

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Abderrahmane Mira – Béjaïa

Faculté de la Technologie

Département de Génie Mécanique

Laboratoire de physique théorique

MEMOIRE

En vue de l'obtention du diplôme de Magister en
Génie Mécanique

Option : Energétique et Rhéologie

Réalisé par :

OUANOUGHY Yassine

Thème :

Etude des phénomènes de transfert de chaleur en
convection naturelle autour d'un obstacle chauffé
placé dans une cavité

Devant le jury composé de :

Président : Abdekader. TAHAKOURT

Examineur : Kacem. MANSOURI

Examineur : Ouerdia. MEZIANI

Rapporteur : Djamel. SADAoui

Professeur Université A. MIRA Béjaïa

Professeur Université M. BOUGUERA Boumerdés

Maître de Conférences Université A. MIRA Béjaïa

Maître de Conférences Université A. MIRA Béjaïa

Remerciements

Mes remerciements vont tout d'abord à notre dieu pour la santé et le courage qu'il m'a donné pour terminer ce modeste travail.

Mes plus vifs remerciements vont également à monsieur D.SADAOUI maître de conférence à l'université de Bejaia de m'avoir gracieusement fait bénéficiaire, tout le long de ce travail, de ces précieuses connaissances, de sa longue expérience dans le domaine.

J'adresse aussi mes remerciements les plus sincères au professeur A.TAHAKOURT responsables à l'université de Bejaia et pour l'honneur qu'il m'a fait de présider ce jury.

A monsieur K.MANSOURI, professeur à l'université de BOUMERDES, je présente mes remerciements d'avoir accepté de juger mon travail en tant qu'examineur.

Mes remerciements vont également madame O.MEZIANI maître de conférences à l'université de Bejaia d'avoir accepté de faire partie du jury et d'examiné mon travail.

Je voudrais aussi remercier, messieurs : H.BECHIR, A.DJERRADA, R.YOUSFI pour leurs soutiens et leurs remarques précieuses.

Je remercie chaleureusement l'ensemble des techniciens et travailleurs du HALL de technologie (Baba Ahmed, Nacer, Zahir, Ali, Meziane ...).

Je tiens à remercier ma famille qui a tellement donné pour que je puisse réussir dans mes études.

Enfin, je remercie toute personne ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

NOMENCLATURE

INTRODUCTION GENERALE.....	1
-----------------------------------	----------

Chapitre I**ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE**

I.1) Introduction	3
I.2) Etudes antérieures sur la convection naturelle dans des espaces confinés.....	3

Chapitre II**POSITION DU PROBLEME**

II.1)	
Introduction.....	10
II.2) Configuration étudiée.....	10
II.3).hypothèses simplificatrices.....	11
II.4) Equations fondamentales	12
II.4.1) Ecriture adimensionnelle des équations.....	13
II.4.2) Nombres ou Groupements adimensionnés.....	14
II.5) Coefficient d'échange convectif et nombre de Nusselt.....	14

Chapitre III**RESULTATS ET INTERPRETATION**

III.1 Introduction.....	16
III.2 Génération de la grille ou maillage et validation	16
III.3 Résultats de la simulation pour le cas A.....	20
III.3.1 Fonction de courants et isothermes.....	20
III.3.1.a Influence du nombre de Rayleigh.....	20
III.3.1b Influence de la hauteur de l'obstacle chauffant (enceinte intérieure).....	22
III.3.1c Influence de la largeur de l'obstacle chauffant (enceinte intérieure).....	22
III.3.2 Evaluation des échanges thermique (nombre de Nusselt)	29
III.3.2a Influence du nombre de Rayleigh.....	29
III.3.2b Influence du rapport de forme.....	31
III.4 Résultats de la simulation pour le cas B.....	34

III.4.1 Fonction de courants et isothermes.....	34
III.4.1a Influence du nombre de Rayleigh (Régime d'écoulement).....	34
III.4.1b Influence de la hauteur de la cavité intérieure pour un $Ra=10^5$	38
III.4.1c Influence de la largeur de la cavité intérieure pour un $Ra=10^5$	38
III.4.2 Evaluation des échanges thermique (nombre de Nusselt).....	43
III.4.2a Influence du nombre de Rayleigh.....	43
III.4.2b Influence du rapport de formes.....	45
III.4.2c Influence de l'orientation de la cavité intérieure.....	48
III.5) Comparaison entre les deux configurations étudié (cas A et cas B).....	52
CONCLUSION GENERALE.....	56
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	
ANNEXES	

NOMENCLATURE

C_p	: Chaleur massique à pression constante	$J\ kg^{-1}K^{-1}$
H, h	: Hauteur de l'enceinte et de la cavité intérieure	m
h	: Coefficient d'échange convectif	$W\ m^{-2}\ K^{-1}$
L, l	: Largeur de l'enceinte et de la cavité intérieure	m
g	: Accélération de pesanteur	$m\ s^{-2}$
q	: Flux de chaleur	$W\ m^{-2}$
S	: Surface	m^2
T	: Température	K
$t (\Delta t)$: Temps (pas de temps)	s
$u, v (U, V)$: Composantes dimensionnelle et adimensionnelle de la vitesse	ms^{-1}

Symboles grecs

α	: Diffusivité thermique	m^2s^{-1}
β	: Coefficient de dilatation du fluide à pression constante	K^{-1}
λ	: Conductivité thermique	$W\ m^{-1}K^{-1}$
μ	: Viscosité dynamique	$m^{-1}\ kg\ s^{-1}$
ν	: Viscosité cinématique	m^2s^{-1}
ρ	: Masse volumique de l'air	$kg\ m^{-3}$
φ	: Densité de flux thermique	$W\ m^{-2}$
θ	: Température adimensionnelle	

Indice :

h, c : relatif à l'enceinte et à la cavité

Nombres adimensionnels

Nu	: Nombre de Nusselt	$Nu = hL_{réf} / \lambda$
Pr	: Nombre de Prandtl	$Pr = \nu/\alpha$
Ra_l	: nombre de Rayleigh	$Ra_l = g \beta (T_h - T_c) L_{réf}^3 / (\nu \alpha)$
Gr	: nombre de Grashof	$Gr = Ra_l / Pr$

Introduction Générale

La simulation numérique des écoulements de fluide et des phénomènes de transferts thermiques, occupe une place très importante dans la recherche et l'industrie. La modélisation mathématique du phénomène est fondée sur les équations de la mécanique des fluides, couplées avec l'équation de l'énergie et leur résolution est rendue possible en utilisant une des nombreuses méthodes numérique. Parmi les méthodes les plus utilisés, on citera celle des différences finies, éléments finis et volumes finis. Cette dernière est à l'origine de plusieurs code de calcul (CFD) comme le logiciel FLUENT, qu'on a utilisé pour la suite de ce travail. Bien que les échanges thermiques se manifestent sous diverses formes (rayonnement, conduction et convection), cette dernière est la plus visée dans certains domaines bien spécifiés tels que le refroidissement des processeurs et composants électroniques, les radiateurs et les échangeurs de chaleurs dans les procédés industriels etc. Le transfert de chaleur par convection est un phénomène très complexe car la solution dépend de plusieurs paramètres dont la géométrie du problème étudié, la nature du fluide, la nature de l'écoulement ...etc.

L'amélioration du transfert de chaleur par convection est l'objet principal de plusieurs travaux. Ainsi, un grand nombre de chercheurs ont mené une multitude d'études tant numériques qu'expérimentales sur la description des phénomènes géométriques gérant la convection tant naturelle que forcée.

Dans le présent travail, nous nous intéresserons à la modélisation de la convection naturelle d'un fluide incompressible et newtonien autour d'un obstacle placé dans une enceinte rectangulaire ou carrée. L'écoulement sera supposé laminaire, en régimes dynamiquement et thermiquement établis. On analysera en particulier l'impacte de certains paramètres influents à savoir le rapport d'aspect géométrique de l'obstacle et son orientation sur les champs dynamiques et thermiques, le gradient de température appliqué ainsi que le nombre de Nusselt.

Le présent mémoire comporte trois chapitres :

Le premier chapitre est consacré à des généralités, de même qu'une synthèse bibliographique des travaux théoriques, expérimentaux et numériques ayant trait au phénomène de convection naturelle dans des cavités vides ou en présence d'obstacles y est présentée.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté les modèles mathématiques gouvernant ce mode de transfert tant sur le plan dynamique que thermique et les conditions aux limites associées.

Le troisième chapitre rassemble les principaux résultats numériques de cette étude. Les commentaires, interprétations et analyses des divers résultats et l'influence des divers paramètres sur la configuration du flux et le champ de température ainsi que les échanges thermiques aux parois.

On a terminé par une conclusion générale, qui résume les principaux résultats obtenus, est donné quelques perspectives envisageables pour la suite de ce travail.

I

Etude Bibliographique

I.1 Introduction

La transmission de chaleur par convection est désignée selon le mode d'écoulement du fluide par convection libre ou convection forcée. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus uniquement aux différences de température, on dit qu'elle est naturelle ou libre, par contre, si le mouvement du fluide est provoqué par une action extérieure (ventilateur, pompe) le processus est dit convection forcée. La convection se situe à l'intersection entre deux champs d'étude, le transfert de chaleur et la mécanique des fluides. Résoudre un problème de convection nécessite une bonne connaissance de ces deux domaines. La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre, convection forcée ou encore convection mixte.

L'étude de la convection naturelle dans les espaces annulaires a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de telle étude réside dans son implication dans de nombreuses applications industrielles telle que le refroidissement des composants électronique, la thermique des bâtiments, l'industrie métallurgique ...etc.

Dans tous les cas, la résolution d'un problème de convection consiste à déterminer le coefficient de transfert par convection. Ce coefficient de convection (h) est en réalité une fonction dépendante de manière complexe d'une multitude de variables, comme la vitesse du fluide, les températures du fluide et du solide en contact, les paramètres physiques du fluide, la géométrie de l'espace occupé par le fluide. L'évaluation de ce coefficient peut être effectuée en recourant à différentes méthodes :

- Analyse dimensionnelle combinée avec les expériences.
- Les solutions mathématiques exactes des équations de la couche limite.
- Les études approchées de la couche limite par les méthodes d'intégration.
- Analogie entre le transfert de chaleur, de masse et de quantité de mouvement.

I-2 Etudes antérieures sur la convection naturelle dans un espace confiné

Le phénomène de convection dans les cavités est aussi varié qu'il existe de géométries, d'orientations des enceintes et de condition aux limites thermiques. L'étude de la convection naturelle dans les cavités a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de telles études réside dans son implication dans de nombreuses application industrielles telles que le refroidissement des composants électroniques, la thermique des bâtiments, l'industrie métallurgique,... etc. La cavité rectangulaire continue à être la géométrie qui présente le plus d'intérêt. Dans ce type de cavité, généralement deux parois sont maintenues à des températures différentes tandis que les autres sont isolées. On distingue principalement deux configurations, la première et celle d'une enceinte contenant un fluide et soumise à un gradient vertical de température, la seconde étant celle d'une cavité avec un gradient horizontal de température. Dans ce présent travail, notre attention porte sur l'étude de la convection naturelle autour d'un obstacle placé dans une enceinte rectangulaire (carrée) isotherme ou chauffée latéralement.

I.2.1 Convection naturelle dans une cavité vide

Dans la littérature, on trouve un nombre appréciable d'investigations sur le cas de convection naturelle dans les enceintes vides. **De Vahl Davis [1]** a mené une étude numérique sur la convection naturelle au sein d'une cavité carrée bidimensionnelle dont les parois horizontales sont thermiquement isolées et les parois verticales maintenues à des respectivement chaude et froide. Il a fourni un ensemble de solutions de références stables pour un nombre de Rayleigh allant de 10^3 à 10^6 . Depuis, ses résultats sont utilisées comme référence. **Le Quéré [2]** a repris les travaux de De Vahl Davis et a étendu l'analyse jusqu'à $Ra = 10^8$ en utilisant une méthode de résolution plus performante. Lors d'une étude similaire, **Markatos [3]** développe une étude de maillage pour des nombres de Rayleigh allant de 10^3 à 10^6 . Pour des nombres de Rayleigh supérieur il utilise un model de turbulence dit ($k-\varepsilon$) à deux équations qui inclut les interactions (gravité-gradient de masse volumique). Les résultats sont présentés sous forme de graphes et de corrélations et comparés avec la solution numérique de Vahl Davis.

D'autres études expérimentales ont mis en évidence l'émergence d'une cellule de recirculation primaire, puis de cellules secondaires et tertiaires. Ainsi **Tian** et **Karayiannis** [4] dans une étude expérimentale pour un régime légèrement turbulent ($Ra = 1.58 \cdot 10^9$), ont mis en évidence l'existence de deux types d'écoulement, le premier représente une grande boucle de recirculation très proche des parois, le deuxième constitué de petites boucles de recirculations situées entre les couches limites (au niveau des parois) et le centre de la cavité (région loin des couches limites). **Eckert** et **Carlson** [5] ont étudié expérimentalement le transfert de chaleur en convection naturelle au niveau des parois verticales isothermes d'une cavité rectangulaire remplie d'air pour différent rapport de forme ($F = 2.5, 10$ et 20). Ils ont observé qu'en dehors des couches limites, la température est uniforme suivant des plans horizontaux et croît suivant la direction verticale ascendante. Une corrélation a été proposée pour le nombre de Nusselt moyen pour les différents rapports de forme étudiés. Par contre, aucune mesure de vitesse n'a été réalisée dans cette étude.

Kuehn et **Goldstein** [6] ont étudié la convection naturelle laminaire autour d'un cylindre horizontal, isotherme en résolvant les équations de Navier-Stokes et d'énergie à partir d'une procédure numérique elliptique. Des résultats sont obtenus pour une gamme étendue du nombre Rayleigh allant de 10^3 à 10^7 . L'écoulement approche celui de la convection naturelle à partir d'une source de chaleur linéaire quand Ra tend vers 0 et celui de la couche limite laminaire quand Ra tend vers l'infini. Des solutions de couche limite ne décrivent pas correctement l'écoulement et le transfert thermique aux valeurs faibles ou modérées de Ra parce qu'elles négligent les effets de courbure et les hypothèses de rupture de la couche limite dans la région du panache. Les résultats se rapportant aux vitesses, températures et transfert de chaleur concordent avec les résultats expérimentaux.

I.2.2 Convection naturelle dans une cavité en présence d'un obstacle chauffant

D'autres auteurs se sont intéressés à la présence d'éléments chauffants à l'intérieur de la cavité, et étudiés l'impacte de plusieurs facteurs sur le transfert de chaleur. Diverses configurations géométriques sont envisagées. Ainsi **Oztop** [7], a réalisé une étude numérique en convection naturelle d'une plaque mince rectangulaire isotherme chaude noyée dans une cavité carrée de parois horizontales adiabatiques et parois verticales froides. Ils ont constaté qu'il y a proportionnalité entre le nombre de Rayleigh et le nombre de Nusselt (pour $Ra=10^4$ à 10^6) quelque soit la position de la plaque (horizontale ou verticale). De même qu'à mesure que l'allongement de cette plaque est considérable, le transfert de chaleur s'améliore ce qui

implique un nombre de Nusselt moyen élevé. En revanche, le transfert de chaleur est beaucoup mieux amélioré lorsque la position de la plaque mince est placée verticalement dans la cavité.

Kim et Lee [8] ont effectué des calculs numériques sur la convection naturelle induite par une différence de température entre une enceinte extérieure carrée froide et un cylindre intérieur chaud. La méthode numérique utilisée pour résoudre ce problème est celle des volumes finis. L'étude s'intéresse à l'effet de l'emplacement du cylindre intérieur sur la quantité du transfert thermique échangé sur la cavité extérieure pour des nombres de Rayleigh variant de 10^3 à 10^6 . Ce qui a montré que pour un nombre de Rayleigh de 10^3 à 10^4 les lignes de courants et les isothermes sont symétriques par rapport à l'axe vertical passant par le centre du cylindre intérieur et les tourbillons bi-cellulaire deviennent uni-cellulaire quand le cylindre intérieur est désaxé. Pour un nombre de Rayleigh allant de 10^5 à 10^6 un tourbillon uni-cellulaire se forme dans l'enceinte indépendamment de la position du cylindre intérieur. Pour un nombre de Rayleigh élevé, l'effet de la position du cylindre intérieur sur l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur est important, en particulier dans la moitié supérieure ce qui a une grande influence sur le nombre de Nusselt. Dans le même contexte **Wen Ruy Chen [9]**, a conduit une étude numérique pour déterminer le transfert thermique par convection naturelle entre une sphère et un cylindre avec des conditions de température isotherme. L'étude est menée pour des nombres de Rayleigh allant de 10^3 à 10^6 et un nombre de Prandtl de 0.7. Les différents résultats montrent l'interdépendance du nombre de Rayleigh, la hauteur du cylindre et le rayon de la sphère. Les évolutions du nombre de Nusselt local sur le cylindre et la sphère sont montrées sur la figure I.1.

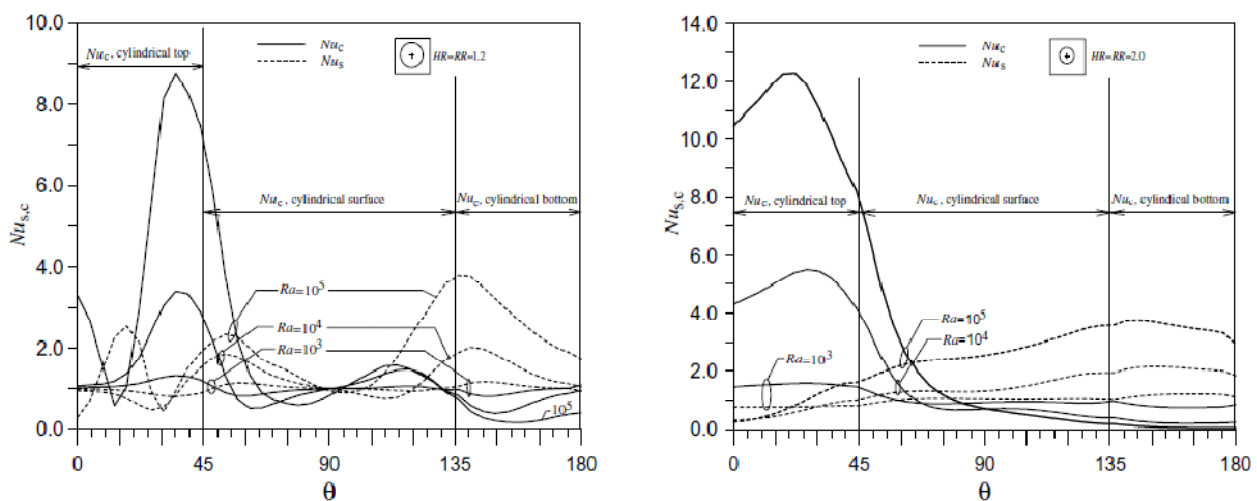


Figure I.1 : Influence de la hauteur sur l'évolution du nombre de Nusselt local sur le cylindre et sur la sphère.

Arnab et al [10], ont effectué une étude numérique sur la convection naturelle induite par une cavité carrée chaude inclinée à 45° dans une enceinte dont les parois latérales sont froides. La résolution des équations est basée sur la méthode des différences finies pour des régimes d'écoulement allant d'un nombre de Rayleigh de 10^3 à 10^6 . Ils ont étudié l'influence des différents paramètres (conditions aux limites thermique, la position du cylindre intérieur et le rapport de forme géométrique) sur le transfert thermique aux diverses parois. Les différents résultats sont résumés sur les figures I.2a et b montrant l'influence du nombre de Rayleigh sur le nombre de Nusselt moyen coté cavité intérieure et cavité extérieure.

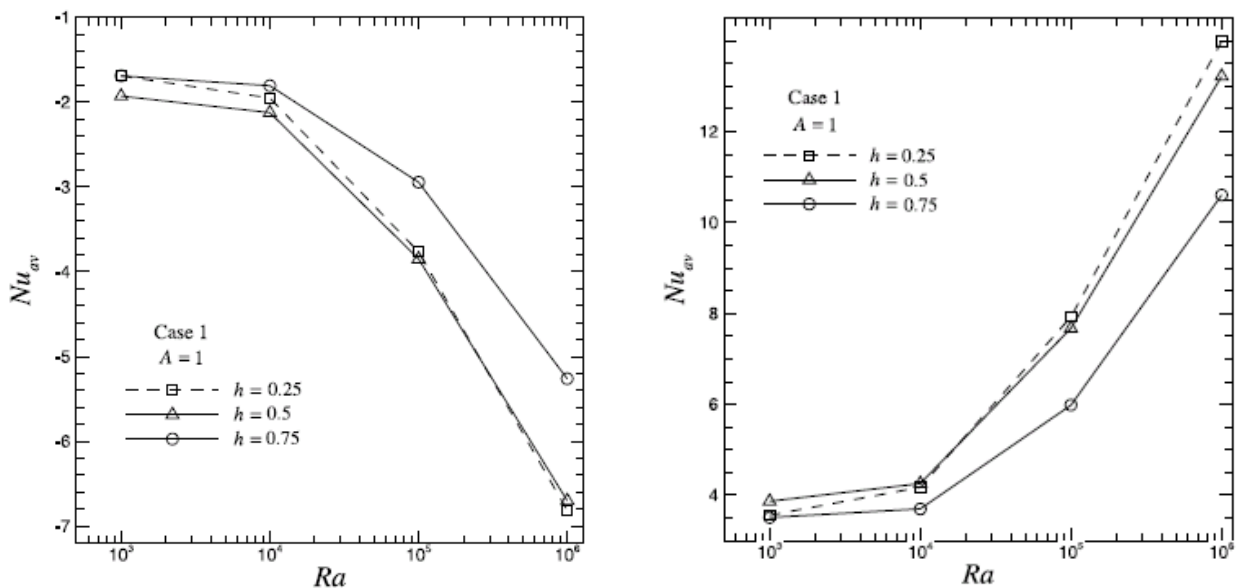


Figure I.2 : Influence du nombre de Rayleigh sur le nombre de Nusselt moyen (a : coté cavité intérieure, b : cavité extérieure) pour différents rapports de forme.

Xu Xu et al. [11], ont conduit une étude numérique sur la convection naturelle dans un espace annulaire confiné entre un cylindre triangulaire chauffé et une enceinte cylindrique froide. La méthode des volumes finis est utilisée pour résoudre diverses équations du modèle d'écoulement adopté qui est basé sur l'approximation de Boussinesq. L'étude est réalisée pour des nombres de Rayleigh allant de 10^3 à 10^6 et ils ont analysé l'influence du rapport des rayons et l'angle d'inclinaison du triangle intérieur. Les différents résultats ont montré la formation d'un panache thermique pour un nombre de Rayleigh élevé en raison de la rupture des ponts thermiques de la couche limite, de même qu'une stratification thermique de plus en plus nuancée à mesure que le rapport des rayons diminue ou alors que le nombre de Rayleigh augmente. L'angle d'inclinaison n'a pas un grand effet sur le nombre de Nusselt moyen alors que pour une grande inclinaison le mode d'écoulement est multicellulaire. **Shu et al. [12]**, ont

étudié numériquement la convection naturelle entre deux cylindres elliptique horizontaux excentrique, les équations ont été résolues numériquement en utilisant la méthode quadratique. Cette étude porte sur l'influence de la position du cylindre intérieur et le rapport des rayons sur les lignes de courant et les lignes isothermes ainsi que la variation du nombre de Nusselt.

Pesso et Piva [13], ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée chauffée à travers les parois latérales, pour des valeurs des nombre des Prandtl et de Rayleigh variant respectivement entre 0,0071 et 7,1 et entre 10 et 10^8 pour un nombre de Gay-Lussac caractérisant le changement de densité du fluide allant de 0 à 2. L'hypothèse de Boussinesq est atteinte lorsque celui-ci tend vers zéro. Leurs études sont basées sur l'influence de ces nombre sur le nombre de Nusselt. Les résultats montrent que pour un nombre de Rayleigh fixe, le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre de Prandtl et diminue avec l'augmentation du nombre de Gay-Lussac.

Mojtabi et Caltagirone [14], ont conduit une étude numérique sur un écoulement laminaire entre deux cylindres coaxiaux isothermes. La résolution de l'équation de l'énergie a permis l'analyse du champ de température le long des tubes pour plusieurs rapports de rayons. Le transfert de chaleur entre les deux tubes, caractérisé par les nombres de Nusselt extérieur et intérieur, ainsi que la température du mélange ont été déterminés en fonction de la longueur réduite des deux tubes. La comparaison des solutions obtenues par différences finies et par la méthode de Galerkin pour plusieurs fonctions d'essais, fait apparaître une bonne concordance. Plus tard les mêmes auteurs ont étudié la convection mixte entre deux cylindres coaxiaux horizontaux une fois les régimes dynamique et thermique sont établis. Ils ont obtenus une solution pour ce problème en utilisant la méthode des perturbations ainsi qu'un modèle aux différences finies. Les résultats obtenus ont permis la caractérisation des lignes de courant et à relier les différents pas d'hélices constituant ces lignes aux nombres de Rayleigh, Prandtl et Reynolds.

I.3 CONCLUSION

La convection naturelle dans des cavités de différentes formes en passant des cavités carrés, rectangulaires aux cavités triangulaires, trapézoïdales ou des cavités totalement ou partiellement cylindriques est un sujet très important, si on observe le nombre des publications existant dans la littérature. L'ensemble de ces travaux mentionnés ci-dessus marquent une claire préférence pour les approches numériques et analytiques par rapport à l'expérimentation très coûteuse financièrement et qui prend un temps de travail énorme.

