance des arborescences, alors que d'autres affirment le contraire [7].

Quand la température augmente, le taux de croissance de l'arborescence croît dans l'EPR, le contraire est observé sur le polyéthylène [7]. Le temps d'initiation des arborescences diminue lorsque la température augmente. Un gradient de température comme celui qui existe dans les câbles en service favorise l'apparition des arborescences à partir de l'écran interne, mais si l'eau est à l'extérieur alors, il la retarde [13].

L'étude sur la rupture thermique du PVC faite par N.KHALECHE [12] a montré qu'un vieillissement thermique de courte durée ( $t < 1560\text{Hs}$ ) donne au matériau une très bonne rigidité du fait que la réticulation et de la perte de plastifiant, mais lorsque la période de vieillissement augmente ( $t > 1560\text{Hs}$  jusqu'à  $3660\text{Hs}$ ) à température supérieure à  $140^\circ\text{C}$ , le matériau change de son comportement, une diminution de la résistance électrique, de la rigidité diélectrique, des valeurs du temps et des tensions de rupture ont été remarquée.

#### **I.4.5. Effet de la contrainte mécanique**

La contrainte mécanique peut aggraver le phénomène de dégradation des isolants solide par arborescences. Ces dernières sont concentrées dans les régions où cette contrainte se trouve importante. La contrainte mécanique a pour effet de changer la direction de propagation de l'arborescence dans un plan perpendiculaire à la direction du champ électrique [6,12], la contrainte mécanique n'est pas nécessaire pour le développement des arborescences.

#### **I.4.6. Choix du système d'électrode**

Les paramètres qui influent sur le phénomène des arborescences sont : la nature du métal des électrodes, leur rayon de courbure ainsi que la distance inter-électrodes [6].



L'utilisation des électrodes en fer ou en plomb réduit fortement le développement des arborescences d'eau, par contre, l'utilisation des électrodes en cuivre ou en platine augmente leur propagation. Le métal des électrodes peut avoir une influence selon un mécanisme chimique. Ce sont les espèces nées d'une attaque chimique de l'électrode (produit de la corrosion du fer en solution dans l'eau) qui influent sur la propagation des arborescences [11].

L'utilisation des électrodes avec des pointes très aiguës donnerait des temps de déclenchement des arborescences plus courts pour la même valeur d'essai. La tension d'initiation des arborescences et de rupture des polymères est proportionnelle à la distance inter-électrodes [6].

### I.5. Remèdes

Une fois que les arborescences sont formées rien ne peut les arrêter jusqu'à atteindre le claquage. C'est pour cette raison que certaines mesures préventives sont nécessaires pour réduire la formation de ce phénomène lors de la fabrication et l'exploitation. Certains chercheurs ont proposé de nombreuses solutions et on donne certaines d'entre elles :

- Mettre en œuvre de nouveaux procédés de réticulation pour le PRC [12].
- Choisir une technique de fabrication bien au point pour diminuer les défauts de surfaces aux interfaces isolant/écran et les non-homogénéités, l'utilisation d'écran semi-conducteur extrudé offrant des interfaces lisses [6, 7].
- Réduire la teneur en eau et les entrées d'humidité, en ce qui concerne les arborescences d'eau dans le conducteur (au cours de la fabrication, du stockage, de transport et de poses) en utilisant des gaines externes à propriétés mécaniques améliorées. Faire des étanchéités longitudinales et radiales à l'eau dans les zones des écrans, pour éviter la diffusion de l'eau [6].
- Utilisation des additifs et des substances contre la dégradation comme : des plastifiants, des colorants, des Charges, des ignifugeants, des antioxydants, et des agents de réticulation ..., lors de la fabrication du polymère, afin de renforcer ces propriétés [26].
- Imprégner l'isolant de liquides (Silicone) ou de certains gaz inertes [27]. KOJIMA et al [28] ont prouvé que les tensions alternatives d'apparition de l'arborescence et de claquage du PE sont améliorées par l'imprégnation de ce dernier avec un gaz électronégatif comme le Fréon et le SF<sub>6</sub>.
- Utilisation d'un fluide de rajeunissement à base de silane qui empêche l'accès de l'eau dans les régions dégradées et réduit la diffusion du taux d'humidité à travers l'isolant; Le XLPE est immergé dans le liquide de silane à 50°C jusqu'à saturation. Le silane consomme l'eau

dans l'isolant à l'intérieur des régions dégradées et hydrophiles créée par les arborescences d'eau et remplit le volume libre de l'isolant avec des oligomères hydrophobes et le liquide sera élué à l'extérieur du matériau [29].

### **I.5. Introduction à la modélisation des arborescences et des décharges partielles**

L'une des premières études détaillées sur l'arborescence a été réalisée par Ieda et Nawata [30]. Quelques aspects ont été examinés et les résultats expérimentaux ont conclu que l'évolution de l'arborescence est induite par une décharge interne produite dans les gaz enfermés dans les canaux d'arborescence.

### **I.6. Modélisation des arborescences**

#### **I.6.1 Modélisation expérimentale**

Pour mieux comprendre le processus de dégradation des matériaux isolants utilisés pour l'isolation des systèmes électrique, en particulier les câbles de transport d'énergie électrique, des modèles de laboratoire sont mis en œuvre pour initier et suivre l'évolution de l'arborescence dans les matériaux isolants soumis aux différentes contraintes d'exploitation (électriques, mécaniques, thermiques, ...).

Des dispositifs expérimentaux permettent d'obtenir des images successives de la dégradation (arborescence) et de quantifier les grandeurs physiques induites caractérisant la réponse électrique, mécanique et même thermiques au cours de l'application de contraintes d'exploitation, en particulier, du champ électrique. La Figure I.1 présente le principe du dispositif expérimental [31].

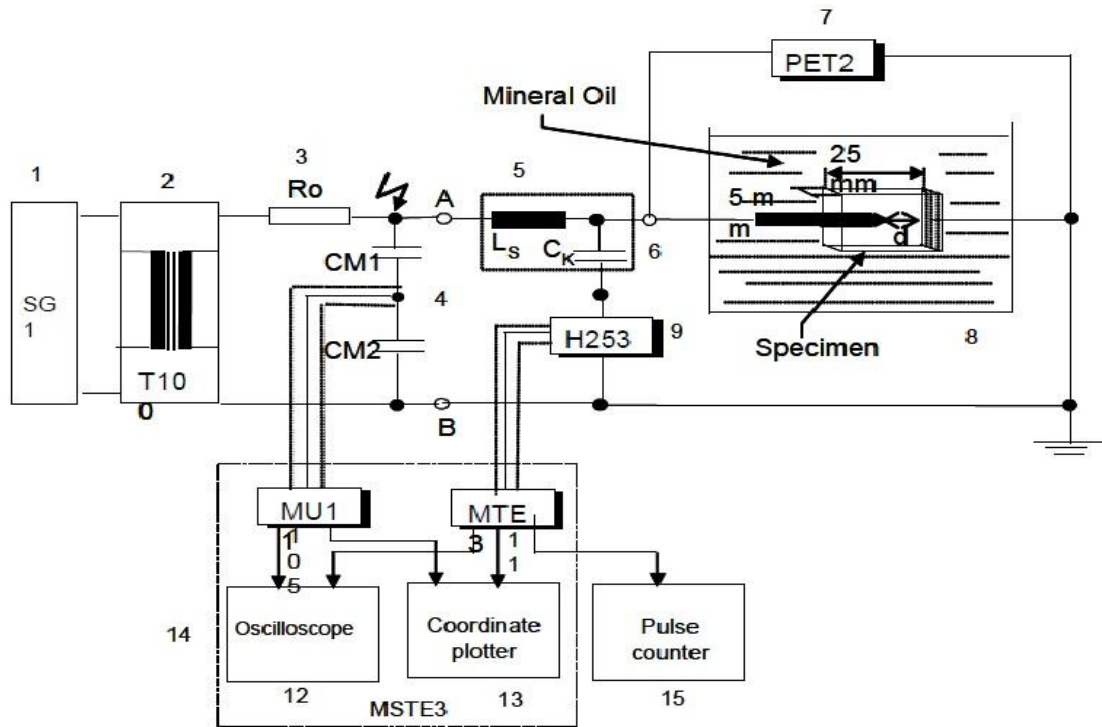
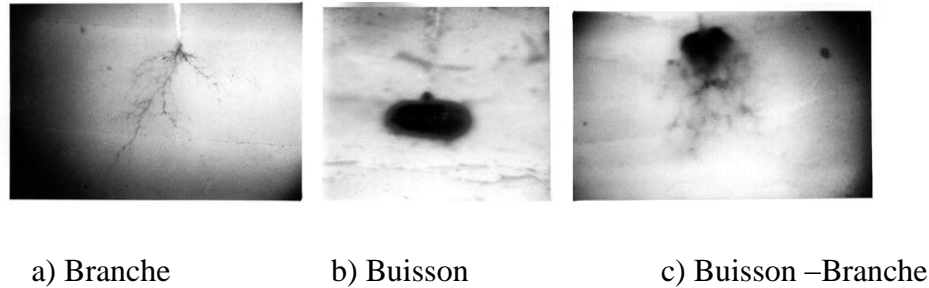


Figure. I.4: Dispositif expérimental [31].

### I.6.2. Modélisation analytique

Des modèles analytiques des structures d'arborescences sont établis en tenant compte des contraintes d'exploitation et de la nature du défaut (arborescence électrique ou d'eau). L'arborescence est assimilée à des formes géométriques simples permettant d'établir une expression mathématique décrivant la dynamique de sa propagation (vitesse et longueur de l'arborescence), et l'évaluation des grandeurs induites par cette dégradation (le courant de décharge, la quantité de décharges partielle, le facteur de perte de l'isolation, ...). Des corrélations entre la dimension du défaut et ces grandeurs ont été établies et mettant en évidence la relation entre ces facteurs et leurs dépendances de certains paramètres physiques tels que l'amplitude, la forme et la fréquence de la tension, la géométrie des électrodes, la densité de l'isolation, les permittivités et conductivités des deux milieux (polymères et d'arborescence) [5].

Les observations microscopiques d'arborescences ont révélé trois formes distinctes qui sont: branche, buisson - branche et branche (figure I.2) et pour chacun d'eux correspond une vitesse distincte de la courbe de variation de la tension de seuil de décharge partielle fonction du temps [5].



**Figure. I.5: Les formes distinctes d'arborescences.**

### I.6.3. Modélisation numérique par fractal

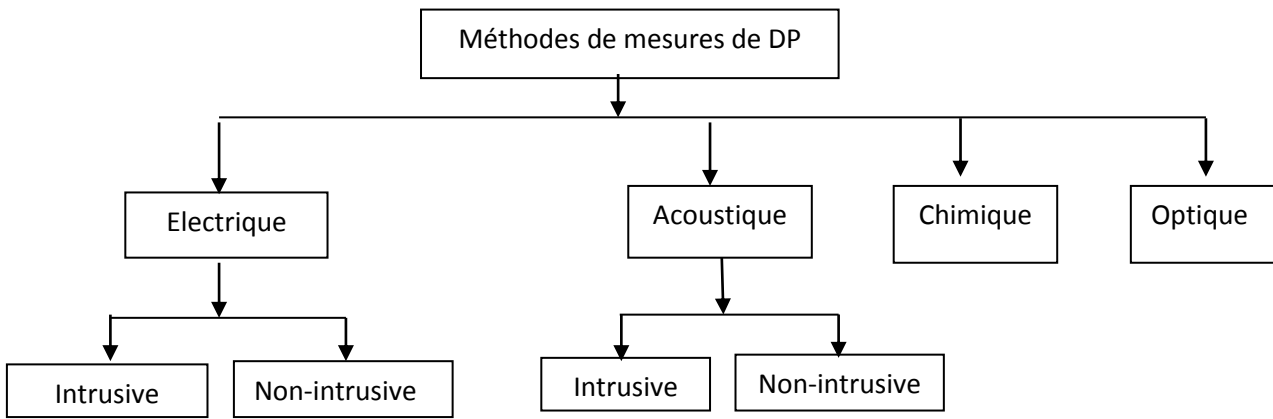
La notion de dimension fractale décrit les caractéristiques géométriques d'une structure stochastique simple à deux dimensions [32]. Des modèles stochastiques d'arborescence électrique établis à l'aide de procédé statistique ont permis d'exécuter l'analyse fractale de l'arborescence en utilisant une variété de méthodes [33].

Le calcul de la dimension fractale passe d'abord par une acquisition d'images et une segmentation. Une image de haute qualité est une condition essentielle pour une analyse précise des données. L'image numérisée peut être présentée sous forme binaire, image squelette ou une bordure uniquement en fonction de la méthode utilisée de la dimension fractale. La segmentation doit permettre une claire distinction entre l'arbre et le fond, soit par niveaux de gris ou de couleurs [34].

Pour estimer la dimension fractale  $D_b$ , l'image de l'arborescence est d'abord divisée en une grille de cases et de taille  $e$  correspondant à un nombre  $N$  de boîte de comptage, recouvrant une partie de l'arborescence. Le nombre  $N$  dépend de la taille de la boîte et  $D_b$  selon l'équation :  $N(\epsilon) = \alpha \epsilon^{D_b}$ . Ainsi, pour une structure fractale d'une courbe de  $\log(N(\epsilon))$  en fonction de  $\log(\epsilon)$  devrait donner une droite dont la pente correspondante à  $D_b$ ,  $\log(N(\epsilon)) = D_b \log(\epsilon) + c$  où  $c$  est une constante [34]. Suit alors un traitement des données, où la dimension fractale,  $D_b$ , peut varier en fonction de la façon dont il est obtenu à partir de la courbe log-log. Dans un tel cas,  $D_b$  est liée à la pente de la ligne, le nombre de points de données étant en rapport avec le nombre de pas de mesure.

### I.7. méthodes de diagnostic des décharges partielles

Les techniques de mesures des DP se divisent en quatre groupes : électriques, acoustique, optique et chimique. Dans les deux premiers groupes on distingue les méthodes intrusives et non intrusives. Dans la méthode intrusive le capteur se trouve à l'intérieur de l'équipement de puissance, alors que dans la deuxième méthode il se trouve à l'extérieur [35].



**Figure. I.6: Méthodes de mesures de DP.**

### **I.7.1. Méthode Optique**

Elle consiste à obtenir une image dans l’ultraviolet et le visible des décharges partielles surfaciques ou à effets couronnes. Cela impose la vision du phénomène de décharges partielles se produisant sur l’isolant [36].

Plusieurs alternatives sont associées aux mesures optiques pour révéler la présence de microcavités comme la microscopie à balayage (MEB) ou la tomographie qui a la particularité d’avoir une résolution très grande en trois dimensions [37].

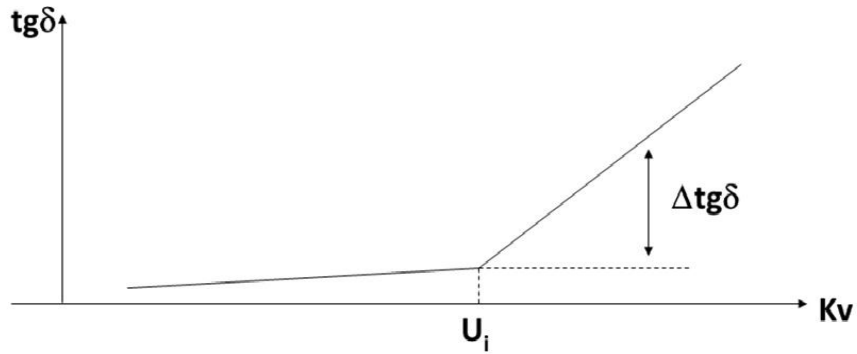
La phase gazeuse est propice aux phénomènes ionisants lorsque des décharges s’initient dans ce milieu. La tension disruptive est dépendante de la pression et de la distance séparant l’électrode sous tension de la masse, à l’image d’une courbe de Paschen d’un gaz quelconque. Dans les gaz, s’agissant d’excitations atomiques ou de petites molécules, les raies d’émission sont étroites et permettent une identification des mélanges gazeux constituant la décharge [16].

### **I.7.2. Méthode Acoustique**

La méthode acoustique consiste à mesurer les émissions acoustiques des décharges partielles par voie aérienne ou par voie solide dans le domaine ultrasonore. Cette méthode a l’avantage d’éviter la mise hors tension du système électrique (transformateur), et d’être non intrusive [36].

### **II.7.3. Méthode par mesure des pertes diélectriques**

La décharge implique des pertes diélectriques et une augmentation soudaine de l’angle de perte, ce qui révèle le grand nombre de décharge à la tension d’initiation  $U_i$  (Fig. I.7) [38].



**Figure. I.7: Les pertes diélectriques en fonction de la tension.**

On s'intéresse également à la plus petite décharge détectable qui correspond au plus petit accroissement de pertes  $\Delta \text{tg} \delta_{\text{min}}$  qui peut être déterminé par le pont de Schering.

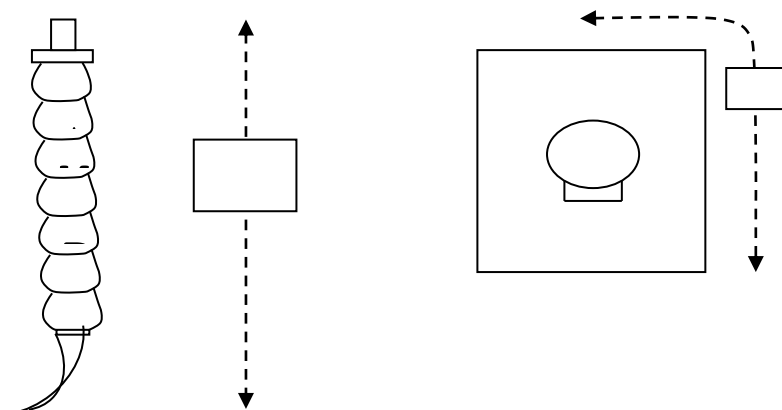
#### I.7.4. Ondes électromagnétiques

Dans le cas des échantillons (objet d'essai) sans mise à la terre, des radiations électromagnétiques sont transmises par les déplacements rapides des décharges partielles. Par exemple :

- Isolateurs dans l'air.
- Isolation en résine époxy des transformateurs et des disjoncteurs.
- Les parties supérieures des extrémités de câble.

Une sonde à large bande peut être utilisée pour repérer les radiations électromagnétiques de l'isolation ; telle que les extrémités de câbles ou les isolateurs en résine époxy.

La sonde P est déplacée le long de l'échantillon pour localiser le site de décharge (Fig. I.8) la sonde peut être capacitive ou inductive. [38].



**Figure. I.8: La sonde P pour localiser le site de décharge.**

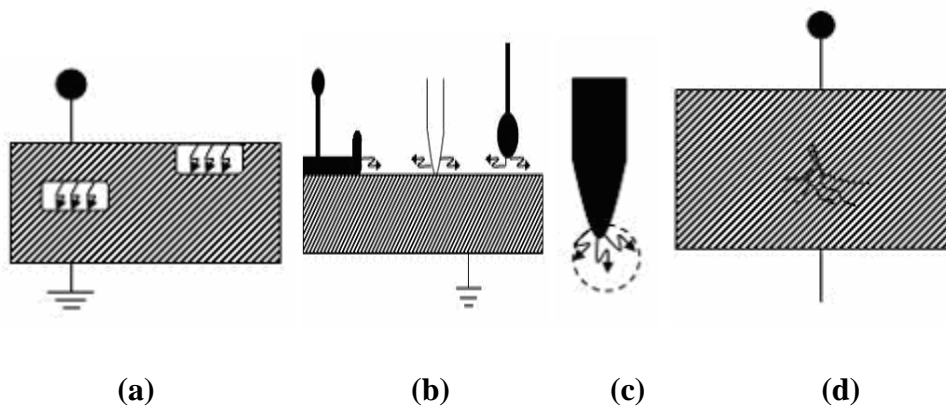
### I.7.5. Méthode électrique

Lorsqu'une quantité de charge de l'ordre de quelques dixièmes de pico Coulomb est déplacée, des signaux hautes fréquences que produit la décharge partielle sont détectés électriquement. On ne détecte qu'une charge apparente qui n'est pas exactement la charge impliquée dans la DP. Connaissant la quantité de charges déplacées, il est possible d'obtenir la taille d'une vacuole susceptible de développer de telles décharges, en supposant que la quantité de charge détectée provienne d'une seule cavité [16].

#### I.7.5.1. Définition

Les décharges partielles (DP) sont définies par la CEI [39] comme une décharge électrique qui ne court-circuite que partiellement l'isolant entre deux conducteurs. Ces décharges peuvent se produire ou non dans la zone limitrophe d'un conducteur.

Plusieurs classes de décharges partielles ont été proposées. Suivant leur localisation, Kreuger a divisé les DP en quatre groupes [40]:



**Figure. I.10: Types des décharges partielles : a : interne, b : de surface, c : couronne, d : en arborescence.**

#### 1. Décharges internes

Ces décharges apparaissent à l'intérieur du matériau isolant, aux endroits où la rigidité diélectrique est faible, par exemple dans une cavité dans un solide ou une bulle dans un liquide (Fig. I.10. a).

#### 2. Décharges de surface

Elles se manifestent lorsqu'un champ tangentiel important existe à la surface d'un diélectrique (Fig. I.10. b).

### 3. Décharges couronnes

Elles prennent naissance au niveau des points où le champ électrique est renforcé. La décharge est restreinte à une zone réduite entourant la pointe (Fig. I.10. c).

### 4. Décharges en arborescence

Elles se produisent suite à un défaut dans l'isolant. Une croissance des différentes branches de l'arborescence produira des conditions propices pour l'apparition d'autres DP (Fig. I.10. d).

#### I.7.5.2. Propriétés des décharges partielles

Les propriétés des décharges partielles (DP) peuvent être comme suit [41]:

- Le nombre de DP à un temps donné dépend linéairement du temps d'application de la tension.
- L'amplitude de la DP dépend linéairement de la tension instantanée appliquée à l'arborescence.
- Dans chaque parcours d'une arborescence au plus, une DP peut avoir lieu dans une demi-période.
- Une DP a deux tensions de seuil : tension d'apparition et tension d'extinction.

Des auteurs [19] ont évalué le niveau apparent des DP, qui s'amorceraient en pointe d'électrode ; dans des cavités sphériques de rayon compris entre 1 et 10  $\mu\text{m}$  ; les valeurs trouvées oscillent entre  $2 \cdot 10^{-5}$  et  $2 \cdot 10^{-2}$  pC.

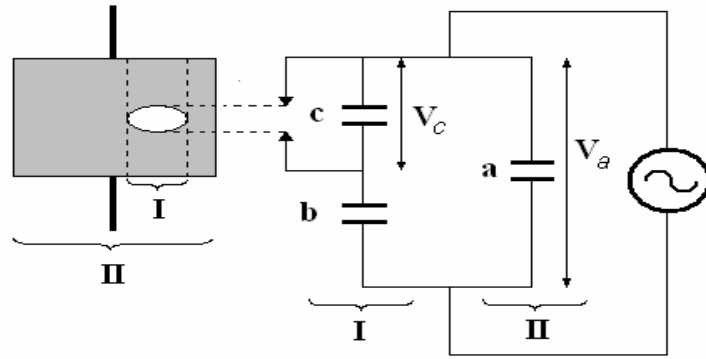
L'action des DP peut conduire soit à la formation de produits inhibiteurs de décharges (auto extinction des décharges), soit à la défaillance totale ou partielle de l'isolation par échauffement excessif ou par formation d'un défaut (craquelure, arborescence) dépassant une taille critique [42].

#### I.7.5.3. Décharges internes

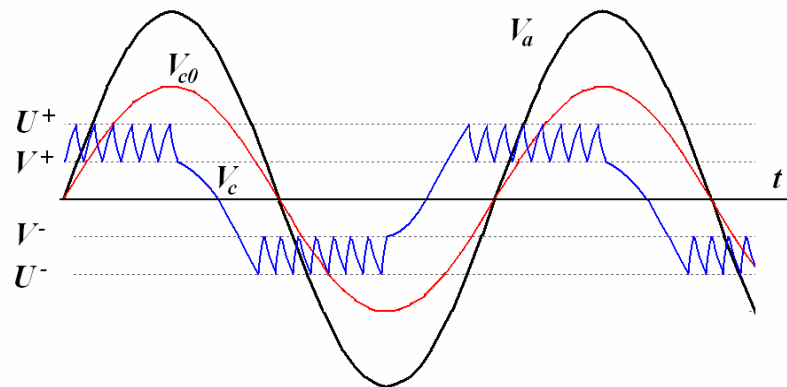
Le comportement des décharges internes peut être présenté par le circuit équivalent composé de 3 condensateurs notés a, b et c (Fig. I.11).

- ✓ c : la capacité de la cavité, qui est en parallèle avec un éclateur. Lorsque la tension de claquage de la cavité est atteinte, l'éclateur se met en court-circuit.
- ✓ b : la capacité du diélectrique sans DP en série avec la cavité.
- ✓ a : la capacité équivalente de l'isolant en parallèle avec a et b. Cette capacité correspond à la partie saine de l'isolant.
- ✓  $V_a$  : la tension appliquée aux bornes du diélectrique.
- ✓  $V_c$  : la tension aux bornes de la cavité.





**Figure. I.11: Modèle classique des capacités équivalentes d'un diélectrique avec une cavité interne [43].**



**Figure. I.12: Récurrence des DP dans une cavité [43].**

Dans l'hypothèse où il n'y a pas de claquage dans le condensateur c, si une tension alternative  $V_a$  est appliquée sur le diélectrique, une tension  $V_{c0}$  apparaît à travers la cavité.

$$V_{c0} = \frac{b}{c+b} V_a \quad (\text{I.1})$$

Lorsque la tension dans la cavité ( $V_c$ ) dépasse une certaine valeur critique  $U^+$  (tension d'initiation), une décharge partielle apparaît.  $V_c$  chute à une valeur d'extinction  $V^+$  et la décharge disparaît. Cette chute de tension se produit sur une durée très courte (quelques nano secondes) par rapport à la période de la tension sinusoïdale appliquée (50Hz). Ensuite, la tension aux bornes de la cavité augmente à nouveau, et s'effondre lorsque la valeur  $U^+$  est atteinte, une nouvelle décharge se produit. Ce phénomène perdure jusqu'à ce que la tension appliquée  $V_a$  n'augmente plus (phase  $\varphi=90^\circ$ ). Le même phénomène se produit pendant l'alternance négative (arrêt des décharges à  $270^\circ$ ) avec des seuils d'apparition et d'extinction de décharges à  $U^-$  et  $V^-$ . Ces décharges dans la cavité

produisent des impulsions de courant rapides (quelque nano secondes) dans l'échantillon et le circuit externe (Figure II.5.3.b).

#### II.7.5.4. Mesure des décharges partielles

La charge apparente présente lors d'une DP peut être mesurée de différentes manières. Plusieurs travaux ont été publiés sur le sujet [40].

##### 1. Charge transférée et charge apparente

Lorsqu'une décharge se produit dans le matériau, une quantité de *charge transférée*  $\Delta q_i$  dans la cavité (ou dans le cas de décharge de surface, la charge transfère le long de la surface) est en considérant le modèle *abc* :

$$\Delta q_i = \left(c + \frac{ab}{a+b}\right) \Delta V_c \quad (\text{I.2})$$

Avec :  $\Delta V_c = (U^+ - V^+)$

En l'absence de DP,  $\Delta q_i = 0$  puisque  $\Delta V_c = 0$  où *a*, *b*, *c*,  $U^+$ ,  $V^+$  sont illustrées sur la (Fig. I.12). Si les dimensions de la cellule est grande par rapport la cavité, nous avons  $b \ll a$  et la charge transférée est:

$$\Delta q_i = (b+c)(U^+ - V^+) \quad (\text{I.3})$$

La charge  $\Delta q_i$  transférée dans la cavité est un bon indicateur pour évaluer les DP et donc l'image de la dégradation du matériau. Aucune technique de détection ne permet de mesurer cette valeur. Par contre, la charge qui se déplace aux bornes de l'échantillon (appelé charge apparente  $\Delta q$ ) peut être mesurée.

La tension aux bornes de l'échantillon est égale à :

$$V_a = \frac{b}{a+b} \Delta V_c \quad (\text{I.4})$$

Lorsqu'une décharge se produit, le condensateur C est court-circuité, donc la charge apparente  $\Delta q$  dans le circuit extérieur est :

$$\Delta q = (a+b)V_a \quad (\text{I.5})$$

En introduisant (I.4) dans (I.5) on obtient :

$$\Delta q = b(U^+ - V^+) \quad (\text{I.6})$$

A partir de (I.5) et de (I.6), nous déduisons la charge apparente  $\Delta q$  à partir de la charge réelle  $\Delta q_i$  :

$$\Delta q = \frac{b}{b+c} \Delta q_i \quad (\text{I.7})$$

Dans l'approximation du modèle **abc**, la charge réelle est sous-estimée lors de la mesure de la charge apparente. Dans [40], il a été montré que l'énergie (W) dissipée par une décharge est proportionnelle à la charge apparente  $\Delta q$ . Pour cette raison, la charge apparente est considérée comme une mesure relativement fiable de l'amplitude de la décharge.

## 2. Principes de mesure des décharges partielles

Le montage de mesure élémentaire est représenté à la (Fig. I.13) Les éléments du montage sont :

- Une source haute tension sans décharge  $V$ .
- L'échantillon à caractériser  $C_e$ .
- Une impédance de mesure  $Z$ .
- Un condensateur de couplage  $K$ .
- Un amplificateur  $A$ .
- Une unité d'observation  $O$ .

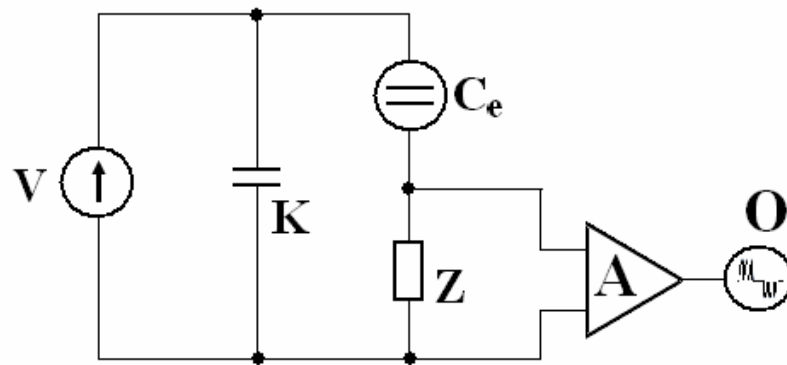


Figure. I.13: Schéma de principe d'un système de détection élémentaire [40].

La cellule de mesure ( $C_e$ ) est connectée en série avec une impédance de mesure  $Z$ . Le condensateur de couplage  $K$  est un élément important du circuit. C'est un condensateur haute tension exempt de décharges qui fournit la tension de manière transitoire à la cellule en test lors des DP qui typiquement durent quelques ns. Son inductance parasite doit être nécessairement très faible et sa capacité importante. Lorsqu'une décharge se produit, un courant transitoire de quelque ns circule dans le circuit extérieur, qui correspond à une quantité de charge appelée charge apparente. Cette impulsion peut être mesurée à l'aide de l'impédance de mesure  $Z$ , souvent composée par un

circuit RLC parallèle. L'inductance  $L$  atténue fortement les composantes basses fréquences du signal mesuré, la capacité  $C$  intègre les impulsions rapides de DP, et la résistance  $R$  amortit les oscillations de tension à ses bornes. Après calibration, ce circuit permet de mesurer un signal proportionnel à la charge apparente des DP.

## I.8. Conclusion

La structure microscopique d'un isolant polymère prescrit les propriétés physiques, mécaniques et électriques que l'on attend de cet isolant. L'objectif de cette partie est de présenter l'enchaînement de mécanismes probables ayant lieu à partir de la mise en service d'un isolant organique jusqu'à la rupture de ce dernier. Sous l'application d'une tension, il y aura apparition de vacuoles au sein de l'isolant, donc, ce n'est qu'un début du vieillissement électrique, qui pourra conduire à la dégradation si des décharges prennent naissance dans cette vacuole. La présence de décharges partielles internes dans cet isolant solide contribue à l'apparition d'une branche comme celle d'un arbre puis se développe jusqu'à le phénomène d'arborescence après c'est la fin de vie ou bien la rupture de cette isolant.

Avec cette étude, nous sommes parvenus à savoir comment comprendre ce phénomène à travers les nombreux travaux réalisés aux paravents, soit dans les caractéristiques des différentes arborescences, leurs phases d'évolution ainsi que les mécanismes. Les remèdes développés pour pouvoir limiter à l'avenir et quelques facteurs qui influent sur les arborescences.

Une large étude a été portée tout de même sur les décharges partielles, ou on peut détecter et mesurer les courants de décharges sans subir des interruptions de service

*Chapitre II*  
*Modélisation analytiques des*  
*arborescences*

## II.1. Introduction

Dans ce chapitre nous présenterons une modélisation analytique des arborescences évoluant dans un matériau diélectrique. Pour ce faire, nous assimilons ces arborescences, qu'elles soient électriques ou électrochimique, à des formes géométriques simples correspondant aux formes distinctes d'arborescences révélées par les travaux expérimentaux [6] soient : buisson (hérissou), branche (filamentaire) et buisson-branche.

