

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université A. MIRA-BEJAIA



Faculté de Technologie  
Département de Génie Electrique

Mémoire de fin de cycle  
En vue de l'obtention du diplôme

# Master en Automatique

Thème

**Commande d'un pendule inversé par un contrôleur PID optimisé par un algorithme évolutionnaire.**

**Présenté par :** ABERKANE Sonia et MOUSSAOUI Tiziri

**Encadré par :** M. Guenounou Ouhib  
M. Kacimi Mohand Akli

**Devant les jurys :**

M. Lehouche Hocine  
M. Yahiaoui Fatah

**Année Universitaire 2019/2020**

## Liste des figures

### CHAPITRE I

**Figure I.1** : Le corps d'être humain vu comme un double pendule

**Figure I.2** : Le banc d'essais du pendule inversé (Feedback 33-200)

**Figure I.3** : Schéma de l'ensemble chariot et pendule inversé

**Figure I.4** : Schéma de simulation de l'ensemble chariot pendule

**Figure I.5**: Dynamique du pendule pour :  $X_0^T = [0, 0, 0.2, 0]^T$ ,  $T_e = 0.001$  sec

**Figure I.6** : Dynamique du pendule pour :  $X_0^T = [0, 0, (\pi + 0.2), 0]^T$ ,  $T_e = 0.001$  sec

### CHAPITRE II

**Figure II.1** : Régulateur PID

**Figure II.2** : Réponses des différentes actions

**Figure II.3** : Architecture parallèle

**Figure II.4** : Architecture série

**Figure II.5** : Architecture standard

### CHAPITRE III

**Figure III.1** Groupe de : (a) oiseaux, (b) poissons

**Figure III.2**: Principe de fonctionnement de l'algorithme PSO

**Figure III.3** : Structure des particules du PSO

**Figure III.4**: Schéma synoptique de l'optimisation des régulateurs PID

**Figure III.5** : Evolution de la fonction objective

**Figure III.6** Performance des régulateurs PIDs optimaux

**Figure III.7** Premier test de robustesse des contrôleurs optimaux

**Figure III.8** Second test de robustesse des contrôleurs optimaux

## **Liste des tableaux**

### **CHAPITRE I**

**Tableau I.1:** Paramètres de l'ensemble chariot pendule.

### **CHAPITRE II**

**Tableau II.1:** Caractéristiques du régulateur PID

### **CHAPITRE III**

**Tableau III.1:** Plages de variations des paramètres du PID

**Tableau III.2 :** Paramètre de l'algorithme PSO

**Tableau III.3 :** Paramètre des régulateurs optimaux

# TABLE DE MATIERES

Liste des figures	
Liste des tableaux	
Introduction générale .....	1

## CHAPITRE I Présentation et modélisation du pendule inversé

I.1 Introduction .....	3
I.2 Pendule inversé .....	3
I.3 Intérêt de l'étude d'un pendule inversé .....	3
I.4 Description du système .....	4
I.5 Modélisation du pendule inversé .....	5
▪ I.5.1 Coordonnées de l'ensemble pendule-chariot .....	5
▪ I.5.2 Energie cinétique du système en mouvement .....	6
▪ I.5.3 Energie potentielle du système.....	7
▪ I.5.4 Modèle de connaissance de l'ensemble chariot-pendule .....	7
I.6 Modèle d'état de l'ensemble chariot-pendule.....	9
▪ I.6.1 Simulation du modèle sous SIMULINK de MatLab.....	9
▪ I.6.2 Simulation autour point d'équilibre instable.....	10
▪ I.6.3 Simulation autour du point d'équilibre stable .....	11
I.8 Conclusion .....	11

## CHAPITRE II Contrôleur PID

II.1 Introduction .....	13
II.2 Définition du contrôleur PID .....	13
▪ II.2.1 Types de contrôleurs .....	13
II.3 Principe de fonctionnement d'un régulateur PID.....	14
▪ II.3.1 Action proportionnelle .....	14
▪ II.3.2 Action intégrale.....	14
▪ II.3.3 Action dérivé .....	15
II.4 Différentes architectures des contrôleurs PID.....	16
▪ II.4.1 Architecture parallèle.....	16
▪ II.4.2 Architecture série .....	17
▪ II.4.3 Architecture standard .....	17
▪ II.4.4 principale différence.....	18
II.5 Méthode de synthèse des contrôleurs PID .....	19
II.6 Conclusion .....	19

## CHAPITRE III Optimisation par Essaim particulière (PSO)

III.1 Introduction.....	20
III. 2 Optimisation .....	20

▪ <i>III.2.1 Problème d'optimisation</i> .....	20
<b>III.3 Algorithme (PSO)</b> .....	<b>20</b>
▪ <i>III.3.1 Principe de fonctionnement de PSO</i> .....	21
<b>III. 4 Optimisation des régulateurs PIDs par l'algorithme PSO</b> .....	<b>23</b>
▪ <i>III .4.1 Fonction objective</i> .....	24
<b>III .5 résultat de simulation</b> .....	<b>24</b>
<b>III.6 Conclusion</b> .....	<b>28</b>
<b>Conclusion générale</b> .....	<b>29</b>
<b>Bibliographie</b>	
<b>Résumé</b>	

# Remerciements

*Tout d'abord, nous aimerions remercier Dieu le tout-puissant, de nous avoir donné la force nécessaire et la patience qui nous a permis de mener à bien ce travail*

*Nous tenons en premier lieu à exprimer infiniment nos sincères remerciements à notre encadreur M GUENOUNOU WAHIB pour avoir dirigé ce travail, pour son aide, ses précieux conseils, et sa compréhension.*

*Nous remercions s'adressent aussi à M KACIMI MOHAND AKLI.*

*Enfin, un grand merci à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail*

*Merci*

# DEDICACES

*Je dédie ce mémoire,  
A mes chers parents, pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur  
soutien et leurs prières tout au long de mes études, je vous aime  
énormément,*

*A ma chère sœur Tassaadit pour son encouragement permanent, et  
son soutien moral,*

*A mes chers frères, Kaci et Juba pour leur appui et leur  
encouragement,*

*A toute ma famille, pour leur soutien tout au long de mon parcours  
universitaire,*

*A mon cher fiancé qui m'a soutenu et encouragé tout au long de mon  
parcours universitaire, ainsi ma belle-famille.*

*Et enfin à mes meilleurs amies qui m'ont accompagnées au long de ces  
années,  
ainsi que ma chère binôme Tiziri et sa famille.*

**Sonia**

# DEDICACES

*Je dédie ce mémoire,  
A mes chers parents, pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur  
soutien et leurs prières tout au long de mes études, je vous aime  
énormément ,*

*A mes chères sœurs DIHIA, THINHINANE, SAMIRA ET CELINE pour  
LEUR encouragement permanent, et  
LEUR soutien moral,*

*A mon cher frère, DRIS pour son appui et son  
encouragement,*

*A toute ma famille, pour leur soutien tout au long de mon parcours  
universitaire,*

*A mes meilleurs amis qui m'ont accompagnées au long de ces années  
ainsi que ma chère binôme SONIA et sa famille.*

*TIZIRI*

# **Introduction générale**

## **Introduction générale**

L'évolution de la science et des technologies nous permet aujourd'hui de mieux comprendre l'univers qui nous entoure et de mieux appréhender les principes qui le régissent. En conséquent, l'homme est désormais capable de créer des systèmes plus puissants, plus précis et plus efficaces et de repousser encore plus loin les limites que nous imposent les lois de la physique.

La robotique est l'un des domaines où l'on peut réellement observer l'étendue de cette avancée. En effet, on est aujourd'hui en mesure de concevoir des robots doués d'une réelle intelligence, capables d'agir avec précision en fonction des tâches qu'ils sont chargés d'accomplir et des conditions dans lesquelles ces tâches sont exécutés en relevant à chaque fois de nouveaux défis. Parmi ces défis le pendule inversé.

Le pendule inversé a fait l'objet d'une grande discussion tout au long de ces dernières années. Cet intérêt est dû au fait que le problème de la commande du pendule inversé est fondamentalement le même que ceux impliqués dans plusieurs autres systèmes tels que le lancement des fusées, la propulsion des missiles et la stabilisation des satellites [1]. Le pendule inversé a toujours été utilisé pour tester les nouvelles méthodes de commande, car il possède plusieurs caractéristiques attrayantes : c'est un système non linéaire, couplé, intrinsèquement instable et il possède plusieurs implications pratiques [2].

Dans l'industrie les régulateurs PID sont beaucoup plus utilisés, pour résoudre les problèmes de contrôle. Cependant il est souvent difficile de déterminer les paramètres d'un PID de manière optimale avec les méthodes de réglage dites classiques. Plusieurs approches ont été proposées alors, et on peut citer entre autres les réseaux de neurones, l'approche floue, et les algorithmes d'optimisation évolutionnaires tels que les algorithmes génétiques, et l'algorithme d'optimisation par essaim de particules (PSO).

L'objectif de ce travail s'inscrit dans cette logique et s'attache à développer une stratégie de commande d'un pendule inversé par un contrôleur PID complètement optimisé par l'algorithme PSO. Pour cela, le présent mémoire est organisé en trois chapitres qui sont résumés comme suit :

Le premier chapitre est consacré à la description du système pendule inversé, à l'élaboration de son modèle mathématique en se basant sur le formalisme d'Euler-Lagrange, et à la présentation de ce système dans l'espace d'état. Par la suite nous allons donner les résultats de simulation obtenus à partir du modèle établi.

Dans le deuxième chapitre on présente une vue générale sur le contrôleur PID, son principe de fonctionnement ainsi que les méthodes de synthèse.

