

**RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR**  
**ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA BEJAIA**  
**FACULTÉ DE TECHNOLOGIE**  
**DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE**

MEMOIRE

PRÉSENTÉ POUR L'OBTENTION DU DIPLÔME DE

**MASTER**

FILIÈRE : GÉNIE MÉCANIQUE

SPÉCIALITÉ : ÉNERGÉTIQUE

PAR :

**KESSOUM WARDA**

**Thème**

---

**Convection mixte induite par la rotation d'un  
cylindre muni de deux ailettes**

---

Soutenu le 02/07/2018 devant le jury composé de:

Mr. <b>DJERRADA. A</b>	Président
Mr. <b>SADAOUI. D</b>	Rapporteur
Mr. <b>SAHI. A</b>	Examineur

**ANNÉE UNIVERSITAIRE 2017-2018**

# Sommaire

---

## Sommaire

Remerciement

Dédicace

Nomenclature .....i

Liste des figures.....iii

Liste des tableaux .....v

Introduction Générale..... 1

### Chapitre I

#### Etude bibliographique

I.1 INTRODUCTION..... 2

I.2 Recherche bibliographique..... 3

    I.1. Convection naturelle ..... 3

    I.2. Convection mixte : ..... 9

I.3 Conclusion..... 13

### Chapitre II

#### Position de problème

II.1 Introduction ..... 14

II.2 Description du problème ..... 14

II.3 Hypothèses simplificatrices :..... 15

II.4 Les équations gouvernantes ..... 15

    II.4.1 Forme dimensionnelle des équations : ..... 15

    II.4.3. Forme adimensionnelle des équations ..... 16

# Sommaire

---

II .4.4 Conditions aux limites .....	17
II.5 Groupements sans dimensions .....	18
II.6 Conclusion.....	19

## Chapitre III

### présentation de la méthode des volumes finis

III.1 INTRODUCTION.....	20
III.2 Principe de la méthode des volumes finis .....	20
III.3 Maillage.....	21
III.4 Equation générale de transport .....	22
III.4.1 Schéma de discrétisation spatiale .....	24
III.4.1.1 Schéma aux différences centrées (CDS).....	24
III.4.1.2 Schéma Upwind (UPS).....	24
III.4.1.3 Schéma hybrid (HDS: Hybrid Differencing Scheme) .....	25
III.4.1.4 Schéma à la loi de puissance (PLDS) .....	26
III.4.2 Schéma de discrétisation temporelle .....	26
III.4.2.1 Schéma explicite ( $\theta=0$ ) .....	27
III.4.2.2 Schéma implicite ( $\theta=1$ ).....	27
III.4.2.3 Schéma de Cranck-Nicolson ( $\theta=1/2$ ).....	27
III. 4.3 Discrétisation des équations de quantité de mouvement .....	27
III.4.3.1 Algorithm SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation) .....	29
III.5 Résolution des systèmes d'équations .....	32
III.5.1 Algorithme (TDMA) .....	32

## Chapitre IV

### Résultats et discussions

IV.1 Introduction.....	34
IV.2 Géométrie et propriétés physiques .....	34

# Sommaire

---

IV.3 Validation des résultats pour le cas du cylindre intérieur tournant (sans ailette).....	35
IV.4. Etude de maillage.....	35
IV.5 Résultats de la simulation pour la convection mixte étudiée .....	37
IV.5.1 Influence du nombre de Grashof .....	38
IV.5.2 Influence du nombre de Richardson.....	43
IV.5.3 Analyse du nombre de Nusselt (locale et moyen).....	47
IV.5.4 Influence du nombre de Prandtl .....	49
IV.6 Conclusion .....	55
<b>Conclusion Générale.....</b>	<b>56</b>
<b>Références bibliographique.....</b>	<b>59</b>

# *Remerciements*

*Tout d'abord je remercie dieu tout puissant de m'avoir donné le courage de faire ce modeste travail.*

*Ensuite, je tiens à remercier vivement notre encadreur Mr D. SADAoui Professeur à L'université de Bejaia pour m avoir parfaitement guidés tout le long de la réalisation de ce travail.*

*J adresse aussi mon remerciements les plus sincères à Mr D.DJERRADA pour l'honneur qui il MA a fait de présider ce jury.*

*Je remercie également Mr A.SAHI d'avoir accepté de faire partie du jury et d'examiner mon travail.*

*Je remercie chaleureusement tout le corps enseignants du département Génie Mécanique pour leurs contributions à cette formation.*

*Mes remerciements s'adressent aussi à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail tout particulièrement à CHERFI Ryad, et HAMDI Messaoud*

*Je remercie chaleureusement ma famille et mes ami (es).*

*Par Warda.*

## *Dédicaces*

*Mes très chers parents qui ont toujours été la  
pour moi et qui m'ont donné un magnifique modèle  
de labeur et de persévérance. J'espère qu'ils trouveront dans ce  
travail toute ma reconnaissance  
et tout mon amour.*

*Mes Chers Frères (Yanis et Fahim) et  
Mes Adorables Sœurs (Safia, Nabila  
, Fahima, Soraya, et Lamis)  
A mes nièces et mon neveux: Anias, Ilyne et Aylan.  
Toute ma famille*

*A mes amis (es) Malila, kahina , Hayat, kenza,kawssan ,kiki, Massine, Farouk, et walid, merci  
pour tous ces moments que nous avons partagé, pour nos éclats de rire et notre complicité.*

*Je vous souhaite tout le bonheur du monde*

*Je dédie ce mémoire à toute la promotion énergétique 2017/2018.*

*Warda*

## Nomenclature

Symboles	Définitions	Unités
$C_p$	Chaleur massique à pression constante	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
$d_h$	Diamètre hydraulique	m
$g$	Accélération de pesanteur	$m\ s^{-2}$
$h$	Coefficient d'échange par convection	$W\ m^{-2}\ K^{-1}$
$l$	Largeur de référence	M
$p$	Pression dimensionnelle	Pa
$P$	Pression adimensionnelle	
$q$	Flux de chaleur	$W\ m^{-2}$
$r, l_a$	Rayon du cylindre et hauteur de l'ailette	m
$T$	Température	K
$t (\Delta t)$	Temps (pas de temps)	s
$\vec{u}, \vec{v}$	Composantes de la vitesse suivant les axes x et y	$m\ s^{-1}$
$\vec{U}, \vec{V}$	Composante adimensionnelle des vitesses	$m\ s^{-1}$
$x, y (X, Y)$	Coordonnées dimensionnelles (adimensionnelles)	m
<b>Indices</b>		
0, ref	Paramètre de référence	
h, c	Surface chaude et froide	
<b>Nombre adimensionnels</b>		
Nu	Nombre de Nusselt	$Nu = h\ l_{réf} / \lambda$
Pr	Nombre de Prandtl	$Pr = \nu / \alpha$
Re	Nombre de Reynolds	$Re = \omega r_i\ l_{réf} / \nu$
Gr	Nombre de Grashof	$Gr = g\beta(T - T_0) l_{réf}^3 / \nu^2$
Ri	Nombre de Richardson	$Ri = Gr / Re^2$

Symboles grecs		
$\alpha$	Diffusivité thermique	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$\beta$	Coefficient de dilatation à pression constante	$\text{K}^{-1}$
$\theta$	Angle	degré
$\tau$	Temps adimensionnel	
$\mu$	Viscosité dynamique	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$
$\nu$	Viscosité cinématique	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$\rho$	Masse volumique de l'air	$\text{kg m}^{-3}$
$\lambda$	Conductivité thermique	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
$\Delta T$	Différence de température	K
$\Theta$	Température adimensionnelle	
$\omega$	Vitesse angulaire	rad/s
$\delta$	diamètre du cylindre intérieur / largeur	



## Liste des figures

---

### LISTE DES FIGURE

<b>Figure I. 1 :</b> Nombre de Nusselt moyen pour diverses excentricités .....	4
<b>Figure I. 2 :</b> Variation du nombre de Nusselt moyen pour les deux configurations .....	4
<b>Figure I. 3 :</b> Lignes de courant (droite) et Isotherme (gauche) pour différents emplacement hauteur des chicane dans la cas de deux ailettes ( $R_a = 10^4$ ).....	5
<b>Figure I. 4 :</b> Différents arrangements d'ailettes (a) : 2 ailettes horizontal ,(b) : 2 ailettes verticales ,(c) : 4 ailettes (2 horizontales et 2 verticales), (d) : 4 ailettes décalées de $45^\circ$ par rapport à l'horizontal et à la verticale, (e) : 12 ailettes. ....	6
<b>Figure I. 5 :</b> Isothermes : comparaison entre les résultants numériques et expérimentaux (eau : moitié gauche – air moitié droite) .....	7
<b>Figure I. 6 :</b> Transfert de chaleur en fonction de la longueur des ailettes (t : épaisseur, N nombre d'ailettes).....	8
<b>Figure I. 7 :</b> Variation du nombre de Nusselt moyen pour différents angles d'inclinaison des ailettes.....	9
<b>Figure I. 8 :</b> Effet du nombre de Reynolds sur la distribution du nombre de Nusselt le long des blocs chauffés :(a) modale $k - \epsilon$ , (b) modale RSM .....	10
<b>Figure I. 9 :</b> Effet du nombre de Rayleigh sur le nombre de Nusselt moyen pour différentes configurations (positions du cylindre intérieur) .....	11
<b>Figure I. 10 :</b> Modele physique considéré dans [12] .....	11
<b>Figure I. 11 :</b> Modele physique considéré par J. S. YOO [12]. ....	12
<b>Figure I. 12 :</b> Schéma du problème considéré par Teamah [14]. ....	12
<b>Figure I. 13 :</b> Canal muni de chicane en convection mixte.....	13
<b>Figure II. 1 :</b> Géométrie de problème considéré .....	14
<b>Figure III. 1 :</b> Volume de contrôle bidimensionnel. ....	21
<b>Figure III. 2 :</b> (a) Volumes de contrôle principale, (b) Maillage décalé pour $u_e$ , (c) Maillage décalé pour $v_n$ . ....	22
<b>Figure III. 3 :</b> Volume de contrôle à travers lequel se fait l'intégration.....	23
<b>Figure III. 4 :</b> Volume de contrôle dans le cas à une dimension. ....	24
<b>Figure III. 5 :</b> $0 > uwet 0 > ue$ .....	25
<b>Figure III. 6 :</b> $0 < uwet 0 < ue$ .....	25
<b>Figure III. 7 :</b> Illustration d'une grille décalée pour u et v. ....	28
<b>Figure III. 8 :</b> Volume de contrôle correspondant à u. ....	28

## Liste des figures

---

<b>Figure III. 9:</b> Volume de contrôle correspondant à $v$ .....	29
<b>Figure III. 10:</b> Volume de contrôle pour l'équation de continuité.....	30
<b>Figure IV.11 :</b> Comparaison des lignes de courant (a) : données actuelles, (b) :J.S.Yoo [13] ( $Ra=10^4$ et $Re= 100$ ).....	35
<b>Figure IV. 2 :</b> Comparaison des lignes d'isothermes (a) : données actuelles, (b) :J.S. Yoo [13] ( $Ra=10^4$ et $Re= 100$ ).....	36
<b>Figure IV. 3 :</b> Nombre de Nusselt local sur le cylindre extérieur ( $Ra=10^4$ et $Re= 100$ ).....	36
<b>Figure IV. 4 :</b> Grille adoptée .....	37
<b>Figure IV. 5 :</b> Ligne de courant (droite) et d'isotherme (gauche) pour $Ri=0.1$ , $Pr=0.71$ .....	39
<b>Figure IV. 6 :</b> Ligne de courant (droite) et d'isotherme (gauche) pour $Ri=1$ , $Pr=0.71$ .....	40
<b>Figure IV. 7 :</b> Ligne de courant(droite) et d'isotherme (gauche) pour $Ri=5$ et $Pr=0.71$ .....	41
<b>Figure IV. 8 :</b> Ligne de courant (gauche) et d'isotherme (droite) pour $Ri=10$ , $Pr=0.71$ .....	42
<b>Figure IV. 9 :</b> Ligne de courant (droite) et isotherme (gauche): $Gr=10^3$ et $Pr=0.71$ .....	44
<b>Figure IV. 10 :</b> Ligne de courant (droite) et isotherme (gauche): $Gr=10^4$ , $Pr=0.71$ .....	45
<b>Figure IV. 11 :</b> Ligne de courant (droite) et isotherme ( gauche) pour $Gr=10^5$ , $Pr=0.71$ .....	46
<b>Figure IV. 12 :</b> Nombre de Nusselt locale sur le cylindre intérieur et extérieur.....	47
<b>Figure IV. 13 :</b> Nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Grashof.....	48
<b>Figure IV. 14 :</b> Nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Richardson.....	48
<b>Figure IV. 15 :</b> Ligne de courant et d'isotherme pour $Ri=0.1$ pour les différents nombres de Prandtl .....	50
<b>Figure IV. 16 :</b> Ligne de courant (gauche) et d'isotherme (droite) pour $Ri=1$ pour les différents nombres de Prandtl.....	51
<b>Figure IV. 17 :</b> Ligne de courant (gauche) et d'isotherme (droite) pour $Ri=5$ pour les différents nombres de Prandtl .....	52
<b>Figure IV. 18 :</b> Ligne de courant et d'isotherme pour $Ri=10$ et différents nombres de Prandtl .....	53
<b>Figure IV. 19 :</b> Nusselt moyen pour $Gr=10^2$ pour différentes valeur de $Ri$ et $Pr$ .....	54
<b>Figure IV. 20 :</b> Nusselt moyen pour les différentes valeur $Pr$ .....	55

### Liste des tableaux

<b>Tableau.II. 1:</b> Condition aux limites (D : dimensionnelle ; SD : adimensionnelle) .....	17
<b>Tableau.III. 1:</b> Les termes de l'équation de transport. ....	22
<b>Tableau.IV. 1 :</b> Propriétés thermo physiques des fluides. ....	34
<b>Tableau.IV. 2:</b> Conditions utilisées pour les simulations .....	35
<b>Tableau.IV. 3:</b> Influence de la taille du maillage sur le nombre de Nusselt moyen. ....	37

## INTRODUCTION GENERALE

La simulation numérique dans l'étude des problèmes physiques tels que les écoulements des fluides et les phénomènes de transferts thermiques occupe une place très importante dans la recherche. Dans ce domaine, la modélisation mathématique est fondée sur les équations de conservation de la mécanique des fluides, couplées avec l'équation de conservation de l'énergie. Leur résolution numérique est rendue possible en utilisant une méthode numérique convenable.