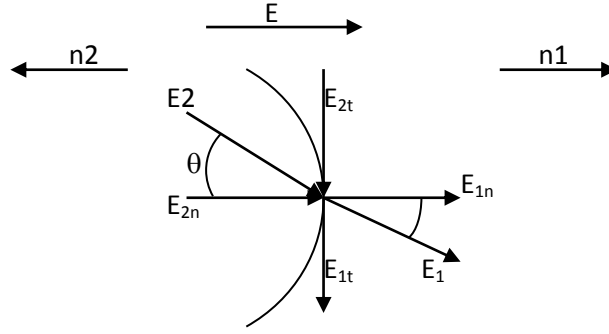
L'arborescence buisson est assimilée à une sphère de rayon  $R$ , tandis que l'arborescence filamentaire est assimilée à un cylindre de diamètre  $2.r_f$ . Les parois de ces cavités sont supposées conductrices portées au même potentiel électrique que l'électrode haute tension. Le champ à la tête active des arborescences permet d'entretenir leur propagation ; qu'il s'agisse d'une interface arborescence/polymère chargée ou non, il peut être calculé en assimilant cette tête vive à une sphère ou demi-sphère respectivement, de rayon  $R$  ou  $r_f$  selon la forme considérée : buisson ou branche respectivement. L'arborescence buisson-branche est alors assimilée à une forme sphère-cylindre.

Compte tenu de ce que l'interface arborescence/polymère soit chargée ou non, nous établissons l'expression mathématique décrivant la dynamique de la propagation de l'arborescence (c'est à dire la vitesse et la longueur de l'arborescence). Parmi les contraintes agissant directement sur l'évolution de l'arborescence, celle résultant directement de l'application du champ électrique, soit la pression électrostatique.

Il sera donc utile de connaître l'expression de la pression électrostatique en tout point de l'arborescence, ainsi que la répartition du champ électrique, du courant et de la quantité de décharge dans le matériau isolant en présence de cette arborescence.

## II.2. Pression électrostatique

La pression électrostatique  $P_e$  est déterminée dans une cavité de permittivité  $\epsilon_2$  et de conductivité  $\gamma_2$ , où règne un champ électrique  $E_2$ , dans un matériau non chargé initialement, de permittivité  $\epsilon_1$  et de conductivité  $\gamma_1$  soumis à un champ électrique  $E_1$  de densité de charge surfacique  $\sigma$  (figure II.1)



**Figure. II.1: Représentation des champs électriques  $E_1$  et  $E_2$  des deux côtés de l'interface de la cavité.**

On considère  $\sigma$ , la densité de charge surfacique et  $E_2$ , le champ électrique à l'intérieur de la cavité et dont les composantes normales et tangentielle sont respectivement  $E_{2n}$  et  $E_{2t}$ . En tout point de la surface de la cavité, la pression électrostatique totale  $P_e$  est :

$$\vec{P}_e = \vec{P}_{en} + \vec{P}_{et} \quad (\text{II.8})$$

Où  $P_{en}$  et  $P_{et}$  sont les pressions électrostatiques correspondant respectivement aux champs électriques  $E_1$  et  $E_2$  des deux côtés de l'interface de la cavité (Fig. II.1). L'expression générale sera donc comme suit :

$$\vec{P}_e = \frac{1}{2\varepsilon_1} \cdot \left\{ (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot [\varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \sin^2 \theta] \cdot E_2^2 - 2 \cdot \varepsilon_2 \cdot \sigma \cdot E_2 \cdot \cos \theta - \sigma^2 \right\} \cdot \vec{n}_2 + \sigma \cdot E_2 \cdot \sin \theta \cdot \vec{t}_2 \quad (\text{II.9})$$

Où :

$$\vec{P}_{en} = \frac{1}{2\varepsilon_1} \cdot \left\{ (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot [\varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \sin^2 \theta] \cdot E_2^2 - 2 \cdot \varepsilon_2 \cdot \sigma \cdot E_2 \cdot \cos \theta - \sigma^2 \right\} \cdot \vec{n}_2 \quad (\text{II.10})$$

Et :

$$\vec{P}_{et} = \sigma \cdot E_2 \cdot \sin \theta \cdot \vec{t}_2 \quad (\text{II.11})$$

Dans le cas où l'interface de l'Arborescence n'est pas chargée ( $\sigma = 0$ ), les équations (II.10) et (II.11) se ramènent aux équations (II.12) et (II.13) :

$$P_{en}(\sigma = 0 \text{ et } \theta \neq 0) = \frac{1}{2\varepsilon_1} \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot [\varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \sin^2 \theta] \cdot E_2^2 \quad (\text{II.12})$$

$$\vec{P}_{et} = 0 \quad (\text{II.13})$$

Si on considère la pression  $P_e$  dans la direction du champ électrique appliqué aux électrodes, on aura :

$$P_e = P_{en}(\sigma = 0 \text{ et } \theta = 0) = \frac{1}{2\varepsilon_1} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \varepsilon_2 \cdot E_2^2 \quad (\text{II.14})$$

Ou bien :

$$P_e = \frac{1}{2\varepsilon_2} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \varepsilon_1 \cdot E_1^2 \quad (\text{II.15})$$

Si maintenant, on revient au cas général ( $\sigma \neq 0$ ), la pression électrostatique orientée dans l'axe des électrodes, est :

$$P_e = P_{en}(\sigma \neq 0 \text{ et } \theta = 0) = \frac{1}{2\varepsilon_1} \{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \varepsilon_2 \cdot E_2^2 - 2 \cdot \sigma \cdot \varepsilon_2 \cdot E_2 - \sigma^2\} \quad (\text{II.16})$$

Ou bien :

$$P_e = P_{en}(\sigma \neq 0 \text{ et } \theta = 0) = \frac{1}{2\varepsilon_2} \{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \varepsilon_1 \cdot E_1^2 - 2 \cdot \sigma \cdot \varepsilon_1 \cdot E_1 + \sigma^2\} \quad (\text{II.17})$$

Comme on peut le remarquer, la répartition des champs électriques dans le mécanisme d'évolution des arborescences est d'une grande importance. Pour cela il serait donc utile de connaître cette répartition pour les différentes configurations considérées

### II.3. Expression du champ électrique

#### II.3.1. cas où l'interface Arborescence/polymère n'est pas chargée ( $\sigma = 0$ )

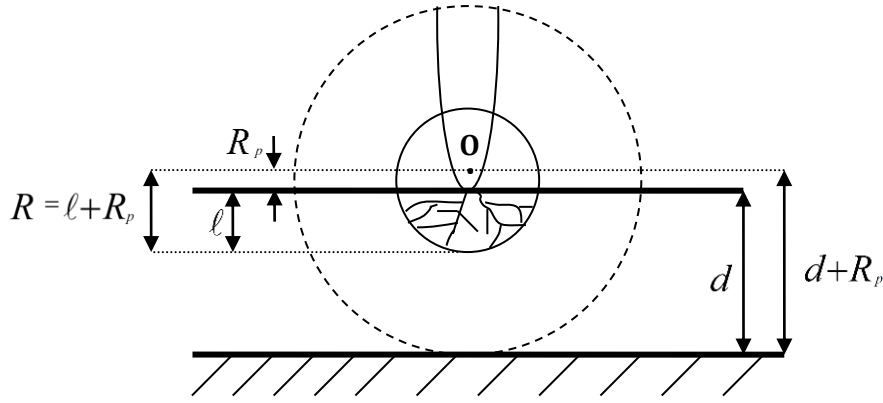
##### II.3.1.1. Cas d'une arborescence ouverte – buisson ( $\sigma = 0$ )

Soit un matériau diélectrique placé entre un système à deux électrodes de géométrie pointe-plan soumis à une tension  $U$ . L'arborescence ouverte, initiée au niveau de la pointe, est assimilée à une cavité sphérique conductrice, de rayon  $R$  [m], de même potentiel électrique que l'électrode pointe HT, de rayon de courbure  $r_p$  [m]. La cavité évolue du centre  $\mathbf{o}$  de l'électrode pointe HT, tout en restant sphérique durant son expansion, vers l'électrode plane mise à la terre et qui est assimilée à une sphère de rayon  $\mathbf{d} + r_p$ , concentrique à la première. La cavité sphérique de rayon  $R$ , a une permittivité  $\varepsilon_2$  et une conductivité  $\gamma_2$ , et évolue dans un matériau isolant de permittivité  $\varepsilon_1$  et de conductivité  $\gamma_1$ , telle qu'il est indiqué sur la Fig.II.2.

Où :  $l$  [m] est la longueur de l'arborescence.

$d$  [m] est la distance inter-électrodes.





**Figure. II.2: Représentation schématique du modèle sphérique centrée sur o**

La cavité évolue à partir du centre o de l'électrode pointe haute tension vers l'électrode opposée, tel que à  $t=0$ ,  $R_0=r_p$ .

Où :  $R_0$  [m] est le rayon initial de la cavité (arborescence).

En appliquant les conditions aux limites :

$$\begin{cases} r = \ell + r_p \Rightarrow v(r) = u \\ r = d + r_p \Rightarrow v(r) = 0 \end{cases}$$

L'équation de Laplace, en coordonnées sphériques, nous permet de déterminer le champ électrique à l'interface cavité / isolant de rayon R est donné par :

$$E(R) = u \cdot \frac{(\ell + r_p) \cdot (d + r_p)}{(d - \ell) \cdot R^2} \quad (\text{II.18})$$

Puisque :

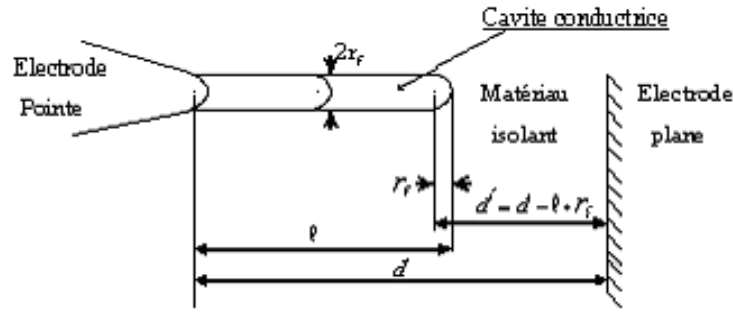
$$R = \ell + r_p \quad (\text{II.19})$$

Donc, on remplaçant (II.19) dans (II.18) on aura:

$$E(\ell) = u \cdot \frac{(d + r_p)}{(d - \ell) \cdot (\ell + r_p)} \quad (\text{II.20})$$

### II.3.1.2.Cas d'une arborescence ouverte– filamentaire ( $\sigma=0$ )

Nous considérant dans ce qui suit une arborescence filamentaire évoluant dans un matériau diélectrique soumis à une contrainte de tension, placée entre deux électrodes de géométrie pointe-plan. Si on considère un filament comme une extension de la pointe se déplaçant vers l'électrode opposée et si on l'assimile à un cylindre de rayon  $r_f$ .



**Figure. II.3: Représentation schématique du modèle filamenteire (Approximation sphérique).**

L'expression du champ électrique  $E_1$  sur le front de la petite sphère de rayon  $r_f$  (Fig. II.3) est déterminée pour les conditions aux limites suivantes :

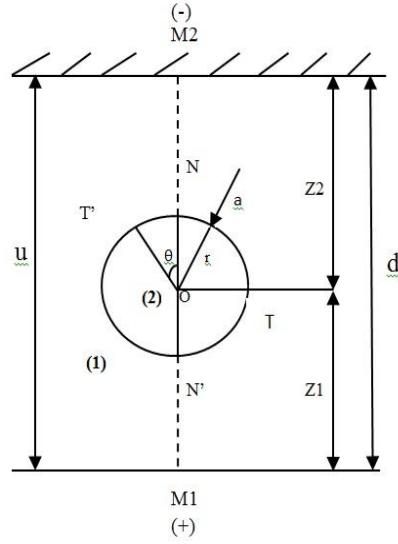
$$\begin{cases} r=r_f \Rightarrow V(r)=u \\ r=d-l+r_f \Rightarrow V(r)=0 \end{cases}$$

$$E = \frac{u}{r_f} \left( \frac{d-l+r_f}{d-l} \right) \quad (\text{II.21})$$

### II.3.2. cas où l'interface Arborescence/polymère est chargée ( $\sigma \neq 0$ )

Soit une cavité sphérique se trouvant dans le volume d'un matériau diélectrique placé entre deux électrodes planes soumis à une tension  $U$ , telle qu'il est indiqué sur la (Fig. II.4). La cavité sphérique de rayon  $a$ , a une permittivité  $\epsilon_2$  et une conductivité  $\gamma_2$ , et évolue dans un matériau isolant de permittivité  $\epsilon_1$  et de conductivité  $\gamma_1$ .

Considérons un système de coordonnées sphérique  $(r, \theta, \psi)$  dont l'origine  $O$  est fixée au centre de la particule (cavité) et dont l'axe de  $z$  est orienté dans le sens du champ électrique ; ce qui implique une symétrie par rapport à l'axe  $Oz$  [6].



**Figure. II.4: Modèle d'une particule sphérique présente dans un diélectrique solide [6].**

Comme le potentiel électrique dans ce cas est indépendant de  $\psi$ , on peut appliquer l'équation de Laplace à ce modèle sous la forme :

$$\nabla^2 \phi_1 = \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \theta^2} + \frac{\text{ctg } \theta}{r^2} \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{II.22})$$

D'autre part, on a les relations suivantes :

$$E_{1n} = -\frac{\partial \phi_1}{\partial r} \quad (\text{II.23})$$

Et :

$$E_{1t} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial \theta} \quad (\text{II.24})$$

Puisque la densité de charge superficielle n'est pas nulle, on a :

$$\sigma = D_{1n} - D_{2n} ; \quad r=a \quad (\text{II.25})$$

Où bien :

$$\sigma = \varepsilon_1 \cdot E_1 - \varepsilon_2 \cdot E_2 \quad (\text{II.26})$$

De même on a :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \gamma_2 \cdot E_{2n} - \gamma_1 \cdot E_{1n} ; \quad r=a \quad (\text{II.27})$$

La solution de l'équation (II.22) doit satisfaire les conditions aux limites :

$$\begin{cases} (1) & r=a & ; & E_{1t}=E_{2t}. \\ (2) & r \gg a & ; & \phi_1=-E_0 \cdot r \cdot \cos\theta. \\ (3) & t=0 & ; & \phi_1=0. \end{cases}$$

Ainsi, la solution de l'équation (II.22) sera de la forme :

$$\phi_1 = A_0 + A_1 \cdot r \cdot \cos \theta + \frac{B_0}{r} + \frac{B_1}{r^2} \cdot \cos \theta + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{B_n}{r^{n+1}} \cdot P_n \cos \theta \quad (\text{II.28})$$

En vertu de la première condition aux limites, on aura quel que soit  $\theta$  :

$$B_1 = -a^3 (A_1 + E_2) \text{ et } B_n = 0$$

Et de la deuxième condition aux limites, on déduit :

$$A_0 = 0 ; A_1 = -E_0 \text{ et } B_0 = 0$$

Il en résulte que :

$$B_1 = a^3 (E_0 - E_2)$$

L'équation (II.28) devient alors :

$$\phi_1 = -E_0 \cdot r \cdot \cos \theta + (E_0 - E_2) \cdot \frac{a^3}{r^2} \cos \theta \quad (\text{II.29})$$

Par substitution dans (II.25), on aura :

$$\sigma = \varepsilon_1 \cdot [3 \cdot E_0 - (2 + \eta) \cdot E_2] \cdot \cos \theta \quad (\text{II.30})$$

Avec :  $\eta = \varepsilon_2 / \varepsilon_1$ .

Les équations (II.27) et (II.30) donnent :

$$\left\{ \varepsilon_1 \left[ 3 \cdot \frac{\partial E_0}{\partial t} - (2 + \eta) \frac{\partial E_2}{\partial t} \right] + \gamma_1 [3 \cdot E_0 - (2 + \mu) E_2] \right\} \cdot \cos \theta = 0 \quad (\text{II.31})$$

Avec :  $\mu = \gamma_2 / \gamma_1$

Pour que l'équation (II.31) soit vérifiée quel que soit  $\theta$ , le coefficient de  $\cos \theta$  doit être nul.

$$\varepsilon_1 \left[ 3 \cdot \frac{\partial E_0}{\partial t} - (2 + \eta) \frac{\partial E_2}{\partial t} \right] + \gamma_1 [3 \cdot E_0 - (2 + \mu) E_2] = 0 \quad (\text{II.32})$$

Pour résoudre l'équation (II.32), il est nécessaire d'ajouter une relation supplémentaire entre  $E_0$  et  $E_2$ . Par hypothèse, on a l'expression de la tension aux électrodes ( $u$ ) [6] :

$$u = V_{M1} - V_{M2}.$$

On attribue à  $M1$  et  $M2$  leur coordonnées respectivement  $(z_1, \pi)$  et  $(z_2, 0)$  tel que :  $z_1 > 0$  et  $z_2 > 0$ . Par conséquent :

$$u = \phi_1(z_1, \pi) - \phi_1(z_2, 0) \quad (\text{II.33})$$

Par substitution de (II.29) dans (II.33), on aura :

$$u = E_0(z_1 + z_2) - (E_0 - E_2) \cdot a^3 \cdot \left( \frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2} \right)$$

$$u = E_0 \cdot a \cdot \left[ \frac{\alpha_1(1 - \alpha_2^3) + \alpha_2(1 - \alpha_1^3)}{\alpha_1 \cdot \alpha_2} \right] + E_2 \cdot a \cdot (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)$$

D'où :

$$\frac{u}{a} = C_1 \cdot E_0 + C_2 \cdot E_2 \quad (\text{II.34})$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = \frac{\alpha_1(1 - \alpha_2^3) + \alpha_2(1 - \alpha_1^3)}{\alpha_1 \cdot \alpha_2} \\ C_2 = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) \\ \alpha_1 = \frac{a}{z_1} \\ \alpha_2 = \frac{a}{z_2} \end{array} \right.$$

De l'équation (II.34), on tire  $E_0$  :

$$E_0 = \frac{1}{C_1} \cdot \left[ \frac{u}{a} - C_2 \cdot E_2 \right] \quad (\text{II.35})$$

Finalement par substitution et dérivation par rapport à temps de (II.35) dans (II.33), on obtiendra :

$$\frac{\partial E_2}{\partial t} + K_1 \cdot E_2 = L_1 \cdot \frac{du}{dt} + L_2 \cdot u \quad (\text{II.36})$$

Avec :

$$\begin{cases} K_1 = \frac{\gamma_2}{\varepsilon_1} \cdot \left[ \frac{3C_2 + (2 + \mu)C_1}{3C_2 + (2 + \eta)C_1} \right] \\ L_1 = 3 \cdot \frac{1}{a} \cdot \left[ \frac{1}{3C_2 + (2 + \eta)C_1} \right] \\ L_2 = \frac{\gamma_1}{\varepsilon_1} \cdot L_1 \end{cases}$$

Le modèle de l'arborescence est décrit par l'équation (II.36), qui permet de calculer le champ électrique  $E_2$ . Le champ électrique  $E_1$  est déduit par les équations (II.23, II.24, II.29 et II.35). La valeur maximale de  $E_1$ , qui est d'une grande importance est obtenue pour  $\theta=0$  et  $r=a$

Ainsi :

$$E_{1\max} = \frac{3 \cdot u}{C_1 \cdot a} - \left( \frac{3C_2 + 2C_1}{C_1} \right) \cdot E_2$$

Ou encore :

$$E_{1\max} = 3 \cdot \left( \frac{d}{C_1 \cdot a} \right) \cdot E_{moy} - \left( \frac{3C_2 + 2C_1}{C_1} \right) \cdot E_2 \quad (\text{II.37})$$

Avec :

$$E_{moy} = \frac{u}{d} \quad (\text{II.38})$$

Le champ électrique  $E_2$  à l'intérieur de la particule (cavité) dépend de la forme de la tension appliquée aux électrodes.

Considérons les deux types de tension les plus intéressantes pour les utilisateurs de câble : la tension continue et la tension sinusoïdale.

- **Cas d'une tension continue** ( $u=\text{constante}$ ):

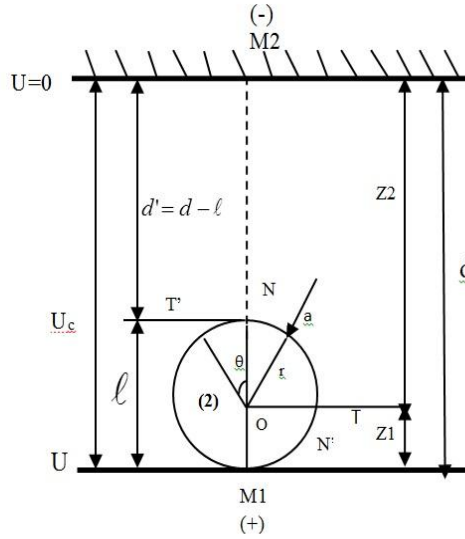
$$E_2 = \frac{L_2 \cdot U}{K_1} \cdot [1 - e^{-K_1 t}] \quad (\text{II.39})$$

- **Cas d'une tension sinusoïdale**  $u = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$ :

$$E_2 = \frac{1}{(\omega^2 + K_1^2)} \cdot [(L_2 K_1 + L_1 \omega^2) \cdot U + (L_1 K_1 - L_2) \omega \cdot U_m (\cos \omega t - e^{-K_1 t})] \quad (\text{II.40})$$

**II.3.2.1. Cas d'une arborescence ouverte – buisson ( $\sigma \neq 0$ )**

Considérons l'arborescence à ses débuts, c'est-à-dire le cas où la longueur ( $\ell = 2.a$ ) de celle-ci est faible par rapport à l'épaisseur de l'isolant ( $a/d \ll 1$ ). Le Modèle d'une particule sphérique présente dans un diélectrique solide est ramené au cas d'une sphère tangente à l'électrode plane HT (Fig. II.5).



**Figure. II.5: Modèle d'une particule sphérique tangente à l'électrode plane.**

Les expressions du champ précédentes sont adaptées au cas de l'arborescence ouverte à  $\sigma \neq 0$  pour les conditions suivantes :

$$z_1 = a = \ell / 2 ; z_2 = d - a$$

$$\alpha_1 = \frac{a}{z_1} = \frac{a}{a} = 1 ; \quad \alpha_2 = \frac{a}{z_2} = \left(\frac{a}{d}\right) \ll 1$$

On aura :

$$\left\{ \begin{aligned} C_1 &= \frac{\alpha_1(1 - \alpha_2^3) + \alpha_2(1 - \alpha_1^3)}{\alpha_1 \cdot \alpha_2} = \left(\frac{d}{a}\right) \\ C_2 &= (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) = 1 \\ K_1 &= \frac{\gamma_1}{\epsilon_1} \cdot \left[ \frac{3C_2 + (2 + \mu)C_1}{3C_2 + (2 + \eta)C_1} \right] = \frac{\gamma_1}{\epsilon_1} \cdot \frac{(2 + \mu)}{(2 + \eta)} \\ L_1 &= 3 \cdot \frac{1}{a} \cdot \left[ \frac{1}{3C_2 + (2 + \eta)C_1} \right] = \frac{3}{a} \cdot \frac{1}{3 + (2 + \eta)(d/a)} \approx \frac{3}{d} \cdot \frac{1}{(2 + \eta)} \\ L_2 &= \frac{\gamma_1}{\epsilon_1} \cdot L_1 \end{aligned} \right.$$

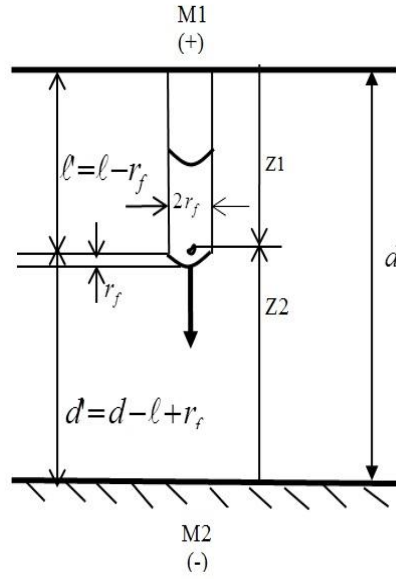
L'expression du champ électrique maximale a été donnée par l'équation (II.37) telle que :

$$E_{1\max}(\theta = 0) = \frac{3u}{C_1 \cdot a} - \left( \frac{3C_2 + 2C_1}{C_1} \right) \cdot E_2$$

En appliquant les conditions citées ci-dessus, on obtient :

$$E_{1\max}(\theta = 0) \approx \frac{3u}{d} - 2E_2 \quad (\text{II.41})$$

### II.3.2.2. Cas d'une arborescence ouverte– filamentaire ( $\sigma \neq 0$ )



**Figure. II.6: Représentation schématique du modèle filamentaire (Approximation sphérique).**

Les expressions du champ précédentes sont adaptées au cas de l'arborescence ouverte à  $\sigma \neq 0$  pour les conditions suivantes (Fig. II.6) :

$$z_1 = \ell' = \ell - r_f ; \quad z_2 = d - \ell + r_f$$

$$\alpha_1 = \frac{r_f}{z_1} = \frac{r_f}{\ell - r_f} ; \quad \alpha_2 = \frac{r_f}{z_2} = \frac{r_f}{d - \ell + r_f}$$



On aura :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = \frac{\alpha_1(1-\alpha_2^3) + \alpha_2(1-\alpha_1^3)}{\alpha_1 \cdot \alpha_2} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} - \alpha_1^2 - \alpha_2^2 = \frac{d}{r_f} - C_2 \\ C_2 = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) = \frac{d}{r_f} - C_1 \\ K_{1f} = \frac{\gamma_1}{\varepsilon_1} \cdot \left[ \frac{3C_2 + (2+\mu)C_1}{3C_2 + (2+\eta)C_1} \right] = \frac{\gamma_1}{\varepsilon_1} \cdot \left[ \frac{3\left(\frac{d}{r_f} - C_1\right) + (2+\mu)C_1}{3\left(\frac{d}{r_f} - C_1\right) + (2+\eta)C_1} \right] = \frac{\gamma_1}{\varepsilon_1} \cdot \left[ \frac{3\frac{d}{r_f} + (\mu-1)C_1}{3\frac{d}{r_f} + (\eta-1)C_1} \right] = \frac{\gamma_1}{\varepsilon_1} \cdot \left[ \frac{3 \cdot d + (\mu-1)C_1 \cdot r_f}{3 \cdot d + (\eta-1)C_1 \cdot r_f} \right] \\ L_{1f} = 3 \cdot \frac{1}{r_f} \cdot \left[ \frac{1}{3C_2 + (2+\eta)C_1} \right] = \frac{3}{r_f} \cdot \left[ \frac{1}{3\frac{d}{r_f} + (\eta-1)C_1} \right] = \frac{3}{3 \cdot d + (\eta-1)C_1 \cdot r_f} \\ L_{2f} = \frac{\gamma_1}{\varepsilon_1} \cdot L_{1f} \end{array} \right.$$

L'expression du champ électrique maximale a été donnée par l'équation (II.37) telle que :

$$E_{1\max}(\theta = 0) = \frac{3u}{C_1 \cdot r_f} - \left( \frac{3C_2 + 2C_1}{C_1} \right) \cdot E_2$$

En appliquant les conditions citées ci-dessus, on obtient :

$$E_{1\max}(\theta = 0) = \frac{3 \cdot u}{C_1 \cdot r_f} - \left( \frac{3\left(\frac{d}{r_f} - C_1\right) + 2C_1}{C_1} \right) E_2$$

D'où :

$$E_{1\max}(\theta = 0) = \frac{3 \cdot u}{C_1 \cdot r_f} - \left( \frac{3d}{C_1 \cdot r_f} - 1 \right) E_2 \quad (\text{II.42})$$

## II.4. Bilan énergétique

### II.4.1. Cas d'une arborescence ouverte – buisson ( $\sigma \neq 0$ et $\sigma = 0$ )

Si on assimile l'arborescence à une cavité conductrice qui se développe de l'électrode haute tension vers le plan mis à la terre tout en gardant une forme sphérique durant son extension, le travail  $W$  [J] effectué par toutes les forces agissant sur l'interface cavité/ isolant est égale à :

$$W = \int_{R_p}^R 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot P_e \cdot dR \quad (\text{II.43})$$

Ce travail doit être égal à l'énergie cinétique  $E_c$  [J] de l'arborescence (cavité).

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \left( \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \right) \cdot \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 \quad (\text{II.44})$$

Avec:

$\rho$  [Kg/m<sup>3</sup>] : masse volumique du polymère.

$m$  [Kg]: masse du solide déplacé.

$v$  [m/s] : vitesse de déplacement de l'arborescence.

Ce qui nous donne en moyennant les deux équations précédentes :

$$\int_{R_p}^R 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot P_e \cdot dR = \frac{2}{3} \cdot \rho \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 \quad (\text{II.45})$$

Par différentiation de l'équation (II.45) nous obtenons :

$$4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot P_e = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot \rho [3 \cdot R^2 \cdot \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 + 2 \cdot R^3 \cdot \frac{d^2R}{dt^2}] \quad (\text{II.46})$$

En supposant le mouvement de l'arborescence uniforme, les dérivées secondes de R par rapport au temps sont nulles ; une hypothèse qui nous permet d'écrire l'équation (II.46) sous la forme suivante :

$$P_e = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 \quad (\text{II.47})$$

#### II.4.2. Cas d'une arborescence ouverte– filamentaire ( $\sigma \neq 0$ et $\sigma = 0$ )

L'expression de travail de toutes les forces agissant sur les parois du filament (interface arborescence / polymère) est donnée par :

$$W = \int_{\ell_0}^{\ell} \frac{4}{2} \pi \cdot r_f^2 \cdot P_e \cdot d\ell \quad (\text{II.48})$$

Ce travail doit être équilibré par l'énergie cinétique  $E_c$  (J) du polymère.

$$E_c = \frac{1}{2} \rho (\pi r_f^2 \ell) \left(\frac{d\ell}{dt}\right)^2 \quad (\text{II.49})$$

Avec:

$\rho$  [Kg/m<sup>3</sup>] : masse volumique du polymère.

$m$  [Kg]: masse du solide déplacé.

$v$  [m/s] : vitesse de déplacement de l'arborescence.

Ce qui nous donne en égalant les deux équations précédentes :

$$\int_{\ell_0}^{\ell} \pi \cdot r_f^2 \cdot P_e \cdot d\ell = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (\pi \cdot r_f^2 \cdot \ell) \cdot \left(\frac{d\ell}{dt}\right)^2 \quad (\text{II.50})$$

Par différentiation de l'équation (II.50) nous obtenons :

$$4\pi r_f^2 P_e = \rho\pi r_f^2 \left[ \left( \frac{d\ell}{dt} \right)^2 + \frac{d^2\ell}{dt^2} \right] \quad (\text{II.51})$$

En supposant le mouvement de l'arborescence uniforme, la dérivée seconde de  $\ell$  par rapport au temps est nulle, une hypothèse qui nous permet d'écrire l'équation (II.51) sous la forme suivante :

$$P_e = \frac{1}{4} \cdot \rho \left( \frac{d\ell}{dt} \right)^2 \quad (\text{II.52})$$

La pression électrostatique due à la densité superficielle de la cavité dans la direction du champ a pour expression l'équation suivante :

## II.5. Cinétique de propagation

### II.5.1. Cas d'une arborescence ouverte – buisson à $\sigma = 0$

Dans le cas d'une interface arborescence / polymère non chargée ( $\sigma=0$ ), l'expression de la pression électrostatique est donnée par l'équation (II.15):

$$P_e = \frac{1}{2\varepsilon_{r2}} \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} (\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2}) E_1^2$$

$$P_e = K \cdot E_1^2 \quad (\text{II.53})$$

Où :

$$K = \frac{1}{2\varepsilon_{r2}} \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} (\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2}) \quad (\text{II.54})$$

On égalisant l'équation (II.53) avec l'équation (II.47) on aura :

$$\frac{1}{2} \rho \left( \frac{d\ell}{dt} \right)^2 = K \cdot E_1^2 \quad (\text{II.55})$$

Les équations (II.20), (II.54) et (II.55) nous donnent :

$$\frac{d\ell}{dt} = K_0 \cdot u \frac{(d+r_p)}{(d-\ell)(\ell+r_p)} \quad (\text{II.56})$$

$$\text{Avec : } K_0 = \sqrt{\frac{2K}{\rho}}$$

L'équation (II.56) donne la vitesse de propagation de l'arborescence, son intégration permet de déterminer la cinétique de propagation  $\ell(t)$ , en fonction des paramètres physiques mis en jeu à savoir : le temps d'évolution, le niveau et la forme de la tension appliquée, la distance inter-électrode, le rayon de courbure de la pointe HT, la nature du matériau isolant. Comme elle permet de déterminer le temps de retard au claquage  $t_b$ .

Considérons les deux cas de tensions les plus évidents, continue et alternative.