Le troisième chapitre constitue le noyau de ce travail. Dans un premier temps on présente le principe de fonctionnement d'un PSO comme algorithme de recherche et d'optimisation. Ensuite on détaille la procédure d'optimisation des paramètres d'un contrôleur PID par PSO qui est appliqué à la stabilisation d'un pendule inversé.

Une conclusion générale et quelques perspectives clôturent le mémoire.

# **Chapitre I : Présentation et modalisation du pendule inversé**

## **I.1 Introduction**

La modélisation est une étape importante avant toute élaboration de techniques de commande en automatique. Elle consiste en principe à exprimer mathématiquement tous les aspects importants de la dynamique du système en question, sous forme d'une ou de plusieurs fonctions. L'ensemble des expressions mathématiques obtenues durant cette phase forment le modèle de connaissance du système modélisé.

Ce premier chapitre sera entièrement consacré à la modélisation du pendule inversé en utilisant le formalisme d'Euler-Lagrange. Mais avant cela, nous allons d'abord présenter quelques notions relatives au système pendule inversé. A la fin de ce chapitre nous présenterons quelques simulations à partir du modèle mathématique obtenu.

## **I.2 Pendule inversé**

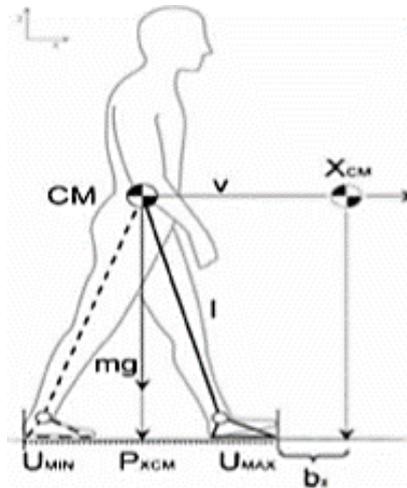
Le système du pendule inversé est considéré comme étant un problème classique et un outil didactique incontournable surtout en automatique, où il est souvent utilisé pour tester les performances et la robustesse des nouvelles lois de commande [3]. Dans sa forme classique, le pendule inversé est un système ayant une seule entrée et plusieurs sorties (SIMO : *Single Input Multiple Output*). C'est un système instable, possédant des non-linéarités non négligeables dues à sa structure dynamique et aux forces de friction. De plus, il comporte une forte interdépendance entre ses variables.

## **I.3 Intérêt de l'étude d'un pendule inversé**

L'étude des systèmes à pendule inversé connaît un grand intérêt de la part des chercheurs et des ingénieurs, du moment que ce dernier est similaire à de nombreuses applications dans les différents domaines scientifiques.

L'homme est vu comme un double pendule inversé, dont les deux axes de rotations principales sont les chevilles et les hanches. Quand nous sommes en position debout nos articulations travaillent sans arrêt pour nous y maintenir. Les spécialistes qui travaillent à la réalisation de prothèses (*remplacement chirurgical d'un organe comme pour les hanches, par*

exemple), sont amené à utiliser le modèle du double pendule inversé pour calculer l'ensemble des contraintes qui sont soumises à la prothèse [4], comme le montre la figure suivante.



**Figure I.1** : Le corps d'être humain vu comme un double pendule

Le premier pendule articulé à la cheville représente les membres inférieurs du corps tandis que le second pendule articulé à la hanche représente la partie supérieure du corps. Tout comme le pendule inversé, nous avançons en nous penchant vers l'avant, et nous ralentissons également en nous penchant vers l'arrière.

## **I.4 Description du système**

Le système du pendule inversé que nous allons étudier est constitué d'un chariot mobile sur un rail est d'un pendule suspendu sur le chariot. Son principe de fonctionnement est très simple en théorie : quand le pendule penche vers la droite, le chariot doit le rattraper en effectuant un mouvement vers la droite, et inversement. Cependant, la commande de ce système reste assez difficile, du moment qu'elle consiste à contrôler à la fois l'intensité et le sens de la force à appliquer au chariot en fonction de l'angle que le pendule fait par rapport à la verticale.

Ce système est dit multi variables, fortement couplées et non linéaires. En plus d'être instable, ce système est aussi sous actionné ayant beaucoup d'effet parasite comme les frottements, les modes élastiques de la tige et de l'axe, les effets contre coup des vitesses et de la ceinture en plus de la saturation d'entrée.

Le système composé de l'ensemble chariot-pendule a deux degrés de liberté qui sont représentés par deux coordonnées :  $x$  pour le déplacement horizontal du chariot et  $\theta$  pour la rotation du pendule.



Figure I.2 : Le banc d'essais du pendule inversé (Feedback 33-200)

## I.5 Modélisation du pendule inversé

Dans la littérature on peut trouver deux grandes méthodes qui sont utilisées pour la modélisation des systèmes dynamiques. La première repose sur le principe fondamental de la dynamique tandis que la seconde repose sur le principe de Lagrange. Bien que les deux méthodes permettent d'aboutir aux mêmes équations, c'est la seconde qui est plus populaire du moment que la première méthode engendre souvent des calculs relativement lourds pour les systèmes complexe nécessitant même parfois l'utilisation de logiciel de calcul formel [5].

Dans ce travail c'est la méthode de Lagrangien qui sera employée. Cette approche repose essentiellement sur le calcul du Lagrangien noté ( $L$ ). Ce dernier est défini comme étant la différence entre l'énergie cinétique  $E_c$  et l'énergie potentielle  $E_p$ .

$$L = E_c - E_p \quad (I.1)$$

### I.5.1 Coordonnées de l'ensemble pendule-chariot

L'ensemble du chariot-pendule est représenté dans la figure I.3. La direction positive de  $x$  est le sens à droite en mètre et celui de l'angle est le sens des aiguilles d'une montre en radian.

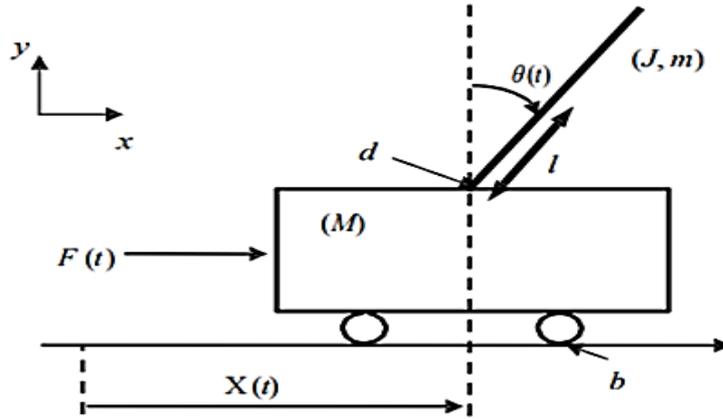


Figure I.3 : Schéma de l'ensemble chariot et pendule inversé

### I.5.2 Energie cinétique du système en mouvement

L'énergie cinétique totale de notre système est traduite par la somme de l'énergie cinétique totale du chariot et celle du pendule.

L'énergie cinétique du chariot en mouvement est donnée par l'équation :

$$E_{cc} = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (I.2)$$

avec  $\dot{x}$  : représente la vitesse du chariot

L'énergie cinétique du pendule est exprimée par l'équation :

$$E_{cp} = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \quad (I.3)$$

avec :

$\dot{\theta}$  : La vitesse angulaire du pendule.

$v_c$  : La vitesse du centre de gravité du pendule

$J$  : Le moment d'inertie du pendule.

La position du centre de gravité du pendule, notée  $\vec{r}_c$  à partir de ces coordonnées, est donnée par :

$$\vec{r}_c = (x + l \sin \theta) \vec{i} + l \cos \theta \vec{j} \quad (I.4)$$

avec  $\vec{i}, \vec{j}$ : sont des vecteurs unitaires du repère x, y

Donc la vitesse du centre de gravité du pendule est :

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = (\dot{x} + l\dot{\theta}\cos\theta)\vec{i} - l\dot{\theta}\sin\theta\vec{j} \quad (I.5)$$

En remplaçant  $\vec{v}_c$  par son équation (I.5) dans l'équation de l'énergie cinétique du pendule (I.3) on obtient :

$$E_{cp} = \frac{1}{2}m(\dot{x} + 2\dot{x}l\dot{\theta}\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2\cos^2\theta + l^2\dot{\theta}^2\sin^2\theta) + \frac{1}{2}j\dot{\theta}^2 \quad (I.6)$$

$$E_{cp} = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\dot{\theta}\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}j\dot{\theta}^2 \quad (I.7)$$

Finalement, l'énergie cinétique totale de l'ensemble chariot et pendule est exprimé par :

$$E_c = E_{cc} + E_{cp} = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\dot{\theta}\cos\theta + l^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}j\dot{\theta}^2 \quad (I.8)$$

### I.5.3 Energie potentielle du système

L'énergie potentielle totale du système chariot-pendule est exprimée par celle du centre de gravité du pendule uniquement, en supposant que la masse de la barre est négligeable.

$$E_p = mgl.\cos\theta \quad (I.9)$$

### I.5.4 Modèle de connaissance de l'ensemble chariot-pendule

Après avoir établi l'expression de l'énergie cinétique totale  $E_c$  (équation I.8) et l'énergie potentielle  $E_p$  (équation I.9), elles sont remplacées dans l'équation générale d'Euler-Lagrange pour déterminer les équations du mouvement de l'ensemble chariot pendule. Mais d'abord, il faudra déterminer l'expression du lagrangien (L) en remplaçant les équations (I.8) et (I.9) dans l'équation (I.1).

$$L = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\cos\theta\dot{\theta} + l^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}j\dot{\theta}^2 - mgl\cos\theta \quad (I.10)$$

L'équation du Lagrangien (I.10) est employée selon la loi générale d'Euler-Lagrange pour chaque degré de liberté ou plutôt chaque coordonnée généralisée afin d'obtenir les équations du mouvement du système :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\varepsilon}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varepsilon_j} = F_j - \frac{\partial D_f}{\partial \dot{\varepsilon}_j} \quad (I.11)$$

avec :

$\varepsilon(t)$  : coordonnée généralisée du degré de liberté. ( $X$  ou  $\Theta$ ).