Parmi ces méthodes, on citera: les différences finies, les éléments finis et les volumes finis. L'avantage de la méthode des volumes finis par rapport aux éléments finis est qu'elle vérifie une meilleure approximation de la loi conservation. Elle est à l'origine de plusieurs codes de calcul CFD (Computational Fluid Dynamique).

La convection dans les cavités, a été depuis longtemps l'objet de plusieurs études vu son importance sur le plan théorique et expérimental. Sur le plan théorique, la complexité de la solution du problème qui dépend de plusieurs paramètres à savoir la géométrie, la nature du fluide et le nombre de Rayleigh (Grashof), ont fait qu'elle reste toujours moins bien connue quant à la transition vers la turbulence. Sur le plan pratique ces modes de transfert sont très répondus, on citera les cas des d'ingénierie tels que les systèmes de stockage d'énergie thermique, la conception de réacteurs nucléaires, la conversion d'énergie et stockage et énergie solaire, la thermique du bâtiment, du contrôle de l'ingénierie chimique, le refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires contrairement peu de travail a été fait expérimentalement et théoriquement sur cette dernière.

Dans le présent travail, nous nous intéresserons à la modélisation de la convection mixte dans une cavité annulaire en présence de deux ailettes. L'écoulement est supposé laminaire, en régime périodique établi, on analysera particulièrement l'effet de la rotation de cylindre extérieure, ainsi que l'influence de nombre de Richardson, de Grashof, et de Prandtl sur le Transfer Thermique.

Faisant suite à cette introduction générale qui présente essentiellement cette étude, le premier chapitre est consacré à une synthèse bibliographique des travaux théoriques, expérimentaux et numériques ayant trait à la convection naturelle et la convection mixte dans des cavités cylindriques.

# Introduction générale

---

Le second chapitre concerne la formulation mathématique du problème où les équations gouvernantes, les hypothèses simplificatrices, et les conditions aux frontières associées sont présentées. Ensuite, nous établissons les équations adimensionnelles et nous définissons les principales grandeurs adimensionnelles caractérisant l'écoulement et le transfert de chaleur.

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté les méthodes numériques de résolution, des équations différentielles aux dérivées partielles. Nous avons choisi la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations régissant notre modèle. (L'algorithme SIMPLE est utilisé pour obtenir le champ de pression à partir de l'équation de continuité).

Le quatrième chapitre contient une validation du modèle qui est effectuée au moyen d'une comparaison avec des études disponibles dans la littérature. Il contient les résultats des calculs effectués en vue de déterminer l'influence de quelques paramètres (le nombre Richardson, le nombre de Grashof, l'effet de la rotation de cylindre extérieur et la variation de nombre de Prandtl) sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur.

Nous avons fini par une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus dans cette étude et tracer les perspectives et les extensions à donner à ce travail.

**INTRODUCTION**

La convection est la recherche du champ de vitesse et de température dans un milieu fluide (gaz ou liquide) dont les différentes parties sont en mouvement les unes par rapport aux autres. Elle a attiré l'attention de nombreux scientifiques et industriels en raison de son intérêt considérable et ses vastes applications dans l'ingénierie tels que les systèmes de stockage d'énergie thermique, la conception de réacteurs nucléaires, l'énergie solaire, la thermique du bâtiment, le refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires. Il existe peu de travaux tant expérimentaux que théoriques sur ces derniers.

En thermique, on distingue trois types de convection : convection naturelle ou libre, convection forcée et convection mixte.

**1. Convection naturelle (Libre)**

Le phénomène de convection naturelle thermique apparaît spontanément, sous le seul effet des différences de masse volumique résultantes des différences de températures sur les cavités.

**2. Convection Forcée**

Le phénomène de convection forcée apparaît quand le mouvement du fluide est provoqué par une action externe (gradient de pression) : pompe, ventilateur, compresseur...etc.

**3. convection mixte**

La convection mixte correspond au couplage des deux phénomènes précédents (naturelle et forcée) quand le mouvement du fluide est produit simultanément par l'effet de gradient de température et de pression.

Le nombre adimensionnel dit nombre de Richardson (Ri) permet de distinguer entre ces différentes modes de convection. Ce dernier traduit l'importance de la convection naturelle (énergie potentielle des forces de poussée) par rapport à la convection forcée (énergie cinétique du fluide). Il est défini par :

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2}$$

## I. Recherche bibliographique

L'amélioration des transferts de chaleur par convection est l'objectif principal de nombreux travaux. Un grand nombre de chercheurs ont mené des études sur ce phénomène.

### I.1. Convection naturelle

La convection naturelle (libre) autour d'un cylindre horizontal est un sujet relativement ancien et a été étudiée de manière approfondie par des techniques analytiques, numériques et expérimentales. Parmi ces études on trouve :

**Ashley M. Thornhill et E. kobla Glakpe [1]**, ont conduit une étude expérimentale sur la convection naturelle dans un espace annulaire concentrique horizontal et vertical (deux cylindres coaxiaux), pour  $Pr=0,7$  et un rapport des diamètres de 2,6. Ils ont montré que la position du cylindre interne a un effet significatif sur le taux de transfert de chaleur dans les anneaux horizontaux. Le cas excentrique positif (0.627) présente des effets convectifs plus forts par rapport au cas excentrique négatif (0.652). Les effets de conductivité sur le cylindre intérieur  $k_{eqi}$  pour un nombre de Rayleigh de  $10^6$  sont moins importants pour le cas excentrique positif comparé au cas excentrique négatif. L'inverse est vrai en haut de l'anneau

L'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne une augmentation des niveaux de transfert de chaleur. La figure I.1 représente la distribution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh pour diverses excentricités (excentrique positif, excentrique négatif et concentrique).

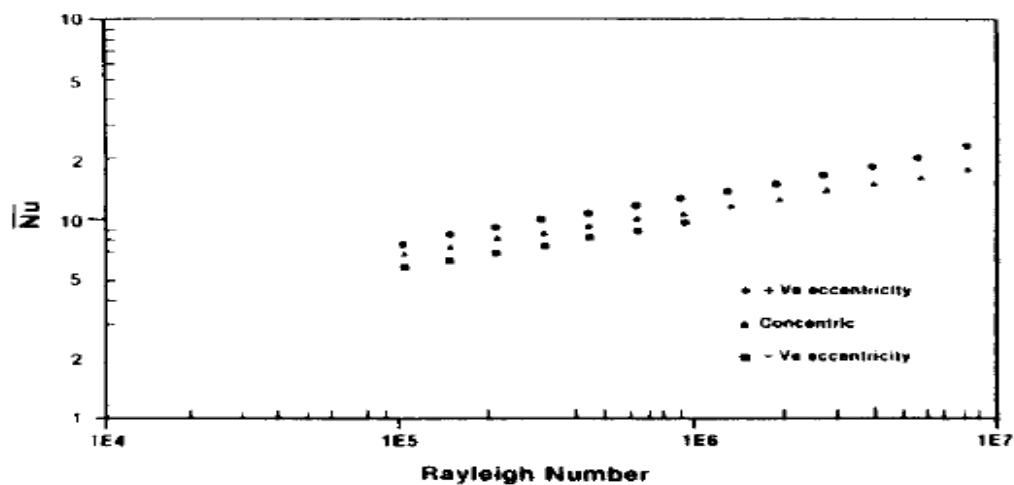
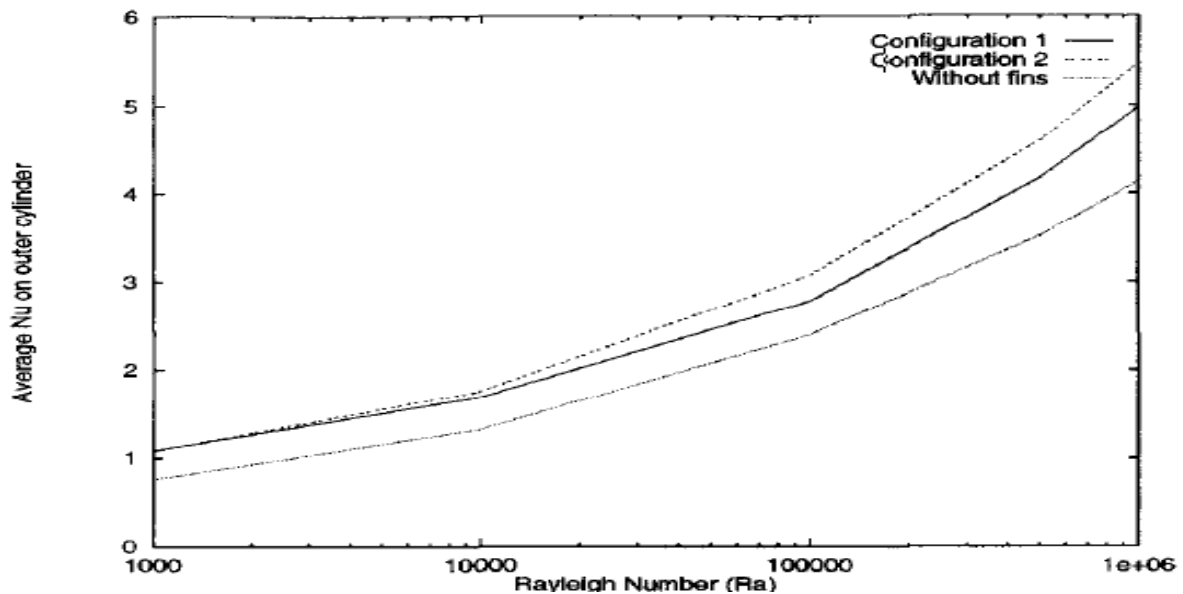


Figure I.1: Nombre de Nusselt moyen pour diverses excentricités

M.I. Farinas, A. Garon et K. Saint-Louis [2] ont mené une étude numérique par la méthode des éléments finis sur la convection naturelle dans un espace annulaire entre deux cylindres concentriques, le cylindre intérieur étant muni de six ailettes. Les résultats ont été obtenus pour de l'air ( $Pr = 0,7$ ). Le but recherché été de voir l'influence de la géométrie des ailettes (bout pointu, rond et divergent), leurs longueurs ainsi que leurs orientations pour un nombre de Rayleigh variant de  $10^3$ - $10^6$ . Ils ont remarqué que la deuxième configuration à deux ailettes (décalées de  $30^\circ$  par rapport à la verticale) a un meilleur échange thermique de 10% par rapport à la configuration de deux ailettes (verticales). La Variation du nombre de Nusselt moyen pour les deux configurations est montrée sur la figure I.2.



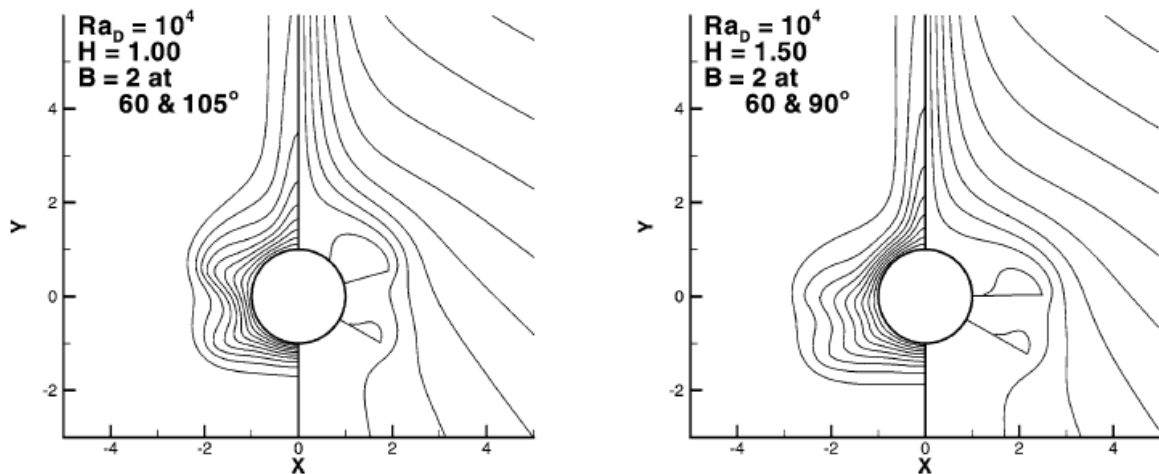
**Figure I.2 :** Variation du nombre de Nusselt moyen pour les deux configurations

Le taux de transfert de chaleur étant proportionnel au nombre de Nusselt, ce dernier est presque le même pour les trois géométries. La différence entre ces géométries apparaît lorsqu'on compare les trois efficacités des ailettes. Il a été constaté que celle-ci diminue en augmentant le nombre de Rayleigh pour les trois géométries et elle est plus importante pour les ailettes à bout rond. Le nombre de Nusselt moyen sur le cylindre extérieur est proportionnel au nombre de Rayleigh et la longueur des ailettes.

