

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la recherche Scientifique

Université Abderrahmane MIRA - Bejaia

Faculté de Technologie

Département de Génie électrique

Projet de fin d'étude

En vue de l'obtention du diplôme de Master

Filière : Electrotechnique

Option : Electromécanique

Thème :

**Mise en forme d'un tube métallique par
magnétoformage**

Présenté par :

Mr. RILI Hicham

Mr. KERNOU Samir

Encadré par :

Pr. B. MAOUCHE

Dr. A. BOUZIDI

**Promotion
2013/2014**

Remerciement

Nous remercions Dieu le tout puissant de nous avoir donnée courage, patience et force durant toutes ces années d'étude.

Nous sommes très heureux de témoigner de notre profonde estime à notre encadreur monsieur Bachir MAOUCHE , professeure à l'Université de Bejaia, nous lui sommes très reconnaissant de nous avoir fait bénéficier des ses compétences scientifiques et d'avoir proposé et dirigé ce travail. Nous tenons à lui exprimer notre grand respect et notre admiration pour sa personnalité et sa générosité et nous le remercions de nous avoir orientée pour la réalisation de ce travail et d'avoir énormément contribué à notre formation dans ce domaine.

Nos profonds remerciements vont également à monsieur Atmane BOUZIDI, docteur à l'Université de Bejaia, Co- promoteur, pour ses conseils appréciables et ses critiques constructives.

Nous remercions vivement le membre du jury, qui nous a fait l'honneur de juger notre travail ainsi que pour sa contribution à notre formation.

Nous voudrions faire, maintenant, une place toute particulière à nos parents, nous profitons de cette occasion pour leur exprimer notre attachement profond et notre très grande reconnaissance. Ils n'ont soutenu au cours de ces longues années d'études.

Nous remercions tous nos enseignants et tous ceux qui n'ont aidé de près ou de loin à réaliser ce modeste travail.

Nous ne saurons, enfin, oublier de remercier l'ensemble du personnel du laboratoire de recherche qui nous a réservé un accueil formidable.



Dédicace

Je dédie ce modeste travail à mes très chers parents en témoignage de leur amour, en qui je porte un grand respect et une profonde et éternelle gratitude. Ainsi, j'exprime ma reconnaissance pour leur soutien, leurs sacrifices et leurs encouragements tout au long de mes études, et que ce travail soit pour eux un faible témoignage de ma profonde affection et tendresse.

Sans oublier mes sœurs Cylia et Lydia

Et Mes cher frères.

Et à tous mes proches tels mes tantes, mes oncles, mes cousins et mes cousines .

A tous mes amis, Toute la promotion électromécanique 2013/2014.

A toutes personnes qui m'ont encouragé et aidé tout au long de mes études.

Samir





Dédicace

Je dédie ce modeste travail à mes très chers parents en témoignage de leur amour, en qui je porte un grand respect et une profonde et éternelle gratitude. Ainsi, j'exprime ma reconnaissance pour leur soutien, leurs sacrifices et leurs encouragements tout au long de mes études, et que ce travail soit pour eux un faible témoignage de ma profonde affection et tendresse.

Sans oublier mes sœurs Cylia et Yasmine.

Et à tous mes proches tels mes tantes, mes oncles, mes cousins et mes cousines .

A tous mes amis, Toute la promotion électromécanique 2013/2014.

A toutes personnes qui m'ont encouragé et aidé tout au long de mes études.

Hicham



Liste des figures

Fig.I.1 : Géométries utilisant E ou A	20
Fig. I.2 : Géométries utilisant H	20
Fig.I.3 : Topologie du problème électromagnétique	23
Fig.I.4-géométrie symétrique.....	23
Fig.I.5-dispositif d'étude.....	24
Fig.I.6-domaine d'étude.....	25
Fig.I.7-système électromagnétique.....	27
Fig.II.1 : procédé du magnétoformage	30
Fig.II.2 : formage de tube et perforation	30
Fig.II.3 : Magnétoformage par expansion	31
Fig II.4 : Magnétoformage par compression	32
Fig.II.5 : principe de l'emboutissage.....	32
Fig II.6 : canon magnétique.....	37
Figure III.1. Effet mutuel entre deux points quelconques	41
Figure III.2. Représentation des spires élémentaires	42
Fig III.3. Vues d'une spire élémentaire	44
Figure III.4. Domaine d'étude	46
Figure III.5. Système électromagnétique (source + charge).....	47
Fig III.6 : Superposition des effets et couplage électromagnétique de deux spires	50
Fig III.7 : Système électromagnétique (source + charge).....	51
Fig.IV.1-structure et dimension du système d'étude.....	62
Fig.IV.2-domaine de résolution.....	63
Fig.IV.3-schéma électrique équivalent.....	64
Fig.IV.4 : Intensité de courant inducteur	65
Fig .IV.5 : Variation temporelle du déplacement	66
Fig.IV.6- organigramme des calculs	67

Fig.IV.7- Densité de courant induite	69
Fig.IV.8- Composante axiale de l'induction magnétique.....	69
Fig.IV.9- potentiel vecteur magnétique.....	70
Fig.IV.10- Densité de force radiale	70
Fig.IV.11-répartition des forces sur le domaine.....	70

Sommaire

Notation et symbole 6

Introduction générale..... 9

Chapitre I:Equations électromagnétique de base.....9

I.1- Introduction 12

I.2- Historique..... 12

I.3-Lois classiques de l'électromagnétisme 12

I.3.1-Loi d'Ampère..... 12

I.3.2-Loi de Faraday..... 13

I.3.3-Loi de Lenz..... 13

I.3.4-Loi de Biot et Savart..... 14

I.4-Equations de Maxwell 14

I.5- Lois de comportement des milieux 15

I.5.1- Loi d'Ohm..... 15

I.5.2- Relations magnétiques 16

I.5.3 Relation diélectrique..... 16

I.6-Condition de passage..... 16

I.7-Electromagnétisme en régime quasi-stationnaire 17

I.8-Equation de Maxwell simplifiées.....18

I.9-Equation de diffusion électromagnétique 19

I.10-Choix de la variable d'état..... 19

**I.11-Equation de diffusion en terme de potentiel vecteur magnétique A
et scalaire électrique V :..... 21**

I.12- Conditions de passage exprimées en termes de potentiel vecteur .	22
I.12.1-Forme générale des conditions de passage.....	22
I.12.2-Exemples de structures géométriques et le type de conditions	23
I.13-Formulation bidimensionnelle en coordonnées cylindriques.....	24
I.13.1-Equation de diffusion électromagnétique généralisée	24
I.13.2- Equation des différentes régions.....	26
I.13.2.1-Equation dans le vide	26
I.13.2.2-Equation dans l'inducteur.....	26
I.13.2.3-Equation dans la charge	26
I.14-Dispositifs excités en courant	26
I.15-Conclusion.....	27
Chapitre II: Généralité sur le magnétoformage.....	28
II.1-Introduction.....	29
II.2- Fondement scientifique	30
II.3-Principe	31
II.4-Différentes méthodes du magnétoformage :	31
II.4.1-Magnétoformage par expansion :	31
II.4.2-Magnétoformage par compression :	32
II.4.3 :l'emboutissage	32
II.5- Lois fondamentales exploitées	33
II.5.1-Loi Ampère.....	33
II.5.2-Loi Faraday	33
II.5.3-Loi de Laplace	33
II.6-Générateurs de Magnétoformage.....	33

II.7-Bobines de Magnétoformage	33
II.8- Avantages et inconvénients	34
II.8.1-Avantages concurrentiels	34
II.8.2-Inconvénients.....	34
II.9- Utilisation et application.....	34
II.9.1-Assemblage par Magnétoformage.....	34
II.9.2-Industrie automobile	35
II.9.3- Aérospatiale.....	35
II.9.4- Câbles.....	35
II.9.5- Construction.....	36
II.9.6-Échangeurs thermiques.....	36
II.9.7-Gaz et fluides	36
II.9.8-Autres applications	36
II.10- Domaine similaire	37
II.10.1- Canon magnétique.....	37
II.10.2-Domaine militaire	38
II.11-Conclusion	38
Chapitre III: Modélisation par méthodes des potentiel magnétique couplés.....	39
III.1-Introduction	40
III.2-Equations électromagnétiques couplé.....	40
III.3-Expression du potentiel magnétique vecteur dans le vide.....	41
III.4-Expression du gradient du potentiel électrique scalaire	43
III.5. Les circuits électromagnétiques couplés « CEC »	44

III.5.1. Principe du couplage et équation élémentaire.....	44
III.5.2-Equation intégrale.....	44
III.5.3-Cas du régime sinusoïdal.....	46
III.6-Modélisation d'un système source – charge.....	46
III.6.1-Définition des paramètres et grandeur du domaine d'étude..	46
III.6.2-Equation integral relative a la source.....	47
III.6.3-Equation intégrale a la charge.....	48
III.7-cas d'une excitation en courant.....	48
III.8-les champs électrique couplées(CHEC).....	48
III.9-les potentiels électrique couplée.....	49
III.9.1- Principe du couplage.....	49
III.9.2-définition des variables dans le domaine d'étude.....	51
III.9.3-Equation intégrale des potentiel dans la source.....	51
III.9.4- Equation intégrale des potentiel dans la source.....	52
III.10-Application dans le cas axisymétrique.....	52
III.10.1-Formulation de potentiel vecteur magnétique.....	52
III.10.2-Formulation en densité de courant électrique.....	53
III.11-calcul des courants induit en régime tranzitoire.....	54
III.11.1-Discretisation temporelle.....	54
III.12-Formulation en potentiel vecteur magnétique.....	56
III.13-calcul des pertes engendrées par les courant induits.....	58
III.14-Calculs des forces électromagnétiques.....	59
III.16.conclusion.....	59
ChapitreIV:Application.....	60
IV.1-Introduction.....	61
IV.2-Description du dispositif étudié.....	61

IV.3-simulation et analyse.....	62
IV.3.1-Evolution temporelle du courant inducteur.....	62
IV.3.2- Evolution temporelle du déplacement.....	64
IV.4- Processus des calculs	65
IV.5-Résultats de la modélisation	67
IV.6-Conclusion	70
Conclusion générale	71
Bibliographie.....	72

Notation et symbole

H : Excitation magnétique

B : Induction magnétique

E : Champ électrique

D : Induction électrique

φ : Flux magnétique

V : Potentiel électrique scalaire

J : Densité de courant électrique

J_s : Densité de courant électrique de la source

J_c : Densité de courant électrique dans la charge

I : Intensité de courant électrique

I_s : Courant électrique dans la source

I_c : Courant électrique dans la charge

V : potentiel électrique scalaire

A : Potentiel magnétique vecteur

A_θ : Composante angulaire du potentiel magnétique vecteur

J_θ : Composante angulaire de la densité de courant électrique

A_s : Potentiel magnétique vecteur dans la source

A_c : Potentiel magnétique vecteur dans la charge

PJ : Puissance par effet Joule

Phm : Puissance par hystérésis magnétique

FJ : Densité de force électromagnétique

FL : Force de Lorentz

N : Nombre de spires

N_s : Nombre d'éléments (spires) de la source (capteur)

N_c : Nombre d'éléments (spires) de la charge (pièce)

Z : Impédance électrique

R : Résistance électrique

X : Réactance électrique

L : Inductance d'un bobinage en présence d'un matériau

M : Mutuelle inductance

u : Tension appliquée à une spire

U : Tension appliquée à une bobine

E1 : Fonction elliptique de Legendre de première espèce
E2 : Fonction elliptique de Legendre de deuxième espèce
x : Axe des abscisses en coordonnées cartésiennes
y : Axe des ordonnées en coordonnées cartésiennes
r : Axe des abscisses en coordonnées cylindriques
 θ : Axe angulaire en coordonnées cylindrique
z : Axe des ordonnées en coordonnées cylindriques
 r_{er} : Vecteur radial unitaire
 θ_{er} : Vecteur angulaire unitaire
S : Section d'une spire
dl : Longueur élémentaire d'une spire
 τ : Volume
 Γ : Frontière
Or : Opérateur différentiel
 Ω : Domaine d'étude
 Ω_s : Domaine de la source (capteur)
 Ω_c : Domaine de la charge (pièce)
 δ : Profondeur de pénétration standard en régime sinusoïdale (épaisseur de peau)
 σ : Conductivité électrique
 σ_S : Conductivité électrique de la source
 σ_C : Conductivité électrique de la charge
 ϵ : Permittivité électrique
 ϵ_0 : Permittivité électrique du vide
 ϵ_r : Permittivité électrique relative
 μ : Perméabilité magnétique
 μ_0 : Perméabilité magnétique du vide
 μ_r : Perméabilité magnétique relative
 ν : Reluctivité magnétique
 ρ et α : Respectivement le rayon et l'angle en coordonnées cylindriques relatives à la section d'une spire
 ω : Pulsation électrique
f : Fréquence électrique
t : Variable temporelle

Δt : Variation du temps

$v(t)$ 0: Vitesse de déplacement

(MF) :Magnétoformage

Introduction générale

Tout milieu conducteur de l'électricité soumis à un flux magnétique variable dans le temps, est le siège de courants de Foucault. Combinés avec le champ électromagnétique, ces courants engendrent, d'une part, des pertes électromagnétiques qui provoquent des échauffements plus ou moins importants qui se propagent dans le conducteur par conduction thermique, et d'autre part, des forces électromagnétiques qui développent soit des déplacements, soit des vibrations ou des déformations au sein ou sur le pourtour de la structure sur laquelle elles s'exercent. Par conséquent, tout dispositif électrotechnique, utilisant pour son fonctionnement les phénomènes électromagnétiques, est le siège de phénomènes thermiques et mécaniques dont les effets peuvent être nuisibles ou bénéfiques. Souvent, si l'un est nuisible l'autre est bénéfique. Ainsi à chaque fois qu'on veut optimiser l'un, on doit minimiser l'autre.

Les effets thermiques et mécaniques ainsi engendrés, constituent dans les circuits magnétiques de certains appareils comme les machines électriques, les transformateurs une contrainte sévère du fonctionnement normal. Ils sont respectivement à l'origine de pertes et de vibrations qu'il faut minimiser. On assiste au phénomène contraire, pour d'autres appareils comme les moteurs à induction, les courants sont induits dans un rail pour produire une force propulsive [1]. Ces mêmes courants entraînent des échauffements qui limitent la durée de vie et la résistance mécanique du rotor. Dans certaines applications, ces pertes sont utilisées pour produire de la chaleur comme le chauffage par induction où les forces sont indésirables, et inversement les forces sont utilisées pour la lévitation magnétique, pour faire fonctionner des relais, contacteurs et électrovannes où les pertes sont néfastes. Dans d'autres applications ces deux effets sont bénéfiques, c'est le cas du chauffage avant formage où les courants sont induits pour produire de la chaleur. Une fois le matériau devenu déformable les forces répulsives, lui donnent la forme désirée.

Dans tous les cas, pour optimiser un effet quelconque, il est primordial de connaître sa source. L'évaluation des courants de Foucault apparaît donc comme un travail nécessaire. Dans notre étude, nous nous intéressons à l'analyse de ces courants en vue de développer une force relativement suffisante pour élargir ou comprimer un tube cylindrique, dans une installation de magnétoformage. Ces courants peuvent être générés par un générateur de courant ou de tension en régime sinusoïdal ou transitoire à hautes ou à basses fréquences.

La mise en œuvre et la conception de ces dispositifs, jusqu'à ces dernières années, s'appuyaient sur la simulation expérimentale et les méthodes d'étude basées sur des solutions analytiques [2]. Actuellement, avec les développements technologiques, les systèmes deviennent de plus en plus complexes et ces méthodes ne suffisent plus pour les concevoir. Grâce à l'évolution des moyens informatiques et les méthodes numériques, on tend de plus en plus vers la conception de ces dispositifs en se basant sur la modélisation numérique qui permet de se rapprocher plus des phénomènes réels.

Le présent travail est subdivisé en quatre chapitres.

Le premier est consacré, à la présentation des lois de l'électromagnétisme et de la manière dont elles se simplifient dans les dispositifs d'électrotechniques. Ces lois représentant l'ensemble des équations décrivant le problème, peuvent être résolues de différentes manières. Suivant la géométrie et le type de phénomènes mis en jeu.

Dans le deuxième chapitre nous abordons le principe de fonctionnement, les différentes méthodes utilisées, les avantages et inconvénients du magnétoformage, et ces applications.

Dans le troisième chapitre, nous intéressent à la méthode des circuits électromagnétiques couplés « CEC », aux phénomènes électromagnétiques transitoires. Cette formulation appliquée ensuite au formage électromagnétique où les vitesses de déformations atteignent une centaine de mètres par seconde. Nous ne nous intéressons pas à tous les phénomènes de magnétoformage qui consistent en l'évaluation du courant électrique de la source, des grandeurs électromagnétiques et mécaniques. Nous ne nous limitons qu'au phénomène électromagnétique en utilisant un courant de source et un déplacement connu.

En dernier chapitre, nous présentons les résultats de la modélisation qui se résument à l'évolution temporelle des courants, des inductions et de la forme électromagnétique générée.

CHAPITRE I

Equations

électromagnétiques de base

I.1- Introduction

L'objet fondamental de la discipline de électromagnétisme est de décrire les interactions traduisent, dans les appareils électromagnétiques par la dissipation de puissance et par les forces qui s'exercent entre différentes structures du système. L'étude de tels systèmes nécessite la détermination des grandeurs électromagnétiques locales, qui s'effectue par la résolution des équations reliant l'électricité et le magnétisme, associées aux lois de comportement du milieu considéré. Les lois de l'électromagnétisme, ont été formulées en 1873, sur la base des expériences de l'époque, par le physicien écossais James Clark Maxwell et appelées équations de Maxwell [9]. Depuis, on n'a jamais relevé de phénomènes électromagnétiques n'obéissant pas à ces lois. Aussi de nombreuses études se sont développées et ont montré que la théorie de l'électromagnétisme n'est complète que si l'on sait calculer à travers ces équations le champ électromagnétique à partir de sa source.

Nous allons dans le présent chapitre, rassembler les formulations essentielles concernant le problème électromagnétique.

I.2- Historique

Tout au début, les phénomènes électriques et magnétiques ont été étudiés séparément. Les interactions entre ces deux phénomènes ont été mises en évidence pour la première fois par : Ampère (1775-1836), qui a prouvé que la source du magnétisme est le courant électrique, Gauss (1777-1855), qui a démontré que la source du champ électrique est la charge électrique statique, et Faraday (1791-1867) qui relie la création de l'un des champs électrique et magnétique par l'autre et vis versa. Le couplage des deux phénomènes qu'on regroupe en un mot «Electromagnétisme », on le doit à James Clark Maxwell (1831-1879). Ce génie a exploité les découvertes des précédents, pour donner une formulation la plus complète de l'électromagnétisme liant les grandeurs électriques et magnétiques [10] [11] [12] [13].

I.3-Lois classiques de l'électromagnétisme

I.3.1-Loi d'Ampère

André marie ampère (1775-1836), physicien français, est impressionné par les travaux de Hans Christian Oersted. Il reprend en 1826 l'étude de l'action d'un courant électrique sur une

aiguille aimantée et en quelques jours, il découvre la loi expérimentale qui porte son nom [X3]

$$\oint_1 (\vec{B} \cdot d\vec{l}) = \mu \sum_{i=1}^n I_i \quad (I.1)$$

n : nombre de spires.

l : longueur du circuit magnétique

B : Induction magnétique de chaque spire

I_i : Courant électrique

μ : Perméabilité magnétique

I.3.2-Loi de Faraday

La décennie 1830, des expériences portant sur l'induction électromagnétique ont été réalisées par Michael Faraday (1791-1867) en Angleterre et par Joseph Henry (1797-1878) aux USA par une pure expérience, Faraday remarque qu'à chaque fois qu'il y a variation de flux magnétique ou variation du champ d'induction lui-même, un courant est alors mesuré par le galvanomètre. Ce courant est dit courant induit. En effet, cette loi relie la force électromotrice induite e à la variation de flux magnétique Φ qui l'entend.

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (I.2)$$

e : Force électromotrice [u]

Φ : Flux magnétique.

I.3.3-Loi de Lenz

Le signe(-) de la loi de Faraday a une signification bien précise donnée explicitement par la loi de Lenz. Cette loi a été formulée par Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804-1865) en 1833 à Saint-Petersbourg et éclaircit mieux le phénomène d'induction que Faraday avait observé en 1831. C'est une loi qualitative, elle indique que le sens du courant induit lors d'un phénomène d'induction électromagnétique dans un circuit électrique est tel qu'il s'oppose à la variation du flux initiale. Donc la force électromotrice induite s'oppose à l'action qui leur a donnée naissance.

I.3.4-Loi de Biot et Savart

Les scientifiques français, Jean-Baptiste Biot (1774-1862) et Félix Savart (1791-1841), ont formulé en 1820 la loi expérimentale qui porte leurs noms ; loi de Biot et Savart.

Notons par (c) la courbe géométrique représentant le circuit filiforme, et soit P un point de cette courbe C. On note $d\vec{l}$ le vecteur déplacement élémentaire tangent à la courbe C au point P. Le circuit, parcouru par un courant continu d'intensité I, crée en tout point M de l'espace sauf aux points appartenant à la source un champ magnétique de la forme suivante :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C \frac{I d\vec{l} \times \vec{PM}}{\|\vec{PM}\|^3} \quad (\text{I.3})$$

Dans le cas d'une densité surfacique de courant \vec{J} existant sur la surface S , le champ magnétique créé est :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_S \frac{\vec{J}(P) \times \vec{PM}}{\|\vec{PM}\|^3} dS \quad (\text{I.4})$$

En déduit ainsi la loi de Biot et Savart relative au potentiel vecteur magnétique :

$$\vec{A}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_S \frac{\vec{J}(P) \times \vec{PM}}{\|\vec{PM}\|^2} dS \quad (\text{I.5})$$

Cette expression du potentiel n'est autre que le noyau de Green associé à l'équation de Laplace (I.38). C'est la réponse du système dans le vide due à une source ponctuelle.