Du point de vue analytique, ces travaux portent sur le développement des méthodologies de résolution, en s'appuyant sur un nombre important d'hypothèses simplificatrices puis de simuler sur des logiciels spécialisés. A ce titre on citera le logiciel Fluent qui est passé leader dans son domaine par l'immense choix d'options et de paramètres qu'il met à la disposition des thermiciens.

Sur la base de cette analyse bibliographique, nous allons modéliser un écoulement de convection naturelle dans une enceinte carrée en présence d'un obstacle de forme rectangulaire et nous allons analyser l'influence de ses dimensions, son orientation et le régime de l'écoulement sur la qualité des échanges de chaleurs sur les parois de la cavité externe.

II**POSITION DU PROBLEME****II.1 Introduction**

Dans une enceinte verticale contenant un fluide, la condition de non glissement implique qu'à la paroi le fluide reste immobile et le transfert de chaleur s'effectue par conduction. Une particule fluide, située au voisinage de la paroi chaude sera soumise d'un côté à son poids de l'autre côté à une force verticale dite "poussée d'Archimède". Ainsi, à la paroi la masse de fluide chaude s'élève en enlevant de la chaleur à celle-ci. Puis elle est remplacée par une masse de fluide froide qui au contact de la paroi chaude s'échauffe à son tour et ainsi de suite. Le même phénomène a lieu sur la paroi froide mais le mouvement du fluide est descendant du fait que la masse volumique du fluide est plus élevée près de cette paroi froide que plus loin.

Dans la suite du travail, on se propose d'analyser les transferts de chaleur induits par la présence d'un obstacle chauffant dans une cavité carrée. Il s'agit alors d'étudier la convection naturelle afin de prédire l'influence de certains paramètres physiques et géométriques, tels que le rapport des rayons, la position du cylindre carré dans l'enceinte et le nombre de Rayleigh sur le comportement dynamique et thermique du fluide. La modélisation mathématique du problème se base sur les équations couplées de conservation de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie. La résolution complète de ses équations revient à déterminer en tous points et à tout instant les grandeurs caractéristiques du fluide (V , ρ , p , et T).

II.2 Configuration étudiée

La configuration étudiée, figure (II.1), représente une cavité carrée de hauteur (h) et de longueur (l) maintenue à une température (T_h) confinée dans une enceinte carrée de côté (L) isotherme avec une température (T_c). L'espace annulaire est rempli d'un fluide visqueux (de densité ρ , viscosité cinématique ν et diffusivité thermique α). Le fluide est supposé newtonien, incompressible en régime d'écoulement laminaire stationnaire, les cavités sont considérées suffisamment longues dans la direction longitudinale (z) pour considérer que l'écoulement est bidimensionnel. La configuration ainsi définie est analysée avec diverses conditions aux limites thermiques comme montré sur les figures II.2a et b.

Pour la suite, on définit les rapports géométriques (rapport de forme) suivants :

$$a = L / h \text{ et } b = L / l$$

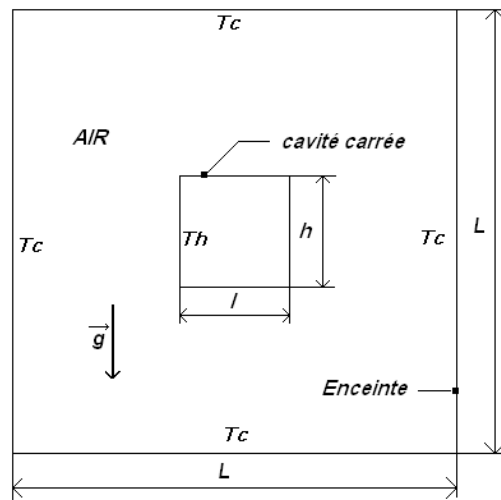


Figure II.1 : Domaine physique représentant la configuration étudiée

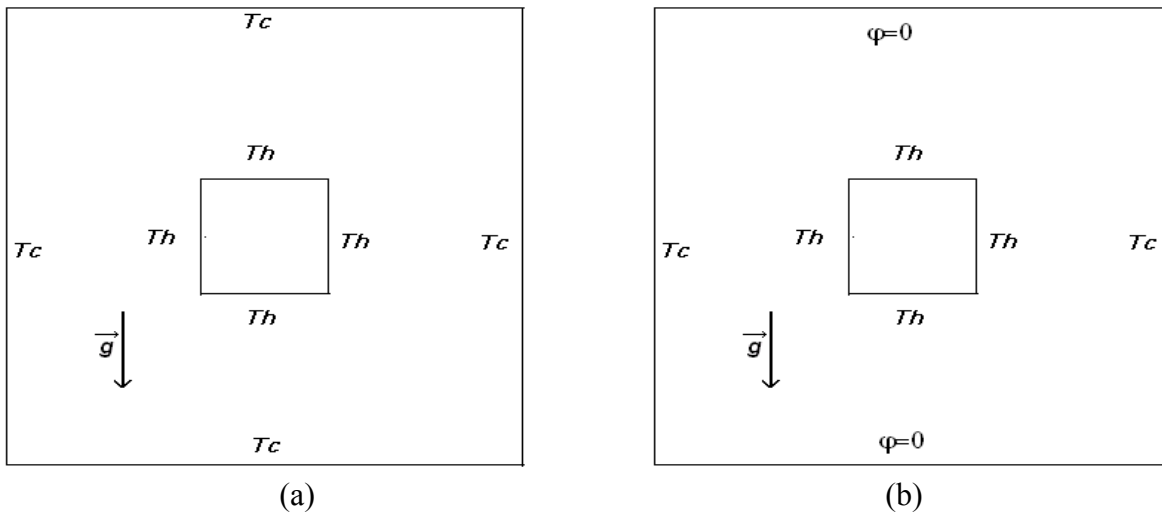


Figure II.2 : Les deux conditions aux limites thermiques considérées

II.3 hypothèses simplificatrices

En plus des hypothèses précédentes on se placera dans les conditions de l'approximation de Boussinesq, ce qui nécessitera une résolution simultanée des équations de la dynamique et de l'énergie au sein du fluide. L'approximation de Boussinesq repose sur deux hypothèses, d'une part, elle postule que la masse volumique est constante dans tous les termes sauf pour le cas de force de volume ($\rho \vec{g}$), d'autre part, elle suppose un écart de température ($<100\text{ }^\circ\text{C}$) entre la cavité intérieure et enceinte extérieure pour se limiter, au premier terme du développement de ρ en terme de température, à savoir :

$$\rho(T) = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \tag{II.1}$$

ρ_0 et β étant respectivement la masse volumique à la température de référence T_0 et le coefficient de dilatation volumique à pression constante : $\beta = -(1/\rho_0)(\partial\rho/\partial T)_p$ (II.2)

Enfin, on admet que les vitesses mises en jeu sont relativement faibles de sorte que la fonction de dissipation visqueuse dans l'équation d'énergie peut être négligée.

II.4 Equations fondamentales

En régime de convection, le phénomène met en jeu toujours un fluide en mouvement, par conséquent il faut résoudre les équations générales de la dynamique des fluides. Ces équations sont couplées avec l'équation de l'énergie. La différence essentielle, ou l'originalité de la formulation du problème de la convection naturelle concerne la présence des forces volumiques. En tenant compte des différentes hypothèses déjà citées [8], les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement (Navier-Stokes) ainsi que l'équation de l'énergie dans le système d'axes cartésien (x,y) s'écrivent [8] :

1) **équation de conservation de la masse** (Équation de continuité)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.3})$$

2) **équations de conservation de quantité de mouvement**

$$\text{/ox} \quad \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.4})$$

$$\text{/oy} \quad \rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho g \beta (T - T_o) \quad (\text{II.5})$$

3) **Equation de l'énergie**

$$\rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.6})$$

u, v, p et T étant respectivement les composantes horizontales et verticales de la vitesse, la pression et la température. Le système composé par les équations précédentes n'est pas fermé, pour cela on lui associera les conditions aux limites correspondant au cas physique à traiter.

4) Condition aux limites

Cas A : Cavité intérieur : $u=v=0$ et $T = T_h$ (II.7)

Cavité extérieur (Enceinte) : $u=v=0$ et $T = T_c < T_h$

Cas B : Cavité intérieur : $u=v=0$ et $T = T_h$ (II.8)

Cavité extérieur (Enceinte) : $u=v=0$ et $T = T_c < T_h$ (parois verticales)

: $\varphi = 0$ (parois horizontales
adiabatement isolé)

II.4.1 Ecriture adimensionnelle des équations

Il est souvent utile de faire apparaître les produits sans dimension dans les équations du bilan. Comme les équations de départ sont dimensionnellement homogènes, elles peuvent être réduites sous forme d'équations adimensionnelles faisant intervenir une série de produit sans dimensions. Ainsi l'emploi de variables réduites dans les équations permet d'approcher de plus près la réalité et de généraliser les phénomènes physiques, car leurs existences et leurs évolutions sont indépendantes du système d'unités de mesure utilisé pour les étudier. Autrement dit, elles permettent d'obtenir des informations plus générales, et jouent un rôle prépondérant dans les similitudes. En effet, pour ramener les équations phénoménologiques sous une forme adimensionnelle, il est nécessaire de définir, moyennant des grandeurs caractéristiques, des changements de variables.

Pour rendre adimensionnelles les équations précédente dans le cas de la convection naturelle dans un espace annulaire, en régime permanent, on se basera sur les grandeurs caractéristiques du problème, qui sont les suivantes [8] :

$$\begin{aligned} (X, Y) &= (x, y) / L & (U, V) &= (u, v) L/\alpha & \text{(II.9)} \\ \theta &= (T - T_c) / \Delta T & \Delta T &= T_h - T_c \\ p &= p L^2 / (\rho \alpha^2) \end{aligned}$$

En tenant compte de ces changements de variables, les équations précédentes associées aux conditions aux limites deviennent [8] :

1) équation de conservation de la masse

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad \text{(II.10)}$$

2) équations de conservation de quantité de mouvement

$$\left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad \text{(II.11)}$$

$$\left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \text{Pr} Ra \theta \quad \text{(II.12)}$$

3) Equation de l'énergie

$$\left(U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad \text{(II.13)}$$

4) Conditions aux limites

$$\text{Cas A : Cavité intérieur} \quad : U=V=0 \quad \text{et} \quad \theta = 1 \quad (\text{II.14})$$

$$\text{Enceinte extérieure} \quad : U=V=0 \quad \text{et} \quad \theta = 0$$

$$\text{Cas B : Cavité intérieur} \quad : U=V=0 \quad \text{et} \quad \theta = 1 \quad (\text{II.15})$$

$$\text{Enceinte extérieure} \quad : U=V=0 \quad \text{et} \quad \theta = 0 \quad (\text{parois verticales})$$

$$: \quad \quad \quad \varphi = 0 \quad (\text{parois horizontales})$$

II.4.2 Nombres ou Groupements adimensionnés

L'écriture adimensionnelle des équations, fait apparaître plusieurs groupements adimensionnels. Chacun de ces groupements à une signification physique :

$$\text{a) Nombre de Prandtl:} \quad \quad \quad \text{Pr} = \nu / \alpha \quad (\text{II.16})$$

C'est un nombre qui est purement caractéristique du fluide, et c'est le rapport entre la viscosité cinématique et la diffusivité thermique.

$$\text{b) Nombre de Rayleigh :} \quad \quad \quad \text{Ra} = \frac{g\beta L^3 (T_h - T_c)}{\nu \alpha} \quad (\text{II.17})$$

Utilisé en mécanique des fluides et caractérisant le transfert de chaleur au sein d'un fluide : inférieur à une valeur critique, le transfert s'opère essentiellement par conduction, tandis qu'au-delà de cette valeur c'est la convection libre ou naturelle qui domine.

II.5 Coefficient d'échange convectif et nombre de Nusselt

Dans tout processus ou intervient le phénomène de convection on a besoin de connaître ou d'évaluer le coefficient de transfert convectif en vu de quantifier la quantité de chaleur échangée entre le fluide et la paroi qui le délimite. Quoiqu'une représentation exacte du processus de transfert thermique par convection à l'interface entre une paroi et un fluide soit très complexe, par analogie avec les transferts thermiques par conduction, le coefficient d'échange thermique superficiel (h) peut être défini tel que :

$$h = q / (T_p - T_{\text{réf}}) \quad (\text{II.18})$$

Avec (q), (T_p) et ($T_{\text{réf}}$) respectivement la densité du flux de chaleur à travers un élément de surface de la paroi, la température de cet élément de surface et la température de référence du fluide en dehors de la couche limite thermique. Le concept de température de référence permet de considérer les propriétés du fluide à cette température pour calculer les paramètres caractéristiques de l'écoulement tels que les nombres Ra et Pr. Cependant, il n'y a pas de base unanime de choix de la température de référence d'une étude à l'autre.

Ainsi, dans la littérature on trouve ceux qui utilise comme température de référence la température de la paroi chaude, ou la moyenne entre la température de la paroi et du mélange fluide ou bien la moyenne arithmétique des températures des parois chaude et froide.

Dans les cavités fermées, la difficulté de calcul du coefficient de transfert de chaleur réside surtout dans la mesure de la température de référence du mélange. Cette difficulté est liée entre autres à l'inaccessibilité du fluide confiné dans l'enceinte et aux inconvénients associés aux méthodes de mesures expérimentales. Pour contourner cette difficulté, on utilise une formulation qui intègre la différence de température entre les parois actives chaude (T_h) et froide (T_c) exprimée sous la forme :

$$h = q / (T_h - T_c) \quad \text{(II.19)}$$

En définissant une grandeur caractéristique appropriée L de l'enceinte, le coefficient de transfert thermique défini par les équations précédentes (II.18) et (II.19) peut être exprimé sous la forme d'un nombre de Nusselt tel que :

$$Nu_{L_c} = h L_c / \lambda \quad \text{(II.20)}$$

Où λ représente la conductivité thermique du fluide. Le coefficient de transfert thermique exprimé sous forme de nombre de Nusselt est plus utilisé dans la littérature pour traduire les corrélations de transfert thermique. Cet usage s'explique par le fait que le nombre de Nusselt n'est pas tributaire d'un système d'unité mais aussi en raison de son interprétation physique qui traduit le rapport de la quantité de chaleur échangée par convection à la quantité de chaleur qui aurait été échangée par conduction à travers une épaisseur L_c de fluide.

III**RESULTATS ET ANALYSE****Introduction**

Le besoin de recourir aux simulations numériques en transfert thermique est aujourd'hui un atout majeur dans de multiples domaines d'application et ce pour plusieurs raisons (gain d'argent et du temps). Tout d'abord, les simulations numériques permettent de comprendre les phénomènes impliqués dans un écoulement et l'accès à certaines informations est rendu possible. De plus, les simulations numériques permettent de tester l'influence de plusieurs paramètres sans avoir à reconstruire tout un banc expérimental. On conçoit évidemment qu'il est plus aisé, à titre d'exemple, de modifier un maillage de turbine à gaz que de faire construire de nouvelles pièces.

Dans ce chapitre on s'est intéressé aux phénomènes des transferts dans une enceinte de forme carrée, en présence d'un obstacle chauffant confiné à l'intérieur. On présente une série de résultats obtenus par simulation numérique 2D que nous avons mené à l'aide du code de calcul en volume fini « Fluent », pour caractériser l'écoulement de l'air au sein de la cavité de section $(H \times H)$ (avec ou sans présence d'obstacle chauffant). Les principaux résultats obtenus reflétant le comportement des champs dynamiques et thermiques pour les configurations étudiées sont exposés dans ce chapitre.

III.2 Génération de la grille ou maillage et validation

Le premier objectif de ce chapitre est de faire une étude d'indépendance du maillage et valider le modèle physique adopté dans le cas d'une cavité rectangulaire confinée dans une enceinte carrée, pour lequel plusieurs travaux existent dans la littérature. La première étape consiste à valider notre modèle en comparant nos résultats avec ceux existants dans la littérature. Ce qui consiste en un premier temps à reproduire les résultats présentés par Arnab Kumar [10] pour le cas de la configuration B dont laquelle la cavité chauffante confinée est tournée d'un angle 45° . Dans un second temps on approfondira ce cas en considérant diverses inclinaisons de $(0^\circ$ à $90^\circ)$. On termine par l'analyse de la configuration A, en étudiant plusieurs possibilités se basant sur le rapport de forme et le régime de l'écoulement.

Géométrie et propriétés physiques

La cavité chauffante, maintenue à la température $T_h = 373$, est placée dans une enceinte carrée de parois horizontales adiabatiques et parois verticales isothermes $T_c=327$ (figure III.1a). Le fluide considéré est de l'air, dont les constantes thermophysiques sont les suivantes:

Masse volumique (ρ_0)	0,995 kg m ⁻³
Température de référence (T_0)	350 K
Viscosité dynamique (μ)	2,082 10 ⁻⁵ (kg m ⁻¹ s ⁻¹)
Conductivité thermique (λ)	0,03 W m ⁻¹ K ⁻¹
Chaleur spécifique Cp	1,009 10 ³ J kg ⁻¹ K ⁻¹
Coefficient d'expansion thermique (β)	2,8 10 ⁻³ K ⁻¹
Constante de gravitation (g)	9,81 m s ⁻²
Diffusivité thermique (α)	2,99 10 ⁻⁵ m ² s ⁻¹

Génération et choix du maillage

La création de la géométrie de même que le maillage se font sous le logiciel "Gambit". Deux types d'éléments pour le maillage sont disponibles, éléments quadrilatéraux et éléments triangulaires. Dans notre cas nous avons opté pour des éléments quadrilatéraux à cause de la simplicité de la géométrie et la rapidité de convergence avec ce type d'éléments. On a une distribution uniforme des éléments (nœuds) sur le domaine de calcul. Le système physique est celui montré sur la figure III.1a, la recherche de la solution numérique nécessite la discrétisation du domaine ainsi défini en utilisant un maillage, figure III.1b (domaine numérique).

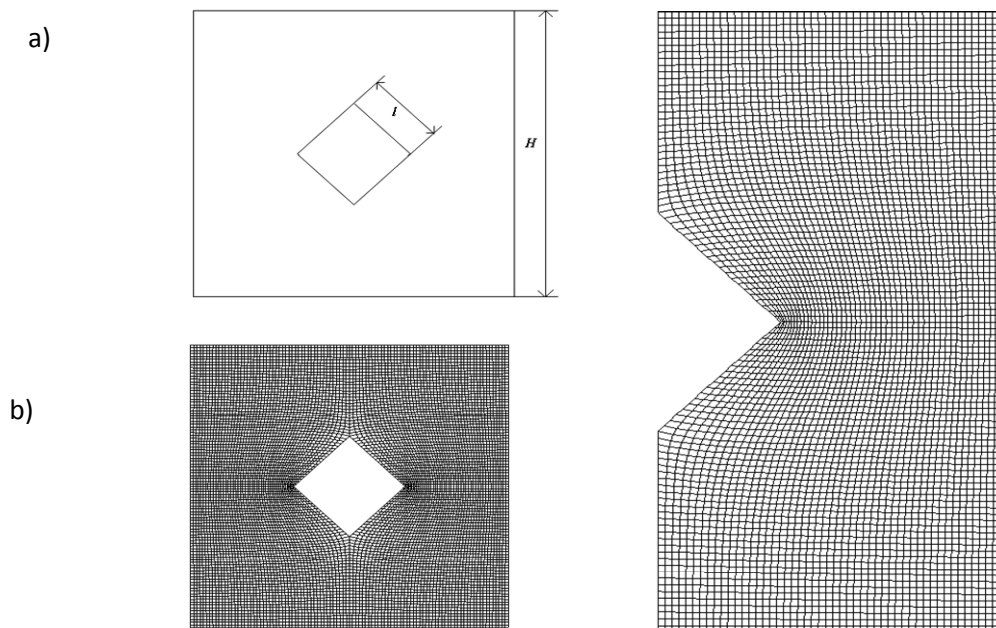


Figure III.1 : Système physique et domaine numérique (maillage)

On fait varier le nombre des éléments du maillage dans les deux directions, on représente le Nusselt moyen pour chaque maillage (figure III.2), puis on calcul le flux total dissipé sur la cavité intérieur, tableaux III.1 et III.2. Le maillage utilisé dans cette partie du travail est semblable à celui d'Arnab et al [10] (figure III.1b).

	Nombre de Nœuds	Nusselt moyen cavité intérieur	Flux total cavité intérieur (w/m^2)
Ra=10⁴	60X20	4.264469	5.859111
	60X30	4.269693	5.866288
	60X40	4.273541	5.871575
	80X20	4.254624	5.845584
	80X30	4.259771	5.852657
	80X40	4.263557	5.857858
	100X30	4.248665	5.837397
	100X40	4.253946	5.844652
	100X50	4.257033	5.848895
	120X40	4.247160	5.835331
	120X50	4.245907	5.833608
120X60	4.246374	5.834249	

Tableau III.1 : Flux total et Nusselt moyen le long de la cavité intérieur pour différents maillage

Rayleigh	Nusselt Moyen sur les deux cavités					
	Nusselt intérieur [10]	Présente étude	Nusselt extérieur [10]	Présente étude	Différence % (Nu_{int})	Différence % (Nu_{ext})
10 ³	3.847	3.830	-1.932	-1.897	0.44	1.81
10 ⁴	4.273	4.242	-2.130	-2.107	0.70	1.40
10 ⁵	7.689	7.770	-3.850	-3.847	-1.05	0.07
10 ⁶	13.230	13.372	-6.716	-6.618	-1.07	1.45

Tableau III.2 : Comparaison du Nusselt moyen obtenu avec celui de la littérature [10]

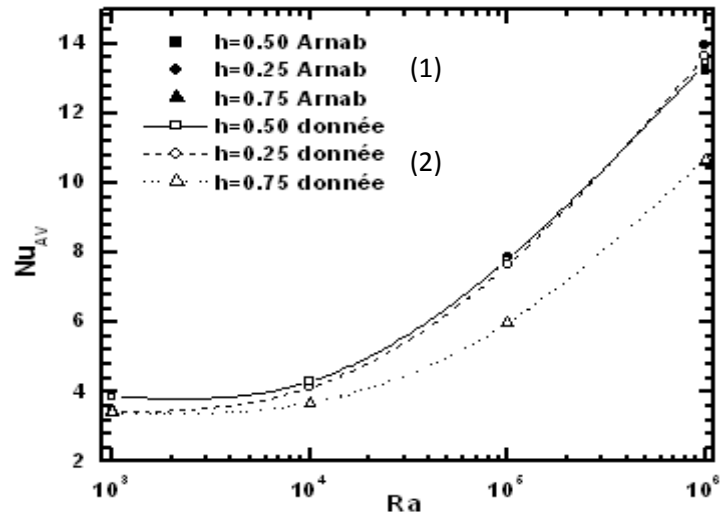


Figure III.2 : Comparaison des nombres de Nusselt moyens obtenu dans cette étude avec ceux de la littérature (Arnab Kumar [10])

Dans cette partie, on a pu valider le model adopté dans le cas d'une cavité en présence d'un obstacle chauffant incliné d'un angle de 45° correspondant aux travaux de Arnab K. [10]. Dans ce qui va suivre on élargira l'étude pour d'autres orientations allant par raison de symétrie de 0 à 90° . Après on analysera l'effet de certains facteurs importants (rapport de forme, ...) sur la structure de l'écoulement ainsi que les échanges thermiques aux différentes parois de l'enceinte extérieur.

III.3 Résultats de la simulation pour le cas A

Dans cette configuration les conditions aux limites sont comme suite :

Cas A :	Cavité intérieur	: $U=V=0$ et $\theta = 1$
	Enceinte extérieure	: $U=V=0$ et $\theta = 0$

III.3.1 Fonction de courants et isothermes

III.3.1a Influence du nombre de Rayleigh

La figure III-3 montre les lignes de courants et les lignes d'isothermes pour différents nombres de Rayleigh et un rapport d'aspect : $a=L/h=4$ et $b=L/l=4$. Pour tous les nombres de Rayleigh considérés dans cette étude ($Ra=10^3$ à $Ra=10^7$) l'écoulement à travers les champs thermiques et dynamiques finit par atteindre l'état d'équilibre avec une symétrie par rapport à l'axe verticale du système (passant par le centre de la cavité intérieure). On constate aussi que les isothermes et les lignes de courants dépendent du régime d'écoulement. Pour un nombre de Rayleigh inférieur à $Ra=10^5$ les isothermes apparaissent comme des lignes concentriques entre elles, c'est une caractéristique d'un régime de transfert dominé par la conduction. A mesure que le nombre de Rayleigh augmente $Ra>10^4$, la concentricité disparaît et une couche limite thermique apparaît sur les parois de l'enceinte interne, donnant naissance à un panaché thermique signe de présence du régime convectif. A partir d'un $Ra=10^6$ le mode de transfert par convection devient dominant par rapport à celui par conduction. Les isothermes se déplacent vers le haut avec un fort gradient de température dans la partie supérieure de l'enceinte et un gradient beaucoup plus faible dans la partie inférieure. En conséquence le flux échangé avec les parois de la cavité externe est beaucoup plus important dans la partie supérieure du système que dans sa partie inférieure. Pour les lignes de courant à mesure que le nombre de Rayleigh augmente les deux cellules de recirculation se déplacent vers le haut et se localisent dans la moitié supérieure de l'enceinte. Le phénomène est plus nuancé pour un nombre de Rayleigh de 10^7 . Au-delà de cette valeur la convergence est très difficile et des instabilités apparaissent signe de la limite du régime laminaire.