- **Cas d'une tension continue** :  $u=\text{constante}$

Après séparation des variables et intégration de l'équation (II.56) on aura :

$$\int_0^t K_0 \cdot U \cdot dt = \int_0^{\ell} \frac{(d-\ell) \cdot (\ell + r_p)}{(d+r_p)} \cdot d\ell \quad (\text{II.57})$$

$$t = \frac{1}{K_0 \cdot U \cdot (d+r_p)} \left[ -\frac{\ell^3}{3} + \frac{1}{2}(d-r_p) \cdot \ell^2 + d \cdot r_p \cdot \ell \right] \quad (\text{II.58})$$

Le temps de retard au claquage est obtenu pour  $\ell = d$  tel que :

$$t_b(U) = \frac{d^2}{6 \cdot K_0 \cdot U} \left[ \frac{d+3 \cdot r_p}{d+r_p} \right] \quad (\text{II.59})$$

Pour :  $r_p \ll d$

$$t_b(U) = \frac{d^2}{6 \cdot K_0 \cdot U} \quad (\text{II.60})$$

- **Cas d'une tension alternative** :  $u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Vu la périodicité de l'onde de tension qui est sinusoïdale, on admet que l'arborescence évolue telle une avalanche, de sorte qu'à chaque demi-période ( $T_p/2$ ), son rayon  $R$  évolue d'une valeur  $\Delta R$ , déterminée par intégration de l'équation (II.56) par demi-période ( $T_p/2$ ), en prenant comme conditions initiales les conditions finales de l'intégration précédente.

Ce qui peut se traduire par l'écriture suivante :

$$\int_{\ell_{i-1}}^{\ell} \frac{(d-\ell) \cdot (\ell + r_p)}{(d+r_p)} \cdot d\ell = K_0 \cdot U_m \int_{(i-1)T_p}^{(2i-1)\frac{T_p}{2}} \sin(\omega t) dt \quad (\text{II.61})$$

Pour  $i=1, \dots, n$ . Où  $n$  est le nombre de période  $T_p$  ;  $\ell_{i-1}$  est la longueur de l'arborescence à la  $(i-1)^{\text{ème}}$  période.

### II.5.2. Cas d'une arborescence ouverte – buisson à $\sigma \neq 0$

Dans le cas de l'interface arborescence/isolant chargée, l'équation décrivant la propagation de l'arborescence est beaucoup plus complexe que celle où  $\sigma = 0$ . En effet,  $E_2$  et  $\sigma$  dépendent dans ce cas de plusieurs paramètres tels que :  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_1, \gamma_2, t, U$  et  $\omega$ .

Ainsi, on égalisant les équations (II.16) et (II.47), on obtient:

$$\frac{1}{2\varepsilon_1} \{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \varepsilon_2 \cdot E_2^2 - 2 \cdot \sigma \cdot \varepsilon_2 \cdot E_2 - \sigma^2\} = \left(\frac{d\ell}{dt}\right)^2 \cdot \frac{\rho}{2} \quad (\text{II.62})$$

$$\text{Pour : } \frac{d^2\ell}{dt^2} \approx 0$$

$$\text{Or : } \sigma = \varepsilon_1 E_1 - \varepsilon_2 E_2$$

Par substitution de (II.41) dans cette équation, on aura :

$$\sigma = 3 \cdot \varepsilon_1 \cdot \frac{u}{d} - (2\varepsilon_1 + \varepsilon_2) E_2 \quad (\text{II.63})$$

Et par substitution de (II.63) dans (II.62), on aura :

$$\frac{1}{\rho} \cdot [(\varepsilon_2 - 4\varepsilon_1) \cdot E_2^2 + 12\varepsilon_1 \cdot u \cdot \frac{E_2}{d} - 9 \cdot \varepsilon_1 \left(\frac{u}{d}\right)^2] = \frac{1}{4} \left(\frac{d\ell}{dt}\right)^2$$

La vitesse de propagation de l'arborescence est donnée par la relation :

$$\frac{d\ell}{dt} = \sqrt{\frac{4\varepsilon_0}{\rho} \left[ (\varepsilon_{r2} - 4\varepsilon_{r1}) \cdot E_2^2 + 12 \cdot \varepsilon_{r1} \cdot \frac{u}{d} \cdot E_2 - 9 \cdot \varepsilon_{r1} \cdot \left(\frac{u}{d}\right)^2 \right]} \quad (\text{II.64})$$

D'autre part, comme on l'a déjà vu,  $E_2$  dépend également de la forme de la tension. Or, les tensions les plus intéressantes à étudier sont les tensions continue et alternative.

Considérons les deux types de tension les plus intéressantes pour les utilisateurs de câble : la tension continue et la tension sinusoïdale.

Pour  $u = \text{constante}$

$$E_2 = \frac{L_2 \cdot U}{K_1} \cdot [1 - e^{-K_1 t}] \quad (\text{II.65})$$

Où, pour  $u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$ ;  $\omega = 2\pi f$ .

Avec  $f$ : la fréquence en HZ.

$$E_2 = \frac{1}{(\omega^2 + K_1^2)} \cdot [(L_2 K_1 + L_1 \omega^2) \cdot U_m + (L_1 K_1 - L_2) \omega \cdot U_m (\cos(\omega \cdot t) - e^{-K_1 t})] \quad (\text{II.66})$$

Les expressions simplifiées de ces deux dernières équations sont respectivement :

$$E_2 = \frac{3}{d} \cdot \frac{1}{(2 + \mu)} \cdot [1 - e^{-K_1 t}] \quad (\text{II.67})$$

$$E_2 = \frac{1}{(\omega^2 + K_1^2)} \cdot L_1 \left[ \left( K_1 \frac{\gamma_1}{\varepsilon_1} + \omega^2 \right) \cdot U_m + \left( K_1 - \frac{\gamma_1}{\varepsilon_1} \right) \omega \cdot U_m (\cos(\omega \cdot t) - e^{-K_1 t}) \right] \quad (\text{II.68})$$

- **Cas d'une tension continue** :  $u = \text{constante}$

L'équation de propagation de l'arborescence, obtenue par substitution de (II.67) dans (II.64) est donnée par :

$$\frac{d\ell}{dt} = \frac{U}{d} \cdot \sqrt{\frac{4\varepsilon_0}{\rho} \left[ (\varepsilon_{r2} - 4\varepsilon_{r1}) \left[ \frac{3d}{(2 + \mu)} (1 - e^{-K_1 t}) \right]^2 + \frac{36\varepsilon_{r1}}{(2 + \mu)} (1 - e^{-K_1 t}) - 9\varepsilon_{r1} \right]} \quad (\text{II.69})$$

- **Cas d'une tension alternative** :  $u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$

En pratique le champ électrique  $E_2$  de l'équation (II.68) tend très vite vers :

$$E_2 = \frac{L_1}{(\omega^2 + K_1^2)} \cdot \left[ K_1 \cdot \frac{\gamma_1}{\varepsilon_1} + \omega^2 \right] U_m \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (\text{II.70})$$

En remplaçant l'équation (II.70) et l'équation de propagation devienne :

$$\frac{d\ell}{dt} = \sqrt{\frac{4\varepsilon_0}{\rho} \left[ (\varepsilon_{r2} - 4\varepsilon_{r1}) \cdot \left[ \frac{L_1 d^2}{(\omega^2 + K_1^2)} \left( \frac{K_1 \cdot \gamma_1}{\varepsilon_1} + \omega^2 \right) \right]^2 + \frac{12\varepsilon_{r1} \cdot d \cdot L_1}{(\omega^2 + K_1^2)} \left( \frac{K_1 \cdot \gamma_1}{\varepsilon_1} + \omega^2 \right) - 9 \cdot \varepsilon_{r1} \right]} \cdot \frac{U_m \sin(\omega \cdot t)}{d} \quad (\text{II.71})$$

L'équation (II.71) devient ensuite :

$$\int_{\ell_{i-1}}^{\ell} d\ell = \sqrt{\frac{4\varepsilon_0}{\rho} \left[ (\varepsilon_{r2} - 4\varepsilon_{r1}) \cdot \left[ \frac{L_1 d^2}{(\omega^2 + K_1^2)} \left( \frac{K_1 \cdot \gamma_1}{\varepsilon_1} + \omega^2 \right) \right]^2 + \frac{12\varepsilon_{r1} \cdot d \cdot L_1}{(\omega^2 + K_1^2)} \left( \frac{K_1 \cdot \gamma_1}{\varepsilon_1} + \omega^2 \right) - 9 \cdot \varepsilon_{r1} \right]} \cdot \frac{U_m}{d} \int_{(i-1)T_p}^{(2i-1)\frac{T_p}{2}} \sin(\omega \cdot t) \cdot dt \quad (\text{II.72})$$

### II.5.3. Cas d'une arborescence ouverte – filamenteuse à $\sigma = 0$

En égalisant l'équation (II.15) avec l'équation (II.52), on aura :

$$\frac{1}{4} \cdot \rho \left( \frac{d\ell}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2\varepsilon_{r2}} \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} (\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2}) E_1^2 \quad (\text{II.73})$$

On remplace l'équation (II.21) du champ électrique dans l'équation (II.73), on obtient :

$$\rho \left( \frac{d\ell}{dt} \right)^2 = \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} (\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2}) \left[ \frac{u}{r_f} \left( \frac{d - \ell + r_f}{d - \ell} \right) \right]^2 \quad (\text{II.74})$$

On pose:  $K_f = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} (\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2})$

Donc, la cinétique de propagation est donnée par l'équation:

$$\frac{d\ell}{dt} = K_{0f} \cdot \frac{u}{r_f} \left( \frac{d - \ell + r_f}{d - \ell} \right) \quad (\text{II.75})$$

Avec :

$$K_{0f} = \sqrt{\frac{2 \cdot K_f}{\rho}}$$

- **Cas d'une tension continue:**  $u = \text{constante}$

La longueur de l'arborescence est déterminée par intégration de l'équation (II.75), on aura :

$$k_{0f} \cdot U \int_0^t dt = \int_{r_f}^{\ell} \left[ r_f - \frac{r_f^2}{d - \ell} \right] d\ell \quad (\text{II.76})$$

Le temps de retard au claquage est obtenu pour  $\ell = d$  tel que :

$$t_b = t(\ell = d) = \frac{1}{k_{0f} \cdot U} r_f \left[ (d - r_f) + r_f \ln \left( \frac{r_f}{d} \right) \right] \quad (\text{II.77})$$

- **Cas d'une tension sinusoïdale :**  $u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Vu la périodicité de l'onde de tension qui est sinusoïdale, l'équation (II.75) doit être intégrée après chaque période  $T_p$ , en prenant comme conditions initiales, les conditions finales de l'intégration précédente, ceci est traduit par l'équation de propagation suivante :

$$\int_{\ell_{i-1}}^{\ell} \left( r_f - \frac{r_f^2}{d - \ell} \right) d\ell = \int_{(i-1)T_p}^{(2i-1)\frac{T_p}{2}} k_{0f} U_m \sin(\omega \cdot t) \cdot dt \quad (\text{II.78})$$

#### II.5.4. Cas d'une arborescence ouverte – filamentaire à $\sigma \neq 0$

En vertu des équations (II.16) et (II.52) on a :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \cdot \rho \left( \frac{d\ell}{dt} \right)^2 &= \frac{1}{2\varepsilon_1} \left\{ (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \varepsilon_2 \cdot E_2^2 - 2 \cdot \sigma \cdot \varepsilon_2 \cdot E_2 - \sigma^2 \right\} \\ \left( \frac{d\ell}{dt} \right)^2 &= \frac{2}{\rho \varepsilon_1} \left\{ (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \varepsilon_2 \cdot E_2^2 - 2 \cdot \sigma \cdot \varepsilon_2 \cdot E_2 - \sigma^2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.79})$$

De l'équation (II.26), nous avons :  $\sigma = E_1 \cdot \varepsilon_1 - E_2 \cdot \varepsilon_2$

Par substitution de (II.42) dans cette dernière on aura :

$$\sigma = \left[ \frac{3 \cdot u}{C_1 \cdot r_f} - \left( \frac{3d}{C_1 \cdot r_f} - 1 \right) E_2 \right] \cdot \varepsilon_1 - E_2 \cdot \varepsilon_2$$

$$\sigma = \frac{3 \cdot u \cdot \varepsilon_1}{C_1 \cdot r_f} - \left[ \left( \frac{3d}{C_1 \cdot r_f} - 1 \right) \cdot \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \right] \cdot E_2 \quad (\text{II.80})$$

Par substitution de (II.80) dans (II.79) on aura :

$$\left( \frac{d\ell}{dt} \right)^2 = \frac{2}{\rho \varepsilon_1} \left\{ \begin{aligned} & (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \varepsilon_2 \cdot E_2^2 - 2 \cdot \left[ \frac{3 \cdot u \cdot \varepsilon_1}{C_1 \cdot r_f} - \left[ \left( \frac{3d}{C_1 \cdot r_f} - 1 \right) \cdot \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \right] \cdot E_2 \right] \cdot \varepsilon_2 \cdot E_2 - \\ & \left[ \frac{3 \cdot u \cdot \varepsilon_1}{C_1 \cdot r_f} - \left[ \left( \frac{3d}{C_1 \cdot r_f} - 1 \right) \cdot \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \right] \cdot E_2 \right]^2 \end{aligned} \right\}$$

D'où, on obtient l'équation de propagation :

$$\frac{d\ell}{dt} = \sqrt{\frac{2}{\rho \varepsilon_1} \left[ \begin{aligned} & \left\{ (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \varepsilon_2 + 2 \varepsilon_2 \left[ \left( \frac{3d}{C_1 r_f} - 1 \right) \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \right] - \left[ \left( \frac{3d}{C_1 r_f} - 1 \right) \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \right]^2 \right\} E_2^2 - \\ & \left( \frac{6u \varepsilon_1 \varepsilon_2}{C_1 r_f} - \frac{6u \varepsilon_1}{C_1 r_f} \left[ \left( \frac{3d}{C_1 \cdot r_f} - 1 \right) \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \right] \right) E_2 - \left( \frac{3u \varepsilon_1}{C_1 r_f} \right)^2 \right\} \right]} \quad (\text{II.81})$$

• **Cas d'une tension continue : u=constante**

L'équation du champ électrique est donnée par :

$$E_2 = \frac{\frac{3U}{r_f} \cdot (1 - e^{-k_1 r_f t})}{\left[ 3 \frac{d}{r_f} + (\eta - 1) \cdot C_1 \right]} \quad (\text{II.82})$$

Par substitution de (II.82) dans (II.81), on aura :



$$\frac{d\ell}{dt} = \frac{2}{\rho\varepsilon_1} \left[ \left\{ (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\varepsilon_2 + 2\varepsilon_2 \left[ \frac{3d}{C_1 r_f} - 1 \right] \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \right\} - \left[ \frac{3d}{C_1 r_f} - 1 \right] \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \right]^2 \left[ \frac{3 \cdot U}{r_f} \cdot (1 - e^{-k_1 r_f t}) \right]^2 - \left( \frac{3u\varepsilon_1}{C_1 r_f} \right)^2 \right]$$

Ainsi la cinétique de propagation est donnée par:

$$\frac{d\ell}{dt} = U \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho\varepsilon_0\varepsilon_{r1}} \left\{ P_1 \cdot \left[ \frac{3(1 - e^{-k_1 r_f t})}{3 \cdot d + (\eta - 1)C_1 \cdot r_f} \right]^2 + P_2 \cdot \left[ \frac{3(1 - e^{-k_1 r_f t})}{3 \cdot d + (\eta - 1)C_1 \cdot r_f} \right] - P_3 \right\}} \quad (\text{II.83})$$

Avec :

$$\begin{cases} P_1 = \varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2} + \left[ \frac{3d}{C_1 r_f} - 1 \right]^2 \varepsilon_{r1}^2 \\ P_2 = \frac{6\varepsilon_{r1}^2}{C_1 r_f} \left( \frac{3d}{C_1 r_f} - 1 \right) \\ P_3 = \left( \frac{3\varepsilon_{r1}}{C_1 r_f} \right)^2 \end{cases}$$

- **Cas d'une tension sinusoïdale :**  $u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Sont équation du champ électrique est égale a :

$$E_2 = \left[ \frac{1}{(\omega^2 + K_{1f}^2)} \cdot L_{1f} \cdot \left[ (K_{1f} \frac{\gamma_1}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1}} + \omega^2) \right] \right] \cdot U_m \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (\text{II.84})$$

En remplace cette dernière dans (II.81), on obtient :

$$\frac{d\ell}{dt} = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \sqrt{P_1 \cdot \left[ \frac{1}{(\omega^2 + K_{1f}^2)} \cdot L_{1f} \cdot \left[ (K_{1f} \frac{\gamma_1}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1}} + \omega^2) \right] \right]^2 + P_2 \cdot \left[ \frac{1}{(\omega^2 + K_{1f}^2)} \cdot L_{1f} \cdot \left[ (K_{1f} \frac{\gamma_1}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1}} + \omega^2) \right] \right] - P_3} \quad (\text{II.85})$$

L'équation (II.85) devienne ensuite :

$$\int_{\ell_{i-1}}^{\ell} d\ell = \left( \sqrt{P_1 \cdot \left[ \frac{1}{(\omega^2 + K_{1f}^2)} \cdot L_{1f} \left[ K_{1f} \frac{\gamma_1}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1}} + \omega^2 \right] \right]^2 + P_2 \cdot \left[ \frac{1}{(\omega^2 + K_{1f}^2)} \cdot L_{1f} \left[ K_{1f} \frac{\gamma_1}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1}} + \omega^2 \right] \right] - P_3} \right) U_m \cdot \int_{(i-1)T_p}^{\frac{(2i-1)T_p}{2}} \sin(\omega \cdot t) dt \quad (\text{II.86})$$

## II.6. Détermination des courants de décharge par la méthode de l'énergie de gazéification

Pour déterminer le volume de gaz généré par la décharge, on considère l'énergie de décharge  $J$  (Joule), pour une alternance qui est déterminée par :

$$J = \frac{1}{2} Qu \quad (\text{II.87})$$

Où :

$Q$  : est la quantité de charge pour une alternance.

$u$  : la tension appliquée entre électrodes.

Le volume de gaz dû à l'énergie de décharge d'une alternance est :

$$V = \frac{J}{J_p} [\text{cm}^3] \quad (\text{II.88})$$

Où  $J_p$  est l'énergie de gazéification du matériau.

Le courant de décharge est déterminé par:

$$i_d(t) = \frac{dQ}{dt} \quad (\text{II.89})$$

### II.6.1. Cas d'une arborescence ouverte – buisson a $\sigma = 0$

Le volume du gaz occlus dans la cavité sphérique est donné par l'équation :

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \quad (\text{II.90})$$

En vertu des équations (II.87) et (II.88), l'équation (II.90) sera égale à :

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{Q \cdot u(t)}{2 \cdot J_p} \quad (\text{II.91})$$

Donc :

$$Q = \frac{8 \cdot \pi \cdot R^3 \cdot J_p}{3 \cdot u(t)} \quad (\text{II.92})$$

Et en vertu des équations (II.92), (II.89), (II.19) et (II.56) l'expression du courant de décharge sera donnée par:

$$i_d(t) = \frac{8 \cdot \pi \cdot J_p}{3} \left[ \frac{3(\ell + r_p)(d + r_p) \cdot K_0}{(d - \ell)} - \frac{(\ell + r_p)^3}{u^2(t)} \cdot \frac{du(t)}{dt} \right] \quad (\text{II.93})$$

Considérons les deux formes de tension les plus usuelles :

- **Cas d'une tension continue** :  $u = \text{constante}$

$$i_d(t) = \frac{8 \cdot \pi \cdot J_p \cdot (\ell + r_p) \cdot (d + r_p) \cdot K_0}{(d - \ell)} \quad (\text{II.94})$$

Pour  $l$  donné par l'équation (II.57).

- **Cas d'une tension alternative** :  $u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$

$$i_d(t) = \frac{8 \cdot \pi \cdot J_p}{3} \left[ \frac{3 \cdot (\ell + r_p) \cdot (d + r_p) \cdot K_0}{(d - \ell)} - \frac{(\ell + r_p)^3 \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)}{U_m \cdot \sin^2(\omega t)} \right] \quad (\text{II.95})$$

Pour  $l$  donné par l'équation (II.61) respectivement.

### II.6.2. Cas d'une arborescence ouverte – buisson à $\sigma \neq 0$

En vertu de l'équation (II.91), appliquée pour  $R = \frac{l}{2}$  (rayon de l'arborescence), on peut écrire :

$$V = \frac{4 \cdot \pi}{3} \cdot \frac{\ell(t)^3}{8} = \frac{Q u}{2 J_p} \quad (\text{II.96})$$

Cela donne :

$$V = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{\ell(t)^3}{2} = \frac{Qu}{2J_p} \quad (\text{II.97})$$

D'où :

$$Q = \frac{\pi \cdot J_p}{3u(t)} \ell(t)^3 \quad (\text{II.98})$$

L'expression du courant de décharge sera donnée par :

$$i_d(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{\pi \cdot J_p}{3} \left[ \frac{3 \cdot \ell^2 \cdot \frac{d\ell}{dt} \cdot u(t) - \ell^3 \cdot \frac{du(t)}{dt}}{u^2(t)} \right] \quad (\text{II.99})$$

- **Cas d'une tension continue** :  $u = \text{constante}$

$$i_d(t) = \pi \cdot J_p \left( \frac{\ell^2}{U} \cdot \frac{d\ell}{dt} \right) \quad (\text{II.100})$$

Pour  $d\ell/dt$  et  $\ell$  donnés par l'équation (II.69) et son intégrale par rapport au temps respectivement.

- **Cas d'une tension sinusoïdale** :  $u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$

$$i_d(t) = \frac{\pi \cdot J_p \cdot \ell^2}{3} \left[ \frac{3 \cdot \frac{d\ell}{dt} \cdot \sin \omega t - \ell \cdot \omega \cdot \cos \omega t}{U_m \sin^2 \omega t} \right] \quad (\text{II.101})$$

Pour  $d\ell/dt$  et  $\ell$  donnés par les équations (II.71) et (II.72) respectivement.

### II.6.3. Cas d'une arborescence ouverte – filamenteuse à $\sigma = 0$

En appliquant les équations (II.87) et (II.88) au cas d'une arborescence filamenteuse (cylindrique), le volume du gaz sera égale à:

$$V = \pi \cdot r_f^2 \cdot \ell = \frac{Q \cdot u}{2 \cdot J_p} \quad (\text{II.102})$$

D'où la quantité de charge sera égale à:

$$Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_f^2 \cdot J_p \cdot \ell}{u(t)} \quad (\text{II.103})$$

La dérivée de l'équation (II.103) par rapport au temps nous donne l'expression du courant de décharge, tel que:

$$i_d(t) = \frac{dQ}{dt} = 2 \cdot \pi \cdot r_f^2 \cdot J_p \left[ \frac{u(t) \cdot \frac{d\ell}{dt} - \ell \cdot \frac{du(t)}{dt}}{u(t)^2} \right] \quad (\text{II.104})$$

- **Cas d'une tension continue**  $u = \text{const}$  :

$$i_d(t) = \frac{2\pi \cdot r_f^2 \cdot J_p}{U} \cdot \frac{d\ell}{dt} \quad (\text{II.105})$$

Par substitution de l'équation (II.75) dans (II.105), on aura:

$$i_d(t) = 2\pi \cdot r_f \cdot J_p \cdot K_{0f} \left( \frac{d - \ell + r_f}{d - \ell} \right) \quad (\text{II.106})$$

Pour  $\ell$  donné par l'équation (II.76).

- **Cas d'une tension sinusoïdale** :  $u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$

$$i_d(t) = 2\pi \cdot r_f^2 \cdot J_p \left[ \frac{K_{0f} \cdot \frac{U_m}{r_f} \left( \frac{d - \ell + r_f}{d - \ell} \right) \cdot \sin(\omega \cdot t) - \omega \cdot \ell \cdot \cos(\omega \cdot t)}{U_m \cdot \sin^2(\omega \cdot t)} \right] \quad (\text{II.107})$$

Pour  $\ell$  donné par l'équation (II.78).

#### II.6.4. Cas d'une arborescence ouverte – filamentaire à $\sigma \neq 0$

En vertu des équations (II.102), (II.103), (II.89) et (II.104) le courant de décharge sera donné par :

- **Cas d'une tension continue**:  $u = \text{constante}$

$$i_d(t) = \frac{2\pi \cdot r_f^2 \cdot J_p}{U} \cdot \frac{d\ell}{dt} \quad (\text{II.108})$$

Pour  $d\ell/dt$  donné par l'équation (II.83)

- **Cas d'une tension sinusoïdale** :  $u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$

$$i_d(t) = 2\pi \cdot r_f^2 \cdot J_p \cdot \left[ \frac{\sin(\omega \cdot t) \cdot \frac{d\ell}{dt} - \ell \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)}{\sin^2(\omega \cdot t)} \right] \quad (\text{II.109})$$

Pour  $d\ell/dt$  et  $\ell$  donnés par les équations (II.85) et (II.86) respectivement.

## II.7. détermination des pertes diélectriques

Pour représenter un diélectrique avec ses pertes, on utilise le plus souvent des circuits équivalents, dits circuits à constantes localisées. Le circuit équivalent doit être tel que sa réponse en fréquence soit la même que celle du diélectrique. Le circuit est composé de résistances et de capacités, qui peuvent être montées en parallèle ou en série.

Dans notre cas, nous considérons les deux schémas de circuits à constantes localisées formés d'une résistance  $R_c$  en série avec un circuit  $R_d C_d$  parallèle ou série respectivement, où  $R_c$  serait équivalente à la résistance de la cavité gazeuse considéré conductrice (arborescence),  $C_d$  la capacité du matériau diélectrique sain et  $R_d$  sa résistance de fuite.

- **Circuit équivalent série-série**

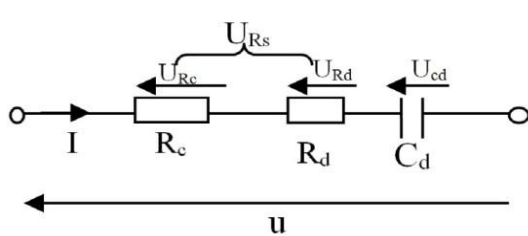


Figure. II.7: Circuit équivalent série-série.

$$U_{Rs} = U_{Rc} + U_{Rd} \quad (\text{II.110})$$

$$\text{Qui donne : } U_{Rs} = R_s \cdot I = (R_c + R_d) \cdot I$$

$$U_{cd} = \frac{I}{j \cdot C_{cd} \cdot \omega} \quad (\text{II.111})$$

$$\text{D'autre part nous avons aussi: } I = \omega u C_0 (\varepsilon_r'' + j\varepsilon_r') \quad (\text{II.112})$$

Selon le schéma électrique de la figure (II.7) on peut écrire :

$$u = U_{Rs} + U_{Cd} \Leftrightarrow Z_s \cdot I = (Z_{Rs} + Z_{Cd}) I$$

On aura :

$$Z_s = (R_c + R_d) - j \frac{1}{C_d \cdot \omega} \quad (\text{II.113})$$

$$\text{Tel que: } Z_s = \frac{1}{Y_s}$$

Ce qui donne :

$$Y_s = \frac{jC_d \cdot \omega (1 - j(R_c + R_d) \cdot C_d \cdot \omega)}{1 + (R_c + R_d)^2 C_d^2 \cdot \omega^2} = \frac{(R_c + R_d)C_d^2 \cdot \omega^2}{1 + (R_c + R_d)^2 \cdot C_d^2 \cdot \omega^2} + j \frac{C_d \cdot \omega}{1 + (R_c + R_d)^2 C_d^2 \cdot \omega^2} \quad (\text{II.114})$$

De l'équation (II.112), on peut écrire :

$$Y_s = \frac{I}{u} = \frac{\omega u C_0 (\varepsilon_r'' + j\varepsilon_r')}{u} = \omega \cdot C_0 (\varepsilon_r'' + j\varepsilon_r') \quad (\text{II.115})$$

Par identification de (II.114) et (II.115), on obtient :

$$\varepsilon_r'' = \frac{1}{C_0} \cdot \frac{(R_c + R_d)C_d^2 \cdot \omega}{1 + (R_c + R_d)^2 \cdot C_d^2 \cdot \omega^2} \quad (\text{II.116})$$

$$\varepsilon_r' = \frac{1}{C_0} \frac{C_d}{1 + (R_c + R_d)^2 \cdot C_d^2 \cdot \omega^2} \quad (\text{II.117})$$

Des équations (II.116) et (II.117), on déduit le facteur de pertes diélectriques :

$$tg \delta = \frac{\varepsilon_r''}{\varepsilon_r'} = (R_c + R_d) \cdot C_d \cdot \omega \quad (\text{II.118})$$

Les pertes diélectriques sont représentées par les pertes joules dans  $R_c$  et  $R_d$  soit :

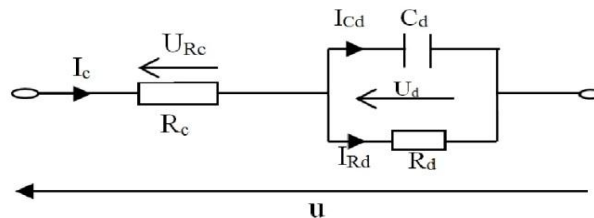
Soit :

$$P_D = \frac{u^2 \cdot R_s}{R_s^2 + \frac{1}{C_s^2 \cdot \omega^2}} \quad (\text{II.119})$$

D'où,

$$P_D = u^2 \cdot C_d \cdot \omega \cdot \frac{tg \delta}{1 + tg^2 \delta} \quad (\text{II.120})$$

• **Circuit équivalent série-parallèle**



**Figure. II.8:Circuit équivalent série-parallèle.**

D'après le circuit de la figure (Fig. II.8), on a :

$$I_c = I_R + j \cdot I_{c0}$$

Ou bien :

$$I_c = j \cdot \omega \cdot \varepsilon_r \cdot C_0 \cdot u \quad (\text{II.121})$$

$$\text{Ou encore : } I_c = C_0 \cdot \omega \cdot u (\varepsilon_r'' + j\varepsilon_r') \quad (\text{II.122})$$

D'autre part, nous avons :

$$Z_p = R_c + Z_d \quad (\text{II.123})$$

Avec :

$$Z_d = 1/Y_d \quad (\text{II.124})$$

$$Z_p = R_c + \frac{1}{Y_d} = \left( R_c + \frac{1}{\frac{1}{R_d} + j \cdot \omega \cdot C_d} \right)$$

Donc :

$$Z_p = R_c + \frac{R_d}{1 + j \cdot \omega \cdot C_d \cdot R_d} \quad (\text{II.125})$$

$$Y_p = \frac{1}{Z_p} = \frac{I}{u} = C_0 \cdot \omega (\varepsilon_r'' + j\varepsilon_r') \quad (\text{II.126})$$

De l'équation (II.125) équivalente à :

$$Y_p = 1/Z_p = \frac{1 + j \cdot \omega \cdot R_d \cdot C_d}{(R_c + R_d) + j \cdot \omega \cdot R_c \cdot R_d \cdot C_d}$$

$$Y_p = \frac{(R_c + R_d) + \omega^2 \cdot R_d^2 \cdot C_d^2 \cdot R_c + j \cdot (\omega \cdot R_d \cdot C_d)(R_c + R_d) - j(R_c \cdot R_d \cdot C_d \cdot \omega)}{(R_c + R_d)^2 + (R_c \cdot R_d \cdot C_d \cdot \omega)^2}$$

$$Y_p = \frac{(R_c + R_d) + \omega^2 \cdot R_d^2 \cdot C_d^2 \cdot R_c}{(R_c + R_d)^2 + (R_c \cdot R_d \cdot C_d \cdot \omega)^2} + j \frac{(\omega \cdot R_d \cdot C_d)(R_c + R_d) - (R_c \cdot R_d \cdot C_d \cdot \omega)}{(R_c + R_d)^2 + (R_c \cdot R_d \cdot C_d \cdot \omega)^2} \quad (\text{II.127})$$

Par identification de (II.126) et (II.127) on aura :

$$\varepsilon_r'' = \frac{\text{Re}(Y_p)}{C_0 \cdot \omega} \quad \text{et} \quad \varepsilon_r' = \frac{\text{Im}(Y_p)}{C_0 \cdot \omega}$$

D'où :

$$\text{tg } \delta = \frac{\varepsilon_r''}{\varepsilon_r'} = \frac{\text{Re}(Y_p)}{\text{Im}(Y_p)} = \frac{(R_c + R_d) + \omega^2 \cdot R_d^2 \cdot C_d^2 \cdot R_c}{(\omega \cdot R_d \cdot C_d)(R_c + R_d) - (R_c \cdot R_d \cdot C_d \cdot \omega)}$$

Finalement :

$$\text{tg } \delta = \frac{R_d + R_c(1 + \omega^2 \cdot R_d^2 \cdot C_d^2)}{\omega \cdot C_d \cdot R_d^2} \quad (\text{II.128})$$

Les pertes diélectriques sont représentées par les pertes joules dans  $R_c$  et  $R_d$  soit :

$$P_D = R_c \cdot I_{R_c}^2 + R_d \cdot I_{R_d}^2$$



Cela donne :

$$P_D = \frac{U_c^2}{R_c} + \frac{U_d^2}{R_d} \quad (\text{II.129})$$

D'autre part d'après le circuit de la (Fig.II.8) nous avons :

$$U_c = \frac{R_c}{R_c + Z_d} \cdot U \quad (\text{II.130})$$

Et :

$$U_d = \frac{Z_d}{R_c + Z_d} \cdot U \quad (\text{II.131})$$

Par substitution de (II.130) et (II.131) dans (II.129), on obtient l'expression :

$$P_D = \frac{U^2}{(R_c + Z_d)^2} \left( R_c + \frac{Z_d^2}{R_d} \right) \quad (\text{II.132})$$

Avec :

$$Z_d = \frac{1}{Y_d} = \frac{1}{\frac{1}{R_d} + j \cdot \omega \cdot C_d} = \frac{R_d}{1 + j \cdot \omega \cdot C_d \cdot R_d} = \frac{R_d(1 - j \cdot \omega \cdot C_d \cdot R_d)}{1 + \omega^2 \cdot C_d^2 \cdot R_d^2}$$

Qui donne en suite:

$$Z_d = \frac{R_d - j \cdot \omega \cdot C_d \cdot R_d^2}{1 + \omega^2 \cdot C_d^2 \cdot R_d^2} = \frac{R_d}{1 + \omega^2 \cdot C_d^2 \cdot R_d^2} - j \frac{\omega \cdot C_d \cdot R_d^2}{1 + \omega^2 \cdot C_d^2 \cdot R_d^2} \quad (\text{II.133})$$

Le module de  $Z_d$  est donné par l'équation (II.133) :

$$Z_d^2 = \left( \frac{R_d}{1 + \omega^2 \cdot C_d^2 \cdot R_d^2} \right)^2 + \left( \frac{\omega \cdot C_d \cdot R_d^2}{1 + \omega^2 \cdot C_d^2 \cdot R_d^2} \right)^2 \quad (\text{II.134})$$

Ainsi :

$$(R_c + Z_d)^2 = \left( R_c + \frac{R_d}{1 + \omega^2 \cdot C_d^2 \cdot R_d^2} \right)^2 + \left( \frac{\omega \cdot C_d \cdot R_d^2}{1 + \omega^2 \cdot C_d^2 \cdot R_d^2} \right)^2 \quad (\text{II.135})$$

En remplaçant les équations (II.134) et (II.135) dans l'équation (II.132), on aura :

$$P_D = u^2 \cdot \frac{R_c(1 + \omega^2 \cdot C_d^2 \cdot R_d^2)^2 + R_d(1 + \omega^2 \cdot C_d^2 \cdot R_d^2)}{\left[ R_d + R_c(1 + \omega^2 \cdot C_d^2 \cdot R_d^2) \right]^2 + (\omega \cdot C_d \cdot R_d^2)^2}$$

Après développement et réarrangement de cette dernière, on obtient l'expression des pertes diélectrique pour le cas série-parallèle :

$$P_D = \frac{u^2(1 + \omega^2 \cdot C_d^2 \cdot R_d^2)}{\omega \cdot C_d \cdot R_d^2} \cdot \frac{\text{tg } \delta}{1 + \text{tg}^2 \delta} \quad (\text{II.136})$$

### II.7.1. Cas d'une arborescence ouverte – buisson a $\sigma = 0$

Rappelons que l'arborescence est assimilée à une demi-sphère conductrice, de rayon  $R = \ell + r_p$  centrée sur le centre  $o$  de l'électrode pointe HT et concentrique à cette dernière de rayon de courbure  $r_p$ , et le matériau isolant sain, au droit de cette cavité, est alors concentré entre l'arborescence et l'électrode portée à la terre, supposée également sphérique de rayon  $d + r_p$  et concentrique à la première sphère.