$D_f$  : désigne l'énergie dissipée par frottement.

$F_j$  : composante générale de la force appliquée.

$L$  : Lagrangien.

• **Premier degré de liberté :  $\varepsilon_1(t)=x(t)$  :**

$$\begin{cases} D_{f1} = \frac{1}{2} b \dot{x}^2 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = F - b\dot{x} \end{cases} \quad (I.12)$$

La dérivée partielle du Lagrangien par rapport à  $\dot{x}$  et  $t$  s'écrit :

$$\frac{d}{dt} (M\dot{x} + m\dot{x} + ml\dot{\Theta} \cos \Theta) - 0 = F - b\dot{x} \quad (I.13)$$

Donnant ainsi la première équation :

$$(M + m)\ddot{x} + ml \cdot \ddot{\Theta} \cdot \cos \Theta - ml\dot{\Theta}^2 \cdot \sin \Theta = F - b\dot{x} \quad (I.14)$$

• **Deuxième degré de liberté :  $\varepsilon_2(t)=\Theta(t)$**

$$\begin{cases} D_{f2} = \frac{1}{2} d \cdot \dot{\Theta}^2 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\Theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \Theta} = -d\dot{\Theta} \end{cases} \quad (I.15)$$

La dérivée partielle du lagrangien suivant  $\dot{\Theta}$  et  $t$  s'écrit :

$$\frac{d}{dt} (ml\dot{x} \cos \Theta + ml^2\dot{\Theta} + j\dot{\Theta}) - (-ml\dot{x} \sin \Theta \dot{\Theta} + mgl \sin \Theta) = -d \cdot \dot{\Theta} \quad (I.16)$$

$$(ml^2 + j)\ddot{\Theta} + ml\ddot{x} \cos \Theta + ml\dot{x} \cdot \sin \Theta \cdot \dot{\Theta} - ml\dot{x} \cdot \dot{\Theta} \cdot \sin \Theta - mgl \sin \Theta = -d \cdot \dot{\Theta} \quad (I.17)$$

Ces deux équations constituent le modèle de connaissance de l'ensemble chariot et pendule :

$$\begin{cases} h\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} \cdot \cos\theta - ml\dot{\theta}^2 \cdot \sin\theta = F \\ N\ddot{\theta} + d\dot{\theta} + ml\ddot{x} \cdot \cos\theta - mgl \cdot \sin\theta = 0 \end{cases} \quad (\text{I.18})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} h = (M + m) \\ N = (ml^2 + j) \end{cases}$$

## I.6 Modèle d'état de l'ensemble chariot-pendule

La conception du modèle d'état de l'ensemble chariot-pendule repose d'une part sur le modèle de connaissance du système (équation I.18) et d'autre part sur la définition du vecteur  $X$  comportant toutes les variables d'états tel que :  $X = [x_1 x_2 x_3 x_4]^T = [x \dot{x} \theta \dot{\theta}]^T$ . Après quelques manipulations mathématiques, on obtient finalement le modèle d'état non linéaire (I.19), où la grandeur de commande est la force  $F$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{-bN}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_2 - \frac{m^2 l^2 g}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} \cos x_3 \sin x_3 + \frac{m l d \cos x_3}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_4 \\ \quad + \frac{m l N \sin x_3}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_2^2 + \frac{FN}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_2^2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{m l g}{N} \sin x_3 - \frac{d}{N} x_4 + \frac{m l b \cos x_3}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} x_2 - \frac{m^2 l^2 d \cos^2 x_3}{N(hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3)} x_4 + \frac{m^3 l^3 g \cos^2 x_3 \sin x_3}{N(hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3)} \\ \quad - \frac{m^2 l^2 \cos x_3 \sin x_3}{N(hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3)} x_2^2 - \frac{m l F}{hN - m^2 l^2 \cos^2 x_3} \cos x_3 \\ y_1 = x_1 \\ y_2 = x_3 \end{array} \right. \quad (\text{I.19})$$

### I.6.1 Simulation du modèle sous SIMULINK de MatLab

Le système d'équation (I.19) a été implémenté sous l'environnement Simulink de MatLab. Le schéma bloc résultant est donné par la figure suivante.

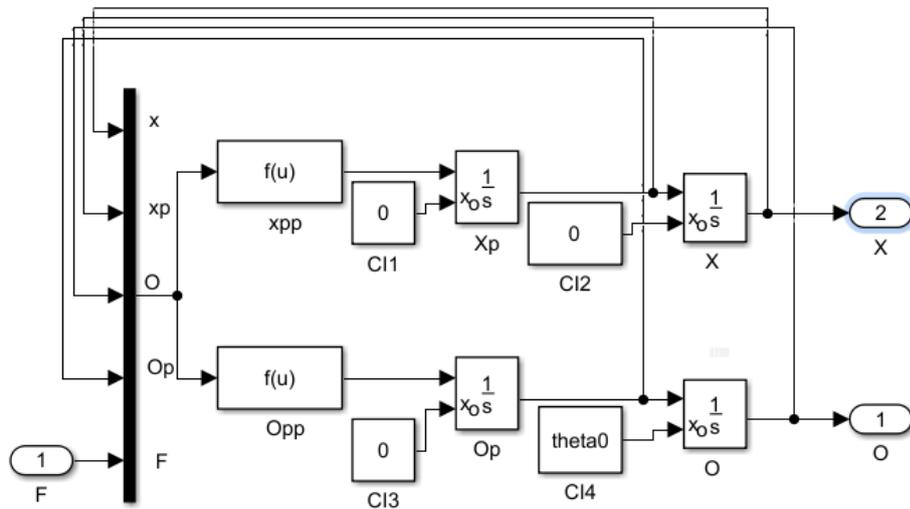


Figure I.4 : Schéma de simulation de l'ensemble chariot pendule

Tableau I.1 : Paramètres de l'ensemble chariot pendule.

Paramètre	Description	Valeurs
$M$	Masse du chariot	<b>1,1408 Kg</b>
$m$	Masse du pendule	<b>0.23Kg</b>
$l$	longueur du pendule	<b>0.385 m</b>
$d$	Coefficient de frottement du pendule	<b>0,0012 N.m.s/rad</b>
$b$	Coefficient de frottement du déplacement du chariot	<b>26,1339 N.s/m</b>
$g$	intensité de la pesanteur	<b>9.81 m.s-2</b>
$J$	inertie du pendule en son centre de masse	<b>0.03581 kg.m2</b>
$F(t)$	force exercée sur le chariot	/
$x(t)$	position du chariot	/
$\theta(t)$	angle du pendule	/

### I.6.2 Simulation autour point d'équilibre instable

Cette première simulation permet de voir la dynamique du système autour de son point d'équilibre instable. Le système est simulé en boucle ouverte sans aucune tension ( $V = 0v$ ) avec les conditions initiales suivantes :  $X_0^T = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]^T = [0 \ 0 \ 0.2 \ 0]^T$ .

Les résultats de la figure I.8 montrent clairement que la position verticale du pendule est instable. Une fois mis au voisinage de la position verticale, le pendule tombe et se balance

avant finalement de revenir à son état d'équilibre stable ( $\theta = \pi$ ). Ces balancements du pendule produisent également des déplacements du chariot sur le rail.

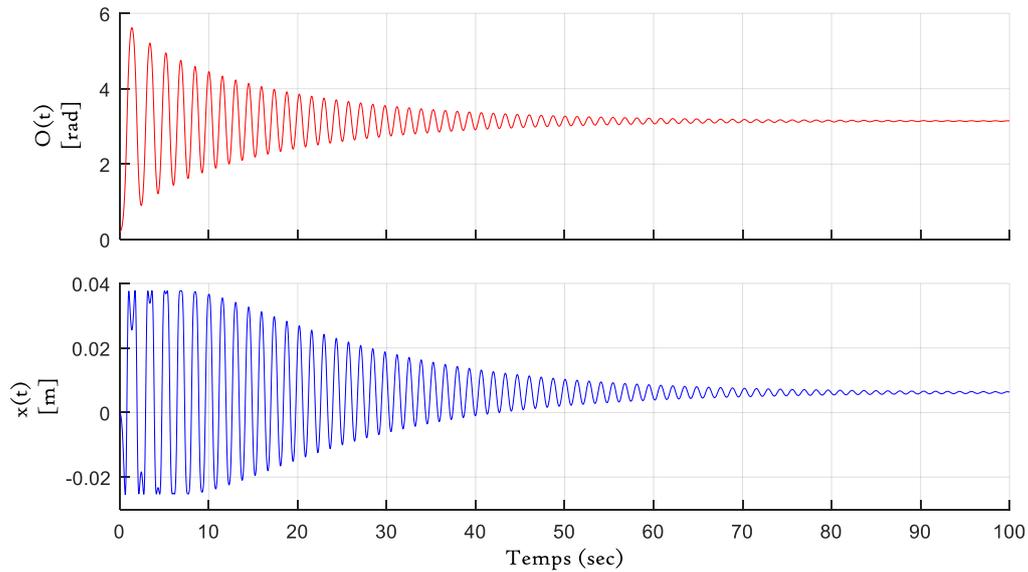


Figure I.5: Dynamique du pendule pour :  $X_0^T = [0, 0, 0.2, 0]^T$ ,  $T_e = 0.001$  sec

### I.6.3 Simulation autour du point d'équilibre stable

Cette seconde simulation a pour but d'analyser le comportement du système au voisinage de son point d'équilibre stable. Comme dans le cas précédent, ici aussi le système est simulé en boucle ouverte avec les conditions initiale suivante:  $X_0^T = [x \ \dot{x} \ \theta \ \dot{\theta}]^T = [0 \ 0 \ (\pi + 0.2) \ 0]^T$ .