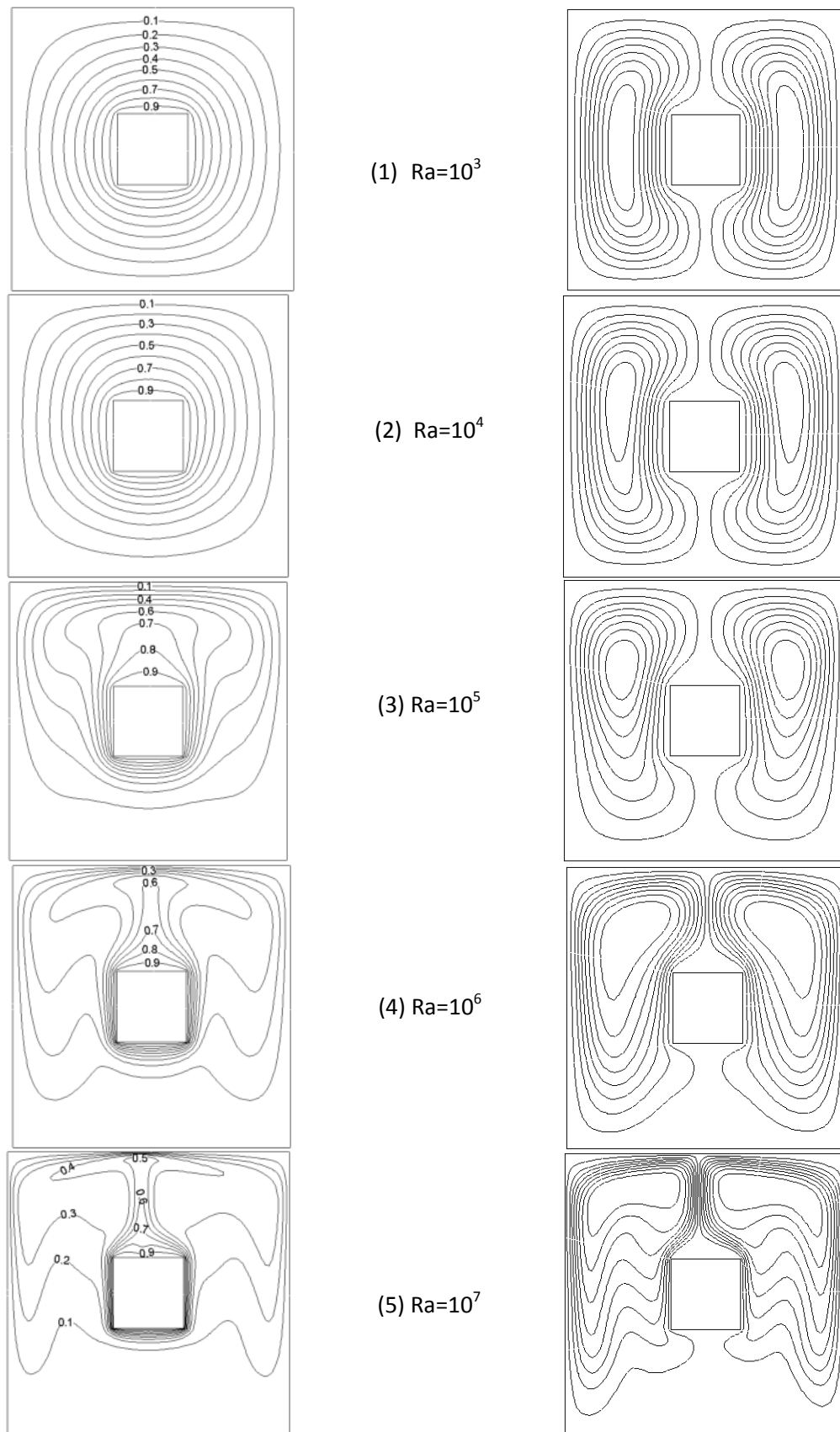


Fig. III-3 : lignes d'isothermes (à gauche) et ligne de courants (à droite) pour différent nombres de Rayleigh ($a=4$, $b=4$)

III.3.1b Influence de la hauteur de l'obstacle chauffant (enceinte intérieure)

Les figures III-4 et III-5 montrent les lignes d'isothermes et les fonctions de courants pour différents rapports d'aspects géométriques, et pour des nombres de Rayleigh de 10^3 et 10^6 . Pour des régimes d'écoulement lents caractérisés par un nombre de Rayleigh inférieur à 10^4 le régime de transfert par conduction est dominant (purement conductif) avec une symétrie parfaite. Pour les écoulements à grand nombre de Rayleigh $Ra > 10^4$, le régime convectif prend le dessus, ainsi une couche limite thermique mince se forme sur la partie inférieure de l'enceinte intérieure pour tous les rapports d'aspect, alors qu'elle apparaît sur la partie supérieure de l'enceinte à mesure qu'on augmente la hauteur de celle-ci. On augmentant la hauteur de la cavité à ($a=2$), il y a formation de trois panaches thermiques. Deux prennent naissance sur les deux coins supérieurs de la cavité intérieure, qu'on retrouve aussi pour ($a=4/3$) et la troisième se situe au milieu de la partie supérieure de l'enceinte. Pour toutes les configurations, les fonctions de courants sont symétriques par rapport à l'axe vertical passant par le centre de la cavité intérieure. L'augmentation de la hauteur de la cavité intérieure intensifie le mouvement du fluide dans l'espace annulaire et donne naissance à plusieurs zones de recirculations du fluide (2 zones de recirculation pour : $a=4$, $b=2$ et 4 zones de recirculation pour : $a=2$, $b=2$). Pour un rapport d'aspect de $a=4/3$ et $b=2$ on remarque la naissance de 4 vortex de petites tailles dans la partie supérieure de la l'espace annulaire caractéristique de la convection de Rayleigh-bénard, ceci est due à la diminution de l'espace annulaire jouant ainsi le rôle d'obstacle qui freinant l'agrandissement des vortex.

III.3.1c Influence de la largeur de l'obstacle chauffant (enceinte intérieure)

Les figures III-6 à III.9 montrent les lignes d'isothermes et les fonctions de courants pour différents rapports d'aspects géométriques, et deux nombres de Rayleigh 10^3 et 10^6 . Pour des faibles nombres de Rayleigh ($Ra \leq 10^3$), le régime de transfert par conduction domine, au-delà de cette valeur le régime convectif prend le dessus.. L'analyse des lignes de courant montre la formation de plusieurs cellules (rouleaux) dans la partie supérieure de l'espace annulaire, caractéristique de la convection de Rayleigh-bénard, ceci est d'autant plus nuancé que la hauteur de l'obstacle est élevée (rapport d'aspect (a) diminue).

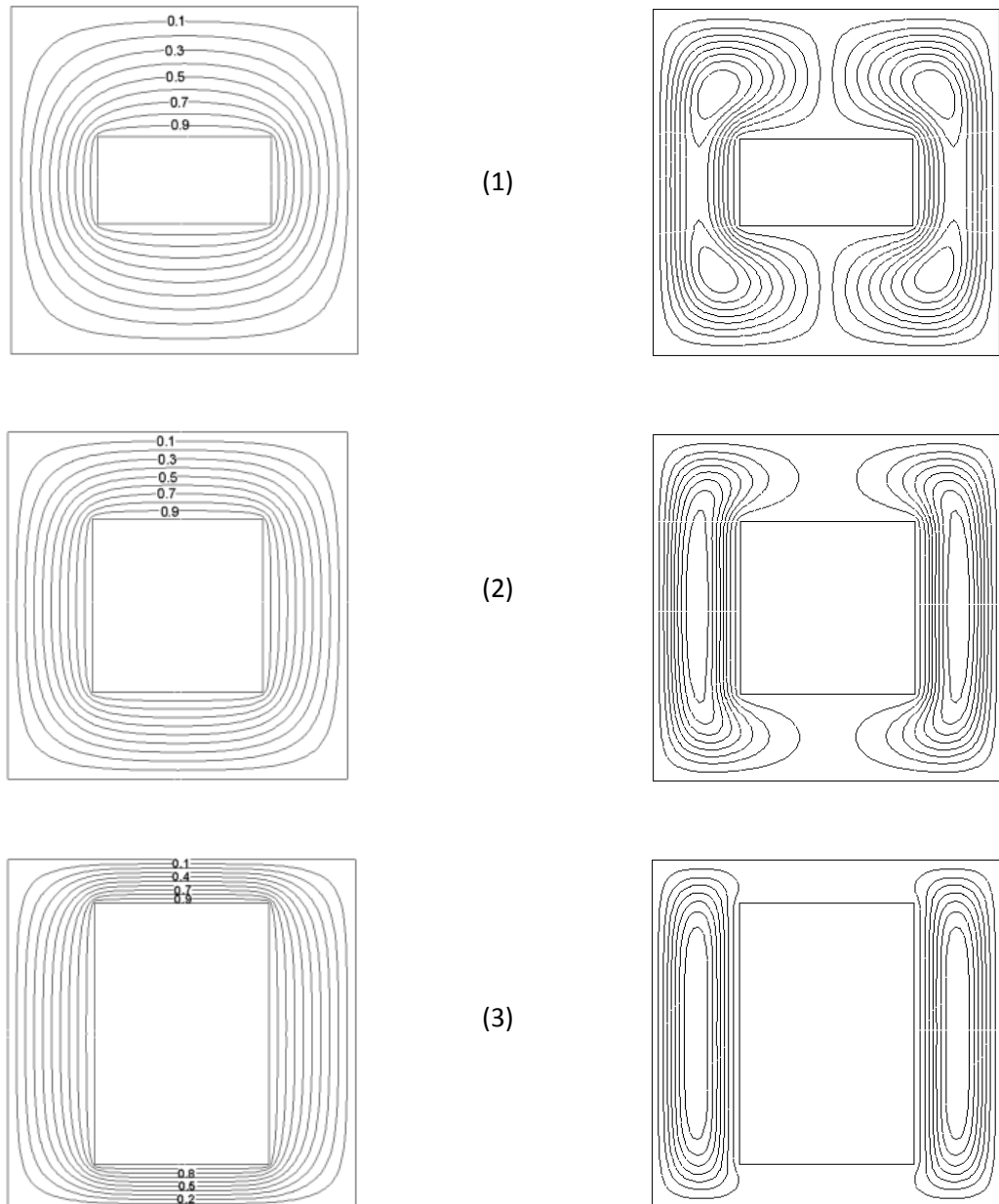


Fig. III-4 : Lignes d'isothermes (à gauche) et lignes de courants (à droite) pour $Ra= 10^3$ et différentes hauteurs de l'enceinte interne $b=2$ et : **(1)** : $a=4$; **(2)** : $a=2$; **(3)** : $a=4/3$

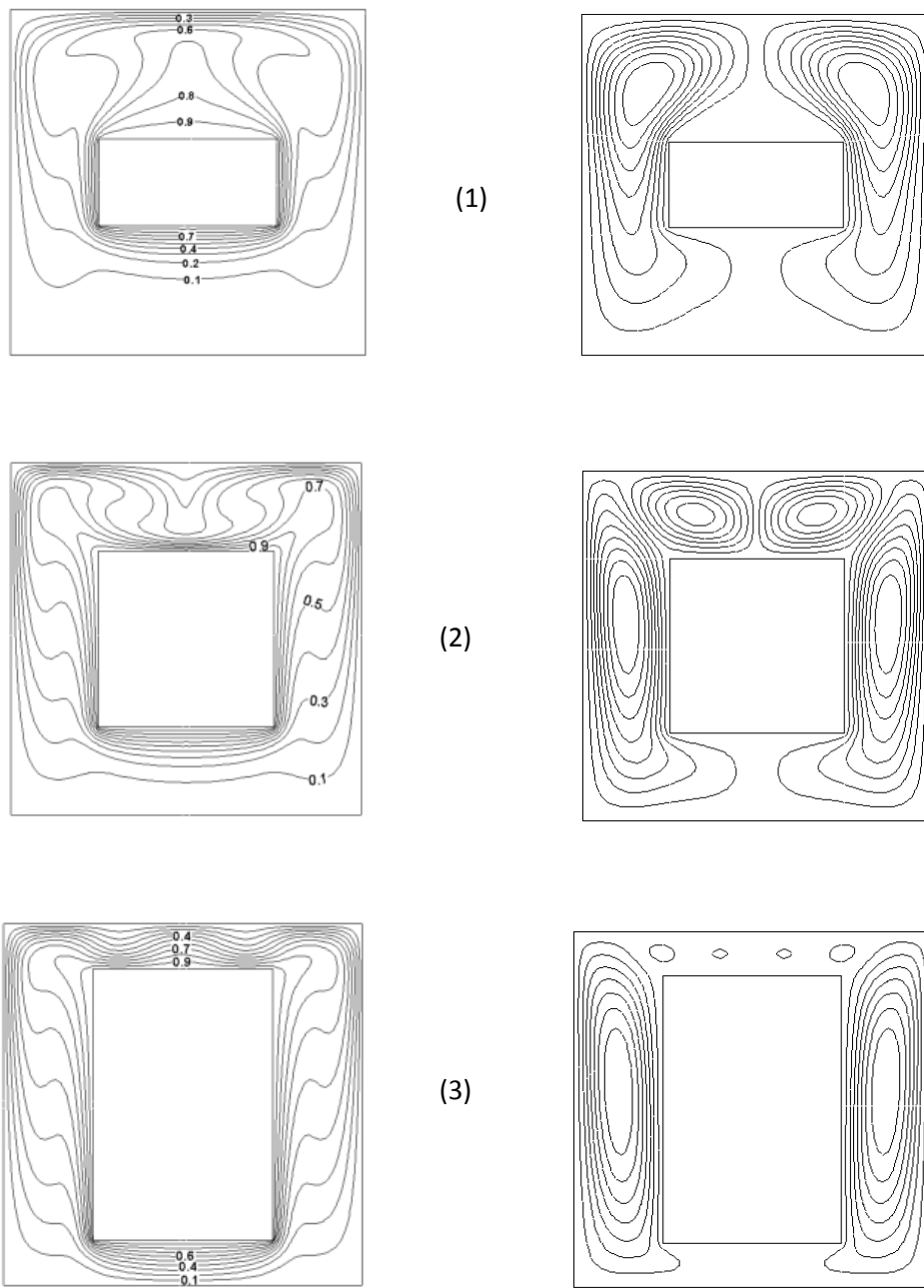


Fig. III-5 : Lignes d'isothermes (à gauche) et lignes de courants (à droite) pour $Ra= 10^6$ et différentes hauteurs de l'obstacle : $b=2$ et (1) : $a=4$; (2) : $a=2$; (3) : $a=4/3$

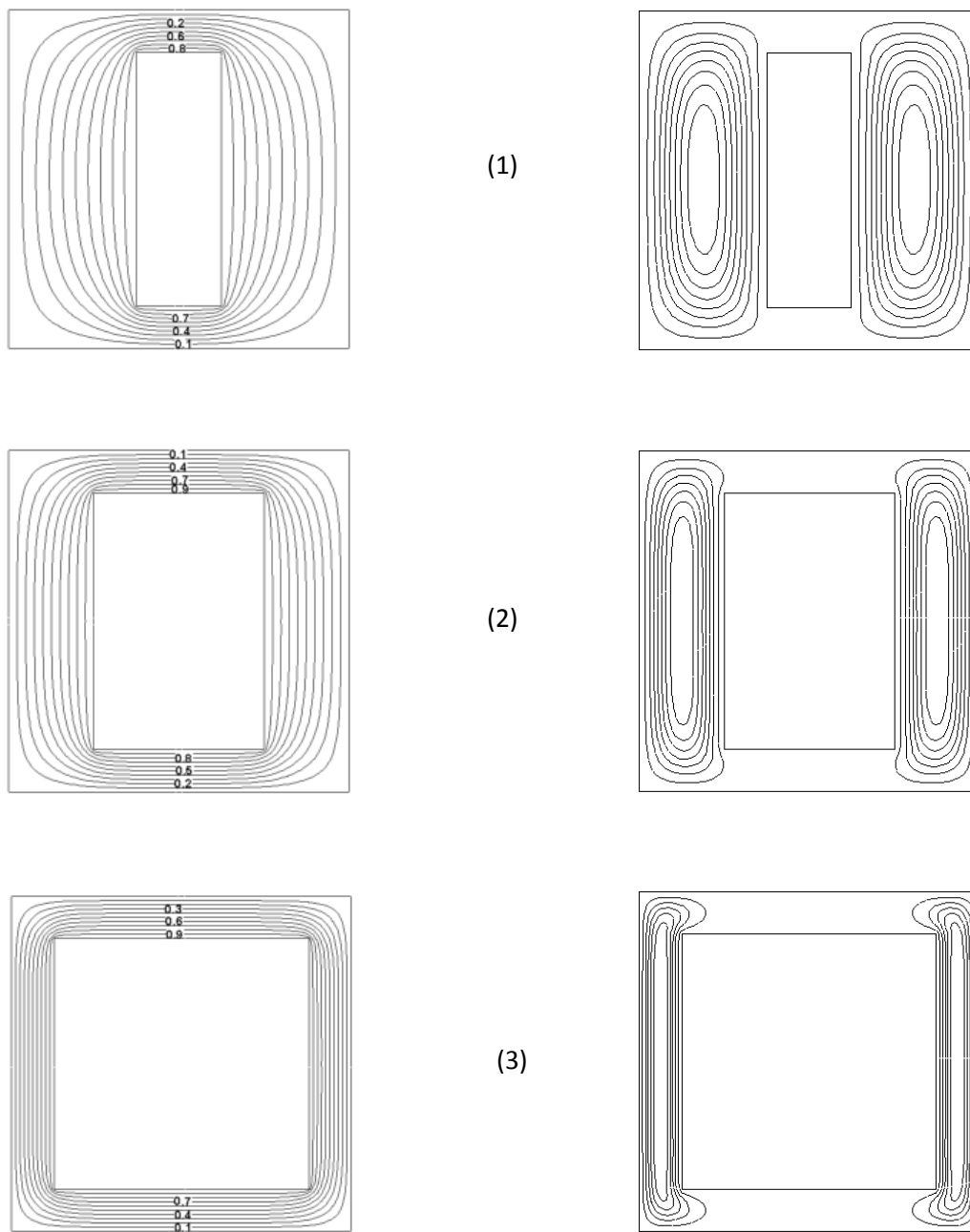


Fig. III-6 Lignes d'isotherme (à gauche) et lignes de courants (à droite) pour $Ra=10^3$ et différentes largeurs de l'obstacle : $a=4/3$ et (1) : $b=4$; (2) : $b=2$; (3) : $b=4/3$

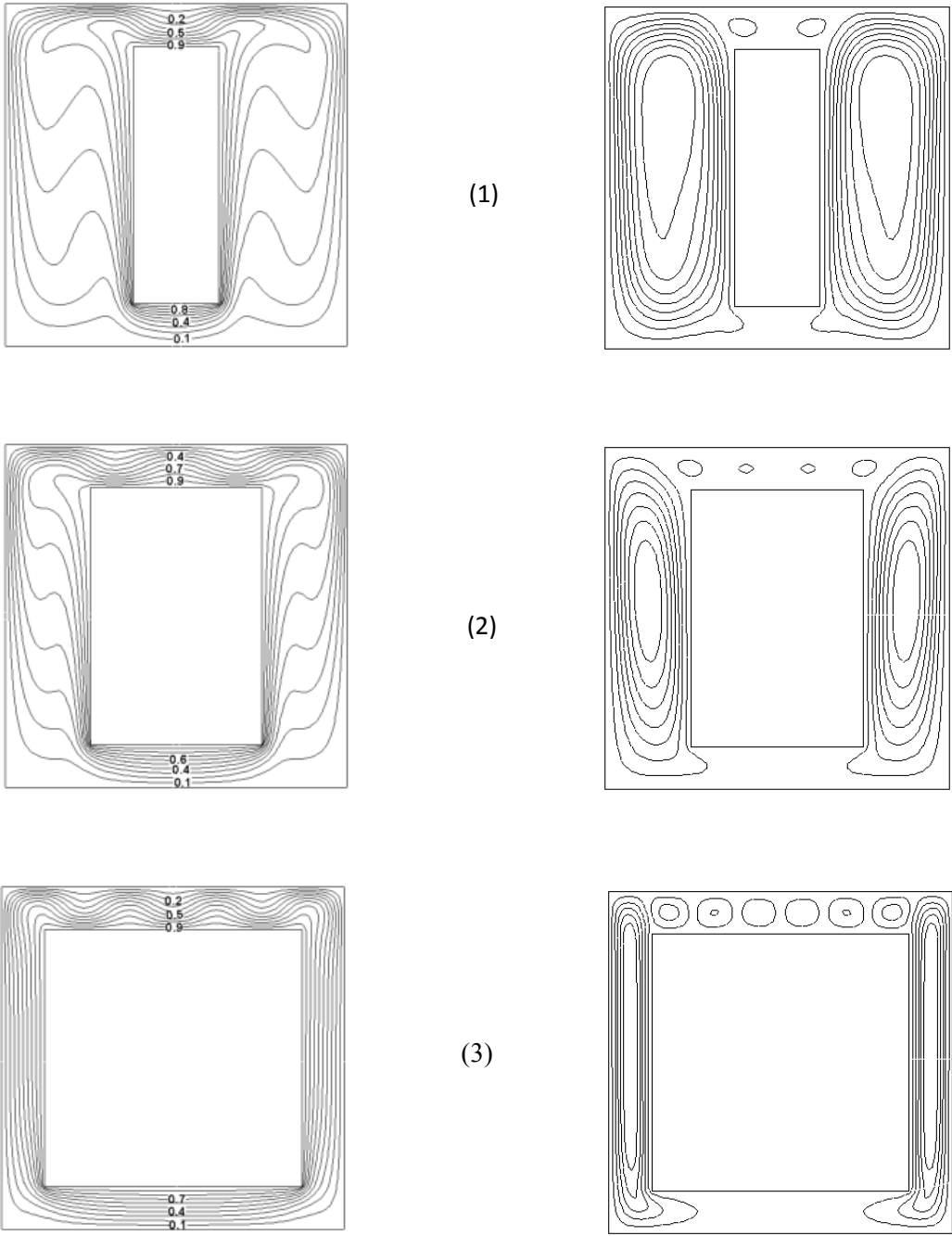


Fig. III-7 Lignes d'isotherme (à gauche) et lignes de courants (à droite) pour $Ra=10^6$ et différentes largeurs de l'obstacle : $a=4/3$ et (1) : $b=4$; (2) : $b=2$; (3) : $b=4/3$

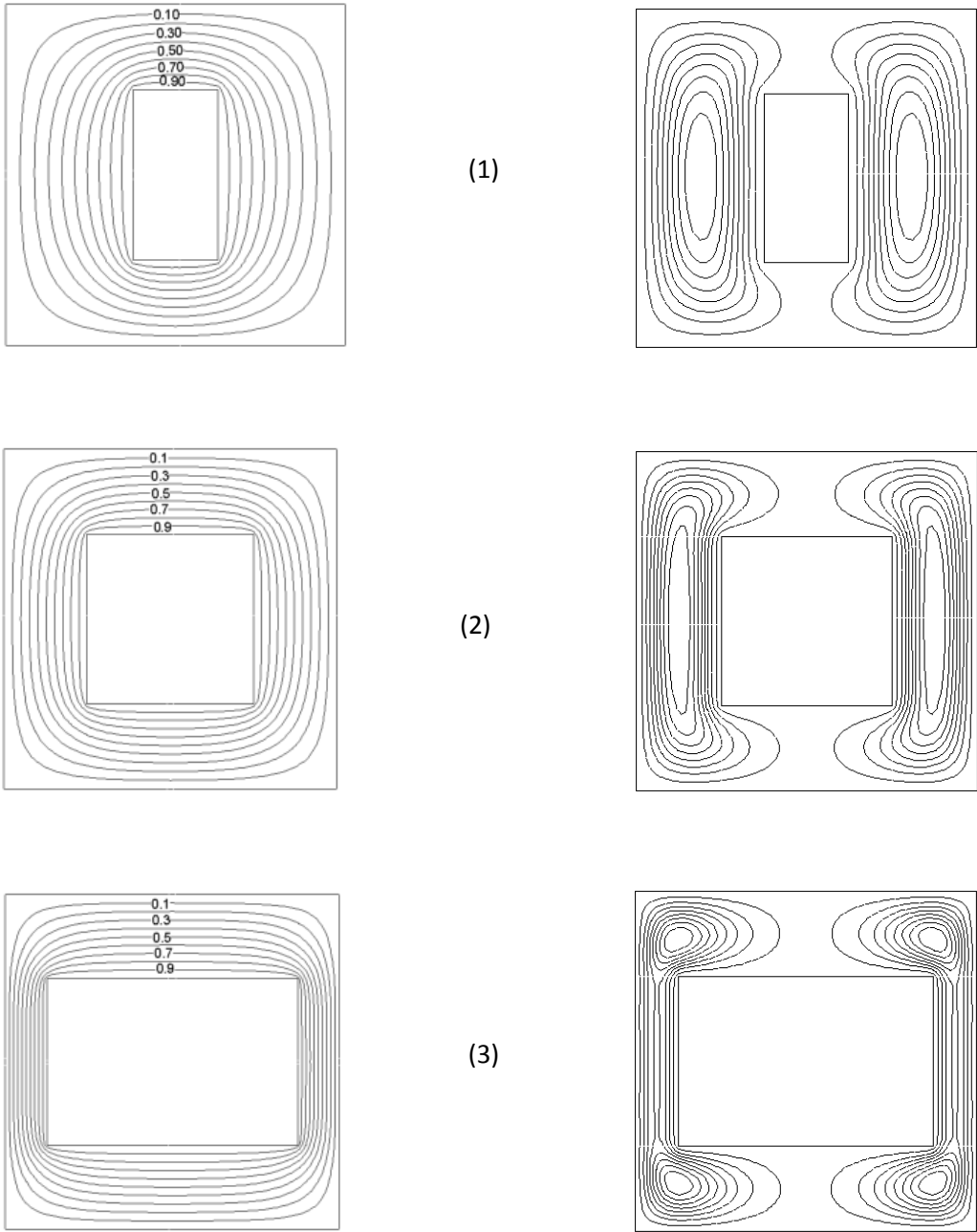


Fig. III-8 Lignes d'isotherme (à gauche) et lignes de courants (à droite) pour $Ra=10^3$ et différentes largeurs de l'obstacle: $a=2$ et (1) : $b=4$; (2) : $b=2$; (3) : $b=4/3$