I.4-Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell spécifient que toute variation spatiale ou temporelle d'un champ électromagnétique en un point de l'espace entraîne ou est due à l'existence d'un autre champ au même point. Ces équations sont donc locales et sont valables dans n'importe quel système d'axes.

Ainsi, dans tous les problèmes nécessitant le calcul du champ électromagnétique qui règne dans un système matériel, on utilise les quatre équations fondamentales aux dérivées partielles de MAXWELL, qui sous leurs formes la plus générale s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{ll}
 \text{Maxwell - Ampère :} & \text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{a}) \\
 \text{Maxwell - Faraday :} & \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{b}) \\
 \text{Conservation du flux magnétique :} & \text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{c}) \\
 \text{Maxwell - Gauss :} & \text{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{d})
 \end{array} \right. \quad (\text{I.6})$$

\vec{E} [V/m] Et \vec{H} [A/m] : Champ électrique et magnétique.

\vec{D} [A.s/m] Et \vec{B} [T] : Induction électrique et magnétique.

\vec{J} [A/m²] Et ρ [C/m³] : Densités de courant de conduction et de charge électrique.

L'équation (I.6.a) est une généralisation du théorème d'Ampère. Elle permet d'établir la relation entre le champ électromagnétique et les courants électriques. Elle traduit la création d'un champ magnétique par les courants électriques de conduction et de déplacement.

L'équation (I.6.b) correspond à la loi d'induction de Faraday, qui établit le lien entre un champ électrique et un flux magnétique. Cette loi traduit le phénomène inductif qui se produit dans un conducteur soumis à un champ magnétique variable ou dans un conducteur en mouvement soumis à un champ magnétique constant.

Ces deux équations (I.6.a) et (I.6.b) définissent la relation entre les champs et leurs sources.

Les équations (I.6.c) et (I.6.d) traduisent respectivement la conservation du champ magnétique et de la charge électrique.

I.5- Lois de comportement des milieux

Les grandeurs et les liaisons des cinq champs vectoriels précédents dépendent des caractéristiques électromagnétiques du milieu où ils règnent. Ainsi, pour définir complètement le phénomène électromagnétique à l'intérieur d'un milieu isotrope et homogène, on rajoute aux équations précédentes les lois de comportement de ce milieu :

I.5.1- Loi d'Ohm

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{I.7})$$

σ [($\Omega.m$)⁻¹] : Conductivité électrique.

I.5.2- Relations magnétiques

$$\begin{cases} \vec{B} = \mu \vec{H} & (a) \\ \mu = \mu_0 \mu_r & (b) \end{cases} \quad (I.8)$$

$\mu [H / m]$: Perméabilité magnétique.

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} H / m$: Perméabilité magnétique du vide.

μ_r : Perméabilité magnétique relative du milieu.

I.5.3 Relation diélectrique

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon \vec{E} & (a) \\ \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r & (b) \end{cases} \quad (I.9)$$

$\varepsilon [F / m]$: Permittivité électrique.

$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 C^2} = \frac{10^{-9}}{36\pi} F/m$: Permittivité électrique du vide.

ε_r : Permittivité électrique relative du milieu considéré.

$C = 3 \cdot 10^8 m/s$: Vitesse de la lumière.

I.6-Condition de passage

Jusqu'ici, toutes les liaisons source/champs, électrique/magnétique et caractéristiques du milieu, ont été définies. Il reste à définir les relations entre les grandeurs de deux milieux électriquement et magnétiquement différents. Pour cela, on intègre les équations de Maxwell entre deux points très voisins de part et d'autre d'une surface séparant ces deux milieux le résultat nous permet de constater :

La conservation de la composante tangentielle du champ électrique \vec{E} .

$$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \times \vec{n} = 0 \quad (I.10)$$

La conservation de la composante normale de l'induction magnétique \vec{B}

$$(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \cdot \vec{n} = 0 \quad (I.11)$$

La discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique \vec{H} due aux courants surfaciques (\vec{K}) s'ils existent.

$$(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \times \vec{n} = \vec{k} \quad (I.12)$$

La discontinuité de la composante normale de l'induction électrique \vec{D} aux charges surfaciques ($\vec{\rho}_s$) si elles existent.

$$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \cdot \vec{n} = \rho_s \quad (I.13)$$

Où n est le vecteur normal à la surface de séparation dirigé du milieu 1 vers le milieu 2

I.7-Electromagnétisme en régime quasi-stationnaire

Les équations qui précèdent s'appliquent à des états variables quelconques. Cependant, dans le domaine de l'électrotechnique, la fréquence utilisée permet de négliger tout aspect de propagation du champ électromagnétique. C'est l'approximation des états quasi stationnaires ou des régimes lentement variables. Pour que cette simplification soit légitime, il suffit que le dispositif électromagnétique considéré soit entièrement contenu dans une région de l'espace où toutes les dimensions sont petites par comparaison à la longueur d'onde ($\lambda=c/f$) où c représente la célérité de la lumière. Ainsi, pour une fréquence de l'ordre de 1MHz la longueur d'onde est de 300m ; ce qui justifie parfaitement l'emploi de cette approximation dans l'étude des dispositifs de dimensions usuelles. Les caractéristiques électriques du matériau permettent à leur tour de négliger les effets capacitifs des conducteurs.

L'utilisation de cette approximation pour les équations de Maxwell, revient à :

Négliger le courant de déplacement ($\partial\vec{D}/\partial t$) devant le courant de conduction ($\sigma\vec{E}$). Pour un matériau conducteur, cette condition est largement remplie. Pour s'en rendre compte, il suffit de calculer, dans le cas d'une excitation sinusoïdale, le rapport entre ces deux courants.

$$\left\| \frac{J_d}{J_c} \right\| = 2\pi f \frac{E}{\sigma} \quad (I.14)$$

Pour $f = 1$ MHz et $\sigma = 106$ ($m\Omega$)⁻¹ ce rapport est de l'ordre de $0.5 \cdot 10^{-15}$

- Négliger la charge d'espace dans les conducteurs. En effet en prenant la divergence de l'équation (I.6.a), on trouve, compte tenu de l'équation (I.6.d), la loi de conservation de la charge d'espace.

$$\text{div} \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (I.15)$$

En combinant cette relation avec la loi d'ohm et l'équation (I.6.d), on obtient l'équation de conduction de la charge d'espace :

$$\rho + \frac{\varepsilon \partial \rho}{\sigma \partial t} = 0 \quad (\text{I.16})$$

Dans la solution est :

$$\rho(\mathbf{t}) = \rho_0 e^{-\left(\frac{\sigma}{\varepsilon}\right)t} \quad (\text{I.17})$$

Cette relation montre, le fait qu'elle introduit, pour les conducteurs ou (ε/σ) est très faible, un temps de relaxation de l'ordre de 10^{-18} s ce qui est négligeable devant ce lui qu'on considère à des fréquences inférieures à 1.MHz, que la charge d'espace s'atténue très rapidement par retour à la neutralité électrique. Il peut toutefois exister des charges électriques sur le pourtour du conducteur mais alors, celles-ci sont statiques et ne contribuent pas au phénomène d'induction.

• Aux relations constitutives du milieu :

$$\text{- Milieu non conducteur et magnétique linéaire : } \vec{\mathbf{J}} = \vec{\mathbf{0}}, \vec{\mathbf{B}} = \mu_0 \vec{\mathbf{H}} \quad (\text{I.18})$$

$$\text{- Milieu conducteur magnétique linéaire : } \vec{\mathbf{J}} = \sigma \vec{\mathbf{E}}, \vec{\mathbf{B}} = \mu_r \mu_0 \vec{\mathbf{H}} \quad (\text{I.19})$$

• Aux conditions de passage :

$$(\vec{\mathbf{B}}_2 - \vec{\mathbf{B}}_1) \cdot \vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{0}} \quad (\text{I.20})$$

$$(\vec{\mathbf{H}}_2 - \vec{\mathbf{H}}_1) \cdot \vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{J}}_s \cdot \vec{\mathbf{n}} \quad (\text{I.21})$$

$$(\vec{\mathbf{E}}_2 - \vec{\mathbf{E}}_1) \cdot \vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{0}} \quad (\text{I.22})$$

$$(\vec{\mathbf{E}}_2 - \vec{\mathbf{E}}_1) \cdot \vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{0}} \quad (\text{I.23})$$

A partir de cet ensemble d'équations on peut calculer la dissipation de puissance par effet Joule, les forces de Laplace développées et l'impédance du système.

I.8-Equations de Maxwell simplifiées

Dans ces conditions, le problème général consiste à trouver les grandeurs locales liées par les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} r\vec{\partial}t\vec{H} = \vec{J} & \text{(a)} \\ r\vec{\partial}t\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} & \text{(b)} \\ \text{div}\vec{B} = 0 & \text{(c)} \\ \text{div}\vec{E} = 0 & \text{(d)} \end{array} \right. \quad \text{(I.24)}$$

I.9-Equation de diffusion électromagnétique

La condition de régime quasi-stationnaire réduit le phénomène électromagnétique à un phénomène d'induction. Les équations restent tout de même toujours globales. A l'heure actuelle, on ne peut pas les résoudre directement. Le problème comporte 06 inconnues (03 composantes pour chacun des champs électrique et magnétique). Dans la plupart des cas, suivant la géométrie des dispositifs que l'on étudie, un choix approprié de la variable d'état nous permet de réduire ce nombre. Les équations se regroupent alors en donnant naissance à des modèles plus simples.

I.10-Choix de la variable d'état

Les méthodes utilisées, pour traiter le système d'équations précédent, sont généralement celles qui utilisent l'une des grandeurs locales (\vec{H} , \vec{E} ou \vec{A}), et seulement elles, comme variable d'état (inconnue principale). A chacune de ces grandeurs correspond une équation aux dérivées partielles qu'on appelle équation de diffusion de la grandeur. On peut alors choisir indifféremment l'une comme l'autre de ces grandeurs qui présente un jeu d'avantages et d'inconvénients comparables, sauf toutefois, si on dispose de simplifications géométriques possibles du problème [14].

Dans le cas d'objets suffisamment longs, ou pourvus d'une symétrie de révolution (Fig. I.1), c'est le cas d'un grand nombre de dispositifs pratiques, les courants induits y sont généralement perpendiculaires au plan dans lequel on conduit l'étude. On est donc amené à choisir comme variable d'état, le champ électrique ou le potentiel vecteur magnétique qui sont d'ailleurs équivalents [14]. Cependant, dans certains cas d'objets en mouvement, des

dispositifs excités en tension ou ayant des géométries tridimensionnelles, ces deux grandeurs ne sont plus équivalentes. Il faudra alors choisir seulement le potentiel vecteur car il n'a qu'une composante également orthogonale au plan de l'étude. Par conséquent, l'équation de continuité (I.29) qui assure l'unicité de E donc celle de A , est naturellement vérifiée. Dans le cas de la figure I.1.a, en coordonnées cylindriques, cette composante est dans la direction angulaire et elle ne dépend que de r et de z [15], [16], [4]. Dans le cas de la figure I.1.b, elle est, en coordonnées cartésiennes, dans la direction longitudinale (z) et ne dépend que de x et de y . [17] [18].

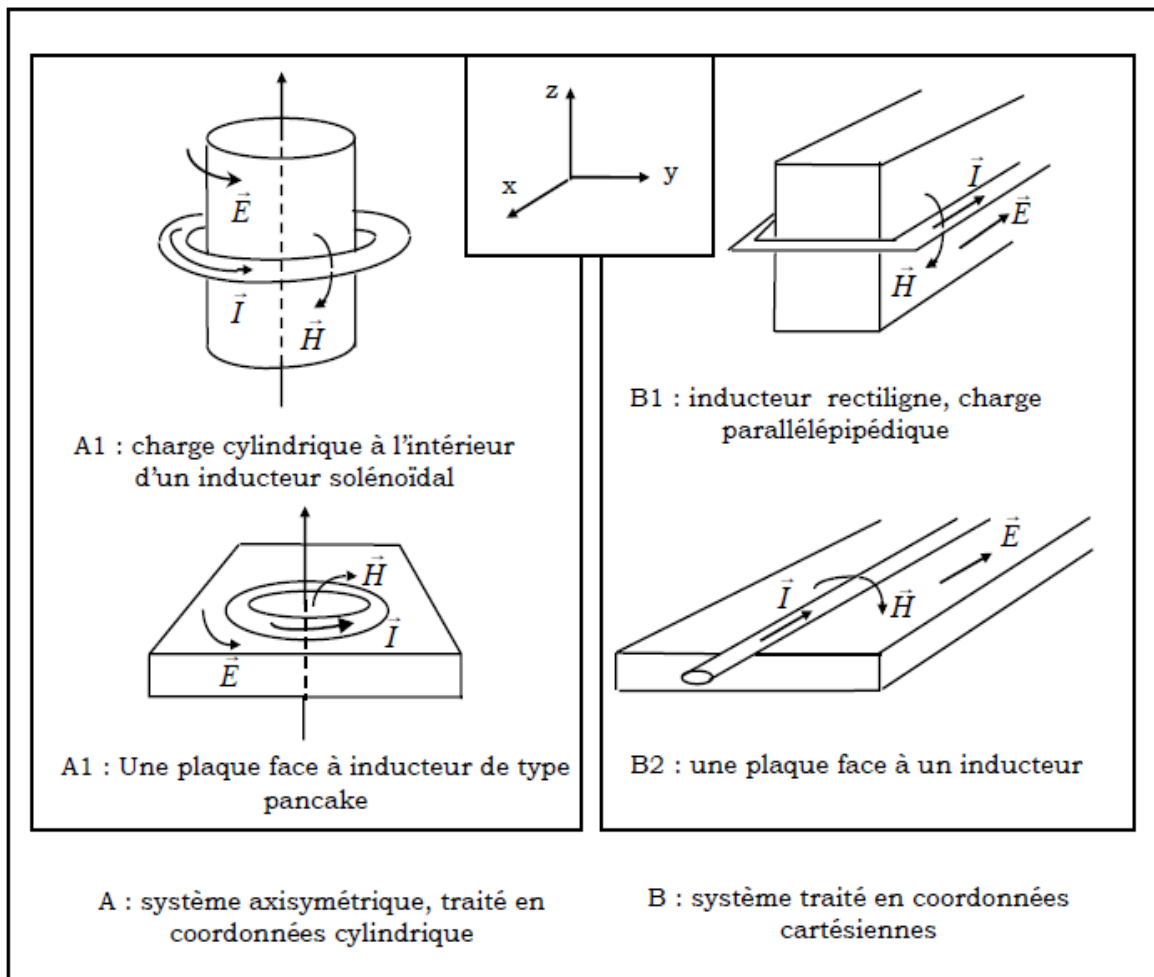
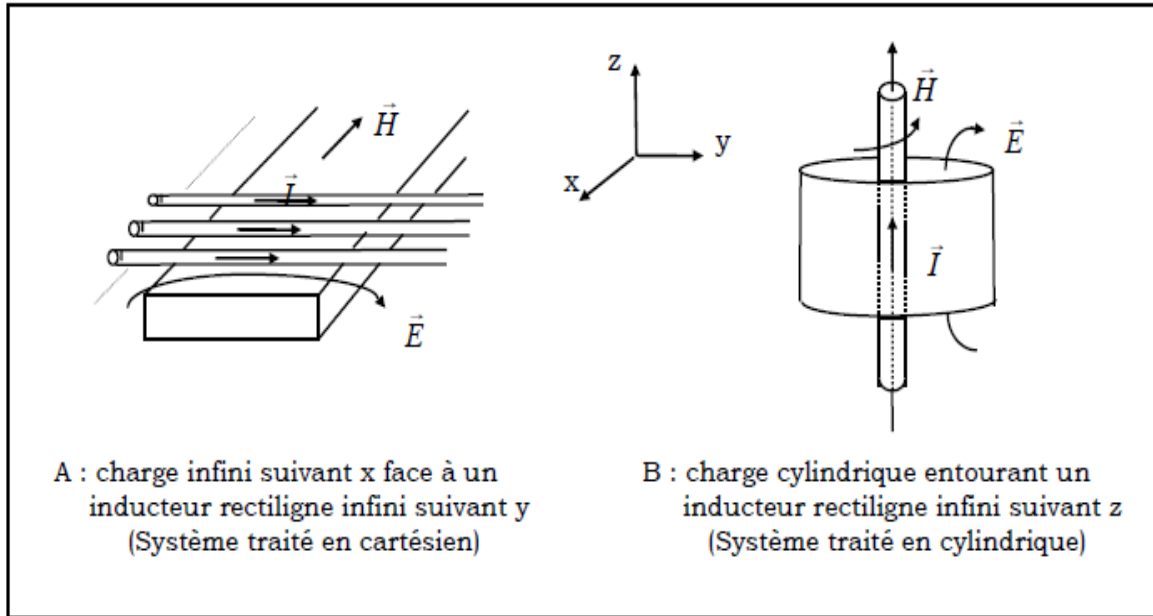


Fig. I.1 : Géométries utilisant \vec{E} ou \vec{A}

Fig. I.2 : Géométries utilisant \vec{H}

Dans le cas où l'inducteur est relativement long dans une certaine direction (Fig. I.2) et la charge peut être considérée comme grande dans une autre direction (Fig. I.2.A) ou cylindrique (Fig. I.2.B) de hauteur assez petite devant la longueur de l'inducteur, on choisira comme inconnue principale le champ magnétique pour les mêmes raisons que précédemment.

Lorsqu'on ne s'intéresse qu'aux pièces conductrices plongées dans un champ électromagnétique, où aucun courant source n'est présent, on préfère choisir dans le cas de la figure I.1 le champ électrique et pour la figure I.2 le champ magnétique car ces champs sont des grandeurs physiques et n'imposent pas de conditions de continuité, mais de tels problèmes nécessitent un autre moyen de calcul du champ extérieur [14].

I.11-Equation de diffusion en terme de potentiel vecteur magnétique \vec{A} et scalaire électrique V :

A partir de la relation (I.6.c), on définit un potentiel magnétique vecteur \vec{A} tel que :

$$\vec{B} = \text{rot}\vec{A} \quad (\text{I.25})$$

En combinant cette relation avec les relations (I.8) et (I.24.a), nous obtenons :

$$\text{rot}(\text{vrot}\vec{A}) = \vec{j} \quad (\text{I.26})$$

Où $\nu = \frac{1}{\mu}$ représente la réductivité magnétique

En utilisant la relation (I.6.b) combinée avec (I.25), on montre que le champ \vec{E} dérive dans le temps du potentiel vecteur \vec{A} et dans l'espace du potentiel scalaire électrique V : d'où :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } v \quad (\text{I.27})$$

Ainsi on obtient, en rassemblant les équations (I.7), (I.26) et (I.27), l'équation généralisée de diffusion électromagnétique de la grandeur \vec{A} .

$$\text{rot}(\nu \text{rot} \vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\sigma \text{grad } v \quad (\text{I.28})$$

I.12- Conditions de passage exprimées en termes de potentiel vecteur

I.12.1-Forme générale des conditions de passage

Les conditions données par les équations (I.11) et (I.12) définissent la liaison entre les grandeurs de deux milieux magnétiquement différents. Ces relations combinées avec les relations (I.8) et (I.25) deviennent :

$$\text{rot} \vec{A}_1 \cdot \vec{n} = \text{rot} \vec{A}_2 \cdot \vec{n} \quad (\text{I.29})$$

$$\frac{1}{\mu_2} \text{rot} \vec{A}_2 - \frac{1}{\mu_1} \text{rot} \vec{A}_1 \times \vec{n} = \vec{j}_s \cdot \vec{n} \quad (\text{I.30})$$

En général, dans les résolutions numériques, la finesse de la solution exige la connaissance des valeurs du potentiel sur une certaine partie de la frontière ; c'est la condition de Dirichlet et la connaissance des valeurs de $\text{grad} \vec{A}$ sur le reste du contour ; c'est la condition de Neumann.

$$\vec{A} \Big|_s = A_s \quad (\text{I.31})$$

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}} \Big|_r = A_n \quad (\text{I.32})$$

En plus de ces conditions, il peut exister des conditions cycliques ou anticycliques suivant le signe de k figurant dans la relation ci-dessous [2].

$$\vec{A}|_{r=0} = k\vec{A}|_{r,d_r} \quad (\text{I.33})$$

I.12.2-Exemples de structures géométriques et le type de conditions

Dans le cas de la figure (Fig.I.3), si le domaine de résolution se limite à des domaines comportant les courants, on peut imposer sur les frontières de l'inducteur (Γ_s) et charge (Γ_c) un potentiel calculé analytiquement (condition de Dirichlet). Dans le cas contraire, où l'étude s'étant à des domaines non conducteurs, on utilise la même condition mais avec $A_{\Gamma} = 0$ sur une frontière fictive (Γ), éloignée du système au moins de cinq fois sa dimension [2]. Dans le cas de géométries axisymétriques (fig.I.4.a) où les courants sont antisymétriques, on utilise une condition naturelle de Dirichlet ($A=0$) sur l'axe de symétrie.

Dans le cas de géométries symétriques où les courants sont symétriques, on utilise une condition naturelle de Newman ($\partial A/\partial n = 0$) sur l'axe de symétrie (Fig.I.4.b).

Parfois cette condition peut être utilisée pour traduire la grande différence entre la perméabilité de l'air et celle d'un matériau ferromagnétique [3].