Bassam A/K Abu-Hijleh [3] a étudié numériquement la convection naturelle autour d'un cylindre horizontal muni de (11) chicanes (ailettes) uniformément espacées à faible conductivité thermique. La génération d'entropie de ces ailettes a été calculée pour plusieurs configurations (un emplacement tangentiel variant de  $15^\circ$  à  $165^\circ$ , des hauteurs de 0.1, 0.25, 0.5, 1.0, 1.5, un nombre de Rayleigh de  $10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^5$  et des diamètres des cylindres de

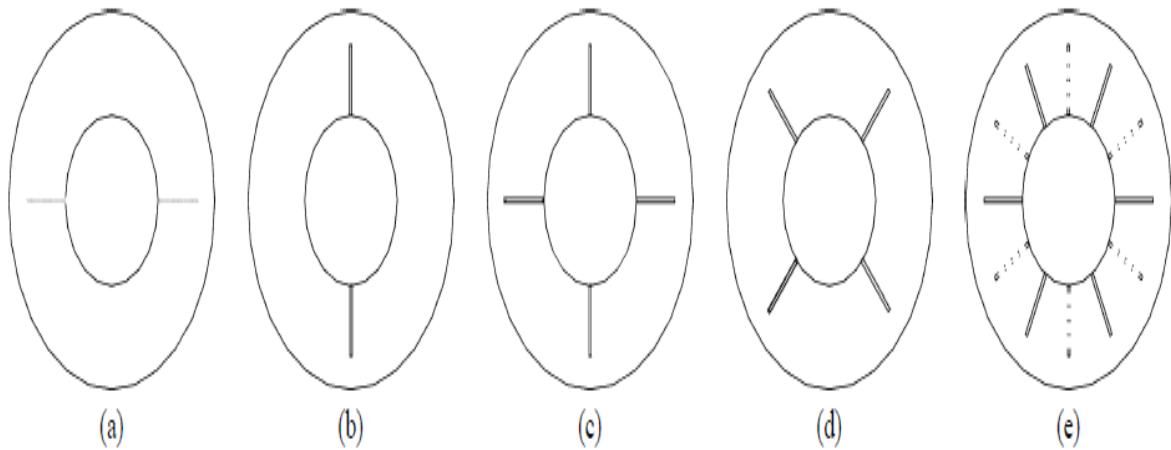


$10^{-3}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-1}$ , 1.0, 10.0 m). Le but est d'optimiser le nombre, les positions, et la longueur des ailettes. Les résultats indiquent que le bon positionnement d'une ou deux chicane peut réduire le transfert de chaleur du cylindre intérieure de 70% par rapport à l'utilisation de 11 chicane uniformément espacées. L'utilisation de chicane sur des cylindres de grand diamètre est plus efficace pour réduire la génération d'entropie et donc améliorer l'efficacité thermodynamique du système. La figure I.3 montre les lignes de courant (droite), et les isothermes (gauche) pour différents emplacement et hauteur des chicane ( $Ra = 10^4$ ).



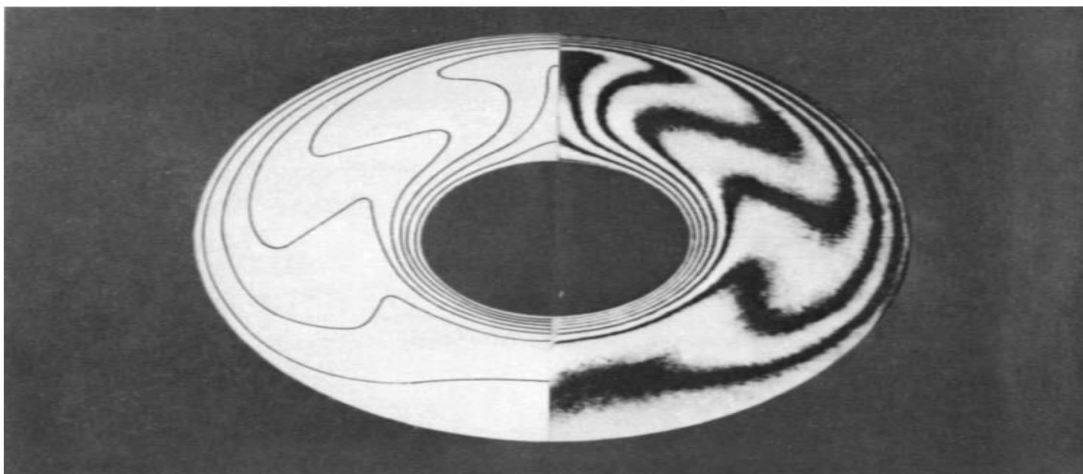
**Figure I. 3** : Lignes de courant (droite) et Isotherme (gauche) pour différents emplacement hauteur des chicane dans la cas de deux ailettes ( $Ra = 10^4$ ).

**Mohammad Rahnema et Mousa Farhadi [4]** ont conduit une étude numérique sur la convection naturelle turbulente entre deux cylindres horizontaux concentriques munis d'ailettes radiales (le nombre d'ailettes est situé entre 2 et 12,  $Ra$  varie entre  $10^6$  et  $10^9$ ,  $Pr=0,7$  pour un rayon de 2.6 m). L'objectif principal de cette étude est d'analyser l'effet des ailettes sur le transfert de chaleur en convection naturelle turbulente. Ils ont montré que le nombre de Nusselt locale diminue en augmentant la longueur et le nombre des ailettes. La position des ailettes à un effet considérable sur le flux et le champ de température. Ils ont aussi observé qu'il y a une réduction du taux de transfert de chaleur dans toutes les configurations considérées comparées au cas d'une configuration sans ailettes pour le même  $Ra$ . La figure I.4 représente différents arrangements d'ailettes considérés.



**figure I.4** : Différents arrangements d'ailettes (a) : 2 ailettes horizontales ,(b) : 2 ailettes verticales ,(c) : 4 ailettes (2 horizontales et 2 verticales), (d) : 4 ailettes décalées de  $45^\circ$  par rapport à l'horizontale et à la verticale, (e) : 12 ailettes.

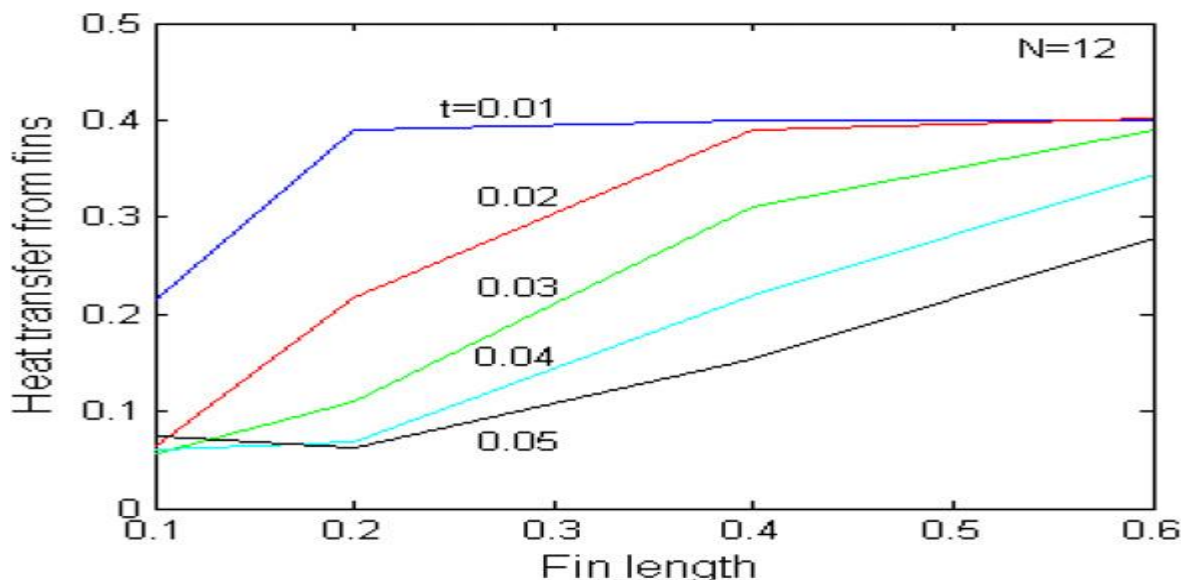
**H. Kuehn et R. J. Goldstein [5]** ont mené une investigation expérimentale et numérique pour approfondir les connaissances existantes sur la distribution de la vitesse, de la température et le coefficient de transfert de chaleur pour la convection naturelle à l'intérieur d'un anneau horizontal, Figure I.5. Les résultats expérimentaux sont obtenus à l'aide d'un interféromètre de Mach-Zehnder en utilisant l'eau et l'air à la pression atmosphérique avec un rapport entre la largeur de l'espace et diamètre du cylindre intérieur de 0,8. Le nombre de Rayleigh varie entre  $2.1 \times 10^4$  et  $9.76 \times 10^5$ . Les solutions numériques confirment les valeurs obtenues expérimentalement, leur travail est pris comme référence.



**Figure I.5** : Isothermes : comparaison entre les résultants numériques et expérimentaux (eau : moitié gauche – air moitié droite)

P. Teertstra, M. M. Yovanovich et J. R. Culham [6] ont analysé analytiquement la convection naturelle dans une cavité cylindrique horizontale et dans d'autres géométries (cercle dans un carré, un diamant dans un carré, elliptique dans un cercle, un carré dans un cercle et hexagonal dans un cercle ...). Le but de cette étude est de prédire le taux de transfert de chaleur total (par unité de longueur), dans l'enceinte intérieure due à la convection naturelle.

SC Haldar, GS Kochhar, K. Manohar et R.K Sahoo [7] ont étudié numériquement l'influence de différents paramètres (épaisseur, nombre et longueur des ailettes) sur les régimes de la convection naturelle autour du cylindre muni de 18 ailettes longitudinales de forme rectangulaire uniformément espacées, Figure I.6. La surface du cylindre a été considérée comme isotherme pour un nombre de Prandtl  $Pr=0.7$  et nombre de Grashof fixe  $Gr=10^5$ . Ils ont montré que les ailettes elles-mêmes contribuent très peu au transfert de chaleur totale, mais leur présence modifie considérablement la température du fluide adjacent à la surface du cylindre et par conséquent le transfert de chaleur dans la zone sans ailettes. Le nombre optimal d'ailettes est de 6 (lorsque le coût des ailettes est pris en considération). Le taux de transfert de chaleur diminue avec l'augmentation de l'épaisseur au-delà d'une valeur sans dimension d'environ 0,02.

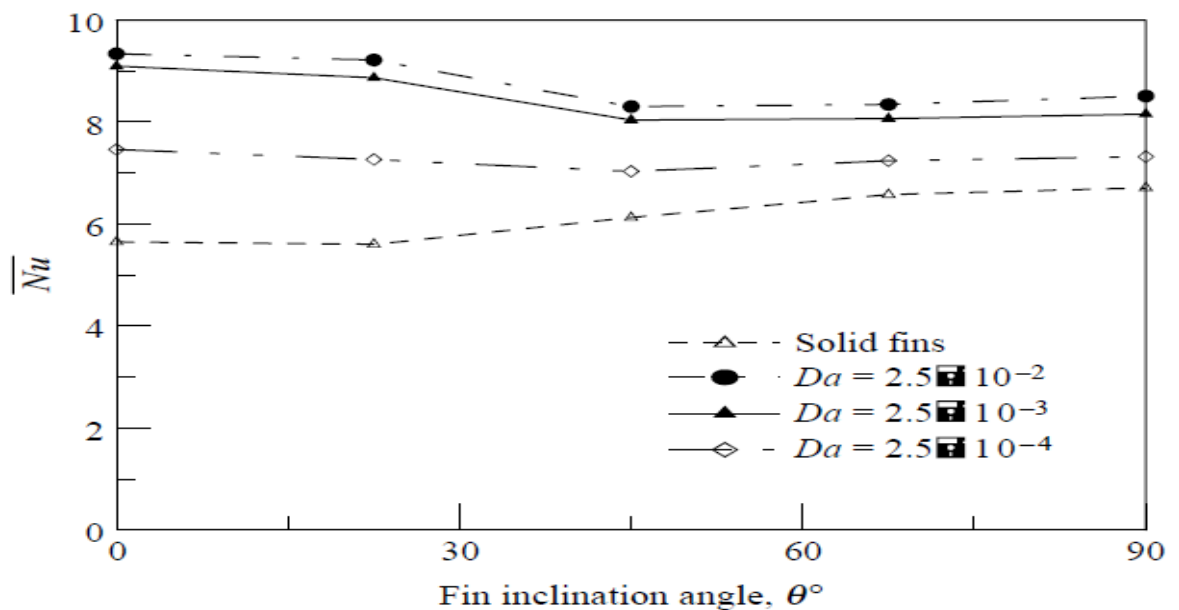


**Figure I.6 :** Transfert de chaleur en fonction de la longueur des ailettes

( $t$  : épaisseur,  $N$  nombre d'ailettes)

**Kiwan et Al-Nimr [8]** : ont étudié numériquement l'intérêt d'ailettes poreuses pour l'amélioration du transfert de chaleur en convection naturelle dans un canal horizontal en utilisant la méthode des volumes finis. Dans leurs études tous les paramètres géométriques sont fixes (longueur, épaisseur des ailettes, diamètre du cylindre intérieur et extérieur,  $Pr=0,71$ ) à l'exception de l'angle des ailettes. Ils ont constaté que le taux de transfert de chaleur fourni par des ailettes poreuses est plus élevé comparé aux ailettes solides (impermeable). Cette augmentation est de l'ordre de 75 %. Ils ont également constaté que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison pour des ailettes solides. Cependant, l'inverse est vrai, à savoir l'augmentation de l'angle d'inclinaison diminue le transfert de chaleur pour les ailettes poreuses. La Figure I.7 montre l'effet de l'inclinaison des angles d'ailettes sur le transfert de chaleur représenté par le nombre de Nusselt moyen.

**Alshahrani et Zeitoun [9]** ont fait une étude numérique sur la convection naturelle entre deux cylindres horizontaux et concentriques avec deux ailettes attachées au cylindre intérieur avec des températures de surface constantes  $T_i > T_0$  et pour un nombre de Rayleigh  $Ra = 5 \times 10^4$  ils ont utilisé la méthode des éléments finis pour étudier l'effet du rapport des diamètres, du nombre de Rayleigh, de la hauteur et l'angle d'inclinaison des ailettes pour ce type d'écoulement. Il ont montré que l'angle d'inclinaison a un effet faible sur le rapport de la conductivité thermique, La résistance thermique décroît lorsque le rapport du diamètre augmente, et le nombre de Nusselt diminuent avec l'augmentation de la longueur des ailettes.