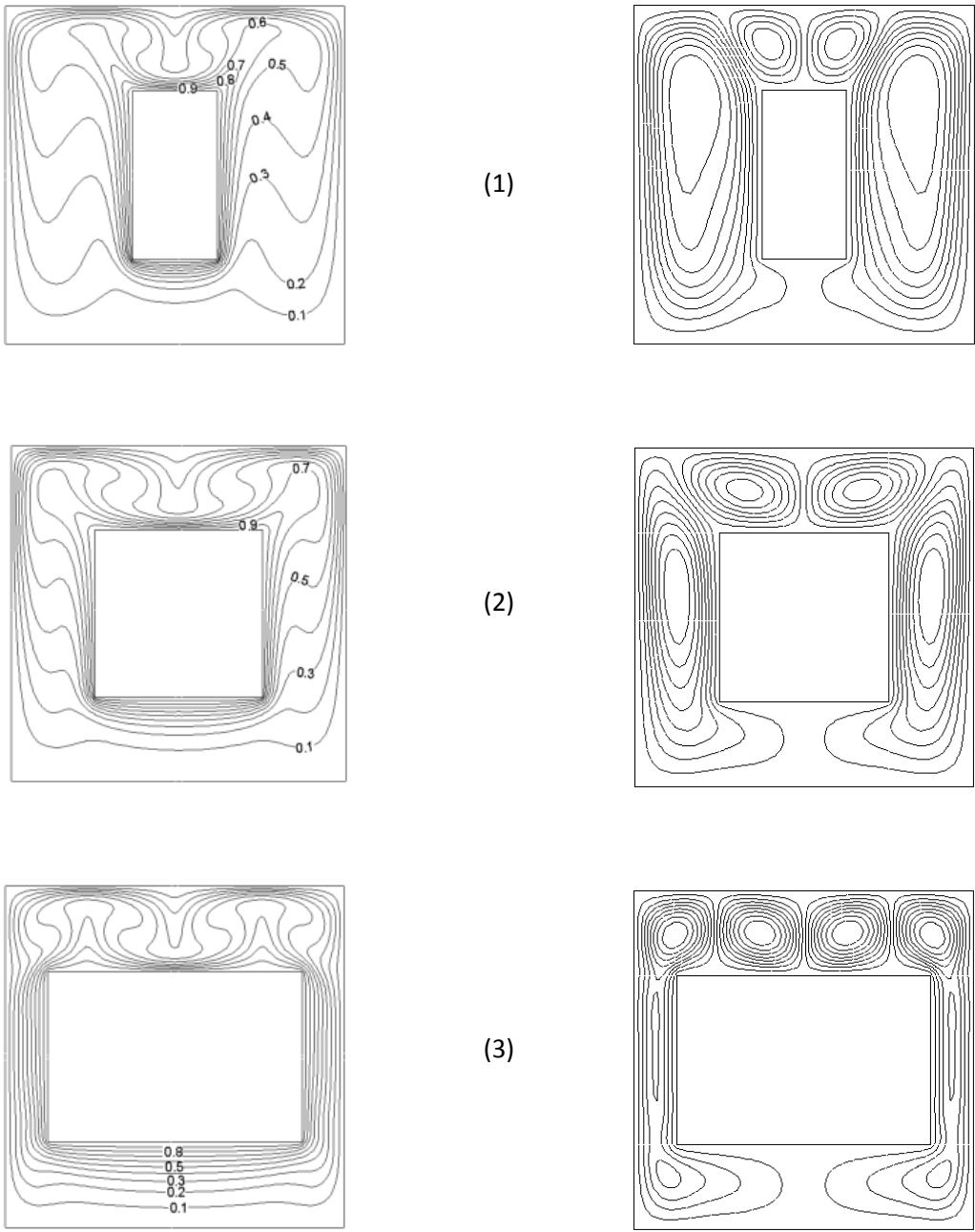


Fig. III-9 : Lignes d'isotherme (à gauche) et lignes de courants (à droite) pour $Ra=10^6$ et différentes largeurs de l'obstacle : $a=2$ et (1) : $b=4$; (2) : $b=2$; (3) : $b=4/3$

III.3.2 Evaluation des échanges thermiques (nombre de Nusselt)

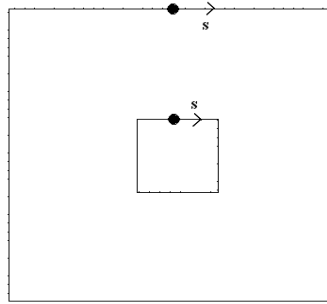


Fig. III-10 : Coordonnées locales le long des deux cavités pour la représentation du nombre de Nusselt local

Dans cette partie, on s'intéresse à l'échange thermique entre les deux cavités délimitant l'espace annulaire, représenté généralement par le nombre de Nusselt. Pour la suite de nos calculs on se basera dans l'estimation du nombre de Nusselt local sur une longueur de référence prise comme étant le périmètre de la partie considérée, (figure III-10) :

$$Nu_x = h_x S / \lambda \quad \text{et} \quad \overline{Nu} = \frac{1}{S} \int_s Nu ds$$

Où (S) est le périmètre de la partie locale considérée et (s) une coordonnée curviligne.

II.3.2a Influence du nombre de Rayleigh

L'analyse des courbes du nombre de Nusselt local sur les deux parois (figure III-11), met en évidence l'influence du régime d'écoulement à travers le nombre de Rayleigh sur ce dernier. Ainsi à mesure que la convection naturelle s'installe les transferts s'améliorent.

La figure III-12 représente le nombre de Nusselt moyen estimé sur les parois des deux cavités en fonction du nombre de Rayleigh, cela pour différents rapports d'aspect. Dans le domaine de transfert dominé par la convection, on observe une proportionnalité entre les échanges thermiques et le régime d'écoulement donc amélioration du transfert de chaleur ($Ra \geq 10^4$). Pour les régimes lents ($Ra < 10^4$) caractérisé par un mode de transfert purement conductif, les échanges thermiques sont pratiquement constants.

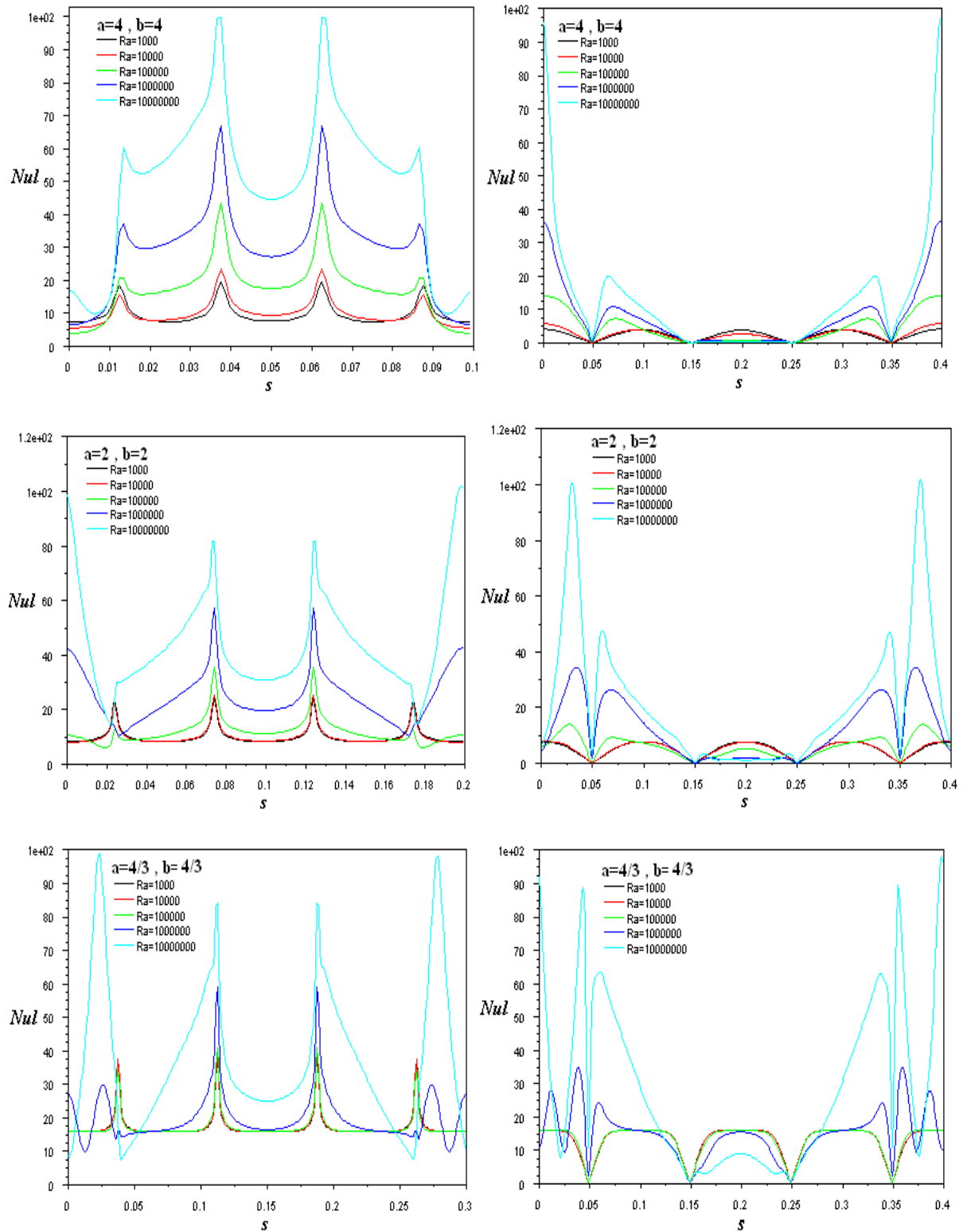


Fig. III-11 : Nusselt local sur la cavité intérieure : à gauche et sur la cavité extérieure : à droite

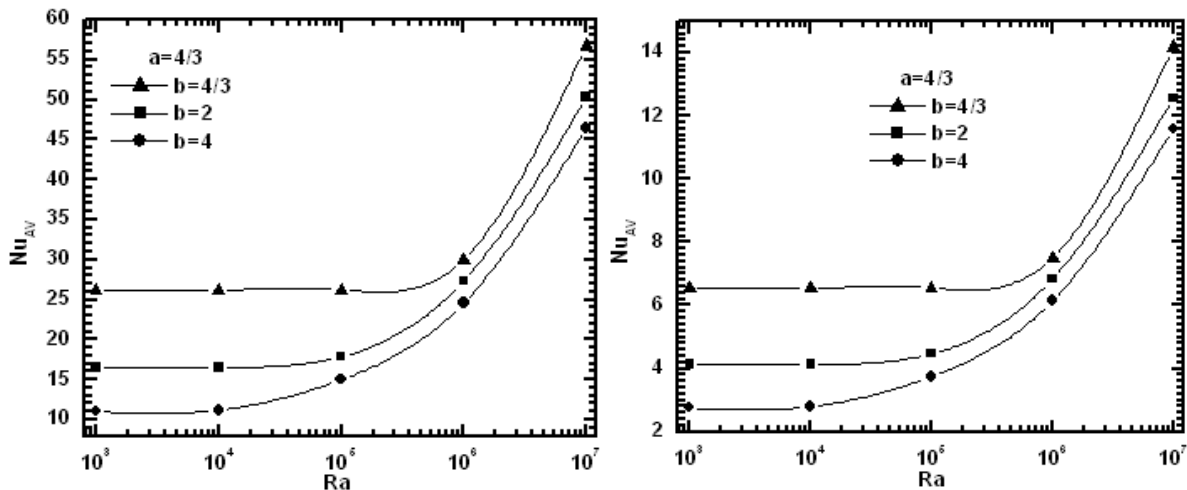


Fig. III-12 Nusselt moyen sur la cavité intérieure (à gauche) et extérieure (à droite) en fonction du nombre de Rayleigh

III.3.2b Influence du rapport de forme

- **b-1 Influence de la largeur**

L'étude de l'influence du rapport de forme de la cavité intérieure, sur l'échange thermique se fera pour les trois rapports d'aspect géométrique ($a=4$, $a=2$ et $a=4/3$), (figure III.13). Pour les faibles nombres de Rayleigh $Ra \leq 10^4$, l'échange thermique caractérisé par le nombre de Nusselt moyen est pratiquement constant (linéaire), c'est le régime de conduction qui domine. Dans cette zone, l'augmentation de la largeur (diminution de b) intensifie les échanges thermiques. Au-delà de $Ra=10^4$, le régime convectif est dominant et les transferts sont proportionnels au nombre de Rayleigh. On remarque une faible influence de la largeur de l'obstacle sur le nombre de Nusselt du fait que dans le régime convectif l'augmentation de la largeur de la cavité intérieure agit comme obstacle sur le mouvement du fluide ascendant.

- **b-2 Influence de hauteur de la cavité intérieure**

La figure III.14, montre l'influence du nombre de Rayleigh sur les échanges thermiques pour les trois rapports d'aspect géométrique ($b=4$, $b=2$ et $b=4/3$) sur les deux parois. On distingue les deux régimes de transferts ; conductif pour $Ra \leq 10^4$ et convectif au-delà de cette valeur. Pour le régime conductif l'échange thermique est pratiquement constant alors que pour le régime convectif l'échange évolue avec le nombre de Rayleigh. L'augmentation de la hauteur de l'obstacle améliore considérablement les transferts sur les deux parois.

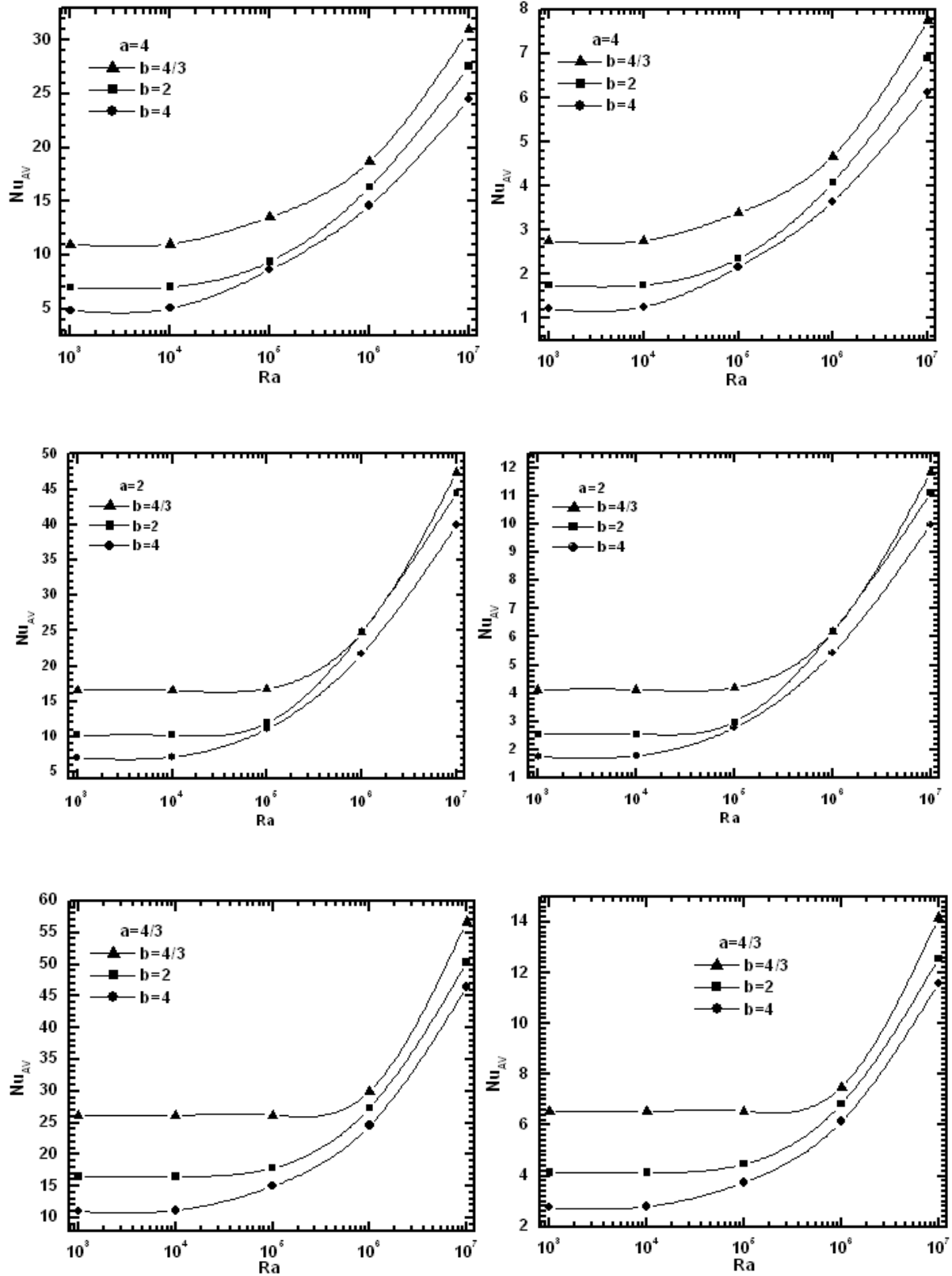


Fig. III-13 : Nusselt moyen sur les parois de la : **à gauche** : cavité intérieure ; **à droite** : cavité extérieure ; pour différentes largeur de l'obstacle

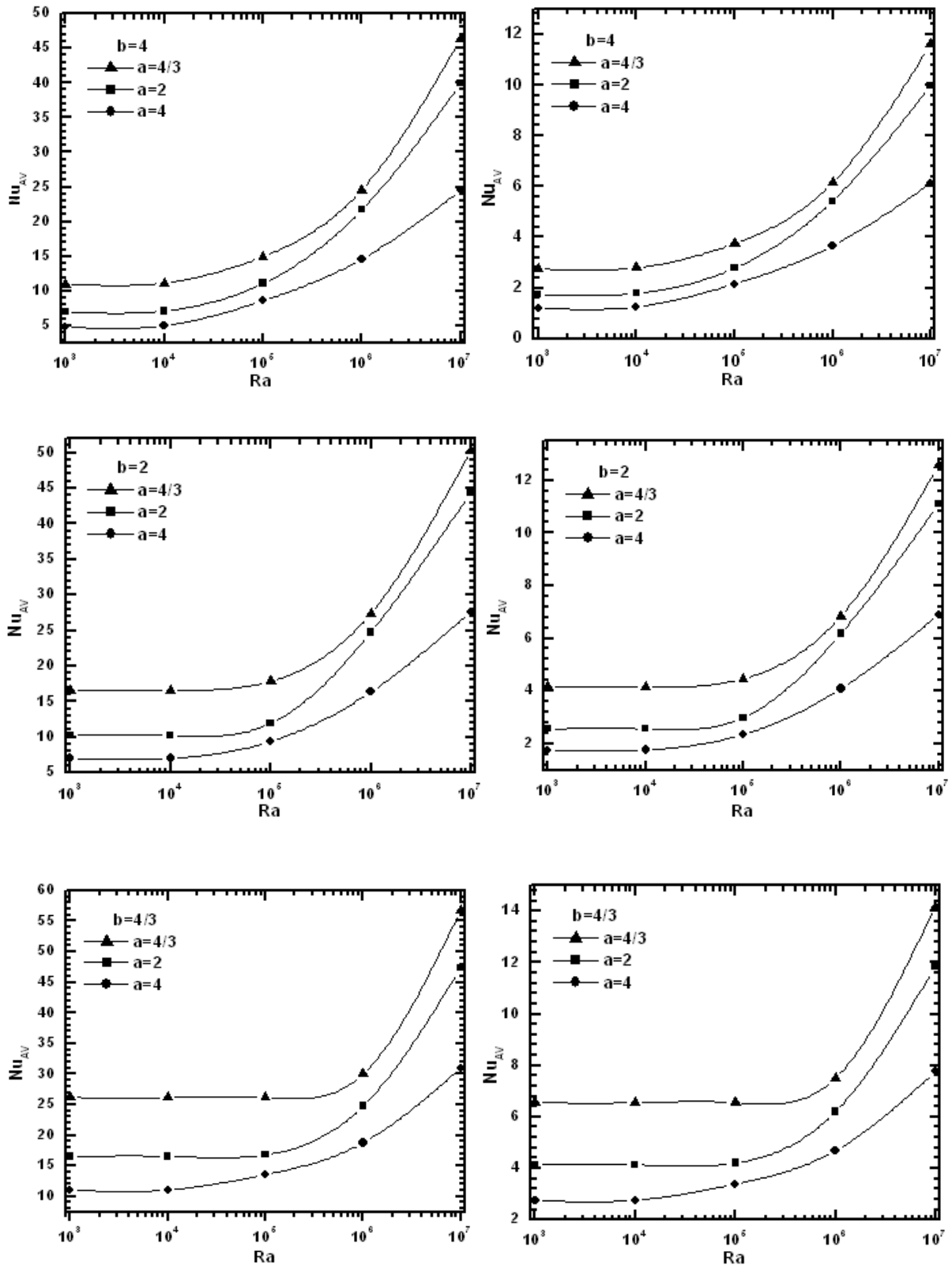


Fig. III-14 : Nusselt moyen sur les parois à gauche : cavité intérieure ; à droite : cavité extérieure ; pour différentes hauteur de l'obstacle

III.4 Résultats de la simulation pour le cas B

Dans cette configuration les conditions aux limites sont comme suite :

Cas B :	Cavité intérieure	: $U=V=0$ et $\theta = 1$
	Enceinte extérieure	: $U=V=0$ et $\theta = 0$ (parois verticales)
		: $\varphi = 0$ (parois horizontales)

III.4.1 Fonction de courants et isothermes

III.4.1a Influence du nombre de Rayleigh (Régime d'écoulement)

Les figures III.15 à III.17 montrent les lignes de courants et les lignes d'isothermes pour différents nombres de Rayleigh et deux rapports d'aspect ($a=b=4/3$, $a=b=2$ et $a=b=4$). Pour tous les régimes d'écoulement considérés ($Ra=10^2$ à $Ra=10^7$), l'écoulement et les champs thermiques finissent par atteindre l'état d'équilibre avec la forme symétrique par rapport à l'axe verticale passant par le centre de la cavité carrée intérieure, excepté pour la dernière valeur, ce qui peut vouloir dire qu'on est à la limite : laminaire-transitoire..

L'analyse des isothermes, montre l'existence d'un régime de transfert à dominance conductif pour un nombre de Rayleigh variant selon le rapport d'aspect ($Ra=10^2$ pour $a=b=4$; $Ra=10^4$ pour $a=b=2$ et $Ra=10^5$ pour $a=b=4/3$) et d'un régime convectif au-delà. Le fluide chaud est animé d'un mouvement ascendant près des parois verticales de l'obstacle en raison de la dilatation thermique. Puis il a tendance à se déplacer horizontalement vers les coins et bute sur le toit (paroi horizontale haute de l'enceinte extérieure). Le fluide plus froid et donc plus dense descend le long des murs verticaux de la cavité extérieure. A mesure que le nombre de Rayleigh augmente les isothermes se déforment et forment des strates plus nuancées pour des rapports d'aspect importants. Une panache thermique plus ou moins épaisse commence à se former dans la partie supérieure de l'espace annulaire, le transfert de chaleur est plus important. Le phénomène est plus apparent à mesure que l'obstacle est de petite dimension ($a=b=4$).

Les lignes de courant montrent une symétrie verticale pour tous les rapports d'aspect et tous les nombres de Rayleigh. On remarquera aussi la transition du régime conductif vers convectif avec le déplacement des vortex vers le haut.