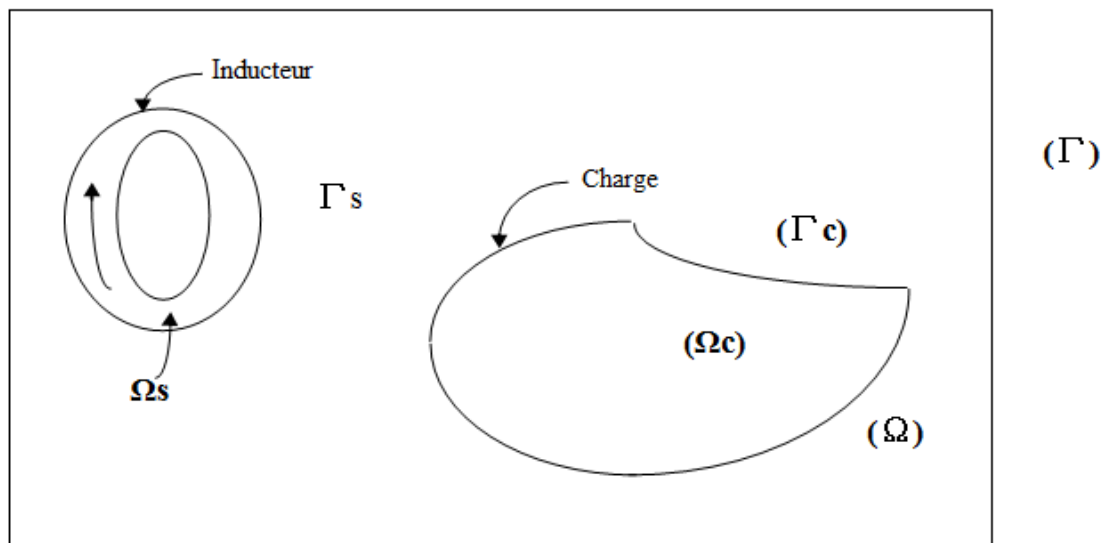


Fig. I.3 : Topologie du problème électromagnétique

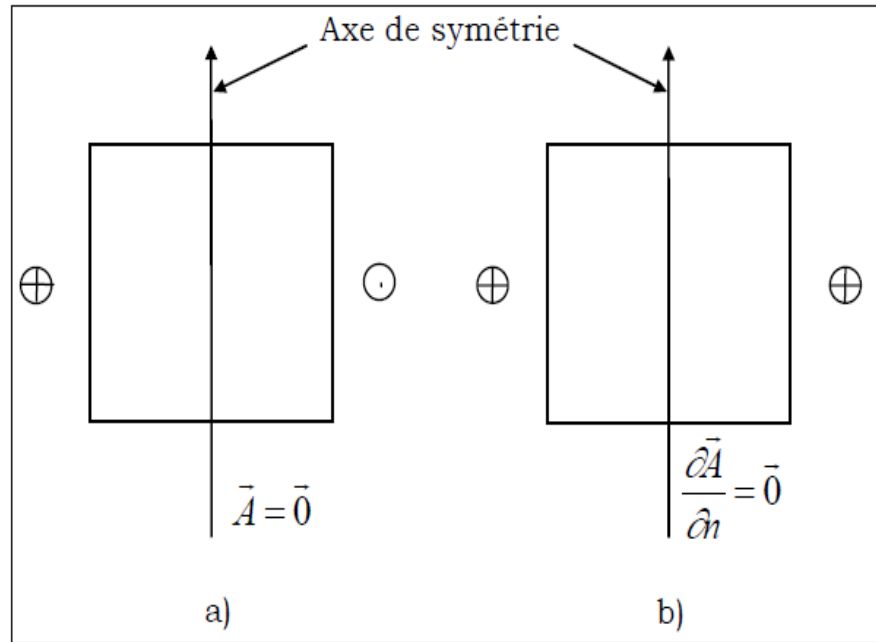


Fig. I.4 : Géométries symétriques

I.13-Formulation bidimensionnelle en coordonnées cylindriques

I.13.1-Equation de diffusion électromagnétique généralisée

En considérant la configuration dont l'inducteur est un plan spiral face à une charge plane (Figure I.5.a) ou une forme cylindrique (Figure I.5.b) et en négligeant l'élécité des spires inductrices, ce système possède une symétrie de révolution. Le problème devient bidimensionnel.

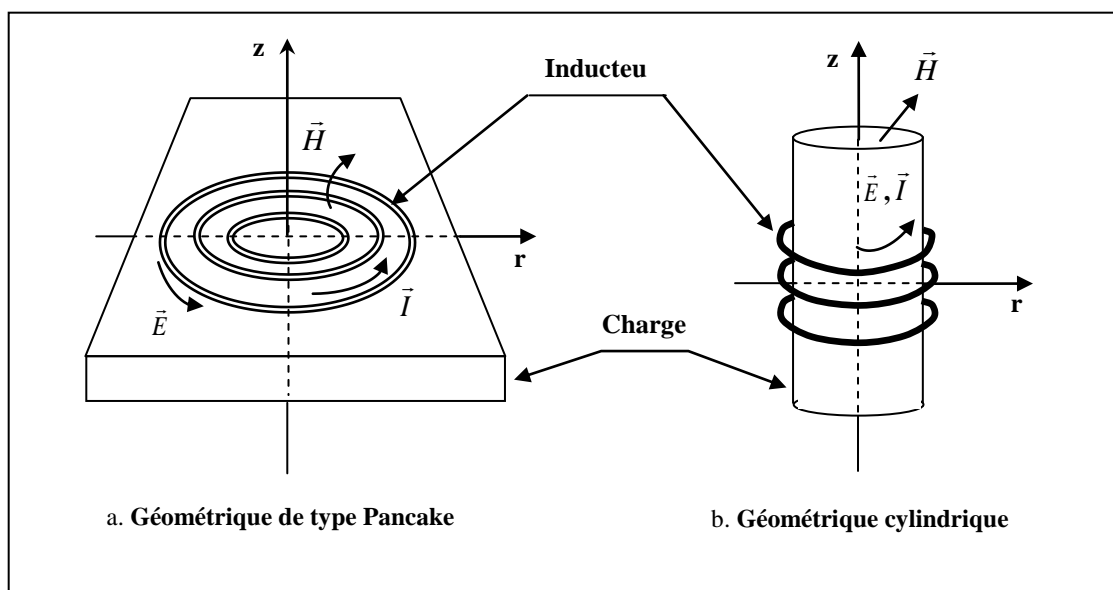


Fig. I.5. Dispositifs d'étude

Le potentiel se réduit à sa composante azimutale suivant l'axe θ qui ne dépend que de r et z et où l'inconnue est perpendiculaire au plan r - z (Figure I.6). D'où :

$$\begin{cases} \vec{A} = A_\theta(r, z) \vec{e}_\theta & (a) \\ \vec{J} = J_\theta(r, z) \vec{e}_\theta & (b) \end{cases} \quad (I.34)$$

A , J seront considérés dans la suite de l'étude comme étant des scalaires et sont égaux respectivement à A_θ , J_θ .

L'induction \vec{B} n'a que deux composantes, l'une suivant r et l'autre suivant z .

$$\vec{B} = B_r(r, z) \vec{e}_r + B_z(r, z) \vec{e}_z \quad (I.35)$$

En coordonnées cylindriques, le rotationnel et le gradient de A s'expriment par :

$$\begin{cases} \overrightarrow{\text{rot}}(A \vec{e}_\theta) = \frac{\partial A}{\partial z} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \vec{e}_z & (a) \\ \overrightarrow{\text{grad}}(A) = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{\partial A}{\partial z} \vec{e}_z & (b) \\ \text{div}(\vec{\mu}) = \frac{\partial \vec{\mu}}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{\partial \vec{\mu}}{\partial z} \vec{e}_z & (c) \end{cases} \quad (I.36)$$

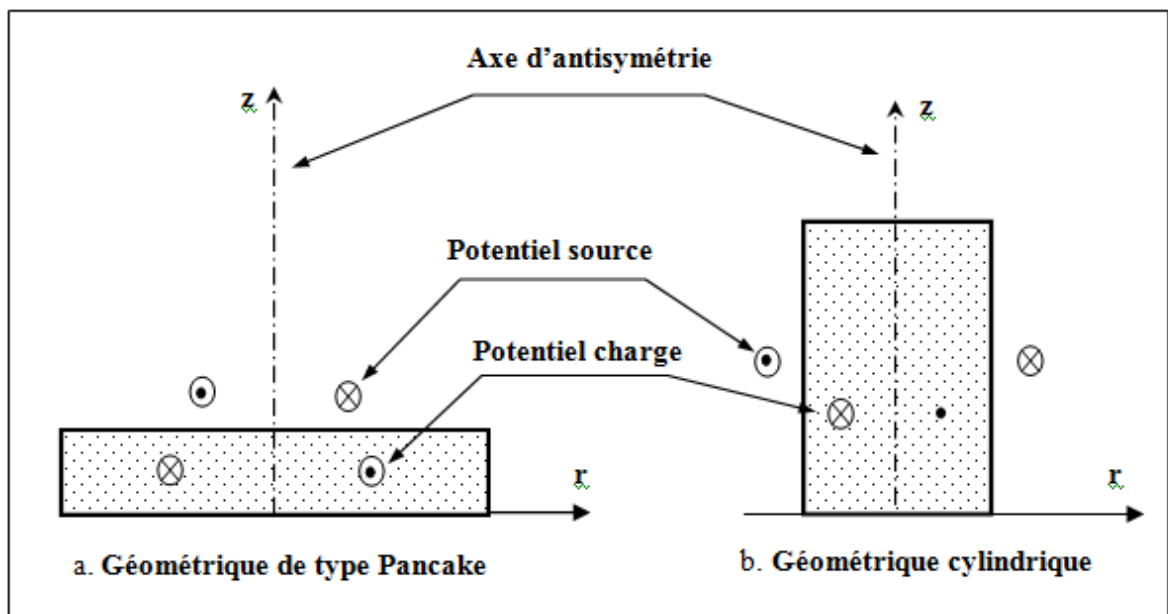


Fig. I.6-domaine d'étude

Dans ce cas, on trouve que la condition de jauge [10] [12] [19] ou encore que $\text{div}(J \vec{e}_\theta) = 0$ est constamment vérifiée. Cela impose à une ligne de courant qui passe par un

point donné d'y revenir après un trajet plus au moins long à une distance de ce point d'autant plus petite que l'élécite des spires inductrices est négligeable. Ainsi, les lignes de courants sont des circonférences d'axe z. Le calcul vectoriel en coordonnées cylindriques permet d'atteindre le résultat suivant :

$$\begin{cases} \text{div}(\text{grad}A) = -\mu J & (a) \\ \vec{J} = -\sigma \left(\frac{dA}{dt} + \text{grad}V \right) & (b) \end{cases} \quad (I.37)$$

I.13.2- Equation des différentes régions

I.13.2.1-Equation dans le vide

Les régions non-conductrices sont caractérisées par une conductivité nulle et l'équation (I.37.a) se réduit à l'équation de Laplace.

$$\text{div}(\text{grad}A) = 0 \quad (I.38)$$

I.13.2.2-Equation dans l'inducteur

L'inducteur est caractérisé par une perméabilité magnétique égale à celle du vide ($\mu = \mu_0$). Lorsque celui-ci est alimenté par un générateur de tension, l'équation généralisée (I.37.a) devient :

$$\text{div}(\text{grad}A) = -\mu_0 J \quad (I.39)$$

Dans ce cas, le potentiel scalaire V doit être relié à la tension du générateur alimentant l'inducteur, le courant de celui-ci étant inconnue.

I.13.2.3-Equation dans la charge

Puisque le système est axisymétrique, le gradient du potentiel scalaire électrique est nul et le courant n'est créé que par la première composante de l'équation (I.37.b) qui est la variation temporelle du potentiel vecteur magnétique. Par conséquent, on a :

$$\begin{cases} \text{div}(\text{grad}A) = -\mu J & (a) \\ J = -j\omega\sigma A & (b) \end{cases} \quad (I.40)$$

I.14-Dispositifs excités en courant

La résolution dans ce cas ne se fait que dans la charge, et on peut alors obtenir une discrétisation de l'équation (I.44) dans celle-ci. Si nous prenons d'après l'équation (I.27) appliquée à la charge :

$$\mathbf{f}_1 = \mathbf{J}_0 \text{ et } \mathbf{f}_2 = -\sigma \frac{d\mathbf{A}}{dt} \quad (\text{I.45})$$

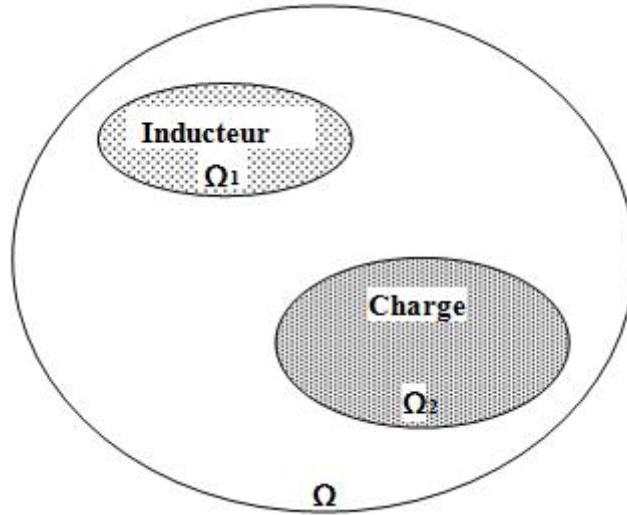


Fig.I.7-Système électromagnétique

La même équation peut être discrétisée en fonction de la densité de courant.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{J}(\mathbf{p}) = -\sigma \int_{\Omega} \mathbf{G}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_s) \mathbf{f}_1(\mathbf{p}_s) d\Omega_1 + \int_{\Omega} \mathbf{G}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_s) \mathbf{f}_2(\mathbf{p}_s) d\Omega_2 \\ \text{avec } \mathbf{f}_1 = \frac{d\mathbf{J}_0}{dt} \text{ et } \mathbf{f}_2 = \frac{d\mathbf{J}}{dt} \end{array} \right. \quad (\text{I.46})$$

I.15-Conclusion

Au sein de ce chapitre, en partant du problème électromagnétique général, nous avons précisé la formulation du problème d'induction en utilisant l'approximation des états quasi-stationnaires. Dans ce cas, nous avons montré que le problème peut être résolu par la théorie des circuits. Le nombre d'inconnues a été réduit à une seule variable ; le potentiel vecteur magnétique ou la densité de courant électrique, dans l'hypothèse d'une structure axisymétrique.

CHAPITRE II

Généralité sur le magnétoformage

II.1-Introduction

Dans tous les domaines de l'industrie, la notion de mise en forme des matériaux intervient soit en amont, en aval, ou en cours de production. Le premier objectif de cette mise en forme est de conférer à une pièce métallique des dimensions situées dans une fourchette de tolérances données ainsi que des caractéristiques précises. Parmi les principaux procédés apparus récemment afin d'assurer la production en grande série, se trouve le formage. Ce procédé regroupe plusieurs techniques, tels que l'emboutissage, le formage par explosion et le magnétoformage, dont nous nous intéresseront dans ce chapitre.

Le procédé de magnétoformage [14] est utilisé pour le formage de tôles ou de tubes métalliques électriquement conducteurs. Il repose sur la décharge rapide de forts courants dans un inducteur (bobine) placé à proximité de la pièce à former (Fig.1). Le couplage entre le champ magnétique créé par l'inducteur, et les courants induits dans la pièce par les variations de ce même champ magnétique, génère des forces de Lorentz qui, si elles sont suffisamment importantes, permettent la mise en forme de la tôle. Ce procédé de formage prend généralement place dans un moule.

La mise au point des procédés de magnétoformage est souvent complexe à réaliser, en particulier du fait des nombreux couplages multi physiques impliqués dans le procédé. Cela nécessite de s'appuyer sur une démarche de modélisation numérique requérant une description précise du comportement des matériaux mis en jeu. Un des principaux enjeux est alors de déterminer au mieux le comportement des matériaux lors de sollicitations dynamiques. En effet, la durée d'une opération de magnétoformage est de l'ordre d'une centaine de microsecondes, les vitesses de déformation associées pouvant aller de 100 à 10 000m.s⁻¹. Le comportement mécanique peut alors être modifié et s'éloigner du comportement observé sous sollicitations quasi-statiques [14] [4].

Le champ magnétique généré par la bobine (pièce massive à l'extérieur) provoque le rétreint d'un tube autour d'un autre tube placé à l'intérieur(Fig.1).

L'objectif est d'établir une démarche d'identification du comportement, afin d'assurer un véritable caractère prédictif à la simulation numérique du magnétoformage. [5] [15] [7] [8].

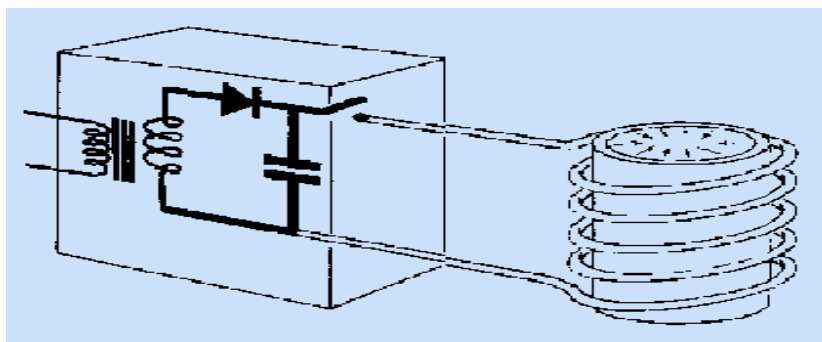


Fig.II.1 : Procédé du magnétoformage

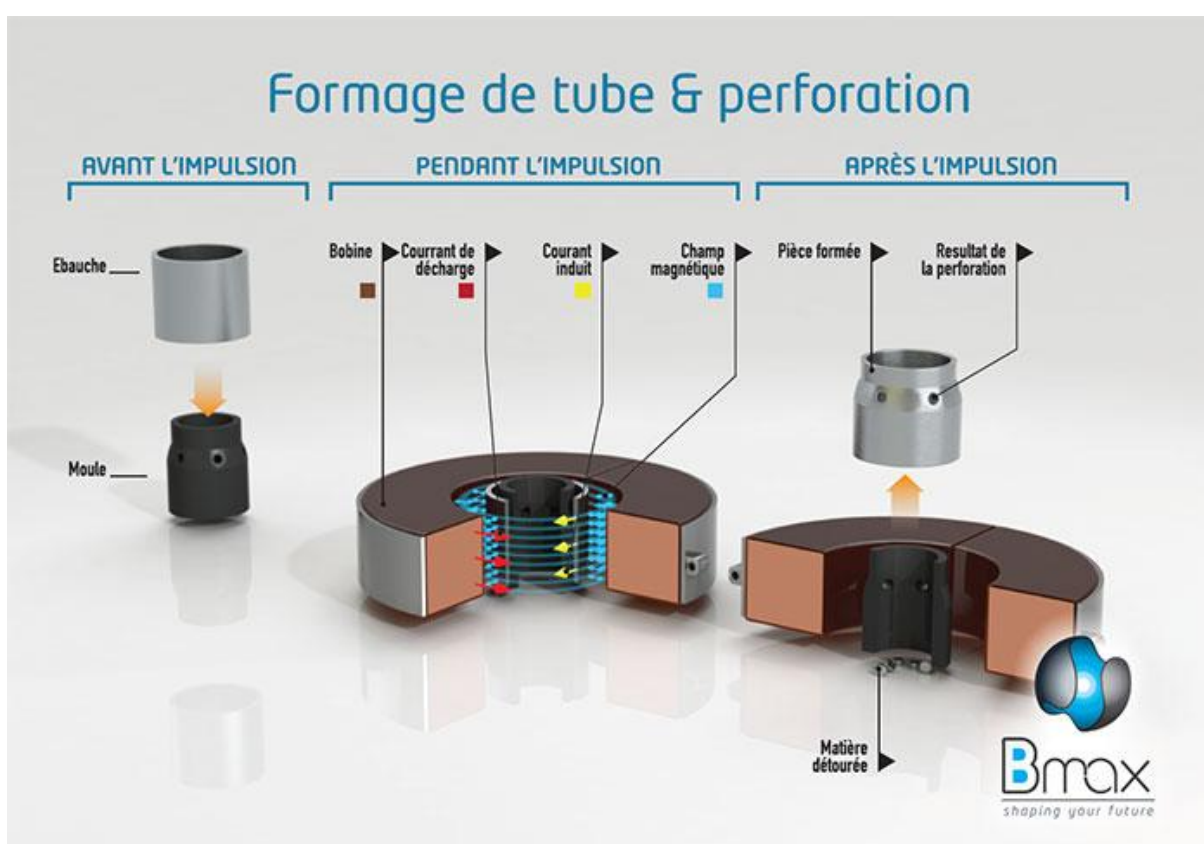


Fig.II.2 : Formage de tube et perforation

Le Magnétoformage offre la possibilité de créer des pièces complexes, avec des détails fins, en moins d'opérations et avec un équipement beaucoup plus léger(Fig.2).

II.2- Fondement scientifique

Une bobine spéciale est placée près de la pièce métallique à travailler et remplace le poinçon utilisé par les méthodes conventionnelles. Lorsque le système libère l'énergie électrique de forte intensité, la bobine crée un champ magnétique très intense qui accélère la pièce et la projette sur la matrice à très haute vitesse. L'impulsion magnétique (MP) et la très grande vitesse de déformation transforment le métal, le faisant passer de l'état solide à un état viscoplastique, augmentant ainsi sa formabilité sans pour autant affecter la résistance initiale du matériau.

II.3-Principe

Le magnétoformage est un procédé de déformation à froid des métaux par champ magnétique. Il s'applique aux métaux très bons conducteurs et en priorité de forme tubulaire. Il permet le formage, l'assemblage et le soudage.

En présence d'un champ magnétique variable dans le temps, tout matériau conducteur de l'électricité est le siège des courants induits. La présence du champ et du courant induit dans le matériau crée des forces magnétiques. Ce phénomène est analogue à celui de deux conducteurs électriques parcourus par des courants parallèles de même sens ou de sens contraires qui s'attirent ou se repoussent. Le magnétoformage est une application de ce principe.

Les opérations habituellement réalisées par Magnétoformage sont classifiées en trois groupes : Assemblage, Formage, Soudage.