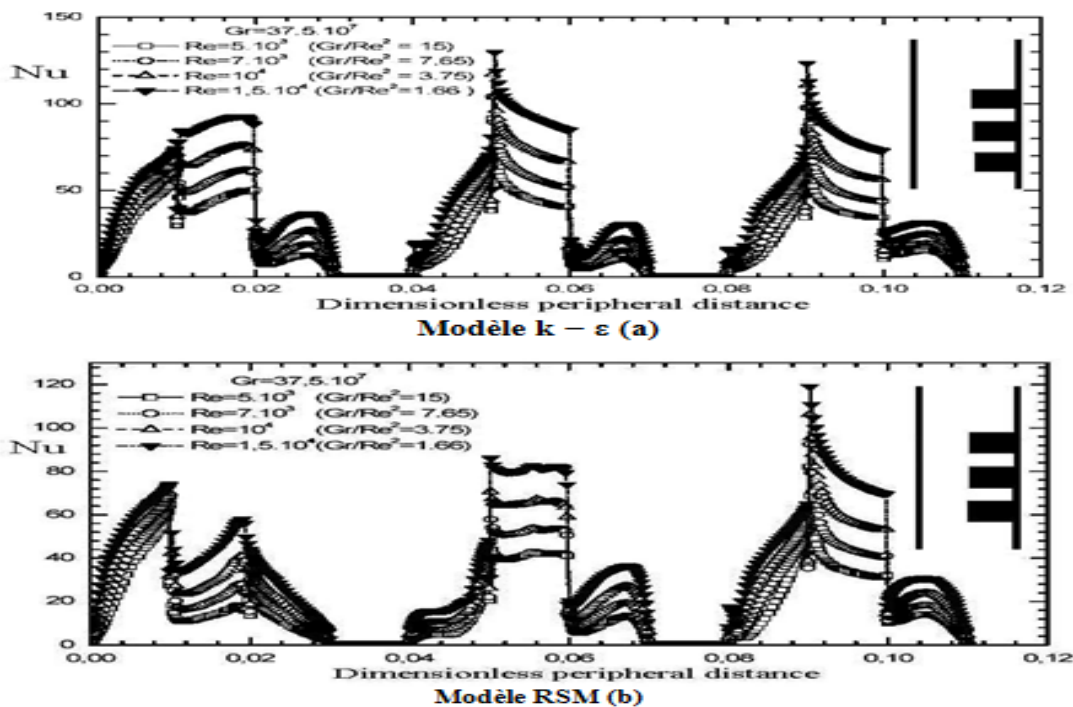


**Figure I.7** : Variation du nombre de Nusselt moyen pour différents angles d'inclinaison des ailettes

## I.2. CONVECTION MIXTE :

A ce jour, la plupart des travaux portant sur la convection mixte dans des systèmes rotatifs ont été effectués pour des flux dans les anneaux cylindriques verticaux, relativement peu d'études ont toutefois été réalisées dans le cas de cavités horizontales.

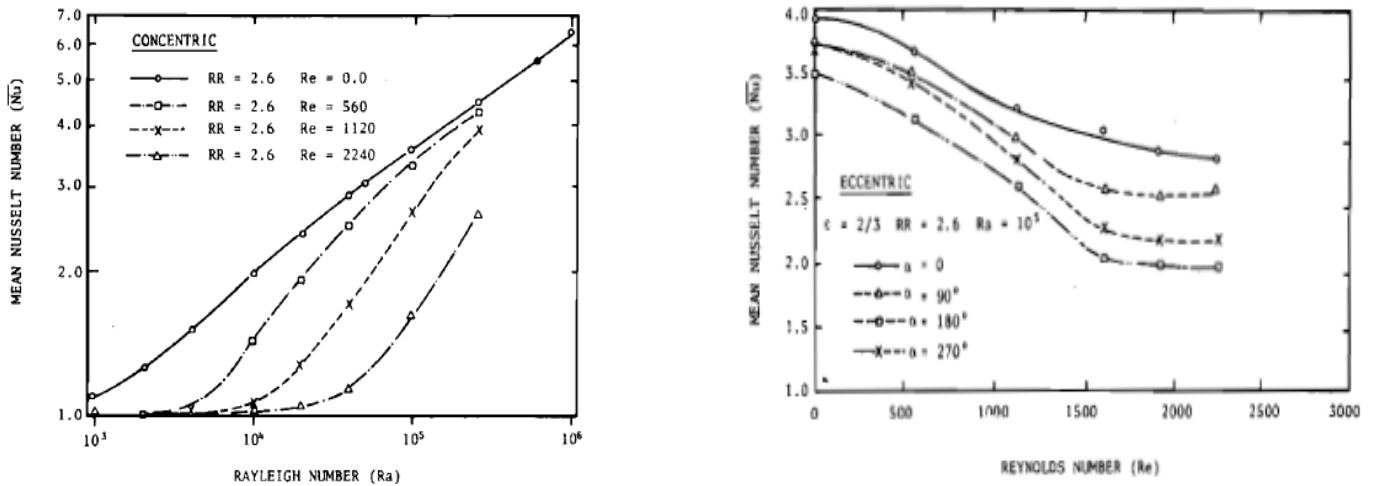
**Y. Harnane et R. Bessaih [10]** ont réalisé une comparaison numérique entre deux modèles de turbulence le modèle standard semi-empirique  $k - \varepsilon$  et le modèle RSM (Reynolds Stress Model) d'un écoulement de convection mixte dans un canal vertical bidimensionnel de longueur  $L=25\text{cm}$ , de largeur  $H= 2.5\text{cm}$ , en présence de composants électroniques chauffés. Le nombre de Reynolds est pris constant  $Re = 5 \times 10^3$  alors que le nombre de Grashof varie entre  $2.5 \times 10^7$  et  $5 \times 10^8$  et le nombre de Prandtl est  $Pr=0,8$ . Lorsque le nombre de Reynolds augmente, le nombre de Nusselt augmente et par conséquent l'écart de température entre la surface des blocs et le fluide diminue, les caractéristiques des lignes de courant sont les mêmes pour les deux modèles, Figure I.8.



**Figure I.8 :** Effet du nombre de Reynolds sur la distribution du nombre de Nusselt le long des blocs chauffés :(a) modale  $k - \varepsilon$ , (b) modale RSM

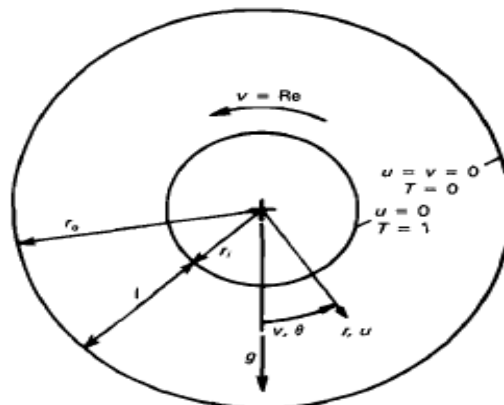
**T. S. Lee [11]** a mené une étude numérique sur la convection mixte dans un espace annulaire composé de deux cylindres, le cylindre intérieur est en rotation et occupe différentes positions. L'objectif est de déterminer les configurations des isothermes et des lignes de courant. Il a conclu que le nombre de Nusselt moyen augmente avec le nombre de

Rayleigh pour les cylindres concentriques et excentriques. Pour un nombre Rayleigh fixe et un cylindre interne en rotation le nombre de Nusselt moyen diminue. Les résultats présentés sur la Figure I.9 sont pour un nombre de Prandtl  $Pr=0.7$  et pour un rayon de 2,6.



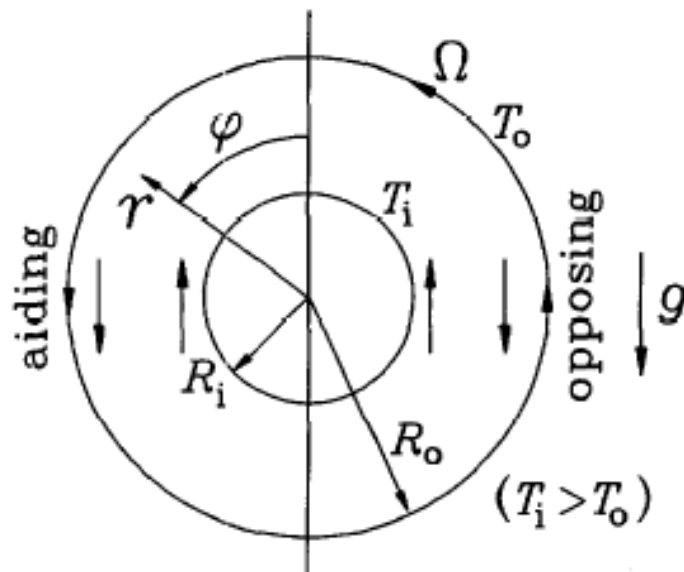
**Figure I.9:** Effet du nombre de Rayleigh sur le nombre de Nusselt moyen pour différentes configurations (positions du cylindre intérieur).

**Toru Fusegi, Bakhtier Farouk et Kenneth S. Ball [12]** ont conduit une étude expérimentale sur la convection mixte dans une cavité horizontale cylindrique dont le cylindre intérieur est chauffé et tournant dans le sens antihoraire. Ils ont mis l'accent sur la vitesse d'écoulement et les caractéristiques du flux de transfert de chaleur. Les résultats ont été obtenus pour une gamme du nombre de Grashof allant de  $1,39 \times 10^2$  à  $1,39 \times 10^5$  avec des valeurs variables du paramètre de rotation  $u$  (de  $m$  à 1). Le nombre de Prandtl considéré était de 0,72. Le cylindre intérieur était considéré comme tournant dans le sens antihoraire.



**Figure I.10 :** Modèle physique considéré dans [12]

**J. S. Yoo [13]** a conduit une étude numérique sur la convection mixte dans un espace annulaire entre deux cylindres concentriques, Figure I.11. Le cylindre intérieur est plus chaud que le cylindre extérieur, ce dernier est fixe alors que le cylindre extérieur tourne lentement dans le sens antihoraire avec une vitesse angulaire constante. Les résultats sont obtenus pour diverses combinaisons de  $Ra$  et  $Re$  et  $Pr = 0,7$ . L'objectif de cette étude est d'enquêter sur l'effet de la force centrifuge (due à la rotation du cylindre intérieur) sur les caractéristiques de transfert de chaleur et les caractéristiques de l'écoulement à l'intérieur d'un anneau horizontal en régime de convection naturelle.



**Figure I.11** : Modèle physique considéré par J. S. YOO [12].

**M. A. Teamah [14]** a étudié le cas de la convection mixte dans un espace annulaire limité par deux cylindres coaxiaux en régime de double diffusion (thermique et massique). Le cylindre intérieur maintenu à une température chaude  $T_h$  tourne dans le sens antihoraire tandis que le cylindre extérieur immobile est à une température froide  $T_c$ , Figure I.12. L'étude est conduite pour  $10^6 \geq Ra_T \geq 10^2$  ;  $0,1 \leq Le \leq 10$  et  $-20 \leq N \leq 20$ . Dans cette étude le nombre de Prandtl, le nombre de Reynolds de rotation et le rapport des rayons sont maintenus constants et valent respectivement  $Pr=0,7$  ;  $Re=10^2$  et  $re/ri= 0,5$ . Une comparaison a été faite avec les résultats disponibles dans la littérature et une bonne concordance est constatée.



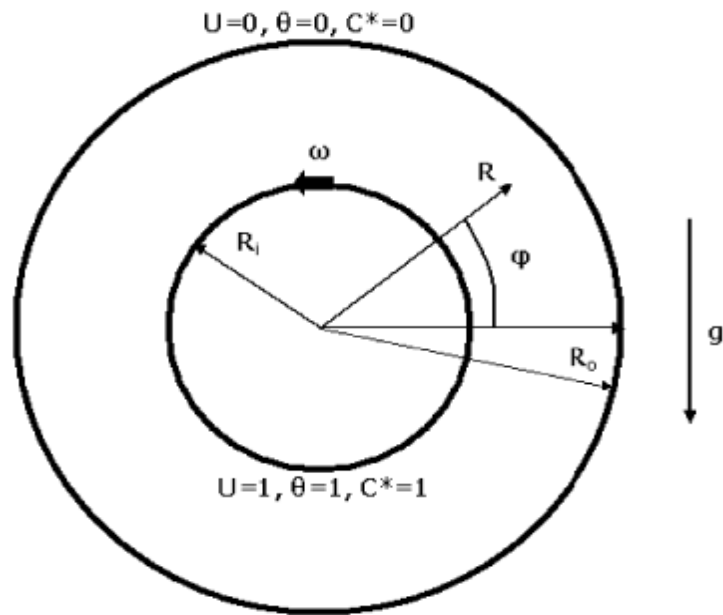


Figure I. 12 : Schéma du problème considéré par Teamah [14].

Yong et al. [15] ont étudié numériquement le transfert de chaleur en régime de convection mixte dans un canal horizontal en présence de chicanes (obstacles) disposées périodiquement, Figure I.13. Les résultats ont montré que le transfert de chaleur par convection change d'un état stable à un état instable avec l'augmentation du nombre de Reynolds.