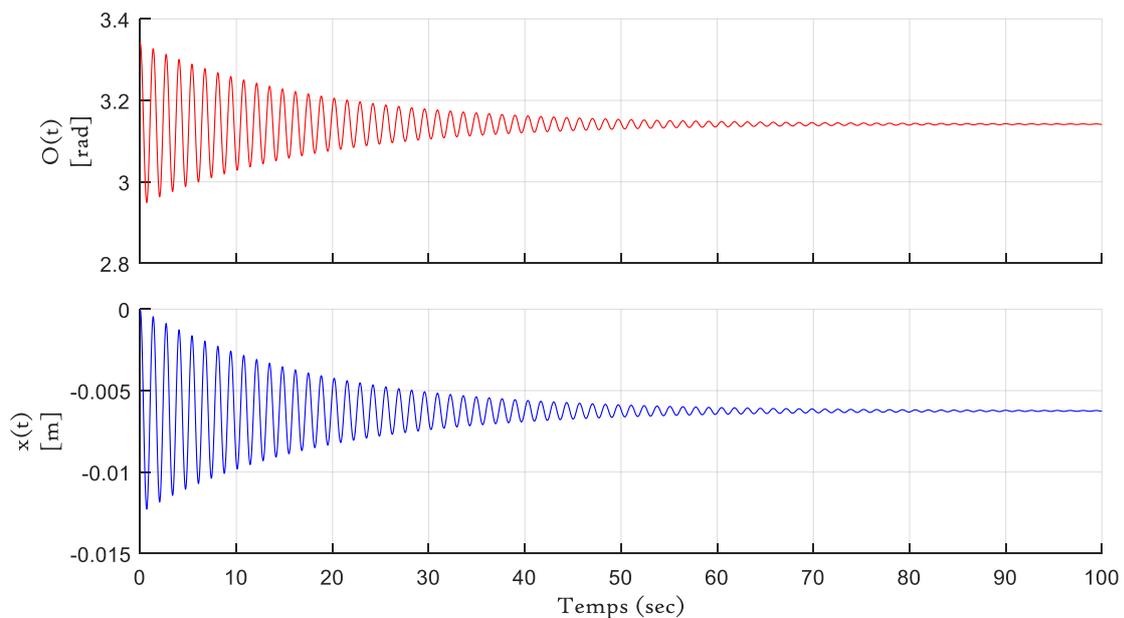


Figure I.6: Dynamique du pendule pour :  $X_0^T = [0, 0, (\pi + 0.2), 0]^T$ ,  $T_e = 0.001$  sec

La figure 1.9 montre bien que la position basse ( $\theta = \pi$ ) est en effet un état stable. Le système revient naturellement à sa position stable même sans aucune action extérieur ou correction.

## **I.8 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté d'abord quelques notions relatives au système du pendule inversé. Puis ensuite, nous avons modélisé le système pendule-chariot à l'aide du formalisme d'Euler-Lagrange. Le modèle de connaissance ainsi obtenu a été employé pour déduire sa représentation dans l'espace d'état. Finalement, nous avons présenté deux simulations du système autour de ses deux points d'équilibres. Ces deux simulations ont bien confirmé la non-linéarité de ce système et sa complexité.

# **Chapitre II : contrôleur PID**

## I.1 Introduction

L'obtention des performances exigées pour un système de commande, nécessite à joindre au système commandé des organes extérieurs appelés régulateurs ou contrôleurs. Les régulations peuvent être linéaires ou non linéaires. Les régulateurs linéaires les plus utilisés sont : régulateur de type P (proportionnel), régulateur de type PI (proportionnel et intégral), régulateur de type PD (proportionnel et dérivé), régulateur de type PID (proportionnel, intégral, dérivé).

Dans ce chapitre nous l'allons présenter le contrôleur PID, définir et donner le principe de son fonctionnement.

## I.2 Définition du contrôleur PID

Le régulateur PID, appelé aussi correcteur PID (*proportionnel, intégrateur, dérivateur*) est un système de contrôle, il est constitué d'un comparateur pour observer l'écart (erreur) entre la mesure et la consigne, et d'un correcteur dont l'algorithme permet d'obtenir une loi d'évolution de la mesure du procédé conforme au cahier des charges. En d'autres termes, Ils permettent d'effectuer un asservissement en boucle fermée du système étudié. [6]

$$e = \text{consigne} - \text{mesure}$$

La figure suivante illustre le principe d'utilisation de ces régulateur afin d'asservir les système

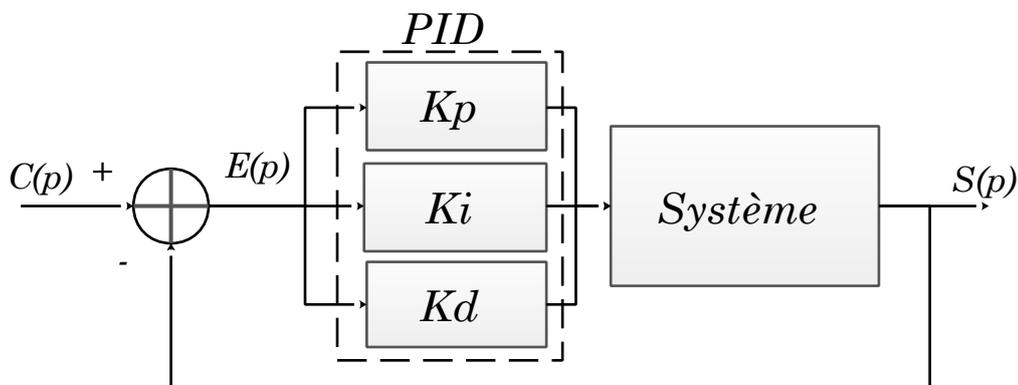


Figure II.1 Régulateur PID

## II.2.1 Types de contrôleurs

Les régulateurs standards les plus utilisés dans l'industrie sont les régulateurs de la famille PID (proportionnel, intégral, dérivé), car ils permettent de régler à l'aide de ces trois paramètres les performances des régulations de procédés tel que : l'amortissement, le temps de réponse, le dépassement [7].

L'adaptation de ce régulateur aux différents systèmes s'effectue par le réglage de ses coefficients propres à savoir les gains des trois actions : proportionnelle, intégrale et dérivée.

## II.3 Principe de fonctionnement d'un régulateur PID

Un contrôleur est un algorithme de calcul qui délivre un signal de commande à partir de la différence entre la consigne et la mesure. Il agit de trois manières.

### II.3.1 Action proportionnelle

L'action est dite proportionnelle lorsque le signal de commande est proportionnel au signal d'erreur. Elle corrige de manière instantanée, donc rapide, tout écart de la grandeur à régler, elle permet de vaincre les grandes inerties du système. Afin de rendre le système plus rapide, on augmente le gain. Cependant, cet ajustement peut provoquer l'instabilité du système.

Le régulateur P est utilisé lorsqu'on désire régler un paramètre dont la précision n'est pas importante (voir figure II.2-a). L'action proportionnelle du régulateur s'exprime soit par le gain  $Gr$  (on emploie aussi  $K$  et  $Kp$ ), soit par la bande proportionnelle  $BP$  (également appelée  $PB$ ,  $XP\%$  et  $P\%$ ). Cette dernière est définie comme étant la variation, en pourcentage, à appliquer à l'entrée du régulateur pour que la sortie varie de 100 %, on a donc

$$BP\% = \frac{100}{Gr} \quad (\text{II.1})$$

L'équation de la commande  $u$  de l'action proportionnelle  $P$  est comme suit :

$$u(t) = k_p e(t) = k_p (y_c(t) - y(t)) \quad (\text{II.2})$$

Et la fonction de transfert de l'action proportionnelle P est :

$$C(P) = k_p \tag{II.3}$$

### **II.3.2 Action intégral.**

L'action est dite intégrale lorsque le signal de commande est proportionnel à l'intégrale du signal d'erreur. Elle complète l'action proportionnelle et permet d'éliminer l'erreur résiduelle en régime permanent. Afin de rendre le système plus dynamique (diminuer le temps de réponse), on diminue l'action intégrale mais, ceci provoque l'augmentation du déphasage ce qui provoque l'instabilité en boucle fermée.

L'action intégrale est utilisée lorsqu'on désire avoir en régime permanent, une précision parfaite, en outre, elle permet de filtrer la variable à régler d'où l'utilité pour le réglage des variables bruitées figure (II.2-b).

L'équation de la commande  $u$  de l'action intégrale I est comme suit :

$$u(t) = k_i \int_0^t (y_c(\tau) - y(\tau)) d\tau = \frac{k_p}{T_i} \int_0^t (y_c(\tau) - y(\tau)) d\tau \tag{II.4}$$

Et la fonction de transfert de l'action intégrale I est :

$$C(p) = \frac{k_p}{T_i \cdot P} = \frac{k_i}{P} \tag{II.5}$$

### **II.3.3 Action dérivé**

L'action est dite dérivée lorsque le signal de commande est proportionnel à la dérivée du signal d'erreur. L'action dérivée, en compensant les inerties dues au temps mort, accélère la réponse du système et améliore la stabilité de la boucle de régulation, en permettant notamment un amortissement rapide des oscillations dues à l'apparition d'une perturbation ou à une variation subite de la consigne (figure II.2-c).