II.4-Différentes méthodes du magnétoformage :

II.4.1-Magnétoformage par expansion :

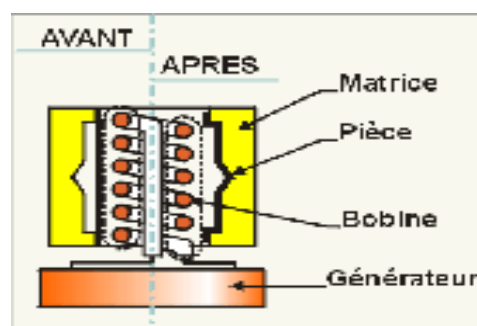


Fig.II.3 : Magnétoformage par expansion

Une bobine reliée à circuit électrique et traversée par un courant variable dans le temps est placée à l'intérieur d'un tube métallique (pièce à mettre en forme). Un champ magnétique intense et variable est créé autour de la bobine. Le tube métallique est traversé par un courant parallèle et de sens contraire. Les forces électromagnétiques s'exerçant entre le tube et la bobine tendent à les éloigner l'un de l'autre. La bobine étant rendue rigide, il en résulte une expansion du tube. L'interposition d'une matrice permettra le formage désiré du tube.

II.4.2-Magnétoformage par compression :

Quand le tube est placé à l'intérieur de la bobine, on obtiendra une compression.

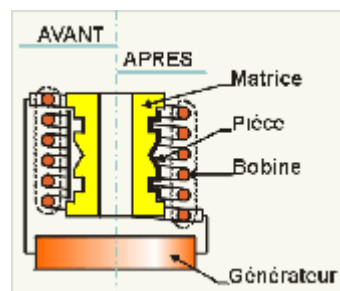


Fig II.4 : Magnétoformage par compression

II.4.3- Emboutissage

On peut également obtenir le même résultat avec une bobine au dessous d'une plaque métallique (la plaque métallique est repoussée violemment de la bobine contre la matrice - application : gravure).

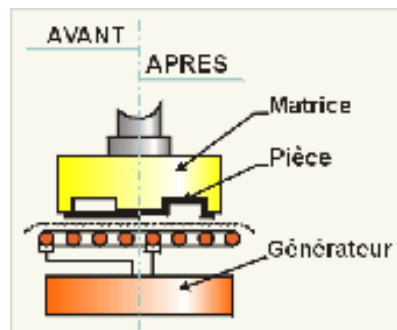


Fig.II.5 : Principe de l'emboutissage

II.5- Lois fondamentales exploitées

II.5.1-Loi Ampère

- Deux pôles de nom contraire s'attirent et deux pôles de même nom se repoussent.
- Une bobine traversée par un courant électrique crée un champ magnétique.
 - Elle possède donc une face nord et une face sud.
 - Lorsque le courant est inversé la polarité l'est également.

II.5.2-Loi Faraday

Toute variation d'un flux magnétique à travers un circuit fermé crée un courant électrique appelé courant induit. La bobine devient un générateur pendant la variation de flux. L'effet n'existe que pendant le mouvement.

II.5.3-Loi de Laplace

Tout conducteur traversé par un courant électrique et placé dans un champ magnétique est soumis à une force de Laplace. L'intensité du courant électrique est proportionnelle à l'intensité de la force et au champ magnétique. Cette force permet d'obtenir un déplacement ou une déformation des pièces.

II.6-Générateurs de Magnétoformage

Les générateurs sont simples à utiliser, économiques, répétitifs, souples.

Exemples de valeurs standards :

- Energies : 8 KJ 16 KJ 32 KJ 48 KJ 64 KJ
- Tensions : 3 KV 10 KV 20 KV 40 KV
- Méthodes de commutation : IGNITRONS ou ECLATEUR
- Cadences : 10 Secondes 30 Secondes 60 Secondes

II.7-Bobines de Magnétoformage

Les bobines sont spécifiques à une application, on distingue plusieurs catégories :

- Bobines d'assemblage à concentrateur cylindrique,
- Bobines d'assemblage à concentrateur plat,
- Bobines d'assemblage par compression,
- Bobines d'assemblage par expansion,

II.8- Avantages et inconvénients

II.8.1-Avantages concurrentiels

La technologie par Impulsion Magnétique (MP) et Electro-Hydraulique (EH) permet de créer des produits de qualité avec une meilleure performance et une plus grande efficacité. La rentabilité est assurée, l'appropriation plus rapide, l'assurance qualité et la garantie de bon fonctionnement réalisées à moindre frais. Parmi les avantages que présente le magnétoformage, on peut citer :

- Distribution régulière des contraintes résiduelles dans le matériau,
- Pas de retour élastique de la matière,
- Formabilité accrue,
- Création de pièces complexes, avec une grande finesse des détails et des arêtes vives,
- Matrice unique, pas de poinçon,
- Découpage et perforation en une seule et même opération,
- Procédé propre et de haute qualité des surfaces de finition,
- Possibilité de combiner cette technique avec toutes autres techniques d'induction,
- Moins de risque de déchirures par frottement car aucun contact entre outil et pièce
- Procédé pouvant être appliqué à des matériaux de faible conductivité électrique.

II.8.2-Inconvénients

Les inconvénients du magnétoformage sont minimes et se résument :

- Matériau doit être un tube ou une tôle bon conducteur électrique comme les alliages de cuivre et d'aluminium et les métaux précieux,
- Matériau léger (<1Kg),
- Forme des pièces limitée.

II.9- Utilisation et application

Le Magnétoformage est utilisé dans la fabrication de pièces automobile, aviation, bâtiment et des centrales nucléaires.

II.9.1-Assemblage par Magnétoformage

Le Magnétoformage est avant tout un procédé d'assemblage d'une pièce tubulaire sur un support résistant mécaniquement.

- Croquis d'assemblages

- Assemblage par expansion
- Assemblages par rétreint
- Soudage par Magnétoformage

Le phénomène s'apparente au soudage par explosion. Il s'applique sur des pièces de forme tubulaire de petite taille. Il permet de souder des matériaux tels que l'aluminium sur le cuivre, l'aluminium sur l'acier...

II.9.2-Industrie automobile

La nécessité de baisser la consommation du carburant présente constamment de nouveaux défis aux ingénieurs de l'automobile. Il leur incombe de combiner l'acier à des matériaux plus légers comme l'aluminium et le magnésium, mais ils ont aussi besoin de géométries de plus en plus complexes pour améliorer les performances aérodynamiques, augmenter l'efficacité du groupe autopropulseur et adopter des carburants de substitution.

La technologie du magnétoformage est la réponse aux grands enjeux de la fabrication. Capables de garantir la réduction du poids et de la taille de certains composants, des frais de production, du taux de défaillance des pièces, tout en offrant une amélioration de la durée de vie. Ces systèmes se révèlent fortement attrayants pour l'industrie automobile.

II.9.3- Aérospatiale

La navigation aérienne est un art qui exige beaucoup de la part des concepteurs. Désormais, grâce à la technologie MF, il est possible de simplifier toutes les étapes de l'ingénierie spatiale. Étant à même de former et de souder de l'aluminium, du magnésium, du titane de qualité et bien d'autres alliages, et d'offrir des assemblages métal-matériaux composites.

II.9.4- Câbles

Qu'il s'agisse de câbles de transmission ou pour applications structurelles, les câbles sertis par la technologie MF offrent une meilleure résistance à la tension, de meilleures performances et plus d'endurance que les autres.

Le sertissage par MF produit aussi des assemblages à plus grande résistance mécanique à surfaces de contact ultra-conductrices et permet d'utiliser de nouveaux matériaux comme le verre, les composites et les fibres optiques.

II.9.5- Construction

Les assemblages ont toujours été le maillon faible de la chaîne de construction. Mais de nos jours les règles ont changé. Les joints sont devenus la zone la plus solide et mieux encore, il est possible dans certains cas de les éliminer complètement car on produit la forme à partir d'un seul élément au lieu d'avoir à en joindre plusieurs.

Avec la technologie MF, on peut concevoir des composants à base de métaux dissemblables où la résistance mécanique de l'assemblage est supérieure à celle des métaux d'origine.

II.9.6-Échangeurs thermiques

Des matériaux plus fins et légers, des composants de très haute qualité, ayant une meilleure efficacité. Les enjeux sont nombreux dans le domaine des échangeurs thermiques or les technologies et les matériaux disponibles dans le commerce ne semblent pas pouvoir y apporter de solutions.

Cependant, avec le magnétoformage, on peut dépasser les contraintes actuelles et commencer à former les composants, souder des matériaux hybrides et créer des assemblages qui résistent aux fortes pressions.

II.9.7-Gaz et fluides

Le transport des gaz et des fluides est confronté à de nombreux enjeux au fur et à mesure que le cours du cuivre monte et que la nécessité de conserver leurs parts de marché oblige les entreprises à offrir des structures plus légères. De plus, valves et actionneurs sont en général fabriqués à partir de matériaux très différents de celui des tubes (laiton et acier inoxydable, par exemple), ce qui crée des problèmes quant au traitement de la surface de contact entre ces éléments et les tubes.

La technologie MF fait éclater ces paradigmes avec l'introduction de tubes en aluminium-cuivre et la possibilité d'une interface entre matériaux dissemblables.

II.9.8-Autres applications

Le fait de pouvoir créer des structures extrêmement résistantes et légères, dans les plus menus détails et à haute précision, tout en réduisant les frais de production est un argument de poids qui s'applique pratiquement à toute la chaîne de fabrication.

Voici une liste non exhaustive des domaines dans lesquels la technologie MF peut stimuler la créativité des concepteurs et des ingénieurs.

- Couplage supraconducteurs-conducteurs normaux,
- Appareils sous pression,
- Tubes sous pression,
- Cadres de bicyclettes,
- Cadres de raquettes,
- Groupe arbre de moteur-pompe,
- Télécommunications – raccords sertis pour câbles en fibre optique,
- Construction navale,
- Tuyaux profilés et jaugés,
- Boîtiers de téléphones cellulaires,
- Capsules haute pression,
- Cages et bagues de roulement,
- Plateaux,
- Soufflets – Tubulures médicales,
- Masses-tiges – Gazoducs,
- Tubulures de refoulement – Puits de pétrole,
- Turbines à vapeur,
- Pots catalytiques / Réacteurs,

II.10- Domaine similaire

II.10.1- Canon magnétique

Le canon magnétique ou canon de Gauss est un canon qui utilise l'effet de répulsion magnétique.

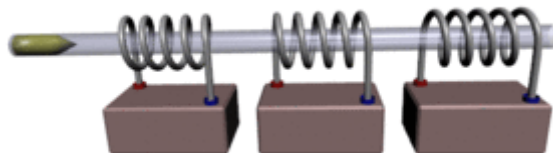


Fig. II.6 : Canon magnétique

II.10.2-Domaine militaire

Comme le canon électrique, c'est une arme expérimentale qui est largement exploitée dans les œuvres imaginaires. Des recherches militaires actives sur les canons électromagnétiques sont effectuées depuis plusieurs années afin de pouvoir remplacer l'obusier des chars d'assaut : l'intérêt de tels canons est la vitesse très élevée atteinte par le projectile et capable de percer les blindages les plus résistants en utilisant désormais des solénoïdes en fil supraconducteur permettant d'atteindre des champs magnétiques de plusieurs teslas.

Le principe de cet accélérateur électromagnétique est également envisagé pour servir de lanceur spatial de satellites. Cette catapulte électromagnétique doit être dans ce cas très longue afin de pouvoir atteindre progressivement la vitesse de satellisation.

II.11-Conclusion

Dans ce chapitre, nous concluons que le magnétoformage est un procédé simple avec un bon rendement, une production rapide et présente de larges applications. L'esprit d'un concepteur industriel se penchera donc plus facilement sur ce procédé pour la réalisation des pièces de n'importe quel montage.

CHAPITRE III

Modélisation par les potentiels magnétiques couplés

III.1-Introduction

Le modèle des potentiels magnétiques couplés que nous exposons est basé sur l'expression analytique de Biot et Savart, associée à la loi d'induction de Faraday par superposition.

III.2-Equations électromagnétiques couplé

Comme nous l'avons vu au chapitre I, la manière la plus adaptée pour décrire le phénomène électromagnétique par les grandeurs électromagnétiques couplées est de réduire les équations de Maxwell en un système de deux équations aux dérivées partielles exprimant le potentiel vecteur magnétique et la densité de courant d'une manière couplée. L'effet électromagnétique d'un point q , sur un point p de l'espace (Figure III.1), se formalise par les équations de Maxwell simplifiées suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div} \left(\overrightarrow{\text{grad}} \vec{A}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \right) = -\mu_0 \mathbf{J}(\mathbf{q}) \\ \mathbf{J}(\mathbf{p}) = -\sigma(\mathbf{p}) \left(\frac{\partial \vec{A}(\mathbf{p}, \mathbf{q})}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} v(\mathbf{p}) \right) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(a)} \\ \text{(b)} \end{array} \quad \text{(III. 1)}$$

L'équation (III.1.a) traduit, que la densité de courant $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ au point q , est la source du potentiel vecteur $\vec{A}(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ au point p . L'équation (III.1.b) définit le phénomène d'induction ; telle que la densité de courant $\mathbf{J}(\mathbf{p})$ est induite sous la variation temporelle du potentiel magnétique $\vec{A}(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ et spatiale du potentiel électrique $V(\mathbf{p})$. Autrement dit, la source de $\vec{A}(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ est $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ et la source de $\mathbf{J}(\mathbf{p})$ est la variation temporelle de $\vec{A}(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ et spatiale de $V(\mathbf{p})$. D'où le nom des « Grandeurs Electromagnétiques Couplés ».

Avant de procéder à la résolution de ces deux équations, nous exprimons d'abord le potentiel magnétique vecteur ainsi que le potentiel électrique scalaire en deux dimensions.

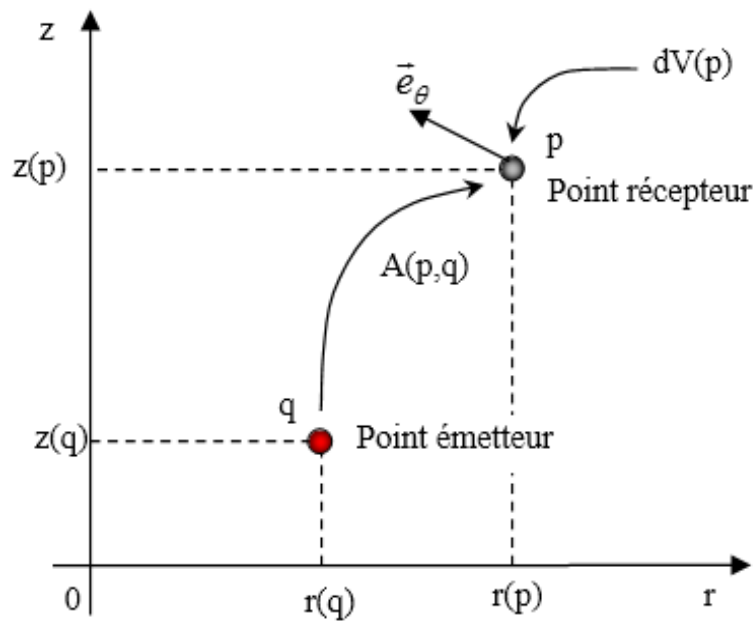


Figure III.1. Effet mutuel entre deux points quelconques

III.3-Expression du potentiel magnétique vecteur dans le vide

Pour résoudre le système d'équations (III.1), nous cherchons d'abord la solution de l'équation (III.1.a) qui sera injectée dans (III.1.b). C'est cette dernière qui formera le système d'équations à résoudre et par conséquent à définir le couplage des grandeurs électromagnétiques.

L'équation (III.1.a) est appelée équation de poisson vectoriel contrairement à l'appellation scalaire en électrostatique. Elle peut être résolue par transformation de fourier, on montre qu'elle aboutit à l'expression de Biot et Savart du potentiel vecteur magnétique. [10] [13]

$$\mathbf{A}(\mathbf{P}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \iiint_{\tau} \frac{\mathbf{J}(\mathbf{q})d\tau}{|\mathbf{p}-\mathbf{q}|} \quad (\text{III.2})$$

Ce potentiel est fonction des coordonnées des points p où on calcule le potentiel $A(p)$, et q où est située la densité de courant $J(q)$ source de ce potentiel. Ces deux points peuvent appartenir ou non au même domaine.

Le potentiel est calculé au point récepteur $p(r,z)$. Celui-ci est créé par une spire de section $s(q)$, de contour (c) , située au point q de coordonnées $(r(q),z(q))$ et parcourue par une intensité de courant $J(q)d\tau$.

On admet par approximation que le courant est constant dans la section de la spire (Figure III.2).

$$\begin{cases} \int \mathbf{J}(\mathbf{q}) d\tau = \mathbf{I}(\mathbf{q}) d\mathbf{l} & \text{(a)} \\ \mathbf{I}(\mathbf{q}) = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \mathbf{S}(\mathbf{q}) & \text{(b)} \end{cases} \quad \text{(III.3)}$$

Le système est à symétrie de révolution. Le potentiel magnétique vecteur $A(\mathbf{p})$ n'a qu'une composante dirigée suivant θ . Le courant circule donc sur un contour \odot de rayon $r(\mathbf{q})$ et de longueur $l(\mathbf{q})$ comme le montre la figure III.2.

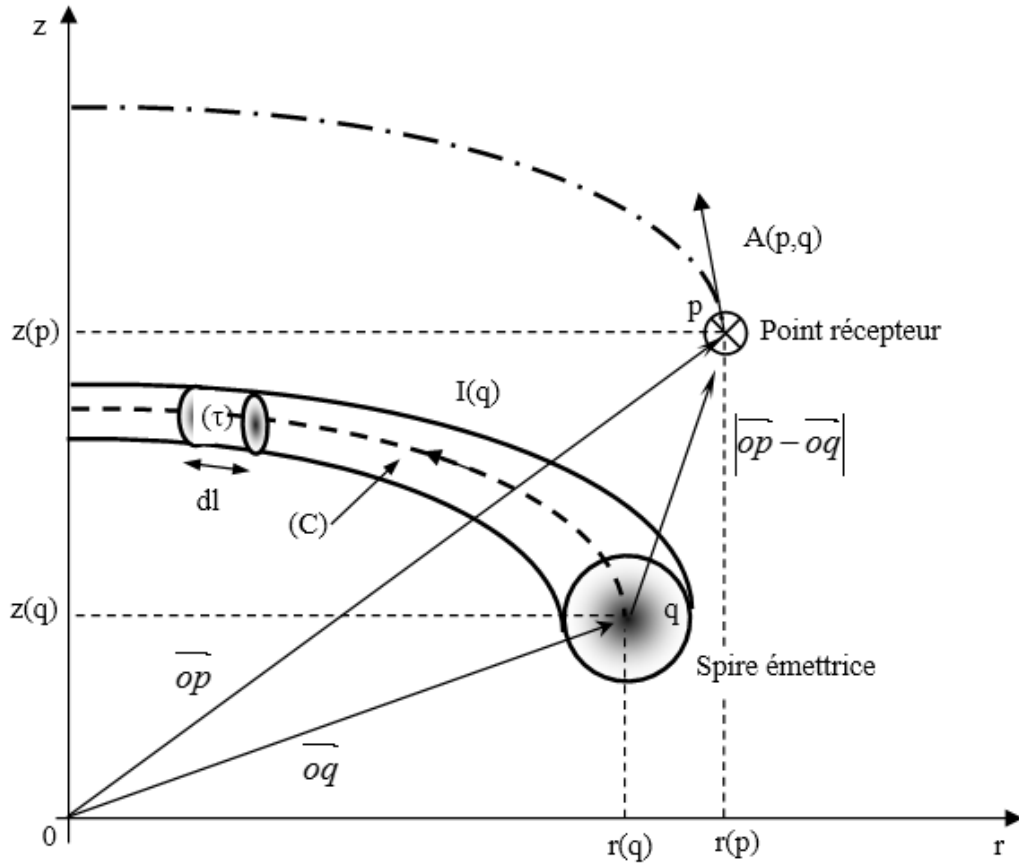


Figure III.2. Représentation des spires élémentaires

$$\vec{A}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = A_o(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \vec{e}_\theta = \frac{\mu_o}{4\pi} I(\mathbf{q}) \int_\tau \frac{d\vec{l}}{|\vec{op} - \vec{oq}|} \quad \text{(III.4)}$$

En développant l'intégrale de l'équation (III.4) sur le contour de la spire q relativement au point p , on obtient l'expression du potentiel en fonction des intégrales elliptiques [10] [28] :

$$A(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{\mu_o}{2\pi} G(\mathbf{p}, \mathbf{q}) I(\mathbf{q}) \quad \text{(III.5)}$$

$$G(p, q) = \sqrt{\frac{r(q)}{r(p)}} E[K(p, q)] \quad (\text{III.6})$$

$$E[k(p, q)] = \frac{(2-k)^2 E_1(k) - 2E_2(k)}{k} \quad (\text{III.7})$$

$$K = \sqrt{\frac{4r(q)r(p)}{(r(q)+r(p))^2 + (z(q)-z(p))^2}} \quad (\text{III.8})$$

$E_1(k)$ et $E_2(k)$ sont respectivement des fonctions elliptiques de première et de seconde espèce de Legendre [29]. $r(p)$ et $r(q)$ sont respectivement les rayons des points récepteur et émetteur. $z(p)$ et $z(q)$ sont leurs hauteurs respectives.