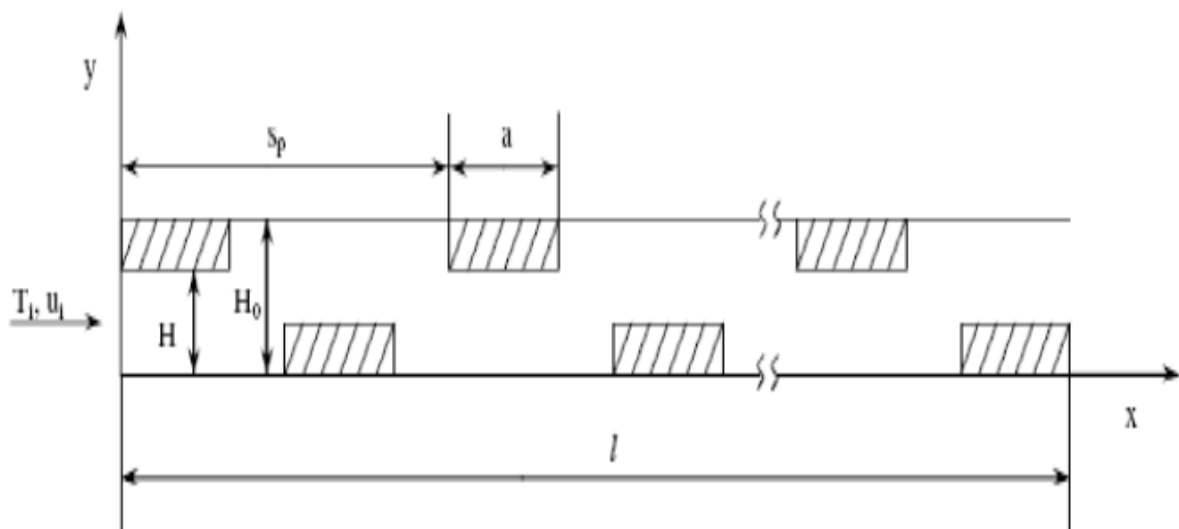


Figure I.13 : Canal muni de chicanes en convection mixte.



### Conclusion

Cette recherche bibliographique nous a permis de prendre connaissance des résultats des différents travaux effectués dans le domaine des écoulements en convection naturelle et mixte.

Dans ce que va suivre, on étudiera la convection mixte dans un espace annulaire induite par la rotation du cylindre extérieur, le cylindre intérieure étant fixe et muni de deux ailettes solides et imperméables.

## Introduction

Dans cette partie du travail, on a abordé la formulation mathématique du problème traitant des écoulements convectifs dans un espace annulaire en présence de deux ailettes solides et imperméables attachées au cylindre intérieur. La résolution complète d'un tel problème de convection mixte dans l'enceinte revient à déterminer en tous points et à tout instant les grandeurs caractéristiques du fluide ( $u$ ,  $v$ ,  $p$ , et  $T$ ). Globalement les équations qui permettent de calculer ces paramètres sont celles dites "équations de Navier stockes" qui forment un système d'équations couplées qui expriment la conservation de la masse et de la quantité de mouvement associées à l'équation de l'énergie.

### II .1 Description du problème

Nous allons étudier le phénomène de convection mixte dans une cavité cylindrique de rayon ( $R_0$ ) maintenue à une température froide ( $T_c$ ) qui tourne dans le sens antihoraire avec une vitesse angulaire ( $\omega$ ). Un élément chauffant de forme cylindrique, de rayon ( $R_i$ ) maintenu à une température chaude ( $T_h$ ) est placé au milieu de l'enceinte. Ce dernier est solidaire de deux ailettes longitudinales d'épaisseur ( $e$ ) et de longueur ( $l_a$ ). La configuration de problème est illustrée sur la figure II.1.

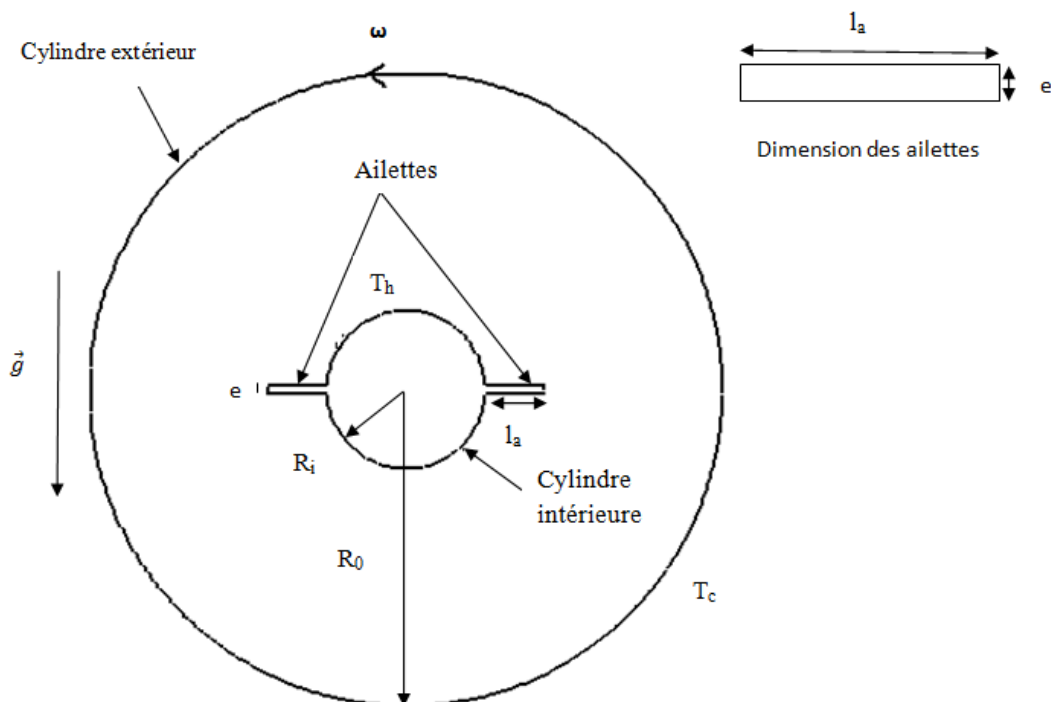


Figure II.1 : Géométrie de problème considéré

## II.2 Hypothèses simplificatrices :

Afin de simplifier la formulation du modèle mathématique, nous allons adopter les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Le fluide est homogène, isotrope, newtonien et incompressible en écoulement laminaire.
- L'écoulement est stationnaire et bidimensionnel (la cavité est suffisamment longue dans la direction longitudinale (z) pour considérer que l'écoulement est bidimensionnelle).
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable au même titre que la dissipation visqueuse (les vitesses mises en jeu sont relativement est très faible).
- Le nombre de Prandtl varie dans la plage :  $0.02 \leq Pr \leq 7$ .
- Les propriétés physiques du fluide sont constantes ; sauf la masse volumique ( $\rho$ ), qui obéit à l'approximation de Boussinesq dans le terme de la poussée d'Archimède, et sa variation en fonction de la température est donnée comme suit :

$$\rho(T) = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{II.1})$$

avec  $T_0$  la température de référence,  $\rho_0$  la masse volumique à la température de référence ( $T_0$ ) et  $\beta$  le coefficient de dilatation volumique à pression constante définit comme :

$$\beta = -(1/\rho_0)(\partial\rho/\partial T)_p \quad (\text{II.2})$$

## II.3 Les équations gouvernantes

La formulation mathématique des phénomènes de convection mixte repose sur les équations liant les différents paramètres à savoir : la vitesse, la pression et la température. Ces équations sont obtenues à partir des lois de conservations de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

### II.3.1 Forme dimensionnelle des équations :

**Equation de continuité :**

$$\frac{d\rho}{dt} + \text{div}(\rho\vec{V}) = 0 \quad (\text{II.3})$$

L'équation (II.3) peut aussi être réécrite en tenant compte de l'expression de la dérivée particulaire: 
$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{V}) = 0 \quad (\text{II.4})$$

Pour un écoulement incompressible ( $\rho=\text{constante}$ ) l'équation (II.4) devient :

$$\text{div}(\vec{V}) = 0 \quad (\text{II.5})$$

**Equation de quantité de mouvement :**

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F} - \overrightarrow{\text{grad}P} + \mu \Delta \vec{V} \quad (\text{II.6})$$

Ou :

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \quad : \text{ Représente le taux de variation de la quantité de mouvement.}$$

$$\overrightarrow{\text{grad}P} \quad : \text{ Représente les forces dues à la pression.}$$

$$\mu \Delta \vec{V} \quad : \text{ Représente les forces de viscosité.}$$

$$\vec{F} \quad : \text{ Représente les forces de volume dont les composantes sont :}$$

$$F_x = g\beta\rho(T - T_0) \cos \theta$$

$$F_y = g\beta\rho(T - T_0) \sin \theta$$

**Equation de conservation de l'énergie :**

$$\rho C \frac{dT}{dt} = \rho C \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(T) \right) = \lambda \Delta T \quad (\text{II.7})$$

Ou ( $\lambda$ ) désigne la conductivité thermique, (C) la chaleur spécifique à pression constante, ( $\rho$ ) la masse volumique et ( $\mu$ ) la viscosité dynamique.

En appliquant les approximations précédentes, les équations précédentes peuvent être écrite en régime stationnaire et en projection selon (x, y) comme suit :

**Equation de continuité**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.8})$$

**Equation de quantité de mouvement**

**Selon x:**

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{II.9})$$

**Selon y:**

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_0) \quad (\text{II.10})$$

**Equation de l'énergie**

$$\left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = (\lambda/\rho C) \Delta T = \alpha \Delta T \quad (\text{II.11})$$

$\alpha$  étant la diffusivité thermique du milieu.

### II.2.3. Forme adimensionnelle des équations

Pour obtenir la forme adimensionnelle des équations gouvernantes, on définit les grandeurs de références suivantes:

- Dimension linéaire caractéristique :  $l_{ref} = R_0 - R_i$  ;
- Vitesse de référence :  $u_0 = \omega R_i$  ;
- Pression de référence :  $P_{ref} = \rho u_0^2$
- Température de référence :  $\Delta T_{ref} = T_h - T_c$  ;

Le rayon peut être explicité en fonction des coordonnées cartésiennes :  $R = [x^2 + y^2]^{1/2}$

À partir de ces grandeurs de références, on définit les variables réduites ci-dessous qui serviront à rendre les équations adimensionnelles :

$$X = \frac{x}{l_{ref}} ; \quad Y = \frac{y}{l_{ref}} ; \quad U = \frac{u}{u_0} ; \quad V = \frac{v}{u_0} ; \quad P = \frac{P}{P_{ref}} \quad \Theta = \frac{(T-T_c)}{(T_h-T_c)} \quad (\text{II.13})$$

En introduisant ces grandeurs sans dimensions dans les équations de conservation de la masse (II.7), de quantité de mouvement (II.9), (II.10) et de l'énergie (II.13), on obtient le système d'équations adimensionnel suivant:

**Equation de continuité :**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.14})$$

**Equation de quantite de mouvement :**

**Selon x**

$$\left[ U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right] = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (\text{II.15})$$

**Selon y**

$$\left[ U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right] = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + \frac{Gr}{Re^2} \Theta \quad (\text{II.16})$$

Ou encore

$$\left[ U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right] = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + R_i \Theta \quad (\text{II.17})$$

**Equation d'énergie :**

$$\left[ \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right] = \frac{1}{RePr} \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] \quad \text{(II.18)}$$

### II.3.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites dimensionnelles et adimensionnelles pour les équations de continuité, d'énergie et de quantité de mouvement sont résumées dans le tableau (II.1) suivant :

**Tableau II.1** : Condition aux limites (D : dimensionnelle ; SD : adimensionnelle)

	C.L. Dynamique		C.L. Thermique	
	C.L. D	C.L. SD	C.L. D	C.L. SD
Cylindre intérieur	$u = v = 0$	$U=V=0$	$T=T_h$	$\phi=1$
Cylindre extérieur	$u = u_o \cos(\theta)$ $v = u_o \sin(\theta)$	$U= \cos(\theta)$ $V= \sin(\theta)$	$T=T_c$	$\phi=0$
Les ailettes	$u = v = 0$	$U=V=0$	$T=T_h$	$\phi=1$

### II.4 Groupements sans dimensions

La mise sous forme adimensionnée des équations de conservation fait apparaître plusieurs groupements adimensionnels. Le nombre de Prandtl, le nombre de Reynolds, le nombre de Richardson, le nombre de Grashof et le nombre de Nusselt

- **Nombre de Prandtl :**

Le nombre de Prandtl (Pr) est un nombre adimensionnel qui caractérise la nature du fluide. Il est le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement  $\nu$  (ou viscosité cinématique) et la diffusivité thermique. On le définit comme :

$$Pr = \nu / \alpha$$

- **Nombre de Reynolds :**

Il caractérise le régime de l'écoulement (laminaire, transitoire, turbulent), plus il est grand, plus l'écoulement tend à être turbulent (dans ce cas l'écoulement est dominé par les effets de la viscosité). Au contraire, un faible nombre de Reynolds correspond à un écoulement laminaire ou il est dominé par les forces d'inertie. Il est le rapport entre les forces d'inertie et les forces de frottement. Il est défini comme :

$$Re = \frac{\omega R_i l_{ref}}{\nu}$$

avec :  $\omega$  la vitesse [m/s],  $l_{ref}$  une longueur caractéristique [m] et  $\nu$  la viscosité cinématique.

- **le nombre de Grashof:**

Le nombre de Grashof est le rapport entre l'effet de flottabilité par la force motrice d'Archimède et l'effet résistif de l'écoulement. Il s'écrit sous forme :  $Gr = \frac{g \beta (T-T_0) l_{réf}^3}{\nu^2}$

Avec :  $g$  l'accélération de la pesanteur [ $m/s^2$ ],  $\beta$  le coefficient de dilatabilité [ $1/K$ ],  $T$  la température de la paroi [ $K$ ], et  $T_0$  la température de référence [ $K$ ].

- **Nombre de Richardson :**

Ce nombre est en fait le rapport entre l'énergie potentielle gravitationnelle (énergie potentielle des forces de poussée) d'une parcelle du fluide et son énergie cinétique. On le définit de la manière suivante :  $Ri = \frac{Gr}{Re^2}$

- Pour  $Ri \gg 1 (Gr \gg Re^2)$  : c'est la convection naturelle qui domine.
- Pour  $Ri \ll 1 (Gr \ll Re^2)$  : c'est la convection forcée qui domine.
- Pour  $Ri = 1 (Gr = Re^2)$ , on est dans le domaine de la convection mixte.