Dans la pratique, l'action dérivée est appliquée aux variations de la grandeur à régler seule et non de l'écart (mesure-consigne). L'action D est utilisée dans l'industrie pour le réglage des variables lentes telles que la température, elle n'est pas recommandée pour le réglage d'une variable bruitée ou trop dynamique (la pression). En dérivant un bruit, son amplitude risque de devenir plus importante que celle du signal utile.

L'équation de la commande  $u$  de l'action dérivée D est comme suit :

$$u(t) = k_d \cdot T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (\text{II.6})$$

Et la fonction de transfert de l'action dérivée D est :

$$C(p) = k_d \cdot T_d \cdot P \quad (\text{II.7})$$

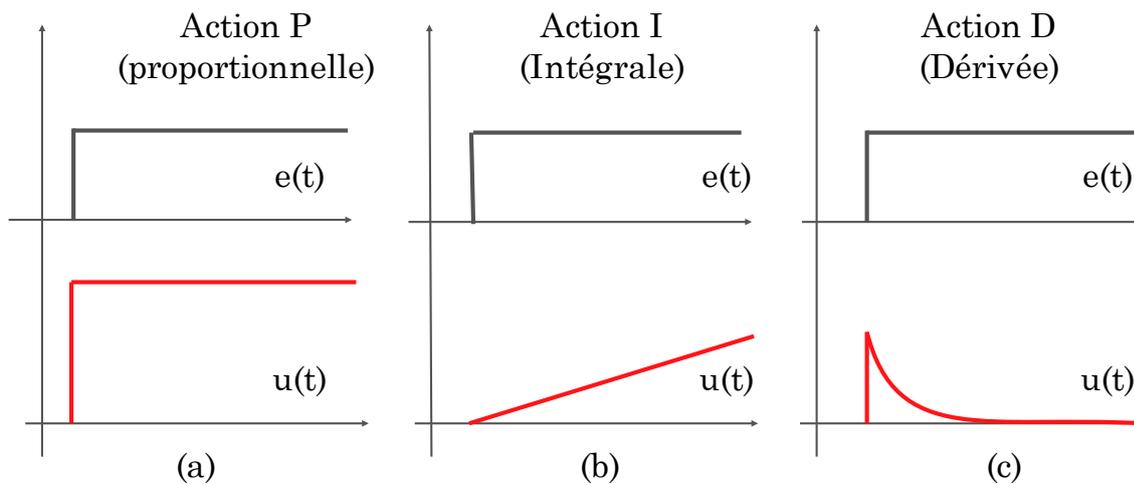


Figure II.2 Réponses des différentes actions

Tableau II.1 : Caractéristiques du régulateur PID

Coéfficient	Temps de montée	Temps de stabilisation	Dépassement	Erreur Static
$K_p$	Diminue	Augmente	Augmente	Diminue
$K_i$	Diminue	Augmente	Augmente	Annule
$K_d$	-	Diminue	Diminue	---

## II.4 Différentes architectures des contrôleurs PID

Dans un contrôleur PID, il existe plusieurs façons d'associer les actions P, I et D, en effet, le contrôleur PID peut avoir une architecture série, parallèle ou mixte.

### II.4.1 Architecture parallèle

L'architecture parallèle transforme le même signal de façon indépendante, puis somme les signaux.

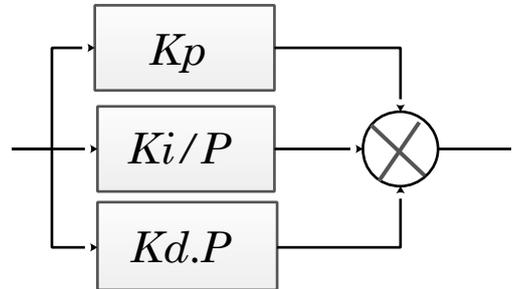


Figure II.3: Architecture parallèle

La loi de commande est ainsi de la forme :

$$C(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (\text{II.8})$$

Soit d'après la transformée de Laplace :

$$C(p) = k_p \cdot e(p) + k_i \cdot \frac{e(p)}{p} + k_d \cdot p \cdot e(p) \quad (\text{II.9})$$

$$C_{\text{parallèle}}(p) = k_p + \frac{k_i}{p} + k_d p \quad (\text{II.10})$$

### II.4.2 Architecture série

L'architecture série applique les fonctions P, I et D en série, c'est-à-dire que le signal subit 3 transformations successives.

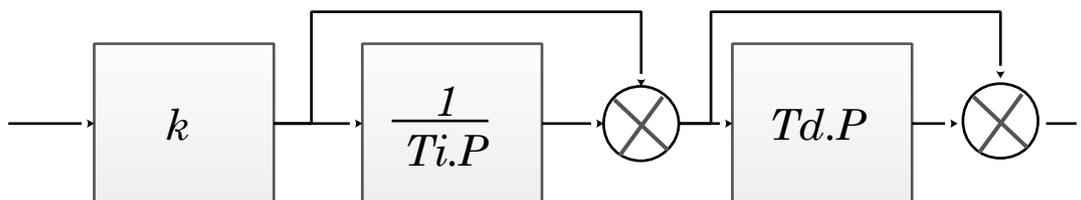


Figure II.4. : Architecture série

Soit d'après la transformée de Laplace, La loi de commande est de la forme :

$$C(p) = e(p) \cdot k_p \cdot \left[ k_i \cdot \frac{1}{p} \right] \cdot [ k_d \cdot p ] \quad (\text{II.11})$$

$$C_{serie}(p) = k(1 + 1/pT_i)(1 + pT_d) \quad (II.12)$$

### II.4.3 Architecture standard

L'architecture standard effectue les actions I et D en parallèle et multiplie leur somme par p.

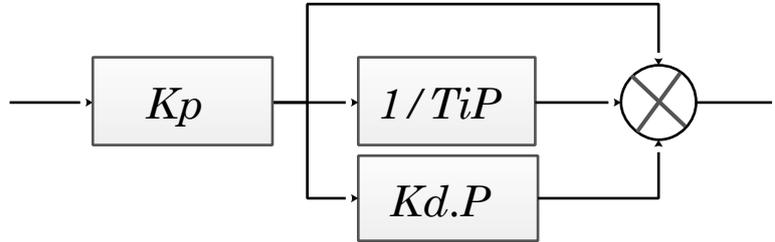


Figure II .5. : Architecture standard

Soit d'après la transformée de Laplace, La loi de commande est de la forme :

$$C(p) = k_p \cdot e(p) \cdot [1 + k_i \cdot \frac{1}{p} + k_d \cdot P] \quad (II.13)$$

Cette architecture standard se rapproche beaucoup de la forme parallèle et les équations de transformation entre les deux sont évidentes. La transformation de l'architecture série en architecture standard s'obtient par les équations suivantes :

$$\bullet \quad k_p = k \left( 1 + \frac{T_d}{T_i} \right) \quad (II.14)$$

$$\bullet \quad k_i = T_i + T_d \quad (II.15)$$

$$\bullet \quad k_d = \frac{T_d/T_i}{(T_i + T_d)} \quad (II.16)$$

Il existe donc trois architectures différentes des mises en œuvre des régulateurs PID et ces trois architectures sont presque mathématiquement équivalentes. Dans la plupart des cas (à l'exception par exemple de  $k_i=0$ ), il existe des formules pour transformer un régulateur d'une forme vers une autre forme.

### II .4.4 Principale différence

La principale différence entre ces différentes architectures concerne l'effet des coefficients de réglage sur le comportement du contrôleur. Ainsi l'architecture parallèle permet de découpler complètement les actions proportionnelle, intégrale et dérivée entre elles. Alors que dans la forme standard, une modification sur la valeur du coefficient  $K_p$  va modifier simultanément les actions proportionnelle, intégrale et dérivée. A ce titre, certaines personnes, qui règlent des PID de manière manuelle, préfèrent l'architecture parallèle.

## **II.5 Méthode de Synthèse des contrôleurs PID**

Il y a plusieurs de méthodes qui permettent de calculer les paramètres du contrôleur PID, on peut citer par exemple la méthode de Cohen-Coon[8], la méthode de Halman[9], la méthode de Ziegler-Nichols[10]..., toutes ces méthodes ont l'avantage de faciliter la démarche de synthèse du régulateur PID, cependant elles restent assez complexe par fois si le système a une dynamique complexe.

D'autre part il existe aussi d'autres méthodes de synthèse basées principalement sur la recherche automatique des paramètres de ce régulateur. Ces méthodes utilisent principalement des algorithmes de recherche dits aussi algorithme d'optimisation. C'est cette approche que nous allons utiliser dans ce travail afin de synthétiser le régulateur PID que nous allons appliquer pour le système du pendule inversé. Le prochain chapitre exposera en détaille cette approche via l'un des algorithmes d'optimisation les plus connus dans la littérature.

## **II.6 Conclusion**

Dans ce chapitre une étude sur les contrôleurs PID a été introduite pour explorer leur principe de fonctionnement. Dans un contrôleur PID il existe plusieurs façons d'associer les paramètres P, I et D. En effet, le régulateur PID peut avoir une structure série, parallèle ou mixte. Il existe de nombreuses méthodes utilisées pour déterminer les paramètres du régulateur PID. Bien que ces méthodes aboutissent souvent à des régulateurs de très bonne performance elles restent toutefois assez difficiles à mettre en œuvre quand le système est hautement complexe. De ce fait nous allons utiliser une autre classe de méthode basée sur l'usage des algorithmes d'optimisation qui sera le sujet du prochain chapitre.

# **Chapitre III : optimisation par Essaim Particulaire (PSO)**

## III.1 Introduction

En ingénierie, plusieurs problèmes nécessitent l'utilisation des méthodes d'optimisation pour s'approcher ou avoir la solution optimale. Les méthodes déterministes semblent avoir rempli ce besoin, mais le problème des optimums locaux constitue un véritable piège pour accéder à l'optimum global. D'où, l'utilisation des méthodes stochastiques dites méta heuristiques qui sont capables d'éviter ce problème [11].