III.4-Expression du gradient du potentiel électrique scalaire

Pour exprimer le gradient du potentiel, considérons, comme exemple une spire de section circulaire et nous remarquerons que le résultat est applicable à n'importe quelle forme de section. La figure III.3 donne le schéma d'une spire circulaire p de rayon moyen r . Elle montre la circulation du courant dans cette spire ainsi que la variation du potentiel scalaire. Le gradient du potentiel en coordonnées cylindrique s'écrit :

$$\overrightarrow{\text{grad}}v(p) = \frac{\partial v}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \vec{e}_\theta \quad (\text{III.9})$$

Notons que la circulation du courant est angulaire et qu'elle se fait le long du périmètre moyen de la spire. Cela, implique que le gradient du potentiel suivant l'axe radial est nul $\partial V/\partial r = 0$, ce qui réduit le gradient du potentiel électrique à :

$$\overrightarrow{\text{grad}}v(p) = \frac{1}{r(p)} \frac{dv(p)}{dr} \vec{e}_\theta \quad (\text{III.10})$$

Or tout le long du périmètre moyen, le courant est le même. Nous en déduisons que le gradient du potentiel est constant. En notant par $u(p)$ la tension appliquée aux bornes du contour, cette déduction nous amène à écrire :

$$\int_{u(p)}^0 dv(p) = \overrightarrow{\text{grad}}v(p) \cdot \vec{e}_\theta r(p) \int_0^{2\pi} d\theta \Rightarrow u(p) = -2\pi r(p) (\overrightarrow{\text{grad}}v \cdot \vec{e}_\theta) \quad (\text{III.11})$$

Enfin, la variation spatiale du potentiel électrique scalaire est exprimée en fonction de la tension appliquée ou induite $u(p)$ aux bornes de la spire et de sa géométrie, comme suit :

$$\overrightarrow{\text{grad}}v \cdot \vec{e}_\theta = -\frac{u(p)}{2\pi r(p)} \quad (\text{III.12})$$

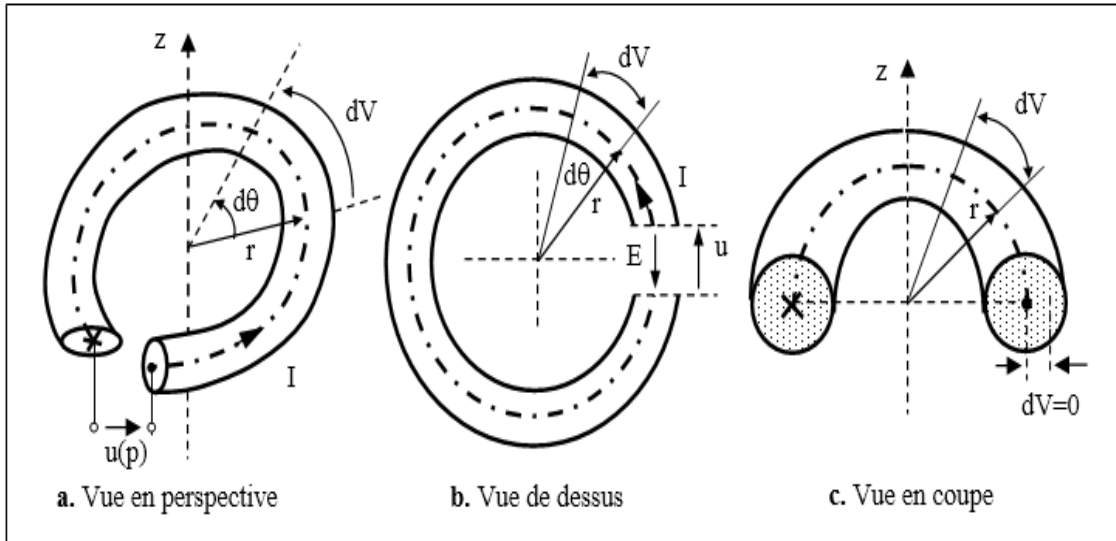


Fig. III.3. Vues d'une spire élémentaire

III.5. Les circuits électromagnétiques couplés « CEC »

III.5.1. Principe du couplage et équation élémentaire

En remplaçant l'expression (III.5) du potentiel vecteur magnétique ainsi que celle du potentiel scalaire (III.10) dans l'équation (III.1.b), nous arrivons à exprimer l'équation électromagnétique élémentaire en fonction de la densité de courant et de la tension des points source « q » et charge « p » [29] [30] [31].

$$\frac{2\pi r(\mathbf{p})}{\sigma(\mathbf{p})} \mathbf{J}(\mathbf{p}) + \mu r(\mathbf{p}) \mathbf{G}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \frac{d\mathbf{I}(\mathbf{q})}{dt} = \mathbf{u}(\mathbf{p}) \quad (\text{III.13})$$

C'est l'équation ponctuelle des circuits électromagnétique couplés. Elle exprime la création de la densité de courant $\mathbf{J}(\mathbf{p})$ en un point « p » sous l'effet de la tension appliquée en ce point $\mathbf{u}(\mathbf{p})$ et d'un potentiel magnétique vecteur créé par l'intensité de courant $\mathbf{I}(\mathbf{q})$ située au point « q ».

Le même raisonnement au point « q » qu'au point « p » abouti à une équation du même type que (III.13). La résolution simultanée des équations relatives aux points « p » et « q » permet de superposer des effets magnétiques et définir ainsi le couplage électromagnétique entre deux points dans un système axisymétrique.

III.5.2-Equation intégrale

La figure III.4 montre un domaine bidimensionnel traversé par une densité de courant de répartition non uniforme. Le potentiel $A(\mathbf{p})$ en un point « \mathbf{p} » est généré par la somme de toutes les densités de courants $\mathbf{J}(\mathbf{q})$, soit :

$$\mathbf{A}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \iint_{\Omega} \mathbf{G}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \mathbf{J}(\mathbf{q}) d\Omega \quad (\text{III.14})$$

L'équation (III.13) décrit l'effet électromagnétique d'un point sur un autre. Pour réaliser la contribution électromagnétique du domaine Ω sur le point « \mathbf{p} », nous intégrons toutes les densités de courants $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ appartenant à ce domaine. Autrement dit, nous remplaçons le potentiel de la relation (III.14) dans l'équation (III.1.b) ainsi que la variation du potentiel scalaire (III.10), nous obtenons :

$$\frac{2\pi r(\mathbf{p})}{\sigma(\mathbf{p})} \mathbf{J}(\mathbf{p}) + \mu r(\mathbf{p}) \iint_{\Omega} \mathbf{G}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \frac{d\mathbf{J}(\mathbf{q})}{dt} d\Omega = \mathbf{u}(\mathbf{p}) \quad (\text{III.15})$$

C'est l'équation intégrale généralisée, des circuits électromagnétiques couplés «MCEMC», qui décrit n'importe quel domaine conducteur soumis à une tension électrique extérieure.

Dans le cas des conducteurs massifs où le domaine n'est pas soumis à un potentiel électrique scalaire, l'équation (III.15) s'écrit :

$$\frac{2\pi}{\sigma(\mathbf{p})} \mathbf{J}(\mathbf{p}) + \iint_{\Omega} \mathbf{G}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \frac{d\mathbf{J}(\mathbf{q})}{dt} d\Omega = \mathbf{0} \quad (\text{III.16})$$

Elle décrit la création des densités de courants induites sous l'effet seulement de l'induction électromagnétique ou sous l'effet de la variation temporelle du potentiel vecteur magnétique. Il s'agit alors des courants de Foucault.

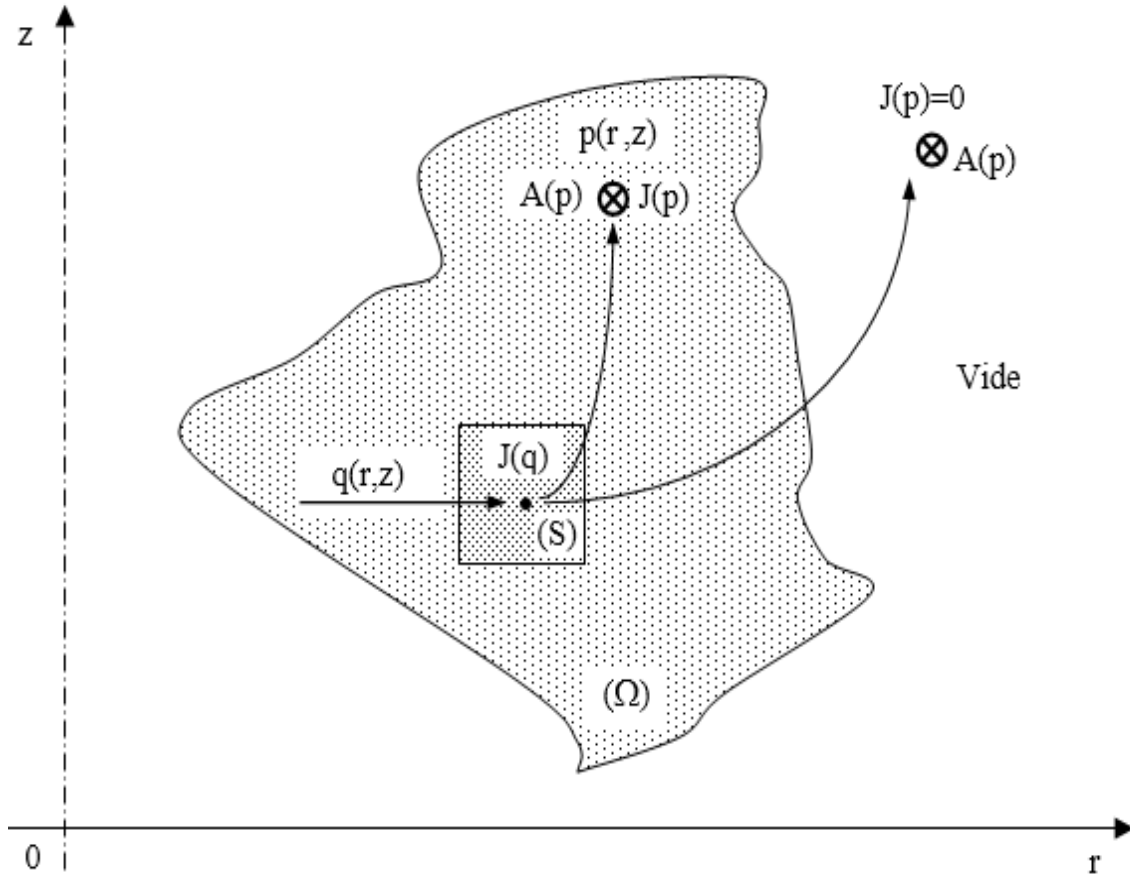


Figure III.4. Domaine d'étude

III.5.3-Cas du régime sinusoïdal

Si l'excitation est sinusoïdale, on utilise la notation complexe, telle que :

$$\begin{cases} u(p,t) = u_{ef} \sqrt{2} e^{j\omega t} = u(p) e^{j\omega t} & \text{où } u(p) = u_{ef} \sqrt{2} & \text{(a)} \\ I(p,t) = I_{ef} \sqrt{2} e^{j(\omega t + \varphi(p))} = I(p) e^{j\omega t} & \text{où } I(p) = I_{ef} \sqrt{2} e^{j\varphi(p)} & \text{(b)} \end{cases} \quad \text{(III.17)}$$

L'équation électromagnétique généralisée (III.15) devient dans ce cas comme suit :

$$\frac{2\pi r(p)}{\sigma(p)} J(p) + j\mu_0 \omega r(p) \iint_{\Omega} G(p,q) J(q) d\Omega = u(p) \quad \text{(III.18)}$$

III.6-Modélisation d'un système source – charge

III.6.1- Définition des paramètres et grandeurs du domaine d'étude

On représente dans la figure III.5, une configuration géométrique d'un système électromagnétique axisymétrique comportant une source de domaine Ω_S et une pièce conductrice massive de domaine Ω_C . Le domaine Ω_S est source principale de champs

électromagnétiques alors que Ω_C est le siège des courants de Foucault et qui s'opposent au champ de la source.

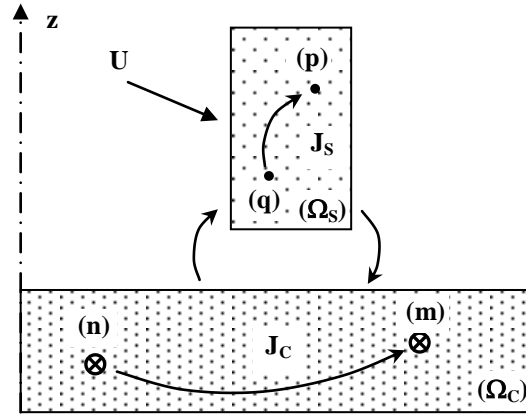


Figure III.5. Système électromagnétique (source + charge)

On note par (p) et (q) les points appartenant au domaine Ω_S . Deux autres points (m) et (n) qui décrivent le domaine Ω_C . On note par indice (s) tous ce qui est relatif à la source de champ (excitation) et par tous ce qui est relatifs à la charge (courants de Foucault).

III.6.2-Equation intégrale relative à la source

La présence des courants de Foucault influence les courants d'excitation. Pour exprimer cette influence, nous appliquons l'équation (III.18) en décomposant le domaine Ω en deux sous domaines ; le domaine de la source Ω_S et celui de la charge Ω_C , comme le montre la figure III.5.

$$\frac{2\pi r_s(p)}{\sigma_s} J_s(p) + \mu_0 r(p) \left(\iint_{\Omega_S} G(p,q) \frac{dJ_s(q)}{dt} d\Omega_S + \iint_{\Omega_C} G(p,n) \frac{dJ_c(n)}{dt} d\Omega_C \right) = u(p) \quad (\text{III.19})$$

nous exprimons la répartition des densités de courants en fonction de la tension totale, telle que :

$$U = \frac{2\pi N_s}{\Omega_S} \iint_{\Omega} \frac{r(p)}{\sigma_s(p)} J_s(p) d\Omega_S + \frac{N_s \mu_0}{\Omega_S} \iint_{\Omega_S} r(p) \left(\iint_{\Omega_S} G(p,q) \frac{dJ_s(q)}{dt} d\Omega_S + \iint_{\Omega_C} G(p,n) \frac{dJ_c(n)}{dt} d\Omega_C \right) d\Omega_S \quad (\text{III.20})$$

III.6.3-Equation intégrale relative à la charge

La charge est une pièce massive en matériau conducteur. L'équation (III.20) réécrite en notation complexe, appliquée au domaine Ω_c et particulièrement au point m par :

$$\frac{2\pi J_c(m)}{\sigma_c(m)} + \mu_0 \iint_{\Omega_c} G(m,n) \frac{dJ_c^{(n)}}{dt} d\Omega_c + \mu_0 \iint_{\Omega_s} G(m,q) \frac{dJ_s^{(q)}}{dt} d\Omega_s = 0 \quad (III.21)$$

III.7-Cas d'une excitation en courant

Dans le cas où la source serait un générateur de courant dont la valeur efficace de la densité du courant est constante et imposée J_0 , il n'est pas nécessaire d'y établir les équations électromagnétiques. Nous ne nous intéressons donc qu'à la distribution des courants de Foucault. De ce fait la répartition de ces courants dans le matériau conducteur sera donnée par l'équation ci-dessous.

$$\frac{2\pi J_c(m)}{\sigma_c(m)} + \mu_0 \iint_{\Omega_c} G(m,n) \frac{dJ_c^{(n)}}{dt} d\Omega_c = -\frac{dJ_0}{dt} \mu_0 \iint_{\Omega_s} G(m,q) d\Omega_s \quad (III.22)$$

III.8- Les champs électriques couplés « CHEC »

En introduisant la loi d'Ohm (I.7), les équations (III.1) réduites de Maxwell s'écrivent en fonction des champs électriques comme suit :

$$\begin{cases} \text{div}(\text{grad}A(p)) = -\mu_0 \sigma(q)E(q) & (a) \\ E(p) + \frac{dA(p)}{dt} + \overrightarrow{\text{grad}V(p)} \cdot \vec{e}_\theta = 0 & (b) \end{cases} \quad (III.23)$$

La tension aux bornes du capteur s'exprime en fonction du champ électrique généré par les courants de Foucault par l'équation suivante :

$$U = \frac{2\pi N_s}{\Omega_s} \iint_{\Omega} \frac{r(p)}{\sigma_s(p)} J_s(p) d\Omega_s + \frac{N_s \mu_0}{\Omega_s} \iint_{\Omega_s} r(p) \left(\iint_{\Omega_s} G(p,q) \frac{dJ_s^{(q)}}{dt} d\Omega_s + \iint_{\Omega_c} G(p,n) \sigma_c(n) \frac{dE_c^{(n)}}{dt} d\Omega_c \right) d\Omega_s \quad (III.24)$$

La répartition et l'intensité de ces champs électriques à l'intérieur du matériau à contrôler ou à caractériser sont données par :

$$E_c(m) + \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\iint_{\Omega_c} G(m,n) \sigma_c(n) \frac{dE_c^{(m)}}{dt} d\Omega_c + \iint_{\Omega_s} G(m,q) \frac{dJ_s^{(q)}}{dt} d\Omega_s \right) = 0 \quad (\text{III.25})$$

III.9-Les potentiels magnétiques couplés « PMC »

III.9.1- Principe du couplage

La méthode est basée simultanément sur le théorème de superposition et sur le couplage électromagnétique des potentiels des différents points du domaine d'étude [32] [33].

Prenons comme exemple deux spires p et q, de sections respectives s(p) et s(q), parcourues par des densités de courant J(p) et J(q). Le potentiel vecteur magnétique créé par la spire p au point q dans le vide (absence de la spire q) est la solution de l'équation (III.1.a). Cette solution est l'expression (III.5) du potentiel magnétique vecteur [10].

En ajoutant à l'effet magnétique du point q sur le point p celui de ce dernier sur lui-même noté A₀(p), le potentiel magnétique en ce point est donné par :

$$A(p) = A_0(p) + \frac{\mu_0}{2\pi} G(p,q) s(q) J(q) \quad (\text{III.26})$$

Le potentiel A₀(p) est une source d'excitation éventuellement extérieure au point p :

$$A_0(p) = \frac{\mu_0}{2\pi} G(p_0) I_0(p) \quad (\text{III.27})$$

La densité de courant donnée par l'équation (I.40.b), appliquée au point telle que :

$$J(q) = -\sigma(q) \frac{dA(q)}{dt} \quad (\text{III.28})$$

Cette équation est ensuite introduite dans l'expression (III.26) pour obtenir l'équation suivante :

$$A(p) = A_0(p) - \frac{\mu_0 \sigma(q) s(q) G(p,q)}{2\pi} \frac{dA(q)}{dt} \quad (\text{III.29})$$

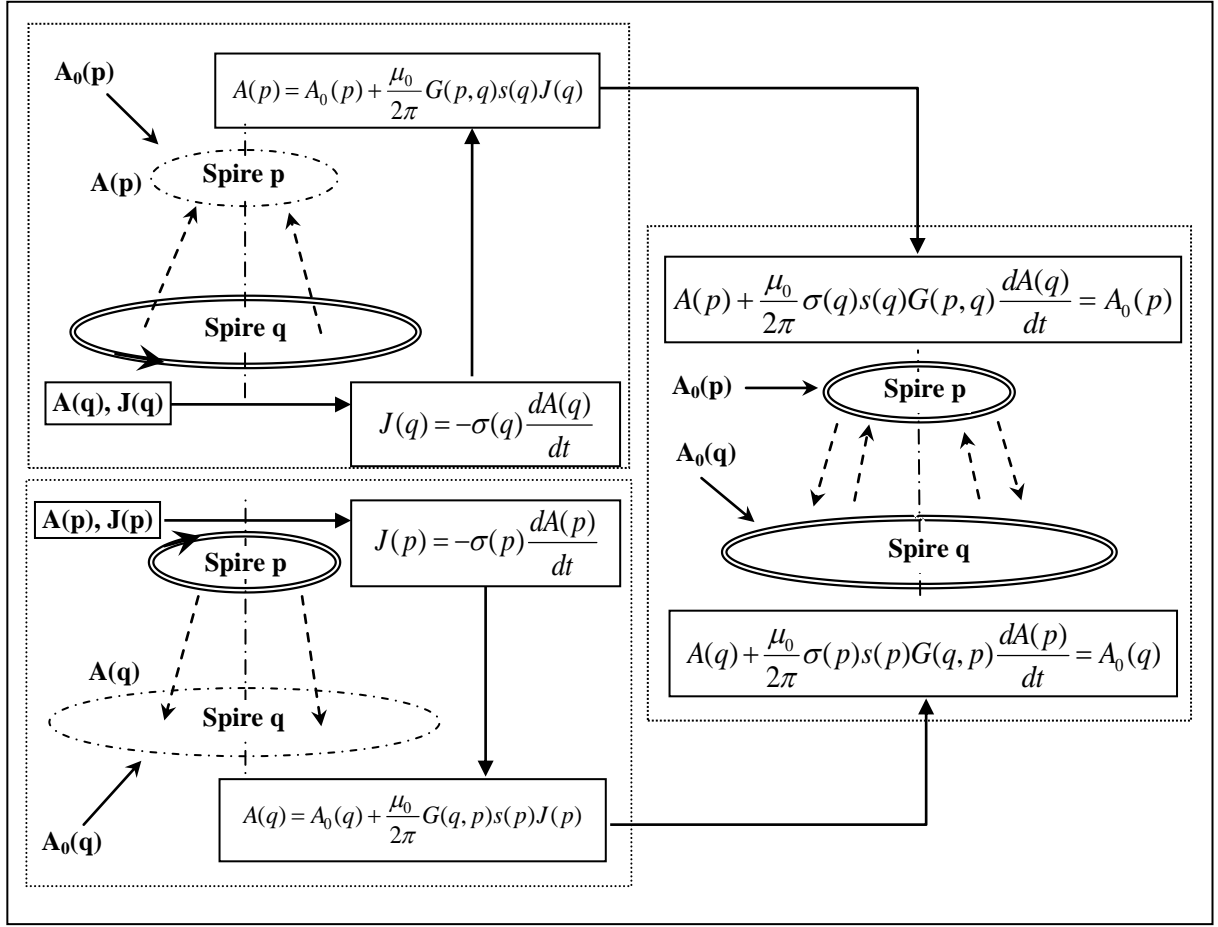


Fig III.6 : Superposition des effets et couplage électromagnétique de deux spires

Le même raisonnement permet d'obtenir la même équation concernant la spire q en absence de la spire p. La résolution simultanée des deux équations (III.30) permet de superposer les effets électromagnétiques propres et mutuels des deux spires, et de traduire ainsi le couplage électromagnétique.

$$\begin{cases} A(p) + \frac{\mu_0}{2\pi} \sigma(q) s(q) G(p, q) \frac{dA(q)}{dt} = A_0(p) & (a) \\ A(q) + \frac{\mu_0}{2\pi} \sigma(p) s(p) G(q, p) \frac{dA(p)}{dt} = A_0(q) & (b) \end{cases} \quad (III.30)$$

III.9.2-Définition des variables dans le domaine d'étude

Rappelant que le domaine Ω_s est la source d'excitation dont la densité de courant est JS et d'intensité IS. Le domaine Ω_c est le siège des courants de Foucault caractérisés par les potentiels magnétiques vecteurs AC.