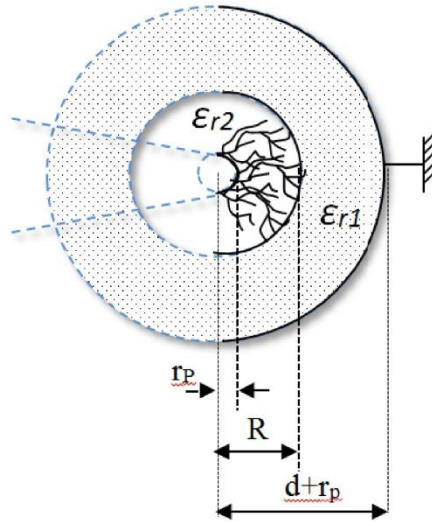


Figure. II.9: Représentation sphérique de l'arborescence.

De cette configuration, nous déterminons les expressions de  $C_d$ ,  $R_d$  et  $R_c$ , telles que :

$$R_c = \frac{\varphi \cdot \ell}{4 \cdot \pi \cdot r_p (\ell + r_p)} \quad (\text{II.137})$$

$$R_d = \frac{\varphi \cdot (d - \ell)}{4 \cdot \pi \cdot (d + r_p) (\ell + r_p)} \quad (\text{II.138})$$

$$C_d = \frac{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} (d + r_p) (\ell + r_p)}{(d - \ell + r_p)} \quad (\text{II.139})$$

Avec  $\varphi$  : la résistivité électrique.

La substitution des équations (II.137), (II.138) et (II.139) dans l'expression du facteur de pertes diélectriques donnée par l'équation (II.118), dans le cas du schéma électrique à constantes localisées série-série (Fig.II.7), permet d'écrire :

$$tg \delta = \frac{\varphi \cdot \ell (d + r_p) + \varphi \cdot r_p (d - \ell)}{4 \cdot \pi \cdot r_p (\ell + r_p) (d + r_p)} \left[ \frac{\omega \cdot 4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} (\ell + r_p) (d + r_p)}{(d - \ell + r_p)} \right] \quad (\text{II.140})$$

De l'équation (II.140) pour  $r_p \ll d$  et après réarrangement, on aura :

$$tg \delta = \frac{\varphi \cdot \omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} [d \cdot \ell + r_p (d - \ell)]}{r_p (d - \ell + r_p)} \quad (\text{II.141})$$

Par substitution de l'équation (II.141) dans l'équation (II.120), on aura l'expression des pertes diélectriques pour  $r_p \ll d$  telles que :

$$P_D = u^2 \cdot \frac{4\pi\varphi\omega^2\varepsilon_0^2\varepsilon_{r1}^2r_p d(\ell + r_p)[d\ell + r_p(d - \ell)]}{\varphi^2\omega^2\varepsilon_0^2\varepsilon_{r1}^2[d\ell + r_p(d - \ell)]^2 + r_p^2(d - \ell + r_p)^2} \quad (\text{II.142})$$

La substitution des équations (II.137), (II.138) et (II.139) dans l'expression du facteur de pertes diélectriques donnée par l'équation (II.128), dans le cas du schéma électrique à constantes localisées série-parallèle (II.8), permet d'écrire pour  $r_p \ll d$ :

$$tg \delta = \frac{r_p (d - \ell) + d \cdot \ell [1 + \varphi^2 \omega^2 \varepsilon_0^2 \varepsilon_{r1}^2]}{\omega \varphi \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} r_p (d - \ell)} \quad (\text{II.143})$$

Par substitution de l'équation (II.143) dans l'équation (II.136), on aura l'expression des pertes diélectriques telles que pour  $r_p \ll d$  :

$$P_D = u^2 \frac{4\pi r_p d (\ell + r_p) (r_p (d - \ell) + d \cdot \ell [1 + \varphi^2 \omega^2 \varepsilon_0^2 \varepsilon_{r1}^2]) [(d - \ell + r_p)^2 + \varphi^2 \omega^2 \varepsilon_0^2 \varepsilon_{r1}^2]}{\varphi (d - \ell) (d - \ell + r_p)^2 [(\omega \varphi \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} (d - \ell))^2 + (r_p (d - \ell) + d \cdot \ell [1 + \varphi^2 \omega^2 \varepsilon_0^2 \varepsilon_{r1}^2])^2]} \quad (\text{II.144})$$

Pour  $\ell$  donné par l'équation (II.61).

### II.7.2. Cas d'une arborescence ouverte – buisson à $\sigma \neq 0$

La résistance  $R_c$  de la cavité (arborescence) d'épaisseur  $\ell$ , limitée, d'un côté, par l'électrode HT, et de l'autre, par l'enveloppe demi-sphérique de rayon  $R = \ell/2$  est égale à :

$$R_c = \varphi \cdot \frac{\ell}{2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{\ell^2}{4}\right)} = \frac{2 \cdot \varphi}{\pi \cdot \ell} \quad (\text{II.145})$$

Le matériau isolant sain, au droit de la cavité, d'épaisseur  $d-\ell$ , est limitée, d'un côté, par l'enveloppe demi-sphérique de rayon  $R=\ell/2$ , et de l'autre, par l'électrode mise à la terre, supposée demi-sphérique de rayon  $d-\ell/2$  et concentrique à la première. Sa capacité  $C_d$  et sa résistance de fuite  $R_d$  sont données respectivement par les équations (II.134 bis2) et (II.134 bis3) suivantes :

$$C_d = \frac{\frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} \cdot 2\pi}{1} \cdot \frac{1}{\ell/2}}{\frac{1}{d-\ell/2}} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} \cdot 2\pi}{2(2d-\ell)-2\ell} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} \cdot 2\pi}{4(d-\ell)} \cdot \frac{\ell \cdot (2d-\ell)}{\ell \cdot (2d-\ell)}$$

D'où :

$$C_d = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} \cdot \pi \cdot \ell \cdot (2d-\ell)}{2(d-\ell)} \quad (\text{II.146})$$

Pour la résistance  $R_d$ , on a :

$$R_d = \frac{\varphi \cdot \left(d - \frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2}\right)}{2\pi \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \left(d - \frac{\ell}{2}\right)}$$

Ce qui nous donne :

$$R_d = \frac{2\varphi \cdot (d-\ell)}{\pi \cdot \ell \cdot (2d-\ell)} \quad (\text{II.147})$$

La substitution des équations (II.145), (II.146) et (II.147) dans l'expression du facteur de pertes diélectriques donnée par l'équation (II.118), dans le cas du schéma électrique à constantes localisées série-série (Fig.II.7), permet d'écrire :

$$tg\delta = \frac{\varphi \cdot \omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} (3d-2\ell)}{(d-\ell)} \quad (\text{II.148})$$

Par substitution de l'équation (II.148) dans l'équation (II.120), on aura l'expression des pertes diélectriques telles que :

$$P_D = u^2 \frac{\varphi \cdot \pi \cdot \omega^2 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot \varepsilon_{r1}^2 \cdot \ell (2d-\ell) (3d-2\ell)}{2\varphi^2 \cdot \omega^2 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot \varepsilon_{r1}^2 (3d-2\ell)^2 + 2(d-\ell)^2} \quad (\text{II.149})$$

La substitution des équations (II.145), (II.146) et (II.47) dans l'expression du facteur de pertes diélectriques donnée par l'équation (II.128), dans le cas du schéma électrique à constantes localisées série-parallèle (Fig.II.8), permet d'écrire :

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\varphi^2 \cdot \omega^2 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot \varepsilon_{r1}^2 (2d - \ell) + (3d - 2\ell)}{\varphi \cdot \omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} (d - \ell)} \quad (\text{II.150})$$

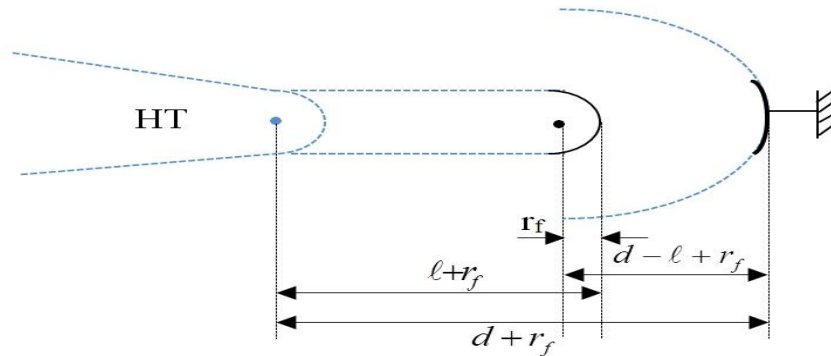
Par substitution de (II.150) dans (II.136) on aura l'expression des pertes diélectriques :

$$P_d = u^2 \frac{\pi \ell (2d - \ell) (1 + \varphi^2 \cdot \omega^2 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot \varepsilon_{r1}^2) \left[ \varphi^2 \cdot \omega^2 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot \varepsilon_{r1}^2 (2d - \ell) + (3d - 2\ell) \right]}{2\varphi \left( \left[ \varphi^2 \cdot \omega^2 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot \varepsilon_{r1}^2 (2d - \ell) + (3d - 2\ell) \right]^2 + \varphi^2 \cdot \omega^2 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot \varepsilon_{r1}^2 (d - \ell)^2 \right)} \quad (\text{II.151})$$

Pour  $\ell$  donné par l'équation (II.72).

### II.7.3. Cas d'une arborescence ouverte – filamentaire à $\sigma = 0$ et $\sigma \neq 0$

Rappelons que, dans les deux cas, l'arborescence est assimilée à un canal à tête sphérique de longueur  $\ell$ , considérée conductrice, de résistance  $R_c$ . La partie saine du matériau, au droit de la cavité, caractérisée par sa capacité  $C_d$  et sa résistance de fuite  $R_d$ , est limitée par deux demi sphères concentriques ; soit par le front sphérique de l'arborescence de rayon  $r_f$ , d'un côté, et par l'électrode terre supposée sphérique de rayon  $d' = d - \ell + r_f$ , de l'autre, tel que représenté sur la Figure (II.10).



**Figure. II.10: Représentation géométrique du canal d'arborescence dans le diélectrique - modèle filamentaire.**

La résistance  $R_c$  de la cavité est donnée par :

$$R_c = \varphi \frac{\ell}{s}$$

$$R_c = \frac{\varphi \cdot \ell}{2\pi r_f^2} \quad (\text{II.152})$$

Où  $\varphi$  est la résistivité du matériau

La Résistance de fuite  $R_d$  demi-sphérique de rayons interne  $r_f$  et externe  $d-\ell+r_f$  est égale à :

$$R_d = \frac{\varphi \cdot (d - \ell)}{2\pi \cdot (d - \ell + r_f) r_f} \quad (\text{II.153})$$

La capacité  $C_d$  demi-sphérique de rayons interne  $r_f$  et externe  $d-\ell+r_f$  est égale à :

$$C_d = \frac{2\pi\epsilon_0 \epsilon_{r1} (d - \ell + r_f) r_f}{(d - \ell)} \quad (\text{II.154})$$

La substitution des équations (II.152), (II.153) et (II.154) dans l'expression du facteur de pertes diélectriques donnée par l'équation (II.118), dans le cas du schéma électrique à constantes localisées série-série (Fig.II.7), permet d'écrire :

$$tg\delta = \frac{2\pi \cdot \varphi \cdot \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r1} \cdot r_f \cdot \ell (d - \ell + r_f)}{2\pi \cdot r_f^2 (d - \ell)} + \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot \varphi \cdot \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r1} \cdot r_f^3 \cdot \ell (d - \ell + r_f) (d - \ell)}{2\pi \cdot r_f^2 (d - \ell)}$$

Après réarrangement et pour de cette dernière, on obtient :

$$tg\delta = \frac{\varphi \cdot \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r1} \ell (d - \ell + r_f) [1 + 2\pi \cdot r_f^2 (d - \ell)]}{r_f (d - \ell)} \quad (\text{II.155})$$

Par substitution de l'équation (II.155) dans l'équation (II.120), on aura l'expression des pertes diélectriques telles que :

$$P_D = u^2 \cdot \frac{2\pi\varphi\omega^2 \epsilon_0^2 \epsilon_{r1}^2 r_f^2 \ell (d - \ell + r_f)^2 [1 + 2\pi r_f^2 (d - \ell)]}{r_f^2 (d - \ell)^2 + \varphi^2 \omega^2 \epsilon_0^2 \epsilon_{r1}^2 \ell^2 (d - \ell + r_f)^2 [1 + 2\pi \cdot r_f^2 (d - \ell)]^2} \quad (\text{II.156})$$

La substitution des équations (II.152), (II.153) et (II.154) dans l'expression du facteur de pertes diélectriques donnée par l'équation (II.128), dans le cas du schéma électrique à constantes localisées série-parallèle (Fig.II.8), permet d'écrire :

$$tg\delta = \frac{r_f (d - \ell) + \ell (d - \ell + r_f) [1 + \varphi^2 \cdot \omega^2 \cdot \epsilon_0^2 \cdot \epsilon_{r1}^2]}{\varphi \cdot \omega \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r1} \cdot r_f (d - \ell)} \quad (\text{II.157})$$

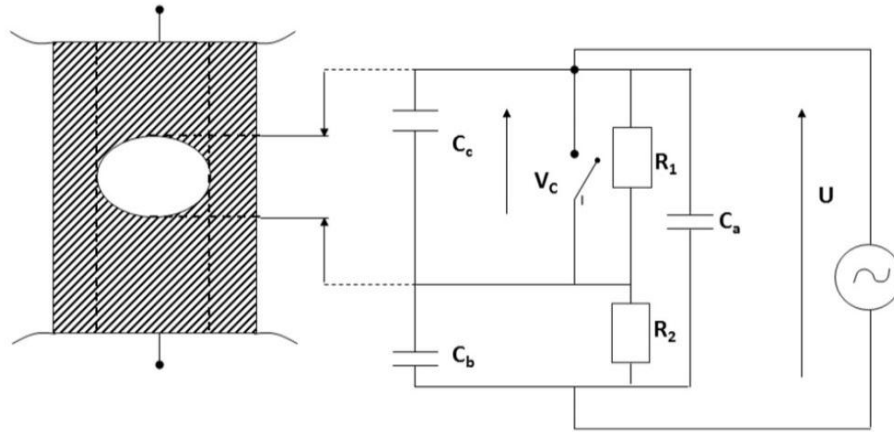
Par substitution de (II.157) dans (II.136) on aura l'expression des pertes diélectriques :

$$P_D = u^2 \frac{2\pi r_f^2 (d - \ell + r_f)(1 + \varphi^2 \omega^2 \varepsilon_0^2 \varepsilon_{r1}^2)^2 [\ell (d - \ell + r_f) + r_f (d - \ell)]}{\varphi \left( (\varphi \omega \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} r_f (d - \ell))^2 + [r_f (d - \ell) + \ell (d - \ell + r_f)(1 + \varphi^2 \omega^2 \varepsilon_0^2 \varepsilon_{r1}^2)]^2 \right)} \quad (\text{II.158})$$

Pour  $\ell$  donné par les équations (II.78) et (II.86) dans le cas de  $\sigma = 0$  et  $\sigma \neq 0$  respectivement.

## II.8. la quantité de la décharge partielle

Les matériaux isolant de qualité technique comporte toujours des inclusions de particules étrangères et des vacuoles gazeuses. Sous l'effet de la contrainte du champ électrique appliqué, des décharges partielles apparaissent dans ces cavités (arborescence) se trouvant dans le matériau solide. La (Fig. II.11) ci-dessous schématise le circuit électrique équivalent d'une cavité gazeuse siège de décharge partielle dans un diélectrique solide.



**Figure. II.11:Schéma électrique équivalent d'une cavité dans un diélectrique solide.**

Ou :

$C_c$  : capacité de la vacuole siège de décharges.

$C_b$  : capacité de l'isolant sain au droit de la cavité.

$C_a$  : capacité parallèle du reste de l'isolant.

$R_1$  : Résistance superficielle des parois de la vacuole.

$R_2$  : Résistance volumique de l'isolant de capacité  $C_b$ .

Lorsqu'une tension  $U$  suffisante est atteinte aux bornes du diélectrique, une décharge disruptive apparait dans la cavité gazeuse.

Par suite de la neutralisation des charges sur les parois de la cavité, la tension aux bornes de  $C_c$  diminue de  $\Delta U_c$  jusqu'à extinction de la décharge, appelée alors décharge partielle.

La variation  $\Delta U_c$  aux bornes de la capacité  $C_c$  entraîne une chute de tension  $\Delta U$  aux bornes de la capacité  $C_a$ . Le transfert des charges  $\Delta Q$  de la capacité  $C_a$  vers les capacités  $C_c$  et  $C_b$ , rétablissant l'équilibre des charges après la neutralisation de certaines d'entre-elles sur les parois de la cavité, permet d'écrire la relation suivante :

$$\Delta Q = C_a \cdot \Delta u = \frac{C_c \cdot C_b}{C_c + C_b} \cdot \Delta u_c \quad (\text{II.159})$$

Comme  $C_b \ll C_c$  On a :

$$\Delta u = \frac{C_b}{C_a} \cdot \Delta u_c \quad (\text{II.160})$$

Au moment de la décharge (court-circuit de la cavité) on a :

$$\Delta u_c = u_c$$

D'où :

$$\Delta u = \frac{C_b}{C_a} \cdot \Delta u_c \Rightarrow \Delta Q = C_a \cdot \Delta u = C_b \cdot u_c \quad (\text{II.161})$$

### II.8.1. Cas d'une arborescence ouverte – buisson a $\sigma = 0$

La capacité  $C_c$  de la cavité (arborescence) est assimilée à une demi-sphère, de rayon  $r = l + r_p$  centrée sur le centre  $o$  de l'électrode pointe HT et concentrique à cette dernière de rayon de courbure  $r_p$ . La capacité  $C_b$  du matériau isolant, au droit de la cavité, est concentré entre l'arborescence et l'électrode portée à la terre, supposée également sphérique de rayon  $R = d + r_p$  et concentrique à la première sphère.

A partir d'un développement de la surface d'une calotte sphérique, on peut déterminer la capacité du matériau isolant au droit de la cavité  $C_b$  et la capacité de la cavité (arborescences)  $C_c$  :

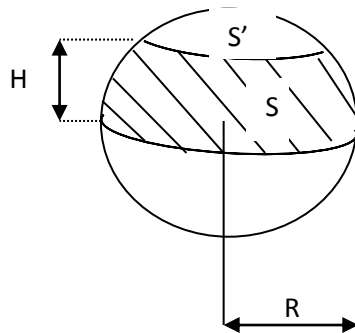


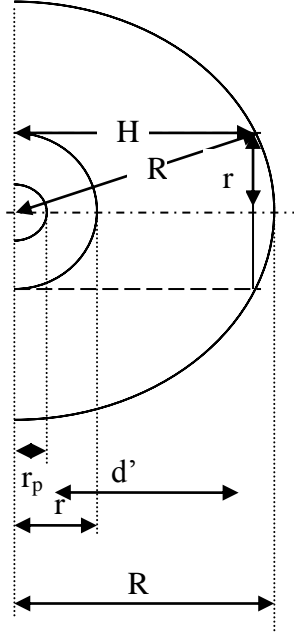
Figure. II.12: Représentation de la surface d'une calotte sphérique.

Selon la figure (Fig.II.12), nous avons :



$$S = 2\pi \cdot R \cdot H$$

$$S' = 2\pi \cdot R(R - H) \quad (\text{II.162})$$



**Figure. II.13:** Schéma représentant la géométrie de la capacité  $C_b$  modèle sphérique.

D'après le schéma de la figure (Fig.II.13), on a :

$$H^2 + r^2 = R^2$$

Ce qui donne :

$$H = \sqrt{R^2 - r^2} \quad (\text{II.163})$$

D'autre part nous avons, la distance qui représente rayon de la capacité est :

$$d' = d + r_p - \ell - r_p = (d - \ell) \quad (\text{II.164})$$

Ainsi que la capacité  $C_b$  est donnée par :

$$C_b = \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} \cdot \frac{S'}{d'} \quad (\text{II.165})$$

La substitution des équations (II.162) et (II.164) dans (II.165), permet d'écrire :

$$C_b = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} R(R - H)}{(d - \ell)} \quad (\text{II.166})$$

De cette configuration, nous déterminons les expressions de  $C_c$  et  $C_b$  respectivement, telles que :

$$C_c = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r2} r_p (\ell + r_p)}{\ell} \quad (\text{II.167})$$

Par la substitution de l'équation (II.163) dans (II.166) et pour  $d \ll r_p$ :

$$C_b = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} d \left( d - \sqrt{d^2 - (\ell + r_p)^2} \right)}{(d - \ell)} \quad (\text{II.168})$$

Or d'après le circuit équivalent donné en figure (II.11), on a :

$$u_c = u \cdot \frac{C_b}{C_c + C_b} \quad (\text{II.169})$$

En remplaçant les équations (II.167) et (II.168) dans l'équation (II.169) on trouve pour  $d \ll r_p$  :

$$u_c = u \cdot \frac{d \varepsilon_{r1} \cdot \ell \left( d - \sqrt{d^2 - (\ell + r_p)^2} \right)}{d \varepsilon_{r1} \cdot \ell \left( d - \sqrt{d^2 - (\ell + r_p)^2} \right) + \varepsilon_{r2} \cdot r_p (d - \ell) (\ell + r_p)} \quad (\text{II.170})$$

La substitution des équations (II.167), (II.168) et (II.170) dans l'expression de la quantité de charge donnée par l'équation (II.159) permet d'écrire :

$$\Delta Q = u 2 \pi \varepsilon_0 \varepsilon_{r1}^2 \varepsilon_{r2} d^2 r_p (\ell + r_p) \left( \frac{d - \sqrt{d^2 - (\ell + r_p)^2}}{d \varepsilon_{r1} \ell \left( d - \sqrt{d^2 - (\ell + r_p)^2} \right) + \varepsilon_{r2} r_p (d - \ell) (\ell + r_p)} \right)^2 \quad (\text{II.171})$$

Pour  $\ell$  donné par l'équation (II.61).

Ou encore pour  $C_b \ll C_c$  on aura :

$$u_c = u \cdot \frac{C_b}{C_c} \quad (\text{II.172})$$

Par substitution des équations (II.167) et (II.168) dans l'équation (II.172) on trouve pour  $d \ll r_p$  :

$$u_c = u \cdot \frac{\varepsilon_{r1} \cdot \ell \cdot d \left( d - \sqrt{d^2 - (\ell + r_p)^2} \right)}{r_p \cdot \varepsilon_{r2} (d - \ell) (\ell + r_p)} \quad (\text{II.173})$$

En fin, La substitution des équations (II.167), (II.168) et (II.173) dans l'expression de la quantité de charge donnée par l'équation (II.159) permet d'écrire :

$$\Delta Q = u \cdot \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1}^2 \cdot d^2 \cdot \ell \left( d - \sqrt{d^2 - (\ell + r_p)^2} \right)^2}{(d - \ell) \left[ \varepsilon_{r1} \cdot \ell \cdot d \left( d - \sqrt{d^2 - (\ell + r_p)^2} \right) + r_p \cdot \varepsilon_{r2} (d - \ell) (\ell + r_p) \right]} \quad (\text{II.174})$$

Pour  $\ell$  donné par l'équation (II.61).

### II.8.2. Cas d'une arborescence ouverte – buisson à $\sigma \neq 0$

La capacité  $C_c$  de la cavité (arborescence) d'épaisseur  $\ell$ , limitée, d'un côté, par l'électrode HT, et de l'autre, par l'enveloppe demi-sphérique de rayon  $r=\ell/2$  est égale à :

$$C_c = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \left( \frac{\ell^2}{4} \right)}{\ell} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r2} \cdot \pi \cdot \ell}{2}$$

Donc :

$$C_c = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r2} \cdot \pi \cdot \ell}{2} \quad (\text{II.175})$$

La capacité  $C_b$  du matériau isolant sain, au droit de la cavité, d'épaisseur  $d-\ell$  est limitée, d'un côté, par l'enveloppe demi-sphérique de rayon  $r=\ell/2$ , et de l'autre, par l'électrode mise à la terre, supposée demi-sphérique de rayon  $R=d-\ell/2$  et concentrique à la première. Son expression est donnée par la substitution des équations (II.163) et (II.66) :

$$C_b = \frac{2\pi\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} \cdot \left( \frac{2d-\ell}{2} \right) \left[ \left( \frac{2d-\ell}{2} \right) - \sqrt{\left( \frac{2d-\ell}{2} \right)^2 - \left( \frac{\ell}{2} \right)^2} \right]}{(d-\ell)} = \frac{2\pi\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} \cdot \left( \frac{2d-\ell}{2} \right) \left[ \left( \frac{2d-\ell}{2} \right) - \sqrt{d(d-\ell)} \right]}{(d-\ell)} \quad (\text{II.176})$$

L'équation (II.176), nous donne l'expression de la capacité de l'isolant  $C_b$  :

$$C_b = \frac{\pi\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} \cdot (2d-\ell) \left[ (2d-\ell) - 2\sqrt{d(d-\ell)} \right]}{2(d-\ell)} \quad (\text{II.177})$$

En remplaçant les équations (II.175) et (II.177) dans l'équation (II.169) on trouve :

$$u_c = u \cdot \frac{\varepsilon_{r1} (2d-\ell) \left[ (2d-\ell) - 2\sqrt{d(d-\ell)} \right]}{\varepsilon_{r1} (2d-\ell) \left[ (2d-\ell) - 2\sqrt{d(d-\ell)} \right] + \varepsilon_{r2} \cdot \ell (d-\ell)} \quad (\text{II.178})$$

En vertu des équations (II.175), (II.177) et (II.178) dans (II.159), l'expression de la quantité de charge peut s'écrire :

$$\Delta Q = \frac{u}{2} \cdot \frac{\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r2} \cdot \varepsilon_{r1}^2 \cdot \ell (2d - \ell)^2 \left[ (2d - \ell) - 2\sqrt{d(d - \ell)} \right]^2}{\left( \varepsilon_{r1} (2d - \ell) \left[ (2d - \ell) - 2\sqrt{d(d - \ell)} \right] + \varepsilon_{r2} \cdot \ell (d - \ell) \right)^2} \quad (\text{II.179})$$

Ou encore pour  $C_b \ll C_c$  et par la substitution des équations (II.175) et (II.177) dans l'équation (II.172) on trouve :

$$u_c = u \cdot \frac{\varepsilon_{r2} \cdot \ell (d - \ell)}{\varepsilon_{r1} (2d - \ell) \left[ (2d - \ell) - 2\sqrt{d(d - \ell)} \right]} \quad (\text{II.180})$$

En fin, La substitution des équations (II.175), (II.177) et (II.180) dans l'expression de la quantité de charge donnée par l'équation (II.159) permet d'écrire :

$$\Delta Q = \frac{u}{2} \cdot \frac{\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r2}^2 \cdot \ell^2 (d - \ell)}{\left( \varepsilon_{r1} (2d - \ell) \left[ (2d - \ell) - 2\sqrt{d(d - \ell)} \right] + \varepsilon_{r2} \cdot \ell (d - \ell) \right)} \quad (\text{II.181})$$

### II.8.3. Cas d'une arborescence ouverte – filamentaire à $\sigma = 0$ et $\sigma \neq 0$

Dans les deux cas, la capacité  $C_c$  de la cavité (arborescence) assimilée à un canal de longueur  $\ell$ , à tête sphérique de rayon  $r_f$ , est donnée par :

$$C_c = \frac{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon_{r2} \cdot r_f^2}{\ell} \quad (\text{II.182})$$

La capacité de la partie saine du matériau, au droit de la cavité, limitée par deux demi sphères concentriques ; soit par le front sphérique de l'arborescence de rayon  $r_f$ , d'un côté, et par l'électrode terre supposée sphérique de rayon  $d' = d - \ell + r_f$ , de l'autre, est déterminée par :

$$C_b = \frac{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon_{r1} \cdot r_f^2}{(d - \ell)} \quad (\text{II.183})$$

En remplaçant les équations (II.182) et (II.183) dans l'équation (II.169) on trouve :

$$u_c = u \cdot \frac{\varepsilon_{r1} \ell}{\varepsilon_{r1} \ell + \varepsilon_{r2} (d - \ell)} \quad (\text{II.184})$$

En vertu des équations (II.182), (II.183) et (II.184) dans (II.159), l'expression de la quantité de charge peut s'écrire :

$$\Delta Q = u \cdot \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_{r2}\epsilon_{r1}^2 r_f^2 \ell}{[\epsilon_{r1}\ell + \epsilon_{r2}(d - \ell)]^2} \quad (\text{II.185})$$

Pour  $\ell$  donné par les équations (II.78) et (II.86) dans le cas de  $\sigma=0$  et  $\sigma \neq 0$  respectivement.

Ou encore pour  $C_b \ll C_c$  et par la substitution des équations (II.182) et (II.183) dans l'équation (II.172) on trouve :

$$u_c = u \cdot \frac{\epsilon_{r1}\ell}{\epsilon_{r2}(d - \ell)} \quad (\text{II.186})$$

En fin, La substitution des équations (II.182), (II.183) et (II.186) dans l'expression de la quantité de charge donnée par l'équation (II.159) permet d'écrire :

$$\Delta Q = u \cdot \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_{r1}^2 r_f^2 \cdot \ell}{(d - \ell)[\epsilon_{r1}\ell + \epsilon_{r2}(d - \ell)]} \quad (\text{II.187})$$

Pour  $\ell$  donné par les équations (II.78) et (II.86) dans le cas de  $\sigma=0$  et  $\sigma \neq 0$  respectivement.

## II.9. la tension seuil d'apparition des décharges partielle

L'amplitude des décharges Q peut être calculée à travers l'énergie P dissipée dans la décharge :

$$P = \frac{1}{2} C_c \cdot (u_c^2 - v^2) \quad (\text{188})$$

Ou encore:

$$P = \frac{1}{2} C_c \cdot (u_c - v) \cdot (u_c + v) \quad (\text{II.189})$$

D'où :

$$P = \frac{1}{2} C_c \cdot \Delta u_c \cdot (u_c + v) \quad (\text{II.190})$$

Avec v tension au bornes de la cavité pendant la décharge.