- **Le nombre de Nusselt:**

Le nombre de Nusselt est un nombre adimensionnel qui caractérise l'importance de la convection par rapport à la conduction. Il traduit la qualité de l'échange thermique (une augmentation de ce nombre traduit une contribution importante de l'écoulement sur l'échange de chaleur avec la paroi). Il peut être définie par:  $Nu = \frac{h l_{réf}}{\lambda}$

Où ( $l_{réf}$ ) est une longueur caractéristique, ( $\lambda$ ) la conductivité thermique de fluide et ( $h$ ) le coefficient d'échange convectif définit par :  $h = \frac{q}{(T-T_0)}$

avec : ( $q$ ) la densité du flux de chaleur à travers un élément de surface de la paroi, ( $T$ ) et ( $T_0$ ) étant respectivement la température de cet élément de surface et la température de référence du fluide en dehors de la couche limite thermique.

## Conclusion

Dans le présent chapitre, on a défini le problème à traiter ainsi que le modèle mathématique qui est composé d'un système d'équations, complété par des conditions aux limites. Leur résolution analytique n'est pratiquement jamais possible et l'origine de cette difficulté réside dans leur non-linéarité. L'utilisation d'une méthode numérique s'avère indispensable pour leur résolution.



### III.1 INTRODUCTION

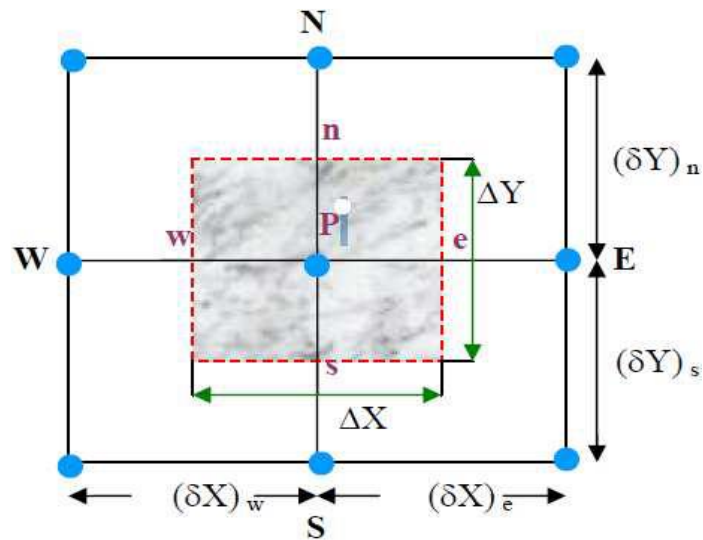
Les écoulements des fluides en régimes laminaire ou turbulent, sont décrits par le système d'équations aux dérivées partielles (E.D.P) non linéaires. Ainsi, tous les phénomènes physiques sont régis par ce système formé par les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie, qu'il convient de résoudre pour connaître les caractéristiques du champ thermique et du champ d'écoulement, La complexité voir même l'impossibilité de résoudre analytiquement ces équations nous amène à faire recours aux méthodes numériques telle que la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis, et la méthode des élément finis, le principe de ces méthodes est de transformer les équations différentielles en un système d'équations algébriques.

Le chapitre précédent contient des équations de ce type de problème dont la solution peut être obtenue au moyen de méthodes numériques. Dans la présente étude on utilisera la méthode des volumes finis vu que le logiciel FLUENT (logiciel utiliser dans la simulation) utilise cette dernière pour la discrétisation des équations de conservation.

### III.2 Principe de la méthode des volumes finis

Nous avons choisi la méthode des volumes finis, car elle présente des avantages considérables du fait qu'elle soit simple, qu'elle garantisse la conservation de masse et de quantité de mouvement dans chaque volume de contrôle et dans tout le domaine de calcul et qu'elle soit applicable pour les géométries complexes. Elle est aussi avantageuse, parce qu'elle facilite la linéarisation des termes sources s'ils ne le sont pas et permet un traitement plus facile des milieux hétérogènes (**Patankar, 1980 [16]**) Cette méthode consiste à subdiviser le domaine d'étude en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volumes de contrôle ( $V_c$ ). Chacun de ces derniers (volume de contrôle) contenant un nœud appelé : "nœud principal "chaque nœud se trouve entouré par un volume élémentaire sur lequel on va intégrer les équations aux dérivées partielles (figure III.1) dans le but de les discrétisées.

Pour deux points voisins, les volumes de contrôle respectifs doivent posséder un côté commun. Il s'ensuit que la réunion de tous les volumes de contrôle couvre l'ensemble du domaine de calcul. Cette propriété fondamentale, va permettre la mise en évidence des propriétés de conservation des flux locaux et globaux.



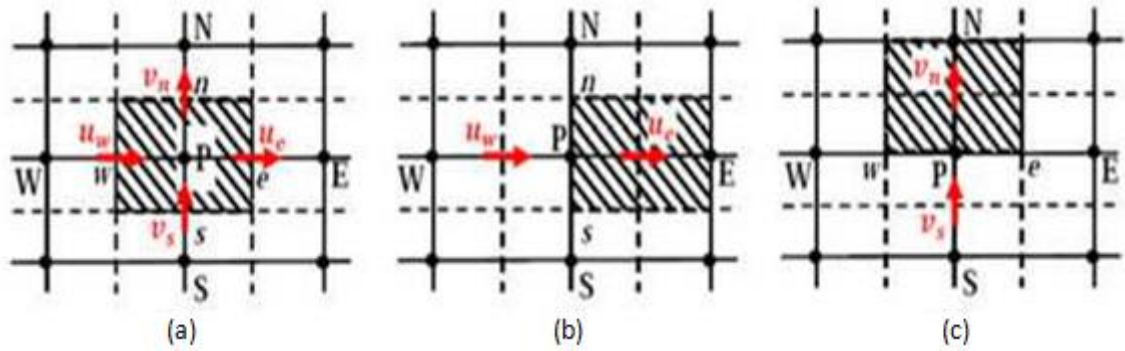
**Figure III.1 :** Volume de contrôle bidimensionnel.

### III.3 Maillage

Le maillage est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont l'intersection représente un nœud. La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage constitué d'un réseau de points (nœuds). Ainsi un élément de volume (volume de contrôle) est défini autour de chaque nœud.

Les grandeurs scalaires (pression, température) sont stockées dans le nœud (P) du maillage, tandis que les grandeurs vectorielles (U et V) sont stockées aux milieux des segments reliant les nœuds. L'équation générale de transport est intégrée sur le volume de contrôle associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur le volume de contrôle associé aux composantes de la vitesse.

Le volume de contrôle de la composante longitudinale (U) est décalé suivant la direction (X) par rapport au volume de contrôle principal, celui de la composante transversale (V) est décalé suivant la direction (Y). Ce type de maillage est appelé : "maillage décalé" permet une bonne approximation des flux convectifs et une meilleure évaluation des gradients de pression ainsi qu'une stabilisation numérique de la solution. La construction des volumes de contrôle et le maillage décalé sont montrés dans le schéma suivant :



**Figure III.2 :** (a) Volumes de contrôle principale, (b) Maillage décalé pour  $u_e$ ,  
(c) Maillage décalé pour  $v_n$ .

Pour un nœud principale P (figure III.2.a), les points E et W (Est et Ouest) sont des voisins dans la direction x, tandis que N et S (Nord et sud) sont ceux dans la direction y. le volume de contrôle entourant P est montré par les lignes discontinues, et ces face sont localisées aux points e et w dans la direction x, n et s dans la direction y.

### III.4 Equation générale de transport

L'équation générale de transport d'une variable  $\Phi$  pour un écoulement bidimensionnel et incompressible, s'écrit dans un système cartésien comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + S_\phi \quad (III.1)$$

Dans le cas des équations de la convection mixte, le tableau suivant résume les valeurs que prend la variable  $\phi$  dans les différentes équations

**Tableau III. 1 :** Les termes de l'équation de transport.

Grandeurs	$\phi$	$\Gamma_\phi$	$S_\phi$
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement selon x	U	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{\partial P}{\partial x}$
Quantité de mouvement selon y	V	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{Gr}{Re^2}\theta$
Energie	$\theta$	$\frac{1}{Re Pr}$	0

La première étape de la méthode des volumes finis, est l'intégration de l'équation (III.1), sur le volume de contrôle (définie sur la figure III.1) pour obtenir les équations discrètes aux nœuds :

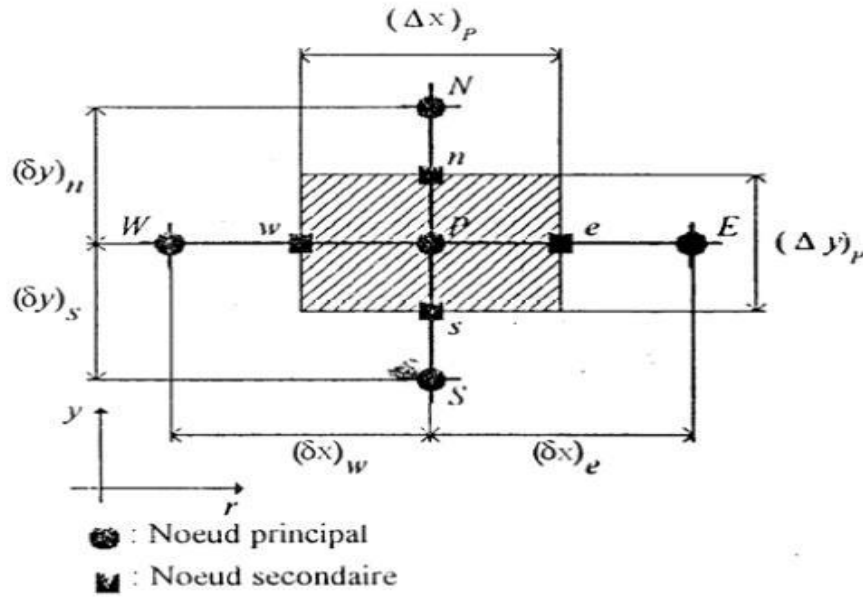


Figure III. 3 : Volume de contrôle à travers lequel se fait l'intégration.

$$\int_v \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_v \left[ \frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y} \right] dV = \int_v \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) \right] dV + \int_v S_\phi dV \quad (III.2)$$

Tel que le volume :  $\Delta V = 1 \Delta x_p \Delta y_p$

$$\begin{aligned} \int_s^n \int_w^e \left[ \int_t^{t-\Delta t} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dt \right] dx dy &= \int_r^{t-\Delta t} \left[ \int_p^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) dx dy \right] dt + \\ \int_r^{t-\Delta t} \left[ \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) dx dy \right] dt &- \int_t^{t-\Delta t} \left[ \int_s^n \int_w^e \frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x} dx dy \right] dt + \\ \int_t^{t-\Delta t} \left[ \int_s^n \int_w^e \frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y} dx dy \right] dt &+ \int_t^{t-\Delta t} \left[ \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy \right] dt \quad (III.3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\rho_p^1 \phi_p^1 - \rho_p^0 \phi_p^0) \Delta V &= \int_t^{t-\Delta t} \left[ \left( A \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)_e - \left( A \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)_w \right] dt + \int_t^{t-\Delta t} \left[ \left( A \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)_n - \left( A \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)_s \right] dt - \\ \int_t^{t-\Delta t} \left[ (A \rho u \phi)_e - (A \rho u \phi)_w \right] dt &+ \int_t^{t-\Delta t} \left[ (A \rho v \phi)_n - (A \rho v \phi)_s \right] dt + \int_t^{t-\Delta t} [S_\phi \Delta V] dt \quad (III.4) \end{aligned}$$

Les exposants 0 et 1 indiquent les temps  $t$  et  $t+\Delta t$  dans le premier membre de l'équation III.4. Les termes du second membre de l'équation précédente sont donnés sur les facettes du volume de contrôle. Pour former le système d'équations linéaires liant entre elles

les valeurs de  $\phi$  aux nœuds P, E, W, S, N, il faut faire le choix d'un schéma d'approximation de la quantité  $\phi$  sur ces facettes.

### III.4.1 Schéma de discrétisation spatiale

Pour illustrer les différents schémas de discrétisation utilisés pour l'approximation des valeurs des flux aux centres des faces du volume de contrôle, on considère le cas à une dimension.

#### III.4.1.1 Schéma aux différences centrées (CDS)

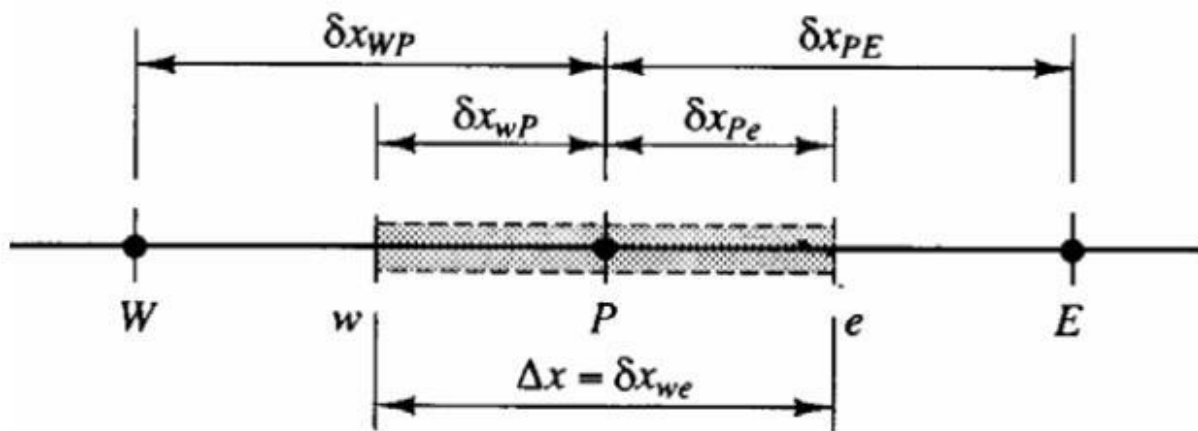


Figure III. 4 : Volume de contrôle dans le cas à une dimension.