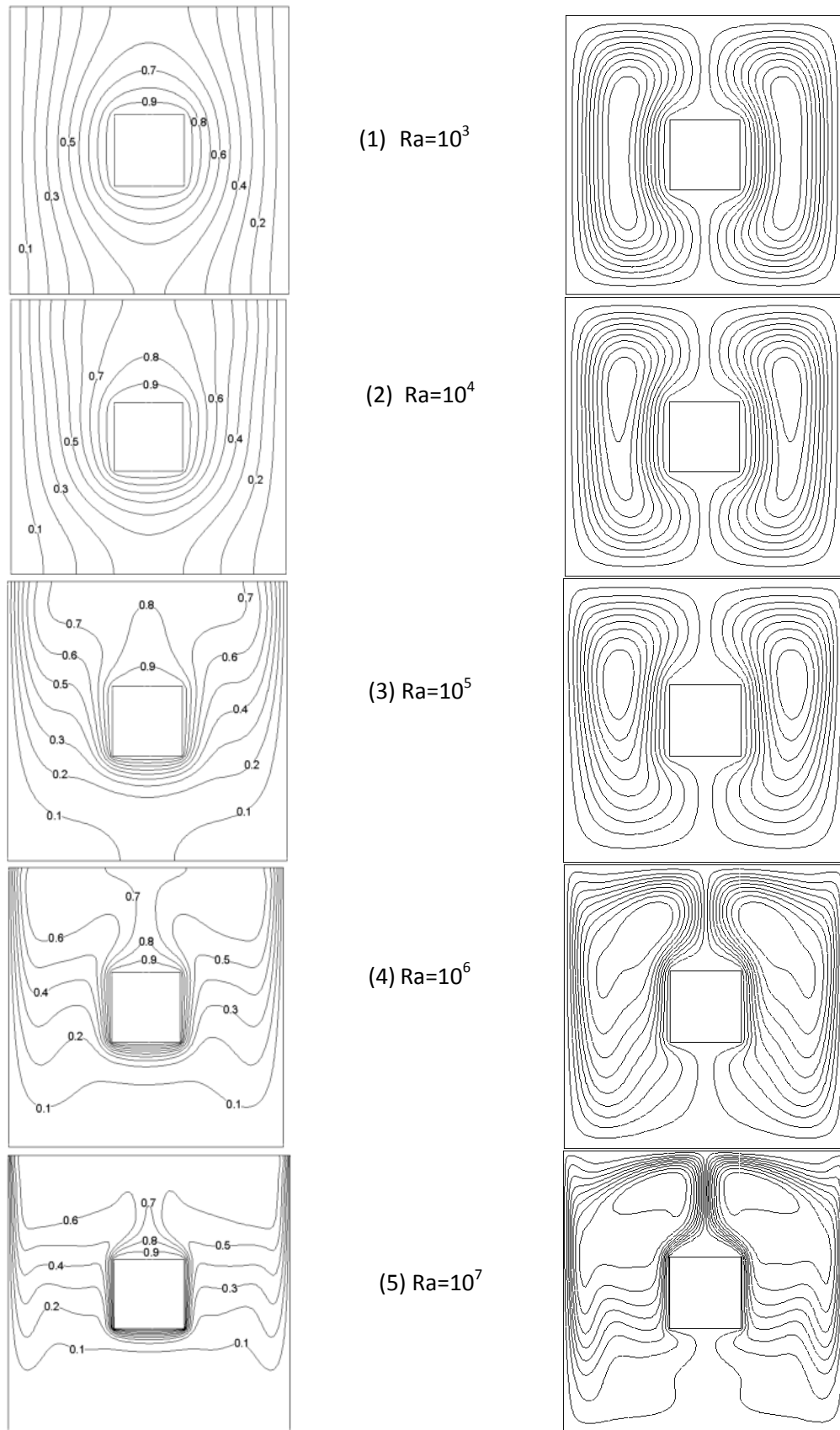


Fig. III-15 : Lignes d'Isotherme (à gauche) et fonction de courant (à droite) pour $a=4$ et $b=4$

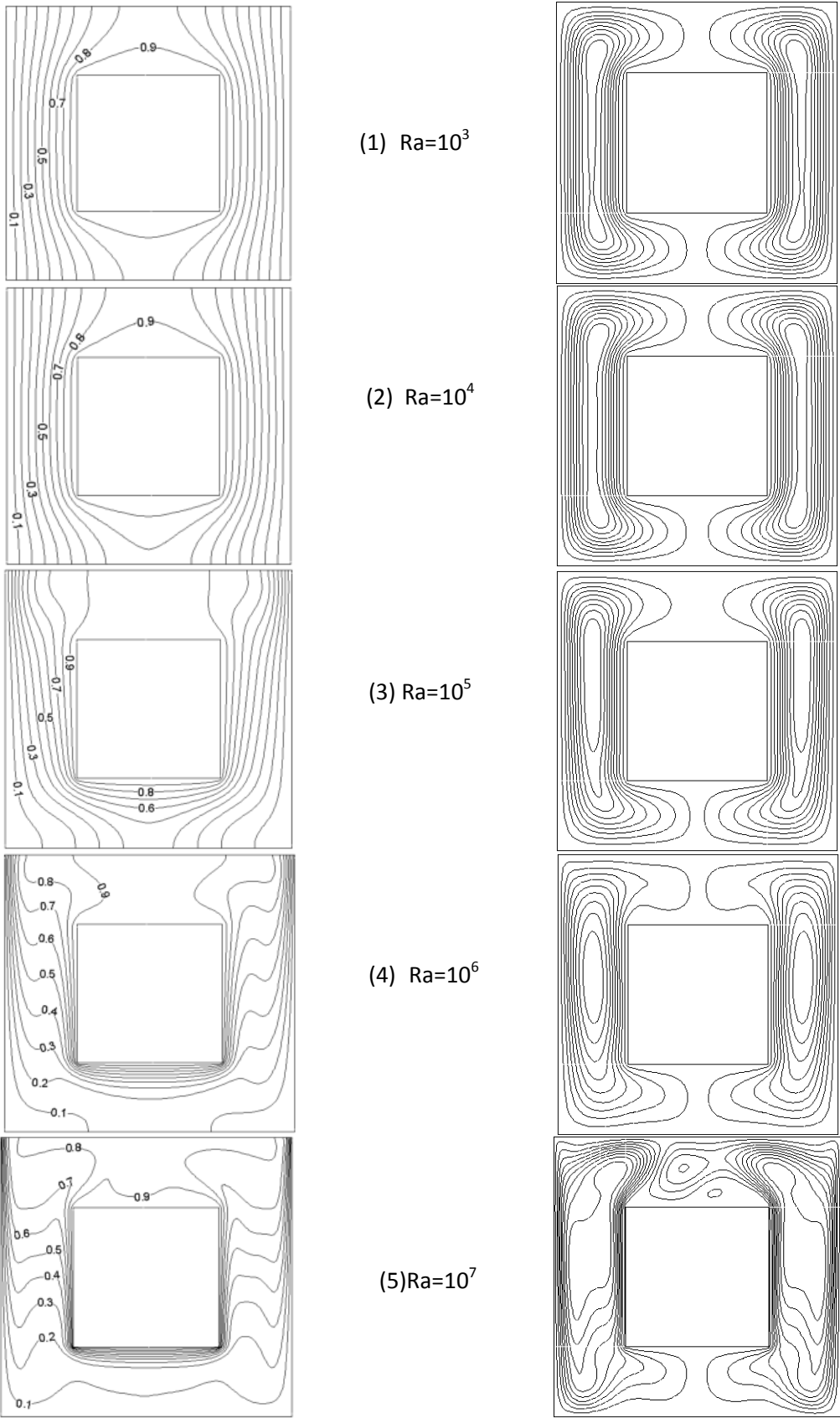


Fig. III-16 : Lignes d'isotherme (à gauche) et fonction de courant (à droite)
 $a=2$ et $b=2$

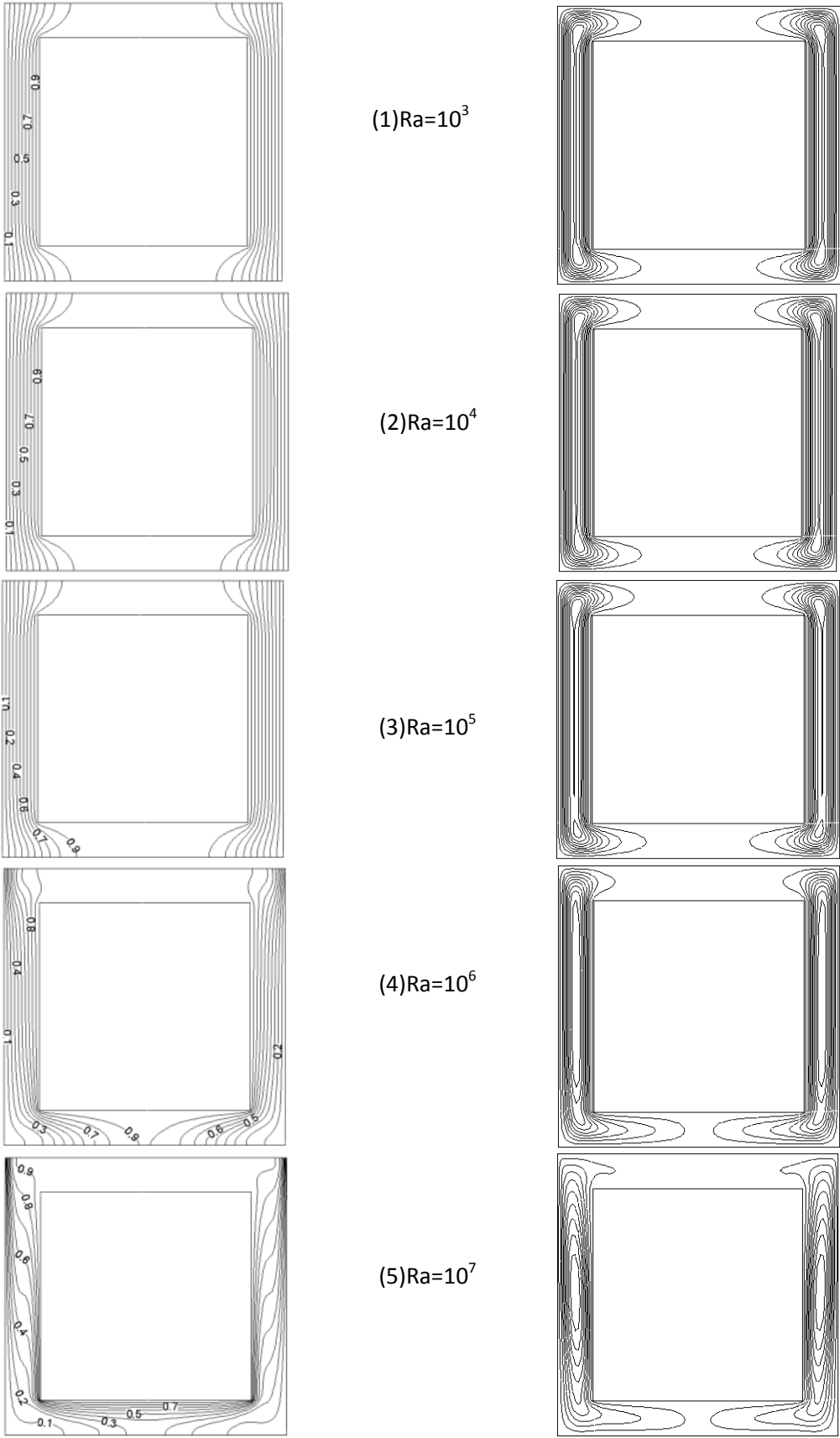


Fig. III-17 : Lignes d'isotherme (à gauche) et fonction de courant (à droite)
 $a=4/3$ et $b=4/3$

III.4.1b Influence de la hauteur de l'obstacle

Les figures III-18 et III-19 montrent les lignes d'isothermes et les fonctions de courants pour différents rapports d'aspects géométriques, cela pour des nombres de Rayleigh de 10^3 et 10^5 respectivement. Pour des régimes d'écoulement lents $Ra \leq 10^4$ le mode de transfert par conduction est dominant, une symétrie parfaite est observée pour les isothermes et les lignes de courant. A mesure que le régime d'écoulement s'accélère, il y a formation d'un panaché thermique dans la partie supérieure avec une stratification thermique sur les cotés. Aussi deux zones de recirculation du fluide apparaissent de part et d'autre de l'obstacle. L'augmentation de sa hauteur intensifie le mouvement du fluide dans l'espace annulaire.

III.4.1c Influence de la largeur de l'obstacle

Les figures III-20 et III-21 montrent les lignes d'isothermes et les lignes de courants pour les différents rapports de formes et deux régimes d'écoulement $Ra=10^3$ et $Ra=10^5$. Le mode de transfert par conduction n'apparaît pas ici pour les nombres de Rayleigh présentés, contrairement à ce qu'on a vu précédemment. On observe directement la dominance du régime convectif avec la formation d'un panaché thermique dans les parties hautes et basses de l'espace annulaire avec une stratification thermique. A mesure que la largeur de l'obstacle augmente (b diminue) deux puis quatre zones de recirculation du fluide apparaissent, en gardant toujours la symétrie axiale.

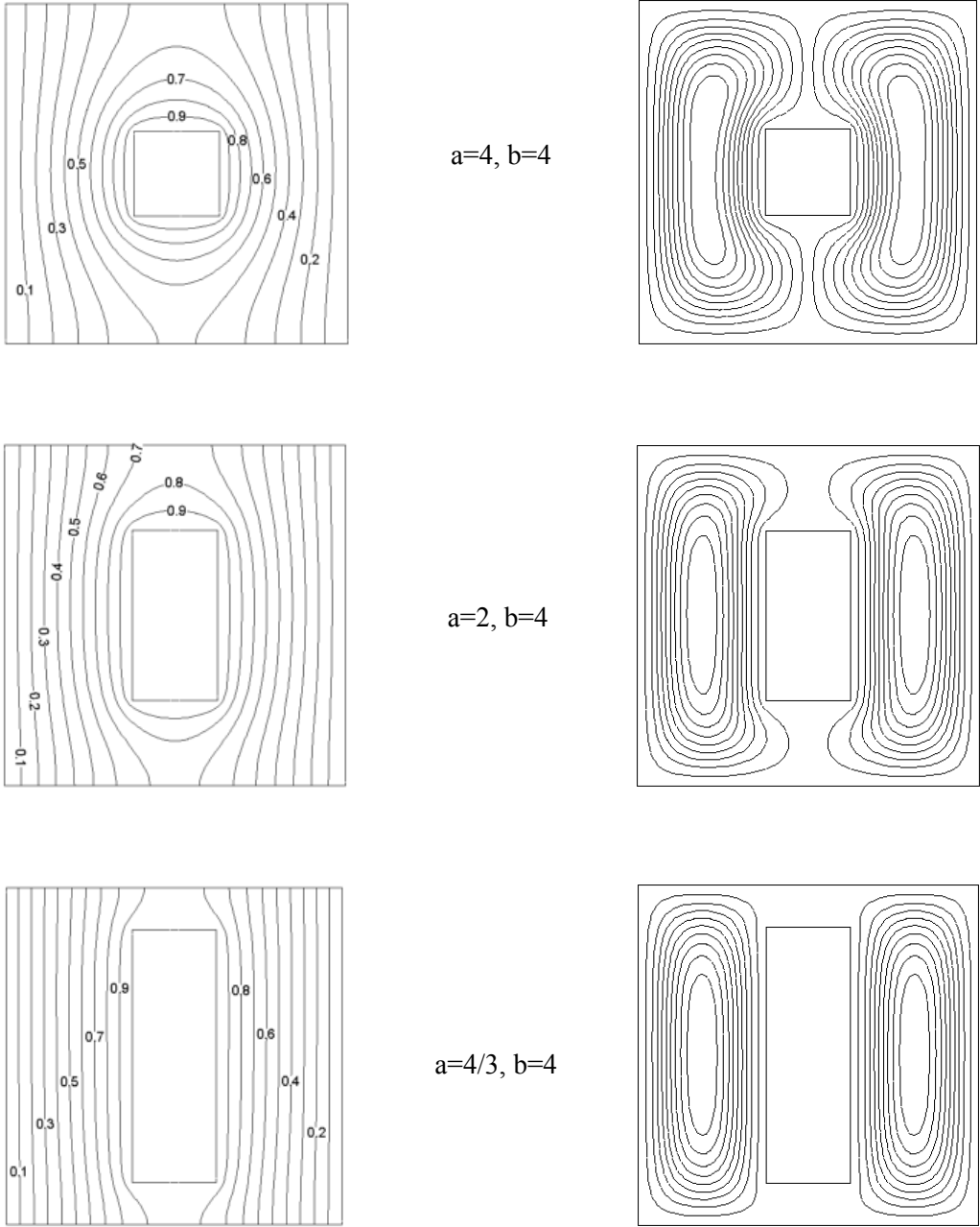


Fig. III-18 : Lignes d'isotherme (à gauche) et fonction de courant (à droite) pour $Ra=10^3$
 $b=4$: et $a=4$; $a=2$; $a=4/3$

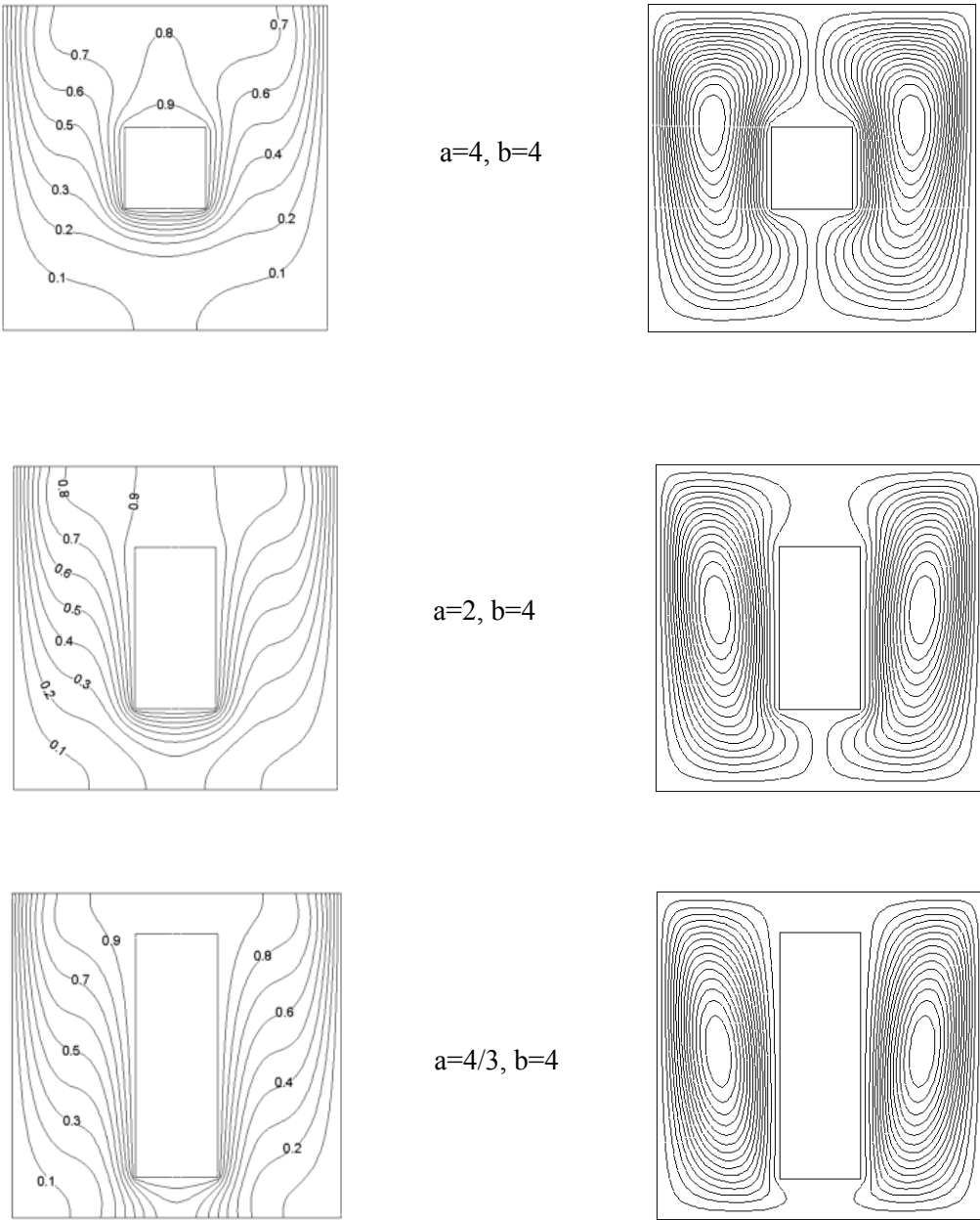


Fig. III-19 : Lignes d'isotherme (à gauche) et fonction de courant (à droite) pour $Ra=10^5$
 $b=4$: et $a=4$; $a=2$; $a=4/3$

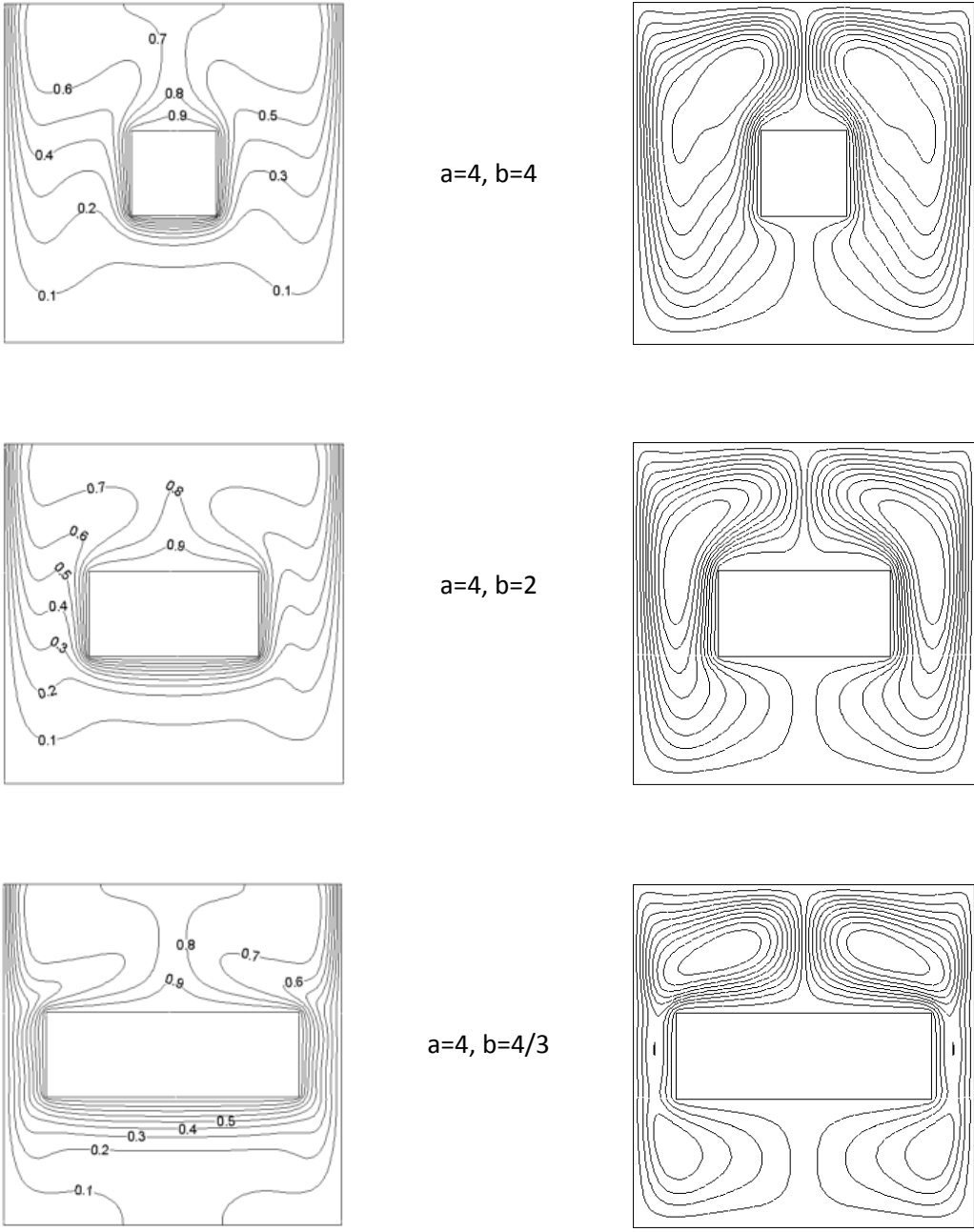
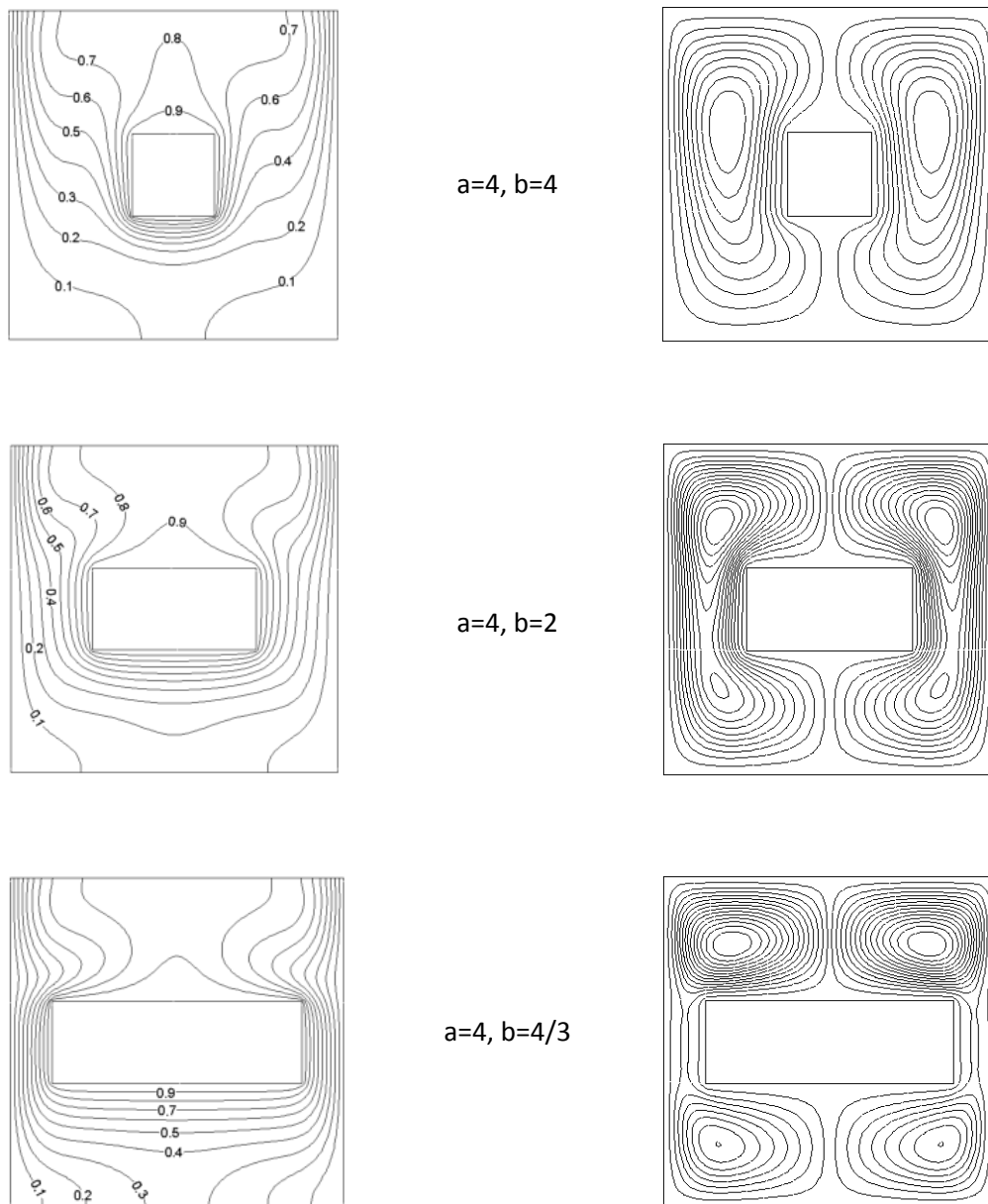


Fig. III-20 : Lignes d'isotherme (à gauche) et fonction de courant (à droite) pour $Ra=10^3$
 $a=4$: et $b=4$; $b=2$; $b=4/3$



**Fig. III-21 : Lignes d'isotherme (à gauche) et fonction de courant (à droite) pour $Ra=10^5$
 $a=4$ et $b=4$; $b=2$; $b=4/3$**

III.4.2 Evaluation des échanges thermique (nombre de Nusselt)

Les échanges thermiques sont analysés en considérant le nombre de Nusselt sur les parois des deux cavités. On adoptera la même hypothèse pour l'estimation de ce nombre que précédemment.