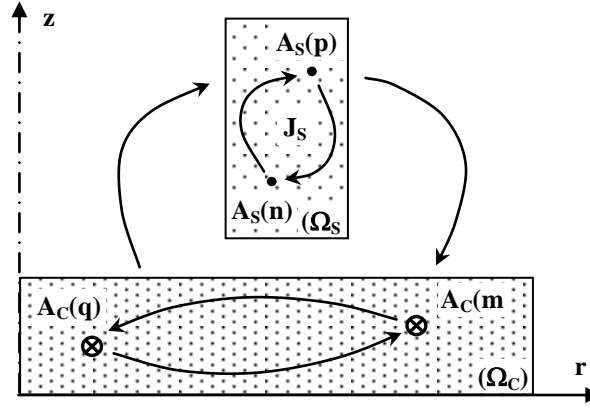


Fig III.7 : Système électromagnétique (source + charge)

$A_S(p)$, $A_S(q)$ sont des potentiels vecteurs magnétiques dans la source respectivement aux points « p » et « q ». $A_C(n)$, $A_C(m)$ sont des potentiels vecteurs magnétiques dans le matériau respectivement aux points « n » et « m ».

III.9.3- Equation intégrale des potentiels dans la source

La spire « p » de la bobine subit l'influence électromagnétique des spires « q » du même domaine et des spires « n » parcourues par les courants de Foucault. Autrement dit, l'expression du potentiel en un point p de la source est fonction de la densité de courant d'excitation et des potentiels magnétiques induits dans le matériau.

$$A_S(p) = \frac{\mu_0}{2\pi} \iint_{\Omega_S} G_{SS}(p, n) J_S(n) d\Omega_S - \frac{\mu_0}{2\pi} \iint_{\Omega_C} \sigma_C(q) G_{CS}(p, q) \frac{dA_C(q)}{dt} d\Omega_C \quad \forall p \in \Omega_S \quad (\text{III.31})$$

$G_{SS}(p, n)$ est une fonction des coordonnées p et n de la source. $G_{SC}(p, q)$ est une fonction des coordonnées p et q appartenant respectivement à la source et à la charge. Ces deux fonctions sont définies de la même forme que celle donnée en [29].

III.9.4- Equation intégrale des potentiels dans la charge

Même phénomène de superposition est appliqué au matériau. Le potentiel dans la spire « n » de ce dernier est généré par tous les courants des spires « p » de la bobine inductrice et par ceux des spires « m » du matériau lui-même.

$$\frac{2\pi}{\mu_0} A_C(q) + \iint_{\Omega_C} G_{CC}(q, m) \sigma_C(m) \frac{dA_C(m)}{dt} d\Omega_C - \iint_{\Omega_S} G_{SC}(q, p) \frac{dJ_S(p)}{dt} d\Omega_S = 0 \quad \forall n \in \Omega_C \quad (\text{III.32})$$

$GCC(q,m)$ est une fonction des coordonnées q et m appartenant à la charge. $GCS(q,p)$ est une fonction des coordonnées q et p reliant la charge et la source.

III.10-Application dans le cas axisymétrique

III.10.1-Formulation de potentiel vecteur magnétique

Cette formulation permet d'aboutir à un système d'équations linéaires où l'inconnue est le potentiel vecteur magnétique. Ce dernier peut être calculé dans un domaine conducteur en un point P sous l'influence du champ d'excitation connu à l'extérieur au domaine et sous l'influence du champ inconnu à l'intérieur au domaine.

Le potentiel $A(P)$ au point P est donc égal à la somme du potentiel $A_0(P)$ créé par la source et ceux créés par l'ensemble des points q du domaine, soit :

$$\mathbf{A}(\mathbf{P}) = \mathbf{A}_o(\mathbf{p}) + \iint_{\Omega} \mathbf{A}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) d\Omega \quad (\text{III.33})$$

Où $A(q,p)$ est la densité du potentiel créé par le point q du domaine sur le point P du même domaine et s'exprimant par :

$$A(q,p) = \frac{\mu_0}{2\pi} J(q) G(q,p) \quad (\text{III.34})$$

$J(q)$ est la densité de courant au point q . $s(q)$ est la section entourant ce point. $G(q,p)$ est une fonction des coordonnées des points P et q donnée en annexe 2, qu'on réécrit sous la forme suivante :

$$\mathbf{G}_{p'}(\mathbf{p}) = \sqrt{\frac{r(\mathbf{p}_0)}{r(\mathbf{p}')}} \mathbf{E}(k) \text{ et } k = \sqrt{\frac{4r(\mathbf{p}_0)r(\mathbf{p})}{(r(\mathbf{p}_0)+r(\mathbf{p}))^2 + (z(\mathbf{p}_0)-z(\mathbf{p}))^2}} \quad (\text{III.35})$$

La densité de courant dans la spire élémentaire p' est donnée par la combinaison de la loi d'Ohm (I.7) et de l'équation (I.27) :

$$J(p') = -\sigma \frac{\partial A(\mathbf{p}_o)}{\partial t} \quad (\text{III.36})$$

En combinant les relations (III.33), (III.34) et (III.36), on aboutit à :

$$A(\mathbf{p}) + \frac{\mu_0 \sigma}{2\pi} \iint_{\Omega} \mathbf{G}_{p'}(\mathbf{p}) \frac{\partial A(\mathbf{p}_o)}{\partial t} d\Omega = A_o(\mathbf{p}) \quad (\text{III.37})$$

$A_0(p)$: potentiel créé par l'inducteur en un point p de la charge.

$A(p)$: potentiel au point p de la charge.

La discrétisation de cette équation nous donne :

$$A_i + \frac{\sigma \mu_0}{2\pi} \sum_{j=1}^{N_c} \mathbf{S}(\mathbf{J}) \mathbf{G}_i(\mathbf{J}) \frac{\partial A(\mathbf{J})}{\partial t} = A_0(i) \quad (\text{III.38})$$

L'écriture de l'équation précédente sous forme matricielle est :

$$[\mathbf{A}] + \frac{\sigma \mu_0}{2\pi} [\mathbf{S}][\mathbf{G}] \left[\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right] = [\mathbf{A}_0] \quad (\text{III.39})$$

Dans le cas d'une variation temporelle sinusoïdale et en notation complexe, l'équation s'écrit :

$$\left\{ [\mathbf{I}] + \frac{j}{\pi \delta^2} [\mathbf{S}][\mathbf{G}] \right\} [\mathbf{A}] = [\mathbf{A}_0] \quad (\text{III.40})$$

III.10.2-Formulation en densité de courant électrique

Dans cette formulation l'inconnue principale est la densité de courant électrique. Nous dérivons l'équation (III.33) par rapport au temps et nous multiplions le résultat par (σ) . En tenant compte de la relation (III.36), on obtient :

$$\frac{1}{\sigma} \mathbf{J}(\mathbf{p}) + \iint_{\Omega} \frac{d\mathbf{A}(\mathbf{p}, \mathbf{q})}{dt} d\Omega = - \frac{d\mathbf{A}_0(\mathbf{p})}{dt} \quad (\text{III.41})$$

En tenant compte de l'équation (III.34) donnant l'effet d'un point sur un autre et en exprimant le potentiel créé par l'inducteur $A_0(\mathbf{p})$ comme suit :

$$\mathbf{A}_0(\mathbf{p}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \mathbf{S}_0 \mathbf{J}_0 \mathbf{f}(\mathbf{p}) \quad (\text{III.42})$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{p}) = \sqrt{\frac{r_0}{r(\mathbf{p})}} \mathbf{E}(\mathbf{k}) \quad (\text{III.43})$$

Où s_0 est la section de l'inducteur, on obtient :

$$\frac{2\pi}{\mu_0 \sigma} \mathbf{J}(\mathbf{p}) + \iint_{\Omega} \mathbf{G}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \frac{d\mathbf{J}(\mathbf{p})}{dt} d\Omega = -\mathbf{f}(\mathbf{p}) \mathbf{S}_0 \frac{d\mathbf{J}_0}{dt} \quad (\text{III.44})$$

La discrétisation de cette équation nous donne l'équation sous la forme matricielle suivante :

$$\frac{2\pi}{\mu_0 \sigma} [\mathbf{J}] + [\mathbf{S}][\mathbf{G}] \left[\frac{d\mathbf{J}}{dt} \right] = -[\mathbf{F}] \mathbf{S}_0 \frac{d\mathbf{J}_0}{dt} \quad (\text{III.45})$$

Dans le cas du régime sinusoïdal, le système matriciel s'écrit :

$$\{\delta^2 \pi \mathbf{J}[\mathbf{I}] - [\mathbf{S}][\mathbf{G}]\} [\mathbf{J}] = [\mathbf{F}] \mathbf{S}_0 \mathbf{J}_0 \quad (\text{III.46})$$

III.11-Calcul des courants induits en régime transitoire

Pour déterminer les courants induits en régime transitoire, il faut une double discrétisation : la discrétisation dans l'espace qui a été décrite au chapitre I et la discrétisation temporelle qui sera l'un des aspects essentiels de ce chapitre.

III.11.1-Discretisation temporelle

Afin de résoudre le système matriciel (III.38) et (III.45) en transitoire, nous sommes amenés à traiter le terme de dérivée par rapport au temps. La discrétisation du temps par la méthode de différences finies permet de considérer les variations non sinusoïdales. L'opérateur de dérivation par rapport au temps peut être obtenu à partir d'un développement limité en séries de Taylor d'une fonction $f(t)$ à l'ordre deux :

En utilisant, pour le calcul de la fonction $f(t)$ à l'instant $(t-\beta\Delta t)$, sa valeur et ses dérivées à l'instant $(t - \Delta t)$, on obtient :

$$f(t-\beta\Delta t)=f(t-\Delta t) +1-\beta\Delta t \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{t-\Delta t} + (1-\beta)^2 \frac{\Delta t^2}{2} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \right|_{t-\Delta t} + \Delta t^2 \varepsilon_1(t) \quad (\text{III.47})$$

Inversement, si nous utilisons, pour le même calcul, la valeur de la fonction et ses dérivées à l'instant (t) , on obtient :

$$f(t-\beta\Delta t)=f(t)-\beta\Delta t \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_t + \beta^2 \frac{\Delta t^2}{2} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \right|_t + \Delta t^2 \varepsilon_2(t) \quad (\text{III.48})$$

En tenant compte de :

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \right|_t = \left. \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \right|_{t-\Delta t} + \Delta t \left. \frac{\partial^3 f}{\partial t^3} \right|_{t-\Delta t} + \Delta t \varepsilon_3(t) \quad (\text{III.49})$$

L'équation (III.51) devient :

$$f(t-\beta\Delta t) = f(t) - \beta\Delta t \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_t + \frac{\Delta t^2}{2} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \right|_{t-\Delta t} + \Delta t^2 \varepsilon_4(t) \quad (\text{III.50})$$

En combinant les expressions (III.47) et (III.50) on obtient le schéma général de la discrétisation temporelle

$$\frac{f(t)-f(t-\Delta t)}{\Delta t} = \beta \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_t + (1-\beta) \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{t-\Delta t} + (1-2\beta) \frac{\Delta t}{2} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \right|_{t-\Delta t} + \Delta t^2 \varepsilon(t) \quad (\text{III.51})$$

A partir de l'expression (III.51) on peut distinguer trois sortes d'approximations suivant la valeur de β :

- **Schémas explicite : ($\beta = 0$)**

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{t-\Delta t} = \frac{f(t) - f(t-\Delta t)}{\Delta t} \quad (\text{III.52})$$

Ce schéma n'est pas toujours stable, sauf si on réalise certaines conditions sur le maillage et le pas de temps [1].

- **Schémas implicite : ($\beta = 1$)**

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_t = \frac{f(t) - f(t-\Delta t)}{\Delta t} \quad (\text{III.53})$$

Celui-ci est inconditionnellement stable quel que soit la valeur de Δt . Cependant la précision sera d'autant meilleure que Δt sera faible [1].

- **Schémas de Crank Nicholson : $\beta=1/2$**

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_t + \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{t-\Delta t} = \frac{f(t) - f(t-\Delta t)}{2\Delta t} \quad (\text{III.54})$$

β est un paramètre compris entre 0 et 1, il définit la méthode utilisée. Le choix de chacune de ces méthodes dépend donc du type de problème à résoudre exigeant une solution précise et stable [3].

Pour des raisons de généralisation nous adoptons l'approximation suivante :

$$\beta \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_t + (1 - \beta) \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{t-\Delta t} = f(t) - \frac{f(t-\Delta t)}{\Delta t} \quad (\text{III.55})$$

Pour $\beta=1/2$, l'erreur commise est en Δt^2 alors qu'elle est en Δt (d'après l'équation (III.51)) dans les cas $\beta=0$ et $\beta=1$.

Dans le cas des phénomènes périodiques, passant par un régime transitoire pour atteindre le régime permanent, la solution peut être obtenue après une convergence dans le temps conditionnée par $[A]t = [A]t - T$. Par contre dans le cas des phénomènes périodiques amortis où l'excitation s'amortit jusqu'à devenir nulle dans le temps, la solution peut être obtenue en réalisant un test sur la valeur de la grandeur à calculer.

Cette technique de pas à pas à l'avantage d'être applicable à un régime quelconque mais au prix d'un calcul volumineux dû aux itérations dans le temps. La solution du système d'équations algébriques obtenue après avoir remplacé le terme de dérivée par rapport au temps dans l'équation (III.38), permet de déterminer les valeurs des grandeurs électromagnétiques en tous points du maillage et à tout instant.

III.12-Formulation en potentiel vecteur magnétique

Cette formulation s'exprime dans un repère mobile (valable pour les configurations variables dans le temps). Il s'agit du modèle donné par l'équation suivante

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{vrot}}\vec{A}) - \sigma \frac{D\vec{A}}{Dt} = \mathbf{J}_0 \quad (\text{III.56})$$

Dans cette équation les courants sont induits sous la variation, en fonction du temps, du champ électrique exprimé dans un repère mobile lié à la charge et sous l'action du champ électromoteur $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, qui sera pris en compte par le déplacement de la charge dans le temps.

Nous écrivons l'équation (III.39) à l'instant t et nous posons λ :

$$\left\{ \begin{array}{l} [\mathbf{A}]_t + [\mathbf{G}]_t [\mathbf{S}]_t \left[\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right]_t = [\mathbf{A}_0]_t \\ \text{avec } \lambda = \frac{\sigma \mu_0}{2\pi} \end{array} \right. \quad (\text{III.57})$$

Pour exprimer la dérivée de \mathbf{A} , on utilisant l'expression (III.53), on obtient :

$$\left\{ [\mathbf{I}]_t + \frac{\lambda}{\Delta t} [\mathbf{G}]_t [\mathbf{S}]_t \right\} [\mathbf{A}]_t = \frac{\lambda}{\Delta t} [\mathbf{G}]_t [\mathbf{S}]_t [\mathbf{A}]_{t-\Delta t} + [\mathbf{A}_0]_t \quad (\text{III.58})$$

$$\left\{ [\mathbf{I}]_t + \frac{\lambda}{\Delta t} [\mathbf{G}]_t [\mathbf{S}]_t \right\} [\mathbf{A}]_t - \frac{\lambda}{\Delta t} [\mathbf{G}]_t [\mathbf{S}]_t [\mathbf{A}]_{t-\Delta t} = [\mathbf{A}_0]_t \quad (\text{III.59})$$

$$\left\{ [\mathbf{I}]_t + \frac{\lambda}{\Delta t} [\mathbf{G}]_t [\mathbf{S}]_t \right\} [\mathbf{A}]_t = [\mathbf{A}_0]_t + \frac{\lambda}{\Delta t} [\mathbf{G}]_t [\mathbf{S}]_t [\mathbf{A}]_{t-\Delta t} \quad (\text{III.60})$$

Cette équation matricielle n'est autre que le schéma implicite de la formulation potentiel. Pour arriver à exprimer le problème d'une manière générale, on passe tout d'abord par le schéma explicite. Pour cela, on écrit l'équation (III.45) à l'instant $t-\Delta t$ et en introduisant

l'expression (III.52) dans cette dernière :

$$\left[\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right]_{t-\Delta t} = \frac{[\mathbf{A}]_t - [\mathbf{A}]_{t-\Delta t}}{\Delta t} \quad (\text{III.61})$$

$$[\mathbf{A}]_{t-\Delta t} + \frac{\lambda}{\Delta t} [\mathbf{G}]_{t-\Delta t} [\mathbf{S}]_{t-\Delta t} [[\mathbf{A}]_t - [\mathbf{A}]_{t-\Delta t}] = [\mathbf{A}_o]_{t-\Delta t} \quad (\text{III.62})$$

$$\frac{\lambda}{\Delta t} [\mathbf{G}]_{t-\Delta t} [\mathbf{S}]_{t-\Delta t} [\mathbf{A}]_t = [\mathbf{A}_o]_{t-\Delta t} - \left\{ [\mathbf{I}] - \frac{\lambda}{\Delta t} [\mathbf{G}]_{t-\Delta t} [\mathbf{S}]_{t-\Delta t} \right\} [\mathbf{A}]_{t-\Delta t} \quad (\text{III.63})$$

En multipliant cette dernière équation (III.63) par $(1-\beta)$ et l'équation (III.58) par β et en faisant la somme membre à membre nous arrivons au schéma général ci-dessous :

$$\begin{aligned} & \left\{ (1-\beta)[\mathbf{I}] + \frac{\lambda}{\Delta t} (\beta[\mathbf{G}]_{t-\Delta t} [\mathbf{S}]_{t-\Delta t} + (1-\beta)[\mathbf{G}]_t [\mathbf{S}]_t) \right\} [\mathbf{A}]_t = \beta[\mathbf{A}_o]_{t-\Delta t} + (1-\beta)[\mathbf{A}_o]_t \\ & - \left\{ \beta[\mathbf{I}] - \frac{\lambda}{\Delta t} (\beta[\mathbf{G}]_{t-\Delta t} [\mathbf{S}]_{t-\Delta t} + (1-\beta)[\mathbf{G}]_t [\mathbf{S}]_t) \right\} [\mathbf{A}]_{t-\Delta t} \end{aligned} \quad (\text{III.64})$$

Ainsi pour $\beta=1/2$, nous obtenons le schéma de Crank Nicholson :

$$\begin{aligned} & \left\{ [\mathbf{I}] + \frac{\lambda}{\Delta t} ([\mathbf{G}]_{t-\Delta t} [\mathbf{S}]_{t-\Delta t} + [\mathbf{G}]_t [\mathbf{S}]_t) \right\} [\mathbf{A}]_t = \\ & [\mathbf{A}_o]_{t-\Delta t} + [\mathbf{A}_o]_t - \left\{ [\mathbf{I}] - \frac{\lambda}{\Delta t} ([\mathbf{G}]_{t-\Delta t} [\mathbf{S}]_{t-\Delta t} + [\mathbf{G}]_t [\mathbf{S}]_t) \right\} [\mathbf{A}]_{t-\Delta t} \end{aligned} \quad (\text{III.65})$$

$[\mathbf{A}_0]$: vecteur des potentielles sources connus ($N \times 1$).

$[\mathbf{A}]$: vecteur des potentiels inconnus ($N \times 1$).

$[\mathbf{S}]$: matrice diagonale ($N_c \times N_c$) des sections des spires élémentaires

$[\mathbf{G}]$: matrice ($N \times N$), fonction de la géométrie et du temps.

$[\mathbf{I}]$: Matrice identité ($N \times N$).

N : nombre d'éléments (spires élémentaires).

Le problème posé par les variations temporelle et spatiale du flux magnétique est exprimé par l'équation discrétisée (III.38) respectivement par la variation du potentiel inducteur \mathbf{A}_o et celle des fonctions \mathbf{G} et \mathbf{F} dans le temps. Afin d'éviter tout problème de stabilité, nous pouvons choisir le schéma implicite ($\beta=1$). Cette technique nécessite pour

déterminer le potentiel vecteur $[A]$ à l'instant t , la connaissance de la géométrie au même instant et le potentiel à l'instant précédent.

Une fois le potentiel vecteur en chaque point et à chaque instant est connu, on en déduit la densité de courant dans la charge par la relation (III.66), qu'on peut écrire sous forme matricielle comme suit :

$$[J]_t = \frac{\sigma}{\Delta t} \{ [A]_t - [A]_{t-\Delta t} \} \quad (\text{III.66})$$

$$J_s^{(m)} = -(\vec{n} \times \vec{M}) \quad (\text{III.67})$$

$J_s^{(m)}$: densité de courant fictive circulant sur la surface du domaine dû à l'aimantation surfacique.