Comme :

$$u_c + v \approx u_c \quad (\text{II.191})$$

Et comme :

$$u_c = \frac{C_b}{C_b + C_c} u_s \quad (\text{II.192})$$

Où :  $U_s$  est la tension seuil d'apparition des décharge partielles (d'amorçage)

D'où :

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_c \cdot C_b}{c_c + c_b} \Delta u_c \cdot u_s = \frac{1}{2} \Delta Q \cdot u_s \quad (\text{II.193})$$

En vertu de l'égalité des pertes diélectriques  $P_D$  dissipée par effet joule dans la cavité et l'énergie  $P$  dissipée dans la décharge, l'expression de la tension seuil d'apparition de la décharge partielle  $U_s$ , peut être déterminée, soit :

$$u_s = \frac{2 \cdot P_D}{\Delta Q} \quad (\text{II.194})$$

Dans le cas de la représentation du matériau par un circuit électrique à constantes localisées (C.E.C.L) série-série (Fig.II.7), et en vertu des équations (II.120) et (II.194), on peut écrire:

$$u_s = u^2 \cdot \frac{2\omega \cdot C_d \cdot tg \delta}{(1 + tg^2 \delta) \Delta Q} \quad (\text{II.195})$$

Dans le cas de la représentation du matériau par un circuit électrique à constantes localisées (C.E.C.L) série-parallèle (Fig.II.8), et en vertu des équations (II.136) et (II.194), on peut écrire:

$$u_s = u^2 \cdot \frac{2(1 + \omega^2 \cdot C_d^2 \cdot R_d^2) tg \delta}{\omega \cdot C_d \cdot R_d^2 (1 + tg^2 \delta) \Delta Q} \quad (\text{II.196})$$

### II.9.1. Cas d'une arborescence ouverte – buisson à $\sigma = 0$

- **C.E.C.L série- série**

En remplaçant les équations (II.139), (II.141) et (II.171) dans l'équation (II.195), on aura :

$$u_s = u \cdot \frac{4\varepsilon_0 \varphi \omega^2 [d\ell + r_p(d-\ell)] \left( d\varepsilon_{r1} \cdot \ell \left( d - \sqrt{d^2 - (\ell + r_p)^2} \right) + r_p \cdot \varepsilon_{r2} (d-\ell)(\ell + r_p) \right)^2}{\left( r_p^2 (d-\ell + r_p)^2 + \varphi^2 \omega^2 \varepsilon_0^2 \varepsilon_{r1}^2 [d\ell + r_p(d-\ell)]^2 \right) \cdot d\varepsilon_{r2} \left[ d - \sqrt{d^2 - (\ell + r_p)^2} \right]^2} \quad (\text{II.197})$$

Pour l donnée par l'équation (II.61).

- **C.E.C.L série- parallèle**

La substitution des équations (II.138), (II.139), (II.143) et (II.171) dans l'équation de la tension seuil d'apparition des décharges partielles (II.196), nous permet d'écrire :

$$u_s = u \cdot \left[ \frac{4(\ell + r_p) \left[ (d - \ell + r_p)^2 + \varphi^2 \omega^2 \varepsilon_0^2 \varepsilon_{r1}^2 (d - \ell)^2 \right] \left[ d\ell(1 + \varphi^2 \omega^2 \varepsilon_0^2 \varepsilon_{r1}^2) + r_p(d - \ell) \right]}{\varphi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1}^2 \cdot d\ell^2 r_p \left( 1 + \left[ d\ell(1 + \varphi^2 \omega^2 \varepsilon_0^2 \varepsilon_{r1}^2) + r_p(d - \ell) \right]^2 \right)} \right. \\ \left. \frac{\left[ \varepsilon_{r1} d\ell \left[ d - \sqrt{d^2 - (\ell + r_p)^2} \right] + r_p \varepsilon_{r2} (d - \ell)(\ell + r_p) \right]}{\left[ d - \sqrt{d^2 - (\ell + r_p)^2} \right]^2} \right] \quad (\text{II.198})$$

Pour l donnée par l'équation (II.61).

### II.9.2. Cas d'une arborescence ouverte – buisson à $\sigma \neq 0$

- **C.E.C.L série- série**

La substitution des équations (II.146), (II.148) et (II.181) dans l'équation de la tension seuil d'apparition des décharges partielles (II.195), permet d'écrire :

$$u_s = u \cdot \frac{2\varphi\omega^2\varepsilon_0\varepsilon_{r1}^2(3d-2\ell)(\varepsilon_{r1}(2d-\ell)\left[(2d-\ell)-2\sqrt{d(d-\ell)}\right]+\varepsilon_{r2}\ell(d-\ell))}{\varepsilon_{r2}\ell(d-\ell)\left(\left[\varphi\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r1}(3d-2\ell)\right]^2+(d-\ell)^2\right)} \quad (\text{II.199})$$

- **C.E.C.L série- parallèle**

La substitution des équations (II.146), (II.147), (II.150) et (II.181) dans l'équation de la tension seuil d'apparition des décharges partielles (II.196), permet d'écrire :

$$u_s = u \cdot \left[ \frac{(2d-\ell)(1+\varphi^2\omega^2\varepsilon_0^2\varepsilon_{r1}^2)\left[\varphi^2\omega^2\varepsilon_0^2\varepsilon_{r1}^2(2d-\ell)+(3d-2\ell)\right]}{\left(\left[\varphi\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r1}(d-\ell)\right]^2+\left[\varphi^2\omega^2\varepsilon_0^2\varepsilon_{r1}^2(2d-\ell)+(3d-2\ell)\right]^2\right)} \right. \\ \left. \frac{\left(\varepsilon_{r1}(2d-\ell)\left[(2d-\ell)-2\sqrt{d(d-\ell)}\right]+\varepsilon_{r2}\cdot\ell(d-\ell)\right)}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}\ell(d-\ell)} \right] \quad (\text{II.200})$$

Pour l donnée par l'équation (II.72).

### II.9.3. Cas d'une arborescence ouverte – filamenteuse à $\sigma = 0$ et $\sigma \neq 0$

- **C.E.C.L série- série**

La substitution des équations (II.154), (II.155) et (II.185) dans l'équation de la tension seuil d'apparition des décharges partielles (II.195), nous permet d'écrire :

$$u_s = u \cdot \frac{2\varphi\omega^2\varepsilon_0(d-\ell+r_f)[1+2\pi r_f^2(d-\ell)] [\varepsilon_{r1}\ell + \varepsilon_{r2}(d-\ell)]^2}{\varepsilon_{r2} \left( r_f^2(d-\ell)^2 + [\varphi\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r1}\ell(d-\ell+r_f)(1+2\pi r_f^2(d-\ell))]^2 \right)} \quad (\text{II.201})$$

Pour  $\ell$  donné par les équations (II.78) et (II.86) dans le cas de  $\sigma = 0$  et  $\sigma \neq 0$  respectivement.

- **C.E.C.L série- parallèle**

La substitution des équations (II.153), (II.154), (II.157) et (II.185) dans l'équation de la tension seuil d'apparition des décharges partielles (II.196), nous permet d'écrire :

$$u_s = u \cdot \frac{(d-\ell+r_f)[(1+\varphi^2\omega^2\varepsilon_0^2\varepsilon_{r1}^2)] [\ell(d-\ell+r_f)(1+\varphi^2\omega^2\varepsilon_0^2\varepsilon_{r1}^2)+r_f(d-\ell)] [\varepsilon_{r1}\ell + \varepsilon_{r2}(d-\ell)]^2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}\varepsilon_{r1}^2\ell \left( [\varphi\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r1}r_f(d-\ell)]^2 + \left[ r_f^2(d-\ell)^2 + [\ell(d-\ell+r_f)(1+\varphi^2\omega^2\varepsilon_0^2\varepsilon_{r1}^2)]^2 \right] \right)} \quad (\text{II.202})$$

Pour  $\ell$  donné par les équations (II.78) et (II.86) dans le cas de  $\sigma = 0$  et  $\sigma \neq 0$  respectivement.

## II.10. Conclusion

Par l'analyse des équations d'évolution de l'arborescence, nous déduisons que la dynamique de propagation de cette dernière est liée à différents facteurs ( $r_p$ ,  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $t$ ,  $d$ , et  $\omega$ ) sous la gouvernance de la tension appliquée (continue et alternative) à l'électrode haute tension (HT). Les modèles développés de l'arborescence buisson et filamentaire à  $\sigma=0$  et  $\sigma\neq 0$  nous ont permis de déterminer la cinétique de propagation du défaut (arborescence), le courant de décharge, le facteur de pertes, les pertes diélectrique, la quantité de charge et la tension seuil d'apparition des décharges partielles.

Le développement des modèles de l'arborescence ouverte de forme buisson et branche assimilée à des formes géométriques simples (sphérique et cylindrique respectivement), nous permet de déduire directement le modèle de l'arborescence ouverte de forme buisson-branche par couplage des deux modèles précédent, à la condition de transition imposée par la valeur du champ à la tête de l'arborescence, soit  $E_{\max} = 0.54 \text{ MV/mm}$ . Cette démarche est valable pour les deux cas d'interface, non chargée ( $\sigma = 0$ ) et chargée ( $\sigma \neq 0$ ). La simulation numérique de ces trois types d'arborescence fera l'objet du chapitre suivant.



*Chapitre III*  
*Simulation numérique des*  
*arborescences + Couplage*

### III.1 Introduction

Dans le chapitre II, nous avons modélisé analytiquement les différentes propagations de l'arborescence, selon la forme de l'arborescence (ouverte ou nœud-papillon) et plusieurs paramètres mis en jeu tels que l'amplitude de la tension, sa fréquence, la distance inter-électrodes, le rayon de courbure de la pointe de l'électrode, et la nature du matériau.

Afin de simuler numériquement la cinétique de propagation des arborescences, nous avons élaboré un programme dans le langage MATLAB, qui permet de simuler toutes les équations mathématiques développées dans le chapitre II précédent. Dans ce chapitre III, nous intégrons les équations des modèles établis en vue de voir le degré d'approche des réponses obtenues avec les caractéristiques expérimentales correspondantes.

### III.2 Organigramme de simulation numérique des modèles d'arborescences pour les deux cas d'interfaces ( $\sigma = 0$ et $\sigma \neq 0$ )

Dans ces modèles mathématiques élaborés au chapitre II, l'arborescence de formes buisson, branche et buisson-branche, sont assimilées à des formes géométriques simples ; soient sphérique filamenteuses et sphère-filament respectivement.

Le programme que nous avons élaborer permet de déterminer les caractéristiques  $l(t)$  de propagation de l'arborescence, où  $l$  est la longueur de l'arborescence et  $t$  la durée d'application de la tension au matériau isolant, comme il permet de déterminer l'évolution temporelle des grandeurs électriques associés, tels que les courants de décharge  $I_{dc}$ , le facteur de pertes diélectrique  $tg\delta$ , la capacité du matériau  $C_x$ , la quantité de charge  $Q$  et la tension seuil d'apparition des décharges partielles  $U_s$ .

Il a été montré expérimentalement [ma publication] que la valeur maximale du champ appliqué à la tête de l'arborescence ( $E_{max} = 0,543$  MV /mm) constitue le critère de choix ou de changement de forme de l'arborescence et vérifiant les conditions données sur le tableau (III.1).

**Tableau III.1:** corrélation entre formes et valeurs maximum du champ électrique.

Valeurs maximum du champ électrique	Forme d'arborescence
$E_{\max} < 0.342 \text{ MV/mm}$	Buisson
$0.423 \text{ MV/mm} \leq E_{\max} \leq 0.513 \text{ MV/mm}$	Buisson-Branche
$E_{\max} > 0.543 \text{ MV/mm}$	Branche

Dans le cas de cette étude, pour  $E_{\max} \leq 0,543 \text{ MV/mm}$ , l'arborescence évolue en buisson et le modèle sphérique est considéré et dans le cas contraire, soit pour  $E_{\max} > 0,543 \text{ MV /mm}$ , l'arborescence évolue en branche et le modèle filamentaire est considéré pour décrire sa cinétique.

Selon le cas de surface considéré ( $\sigma=0$  ou  $\sigma \neq 0$ ), un champ initial à  $t=0$  est calculé. Lorsque le champ électrique atteint la valeur critique ( $E_{\max} > 0,543 \text{ MV /mm}$ ), le programme parvient à basculer vers une nouvelle forme d'arborescence en passant d'un buisson à une branche ; donc d'un modèle sphère à un modèle cylindre (filament). Il en résulte ainsi par couplage des deux formes la forme buisson-branche, soit le modèle sphère-filament.

L'Organigramme de déroulement du programme de simulation pour les différents modèles considérés est illustré sur la figure (III.1).

### III.3 Présentation des paramètres de simulation

La variation de  $l(t)$  est fonction des différents paramètres opérationnels intervenant dans l'expression des équations de propagation. Ces paramètres sont les variables d'entrée du programme de simulation. Pour cela, nous fixons :

- Trois niveaux de tension continue appliquée :  $U=10 \text{ kV}$ ,  $U=15 \text{ kV}$  et  $U=20 \text{ kV}$ .
- Trois distances inter-électrodes :  $d=2 \text{ mm}$ ,  $d=3 \text{ mm}$  et  $d=4 \text{ mm}$ .
- Trois rayons de courbure de l'électrode pointe dans le cas où  $\sigma=0$  :  $r_p=5\mu\text{m}$ ,  $r_p=8\mu\text{m}$  et  $r_p=10\mu\text{m}$ .
- Une fréquence du champ électrique (dans le cas d'une tension alternative) :  $f=50\text{HZ}$ .
- Deux types de polymères (EPDM et PVC), dont leurs caractéristiques sont résumées dans le tableau (III.2)
- Arborescence électrique .

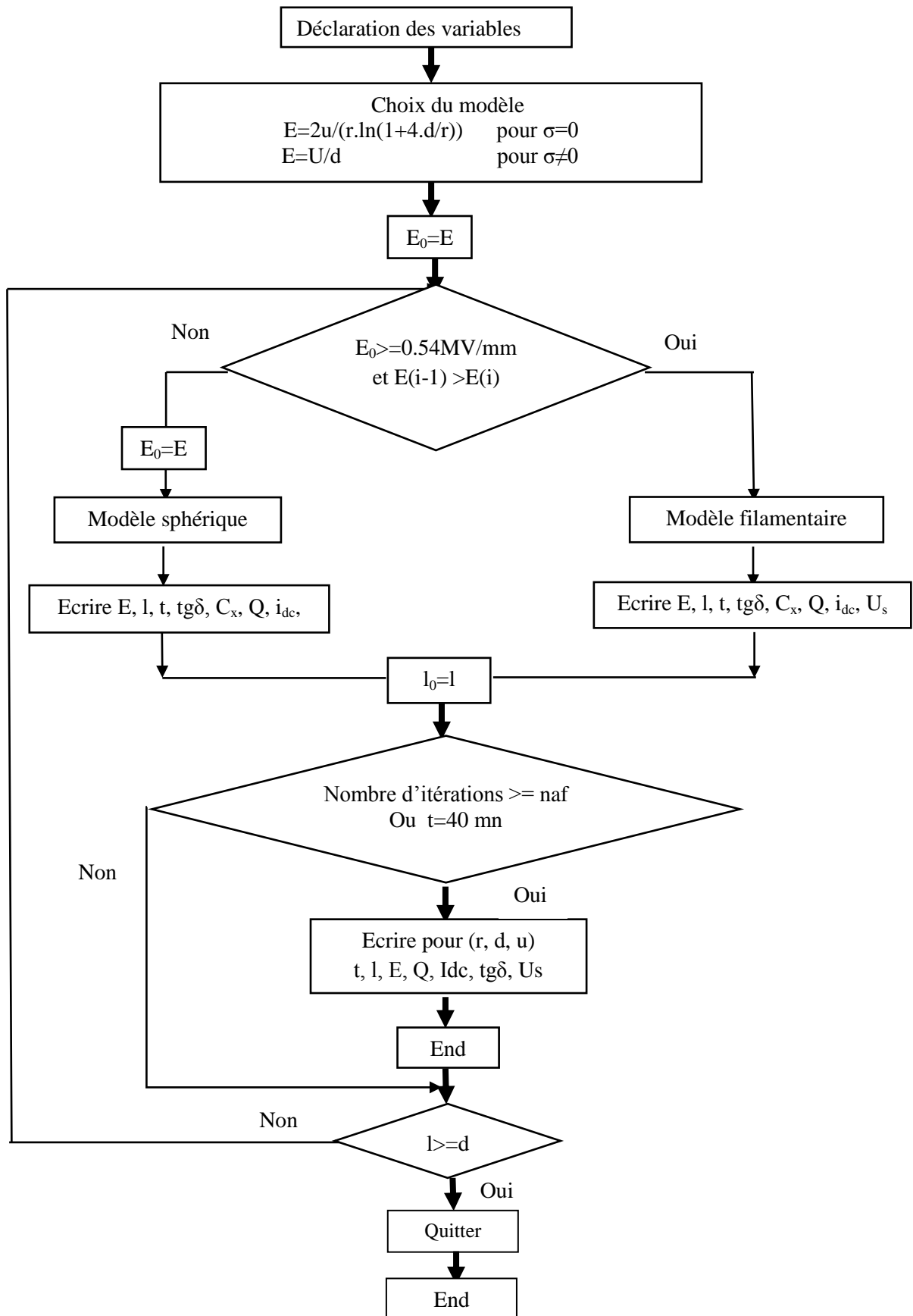


Figure III.1 : Organigramme du programme de simulation

**Tableau III.2 :** Types de polymères utilisés et leurs caractéristiques

Polymère	Permittivité relative $\epsilon_{r1}$	Masse volumique $\rho$ [kV/m <sup>3</sup> ]	Conductivité $\gamma_1$ [ $\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$ ]
<b>EPDM</b>	<b>3</b>	<b>1000</b>	<b><math>10^{-15}</math></b>
<b>PVC</b>	<b>3,4</b>	<b>1400</b>	<b><math>10^{-13}</math></b>

**Tableau III.3 :** Caractéristiques des arborescences électriques

Arborescence	Contenu de l'arborescence	Permittivité relative $\epsilon_{r2}$	Conductivité $\gamma_2$ [ $\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$ ]
<b>Electrique</b>	<b>Air</b>	<b>1</b>	<b><math>10^{-16}</math></b>

Nous comparons les résultats obtenus par simulation avec les résultats des travaux expérimentaux [6], que nous corrigeons par des facteurs  $f_c$  rapportés sur le tableau (III.4) et définis par la pente de la caractéristique  $X_s = f(X_e)$ , où  $X_s$  sont les résultats de simulation et  $X_e$  les résultats expérimentaux de la grandeur considérée.

**Tableau III.4 :** Facteurs de corrections  $F_c$ 

Type de tension		Sinusoïdale	
Modèle d'arborescence		Sphérique	Filamentaire
$\ell$ (mm)	$\sigma = 0$	$3 \cdot 10^{-8}$	$2.263 \cdot 10^{-9}$
$I_{dc}$ (nA)	$\sigma = 0$	$10^{-23}$	$10^{-23}$
$tg(\delta)$	$\sigma = 0$	$10^{-17}$	$10^{-17}$
Q(pC)	$\sigma = 0$	$10^{-14}$	$10^{-14}$
$U_s$ (kV)	$\sigma = 0$	$10^{-13}$	$10^{-13}$

### III.4 Interprétation des résultats et discussion

Le deuxième chapitre nous a permis de déterminer les différentes équations soit, pour la cinétique de propagation, le courant de décharge, le facteur de perte, les pertes diélectrique, la quantité de charge ainsi que la tension seuil d'apparition des décharges partielles. Ces équations évoluent toutes dans le temps et en fonction du champ électrique. La simulation numérique de ces

équations au moyen d'un logiciel Matlab a permis d'acquérir une série de résultats que nous avons traduit en courbes illustrées sur les figures (III.2) à (III.41).

### III.4.1 Cinétique de propagation des arborescences électriques

#### III.4.1.1 interface non chargée ( $\sigma=0$ )

Les allures de la cinétique de propagation des arborescences électriques sont illustrées sur les figures (Figure III.2 à Figure III.14) relatives aux modèles, sphérique (MS), filamenteuse (MF) et sphère-filament (par couplage des deux modèles précédents (MSF)).

Dans le cas du modèle sphérique, l'arborescence présente une pente formelle au début de la dégradation, fléchit après un certain temps, puis reprend au terme de l'évolution, aussi bien en tension continue qu'alternative, épousant ainsi une forme conforme à celle obtenue expérimentalement [6].

Pour le modèle filamenteuse, les courbes présentent des pentes raides croissantes pour les différentes variations des paramètres interférant dans l'évolution de la dégradation (l'amplitude de la tension, la distance inter-électrode, le rayon de courbure et la nature du matériau). Les courbes sont d'autant plus raides que les rayons de courbures sont plus faibles. Ceci répond au cas réel révélé par les expériences [6].

Les résultats que nous avons obtenus, à quelques corrections près que nous introduisons avec le facteur  $F_c$  sont en accord avec les travaux auxquels nous avons fait référence [6]. La pente des courbes, est synonyme de la vitesse d'initiation et de propagation des arborescences (voir annexe A, Figure. A2). Conformément au cas réel, les résultats de simulation obtenus montrent bien que la dégradation est plus accélérée sous tension alternative que sous tension continue.

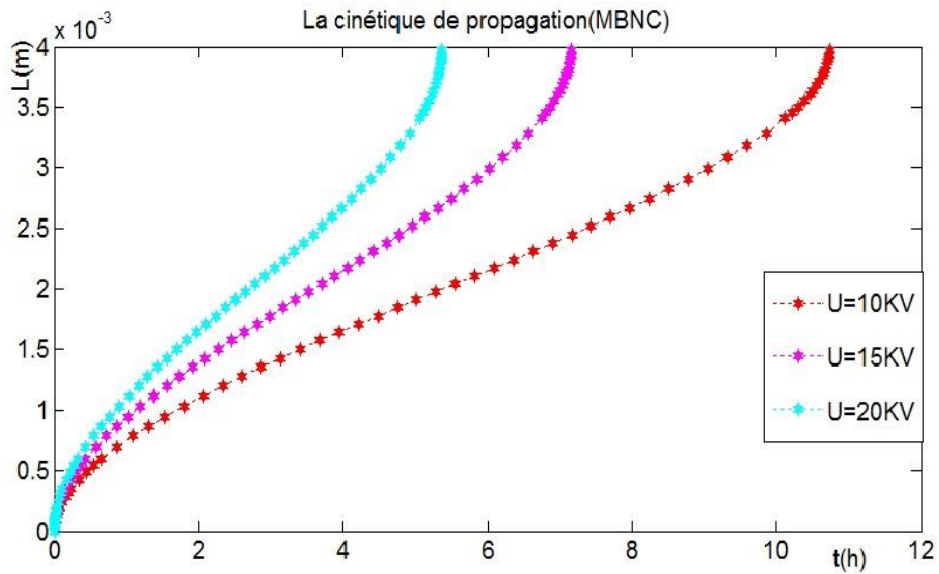


Figure III.2 : Influence du niveau de tensions (continue) sur la cinétique de propagation des arborescences avec  $d=4mm$ ,  $r_p=10\mu m$ , EPDM, et  $\sigma = 0$  (MB)

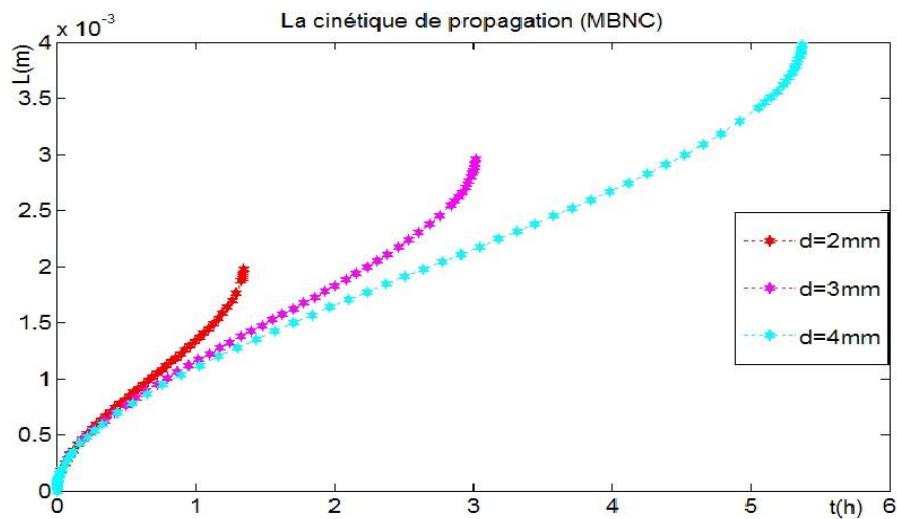


Figure III.3 : Influence de la distance inter électrode sur la cinétique de propagation des arborescences sous tension (continue) avec  $U=20kV$ ,  $r_p=10\mu m$ , EPDM, et  $\sigma = 0$  (MB)

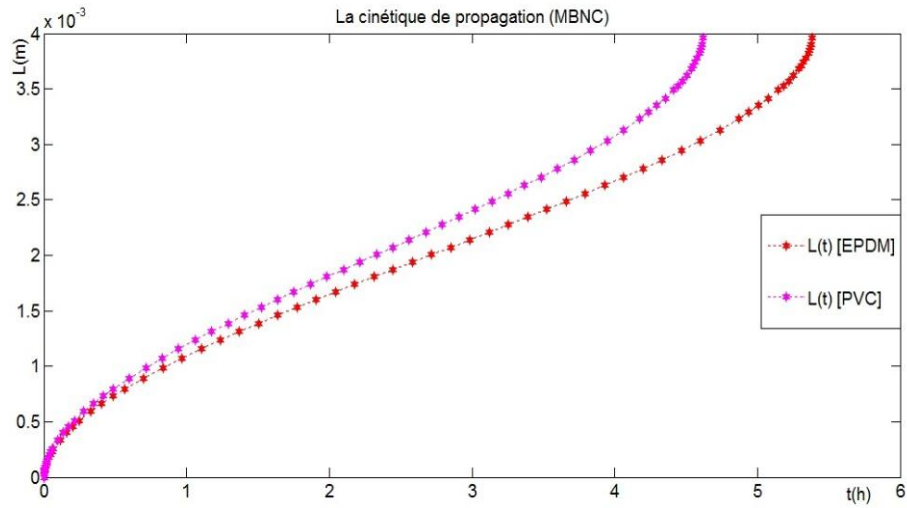


Figure III.4 : Influence de la nature du matériau (EPDM,PVC) sur La cinétique de propagation de l'arborescence avec,  $U=20$  kV (continue)  $d=4$  mm,  $r_p=10 \mu\text{m}$  et  $\sigma = 0$  (MB)

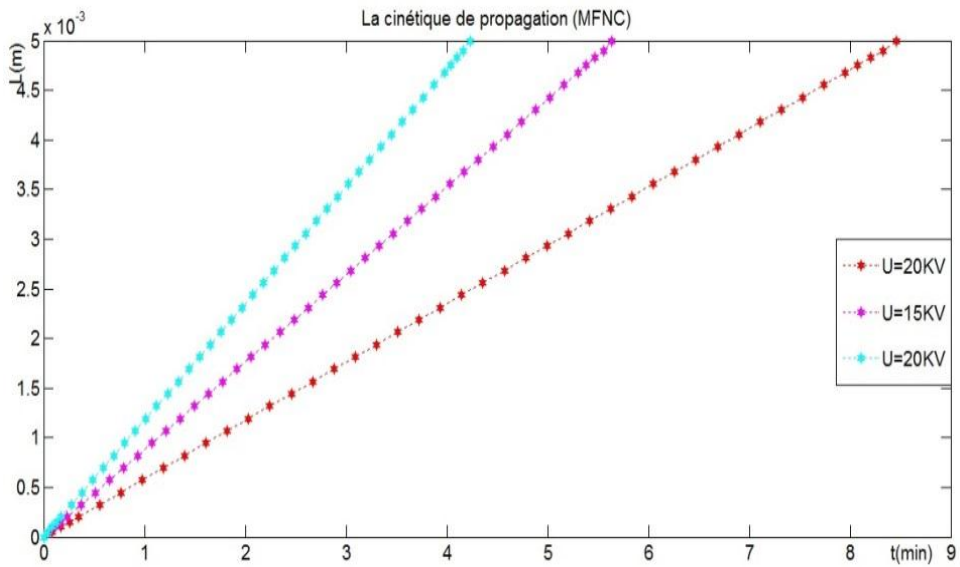


Figure III.5 : Influence de la tension continue appliquée sur la cinétique de propagation de l'arborescence, avec  $d=4\text{mm}$ ,  $r_f=5\mu\text{m}$ , EPDM et  $\sigma = 0$  (MF)



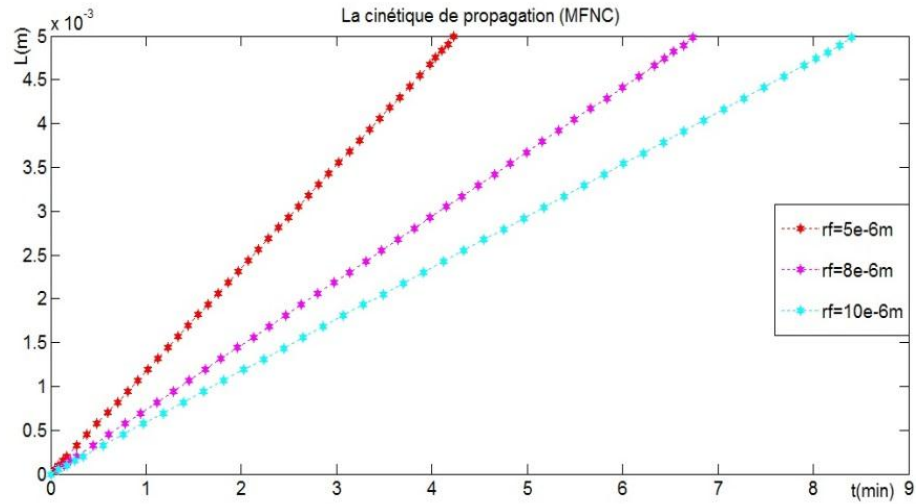


Figure III.6 : La cinétique de propagation de l'arborescence, en fonction du rayon de courbure , avec  $U=20kV$ ,  $d=3mm$ , EPDM et  $\sigma = 0$  (MF)

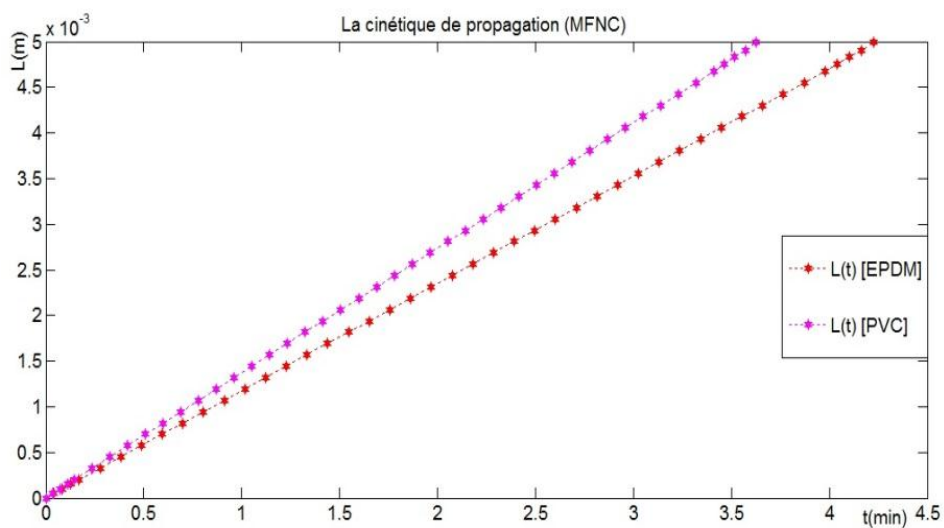


Figure III.7 : La cinétique de propagation de l'arborescence sous différentes tensions continues, en fonction de la nature du polymère (EPDM et PVC) pour  $d=3 mm$  et  $r_p=10 \mu m$  et  $\sigma = 0$  (MF)

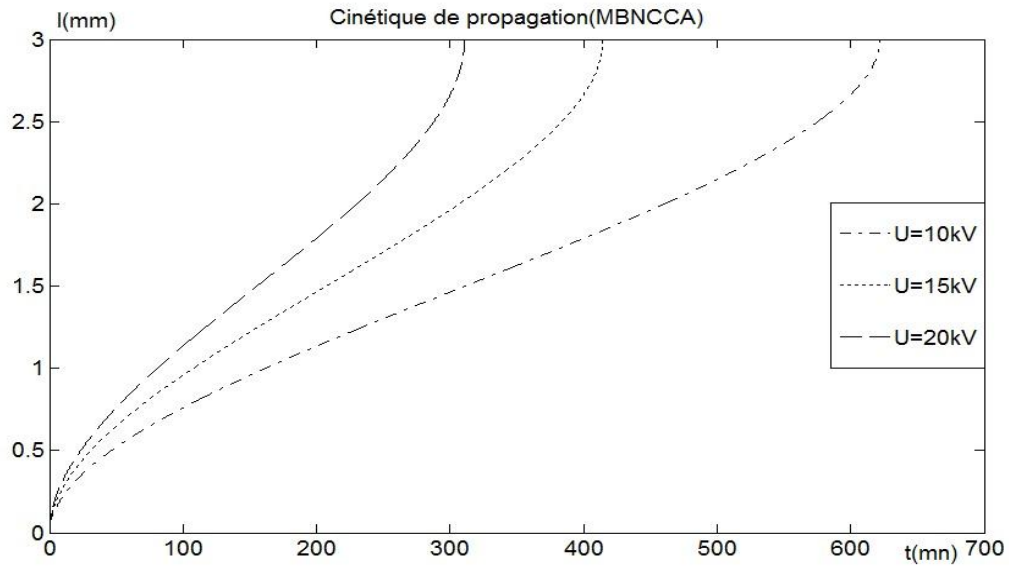


Figure III.8 : Influence de la tension sinusoidale sur la cinétique de propagation des arborescences, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $r_p=5\mu\text{m}$ , EPDM et  $\sigma = 0$  (MB)