Pour évaluer le flux à l'interface, la variation de la variable  $\phi$  entre deux nœuds adjacents doit être exprimée par un profil linéaire de la forme :

$$\varphi_e = \frac{(\varphi_P + \varphi_E)}{2} \quad ; \quad \varphi_w = \frac{(\varphi_P + \varphi_W)}{2} \quad (III.5)$$

$$\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_e = \Gamma_e \frac{(\phi_E - \phi_P)}{\Delta X_{EP}} \quad ; \quad \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_w = \Gamma_w \frac{(\phi_P - \phi_W)}{\Delta X_{WP}} \quad (III.6)$$

Ce schéma est précis, mais souvent instable.

#### III.4.1.2 Schéma Upwind (UPS)

L'une des défaillances majeures du schéma aux différences centrées est son incapacité d'identifier la direction du flux. Lorsque le flux est fortement convectif, le schéma aux différences centrées est déconseillé, car la face West (w) du volume de contrôle doit être plus

influencée par le nœud W que par le nœud P si le flux est de WE. Dans le schéma Upwind, la valeur de  $\phi$  transportée sur la face du volume de contrôle est égale à la valeur du nœud en amont. Dans le cas où le flux est dans la direction positive  $0 < u_w$  et  $0 < u_e$  :

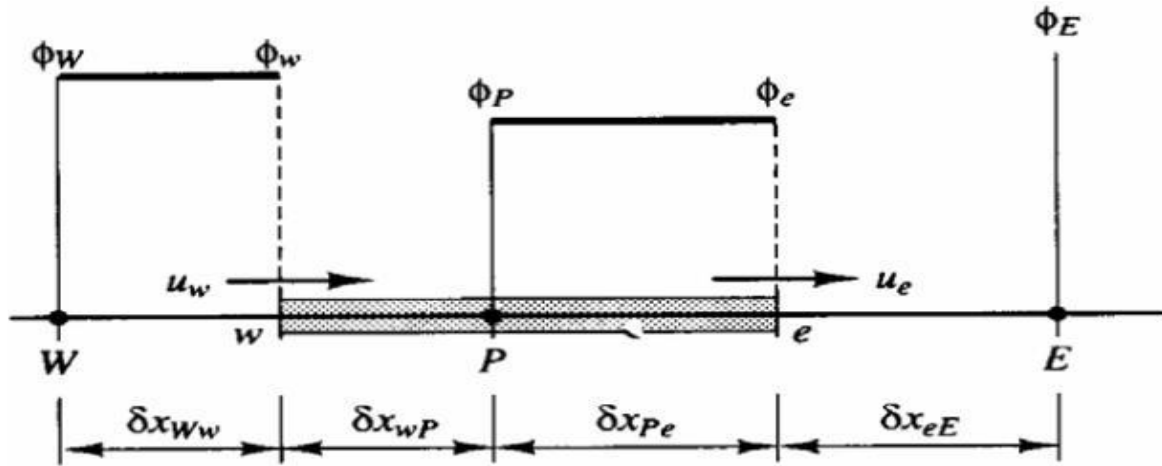


Figure III. 5 :  $0 < u_w$  et  $0 < u_e$  .

$$\phi_w = \phi_w, \text{ et } \phi_e = \phi_P \tag{III.7}$$

Dans le cas où le flux est dans la direction négative:

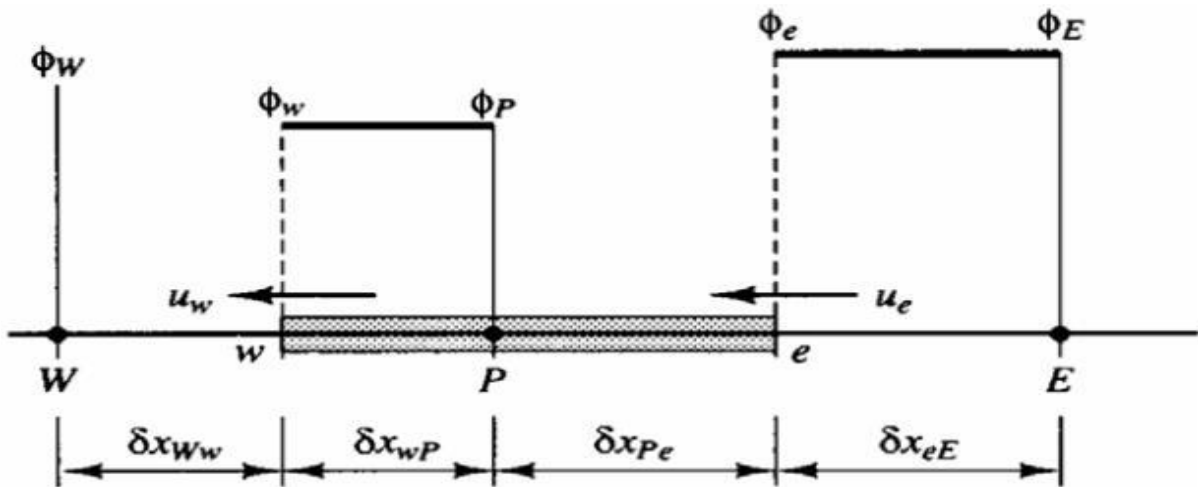


Figure III. 6 :  $0 > u_w$  et  $0 > u_e$  .

$$\phi_w = \phi_P, \text{ et } \phi_e = \phi_E \tag{III.8}$$

### III.4.1.3 Schéma hybrid (HDS: Hybrid Differencing Scheme)

Ce schéma est la combinaison des deux schémas aux différences centrées et Upwind.

Il utilise une formule basée sur le nombre de Peclet (Pe) qui est le rapport entre le flux convectif et le flux diffusif :  $Pe = u\delta x/\Gamma$  (III.9)

$$\phi_e = \alpha_e \phi_P + (1 - \alpha_e) \phi_E \tag{III.10}$$

$$\phi_w = \alpha_w \phi_W + (1 - \alpha_w) \phi_P \tag{III.11}$$

$$\text{Avec } \alpha_i = \begin{cases} 0 & \text{si } Pe < -2 \\ 1/2 & \text{si } Pe \leq 2 \\ 1 & \text{si } Pe > 2 \end{cases} \begin{array}{l} \text{Schéma Upwind} \\ \text{Schéma centré} \\ \text{Schéma Upwind} \end{array}$$

#### III.4.1.4 Schéma à la loi de puissance (PLDS)

Le schéma à loi de puissance interpole les valeurs de  $\phi$  sur les facettes du volume de contrôle en utilisant la solution de l'équation de convection et de diffusion suivante :

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \quad (\text{III.12})$$

L'intégration de l'équation précédente donne la solution exacte de  $\phi$  en fonction de  $x$  :

$$\frac{\phi(x) - \phi_0}{\phi_1 - \phi_0} = \frac{\exp(Pe x / l)}{\exp(Pe) - 1} \quad (\text{III.13})$$

$$\text{Tel que : } \begin{cases} \phi_0 = \phi(x = 0) \\ \phi_1 = \phi(x = l) \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

Avec  $Pe = ul/\Gamma$  est le nombre de Peclet.

**Discrétisation de l'équation (III.4) :** Pour la discrétisation des termes sous l'intégrale dans le second membre de cette équation, on applique le schéma aux différences centrées. Soit les deux termes de convection et diffusion de l'équation (III.4) suivante :

$$I = \int_t^{t+\Delta t} \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left( \Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] dt - \int_t^{t+\Delta t} [(\rho v A \phi)_n - (\rho v A \phi)_s] dt \quad (\text{III.15})$$

$$I = \int_t^{t+\Delta t} \left[ \Gamma_e A_e \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x_e} - \Gamma_w A_w \frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta x_w} \right] dt - \int_t^{t+\Delta t} \left[ (\rho v)_n A_n \frac{\phi_N - \phi_P}{2} - (\rho v)_s A_s \frac{\phi_S - \phi_P}{2} \right] dt \quad (\text{III.16})$$

On pose  $F = \rho \mu$  et  $D = \Gamma / \delta x$

$$I = \int_t^{t+\Delta t} [D_e A_e (\phi_E - \phi_P) - D_w A_w (\phi_P - \phi_W)] dt - \int_t^{t+\Delta t} \left[ \frac{F_n A_n}{2} (\phi_N - \phi_P) - \frac{F_s A_s}{2} (\phi_S - \phi_P) \right] dt \quad (\text{III.17})$$

$$I = \int_t^{t+\Delta t} \left[ - \left( A_e D_e + A_w D_w + \frac{F_n A_n}{2} + \frac{F_s A_s}{2} \right) \phi_P + A_e D_e \phi_E + A_w D_w \phi_W + \frac{F_n A_n}{2} \phi_N + \frac{F_s A_s}{2} \phi_S \right] dt \quad (\text{III.18})$$

### III.4.2 Schéma de discrétisation temporelle

Pour évaluer l'équation (III.17), on doit formuler des hypothèses sur la variation des quantités  $\phi_P, \phi_E, \phi_W, \phi_N, \phi_S$  dans le temps. Nous devons utiliser, la valeur de  $\phi$  aux nœuds, à l'instant  $t$  ou à l'instant  $t+\Delta t$ , ou alternativement, une combinaison de sa valeur aux deux instants.

Soit à calculer l'intégrale par rapport au temps suivant :  $\int_t^{t+\Delta t} \phi dt$

$$I_t = \int_t^{t+\Delta t} \phi dt = [\theta \phi_p^1 + (1 - \theta) \phi_p^0] \Delta t \quad (\text{III.19})$$

En fonction de la valeur de  $\theta$ , on trouve divers schémas :  $\theta = 0$ ,  $\theta = 1$  et  $\theta = 1/2$

#### III.4.2.1 Schéma explicite ( $\theta=0$ )

Pour ce schéma, dit explicite du fait que les valeurs de  $\phi_P, \phi_E, \phi_W, \phi_N, \phi_S$  dans le second membre de l'équation intégrale (III.4) sont prises à l'instant  $t$ , qui permet le calcul direct de la valeur de  $\phi_p^1$  à l'instant  $t+\Delta t$  dans le premier membre de l'équation (III.4). Ce que donne l'équation (III.18) lorsque :  $\theta = 0$

$$I_t = \int_t^{t+\Delta t} \phi dt = \phi_p^0 \Delta t$$

#### III.4.2.2 Schéma implicite ( $\theta=1$ )

Pour ce schéma, le coefficient  $\theta$  prend une valeur égale à l'unité. La valeur  $\phi_p^1$  ne peut plus être calculée directement dans l'équation (III.4), du fait, le schéma est dit alors, implicite. Ce schéma est toujours stable :  $\theta = 1$

$$I_t = \int_t^{t+\Delta t} \phi dt = \phi_p^1 \Delta t$$

#### III.4.2.3 Schéma de Cranck-Nicolson ( $\theta=1/2$ )

Dans ce schéma, les valeurs de  $\phi_P, \phi_E, \phi_W, \phi_N, \phi_S$  dans le second membre de l'équation intégrale (III.4) sont prises à l'instant  $t$  et  $\Delta t$ , et sont calculées comme suit :

$$\theta = 1/2 \quad I_t = (\phi_p^1 + \phi_p^0) \Delta t$$

Après discrétisation de l'équation (III.4), nous obtenons l'équation suivante :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (\text{III.120})$$

$$\text{Ou encore : } a_P \phi_P = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (\text{III.21})$$

### III. 4.3 Discrétisation des équations de quantité de mouvement

Le traitement des équations de quantité de mouvement est similaire à celui de l'équation (III.1), la seule différence réside dans le choix de la grille. On montre que si on calcule les variables  $u$  et  $v$  sur la même grille utilisée pour le calcul des variables  $T, p$ , etc....



on aboutira à une solution non réaliste. Pour remédier à ce problème, on adopte un maillage « décalé » afin d'évaluer le champ de vitesse dont les nœuds sont localisés sur les faces des volumes de contrôle de la grille principale (figure III.7). Chaque composante de la vitesse est décalée suivant sa propre direction (figure III.8 et III.9).

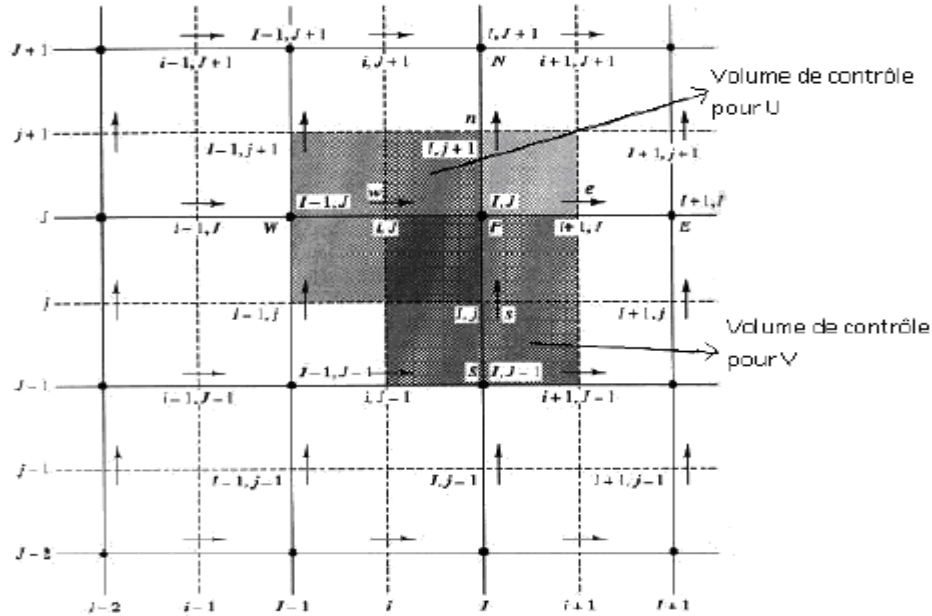


Figure III. 7 : Illustration d'une grille décalée pour u et v.