III.4.2a Influence du nombre de Rayleigh

L'analyse des courbes du Nusselt local sur les deux parois (figure III-22), met en évidence l'influence du régime d'écoulement à travers le nombre de Rayleigh sur l'intensité des transferts. Ainsi à mesure que le régime de convection naturelle s'installe les transferts sont meilleurs.

La figure III-23 montre l'évolution du nombre de Nusselt moyen estimé sur les parois des deux cavités en fonction du nombre de Rayleigh pour différents rapport d'aspects géométriques. Pour des faibles nombres de Rayleigh ($Ra \leq 10^4$) le nombre de Nusselt moyen est pratiquement constant (mode de transfert purement ou à dominance conductif). Au-delà de cette valeur, c'est le mode de transfert par la convection qui domine, et le nombre de Nusselt est proportionnel au nombre de Rayleigh (le transfert de chaleur est important à mesure que Ra augmente).

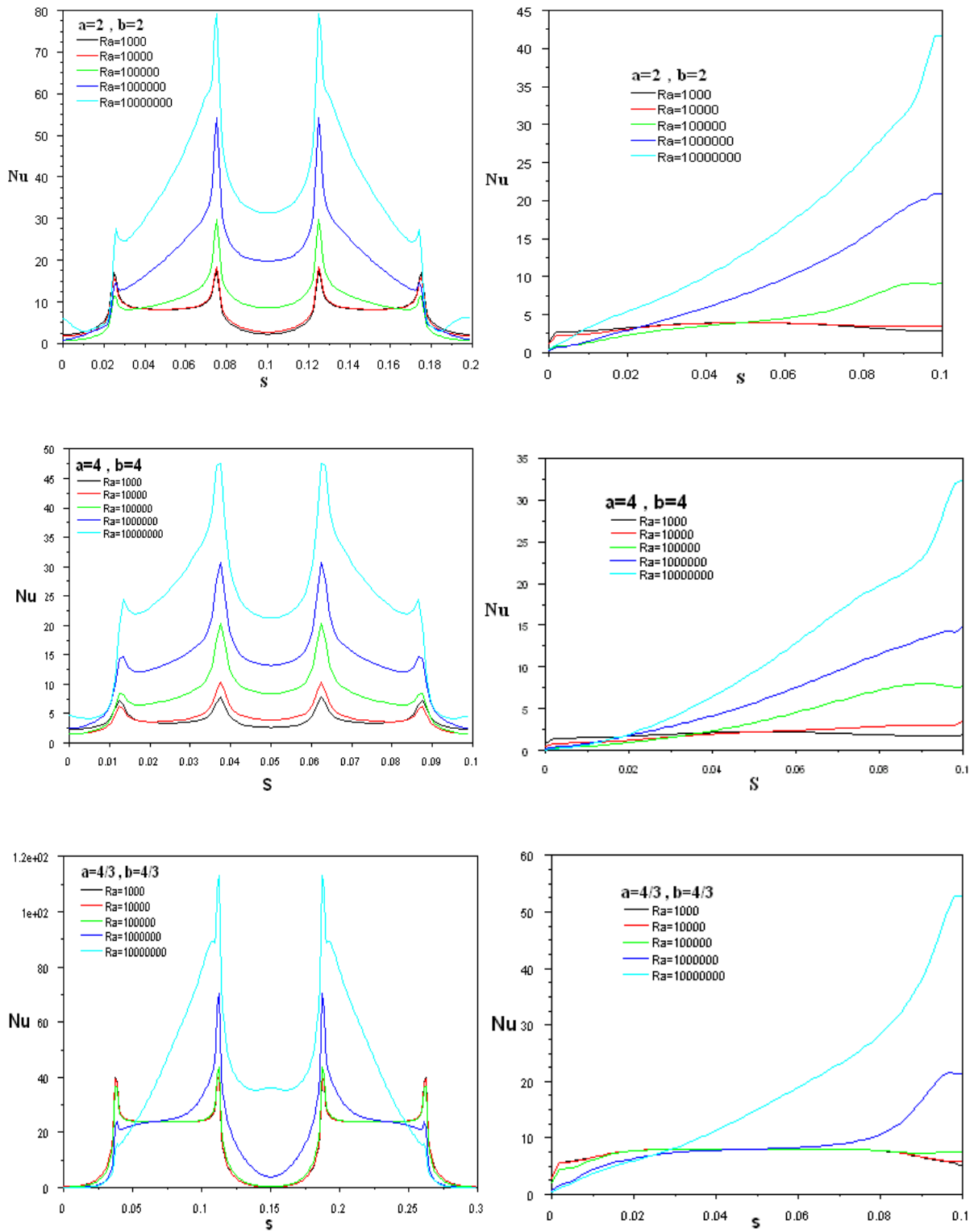


Fig. IV-22 Nusselt local sur la cavité intérieure (à gauche) et extérieure (à droite) en fonction du nombre de Rayleigh

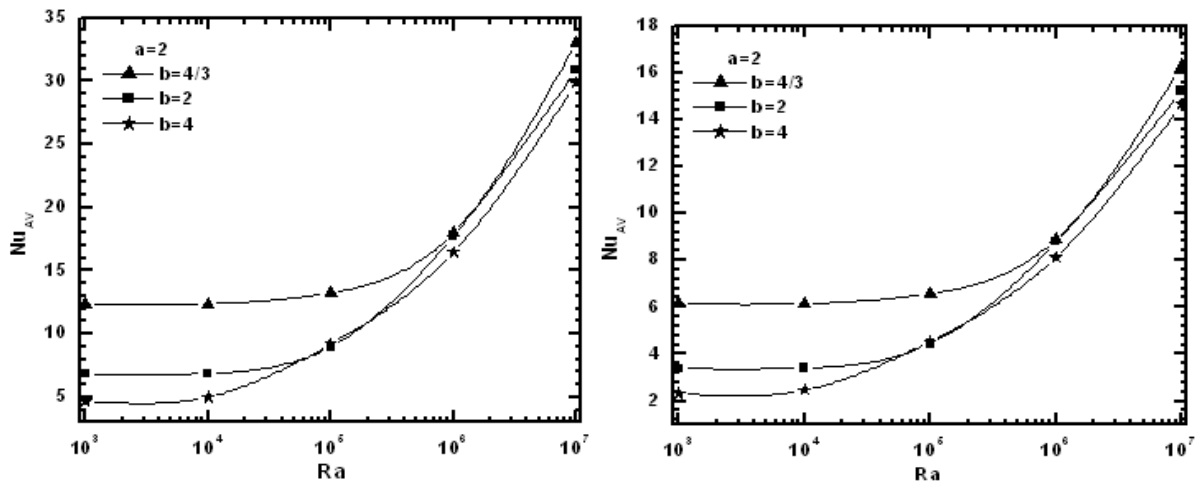


Fig. III-23 : Nusselt moyen sur la cavité intérieur (à gauche) et extérieur (à droite) en fonction du nombre de Rayleigh

III.4.2b Influence du rapport de forme

- **b-1 Influence de la largeur**

L'analyse de l'influence de la largeur de l'obstacle sur les échanges thermiques est montrée sur la figure III-24. Pour les faibles nombres de Rayleigh (jusqu'à 10^4), l'échange thermique ne dépend pas du nombre de Rayleigh (régime purement conductif). A mesure que le régime convectif s'installe ($Ra > 10^4$) le nombre de Nusselt augmente et il y a une faible influence de la hauteur de l'obstacle sur l'intensité des transferts (ceci est d'autant plus vraie que la hauteur est petite : $a=4/3$).

- **b-2 Influence de la hauteur**

La figure III-25 montre l'influence de la largeur de l'obstacle sur l'échange thermique pour différents nombre de Rayleigh. Pour des faibles nombres de Rayleigh, et pour tous les rapports de forme le nombre de Nusselt moyen est pratiquement stable (constant). Dans cette zone (régime de transfert conductif dominant) la hauteur a une faible influence sur le nombre de Nusselt à mesure que la largeur diminue (b augmente). Pour des nombres de Rayleigh élevé le mode de transfert par convection prend de l'ampleur ce qui laisse dire que la hauteur au même titre que la largeur est une grande influence sur le Nusselt moyen.

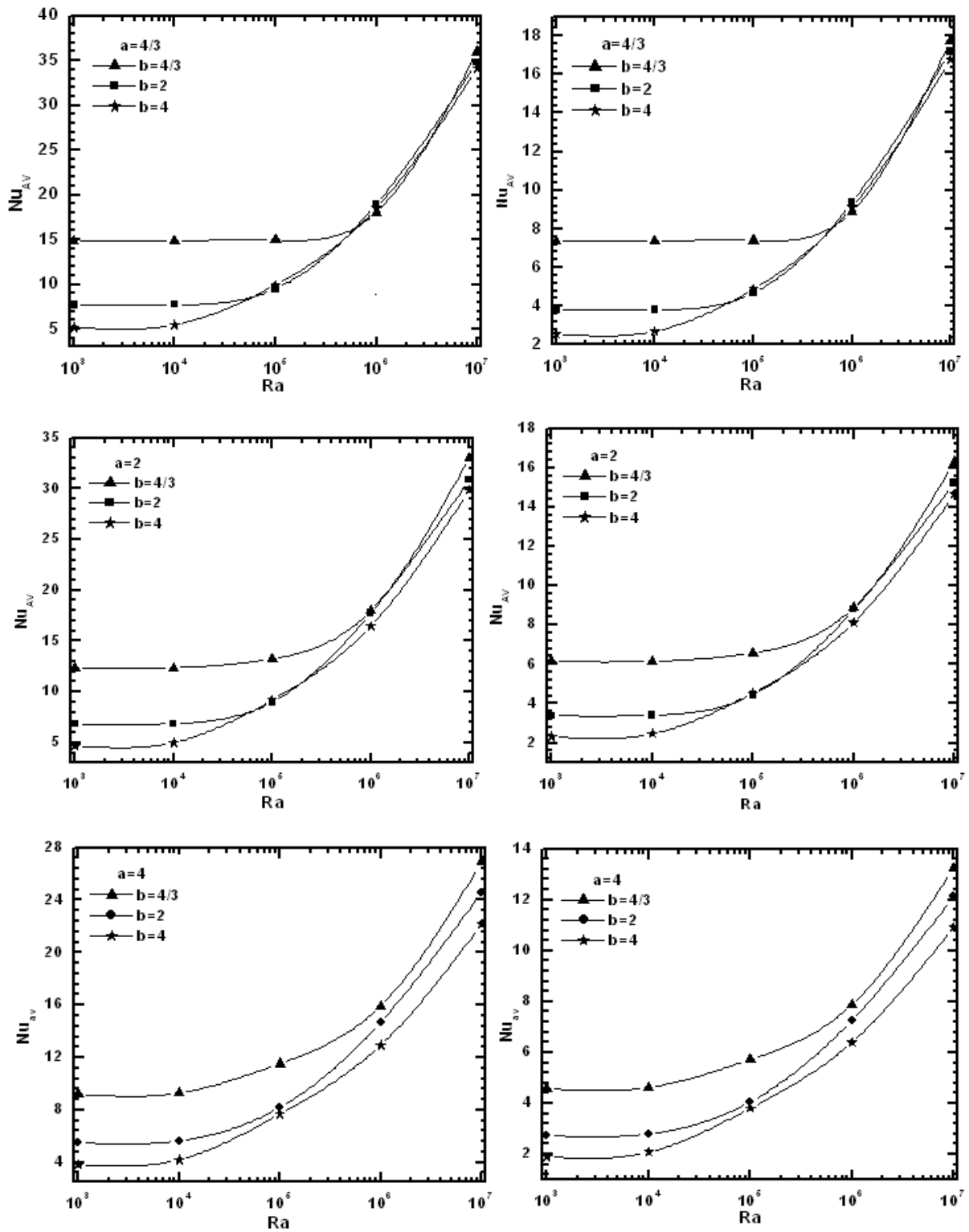


Fig. III-24 : Nusselt moyen sur les parois de la cavité intérieure (à gauche) et extérieure (à droite) pour différentes hauteur de l'obstacle.

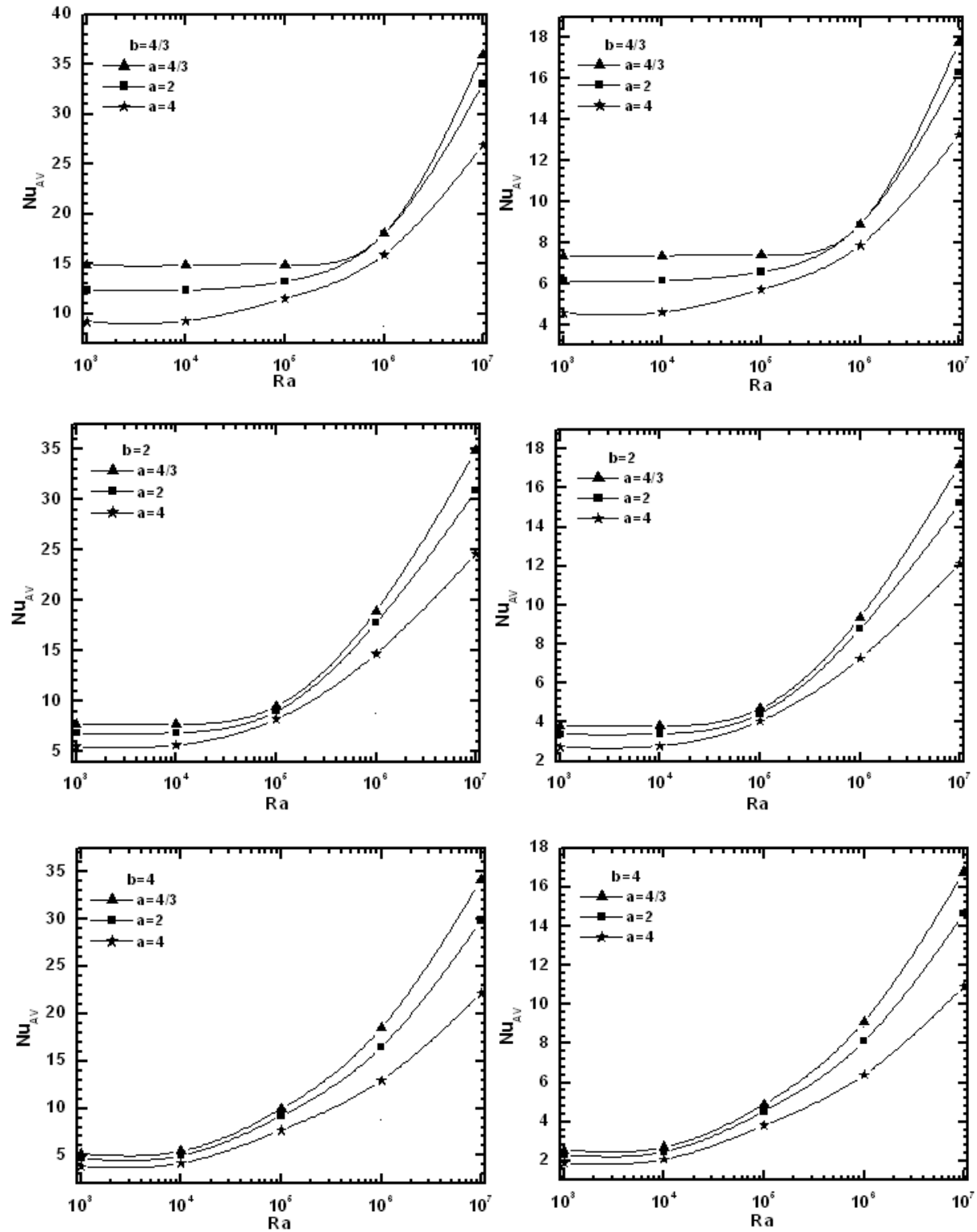


Fig. III-25 : Nusselt moyen sur les parois de la cavité intérieure (à gauche) et extérieure (à droite) pour différentes largeur de l'obstacle.

III.4.2c Influence de l'orientation de la cavité intérieure

Dans cette partie, pour analyser l'influence de l'orientation de l'obstacle sur l'écoulement, on a fixé sa largeur et sa hauteur de ce dernier et on fait varier son orientation par rapport à l'axe verticale ou horizontale selon différents angles ($\theta=0^\circ$, 30° , 45° et 60°). La figure III-26 représente ce cas pour un régime d'écoulement caractérisé par $Ra=10^5$, ce qui correspond à un régime de transfert convectif. Ainsi pour des orientations $\theta=0^\circ$ et $\theta=45^\circ$ les lignes de courants et des isothermes sont symétriques par rapport à l'axe vertical du système. Pour les autres positions $\theta=30^\circ$ et $\theta=60^\circ$ l'écoulement est tiré dans le sens de cette orientation. Aussi pour un obstacle carré de rapport de forme $a=b=4$, deux zones de recirculation du fluide apparaissent dans l'espace annulaire, avec un panache thermique dans sa partie supérieure. Par contre pour un rapport de forme $a=b=2$, à partir de $\theta=30^\circ$ il y a formation de quatre cellules de recirculation localisées aux différents coins de la cavité, le régime convectif est pleinement développé comparé au cas précédent.

L'analyse des échanges thermiques, met en évidence la faible influence de l'orientation sur le nombre de Nusselt moyen, figure III-28, pour des régimes d'écoulements caractérisés par un nombre de Rayleigh $Ra < 10^6$. Ceci est d'autant plus vérifié pour les positions $\theta=30^\circ$, 45° et $\theta=60^\circ$. Aussi, on peut remarquer qu'un obstacle plus grand (cas B : $a=b=2$) favorise mieux les échanges entre parois qu'un obstacle plus réduit (cas A : $a=b=4$).

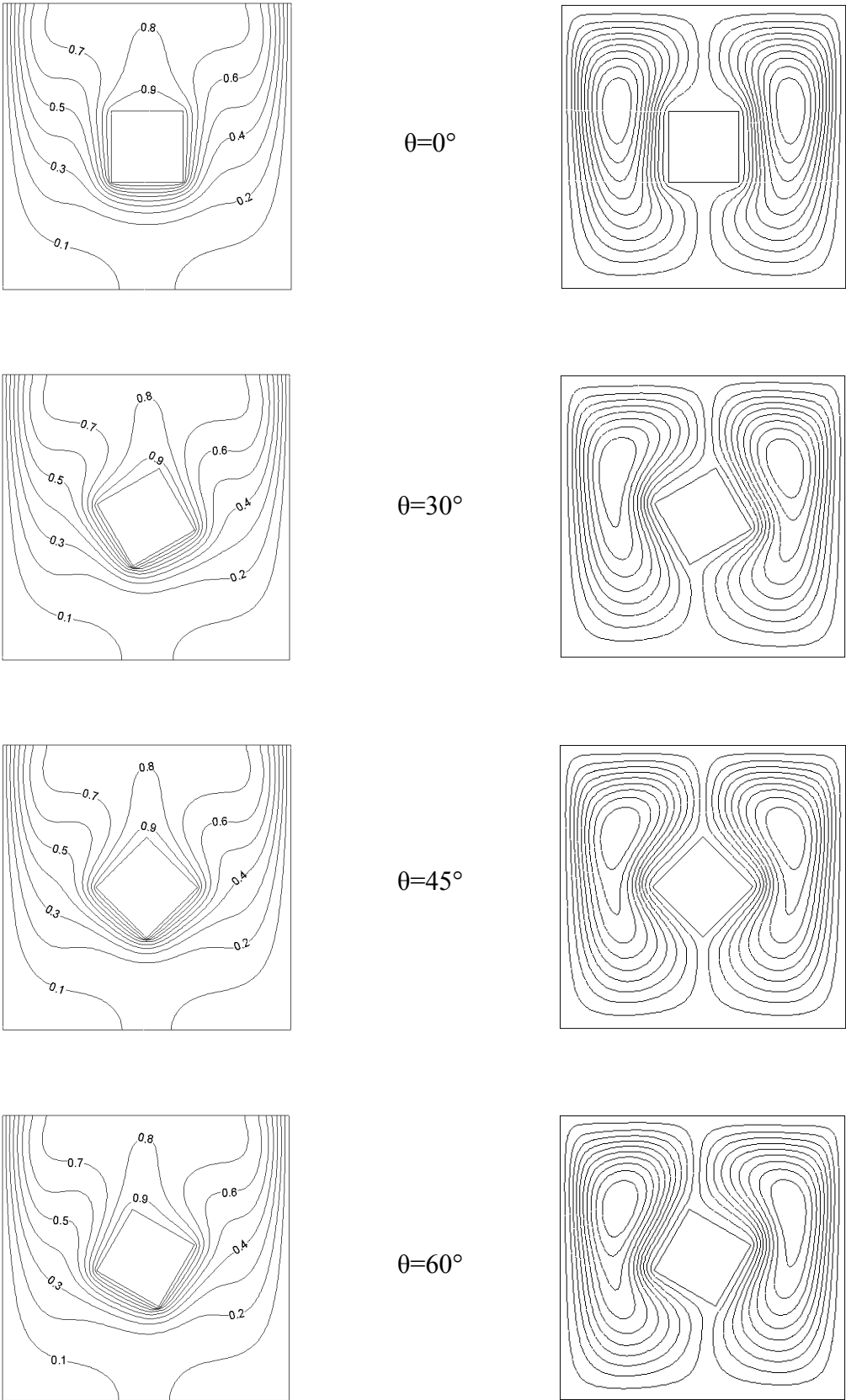


Fig. III-26 : Lignes d'isotherme (à droite) et fonction de courant (à gauche) pour $Ra=10^5$
 $a=4, b=4$