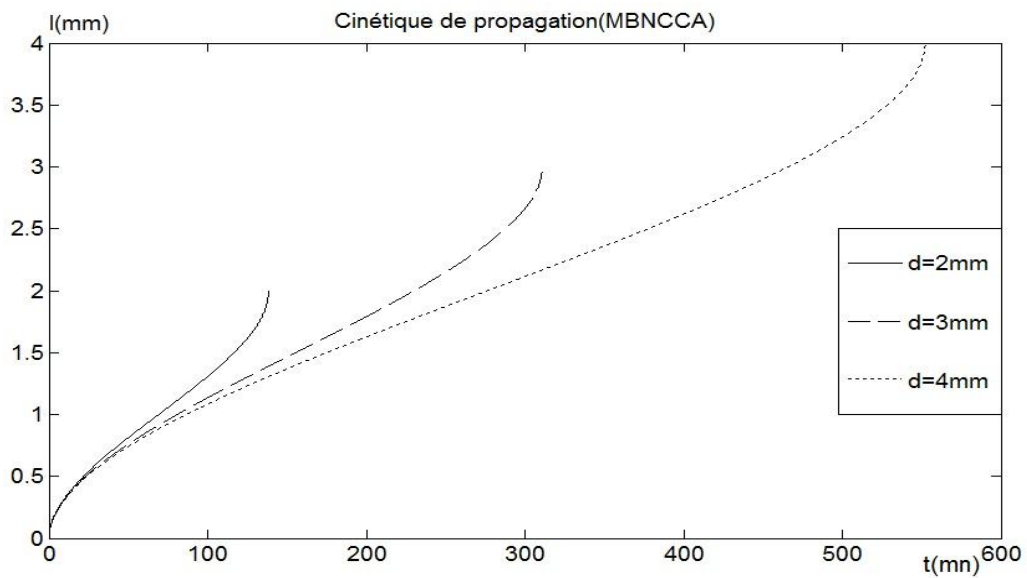


Figure III.9 : Influence de la distance inter-électrode sur la cinétique de propagation des arborescences, avec  $U=20\text{kV}$ (sinusoidale),  $r_p=5\mu\text{m}$ , EPDM et  $\sigma = 0$  (MB)

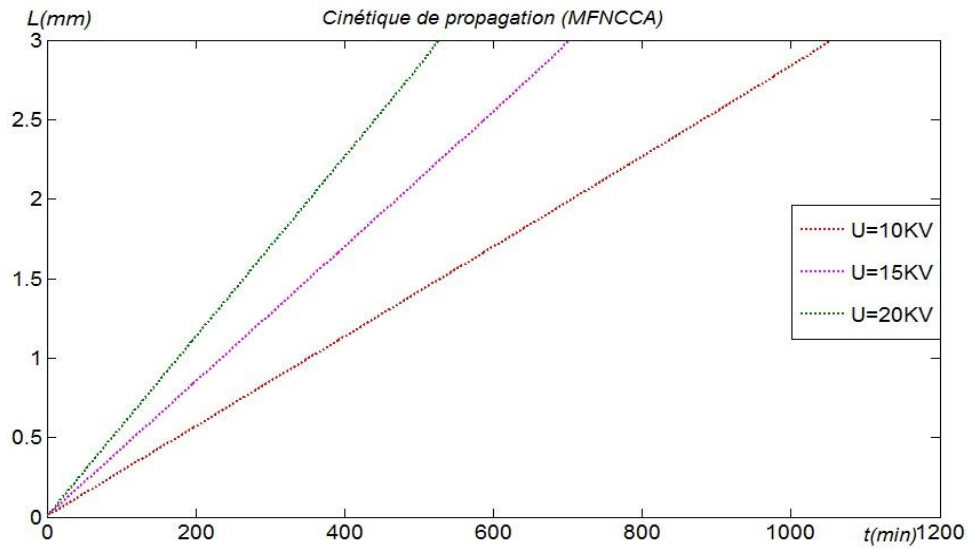


Figure III.10 : Influence de la tension sinusoidale sur la cinétique de propagation des arborescences, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $r_f=5\mu\text{m}$ , EPDM et  $\sigma = 0$  (MF)

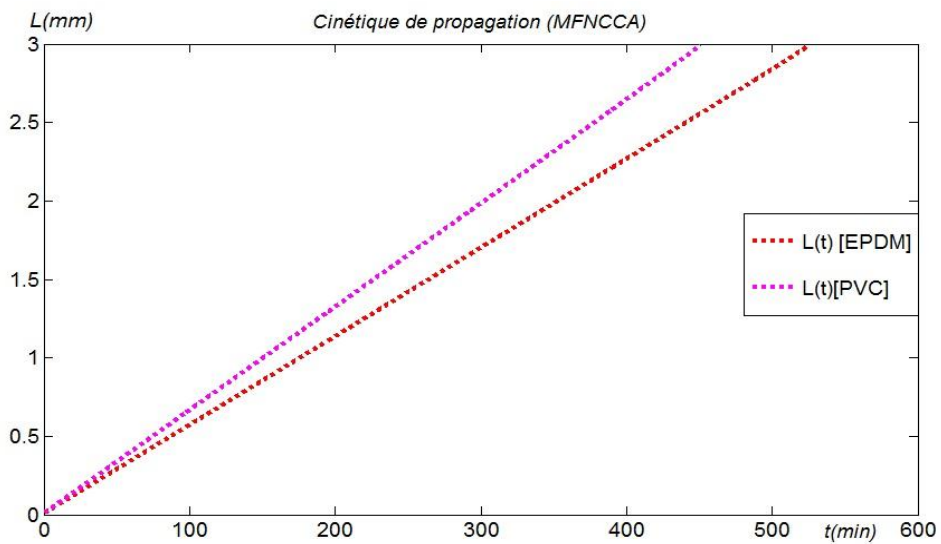


Figure III.11 : Influence de la nature du materiau sur la cinétique de propagation des arborescences, avec  $U=20\text{ kV}$ (sinusoidale),  $d=3\text{ mm}$ ,  $r_f=5\ \mu\text{m}$ , et  $\sigma = 0$  (MF)

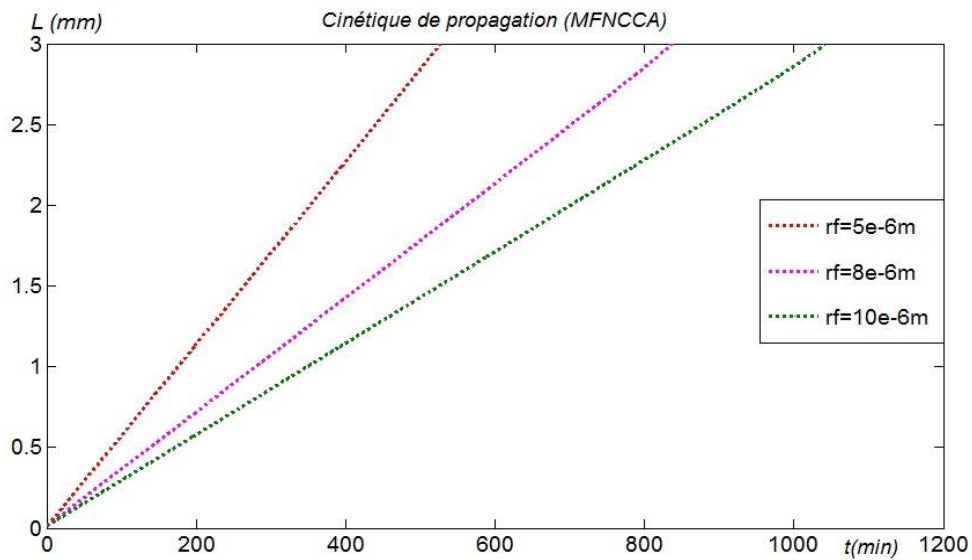


Figure III.12 : Influence du rayon de courbure sur la cinétique de propagation des arborescences, avec  $U=20$  kV (sinusoïdale),  $d=3$  mm, EPDM et  $\sigma = 0$  (MF)

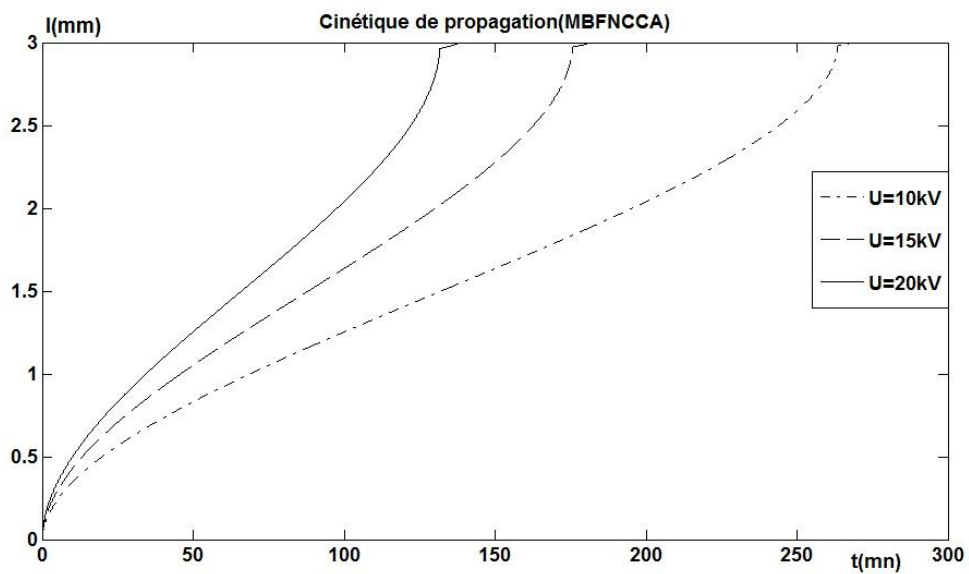


Figure III.13 : Influence de la tension sinusoidale sur la cinétique de propagation des arborescences, avec  $d=3$  mm,  $r=8\mu m$ , EPDM et  $\sigma = 0$  (MBF)

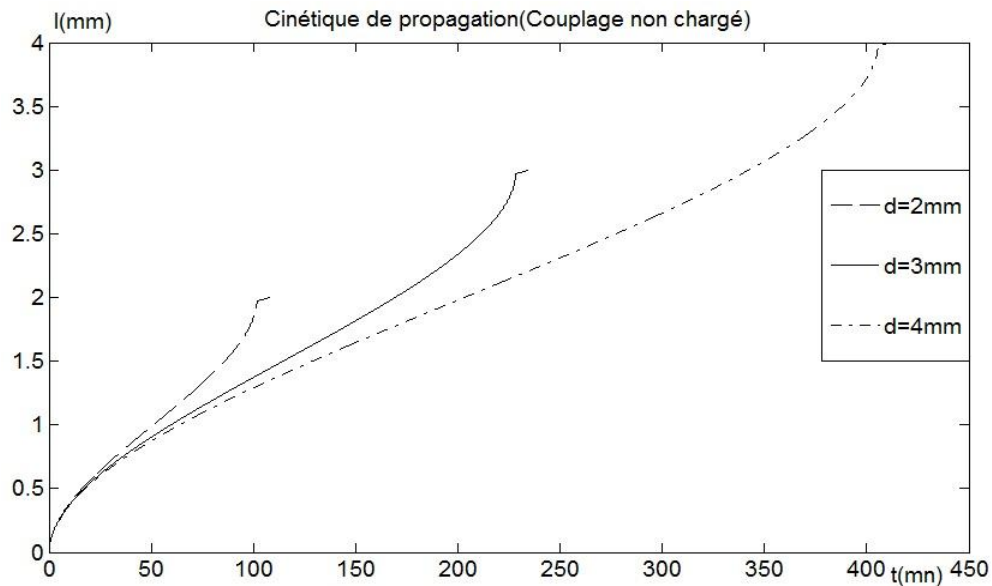


Figure III.14 : Influence de la distance inter-électrode sur la cinétique de propagation des arborescences, avec  $U=15$  kV (sinusoïdale),  $r=8\mu\text{m}$ , EPDM et  $\sigma = 0$  (MBF)

#### III.4.1.2 interface chargée ( $\sigma \neq 0$ )

En tenant compte de la densité de charge  $\sigma$ , nous avons voulu rapprocher davantage les modèles de la réalité des arborescences, ceci dans le but de faire tendre le facteur de correction  $f_c$  vers l'unité. Dans ce cas, la conductivité des deux milieux (arborescence et matériau) sont prises en considération.

D'après les résultats obtenus, les courbes de la cinétique de propagation traduisent une différence entre le cas de la tension continue et alternative.

Dans le cas continu, il ressort des courbes (Figure III.15, Figure III.16 et Figure III.17) une propagation dont l'ascension s'effectue après un court temps de stagnation, ce qui veut dire que l'arborescence ne suit pas immédiatement l'application directe du champ électrique.

Dans le cas alternatif, les courbes (Figure III.18, Figure III.19 et Figure III.20) sont linéaires de pente constante mais qui change selon que le facteur sur lequel nous agissons accélère ou ralentisse l'évolution. Nous constatons, cependant, que l'amplitude de la tension, la distance inter-électrodes, le rayon de courbure et la nature du matériau influent similairement que le cas d'interface non chargée, et en accord avec le cas réel.

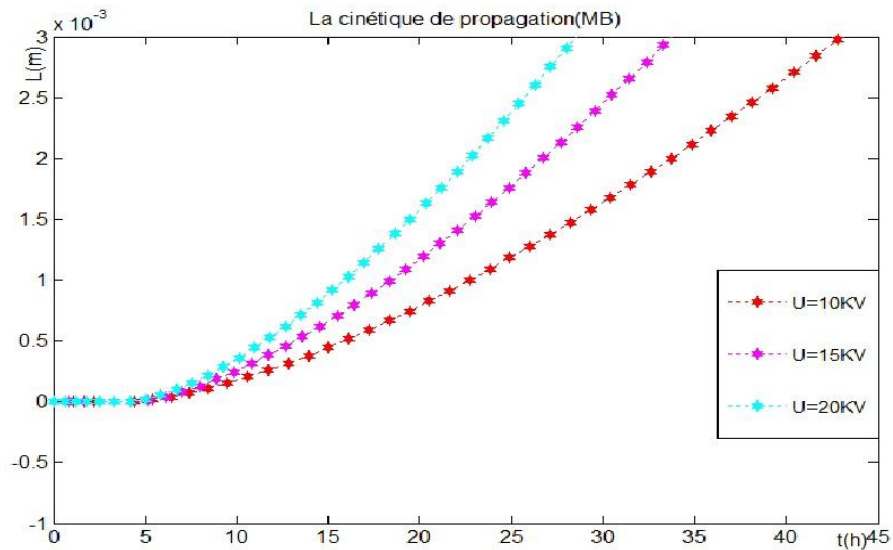


Figure III.15 : Influence de la tension continue sur la cinétique de propagation des arborescences, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $R_p=10\mu\text{m}$ , EPDM et  $\sigma \neq 0$  (MB)

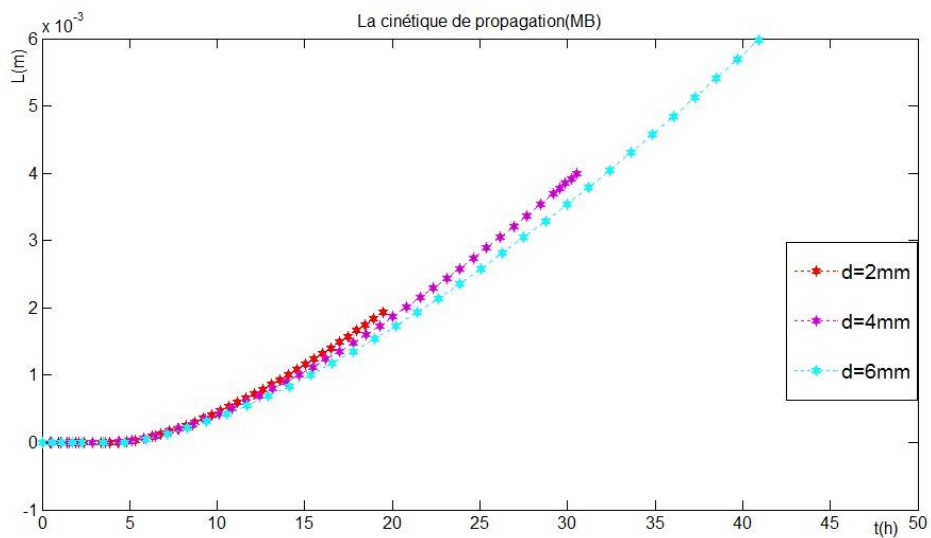


Figure III.16 : Influence de la distance inter-électrode sur la cinétique de propagation des arborescences, avec  $U=20\text{KV}$ (continue),  $R_p=10\mu\text{m}$ , EPDM et  $\sigma \neq 0$  (MB)

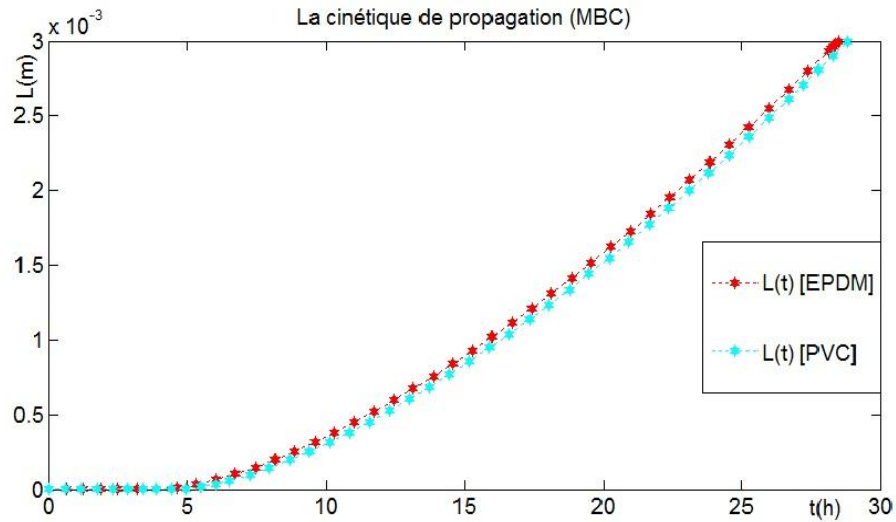


Figure III.17 : Influence de la nature du materiau sur la cinétique de propagation des arborescences, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $U=20\text{KV}$ (continue), et  $\sigma \neq 0$  (MB)

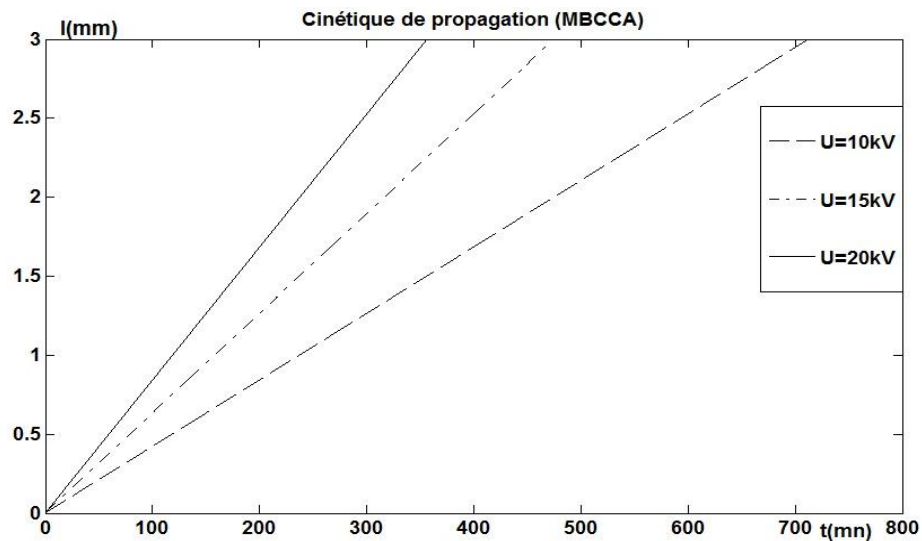


Figure III.18 : Influence de la tension sinusoïdale sur la cinétique de propagation des arborescences, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $r_p=10\mu\text{m}$ , EPDM et  $\sigma \neq 0$  (MB)

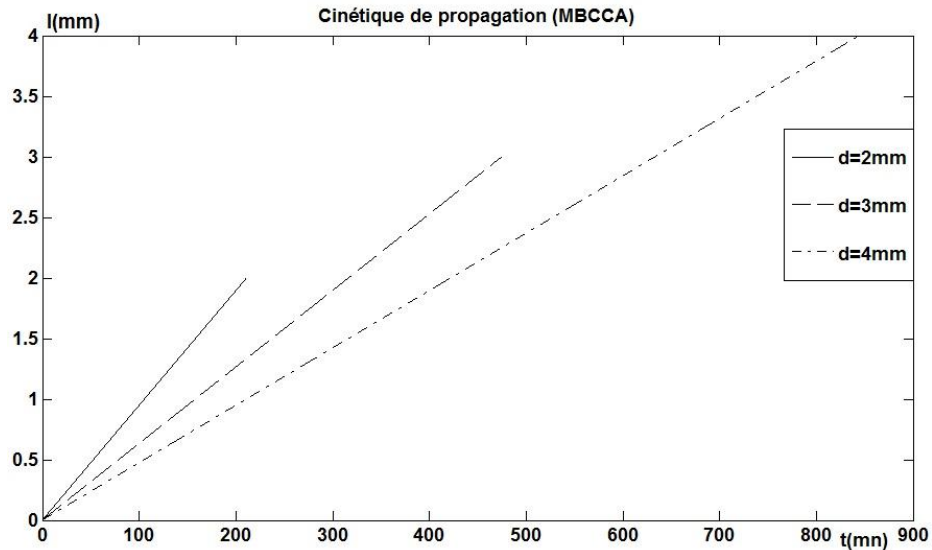


Figure III.19 : Influence de la distance inter-électrode sur la cinétique de propagation des arborescences, avec  $U=20\text{kV}$ (sinusoïdale), EPDM et  $\sigma \neq 0$  (MB)

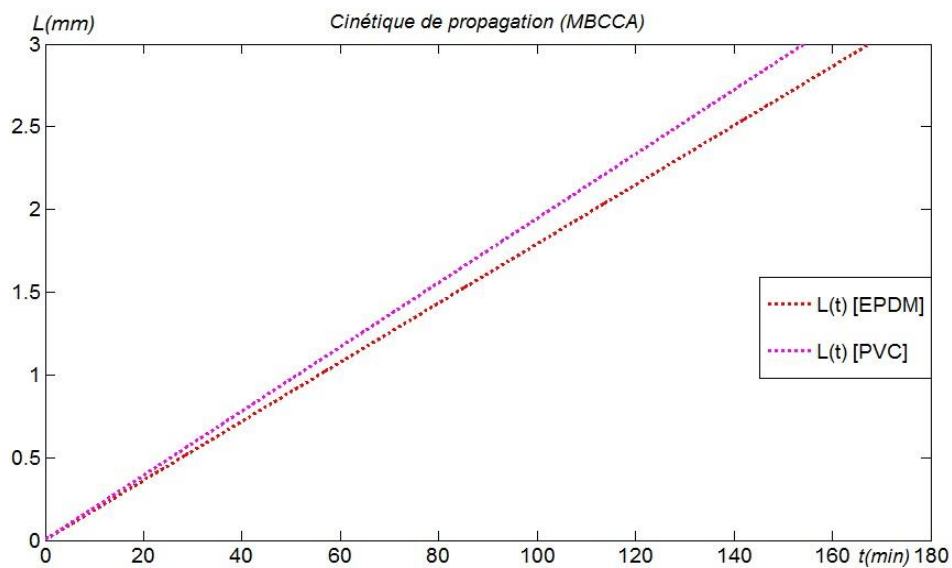


Figure III.20 : Influence de la nature du matériau sur la cinétique de propagation des arborescences, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $U=20\text{ kV}$ (sinusoïdale),  $r_p=10\mu\text{m}$ , et  $\sigma \neq 0$  (MB)

### Conclusion sur la cinétique de propagation :

Ces modèles traduisent correctement la cinétique de l'arborescence, et le modèle de couplage reste le plus proche du cas réel. Leurs réponses par rapport aux paramètres d'influence sur le mode de propagation de l'arborescence, mis en jeu, sont fidèles aux résultats expérimentaux trouvés dans la littérature, soit :



- L'amplitude de la tension, qu'elle soit continue ou alternative, accélère la dégradation. Autant l'amplitude est grande, autant la pente de la courbe est importante. Ce qui signifie que l'arborescence prend naissance et évolue plus rapidement avec l'augmentation de la tension.
- Si nous diminuons la distance inter-électrode l'évolution de l'arborescence augmente en vitesse, ce qui se signale par des pentes plus grandes et des temps d'ascension plus courts.
- La variation du rayon de courbure  $r_p$  influe beaucoup plus sur le modèle filamentaire par contre la variation de la distance inter électrode  $d$  influe sur le modèle sphérique.
- Le type du matériau, que caractérisent sa masse volumique, sa permittivité et sa conductivité, sont très faiblement déterminant sur l'allure et la pente des courbes.

### III.4.2 Courant de décharge

#### Sous champ alternatif

Pour les deux cas d'interfaces (non chargée  $\sigma=0$  et chargée  $\sigma\neq 0$ ), les allures de toutes les courbes (Figure III.23 à Figure III.25) relevées du courant de décharge s'apparentent à un train d'impulsion, présentant des pics plus au moins nets et cela pour la tension alternative. Nous constatons que la variation des paramètres opérationnels (l'amplitude de la tension, le rayon de courbure, la distance inter électrode) n'ont pas une grande influence non seulement sur l'ordre de grandeur mais aussi sur l'allure des courbes.

#### Sous champ continu

Les courbes (Figure III.21, Figure III.22) sous champ continu, sont similaires pour les arborescences électriques. Nous distinguons une partie de courbe plate presque nulle et un pic à la limite du claquage.

Les réponses de ces modèles par rapport aux courants de décharges se rapprochent du cas réel et le modèle couplé donne la meilleure approche. Nous retrouvant l'amplitude de décharge importante, attribuée à l'ionisation du polymère, ainsi que la diminution qui suit ce pic due à la montée en pression des gaz contenus dans la cavité qui provoque l'extinction des décharges et la réapparition des pics suites à la reprise des décharges après une diffusion des gaz.

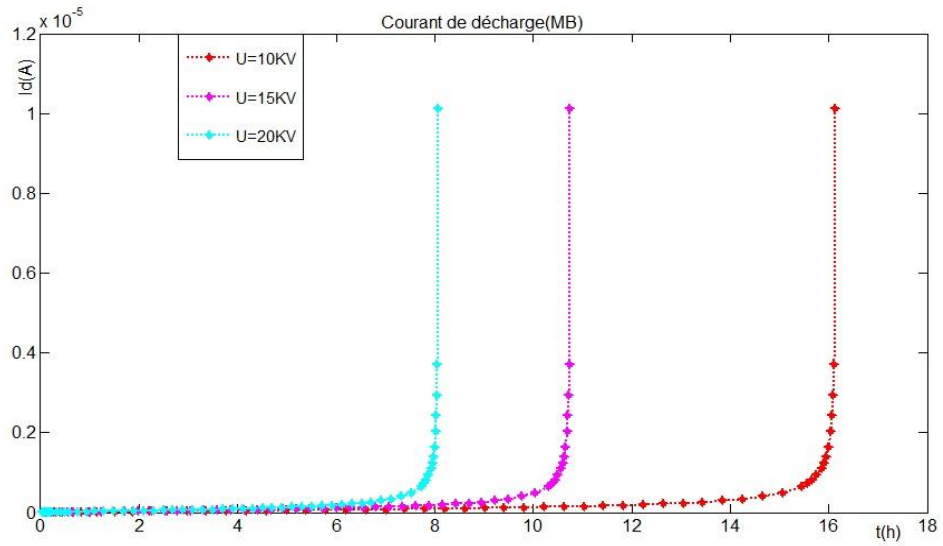


Figure III.21 : Influence de la tension continue sur le courant de décharge, avec  $d=5\text{mm}$ ,  $r_p=10\mu\text{m}$ , EPDM et  $\sigma=0$  (MB).

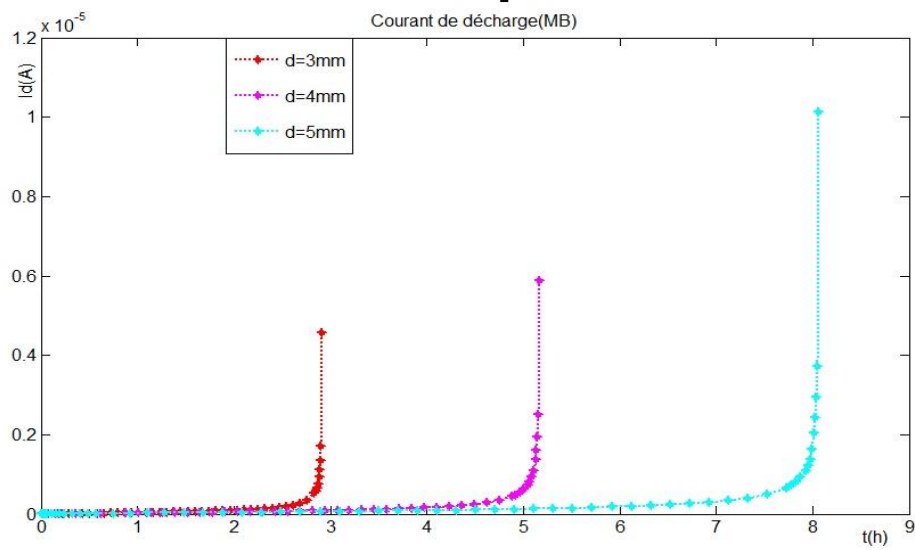


Figure III.22 : Influence de la distance inter-électrode sur le courant de décharge, avec  $U=20\text{KV}$  (continue),  $R_p=10\mu\text{m}$ , EPDM et  $\sigma=0$  (MB).

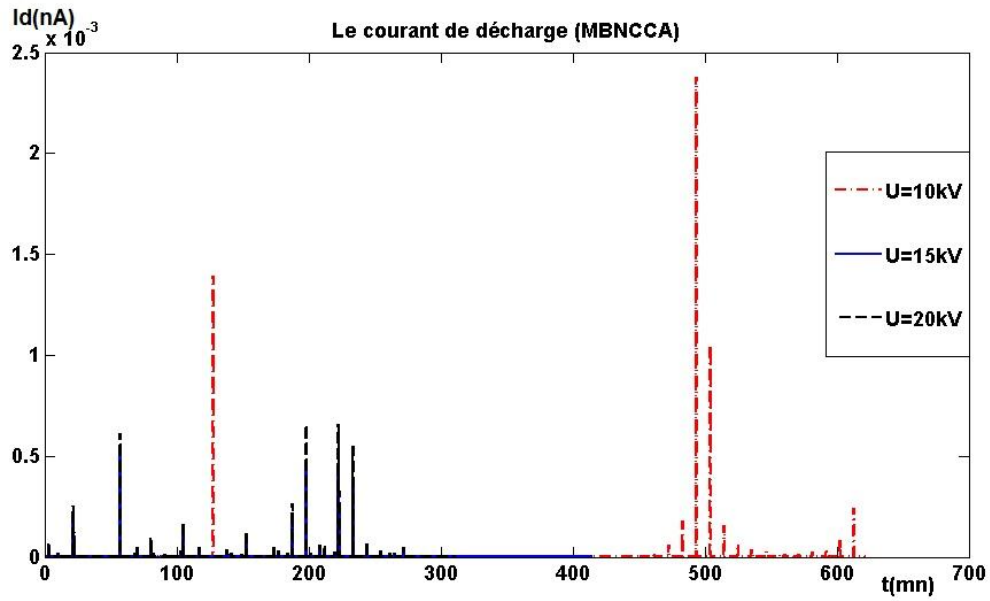


Figure III.23 : Influence de la tension sinusoidale sur le courant de décharge, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $r_p=5\mu\text{m}$ , EPDM et  $\sigma=0$  (MB).