III.13-Calcul des pertes engendrées par les courants induits

Une fois connus les valeurs des potentiels ou densités de courant dans le domaine de résolution, nous pouvons calculer les pertes engendrées par ces derniers. La relation (I.6.c) nous donne l'expression générale des pertes joules dues à ces courants. Celle-ci, combinée avec la loi d'Ohm et l'équation (III.36) nous donne, en fonction du potentiel vecteur magnétique, la densité au nœud i et à l'instant t :

$$P_i(t) = \sigma \left[\frac{A_i(t) - A_i(t-\Delta t)}{\Delta t} \right]^2 \quad (\text{III.68})$$

Dans le cas de la formulation en densité de courant, la densité de puissance s'écrit tout simplement :

$$P_i(t) = \frac{J_i^2(t)}{\sigma} \quad (\text{III.69})$$

Généralement lorsqu'on veut connaître le rendement du système, il est nécessaire de déterminer les pertes totales dans tout le domaine ce qui est représenté par la somme des pertes élémentaire $P_i(t)$ des N mailles.

$$P_T(t) = \sum_{i=1}^N P_i(t) \quad (\text{III.70})$$

Dans le cas de phénomènes périodiques de période T , nous pouvons utiliser les pertes moyennes comme source de chaleur, comme dans le cas sinusoïdal [1]. Supposons que la période est divisée en n segments de Δt_j , les pertes moyennes peuvent s'exprimer par :

$$\bar{P}_i = \sum_{i=1}^N \frac{P_i(t)\Delta t_j}{\sum_{i=1}^N \Delta t_j} \quad (\text{III.71})$$

III.14-Calcul des forces électromagnétiques

Pour calculer les forces qui s'exercent à l'intérieur du milieu conducteur, il faut tout d'abord connaître l'induction magnétique. Ayant déterminé la densité de courant à chaque instant et en chaque point du domaine, on peut y calculer cette dernière en utilisant les expressions analytiques obtenues par les formules déduites de la loi de Biot et Savart. Cette technique suppose que l'induction, en un point i du domaine, est la somme des inductions extérieures, générées par le courant d'excitation et intérieures créées par les courants de Foucault.

$$\begin{cases} \vec{B}_i(t) = B_i^r(t)\vec{e}_r + B_i^z(t)\vec{e}_z & (\text{a}) \\ B_i^r(t) = B_{0i}^r(t) + \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{j=1}^N \mathbf{G}b_j^r(t)J_j(t) & (\text{b}) \\ B_i^z(t) = z(t) + \frac{\mu_0}{8\pi} \sum_{i=1}^N \mathbf{G}b_j^z(t)J_j(t) & (\text{c}) \end{cases} \quad (\text{III.72})$$

Pour les conducteurs, comme on l'a dit précédemment, la densité de force suit la loi de Laplace qu'on réécrit ici à l'instant t et aux nœuds i :

$$\partial \vec{F}_i(t) = J_i(t)\vec{e}_\theta \times \vec{B}_i(t)\partial V_i \quad (\text{III.73})$$

D'où la densité de force volumique s'exerçant sur une maille i de volume dV_i :

$$\vec{F}_i(t) = J_i(t) B_i^z(t) \vec{e}_r - J_i(t) B_i^r(t) \vec{e}_z \quad (\text{III.74})$$

III.15-Conclusion

Dans ce chapitre nous avons décrit les différents modèles de grandeurs électromagnétiques couplées (circuits couplés, potentiels magnétiques couplés et champs électriques couplés). Nous avons choisi, les potentiels magnétiques couplés pour l'obtention des résultats de simulation.

CHAPITRE IV

Applications

IV.1- Introduction

Nous présentons dans ce chapitre, par application du modèle « potentiels magnétiques couplés » une simulation du comportement électromagnétique d'un tube en Aluminium, en formage libre. Il consiste en la compression d'un cylindre métallique par une bobine solénoïdale externe. Certaines hypothèses simplificatrices sont adoptées ; le tube conserve sa forme tubulaire au cours du processus de magnétoformage et la matière constituant le tube est incompressible. Autrement dit, le volume du tube est constant et la variation de sa longueur est négligeable. Toute déformation se traduit par la variation de son rayon. Nous essayons par l'intermédiaire de ce type de dispositif d'étudier le phénomène électromagnétique de pièces en mouvement où le déplacement et la vitesse du mouvement sont supposés connus et fournis en ainsi que le courant de décharge des condensateurs [7], [8].

IV.2-Description du dispositif étudié

Le dispositif de magnétoformage que nous avons étudié est montré en figure IV.1. Il comporte un tube de diamètre intérieur de 24.8mm, d'épaisseur de 1mm et de longueur de 38mm, et une bobine inductrice de longueur de 40mm. La bobine se trouve à l'extérieur du tube.

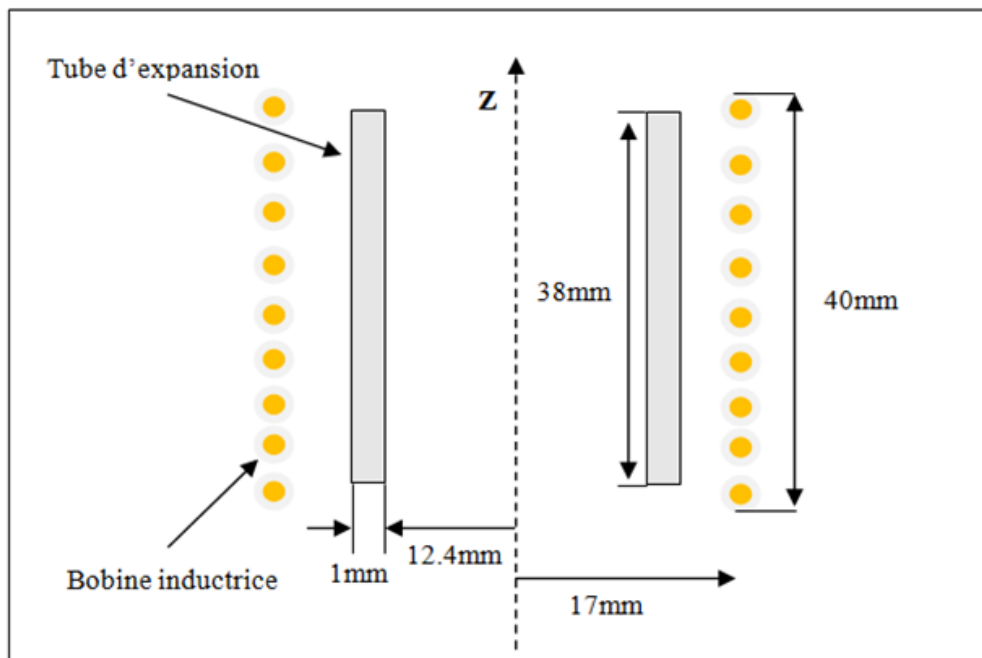


Fig. IV.1- Structure et dimension du système étudié

L'inducteur est en Cuivre de conductivité électrique de $0.57 \cdot 10^8 \text{ (}\Omega\text{m)}^{-1}$. Il comporte 12 spires de rayon extérieur de 17mm et de section de 2.5mm^2 . La pièce à déformer est en Aluminium de conductivité électrique de $0.34 \cdot 10^8 \text{ (}\Omega\text{m)}^{-1}$ et de perméabilité magnétique égale à celle du vide.

Le système étant à symétrie de révolution, le domaine de résolution se réduit à la moitié du dispositif comme le montre la figure IV.2.

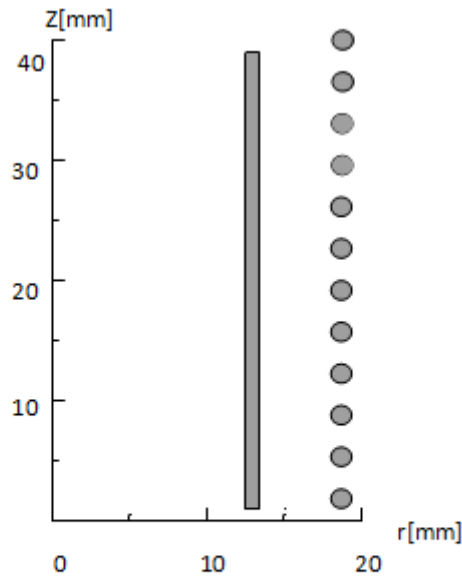
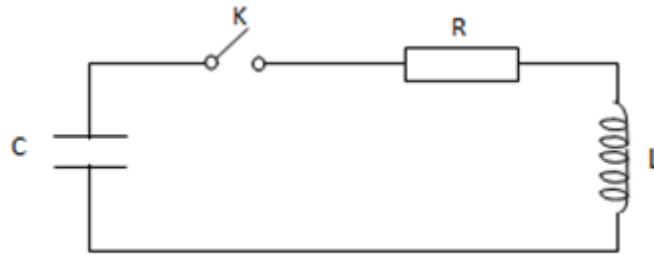


Fig.IV.2 : Domaine de résolution

IV.3- Simulation et analyse

IV.3.1-Evolution temporelle du courant inducteur

Le système électromagnétique est équivalent à une mise en série d'une résistance R et d'une inductance L (fig.IV.3). Lorsqu'une batterie de condensateurs, chargés d'une importante quantité d'électricité, se décharge à travers ce système, le courant délivré est variable au court du temps.



IV.3-schéma électrique équivalent

La décharge des condensateurs à travers le circuit est décrite par l'équation différentielle suivante :

$$L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = 0 \quad (\text{IV.1})$$

Si le condensateur est chargé sous une tension V_0 , le courant de décharge est sinusoidalement amorti et est décrit par la relation suivante :

$$\begin{cases} i(t) = v_0 \sqrt{\frac{C}{L}} e^{-t/\tau} \sin(2\pi f t) & (a) \\ \tau = \frac{2L}{R} \text{ et } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{Lc} - \frac{1}{\tau^2}} & (b) \end{cases} \quad (\text{IV.2})$$

En réalité, quand la géométrie varie dans le temps, les paramètres électriques (R et L) ne sont plus constants et l'équation différentielle ci-dessus n'est plus linéaire. Dans ces conditions, on doit les évaluer à chaque instant auquel correspond une géométrie donnée. Pour ce qui nous concerne, on ne résout pas une telle équation, sa solution est supposée connue (fig.IV.4) et elle est mesurée par C. Fluaresu [8].

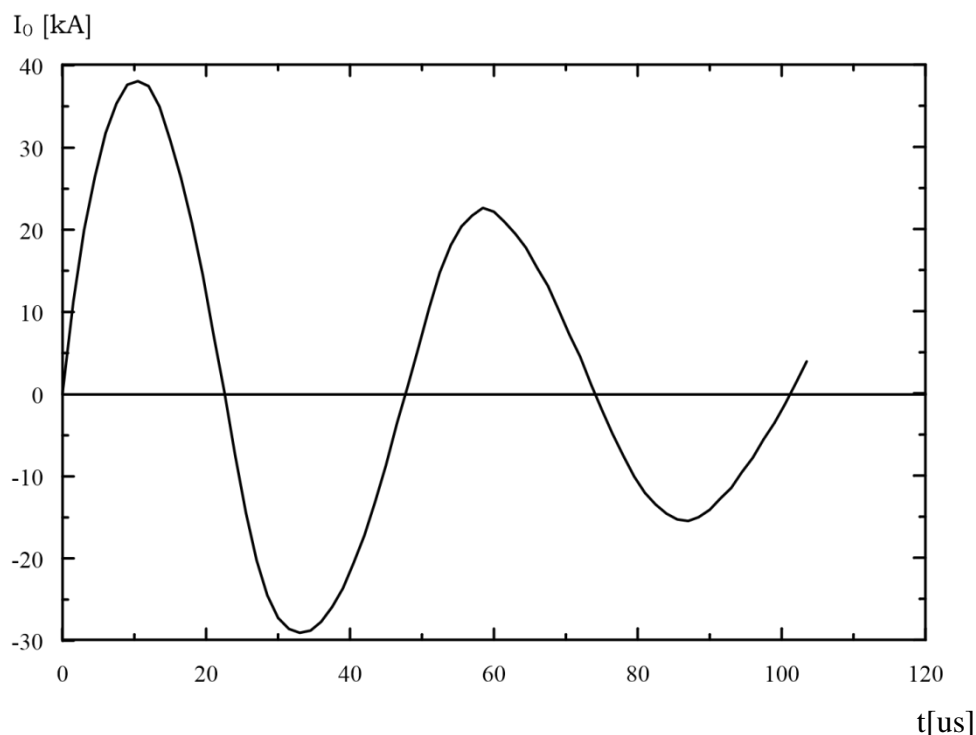


Fig. IV.4 : Intensité de courant inducteur

IV.3.2-Evolution temporelle du déplacement

Sachant que sous l'effet de la pression électromagnétique la paroi du tube se déplace à des vitesses importantes. Pour connaître ces grandeurs nous devons résoudre l'équation mécanique. Dans notre application, nous supposons le problème mécanique est résolu et qu'il est représenté par un déplacement et une vitesse donnés respectivement en figure IV.5, calculés par le même auteur de la référence [8].

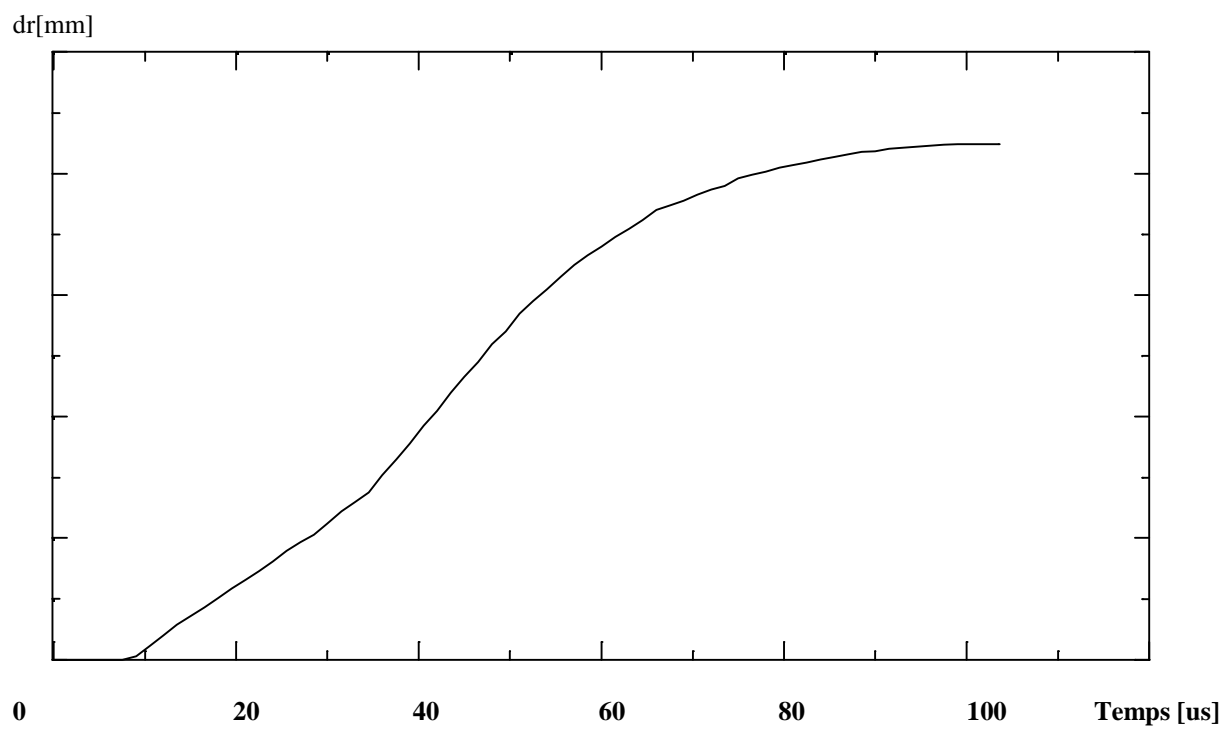


Fig .IV.5 : Variation temporelle du déplacement

IV.4- Processus des calculs

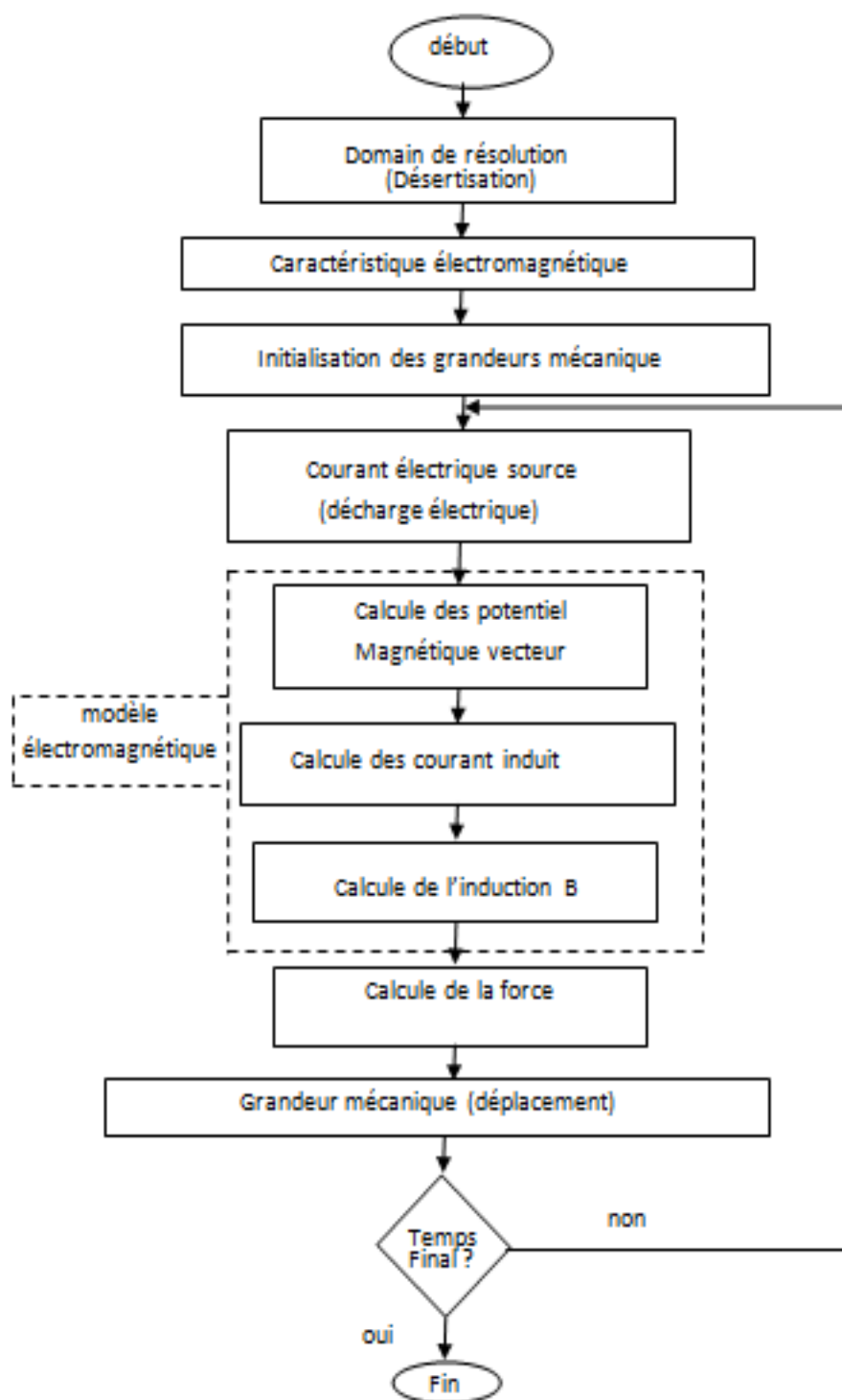


Fig. IV.6- organigramme des calculs

Après introduction des caractéristiques électromagnétiques et géométriques du dispositif, nous discrétisons le domaine de résolution en éléments rectangulaires. Le processus des calculs correspond à un couplage de trois équations : celle de la décharge des condensateurs donnant le courant source, l'équation électromagnétique donnant la pression et l'équation mécanique donnant le déplacement et la vitesse comme le montre l'organigramme ci-dessous (Fig.IV.6).

Dans un premier temps, le tube est immobile. Le courant inducteur est introduit dans l'équation électromagnétique et nous déterminons la répartition du potentiel ou de la densité de courant, les inductions magnétiques et la pression. Dans un deuxième temps, le déplacement et la vitesse qui sont supposés développés par les pressions électromagnétiques, seront introduits dans l'équation électromagnétique avec le courant inducteur correspondant et ainsi de suite jusqu'à satisfaction d'un certain critère qui est dans ce cas l'instant où la vitesse de déplacement revienne à zéro [7].

IV.5-Résultats de la modélisation

L'inducteur est alimenté par un courant donné par la figure IV.4. La pièce est en mouvement de déplacement et de vitesse donnés respectivement par les figures IV.5 . Nous avons calculé à l'intérieur du tube, précisément au point $r=12.9\text{mm}$ et $z=20\text{mm}$ (position initiale du tube), la densité de courant induite, les composantes radiale et axiale de l'induction magnétique, la force et la pression magnétique.

La densité de courant induite obtenue (Fig.IV.7) a la même forme que le courant inducteur mais de sens inverse. C'est ce que suggère exactement la loi de Lenz. On constate que, du fait que la bobine et la pièce ont presque la même longueur, la composante axiale de l'induction magnétique (Fig.IV.8) est dominante devant la composante radiale . On en déduit que la déformation du tube est essentiellement radiale. La densité de force magnétique est présenté par la figure (IV.10).