Parmi ces techniques, celles basées sur l'intelligence collective sont les plus répandus, comme les algorithmes de colonies de fourmis (ACO) [12], les algorithmes génétiques (AGs) [13] et plus particulièrement l'optimisation par essaim de particules soit en anglais (Particle Swarm Optimization) (PSO).

Ce chapitre, présentera brièvement le problème d'optimisation, ainsi que le principe de fonctionnement de PSO, et enfin une application sur la commande PID du pendule inversé.

## III. 2 Optimisation

L'optimisation c'est l'art de comprendre un problème réel, de pouvoir le transformer en un modèle mathématique que l'on peut étudier afin d'en extraire les propriétés structurelles et de caractériser les solutions optimales [14].

### III.2.1 Problème d'optimisation

Un problème d'optimisation se définit comme la recherche du minimum ou du maximum (Optimum) d'une fonction donnée. Les variables de cette fonction sont souvent contraintes d'évoluer dans une certaine partie de l'espace de recherche. On aura donc un problème d'optimisation sous contraintes. Mathématiquement, on cherche à minimiser  $f$  sur  $E$ , c'est à dire, on cherche  $x^* \in E$  tel que :

$$F(x^*) = \min f(x) \quad (\text{III.1})$$

### III.3 Algorithme (PSO)

L'optimisation par essaim de particule (OEP), ou Particle Swarm Optimization (PSO) en anglais, est un algorithme évolutionnaire qui utilise une population de solutions candidates pour développer une solution optimale au problème. Cet algorithme a été proposé par Russel Eberhart (ingénieur en électricité) et James Kennedy (socio-psychologue) en 1995[15]. Il s'inspire à l'origine du monde du vivant, plus précisément du comportement social des animaux évoluant en essaim, tels que les bancs de poissons et les vols groupés d'oiseaux. L'essaim de particules correspond à une population d'agents simples, appelés particules. Chaque particule est considérée comme une solution du problème, où elle possède une position (le vecteur solution) et une vitesse. De plus, chaque particule possède une mémoire lui permettant de se souvenir de sa meilleure performance (en position et en valeur) et de la meilleure performance atteinte par les particules « voisines » (informatrices) : chaque particule dispose en effet d'un groupe d'informatrices, historiquement appelé son voisinage.



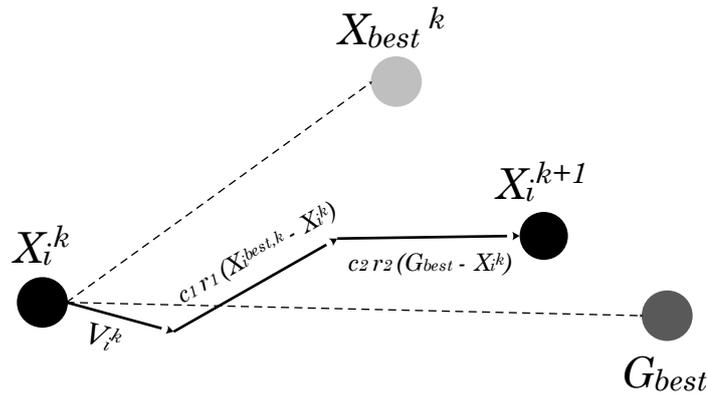
Figure III.1 Groupe de : (a) oiseaux, (b) poissons

#### III.3.1 Principe de fonctionnement de PSO

Dans cet algorithme, les solutions candidatent d'une population, appelées des particules, coexistent et évoluent simultanément en se basant sur le partage des connaissances avec les particules voisines. Chaque particule modifie sa vitesse pour trouver une meilleure solution (position) en appliquant sa propre expérience de vol (c.-à-d. mémoire ayant la meilleure position trouvée dans les vols précédents) et l'expérience de particules voisines (c.-à-d. meilleure solution trouvée de la population). Le déplacement d'une particule est influencé par trois composantes : [16]

- **Une composante d'inertie** : la particule tend à suivre sa direction courante de déplacement.
- **Une composante cognitive** : la particule tend à se fier à sa propre expérience et, ainsi, à se diriger vers le meilleur site par lequel elle est déjà passée.
- **Une composante sociale** : la particule tend à se fier à l'expérience de ses congénères et, ainsi, à se diriger vers le meilleur site déjà atteint collectivement par l'essaim.

Dans un espace de recherche de dimension  $D$ , la particule  $i$  de l'essaim est modélisée par son vecteur position  $\vec{X}_{ij} = (X_{i1}X_{i2} \dots X_{iD})^T$  et par son vecteur vitesse  $\vec{V}_{ij} = (V_{i1}V_{i2} \dots V_{iD})^T$ . La qualité de sa position est déterminée par la valeur de la fonction objective en ce point. Cette particule garde en mémoire la meilleure position par laquelle elle est déjà passée, que l'on note  $X_{best}^k = (X_{i1}X_{i2} \dots X_{iD})^T$ . La meilleure position atteinte par ses particules voisines est notée  $G_{best}$ . Le principe de la méthode d'essaim de particule est résumé par la figure suivante.



**Figure III.2:** Principe de fonctionnement de l'algorithme PSO.

$$\begin{cases} V_i^{k+1} = w * V_i^k + c_1 r_1 (X_{best}^k - X_i^k) + c_2 r_2 (G_{best} - X_i^k) \\ X_i^{k+1} = X_i^k + V_i^{k+1} \end{cases} \quad (III.2)$$

Les coefficients  $c_1, c_2$  sont respectivement le facteur d'apprentissage cognitif et social.  $r_1, r_2$

Sont deux variables aléatoire définit dans l'intervalle  $[0, 1]$ .  $p_{best}^k$  Est la meilleur position trouvé par la particule et  $G_{best}$  est la meilleur position trouvée par son voisinage. Finalement

le paramètre  $w$  représente l'inertie de la particule. Avec cette formulation, chaque particule

tente de modifier sa position en utilisant sa propre expérience  $c_1 r_1 (X_{best}^k - X_i^k)$ , et

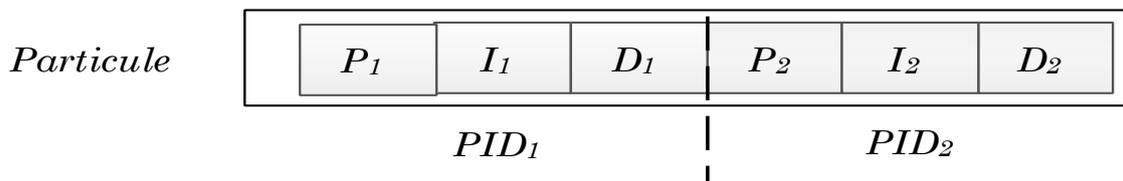
l'expérience de son voisinage également  $c_2 r_2 (G_{best} - X_i^k)$ .

Le coefficient d’inertie  $w$  joue un rôle important dans la procédure de recherche. Il garantit un équilibre entre la recherche locale et la recherche globale, un bon choix de cette fonction augmente l’efficacité de la méthode pour avoir une solution globale. L’expérience a montré que la diminution linéaire de sa valeur de 0.9 à 0.4 au cours de la procédure de recherche donne des meilleurs résultats. [17]

### III. 4 Optimisation des régulateurs PIDs par l’algorithme PSO

Pour commander le pendule inversé nous allons utiliser deux régulateur PIDs. Chaque régulateur sera dédié à un degré de liberté, c'est-à-dire le premier PID1 sera consacré au contrôle du déplacement linéaire  $x(t)$  tandis que le second régulateur sera dédié au control de l’angle du pendule  $\theta(t)$ . La commande du système représente la force qui sera obtenue après combinaison des deux réponses des deux régulateurs.

Comme nous avons avancé dans le chapitre précédent, l’ajustement et la recherche des gains de ces deux régulateurs sera effectué par l’algorithme d’optimisation PSO. Pour cela, les paramètres des deux régulateurs constituent la structure des particules manipulées par l’algorithme comme le montre la figure suivante. Les plages de variations des trois paramètres sont données par le tableau III.1 par chaque régulateur.



**Figure III.3** : Structure des particules du PSO

**Tableau III.1:**Plages de variations des paramètres du PID.

Paramètres	Kp	Ki	Kd
Valeur minimale	-100	-100	-100
Valeur maximale	100	100	100

Par conséquent chaque particule code simultanément les paramètres des deux régulateur PID1 et PID2, et donc l’ensemble de la population contient une multitude de

combinaisons des deux régulateurs. La figure ci-après montre une vue globale de l'optimisation des deux régulateurs par l'algorithme PSO.