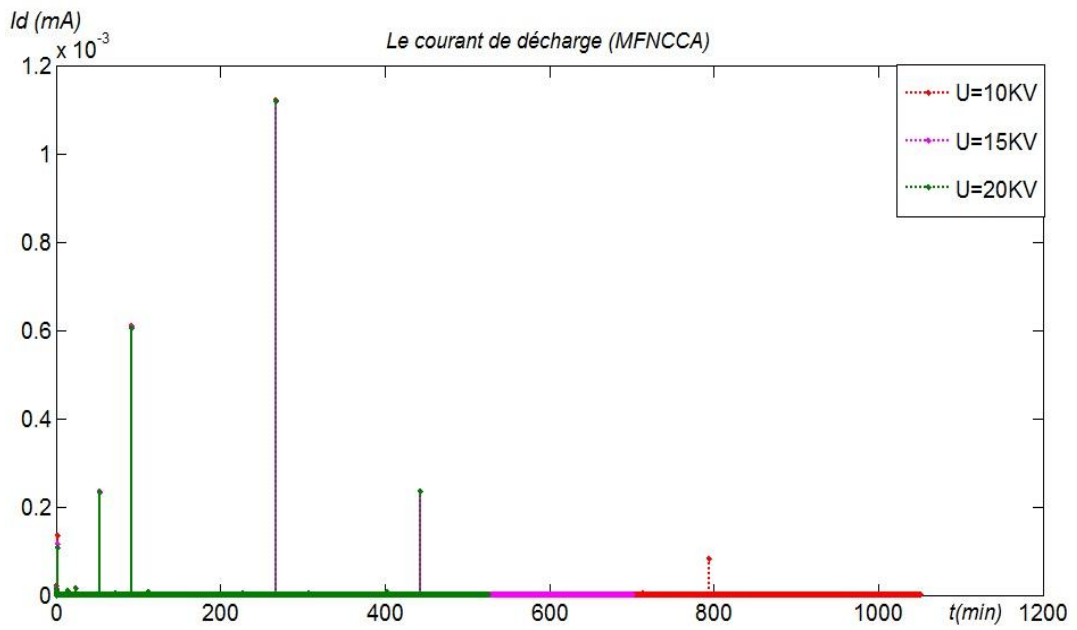


Figure III.24 : Influence de la tension sinusoidale sur le courant de décharge, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $r_f=5\mu\text{m}$ , EPDM et  $\sigma=0$  (MF).

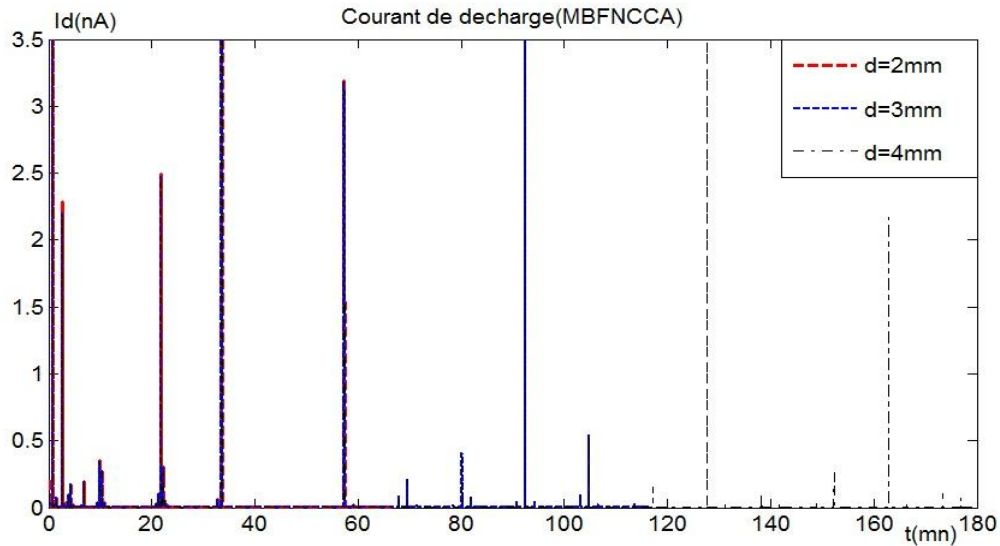


Figure III.25 : Influence de la distance inter-électrode sur le courant de décharge, avec  $U=15\text{kV}$  (sinusoïdale),  $r=8\mu\text{m}$ , EPDM et  $\sigma=0$  (MBF).

### Conclusion sur le courant de décharge

Les mêmes conclusions que pour la cinétique de propagation, s'appliquent sur les différentes variations des facteurs interférant dans la dégradation des polymères par phénomène d'arborescences. L'amplitude de la tension, le rayon de courbure de l'électrode, la distance inter électrode, sans négliger la nature du matériau par son aspect moléculaire, influent sur les courants de décharges de manière similaire que sur la cinétique de propagation.

### III.4.3 Le facteur de pertes diélectrique

Les trois modèles (MB, MF, MBF) nous donnent des courbes de l'évolution du facteur de pertes sur les figures (III.26 à III.30), se rapprochent du cas réel. La caractéristique  $\text{tg} \delta(t)$  présente trois phases; la première consécutive à l'initiation de l'arborescence est brève où  $\text{tg} \delta$  diminue légèrement, suivie d'une deuxième phase qui s'étend sur un intervalle de temps large presque l'essentiel du temps de retard au claquage. Il suit un coude annonçant une troisième phase marquée par une augmentation importante du facteur de perte. Cette dernière renseigne sur l'ordre des pertes dans la phase de pré claquage et de claquage.

Le modèle du couplage (MBF) répond favorablement à la variation temporelle de  $\text{tg} \delta$  qui augmente avec l'évolution de la dégradation (figure III.30), ce qui répond au cas réel enregistré expérimentalement [45] (Voir figure A1 annexe A).

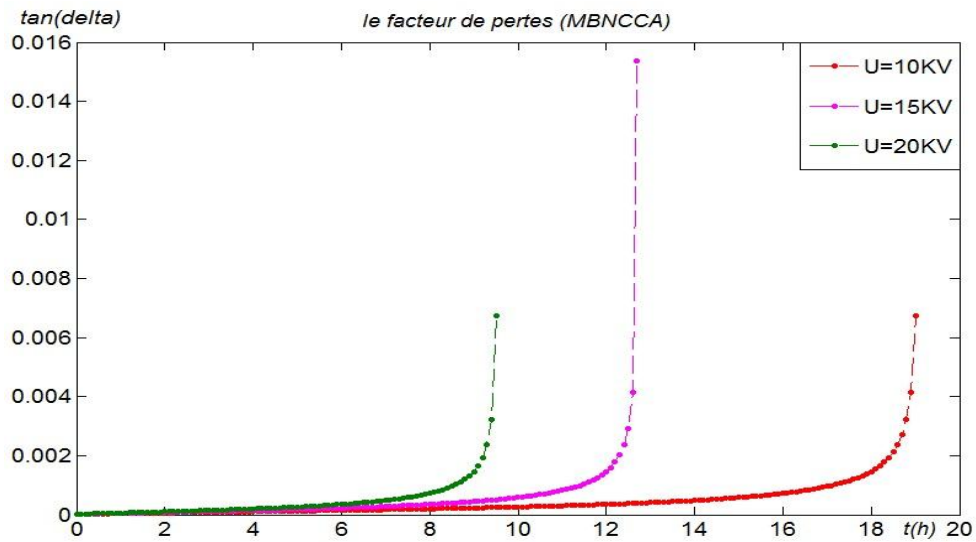


Figure III.26 : Influence de la tension sinusoidale sur le facteur de pertes diélectriques, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $r_p=10\mu\text{m}$ , cas C.E.C.L série- série, EPDM et  $\sigma=0$  (MB).

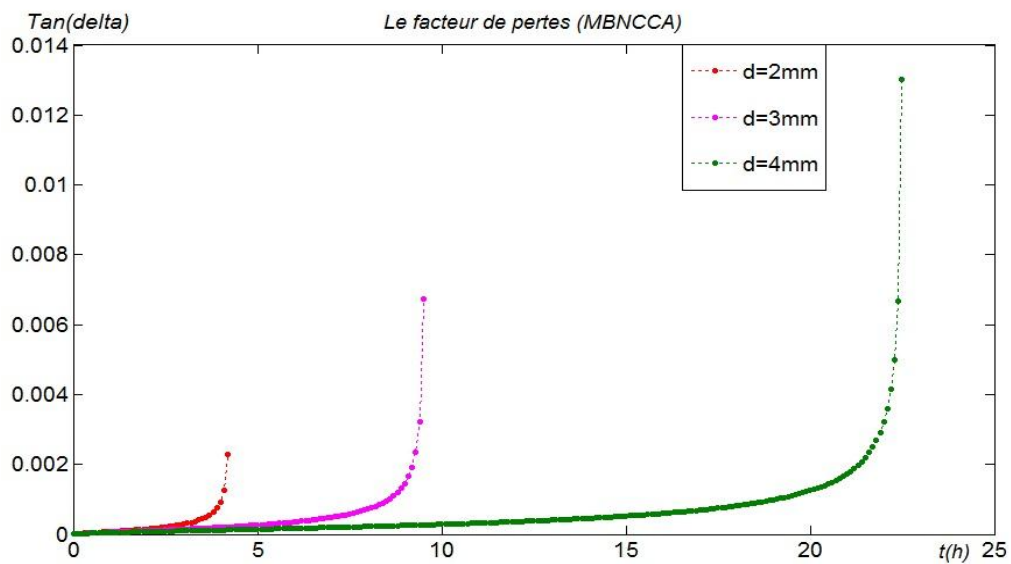


Figure III.27 : Influence de la distance inter-électrode sur le facteur de pertes diélectriques, avec  $U=20\text{KV}$  (sinusoidale),  $r_p=10\mu\text{m}$ , cas C.E.C.L série- série, EPDM et  $\sigma=0$  (MB).

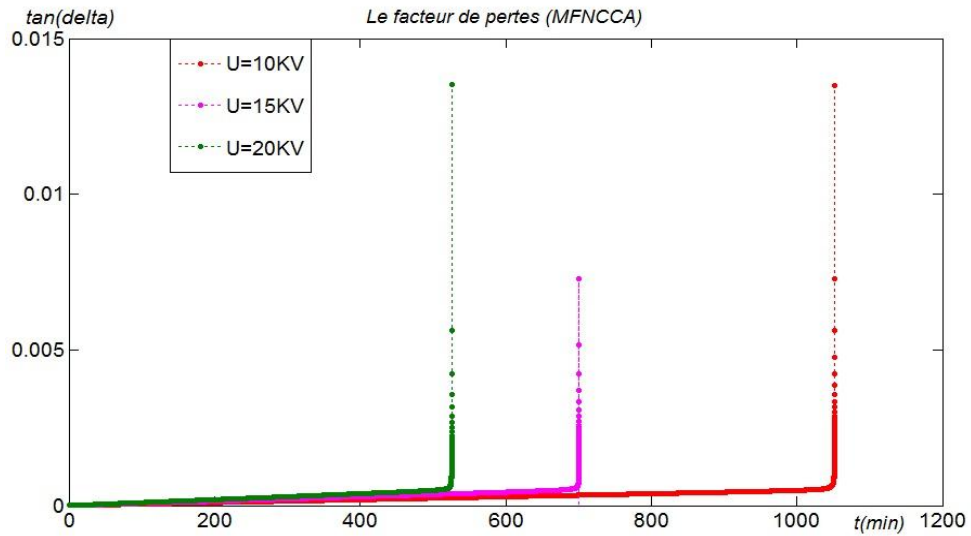


Figure III.28 : Influence de la tension sinusoidale sur le facteur de pertes diélectriques, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $r_f=5\mu\text{m}$ , cas C.E.C.L série- série, EPDM et  $\sigma=0$  (MF).

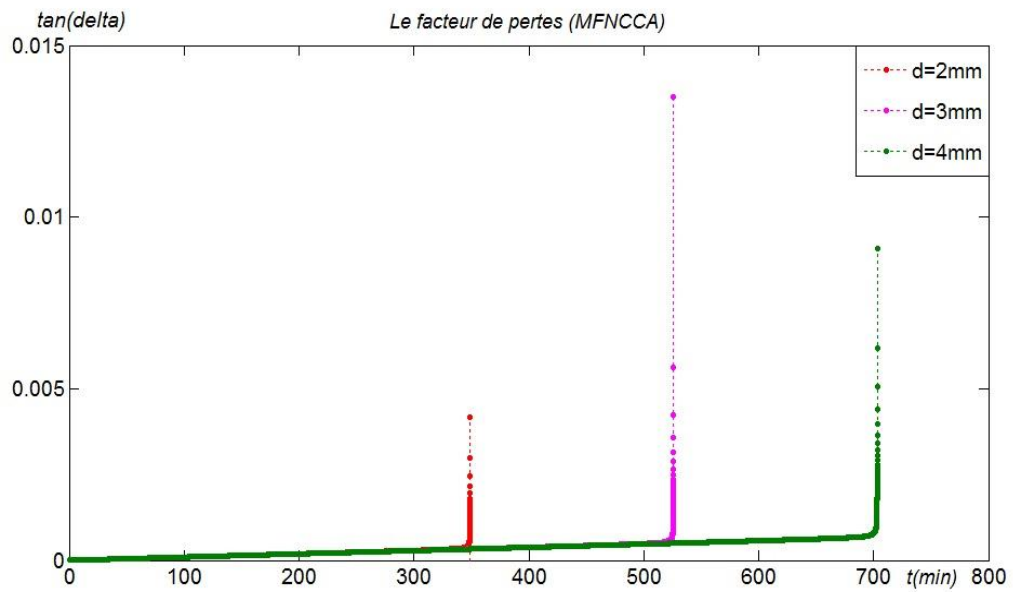


Figure III.29 : Influence de la distance inter-électrode sur le facteur de pertes diélectriques, avec  $U=20\text{KV}$  (sinusoidale),  $r_f=5\mu\text{m}$ , cas C.E.C.L série- série, EPDM et  $\sigma=0$  (MF).

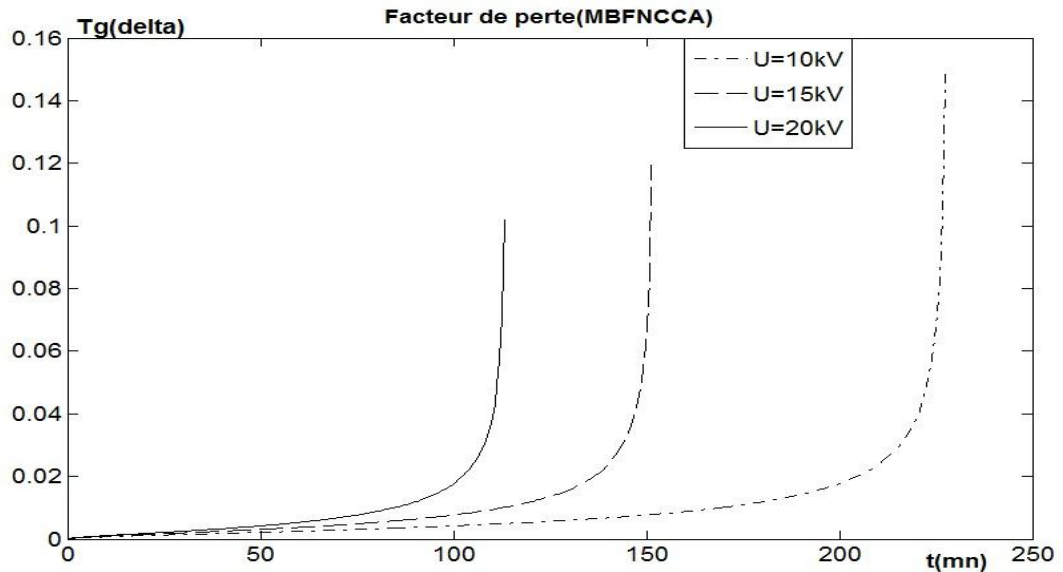


Figure III.30 : Influence de la tension sinusoïdale sur le facteur de pertes diélectriques, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $r=5\mu\text{m}$ , cas C.E.C.L série- série, EPDM et  $\sigma=0$  (MBF).

#### III.4.4 La quantité de charges

Les figures (III.31 à III.35) illustrent l'évolution de la quantité de charge écoulee durant la dégradation, dans le cas des trois modèles considérés (MB, MF et MBF). Le modèle de couplage MBF donne la meilleure approche du cas réel. La quantité de charge écoulee croit dans le temps, pour atteindre des proportions très importantes à l'approche du claquage. Cette quantité est d'autant plus grande que le champ appliqué est élevé et le défaut est à un stade avancé. Ces résultats sont en concordance avec le cas réel vérifié expérimentalement [45]; Ceci correspond en pratique à la diminution de la résistivité des parois de la cavité pendant la dégradation du matériau, ce qui augmente la tension disponible au bout de l'arborescence synonyme d'un raccourcissement de la distance inter électrode, d'où un champ intensifié et des décharges qui augmente en corolaire.

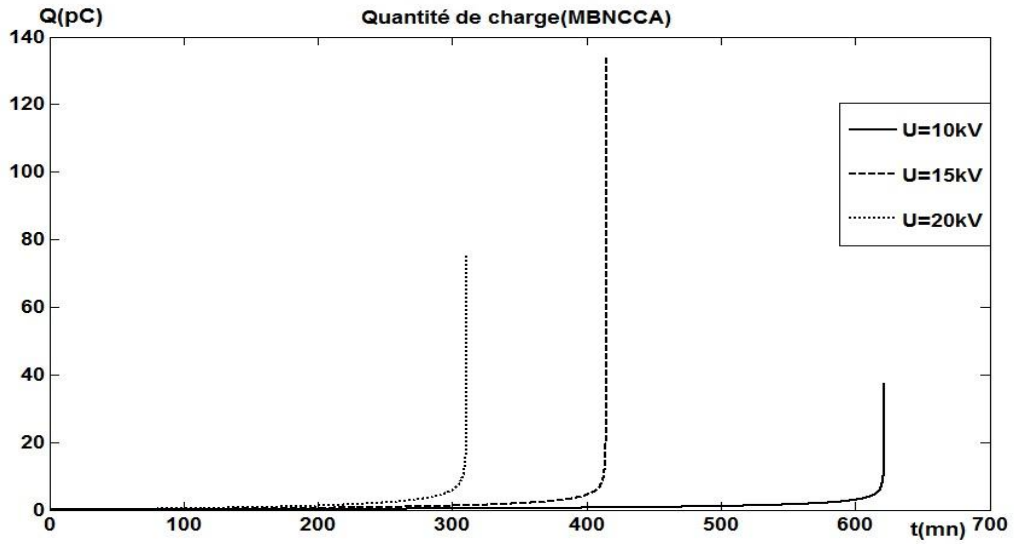


Figure III.31 : Influence de la tension sinusoidale sur la quantité de charges, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $r_p=5\mu\text{m}$ , EPDM et  $\sigma=0$  (MB).

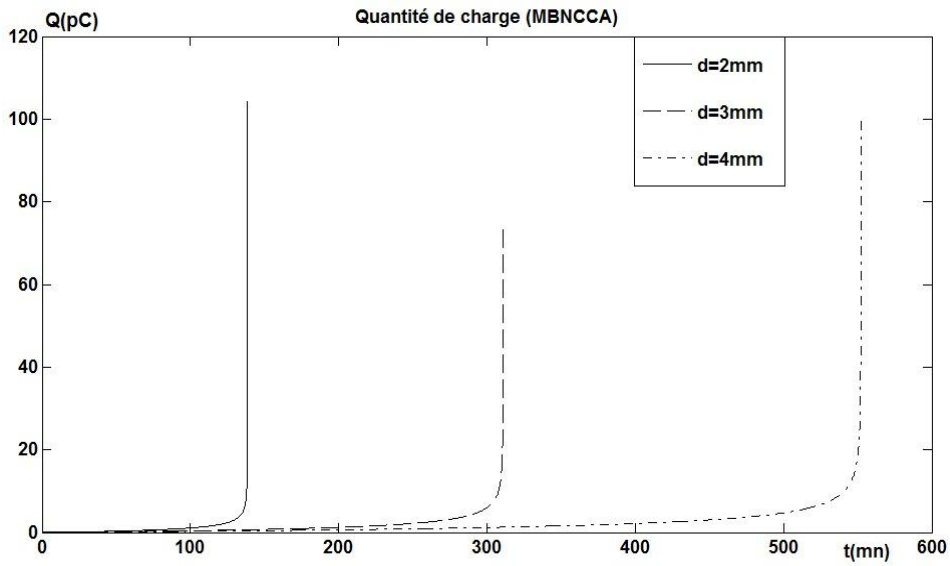


Figure III.32 : Influence de la distance inter-électrode sur la quantité de charge, avec  $U=20\text{KV}$ (sinusoidale),  $r_p=5\mu\text{m}$ ,  $f=50\text{Hz}$ , EPDM et  $\sigma=0$  (MB).



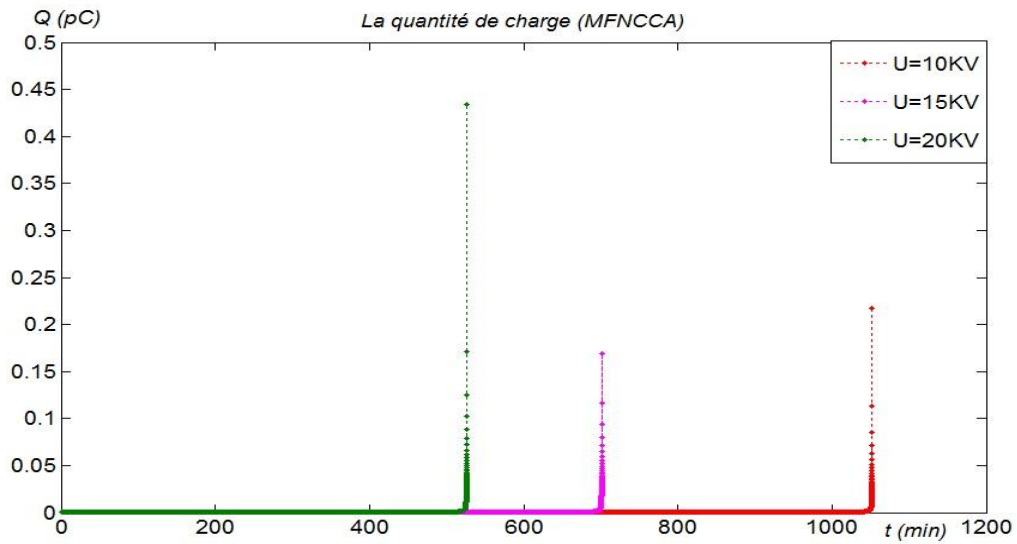


Figure III.33 : Influence de la tension sinusoidale sur la quantité de charges, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $r_f=5\mu\text{m}$ , EPDM et  $\sigma=0$  (MF).

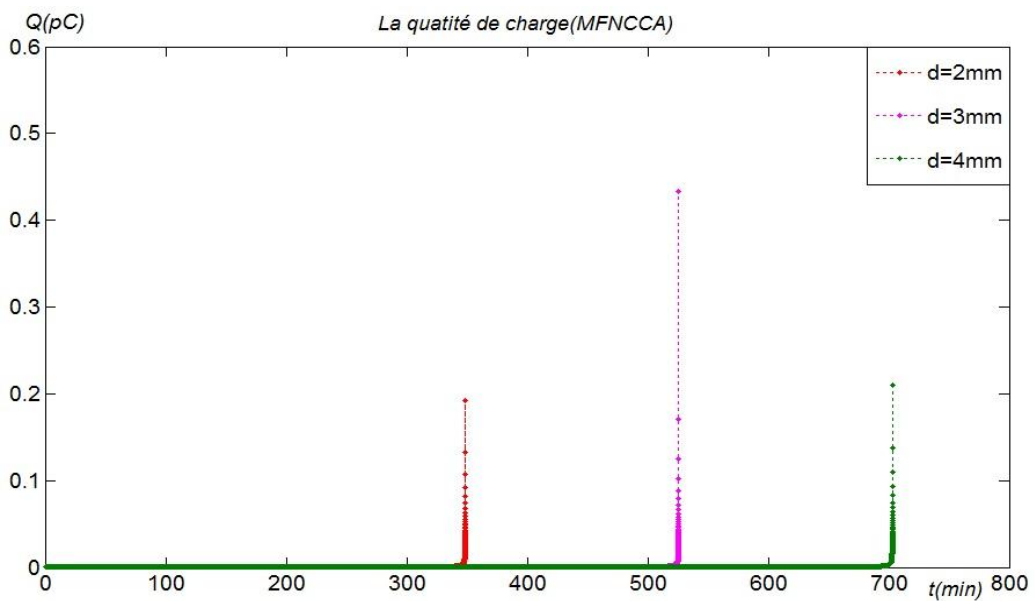


Figure III.34 : Influence de la distance inter-électrode sur la quantité de charge, avec  $U=20\text{kV}$ (sinusoidale),  $r_f=5\mu\text{m}$ ,  $f=50\text{Hz}$ , EPDM et  $\sigma=0$  (MF).

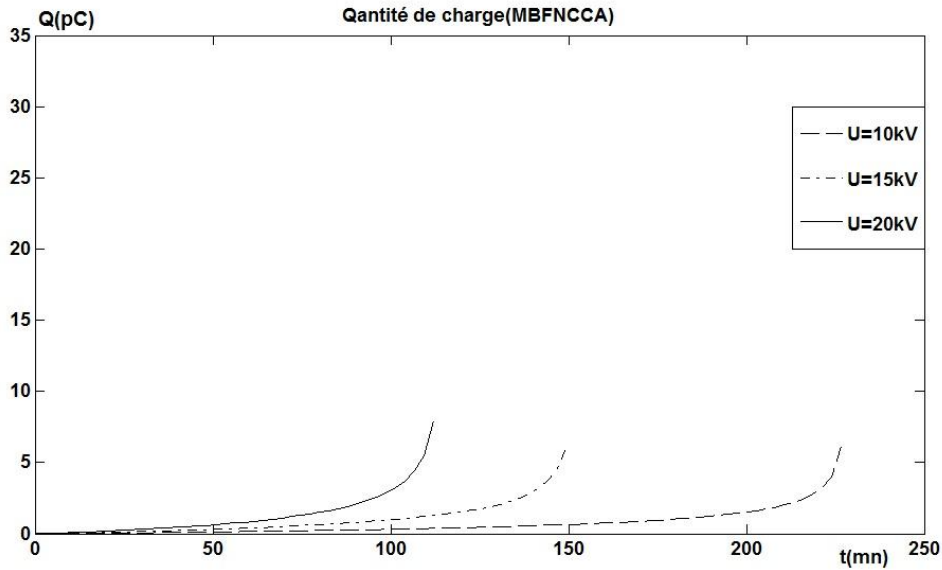


Figure III.35 : Influence de la tension sinusoïdale sur la quantité de charges, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $r=5\mu\text{m}$ , EPDM et  $\sigma=0$  (MBF).

#### III.4.5 La tension seuil d'apparition des décharges partielles

Les figures (III.36 à III.41) illustrent la variation de la tension seuil d'apparition de la décharge partielle, dans le cas des trois modèles considérés (MB, MF et MBF). Au début du vieillissement,  $U_s$  diminue dans le temps avec l'évolution du défaut. Cette diminution est accentuée avec l'intensification de la contrainte du champ appliquée, ce qui se rapproche des résultats expérimentaux [46] (voir annexe A, Figure.A2). Cependant, la phase de stagnation enregistrée durant le temps de propagation de l'arborescence ne concorde pas avec les résultats expérimentaux [ma publi] qui montre une chute plus sévère de  $U_s$  à l'approche du claquage.

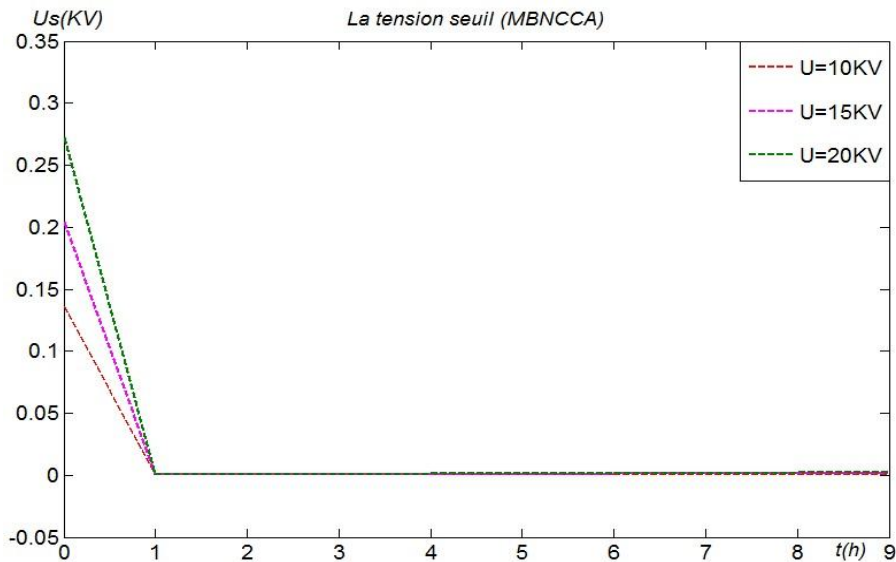


Figure III.36 : Influence de la tension sinusoidale sur la tension seuil d'apparition des décharges partielles, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $r_p=10\mu\text{m}$ , cas C.E.C.L série- série, EPDM et  $\sigma=0$  (MB).

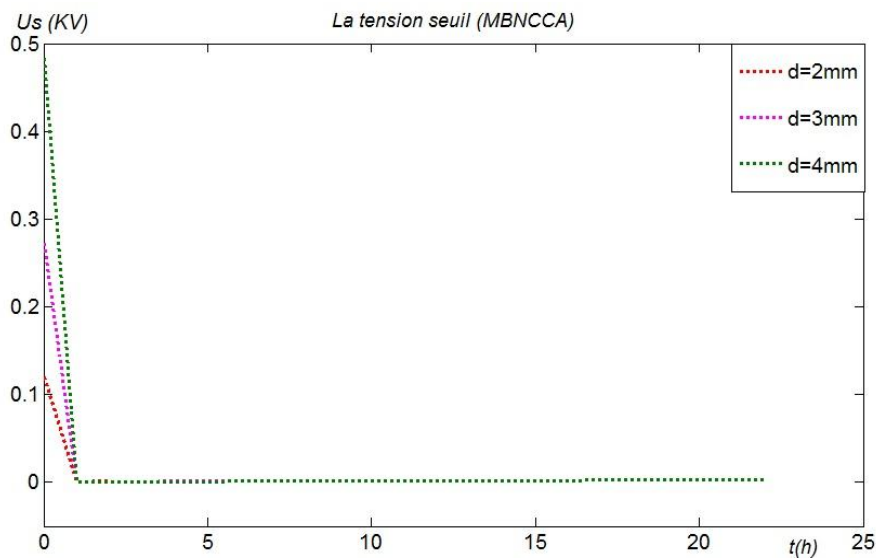


Figure III.37 : Influence de la distance inter-électrode sur la tension seuil d'apparition des décharges partielles, avec  $U=20\text{KV}$  (sinusoidale),  $r_p=10\mu\text{m}$ , cas C.E.C.L série- série, EPDM et  $\sigma=0$  (MB).

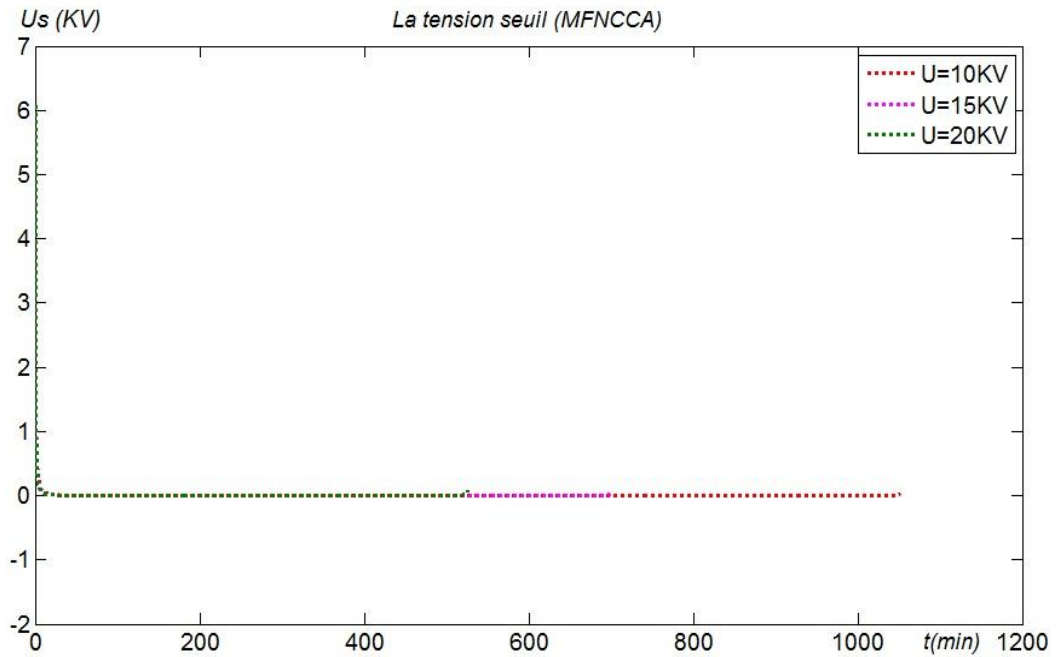


Figure III.38 : Influence de la tension sinusoïdale sur la tension seuil d'apparition des décharges partielles , avec  $d=3\text{mm}$ ,  $r_f=5\mu\text{m}$ , cas C.E.C.L série- série, EPDM et  $\sigma=0$  (MF).