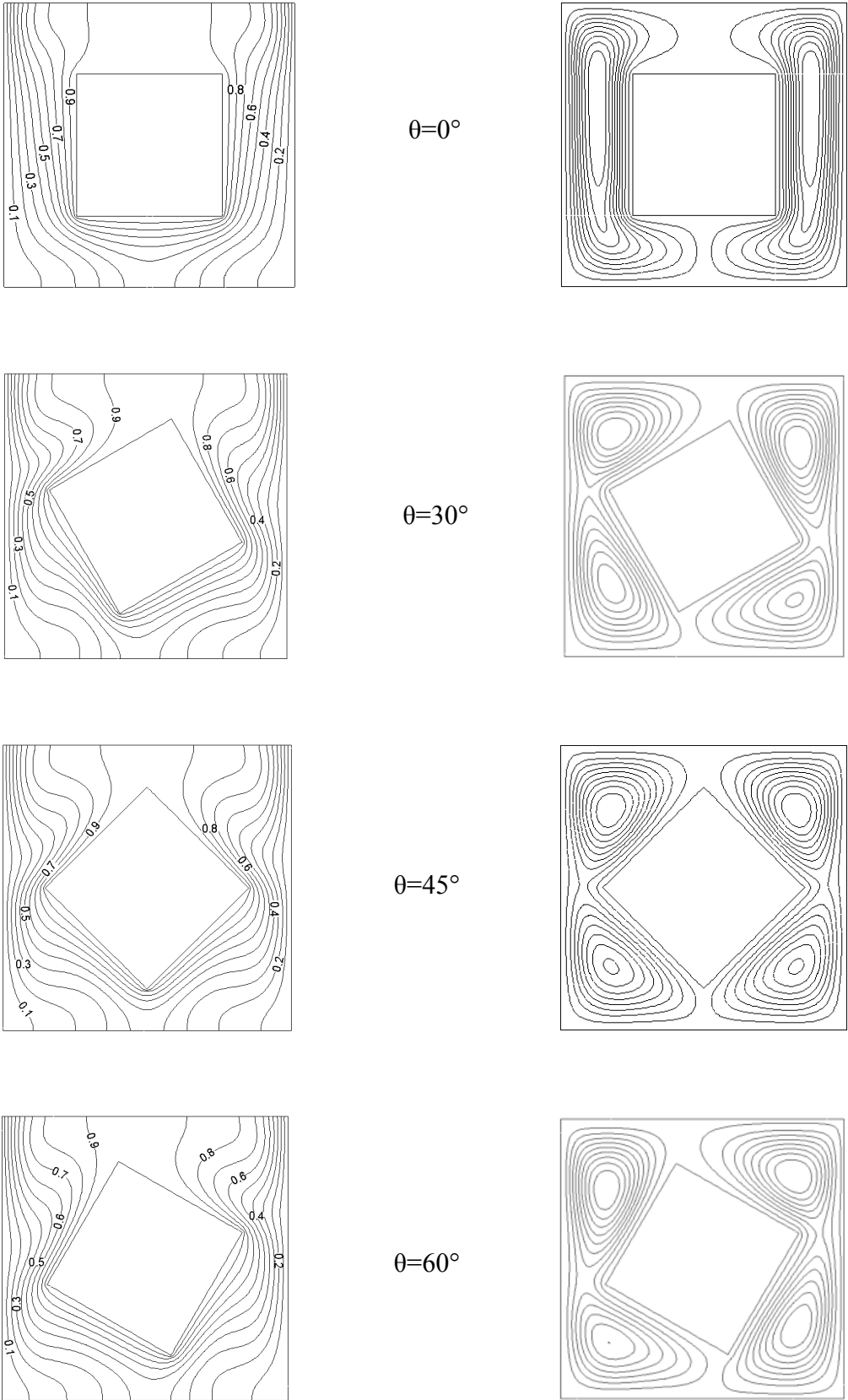
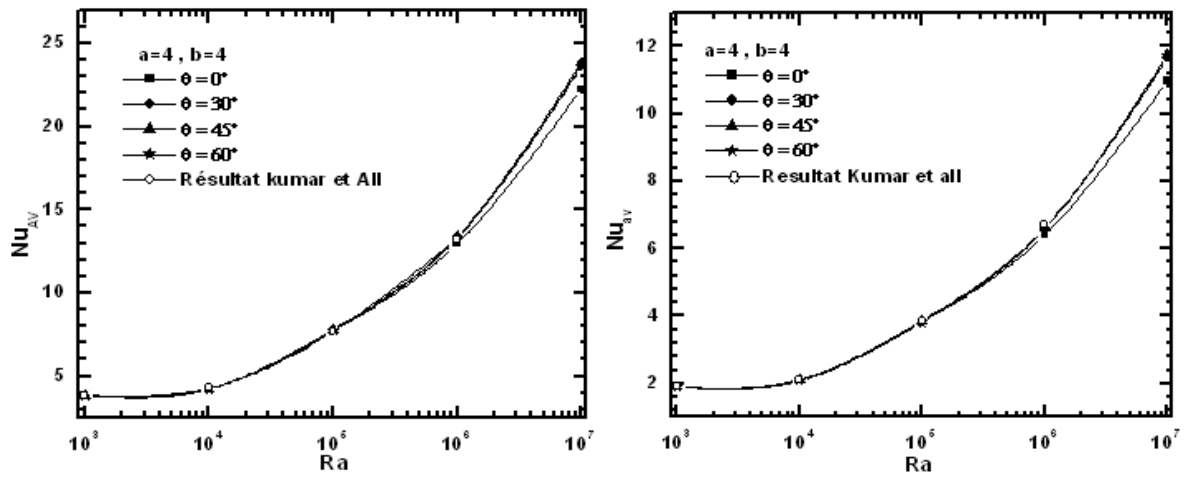
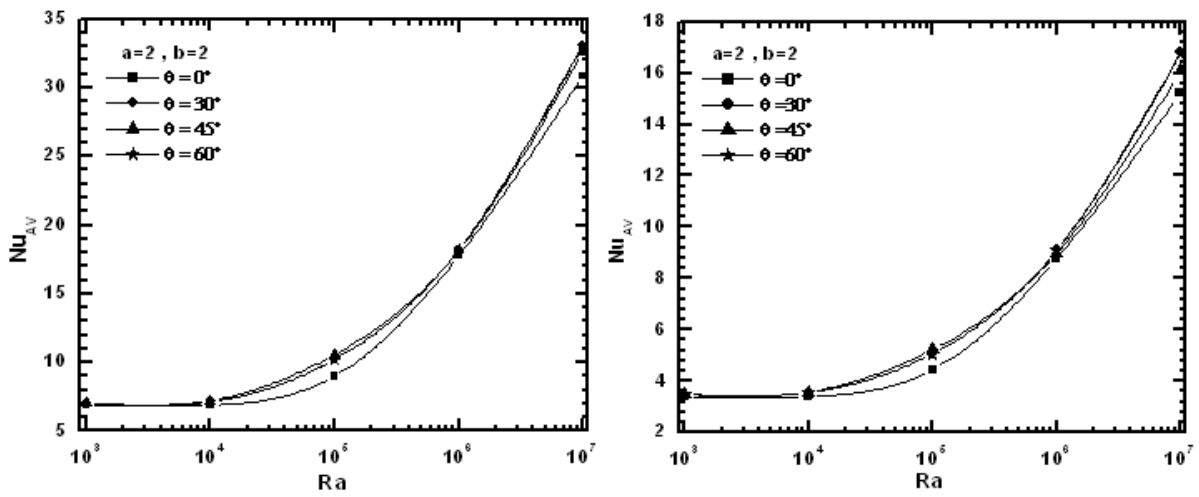


Fig. III-27 : Lignes d'isotherme (à droite) et fonction de courant (à gauche) pour $Ra=10^5$
 $a=2, b=2$



(Cas A)



(Cas B)

Fig. III-28 : Nusselt moyen sur les parois de la cavité intérieure (à gauche) et extérieure (à droite) pour différentes orientation de la cavité intérieure.

III.5 Comparaison entre les deux configurations étudié (cas A et cas B)

Dans cette partie de l'étude, on s'intéresse à la comparaison des deux configurations précédemment étudiés (**cas A** : conditions aux limites de type Dirichlet sur toutes les parois de l'enceinte ; **cas B** : conditions aux limites de type Neumann sur les parois horizontales de l'enceinte).

La figure III-29 montre les lignes de courant et les isothermes (cas A et B) pour un rapport d'aspect $a=b=4$. On remarque une grande similitude entre les deux cas, la même symétrie est observée pour tous les régimes d'écoulements avec l'apparition de deux cellules de recirculations de part et d'autre de l'obstacle. A faible nombre de Rayleigh (dominance du mode de transfert par conduction), les isothermes sont sous forme de cercles concentriques pour le **cas A** alors que pour le **cas B** les isothermes sont des lignes verticales (ceci étant du aux conditions au limites sur les parois horizontales de l'enceinte : condition de Neumann). Pour des nombres de Rayleigh élevés le mode de transfert par convection est plus établi dans le **cas B** que dans le cas A.

La figure III-30 montre l'évolution du nombre de Nusselt moyen sur les deux parois de la cavité et de l'obstacle. Pour L'obstacle, on observe que pour tous les rapports de forme, le Nusselt moyen pour la configuration A est plus important par rapport à celle de la configuration B, le cas contraire est observé en considérant la paroi de la cavité extérieure. Toujours pour l'obstacle, l'augmentation de sa taille ($a=b=4/3$), induit de meilleurs échanges entre parois, avec une différence de plus en plus prononcée entre les deux configurations A et B. Pour la paroi de la cavité extérieure et pour un nombre de Rayleigh élevé, cette différence entre les deux configurations (A et B) est inversement proportionnelle à la taille de l'obstacle.

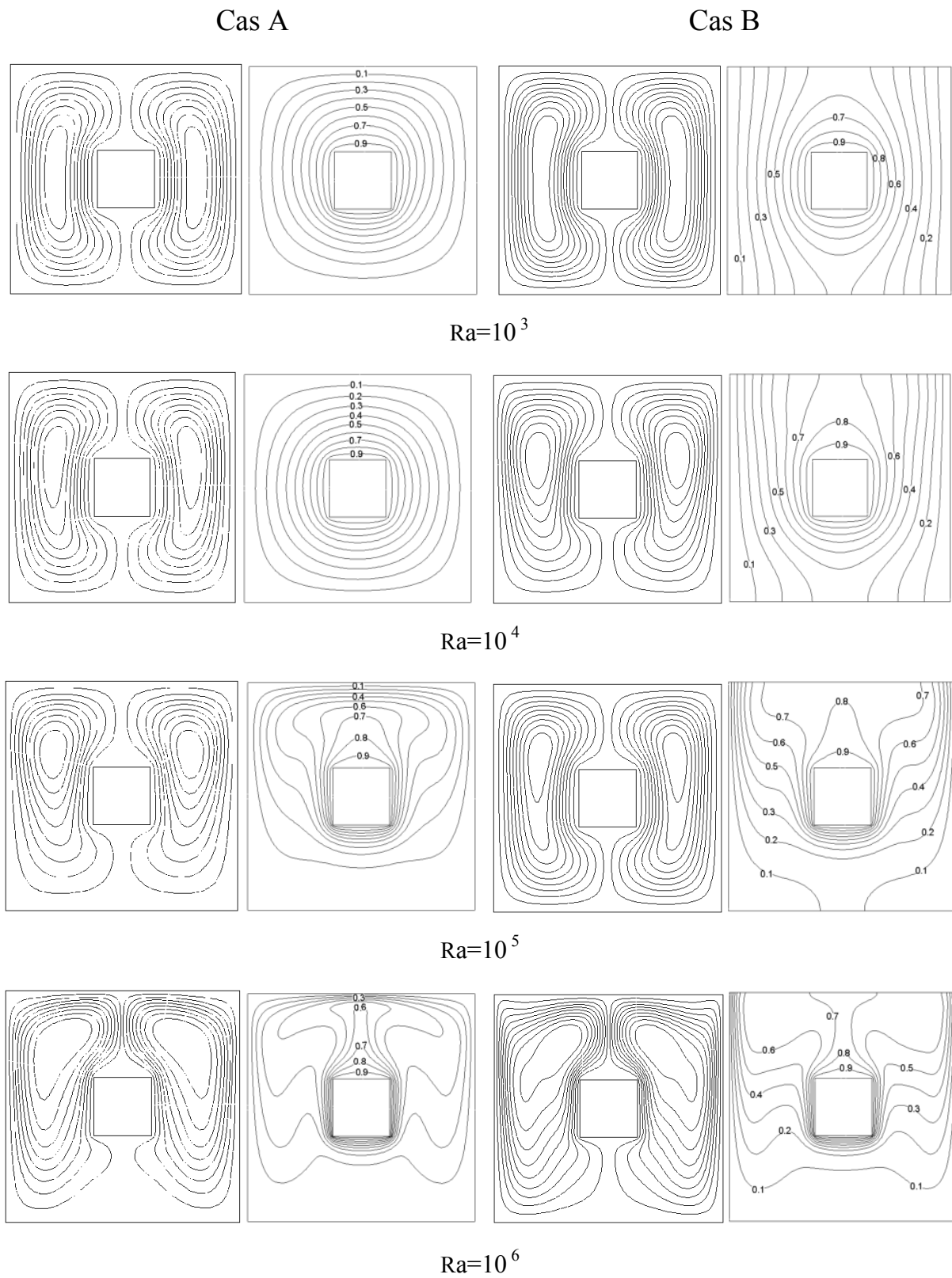


Fig. III-29 : Lignes d'isotherme et ligne de courant : **Cas A** (à gauche) et **Cas B** (à droite)
a=4 et b=4

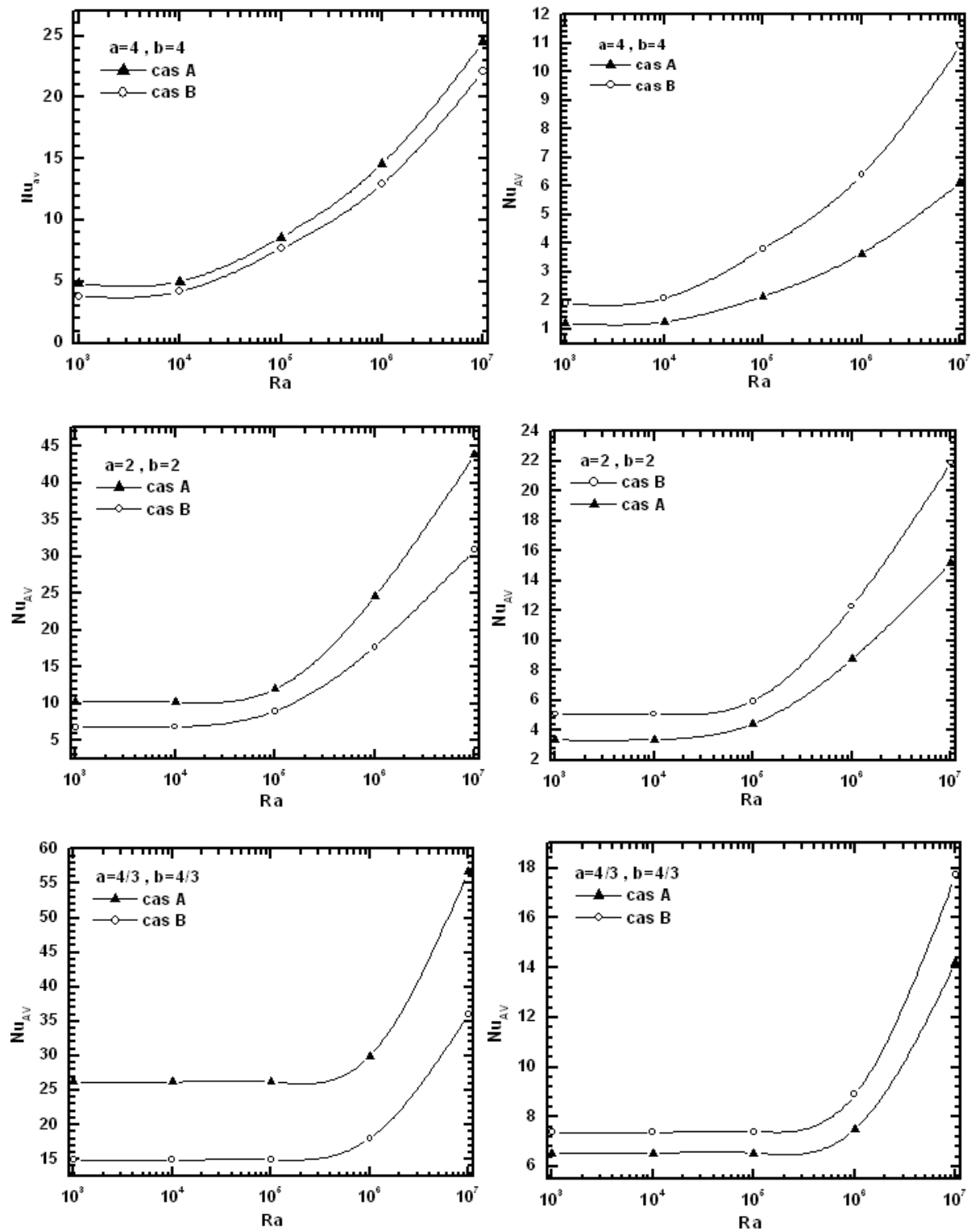


Fig. III-30 : Nusselt moyen sur les parois de la cavité intérieure (à gauche) et extérieure (à droite) en fonction du nombre de Rayleigh

Conclusion :

Après simulation et étude des résultats, on n'a pu voir que les paramètres géométriques (rapport de forme), le nombre de Rayleigh et l'orientation de l'obstacle dans l'enceinte influent considérablement sur la qualité de l'échange thermique. A ce titre on a remarqué qu'on diminuant l'espace annulaire l'échange thermique augmente. L'orientation de la cavité intérieure, a une faible influence sur le nombre de Nusselt moyen.

Enfin, la convection naturelle est évidemment très sensible à la variation du nombre de Rayleigh, d'après les résultats obtenus, l'augmentation de ce dernier est une conséquence directe de l'accroissement de la vitesse l'échange thermique. Egalement, nous avons observé des écoulements symétriques par rapport à l'axe qui passe par le centre de l'obstacle et de l'enceinte.

CONCLUSION GENERALE

Dans le présent travail, on a analysé les transferts de chaleurs par convection naturelle dans une enceinte carrée en présence d'un obstacle chauffant type cavité. Selon le type de conditions aux limites, deux configurations ont été étudiées. Dans la première, la cavité est soumise à des conditions en température type Dirichlet, tandis que dans la seconde, les parois horizontales de l'enceinte sont adiabatiques (condition de Neumann).

Le problème a été résolu selon une approche numérique, basé sur la méthode des volumes finis en utilisant un code de calcul « fluent ».

Dans un premier temps, on a validé notre model en comparant les résultats avec ceux de la référence [10] correspondant au cas d'une cavité carrée en présence d'un obstacle chauffé et orienté avec un angle $\theta=45^\circ$.

Comme premier objectif, on a étudié l'influence de quelques paramètres dont le rapport de forme, l'orientation de la cavité intérieure et l'influence du régime d'écoulement (nombre de Rayleigh) sur la configuration du flux thermique et le mécanisme du transfert de chaleur sur les diverses parois. Des différents résultats, on a remarqué qu'en régime de transfert par convection, le nombre de Nusselt moyen est proportionnelle au rapport de forme alors qu'en régime de transfert par conduction le nombre de Rayleigh a peu d'influence sur le nombre de Nusselt. Pour les lignes de courant, on a observée la formation de plusieurs cellules dans la partie supérieure de l'espace annulaire caractéristique de la convection de Rayleigh-bénard. L'analyse de l'influence de l'orientation de la cavité intérieure montre sa faible influence sur le Nusselt moyen estimé sur les différentes parois. Par contre le nombre de Rayleigh influe considérablement et déstabilise complètement la nature et la structure de l'écoulement.

Comme notre étude, a portée sur un exemple de géométrie particulière et la simulation s'est focalisée sur la problématique de la convection naturelle, il serait intéressant de traiter d'autres exemples plus compliqués en considérant des obstacles de diverses formes en régime de convection laminaire et turbulent. D'autres perspectives sont envisageables en tenant compte de la présence d'une source magnétique ou encore remplacer le fluide (air ou eau) par un fluide complexe voir un nanofluide.

ANNEXE A

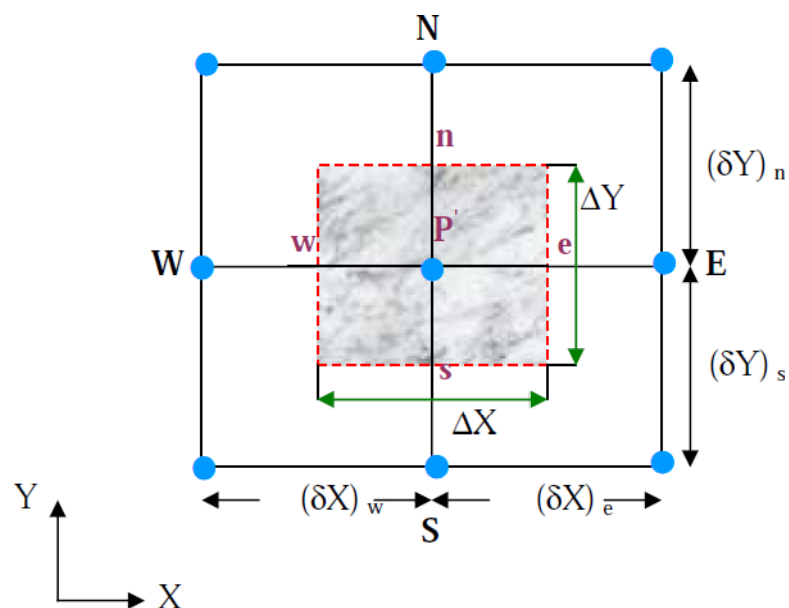
A.1. Introduction

La procédure de simulation numérique retenue pour la résolution du système d'équations gouvernantes est basée sur la méthode des volumes finis. Cette méthode qui se distingue par sa fiabilité quant aux résultats, son adaptation au problème physique, sa garantie de conservation de masse, de quantité de mouvement et de tout scalaire transportable sur chaque volume de contrôle ainsi que dans tout le domaine de calcul.

A.2. Principe de la méthode des volumes finis

Dans la simulation par la méthode des volumes finis, le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volumes de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles, décrites au chapitre précédent, sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers (volumes de contrôle) contenant un nœud dit: "nœud principal". Un exemple de volume de contrôle est montré dans la figure ci-dessous. Pour un nœud principal (P'), les points E et W (E: Est, W: West (ouest)) sont des voisins dans la direction X, tandis que N et S (N: Nord (North), S: Sud (South)) sont ceux dans la direction Y. Le volume de contrôle entourant (P') est montré par les lignes discontinues.

Les faces du volume de contrôle sont localisées aux points (e) et (w) dans la direction X, (n) et (s) dans la direction Y.

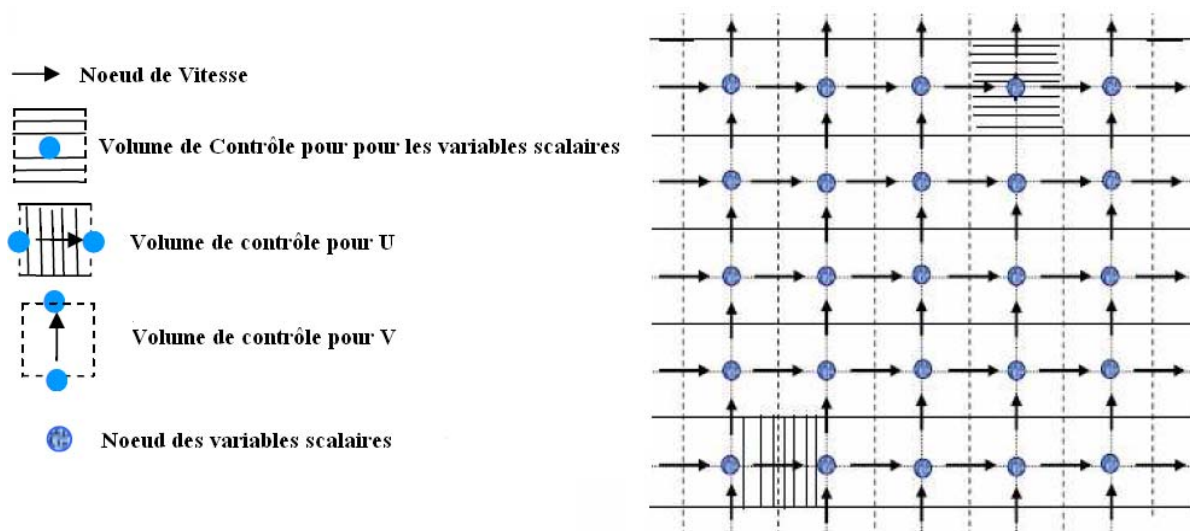
**A.3. Maillage :**

Le maillage est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont l'intersection représente un nœud. La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage constitué d'un réseau de points (nœuds). Ainsi un élément de volume (volume de contrôle) est défini autour de chaque nœud.

Les grandeurs scalaires (pression, température) sont stockées dans le noeud (P') du maillage, tandis que les grandeurs vectorielles (U et V) sont stockées aux milieux des segments reliant les nœuds. L'équation générale de transport est intégrée sur le volume de contrôle associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur le volume de contrôle associé aux composantes de la vitesse.

Le volume de contrôle de la composante longitudinale (U) est décalé suivant la direction (X) par rapport au volume de contrôle principal, celui de la composante transversale (V) est décalé suivant la direction (Y). Ce type de maillage dit: «maillage décalé» permet une bonne approximation des flux convectifs et une meilleure évaluation des gradients de pression ainsi qu'une stabilisation numérique de la solution.