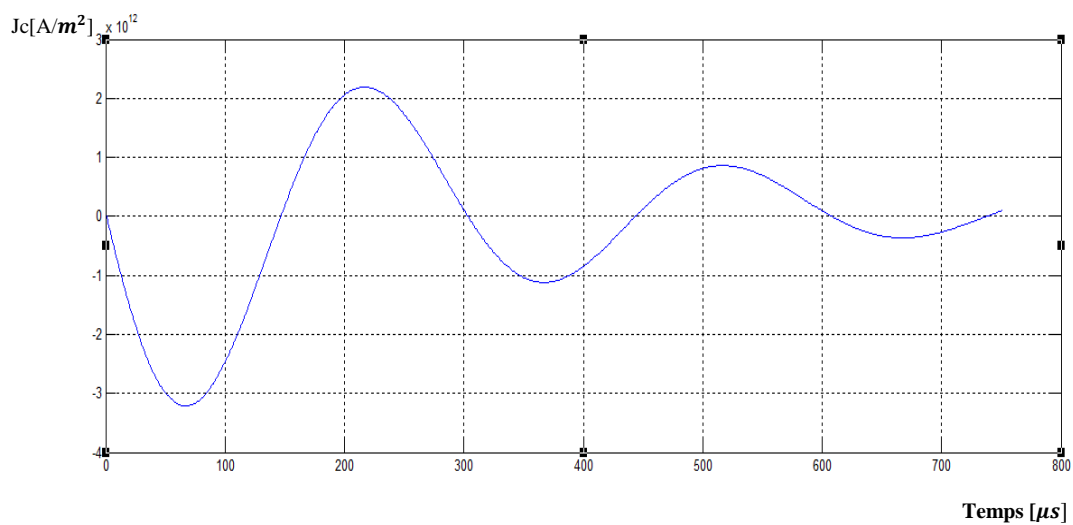


Fig.IV.7- Densité de courant induite

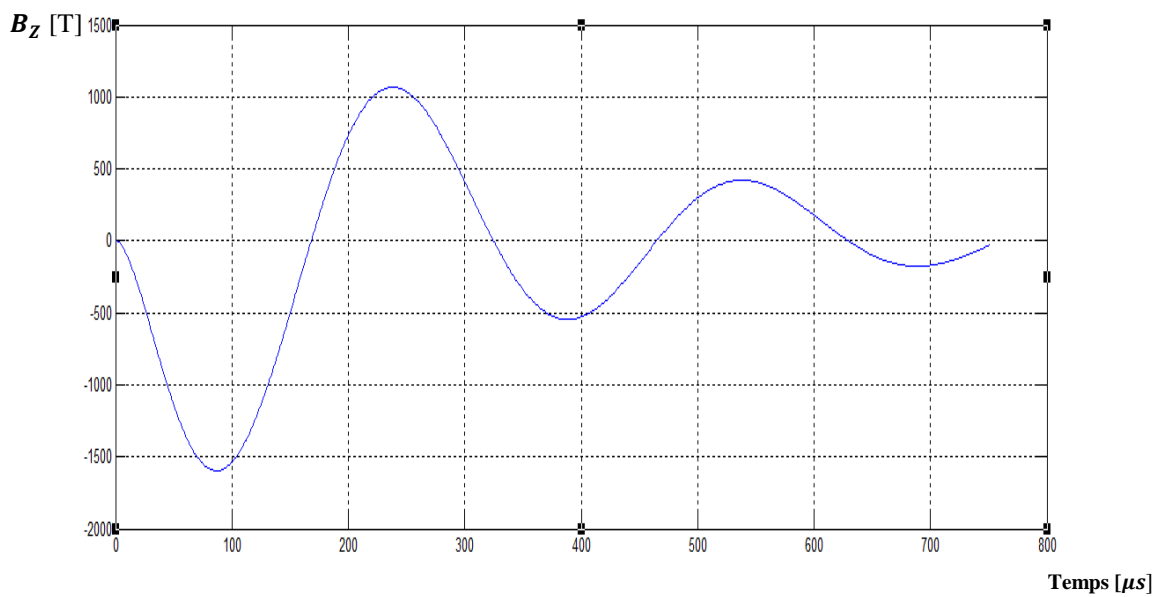


Fig.IV.8- Composante axiale de l'induction magnétique

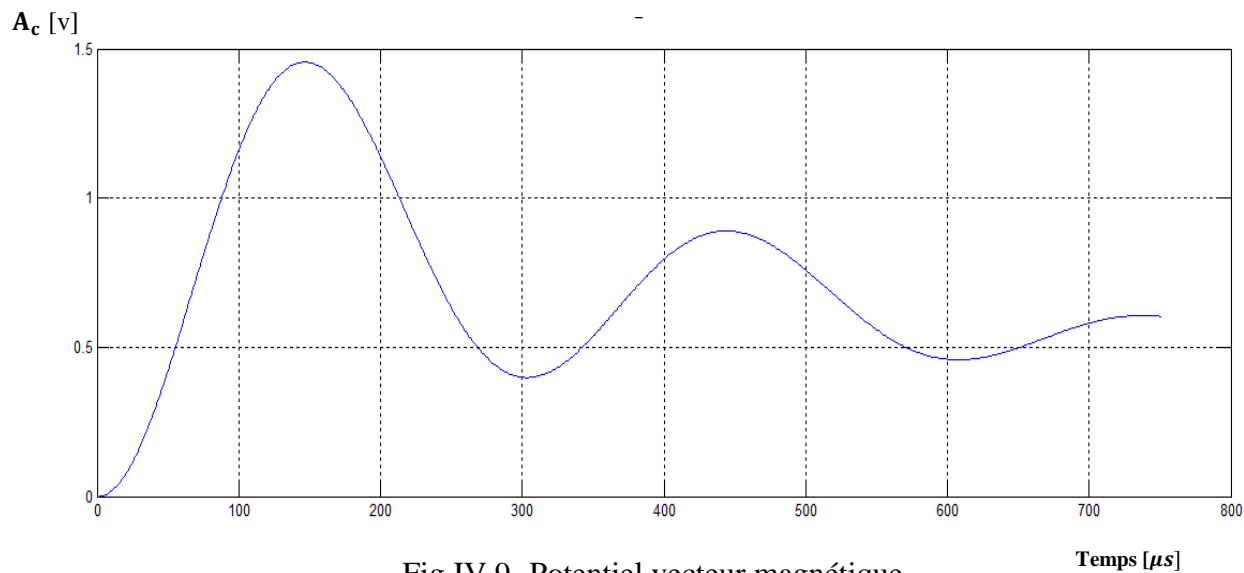


Fig.IV.9- Potentiel vecteur magnétique

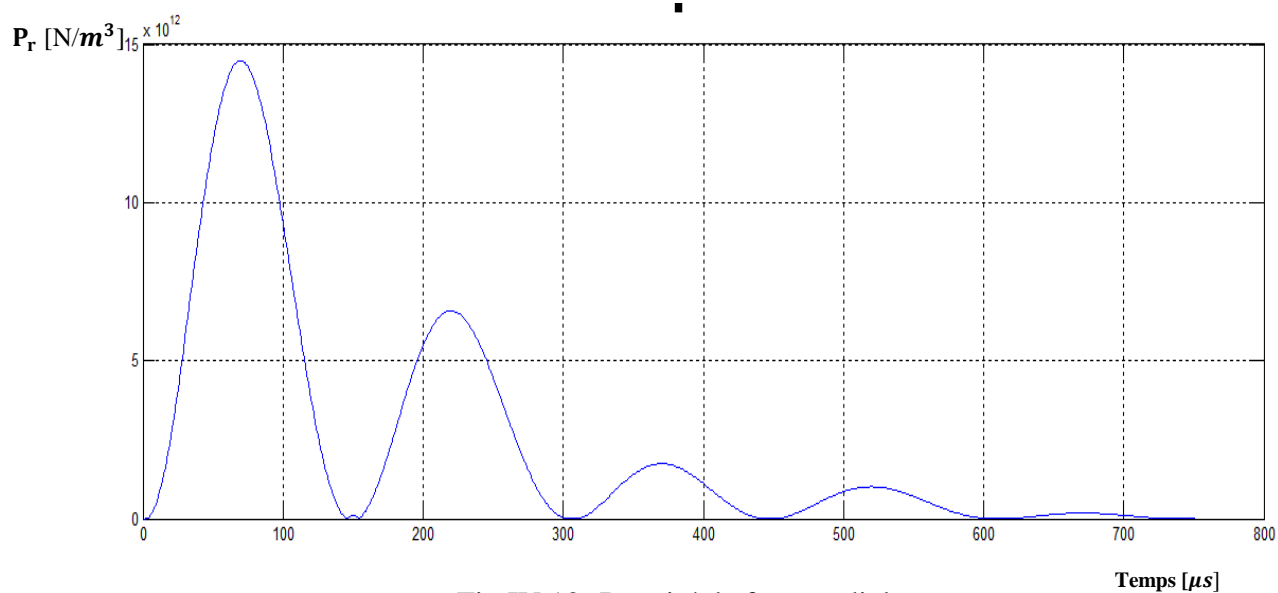


Fig.IV.10- Densité de force radiale

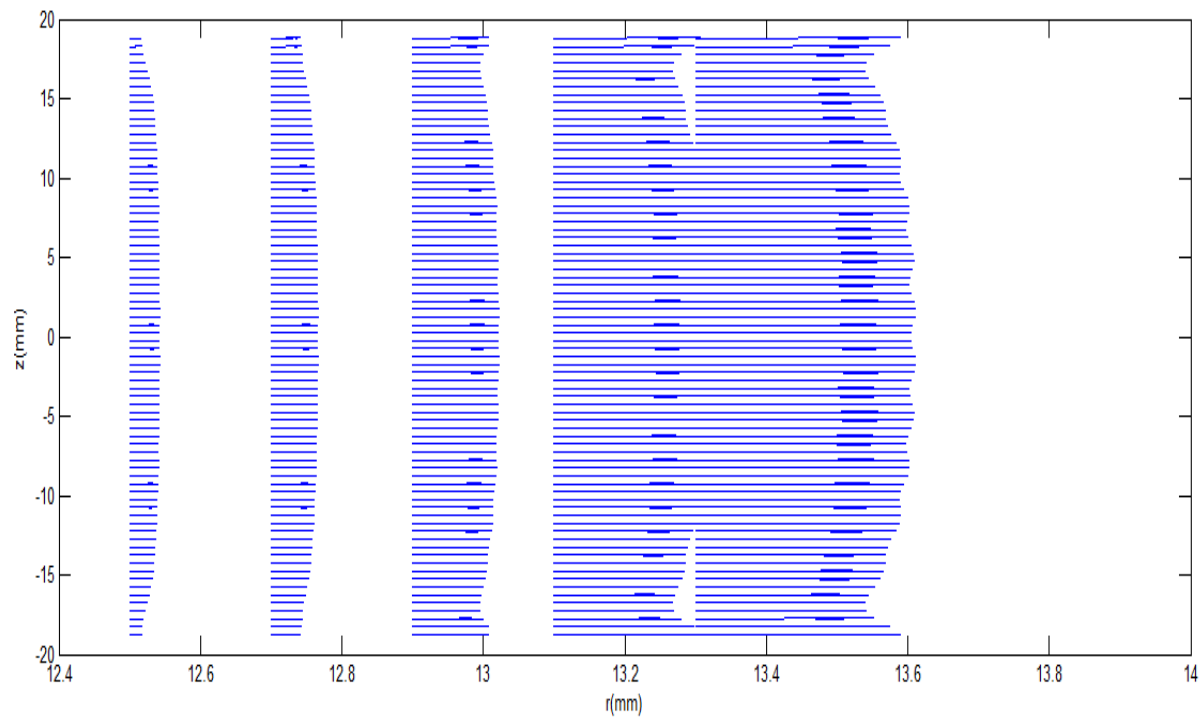


Fig IV.11. Répartition des forces s'exerçant sur le domaine

IV.6-Conclusion

La pression magnétique est plus importante au début de la décharge des condensateurs et au centre du tube à mettre en forme.

Conclusion générale

L'objectif de ce mémoire est d'étudier théoriquement la déformation d'un tube cylindrique conducteur par une onde électromagnétique en utilisant le système de magnétoformage par courant de Foucault. Pour atteindre cet objectif, nous avons réalisé une étude technologique, méthodologique et électromagnétique du magnétoformage.

Pour qu'on puisse déterminer la caractéristique mécanique de la force s'exerçant sur les parois du cylindre, nous avons présenté la méthode des circuits électromagnétiques couplés.

Premièrement nous avons cité les phénomènes physiques mis en jeu pour élaborer principalement des modèles mathématiques.

Deuxièmement nous avons étudié le processus des calculs correspond à un couplage de trois équations : celle de la décharge des condensateurs donnant le courant de décharge, l'équation électromagnétique donnant la pression et l'équation mécanique donnant le déplacement et la vitesse.

Le magnétoformage permet de mettre en forme une pièce métallique sans altérer ces caractéristiques tout en ayant une distribution régulière des contraintes résiduelles et la réduction de la main d'œuvre pour la réalisation.

En perspective, nous proposons d'associer au modèle des potentiels magnétiques couplés les modèles électrique et mécanique.

Bibliographie

- [1] F. BOUILLAULT, « Contribution à la modélisation de systèmes électromagnétiques en mouvement comportant des parties Ferromagnétiques massives », Thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie, Paris-VI, 06 Fev. 1984.
- [2] P. QIUGEN, « Contribution à la modélisation des phénomènes magnétothermiques dans les systèmes électromagnétiques par la méthode des éléments finis », Thèse de doctorat de l'Université Paris-VI, 1989.
- [3] S. BOUKHTACHE, « Etude des phénomènes électromagnétiques et mécanique couplés en deux dimensions », Thèse de doctorat de l'Université Paris 6, Sciences physiques (Electrotechnique), 14 Sept. 1993.
- [4] A. CHENTOUF, « Contribution à la modélisation électrique, magnétique et thermique d'un applicateur de plasma inductif haute fréquence », Thèse de doctorat de l'Université de Nantes, 01 Décembre 1994.
- [5] J. BIGEON, « Contribution à la modélisation de structures électromagnétiques à courant de Foucault », Thèse de docteur-ingénieur de L'I.N.P de Grenoble, 23 Juin 1983.
- [6] M. FELIACHI, « Modélisation du chauffage par induction de pièces ferromagnétiques en mouvement : Modélisation, validation et formulation du couplage fort », Rapport Interne EDF - DT2I.IUT, 2 Janv. 1991.
- [7] J. SEO, « Conception d'un générateur d'impulsion pour la mise en forme des matériaux, calculs numériques d'analyse de l'expansion d'un tube par champ électromagnétique pulsé », Thèse de doctorat de l'université de Nantes, 01 Juil. 1985
- [8] C. FLUERASU, « Electromagnetic forming of a tubular conductor », Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. Et. Energ., 15, 3, Bucarest, 1970, p. 457-488.
- [9] B. Maouche, M. Feliachi, « A discretized method for eddy current computation in moving objects with the coexistence of the velocity and time terms » IEEE Transactions on Magnetic. Vol. 34, N°.5, September 1998, pp. 2567-2569.
- [10] E. Durand, «Magnétostatique », Université de Paris –VI, (1969).
- [11] P. Lorrain, D.P. Corson, F. Lorrain, “Electromagnetic fields and Waves”, 3rd edition, W.H. Freeman and Co. New York 1988.
- [12] R. Petit, “Ondes électromagnétiques”, Masson 1989
- [13] E. Boridy, « Electromagnétique théorie et application », 1992

- [14] G. VINSARD, « Modélisation de l'Electromagnétisme et des transferts de thermiques couplés dans le cadre du chauffage par induction - Application à la simulation d'un procédé industriel », Thèse de doctorat de l'I.N.P de Loraine, (Mécanique et Energétique), 16 Février 1990
- [15] H. BLEUVIN, «Analyse par la méthode des éléments finis des phénomènes magnétothermiques -application au chauffage par induction », Thèse de docteur-ingénieur de L'I.N.P. de Grenoble, 26 Oct. 1984.
- [16] M. MEKIDECHE, « Contribution à la modélisation numérique de torches à plasma d'induction », Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes, I.U.T. de Saint-Nazaire, 15 Oct. 1993
- [17] A. BOSSAVIT, « Le chauffage par induction des pièces d'aciers – Aperçus théoriques», Electricité de France, Direction des Etudes et Recherche – service informatique et mathématique appliquées 5 avril 1985.
- [18] J. BIGEON, « Contribution à la modélisation de structures électromagnétiques à courant de Foucault», Thèse de docteur-ingénieur de L'I.N.P de Grenoble, 23 Juin 1983.
- [19] B.MAUCHE, « Etude et développement semi analytique de l'équation de diffusion électromagnétique avec terme du déplacement dans le cas des dispositifs axisymétrique excité en courant ou en tension. ». Thèses de magistère en génie électrique, université A. Mira de Bejaia, 1996.
- [20] V. Psyk, D. Risch, B. Kinsey, A. Tekkaya, M. Kleiner. Electromagnetic forming - A review, Journal of Materials Processing Technology 211, p.787-829, 2011.
- [21] P. Follansbee, U. Kocks. A constitutive description of the deformation of copper based on the use of the mechanical threshold stress as an internal state variable, Acta Metallurgica 36, p.81-93, 1988.
- [22] W. Gourdin. Analysis and assessment of electromagnetic ring expansion as a high-strain-rate test, Journal of Applied Physics 65(2), p.411-422, 1989.
- [23] M. Sedighi, M. Khandaei, H. Shokrollahi. Identification of optimized constitutive model parameters at a high strain rate using electromagnetic ring expansion test results, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers PartC, Journal of Mechanical Engineering Science, 225, p.781-789, 2011.

- [24] I. Henchi. Validation of the electromagnetism module in LS-DYNA, design of magnetic metal forming experiments and parameter identification of material models, Rapport de stage LSTC - UTT, 2007.
- [25] I. Henchi, P. L'eplattenier, G. Daehn, Y. Zhang, A. Vivek, N. Sander. Material constitutive parameter identification using an electromagnetic ring expansion experiment coupled with LS-DYNA and LS-OPT, Proceedings of the 10th International LS-DYNA Users' Conference, 2008.
- [26] J. DUMONT-FILLON « Contrôle non destructif (CND) », Technique de l'ingénieur, Réf. R1400, 1996
- [27] J. Blitz, "Electrical and Magnetic Methods of Nondestructive Testing", Adam Hilger, Bristol, UK, 1991.
- [28] R.E. Beissner, "Approximate Model of Eddy-Current Probe Impedance for Surface-Breaking Flaws", Journal of Nondestructive Evaluation, Vol. 7, No.1-2, 1988, pp.25-34.
- [29] B. Maouche, M. Feliachi, N. Khenfer, «A half-analytical formulation for the impedance variation in axisymmetrical modelling of eddy current non destructive testing». European Physical Journal Applied Physics, Vol. 33, February 2006, pp. 59-67
- [30] B. Maouche, M. Feliachi, N. Khenfer, « Modélisation semi analytique du contrôle non destructif par courants de Foucault à capteur absolu ». 3rd Conference on Electrical Engineering, "CEE'04", 04-06 Batna, October 2004, pp 149-152.
- [31] B. Maouche, M. Feliachi, DJ. Slimani, «Electromagnetic coupled circuits modelling of non destructive testing with differential sensor». The 9th International Workshop on Electromagnetic Non-destructive Evaluation, "ENDE'03", Saclay, May 15-16, 2003, France
- [32] B. Maouche, M. Feliachi, «Calcul d'impédance par les potentiels magnétiques couplés d'un système de caractérisation par courants de Foucault» Colloque sur les Matériaux du Génie Electrique, "MGE'05", 8 et 9 décembre 2005, Lyon, France.
- [33] B. Maouche, M. Feliachi, N. Khenfer, «A coupled magnetic vector potentials method for impedance calculation – application to eddy current non destructive testing– » 8th International Conference on Modelling and Simulation of Electric Machines, Converters and Systems "ELECTRIMACS'05", April 17-20, Hammamet, Tunisia, 2005.

- [34] M. LEROY, J.Y. RENAUD, « Travail des Métaux aux grandes vitesses de déformation : Formage électromagnétique », Technique de l'Ingénieur, M 708, Paris.
- [35] B. CHALINDAR, J. C. PINOLI, « Etude informatique et numérique du magnétoformage », E.D.F Bulletin de la Direction des Etudes et Recherche, série 8, Réseaux Electriques-Matériels Electriques N°. 1, 1986, pp. 33-40.
- [36] A. MERICHED, C. BIROUCHE, R. IKEN, M. FELIACHI, B. BENDJIMA, « A study of the electromagnetic forming problem », International Workshop on Electric and Magnetic Fields, N°3, P. 225-229, LIEGE (Belgium), 6-9 May 1996.

Résumé

Résumé : Le travail entrepris dans ce thème a pour objectif la mise en forme d'un tube métallique par le magnétoformage, permettant de lier directement la source électrique au problème et de considérer sans difficulté le mouvement en explicitant la force électromotrice due au déplacement. A travers une recherche bibliographique, nous réunissons les différentes formules des grandeurs que fournies le phénomène électromagnétique, comme source, pour d'autres phénomènes physiques. Pour le traitement de ces grandeurs, nous présentons les équations de l'électromagnétisme et leur simplification pour les dispositifs d'électrotechniques d'induction. Une fois que le problème électromagnétique est défini, nous concevons la méthode des potentiels magnétique couplées. Cette dernière est semi analytique et elle est basée sur une discrétisation numérique du domaine d'étude en mailles auxquelles s'appliquent des expressions analytiques des grandeurs électromagnétiques déduites de la loi de Biot et Savart. Nous élaborons différents modèles. L'une des particularités réside dans le mode d'excitation en courant, d'autres font référence aux types de régimes ; transitoire, A travers ce modèle, nous réalisons une application. La seconde consiste à étendre le modèle à excitation en courant aux phénomènes électromagnétiques transitoires. Quatre formulations sont développées et comparées. Elles diffèrent, d'une part, par la variable d'état utilisée (courants électriques couplés et potentiels magnétiques couplés) et, d'autre part, Ces formulations sont appliquées au formage électromagnétique où les vitesses de déformations atteignent une centaine de mètres par seconde. .

Mots clés : Electromagnétisme, Modélisation, Semi analytique, Courants induits, transitoire, Axisymétrie, Puissance, Effet Joule, Pression magnétique, Mouvement, couplage, Magnétoformage,.

Summary: The work undertaken in this theme aims at shaping a metal tube magneforming, to link the power source directly to the problem and consider the motion without difficulty explaining the electromotive force due to displacement. Through a literature search, we bring together the different formulas quantities provided that the electromagnetic phenomena, as a source for other physical phenomena. For the treatment of these quantities, we present the equations of electromagnetism and simplification for the electrical induction devices. Once the electromagnetic problem is defined, we design the method of coupled magnetic potential. The latter is semi analytical and is based on a numerical discretization of the study domain mesh which apply analytical expressions deduced electromagnetic quantities of the law of Biot and Savart. We develop different models. A special feature is the mode of excitation current, refer to other types of plans;

transient Through this model, we make an application. The second is to extend the model to current excitation transient electromagnetic phenomena. Four formulations are developed and compared. They differ on the one hand, by the use of state variable (coupled electric currents and magnetic potentials coupled) and, on the other hand, these formulations are applied to electromagnetic forming where the strain rates reach one hundred meters per second . .