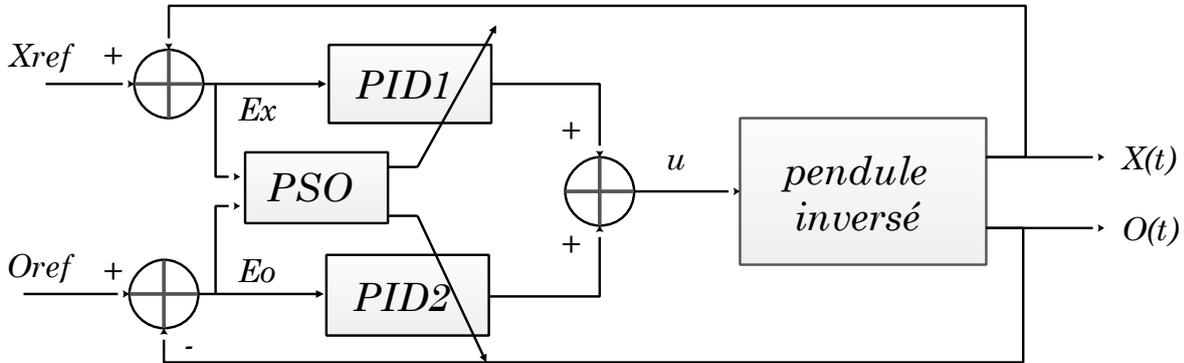


Figure III.4: Schéma synoptique de l'optimisation des régulateurs PID

Pour cette application les paramètres de l'algorithme PSO utilisé sont illustrés dans le tableau suivant :

Tableau III.2 : Paramètre de l'algorithme PSO

Nombre de particule	20
Nombre d'itération	500
$c_1$	1.5
$c_2$	2.0
$w$	Linéairement décroissante

### III .4.1Fonction objective

La fonction objective est utilisée en optimisation mathématique pour désigner une fonction qui sert de critère pour déterminer la meilleure solution au problème étudié. La fonction objective choisie pour l'algorithme (PSO) est de la forme suivante :

$$f = \sum(e_x)^2 + \sum(e_\theta)^2 \quad (\text{III .3})$$

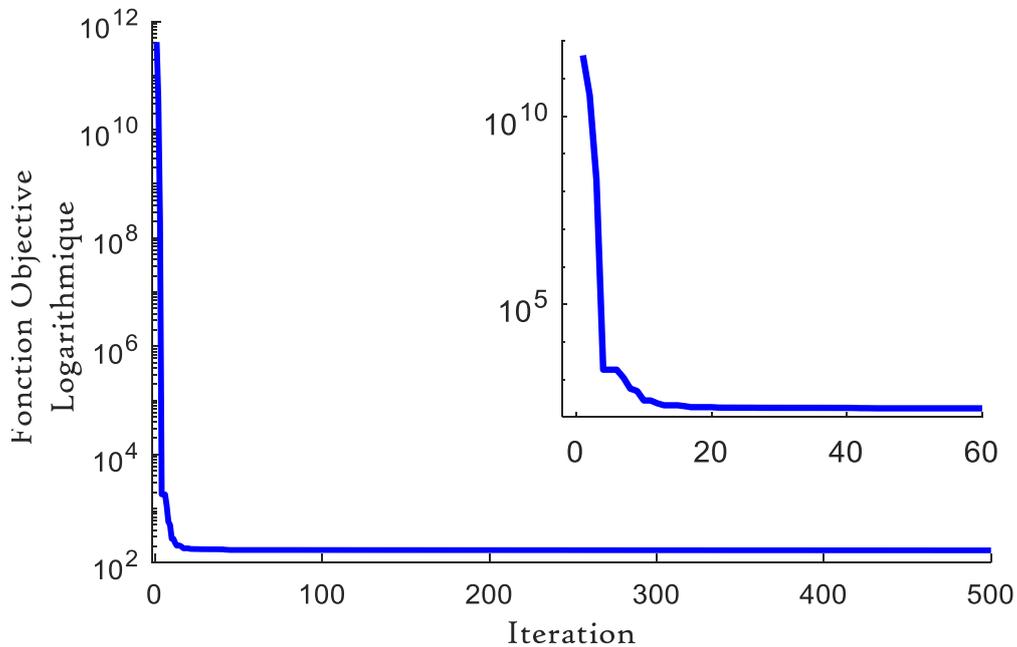
### III.5 Résultats de simulation

Après l'exécution de l'algorithme sur 500 itérations, nous avons obtenu les paramètres de nos régulateurs optimaux qui sont donnés dans le tableau suivant :

**Tableau III.3** : Paramètre des régulateurs optimaux

PID1			PID2		
P1	I1	D1	P2	I2	D2
-44.6938	-0.2414	-43.8496	-94.6914	-78.6450	-13.1148

La figure suivante illustre l'évolution de la fonction objective pour la meilleure particule à chaque itération



**Figure III.5** : Evolution de la fonction objective

A partir de cette figure on peut facilement voir l'évolution de la performance de la meilleure particule au cours des itérations successives. Durant les 20 premières itérations, l'algorithme PSO a pu améliorer significativement la qualité de la meilleure solution vue que la valeur de la fonction objective est passée d'une valeur d'ordre  $10^{12}$  à  $10^2$ . À partir de la 20<sup>ème</sup> itération, la valeur de la fonction objective semble se stabiliser autour de la dernière valeur, ce qui signifie que l'algorithme ne peut plus améliorer la solution trouvée.

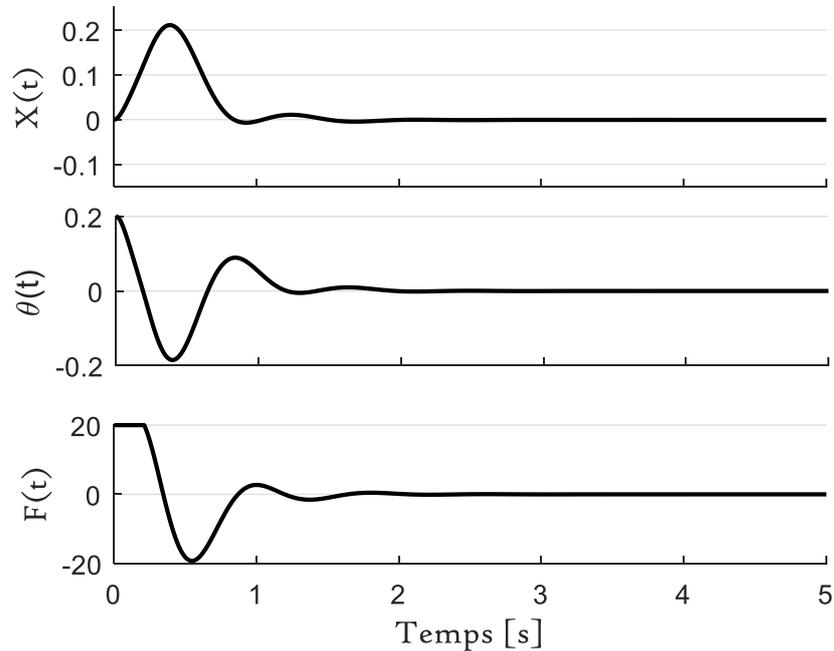
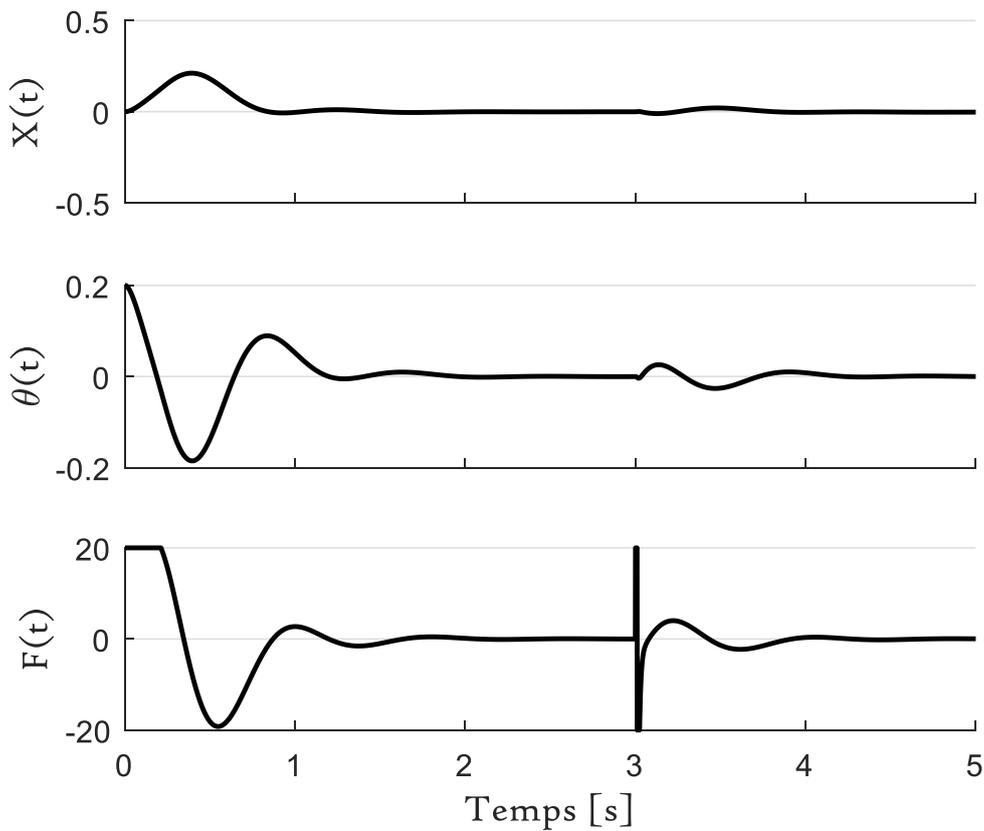


Figure III.6 Performance des régulateurs PID's optimaux

La figure ci-dessus montre la performance de régulation des deux PID's optimaux. On peut facilement constater qu'effectivement l'algorithme PSO a pu trouver les bonnes valeurs des différents paramètres.

Les deux PID's optimaux travaillent en parfaite synchronisation pour commander le système du pendule inversé. Ce succès se traduit par la stabilisation des deux variables du système à savoir le déplacement linéaire  $x(t)$  et l'angle du pendule  $\theta(t)$ .