La construction des volumes de contrôle et le maillage décalé sont montrés dans le schéma suivant :



A.4. La discrétisation

Les équations de conservation présentées au chapitre précédent peuvent être écrites sous une forme commune. Cette formulation permet de ne pas répéter le travail de discrétisation pour chaque équation. Si on note ϕ la variable étudiée, chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme:

$$\underbrace{\frac{\partial \phi}{\partial \tau}}_I + \underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \phi)}_{II} = \underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)}_{III} + \underbrace{S_{\phi}}_S \quad (\text{A.1})$$

Où:

I: Terme de stockage (d'accumulation) de la propriété ϕ .

II : Terme convectif.

III : Terme diffusif.

S : Terme source.

Γ : Coefficient de diffusion.

Dans le cas des équations de la convection naturelle, le tableau suivant résume les valeurs que prend la variable ϕ dans les différentes équations.

Grandeur	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Conservation de masse	1	0	0
Quantité de mouvement selon l'axe (xi)	U_i	ϑ	$-\frac{\partial y}{\partial x} + g_i \beta (T - T_0)$
Energie	T	$\lambda / \rho c_p$	0

L'évaluation des différentes intégrales de l'équation de transport ci-dessous demande que l'on fasse un certain nombre d'approximations de façon à former un système d'équation linéaires reliant entre elles les valeurs de la fonction ϕ aux points du maillage ($P'_{i,j}$).

$$\int_{V_c} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \left(\frac{\partial}{\partial \tau} (\phi) + \frac{\partial}{\partial x} (U\phi) + \frac{\partial}{\partial y} (V\phi) \right) dv \cdot d\tau = \int_{V_c} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial x} (\phi) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial}{\partial y} (\phi) \right) + S_\phi \right) dv \cdot d\tau \quad (\text{A.2})$$

$$dv = dX \cdot dY \cdot 1 \quad (\text{A.3})$$

A.4.1. Discrétisation des différents termes de l'équation de transport

A.4.1.1. Terme de stockage

$$\int_{V_c} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \left(\frac{\partial}{\partial \tau} (\phi) \right) \cdot d\tau \cdot dv = (\phi) \Big|_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \cdot \Delta X \cdot \Delta Y = ((\phi_p)^{\tau+\Delta\tau} - (\phi_p)^\tau) \cdot \Delta X \cdot \Delta Y \quad (\text{A.4})$$

Plusieurs hypothèses sont possibles pour définir comment varie ϕ_i ($i = E, W, N, S, P$) en fonction du temps dans l'intervalle ($\tau, \tau + \Delta\tau$). Elles sont généralisées comme suit:

$$\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \phi_i dt = (f \phi_i^{\tau+\Delta\tau} + (1-f) \phi_i^\tau) \Delta\tau \quad (\text{A.5})$$

Où:

f est un facteur de pondération compris entre 0 et 1. $f=0$ pour le schéma explicite, $f=1$ pour le schéma implicite et $f=1/2$ pour le schéma de Crank-Nicholson.

A.4.1.2. Terme convectif suivant X

$$\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{V_c} \left(\frac{\partial}{\partial x} (U\phi) \right) \cdot dv \cdot d\tau = (U\phi) \Big|_w^e \cdot \Delta Y \cdot \Delta\tau = ((U\phi)_e - (U\phi)_w) \cdot \Delta Y \cdot \Delta\tau = (F_e \phi_e - F_w \phi_w) \cdot \Delta\tau \quad (\text{A.6})$$

avec:

$$F_e = U_e \cdot \Delta Y, \quad F_w = U_w \cdot \Delta Y \quad (\text{A.7})$$

A.4.1.3. Terme convectif suivant Y :

$$\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{V_C} \left(\frac{\partial}{\partial Y} (V\phi) \right) . dv . d\tau = (V\phi)|_s^n . \Delta X . \Delta\tau = ((V\phi)_n - (V\phi)_s) . \Delta X . \Delta\tau = (F_n \phi_n - F_s \phi_s) . \Delta\tau \quad (\text{A.8})$$

Avec :

$$F_n = V_n . \Delta X \quad , \quad F_e = V_e . \Delta X \quad (\text{A.9})$$

A.4.1.4. Terme diffusif suivant X :

$$\begin{aligned} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{V_C} \left(\frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) \right) . dX . dY . d\tau &= \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) \Big|_w^e . \Delta Y . \Delta\tau = \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_e - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_w \right) . \Delta Y . \Delta\tau \\ &= \left(\Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_{P'}}{\delta X_{P'E}} - \Gamma_w \frac{\phi_{P'} - \phi_W}{\delta X_{WP'}} \right) . \Delta Y . \Delta\tau = \left(\frac{\Gamma_e . \Delta Y}{\delta X_{P'E}} . (\phi_E - \phi_{P'}) - \frac{\Gamma_w . \Delta Y}{\delta X_{WP'}} . (\phi_{P'} - \phi_W) \right) . \Delta\tau \\ &= (D_e . (\phi_E - \phi_{P'}) - D_w . (\phi_{P'} - \phi_W)) . \Delta\tau \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Avec :

$$D_e = \frac{\Gamma_e . \Delta Y}{\delta X_{P'E}} \quad \text{et} \quad D_w = \frac{\Gamma_w . \Delta Y}{\delta X_{WP'}} \quad (\text{A.11})$$

A.4.1.5. Terme diffusif suivant Y :

$$\begin{aligned} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{V_C} \left(\frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) \right) . dX . dY . d\tau &= \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) \Big|_s^n . \Delta X . \Delta\tau = \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_n - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_s \right) . \Delta X . \Delta\tau \\ &= \left(\Gamma_n \frac{\phi_N - \phi_{P'}}{\delta Y_{P'N}} - \Gamma_s \frac{\phi_{P'} - \phi_S}{\delta Y_{SP'}} \right) . \Delta X . \Delta\tau = \left(\frac{\Gamma_n . \Delta X}{\delta Y_{P'N}} . (\phi_N - \phi_{P'}) - \frac{\Gamma_s . \Delta X}{\delta Y_{SP'}} . (\phi_{P'} - \phi_S) \right) . \Delta\tau \\ &= (D_n . (\phi_N - \phi_{P'}) - D_s . (\phi_{P'} - \phi_S)) . \Delta\tau \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Avec :

$$D_n = \frac{\Gamma_n . \Delta X}{\delta Y_{P'N}} \quad \text{et} \quad D_s = \frac{\Gamma_s . \Delta X}{\delta Y_{SP'}} \quad (\text{A.13})$$

A.4.1.6. Terme source :

$$\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{V_C} ((S_\phi)) . dv . d\tau = \overline{S_\phi} . \Delta X . \Delta Y . \Delta\tau = (S_{P'} . \phi_{P'} + S_C) . \Delta X . \Delta Y . \Delta\tau \quad (\text{A.14})$$

Où :

$\overline{S_\phi}$: est la valeur moyenne du terme source.

Suite à la résolution des équations algébriques adoptées, le terme source est linéarisé de façon à forcer la convergence, de sorte que :

$$\overline{S_\phi} = S_C + S_{P'} \cdot \phi_{P'} \quad (\text{A.15})$$

Où:

S_c : est la partie constante qui ne dépend pas explicitement de $S_{P'}$, $\phi_{P'}$: étant la pente de $\phi_{P'}$. Il est nécessaire que le coefficient ($S_{P'}$) soit inférieur à zéro pour que la solution soit numériquement stable et que la convergence soit plus rapide.

A.4.2. Schéma implicite:

Pour ce schéma, le coefficient $f=1$. On remarque, que la valeur $\phi_{P'}^{\tau+\Delta\tau}$ ne peut plus être calculée directement, le schéma est dit alors implicite. Les coefficients de l'équation de discrétisation sont toujours positifs. Il faut remarquer que ce schéma implicite est inconditionnellement stable, de plus il donne des résultats satisfaisants.

Dans notre cas, on a choisi le schéma implicite qui présente plusieurs avantages à savoir : son utilisation pour n'importe quel pas de temps et il permet également de simplifier la discrétisation de l'équation de transport. Après une substitution dans l'équation de transport et en appliquant un schéma implicite pour le temps, on obtient la forme discrétisée suivante:

$$a_{P'}^0 \cdot (\phi_{P'}^{\tau+\Delta\tau} - \phi_{P'}^\tau) + (F_e \phi_e - F_w \phi_w) + (F_n \phi_n - F_s \phi_s) =$$

$$(D_e \cdot (\phi_E - \phi_{P'}) - D_w \cdot (\phi_{P'} - \phi_W)) + (D_n \cdot (\phi_N - \phi_{P'}) - D_s \cdot (\phi_P - \phi_S)) + (S_{P'} \cdot \phi_{P'} + S_C) \cdot \Delta X \cdot \Delta Y$$

(A.16)

$$\text{Avec : } a_{P'}^0 = \frac{\Delta X \cdot \Delta Y}{\Delta \tau} \quad (\text{A.17})$$

Pour aboutir à une forme finale, on doit choisir un schéma de discrétisation des termes convectifs, le schéma employé pour la discrétisation étant le schéma hybride.

A.4.3. Schéma hybride (HDS):

Ce schéma, dont la précision spatiale est réduite au premier ordre, possède les propriétés de transport et de conservation. Il est la combinaison des deux schémas (centré et Upwind). Le schéma hybride se réduit à l'approximation du schéma centré (CSD) lorsque $|Pe_i| < 2$ mais il devient identique au schéma Upwind (UDS) lorsque $|Pe_i| \geq 2$.

Où: le nombre de Peclet qui est défini par :

$$Pe_i = \frac{F_i}{D_i} = \frac{U_i(\Delta X_i)}{\Gamma_i} ; (i=s, w, n, e)$$

Après un réarrangement de (A.16) on aura:

$$a_{P'} \cdot \phi_{P'}^1 = a_w \cdot \phi_W^1 + a_e \cdot \phi_E^1 + a_s \cdot \phi_S^1 + a_n \cdot \phi_N^1 + a_{P'}^0 \cdot \phi_{P'}^1 + S_C \cdot \Delta X \cdot \Delta Y \quad (\text{A.18})$$

1: indique le temps $(\tau + \Delta\tau)$ Les coefficients a_i ($i=w, e, s, n$) sont donnés par:

$$a_w = \max\left(-F_w, D_w - \frac{F_w}{2}, 0\right) \quad (\text{A.19})$$

$$a_e = \max\left(-F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0\right) \quad (\text{A.20})$$

$$a_n = \max\left(-F_n, D_e - \frac{F_n}{2}, 0\right) \quad (\text{A.21})$$

$$a_s = \max\left(-F_s, D_s - \frac{F_s}{2}, 0\right) \quad (\text{A.22})$$

Il est à noter que cette formulation est valable pour n'importe quelle localisation des interfaces entre les mailles.

ANNEXE B

1/ Equations fondamentales de la mécanique des fluides

Les équations de la mécanique des fluides sont particulièrement simples car les phénomènes thermiques sont totalement découplés des phénomènes dynamiques.

a) Le volume d'un domaine D quelconque de fluide que l'on suit dans son mouvement peut se déformer mais ne peut pas changer de valeur, de même que sa masse ne change pas non plus au cours du temps, c'est le principe de conservation de masse (équation de continuité) :

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_D \rho(M, t) d\Omega$$

D'après le théorème de la dérivée particulaire

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \rho(M, t) d\Omega = \iiint_D \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \operatorname{div}(\vec{V}) d\Omega = \iiint_D \frac{\partial \rho}{\partial t} d\Omega + \iint_S \rho \vec{v} \cdot \vec{n} ds = 0$$

Pour une particule fluide appartenant au domaine D l'équation ponctuelle de continuité peut s'écrire :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div}(\vec{V}) = 0$$

Ou encore :

$$\frac{d\rho}{dt} + \operatorname{div}(\rho \vec{V}) = \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div}(\vec{V}) + \vec{V} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}}(\rho) = 0$$

Remarque :

Pour un fluide incompressible on aura : $\operatorname{div}(\vec{V}) = 0$. La masse volumique se conserve sur chaque trajectoire. Dans le cas particuliers des écoulements stationnaires les trajectoires se confondent avec les lignes de courant. Par conséquent, la masse volumique n'est pas nécessairement constante dans un écoulement de fluide incompressible (écoulement marin, écoulement atmosphérique). Lorsque ρ n'est pas constant, mais change d'une ligne de courant à l'autre, on dit que l'on est en présence d'un écoulement stratifié.

b) Principe fondamental appliqué au domaine D de fluide que l'on suit dans son mouvement avec le fluide.

$$\iiint_D \rho \vec{\gamma} d\Omega = \iiint_D \rho \vec{g} d\Omega + \iint_S \vec{T} \cdot ds$$

Où \vec{T} est la densité de forces surfaciques exercées par le complémentaire de D sur D par l'intermédiaire de la surface S :

$$\vec{T} = \bar{\sigma} \cdot \vec{n}$$

Où \vec{n} est la normale à la surface S délimitant D , dirigée vers l'extérieure.

Pour un fluide newtonien :

$$\bar{\sigma} = (-p + \lambda \operatorname{div}(\vec{V})) \bar{I} + 2\mu \bar{D}$$

$\bar{\sigma}$, \bar{D} étant respectivement le tenseur de contraintes et le tenseur de taux de déformation tel que :

$$\bar{D} = \frac{1}{2}(\overline{\nabla V} + {}^t\overline{\nabla V}) \quad \text{et} \quad d\vec{V} = \overline{\nabla V} \cdot d\vec{m}$$

Pour un fluide incompressible même stratifié, on a :

$$\bar{\sigma} = (-p)\bar{I} + 2\mu\bar{D}$$

Le principe fondamental s'écrit alors :

$$\iiint_D \rho \vec{\gamma} \, d\Omega = \iiint_D \rho \vec{g} \, d\Omega + \iint_S \bar{\sigma} \cdot \vec{n} \, ds$$

Soit encore en appliquant la formule de la divergence :

$$\iiint_D \rho \vec{\gamma} \, d\Omega = \iiint_D \rho \vec{g} \, d\Omega + \iiint_D \overrightarrow{\operatorname{div}}(\sigma) \, d\Omega$$

Pour une particule fluide appartenant au domaine D l'équation précédente peut s'écrire :

$$\rho \vec{\gamma} = \rho \vec{g} + \overrightarrow{\operatorname{div}}(\sigma)$$

Soit encore en explicitant les différents termes :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \overline{\nabla V} \cdot \vec{V} \right) = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{g} + \mu \Delta \vec{V}$$

Où encore :

$$\frac{d\vec{V}}{dt} + \vec{\nabla} \left(\frac{V^2}{2} \right) + \overline{\operatorname{Rot}}(V) \wedge \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \vec{g} + \nu \Delta \vec{V}$$

En définitive, pour un fluide incompressible, on a le système d'équations suivant :

$\rho = \text{constante}$ sur une trajectoire.

$$\operatorname{div}(\vec{V}) = 0$$

$$\left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \overline{\nabla V} \cdot \vec{V} \right) = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \vec{g} + \nu \Delta \vec{V}$$

2/ Equation de la chaleur (équation de l'énergie)

Elle résulte de l'application du 1^{er} principe de la thermodynamique appliqué à une particule fluide que l'on suit dans son mouvement. La variation de l'énergie interne E d'un système est égale à la somme du travail extérieur reçu (ΔW) et de la quantité de chaleur apportée (ΔQ).

$$\Delta E = \Delta W + \Delta Q$$

que l'on peut écrire par unité de temps :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dW}{dt} + \frac{dQ}{dt} = \rho_{cal} + \rho_{ext}$$

En dynamique cette écriture est incomplète car on sait qu'une force extérieure entraîne également la variation d'une énergie cinétique. L'énoncé complet du 1^{er} principe en dynamique s'écrit sous la forme :

$$\frac{d(E + K)}{dt} = \rho_{cal} + \rho_{ext}$$

L'énergie interne E et l'énergie cinétique K peuvent s'écrire :

$$E = \iiint \rho \cdot e \, d\Omega$$

$$K = \iiint_D \rho \frac{V^2}{2} \, d\Omega$$

En utilisant la décomposition des forces appliquées sur D en forces massiques et forces de contact exercées par le complément de D sur D au niveau de la frontière :

$$\rho_{ext} = \iiint_D \rho \vec{g} \cdot \vec{V} \, d\Omega + \iint_S (\vec{\sigma} \cdot \vec{n}) \cdot \vec{V} \, ds$$

On décompose également l'apport calorifique par unité de temps (puissance calorifique) en un apport volumique extérieur r (par rayonnement ou échauffement électrique par effet joule) et un apport surfacique sur S par contact entre le complément de D sur D :

$$\rho_{cal} = \iiint_D r \, d\Omega + \iint_S (-\vec{q} \cdot \vec{n}) \, ds$$

q est appelé vecteur flux de chaleur. Il suffit alors d'appliquer la formule de la dérivée particulière et de la divergence pour exploiter le 1^{er} principe.

$$\rho \frac{d}{dt} \left(e + \frac{v^2}{2} \right) = -\rho \vec{g} \cdot \vec{v} + \text{div}(\bar{\sigma} \cdot \vec{V}) - \text{div}(\vec{q}) + r$$

Cette équation de l'énergie peut s'exprimer plus simplement en utilisant l'équation de quantité de mouvement.

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{g} + \overrightarrow{\text{div}}(\sigma)$$

Que l'on multiplie scalairement par le vecteur vitesse :

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{V^2}{2} \right) = \rho \vec{g} \cdot \vec{V} + \vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{div}}(\sigma)$$

Et que l'on retranche. Il vient alors :

$$\rho \frac{de}{dt} = \bar{\sigma} : \bar{D} \text{div}(\vec{q}) + r$$

Pour un fluide homogène isotrope newtonien, on a la loi de comportement donnant le tenseur de contrainte (donnée au par avant), on ajoute la loi de Fourier pour le flux de chaleur qui s'écrit :

$$\vec{q} = -\lambda \vec{\nabla} T$$

La variation de l'énergie interne spécifique peut aussi comme tenu des lois de la thermodynamique s'écrire :

$$de = c dT$$

L'équation générale de l'énergie pour un fluide incompressible avec les propriétés physiques constantes s'écrirait alors :

$$\rho c \left(\underbrace{\frac{\partial T}{\partial t}}_1 + \underbrace{\vec{V} \cdot \vec{\nabla} T}_2 \right) = - \underbrace{\lambda \Delta T}_3 + \underbrace{2\mu \bar{D} : \bar{D}}_4 + \underbrace{r}_5$$

Les différents termes de l'équation précédente sont respectivement :

- 1) - terme d'instationnarité
- 2) - terme de convection (transport de chaleur par la vitesse)
- 3) - terme de conduction (transport par contact des filets fluides)
- 4) - terme d'échauffement par frottement visqueux des filets fluides
- 5) - terme d'apport volumique extérieur

Pour un système défini en coordonnées cartésiennes (x, y, z) , les différentes équations précédentes s'écriront en projection comme suite :

Conservation de la masse (continuité) :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Conservation de quantité de mouvement :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = g_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = g_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = g_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{cases}$$

Conservation de l'énergie :

$$\rho C_v \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \lambda \Delta T + \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] + 2\mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + r$$

Fonctions de courants :

$$\begin{cases} u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{cases}$$

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] G. de Vahl Davis, « Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution », *Int. J. Numerical. Methods Fluids* Vol.3, pp. 249–264, (1983).
- [2] Le Quéré. P. Accurate solutions to the square thermally driven cavity at high Rayleigh number. *Com-pus. Fluids* Vol.20, pp. 29-42, (1991).
- [3] N.C. Markatos, K.A. Perikleous, « Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity », *International Journal of Heat and Mass Transfer* Vol. 27 (5), pp.755–772, (1984).
- [4] Tian. Y. S., et Karayiannis. T. G. Low turbulence natural convection in an air filled square cavity. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43,pp. 849-886,(2000).
- [5] Eckert. E. R. G., et Carlson. W. O. Natural convection in an air layer enclosed between two vertical plates with different temperature. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 2, pp.106-120 (2006).
- [6] T.H. Kuehn, R.J. Goldstein, « An experimental study and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders », *J. Fluid Mech.*Vol. 74 695–719, (1976).
- [7] Oztop. H. F, et al, Comparison of position of a heated thin plate located in a cavity for natural convection. *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, No. 1, pp. 121-132, (2004).
- [8] B.S. Kim, D.S. Lee, M.Y. Ha, H.S. Yoon, « A numerical study of natural convection in a square enclosure with a circular cylinder at different vertical locations ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* Vol.51, pp. 1888–1906, (2008).
- [9] Wen Ruey Chen. «A numerical study of laminar free convection heat transfer between inner sphere and outer vertical cylinder» *International Journal of Heat and Mass Transfer* Vol.50, pp. 2656–2666, (2007).
- [10] A. Kumar De, A. Dalal, « A numerical study of natural convection around a square, horizontal, heated cylinder placed in an enclosure» , *International Journal of Heat and Mass Transfer* Vol.49, pp. 4608–4623, (2006).
- [11] X. Xu, G. Sun, X. Yu, Y. Hub, L. Fan, K. Cen, « Numerical investigation of laminar natural convective heat transfer from a horizontal triangular cylinder to its concentric cylindrical enclosure », *International Journal of Heat and Mass Transfer* Vol.52,pp. 3176–3186, (2009).

[12] C. Shu, H. Xue, Y.D. Zhu, « Numerical study of natural convection in an eccentric annulus between a square outer cylinder and a circular inner cylinder using DQ method», **International Journal of Heat and Mass Transfer** Vol.44, pp. 3321–3333, (2000).

[13] T. Pessa, S. Piva, « laminar natural convection in a square cavity: low prandtl numbers and large density differences » .**International Journal of Heat and Mass Transfer** Vol .52, pp.1036-1043(2009).

[14]. A. Mojtabi et J. P. Caltagirone, « Convection entre deux cylindres coaxiaux en régime laminaire permanent ». **International Journal of Heat and Mass Transfer** Vol. 21, pp. 261 – 268, (1978).

[15] Y.D. Zhu C. Shu, J. Qiu, J. Tani, « numerical simulation of natural convection between two elliptical cylinders using DQ method » ,**International Journal of Heat and Mass Transfer** Vol.47, pp.797–808,(2004).

[16]. T H. Kuehn, R J. Goldstein, « Numerical solution to the Navier - Stokes equations for laminar natural convection about a horizontal isothermal circular cylinder». **International Journal of Heat and Mass Transfer**. Vol. 23, pp. 971-979, (1980).

Résumé

Ce travail consiste en une étude numérique des phénomènes thermoconvectifs dans un espace confiné carré, rempli d'air contenant un obstacle de type cavité. L'ensemble étant soumis à diverses conditions aux limites. La simulation numérique menée en 2D repose sur l'hypothèse dite de Boussinesq, valable pour un gradient de température entre parois ne dépassant pas $100C^{\circ}$.

Une validation du modèle est faite par comparaison des résultats avec ceux de la littérature. Par la suite une étude paramétrique est menée en fonction du nombre de Rayleigh, du rapport de forme géométrique et de l'orientation de la cavité intérieure pour analyser leurs influences sur le nombre de Nusselt qui caractérise les échanges de chaleur.

Les résultats obtenus nous ont permis d'avoir une idée sur l'influence des différents paramètres considérés sur l'écoulement et transfert de chaleur autour d'une cavité carrée confinée dans une enceinte contenant de l'air.

Mots clés: convection naturelle, transfert de chaleur, cavité, méthode des volumes finis.

Abstract

In the present research, we conduct a numerical study of convective flows in a cavity contained in a chamber containing air. The numerical simulation of 2D is made possible with Boussinesq's hypothesis, which is assumes a temperature gradient between walls but not to exceed $100C^{\circ}$. Therefore. A validation of such a model is carried out by comparing the results and a review of other authors, and then a parametric study will be performed for the two different boundary conditions. The aim of the this study is to vary the Rayleigh number, the geometric aspect ratio and the orientation of the cavity inside, thereby we shall detect their influence on temperature fields and velocity and the Nusselt number which characterizes the flow heat transfer. It is worth mentioning that the results already obtained have allowed us to have an idea about the influence of differs idea about the influence of different parameters considered in the flow and convective transfer in a square cavity contained in a chamber containing air.

Keywords: natural convection, heat transfer, cavity, finite volume method.

ملخص

في هذا العمل قمنا بدراسة عددية الانتقال الحراري الطبيعي غير المضطرب و غير المستقر داخل حيز مربع ممتلىء بالهواء. المعادلات التي استعملناها تم تحليلها بواسطة طريقة الحجم المنتهية لهذه الأنواع من الظواهر استخدم واحد من النماذج القائمة على أساس ما يسمى بوسيناسك، حيث أن هذا الافتراض صحيح لدرجة الحرارة بين جدران المربع لا يتجاوز 100 درجة مئوية. النتائج التي تحصلنا عليها هي حقول الحرارة و حقول خطوط التيار و عدد نيسالت تمت مقارنة هذه النتائج بنتائج أعمال أخرى كما درسنا أيضا تأثير معاملات أخرى على الانتقال الحراري الطبيعي المتمثلة في : معامل الشكل، طولها، عدد رايلي و ضعيتها. كما توصلنا إلى إيجاد العلاقة التي تربط بين عدد نيسالت و مختلف المعاملات الأخرى.

: الانتقال الحراري الطبيعي، حيز، طريقة الحجم المنتهية. الكلمات المفتاحية

Chapitre I

Etude Bibliographique

Chapitre II

Position du problème

Chapitre III

Résultats et discussions

*Introduction
générale*

*Conclusion
générale*

Bibliographie

Annexes