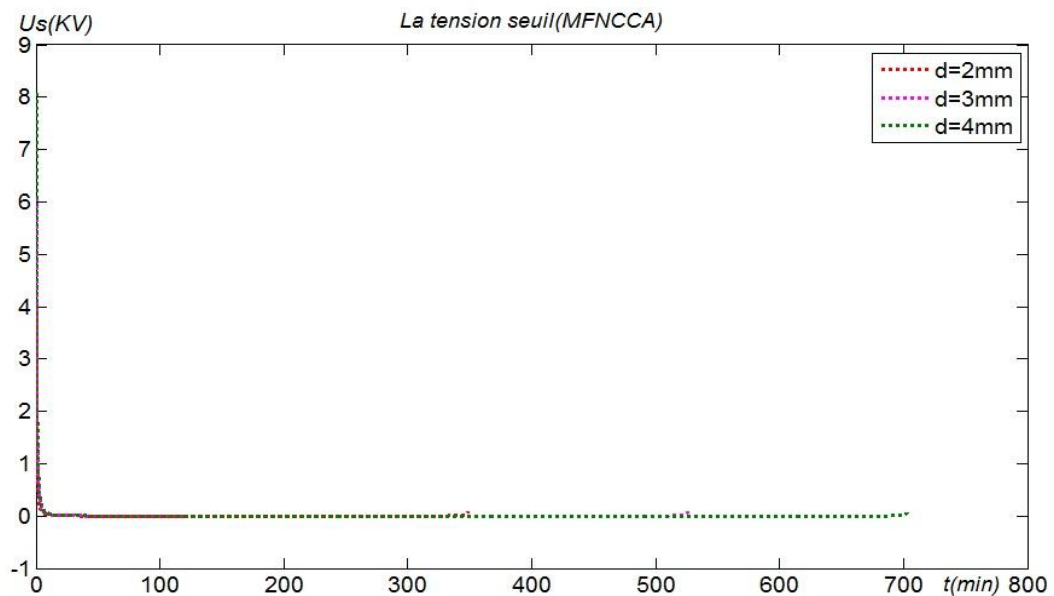


Figure III.39 : Influence de la distance inter-électrode sur la tension seuil d'apparition des décharges partielles, avec  $U=20\text{KV}$  (sinusoïdale),  $r_f=5\mu\text{m}$ , cas C.E.C.L série- série, EPDM et  $\sigma=0$  (MF).

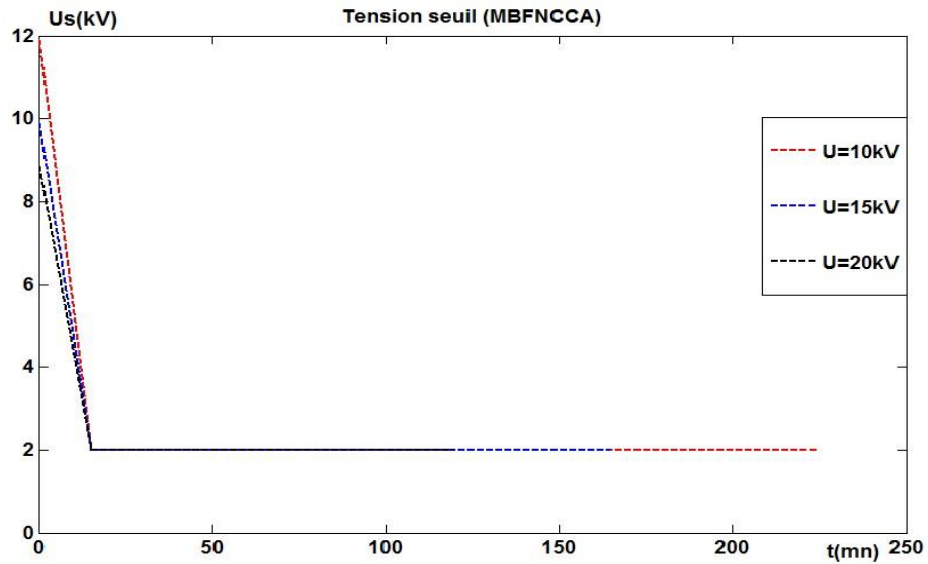


Figure III.40 : Influence de la tension sinusoidale sur la tension seuil d'apparition des décharges partielles, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $r=8\mu\text{m}$ , cas C.E.C.L série- série, EPDM et  $\sigma=0$  (MBF).

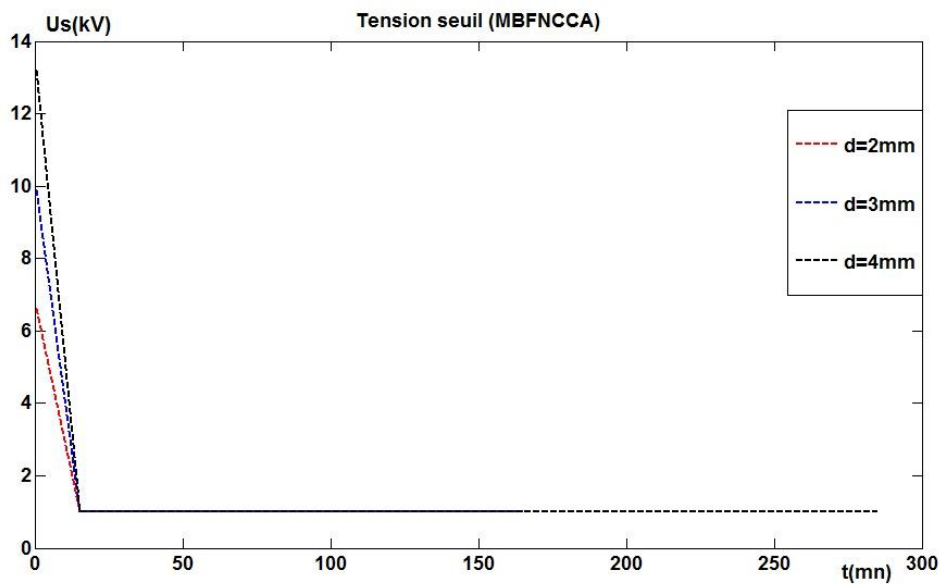


Figure III.41 : Influence de la distance inter-électrode sur la tension seuil d'apparition des décharges partielles, avec  $U=20\text{KV}$  (sinusoidale),  $r=5\mu\text{m}$ , cas C.E.C.L série- série, EPDM et  $\sigma=0$  (MBF).

### III.5 Conclusion

Les modèles évoqués dans notre travail tel que, le modèle sphérique, filamentaire et le modèle du couplage (sphère-filament), restent toutefois intéressants dans l'évolution du phénomène d'arborescence, ou ils répondent aux différentes grandeurs attribuées à cette dégradation.

Les résultats obtenus dans ce chapitre sont validés par ceux de la littérature, en commençant par la longueur de l'arborescence, le champ électrique à la tête de l'arborescence, les courants de décharges, la quantité de charge écoulee, la tension seuil d'apparition des décharges partielles et le facteur de pertes diélectriques, qui sont déterminées par la tension appliquée (continu ou sinusoïdale), la distance inter-électrodes, le rayon de courbure de l'aiguille HT et la nature du matériau exposé à ce défaut. Le facteur de correction qui permet de ramener les résultats de simulation à l'échelle réelle de dégradation est d'une grande importance, d'où l'intérêt d'en faire un bon choix pour une meilleure approche du cas réel. De tous les cas étudiés, le modèle couplé (sphère- filament) est celui qui offre la meilleure approche du cas réel.

# *Conclusion générale*

**Conclusion générale :**

Ce mémoire est la porte à l'étude de la dégradation des polymères par le phénomène d'arborescence.

L'étude bibliographique a permis de conquérir et d'apporter des connaissances sur le phénomène d'arborescence, ces caractéristiques, les paramètres influents ce défaut, ainsi les remèdes évoquer pour masquer ce problème.

L'arborescence est une dégradation issue de la pression électrostatique et le champ électrique. La modélisation analytique, que nous avons établie par des équations mathématiques décrivant le modèle, on l'assimilant a des formes géométriques simples : sphère pour les arborescences ouverte buisson et cylindrique pour les arborescences ouverte filamenteuse.

Les équations obtenues nous ont conduit à déduire différentes grandeurs tels que : la cinétique de propagation et d'autres qui sont liés à cette dernière comme les courants de décharges, la quantité de charge écoulée, le facteur de pertes diélectriques, la tension seuil d'apparition des décharges partielles et les pertes diélectriques. Ces grandeurs sont déterminées à partir des paramètres mis en jeu tels que : le temps du vieillissement, le niveau de la tension appliquée (continu et sinusoïdale), la distance inter-électrodes, le rayon de courbure de l'aiguille HT, la fréquence du champ électrique et la nature du matériau dégradé.

Pour bien comprendre ce phénomène et le comparer à ce de la littérature, nous avons établis une autre étude qui consiste à relever les caractéristiques d'évolution. Pour faire ressortir ces caractéristiques, on a utilisé une simulation numérique par le biais d'un programme sous MATLAB et les méthodes de Runge-Kutta pour les équations différentielles ordinaires d'ordre quatre.

La série de résultats obtenus de ses modèles sont en parfait accord avec ceux de la littérature. De plus, pour les différents modèles qu'on utilise (buisson, filamenteuse et le couplage buisson-filament), on donne un choix qui permet la meilleure description du phénomène d'arborescence.

Cette étude est une grande route vers de nouveaux modèles pouvant décrire et approcher mieux l'arborescence.



# *Annexe*

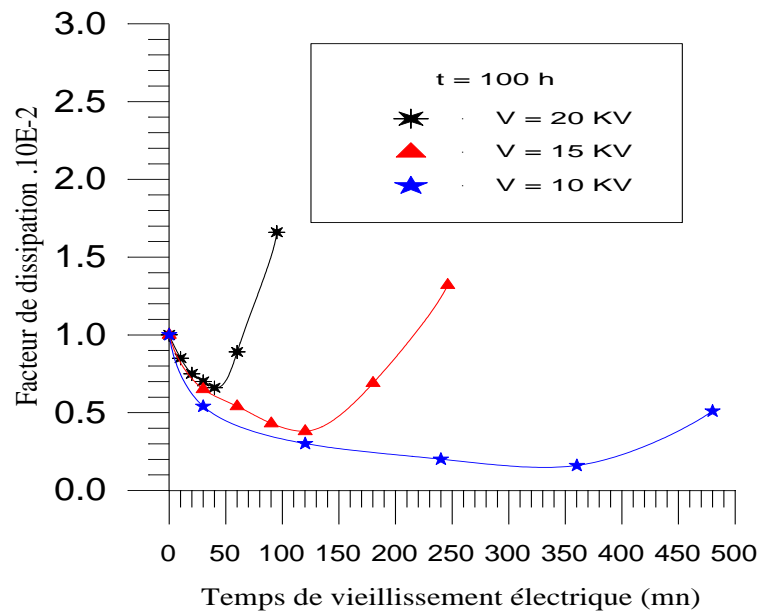


Figure A.1 : Variation du facteur de pertes en fonction du temps de vieillissement du matériau [45].

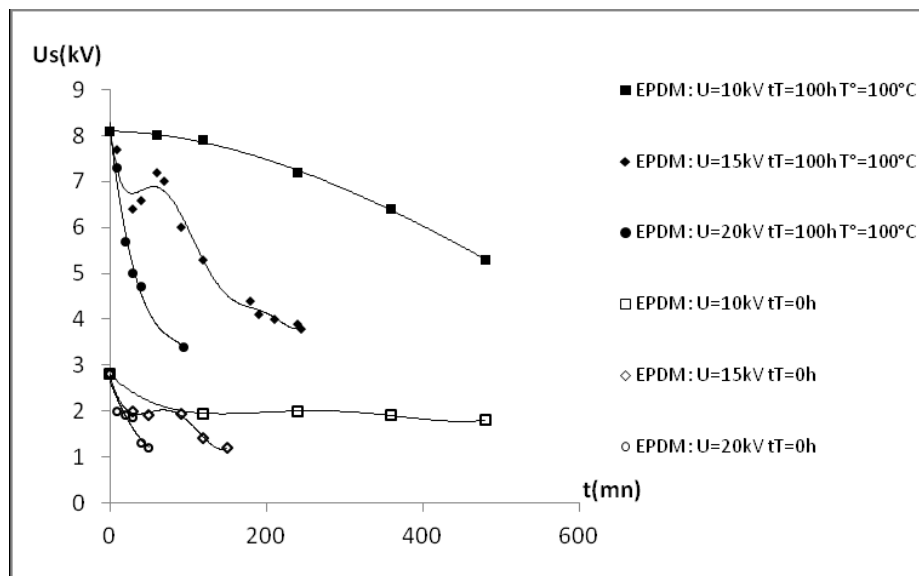


Figure A.2: Correlation curve between the threshold voltage and the trees length for  $d = 3$  mm and  $r = 8 \mu\text{m}$  [44].

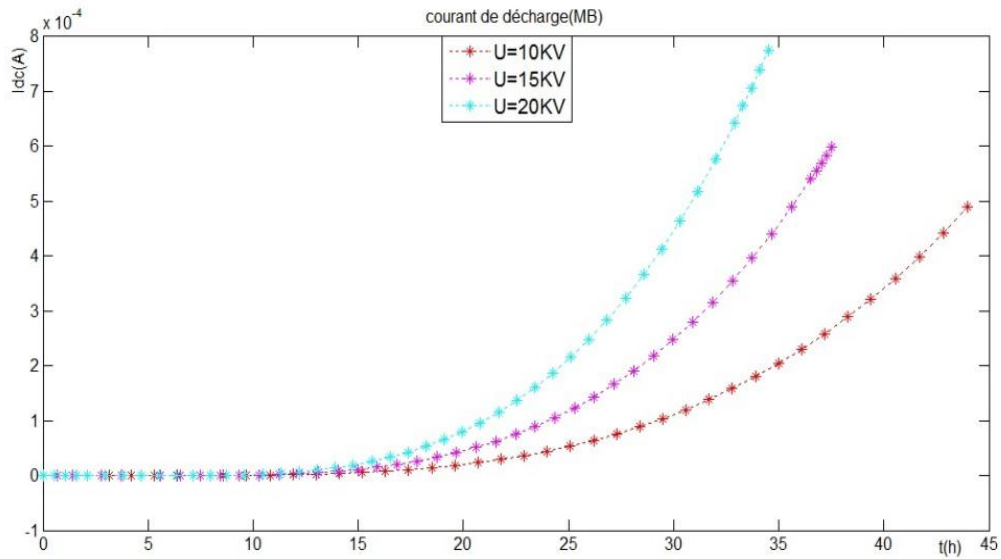


Figure A.3: Influence de la tension continue sur le courant de décharge, avec  $d=3\text{mm}$ , EPDM ( $\sigma \neq 0$  [MB]).

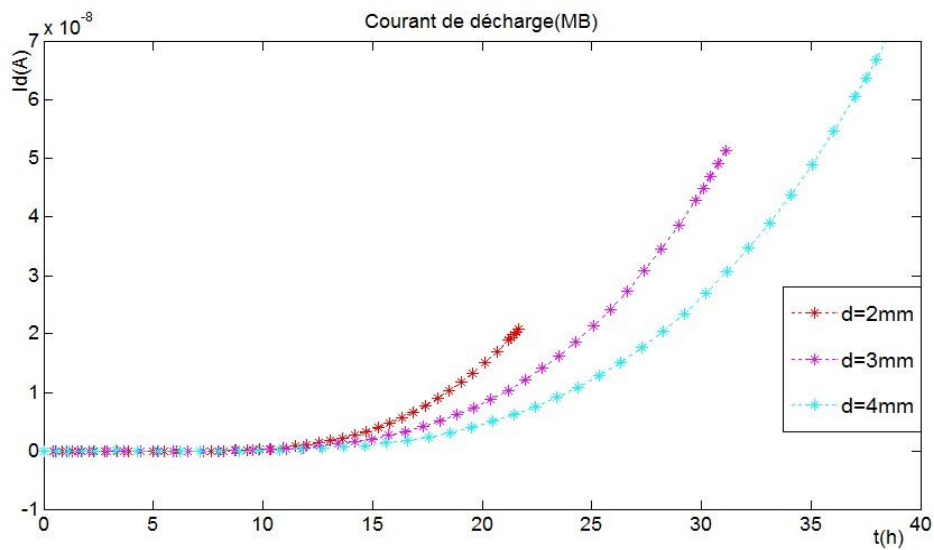


Figure A.4: Influence de la distance inter-électrode sur le courant de décharge, avec  $U=20\text{KV}$  (continue), EPDM ( $\sigma \neq 0$  [MB]).

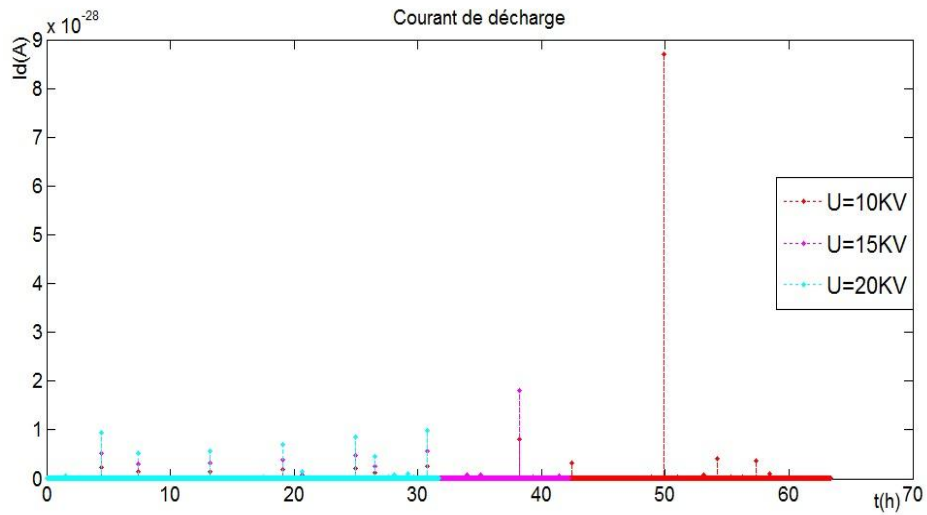


Figure A.5: Influence de la tension sinusoïdale sur le courant de décharge, avec  $d=3mm$ , EPDM ( $\sigma \neq 0$  [MB]).

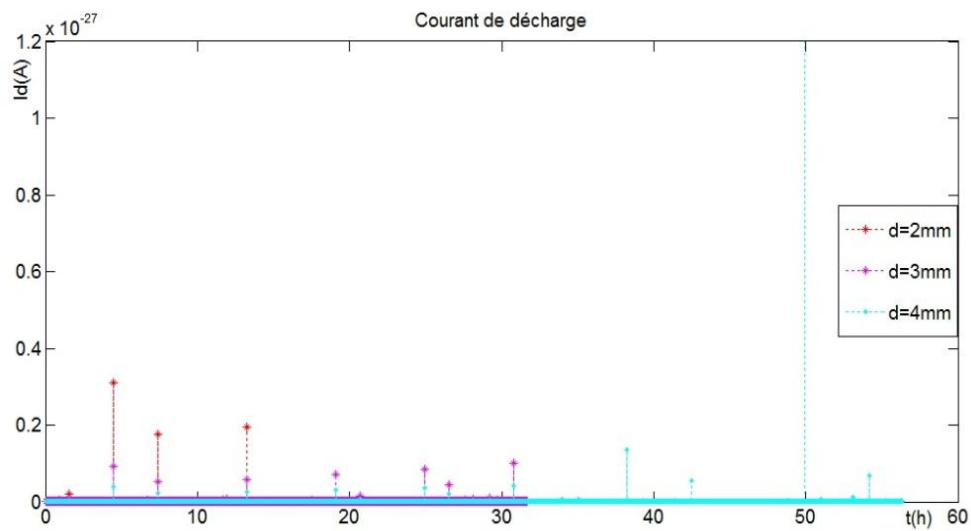


Figure A.6: Influence de la distance inter-électrode sur le courant de décharge, avec  $U=20KV$  (sinusoïdale), EPDM ( $\sigma \neq 0$  [MB]).

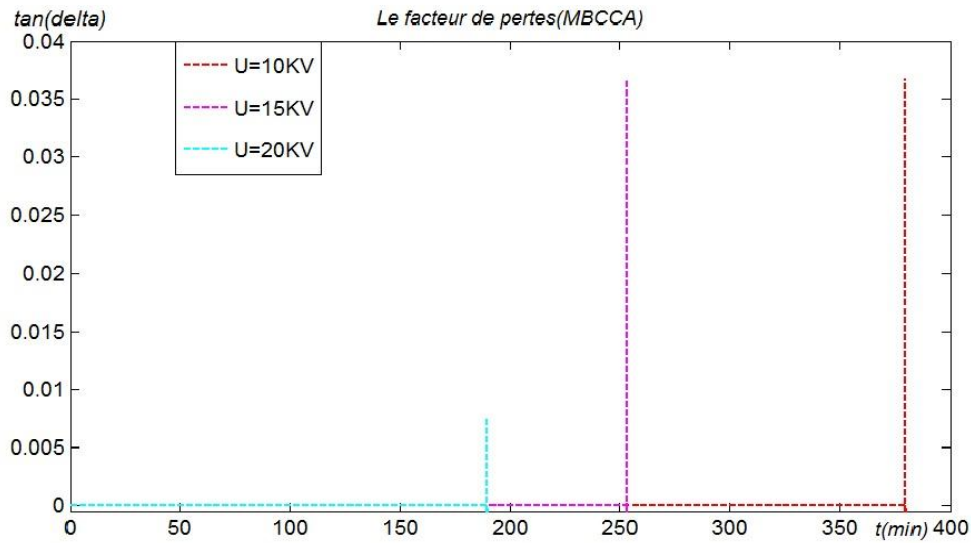


Figure A.7: Influence de la tension sinusoïdale sur le facteur de pertes diélectriques, avec  $d=3\text{mm}$ ,  $r_p=10\mu\text{m}$ , cas C.E.C.L série- série, EPDM ( $\sigma \neq 0$  [MB]).

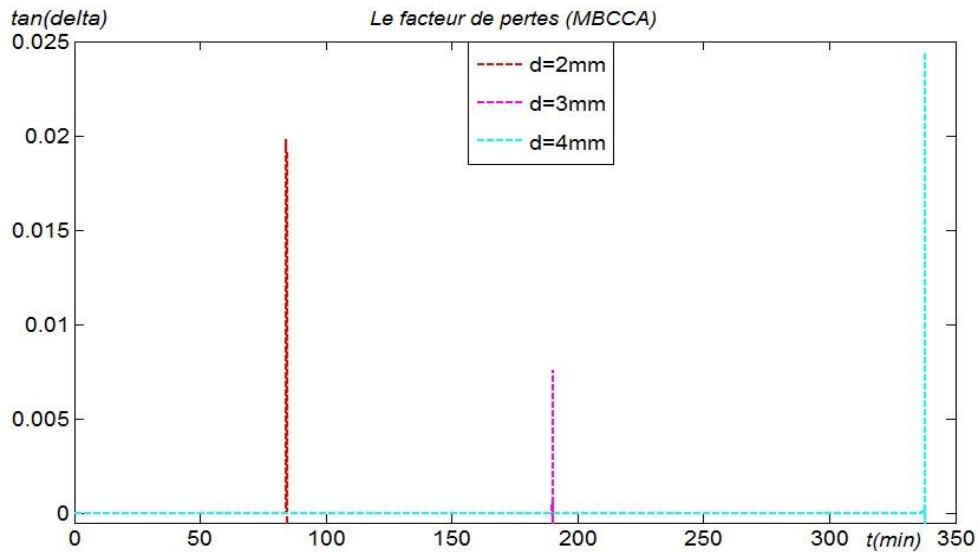


Figure A.8: Influence de la distance inter-électrode sur le facteur de pertes diélectriques, avec  $U=20\text{KV}$  (sinusoïdale),  $r_p=10\mu\text{m}$ , cas C.E.C.L série- série, EPDM ( $\sigma \neq 0$  [MB]).

# *Bibliographie*

**Bibliographies:**

- [1] N.ROUHA, A.BEROUAL, C.BROSSEAU, «Modeling the treeing growth in solid electrical insulation.». IEE.conf.elec.insul.dielec.phen, October 20-23, 1996, 750-753.
- [2] M. IEDA, M. NAWATA, "Influence of polymer morphology on treeing breakdown phenomena", 4th ISH, Athens 1983.
- [3] M.N. Arbab and D.W. Auckland: "Growth of electrical trees in solid insulation" IEE Proceeding of Science, Vol. 136, No. 2, pp. 73-78, 1989.
- [4] J. V. Champion, S. J. Dodd, Y. Zhao, A. S. Vaughan, M. Brown, A.E. Davies, S. J. Sutton and S. G. Swingler, "Morphology and Growth of Electrical Trees in a Propylene/ethylene Copolymer", IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul., Vol. 8, pp. 284-292, 2001.
- [5] Nacéra ROUHA «Modelling the Trees Growth-Current and Losses in Solid Electrical Insulations» LGEB, Université de Béjaia- Algerie.
- [6] N.ROUHA, «Etude et modélisation de la dégradation des polymères par le phénomène d'arborescence», thèse de magister en électrotechnique, juillet 1994 E.N.P. Alger.
- [7] MOHAND.AMOKRANE.HANDALA «contribution à l'étude de la propagation des arborescences dans l'Ethylène-Dienne-Monomère ». Thèse de magister 1982, E.N.P. Alger.
- [8] V. Raharimalala, «influence de la structure et de la morphologie du polymère sur le développement des arborescences d'eau », thèse de Doctorat, 19 juin 1987, I.N.P. de Grenoble.
- [9] C.LAURENT, «étude de la propagation des arborescences électriques dans le polythène par voie optique et électrique», thèse de Docteur-Ingénieur, 3 mars 1979, U.P.S.TOULOUSE.
- [10] Steennis , E.F., Kreuger, F.H., IEEE Transactions on Electrical Insulation, 25, 989, 1990.
- [11] J.Y.Koo, «contribution à l'étude de la propagation des arborescences d'eau dans le polyéthylène », thèse de Docteur-Ingénieur, mars 1984, I.N.P. de Grenoble.
- [12] N.KHALECHE, «Rupture par arborescence électrique du PVC vieilli thermiquement », Thèse de Magistère, juillet 1993, ENP Alger.
- [13] R.FOURNIER, «Les isolants en électrotechnique», Edition Eyrols, Paris 5<sup>ème</sup>, 1986.

- [14] R.M.EICHHRON, « Treeing in solid extuded electrical insulation », IEEE, février 1976.
- [15] A. S. Alghamdi, S. J. Dodd.« L'influence de l'humidité absorbée sur les modèles décharges partielles mesurées au cours de la croissance des arbres dans une résine époxy ». DOI: 10.1109/ICSD.2007.4290890. IEEE. Publié en 2007.
- [16] Eddy AUBERT, « Diagnostic optique du vieillissement électrique des Résines époxydes sous faible champ électrique», Thèse doctorale, LABORATOIRE PLASMA et Conversion d'Energie, L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE,. Le 20 novembre 2008.
- [17] Barkat Toufik, « Intelligence en essaim, état de l'art et applications dans les matériaux diélectrique », Magister en électrotechnique, option matériaux électrotechniques, 2008. UNIVERSITE DE BATNA.
- [18] C.LAURENT, «Contribution à l'étude des mécanismes de la rupture diélectrique à long terme des polymères », Thèse de Docteur, décembre 1984, U.P.S.TOULOUSE.
- [19] G.BAHDER, « Analyse du claquage par arborescence», Cigre, rapport du GR, 15/5/1974.
- [20] Y.SHIBUYA, S.ZOLEDIOWSKI, J.H.CALDERWOOD, « Void formation and electrical breakdown in PE films», IEEE. On power apparatus and syst. Vol. pas. 96 n°1 jun/feb. 1977.
- [21] W. VAHLSTROM. Jr, « Investigation of insulation deterioration in 15 kv and 22 kv polyethylene cables removed from sevice », Part II I.E.E. Trans. P.A.S.-91, p.1023-1038 (june 1972).
- [22] R.J.DENSLEY, T.S.SUDARSHAN « some result of partial discharge measurement during te growgth of electrical trees », national research concil,CANADA.
- [23] R.PATCSH, «Breakdown of polymer : tree initiation and growth», CEIDP,1975.
- [24] C.J.MAYOU, «partial discharge phenomena and the effect of their constituents on polyethylene », IEEE.conf.elect.insul.dielct.phen, December 1976.
- [25] C.LAURENT, «Contribution à l'étude des mécaniques de la rupture diélectrique à long terme des polymères », Thèse Docteur d'Etat, Décembre 1984, UPS, GRENOBLE.



- [26] NADINE.LAHOUD, «Modélisation du vieillissement des isolants organiques sous contraintes électriques application à la fiabilité des matériaux », Thèse de doctorat à l'université de TOULOUSE III. Mars 2009.
- [27] N.ROUHA, A.BEROUAL, «Modélisation analytique et numérique des arborescences nœud papillon», CNHT'97, 29-30 novembre.
- [28] T.KOJIMA, M.HANAI, K.YAGI, K.OKUSA, M.AIHARA and F.HAGA, «Characteristics of polyethylene impregnated with various gases », IEEE,PES summer meeting and EHV/UHV conference, july 15-20 1973.
- [29] WEN(essay) SHU,STUDENT MEMBER and STEVEN A. BOGGS, FELLOW, «Effect of cable restoration fluid on inhibiting water tree initiation», IEEE, vol.26, NO.1, pp.97-100, junary 2011.
- [30] M. Ieda and M. Nawata, “Consideration of Treeing in Polymers”, IEEE Conf. Electr. Insul. Dielectr. Phenomena (CEIDP), pp. 143-150, 1972.
- [31] DUPRE J.C., VALLE V., BREMAND F. Mode d'emploi du logiciel DEFTAC V2001, Laboratoire de Mécanique des Solides, Poitiers, France, 2001. -33p.
- [32] L. Niemeyer, L. Pietronero and H.J. Wiesmann, “Fractal Dimension of Dielectric breakdown”, Phys. Rev. Lett, Vol. 52, pp. 1033-1036, 1984.
- [33] A. L. Barclay, P. J. Sweeney, L. A. Dissado and G. C. Steven, “Stochastic Modeling of Electrical Treeing: Fractal and Statistical Characteristics”, J. Phys. D: Appl. Phys. Vol. 23, pp. 1536-1545, 1990.
- [34] G. Chen and C. H. Tham, «Electrical Treeing Characteristics in XLPE Power Cable Insulation in Frequency Range between 20 and 500 Hz», IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation Vol. 16, No. 1; February 2009.
- [35] A.ZARGARI, T.R BLACKBURN, «Detection of partial discharges signals in unknown noisy environnement», IEEE.conf.elect.insul.dielct.phen, p.472-475, October 20-23 1996.
- [36] Gaétan VIVIEN, « detection ultrasonore de décharges partielles dans les transformateurs», RAPPORTS DE STAGE , Schneider Electric, Du 1<sup>er</sup> Mars au 31 Août 2004.

- [37] J. Adrian, « Optimisation des cycles thermiques appliqués aux fontes G.S. ferritiques vis-à-vis des propriétés de fatigues », these de l'Institut Nationales des Sciences Appliquées de Lyon, 2004.
- [38] F.H.KREUGER, « Industrial high voltage: coordinating, measuring and testing», Delts University Press, Vol 11, 1992.
- [39] I.E.C publication 270, « Partial discharges measurement», edition 1983.
- [40] F.H. Kreuger, E.Gulski, A. Krivda, « Classification of partial discharges », IEEE Transaction on electrical Insulation, Vol.28, No.6, pp 917 – 931, 1993.
- [41] SUWRRNO, Y.SUZUOKI and T.MIZUTANI, «Computer simulation of partial discharges associated with electrical treeing», IEEE. conf. elect. insul. dielct. phen., p.480-483, 20-23 October 1996.
- [42] A.BOUBKEUR, A.MEDJDOUB, M.BOUMERZOUG, «Influence du vieillissement électrique sur le seuil d'apparition des décharges partielles», 2<sup>eme</sup> CNHT, 26-28 mai 1997.
- [43] D. König, Y. Narayana Kao, « Partial discharges in electrical power apparatus », VDE VERLAG, 1993.
- [44] N.ROUHA, Dj. HAMDAOUI, A. GUECHARI, « Modelling the treeing growth and currents in solid electrical insulations with charged tree/polymer interface». Cigre'05 (sixth regional conference for national committees of cigre in Arab contries ). 21-23 novembre 2005 au caire-Egypte.
- [45] N. ROUHA, A MEDJDOUB, " influence des vieillissement thermique et électrique sur l'évolution des arborescences électriques". CSC'4 ( 4th international conference on electric charges in non conductive materials),Tours - France , du 1-7 juillet 2001.
- [46] N. Rouha and A. Beroual " Physico Chemical Study of EPDM electrically aged by tree phenomenon " LGEB, Université A. MIRA de Béjaia, Route Targa Ouzemour, Béjaïa - Algeria.

**UNIVERSITE DE A/MIRA DE BEJAIA**

**FACULTE DES SCIENCES ET DES SCIENCES DE L'INGENIEUR**

**DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE**

**Thème :** Modélisation de l'arborescence et des grandeurs électriques associés à la dégradation de matériaux diélectrique solide.

**Présenté par :** Djerroud yacine

**Encadré par :** M<sup>elle</sup> : ROUHA NACERA

**Diplôme préparé :** Master 2 en Electrotechnique (option Réseaux Electriques)

**Résumé :**

La possibilité de déterminer la dégradation des isolants organiques solides (polymères) par le phénomène d'arborescences a été étudié. L'efficacité de cette étude est appuyée sur l'utilisation des géométries simples de différente forme, en exploitant des revues réalisées déjà auparavant. De plus, nous avons opté à des méthodes analytiques pour déterminer les équations de propagation à l'aide de ces géométries simples telles que la sphère le cylindre, cela pour différents modèles et différentes grandeurs. Au bout de ce travail, les courbes obtenues résultantes d'une simulation numérique, on donner une meilleur compréhension du phénomène d'arborescence dans le but de maîtriser ce défaut.

**Mots clés :** arborescence, polymère, dégradation, géométrie.