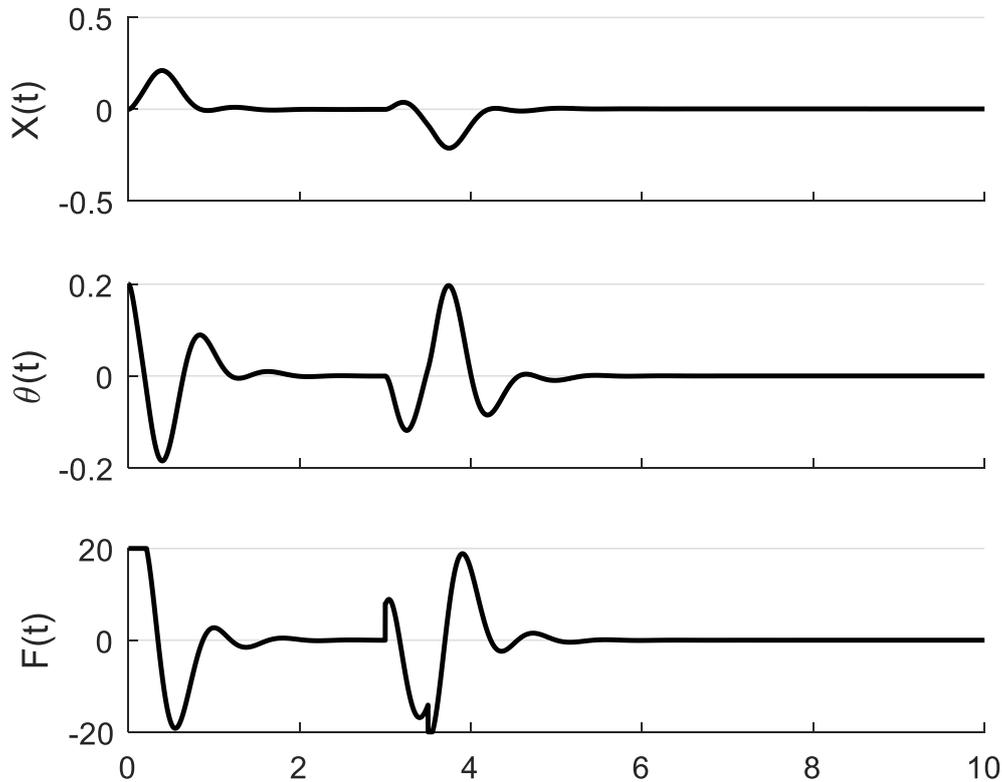
Afin de tester la robustesse des contrôleurs obtenus, nous avons appliqué une perturbation au niveau de la position du pendule à l'instant ( $t=3$ sec), l'angle de la perturbation est de 0.1 rad. La figure III.7 illustre l'évolution des variables du système en plus de la réaction des deux contrôleurs.



**Figure III.7** Premier test de robustesse des contrôleurs optimaux

A partir la figure III.7, on remarque que les deux contrôleurs arrivent à stabiliser le système en agissant d'une manière optimale sur la force à appliquer sur le chariot. Ce test ainsi confirme le bon fonctionnement du système de régulation et sa robustesse vis-à-vis des perturbations externes.

Toujours dans le but de tester la robustesse des contrôleurs, nous avons réalisé un second test dans lequel, une perturbation est appliquée sur le chariot qui se traduit par une force de durée 0.5s et d'amplitude 8 N à l'instant ( $t=3$ sec). Les résultats de ce test sont illustrés par la figure III.8.



**Figure III.8** Second test de robustesse des contrôleurs optimaux

Là aussi, les résultats montrent également la robustesse des contrôleurs qui réagissent aussi tôt que la perturbation est apparue (l'instant d'application de la force). Ce qui confirme bien la robustesse du système de commande obtenu vis-à-vis des différentes perturbations qui peuvent affecter soit la position du pendule ou du chariot.

### III.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé le domaine d'optimisation et on a détaillé le principe de fonctionnement de l'algorithme d'optimisation par essaim particulaire (PSO). Ensuite, nous avons donné l'expression de la fonction objective pour le problème de stabilisation du pendule inversé. L'optimisation des paramètres de deux PID a donné de très bons résultats en termes d'erreur et de rejet de perturbations.

# **Conclusion générale**

## **Conclusion générale**

Afin de remédier aux problèmes de réglage des paramètres du régulateur PID, de nouvelles approches sont introduites dans la littérature. Les méthodes à base d'algorithmes d'optimisation évolutionnaire présentent pas mal d'avantages par rapport aux méthodes classiques lorsque le système à commander est non linéaire et instable tel que le pendule inversé, sujet de notre application.

Notre travail a porté sur l'optimisation des paramètres du régulateur PID appliqué pour la stabilisation d'un pendule inversé autour de son point d'équilibre instable. Pour bien mener ce travail, nous avons commencé d'abord à comprendre les équations du système et sa dynamique. La modélisation du système pendule inversé a été largement détaillée dans le premier chapitre. Le modèle obtenu mis en évidence les fortes non linéarités intrinsèques au système. Ensuite, une étude sur les contrôleurs PID a été introduite dans le deuxième chapitre pour comprendre au mieux leur principe de fonctionnement et leurs structures. Il existe de nombreuses méthodes pour déterminer les paramètres optimaux du régulateur PID, et nous avons opté pour le PSO en raison de ses capacités d'optimisation et d'apprentissage dans un espace complexe multidimensionnel. Ainsi dans le troisième et dernier chapitre, après avoir étudié le fonctionnement d'un PSO, nous avons abordé le problème d'optimisation de deux régulateurs PID dont l'un est utilisé pour le chariot et l'autre pour le pendule. Les résultats de simulation sont très concluants et montrent l'intérêt de l'utilisation de l'algorithme PSO pour l'optimisation des paramètres. En effet la stratégie de commande utilisée permet une stabilisation du pendule et du chariot avec un rejet de perturbations.

Le travail réalisé a été validé sur le plan théorique, ainsi une implémentation en temps réel des régulateurs obtenus sur un banc d'essai est une problématique qu'il faut aborder. L'utilisation des algorithmes d'optimisation multi-objective est également une perspective intéressante à explorer.

# **Bibliographie**

- [1] Matignon D. "Représentations en variables d'état de modèles de guides d'ondes avec dérivation fractionnaire". PhD Thesis, Université de Paris-Sud, Orsay. 1998.
- [2] Mullhaupt Ph. "Introduction à l'Analyse et à la commande des systèmes non linéaires". Lausanne, Juin 2007.
- [3] Lahouazi F. "Mise en œuvre d'une stratégie de commande neuro floue: Application a un pendule inversé", Mémoire de Magister, Université Mouloud Mammeri TiziOuzou.2011.
- [4] Djoudi A, Benabdellah T. "synthèse et Application des lois de commande non linéaires sur un pendule inverse", Mémoire d'Ingénieur, Ecole Nationale Polytechnique, 2007.
- [5] Luc J. "Représentation d'état pour la modélisation et la commande des systèmes", collection automatique de base dirigée par Alain Richard, Lavoisier, 2005.
- [6] Dagher K, Al-Araji A. "Design of an Adaptive PID Neural Controller for Continuous Stirred Tank Reactor based on Particle Swarm Optimization," AlKhwarizmi Engineering Journal, Vol. 9, No. 4, P.P. 46- 53, 2013.
- [7] Boukhris M. "Regulation de vitesse d'une machine asynchrone", Université de Kasdi Merbah OURAGLA, Master en Electrotechnique (2014)
- [8] Jean-Marie F. "La régulation industrielle régulateurs PID, prédictifs et flous\_Hermes\_paris\_1994,2000.
- [9] Leva A., Colombo A M. "On the IMC-based synthesis of the feedback block of the ISA PID regulator", Transactions of the institute of Measurement and Control ;26(5) :417-440, 2004.
- [10] <https://www.elprocus.com/the-working-of-a-pid-controller/>
- [11] Kennedy J., Eberhart R., "Particle swarm optimization," In: Proceedings of the IEEE conference on neural networks (ICNN'95), Vol. IV. Perth, Australia; pp.1942– 1948.1995.
- [12] Goss S., Aron S., Deneubourg J. L., and Pasteels, J. M. (1989). SelfOrganized Shortcuts in the Argentine Ant. Naturwissenschaften, 76 :579–581.[13] <http://informatique.coursgratuits.net/methodes-numeriques/algorithmes-genetiques.php>
- [14] Saïd L. "Méthodes bio-inspirées hybrides pour la résolution de problèmes complexes", Université Constantine 2, thèse avril 2013
- [15] Kennedy J., Eberhart R. "Particle Swarm Optimization". In the IEEE International Joint Conférence on Neural Networks, pages 1942–1948, Perth, (1995).
- [16] SILVA J. "PID Controller for Time-Delay Systèmes", Springer, 2005.
- [17] ETIQUÉ M. "Régulation automatique", (Yverdon-les-Bains), Haute Ecole d'Ingénierie et de Gestion du canton de Vaud (HEIG-VD), p164, 172, 179-180, mars 2007.

# Résumé

Le travail présenté par ce mémoire a pour but de développer une stratégie de commande d'un pendule inversé par un contrôleur PID optimisé par l'algorithme PSO.

Après la présentation du système pendule inversé et à l'élaboration de son modèle mathématique qui est basé sur le formalisme d'Euler-LaGrange, nous avons donné les résultats de simulation à partir du modèle établi.

En deuxième partie une vue générale sur les contrôleurs PID et leur fonctionnement, ainsi que les méthodes de synthèse. La dernière partie c'est la plus importante qui consiste à optimiser les paramètres d'un contrôleur PID par l'algorithme PSO qui est appliqué à la stabilité d'un pendule inversé.

# Abstract

The work presented by this memory aims to develop a strategy for controlling an inverted pendulum by a PID controller optimized by the PSO algorithm.

After presentation of the inverted pendulum system and the development of its mathematical model which is based on the Euler-lagrange formalism, we gave the simulation results from the established model.

In the second part, a general view on PID controllers and their operation as well as the synthesis methods. The last and most important part is to optimize the parameters of a PID controller by the PSO algorithm which is applied to stabilization of an inverted pendulum.