L'intégration des deux équations de quantité de mouvement dans le nouveau système d'axes pour u et v entraîne le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} a_{i,j}u_{i,j} = \sum_{nb} a_{nb}u_{nb} + (P_{i-1,j} - P_{i,j})A_{i,j} + b_{i,j} \\ a_{i,j}v_{i,j} = \sum_{nb} a_{nb}v_{nb} + (P_{i,j-1} - P_{i,j})A_{i,j} + b_{i,j} \end{cases} \quad (III.22)$$

Si le champ de pression est connu, les équations de quantité de mouvement discrétisées, sont écrites pour chaque volume de contrôle de u et v et sont résolues pour obtenir le champ de vitesse. Si le champ de pression est correct, le champ de vitesse doit vérifier l'équation de continuité. Dans le cas où ce champ est inconnu, l'établissement d'une équation de pression est nécessaire.

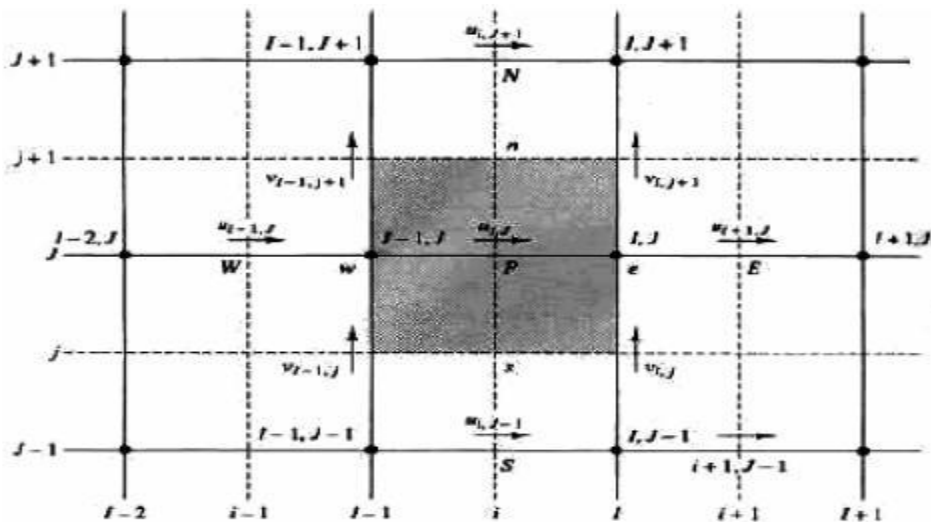


Figure III. 8 : Volume de contrôle correspondant à  $u$ .

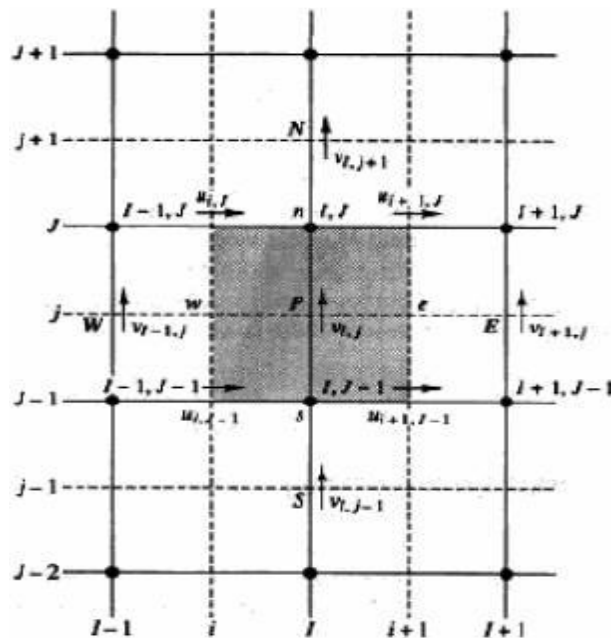


Figure III. 9 : Volume de contrôle correspondant à  $v$ .

### III.4.3.1 Algorithm SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation)

Les équations de quantité de mouvement sont couplées entre elles par l'intermédiaire du champ de pression. Cette difficulté de couplage vitesse-pression vient de l'absence d'équations explicites qui gouvernent le champ de pression. Pour cette raison, on utilise des méthodes indirectes dont la plus répandue est l'algorithme « SIMPLE ». Les étapes de cet algorithme sont présentées dans ce qui suit :

1/ Se donner un champ de pression estimé de départ  $p^*$ , et les équations des moments discrétisés sont résolues avec ce champ de pression :

$$\begin{cases} a_{i,j}u_{i,j}^* = \sum_{nb} a_{nb}u_{i,j}^* + (P_{i-1,j}^* - P_{i,j}^*)A_{i,j} + b_{i,j} \\ a_{i,j}v_{i,j}^* = \sum_{nb} a_{nb}v_{nb} + (P_{i,j-1}^* - P_{i,j}^*)A_{i,j} + b_{i,j} \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

2/ Définir une correction pour la pression  $P'$

$$P = P^* + P' \quad (\text{III.23})$$

3/ Définir des corrections des vitesses. Les vitesses correctes s'écriront :

$$\begin{cases} u = u^* + u' \\ v = v^* + v' \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

4/ Soustraire le système d'équations estimées (III.22) des équations exactes (III.21) :

$$\begin{cases} a_{nb}(u_{nb} - u_{nb}^*) = \sum a_{nb}(u_{nb} - u_{nb}^*) + [(P_{i-1,j} - P_{i-1,j}^*) - (P_{i,j} - P_{i,j}^*)]A_{i,j} \\ a_{nb}(v_{nb} - v_{nb}^*) = \sum a_{nb}(v_{nb} - v_{nb}^*) + [(P_{i,j-1} - P_{i,j-1}^*) - (P_{i,j} - P_{i,j}^*)]A_{i,j} \end{cases} \quad (\text{III.25})$$

$$\begin{cases} a_{i,j}u'_{i,j} = \sum_{nb} a_{nb}u'_{i,j} + (P'_{i-1,j} - P'_{i,j})A_{i,j} \\ a_{i,j}v'_{i,j} = \sum_{nb} a_{nb}v'_{i,j} + (P'_{i,j-1} - P'_{i,j})A_{i,j} \end{cases} \quad (\text{III.26})$$

L'algorithme SIMPLE suppose que les termes  $\sum_{nb} a_{nb}u'_{i,j}$  et  $\sum_{nb} a_{nb}v'_{i,j}$  peuvent être négligés :

$$\begin{cases} u'_{i,j} - (P'_{i-1,j} - P'_{i,j})d_{i,j} \\ v'_{i,i} - (P'_{i,j-1} - P'_{i,j})d_{i,i} \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

Avec  $d_{i,j} = A_{i,j}/a_{i,j}$  et  $d_{i,i} = A_{i,i}/a_{i,i}$

➤ le champ de vitesse s'écrira :

$$\begin{cases} u_{i,j} = u_{i,j}^* + (P'_{i-1,j} - P'_{i,j})d_{i,j} \\ v_{i,i} = v_{i,i}^* + (P'_{i,j-1} - P'_{i,j})d_{i,i} \end{cases} \quad (\text{III.28})$$

➤ D'une façon similaire

$$\begin{cases} u_{i+1,j} = u_{i+1,j}^* + (P'_{i,j} - P'_{i+1,j})d_{i+1,j} \\ v_{i,j+1} = v_{i,j+1}^* + (P'_{i,j} - P'_{i,j+1})d_{i,j+1} \end{cases}$$

(III.29)

$$\text{Avec } d_{i,j+1} = A_{i,j+1}/a_{i,j+1} \text{ et } d_{i+1,j} = A_{i+1,j}/a_{i+1,j} \quad (\text{III.30})$$

➤ L'équation de continuité discrétisée sur le volume de contrôle de la figure (III.9), donne :

$$[(\rho u A)_{i+1,j} - (\rho u A)_{i,j}] + [(\rho v A)_{i,j+1} - (\rho v A)_{i,j}] \quad (\text{III.31})$$

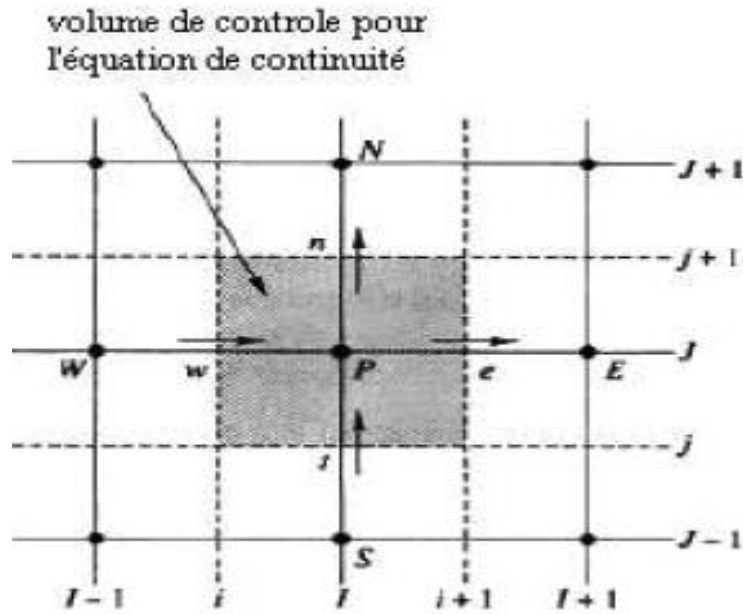


Figure III. 10 : Volume de contrôle pour l'équation de continuité.

On remplace les vitesses dans l'équation de continuité discrétisée (III.31) avec les vitesses des équations (III.28 et III.30).

$$[(\rho dA)_{i+1,J} + (\rho dA)_{I,J} + (\rho dA)_{I,j+1} + (\rho dA)_{I,j}]P'_{I,J} = (\rho dA)_{i+1,J}P'_{i+1,J} + (\rho dA)_{i,J}P'_{i-1,J} + (\rho dA)_{I,j+1}P'_{I,j+1} + (\rho dA)_{I,j}P'_{I,j-1} + [(\rho u * A)_{i,J} - (\rho u * A)_{i+1,J} + (\rho v * A)_{I,j} - (\rho v * A)_{I,j+1}]$$

(III.32)

$$a_{I,J}P'_{I,J} = a_{i+1,J}P'_{i+1,J} + a_{i-1,J}P'_{i-1,J} + a_{I,j+1}P'_{I,j+1} + a_{I,j-1}P'_{I,j-1} + b_{I,J}$$

(III.33)

L'équation (III.33) représente l'équation de la correction de la pression qui donne l'erreur d'estimation de la pression, qui à son tour est réinjectée dans l'équation (III.23) pour l'obtention de la nouvelle pression qui doit donner des vitesses correctes qui vérifieront l'équation de continuité. Le cycle recommence jusqu'à satisfaction du critère de la convergence.

### III.5 Résolution des systèmes d'équations

Dans les paragraphes précédents, nous avons discuté des méthodes de discrétisation des équations régissant le flux de fluide et le transfert thermique. Ce processus engendre un Système d'équations algébriques linéaires qui a besoin d'être résolu. La complexité et la taille de l'ensemble des équations dépendent de la dimensionnalité du problème, du nombre de

nœuds de grille et de la pratique en matière de discrétisation. Bien que n'importe quel procédé valide puisse être employé pour résoudre ces équations algébriques, les ressources d'informatique disponibles placent une contrainte puissante.

Il y a deux familles de techniques de solution pour des équations algébriques linéaires, les méthodes directes et les méthodes indirectes ou itératives. Parmi les méthodes directes, on citera l'inversion, la diagonalisation et la triangularisation de matrice.

Les méthodes itératives sont basées sur l'application répétée d'un algorithme relativement simple menant souvent à la convergence après un grand nombre de répétitions (itérations). Les exemples bien connus sont les méthodes itératives de Jacobi et de Gauss Seidel.

La méthode des volumes finis rapporte habituellement des systèmes d'équations tri-diagonales (un système avec seulement trois coefficients différents de zéro par équation). Pour la résolution de tels systèmes, on utilise un algorithme dit de Thomas ou l'algorithme (TDMA). Le TDMA (Algorithme pour Matrices Tri-diagonales) est réellement une méthode directe pour des situations unidimensionnelles, mais il peut être appliqué itérativement, pour résoudre des problèmes multidimensionnels, ce qui est largement répandu dans les programmes de CFD.

### III.5.1 Algorithme (TDMA)

Considérons le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}
 \varphi_1 &= C_1 \\
 -\beta_2 \varphi_1 + D_2 \varphi_2 - \alpha_2 \varphi_3 &= C_2 \\
 -\beta_3 \varphi_2 + D_3 \varphi_3 - \alpha_3 \varphi_4 &= C_3 \\
 -\beta_4 \varphi_3 + D_4 \varphi_4 - \alpha_4 \varphi_5 &= C_4 \\
 \bullet & \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad = \bullet \\
 -\beta_n \varphi_{n-1} + D_n \varphi_n - \alpha_n \varphi_{n+1} &= C_n \\
 \varphi_{n+1} &= C_{n+1}
 \end{aligned} \tag{III.34}$$

Où  $\varphi_n$  et  $\varphi_{n+1}$  sont les valeurs connues aux limites du domaine.

Chaque équation peut s'écrire sous la forme générale suivante :

$$-\beta_j \varphi_{j-1} + D_j \varphi_j - \alpha_j \varphi_{j+1} = C_j \tag{III.35}$$

Le système d'équations (III.35) peut être réécrit :

$$\varphi_2 = \frac{\alpha_2}{D_2} \varphi_3 + \frac{\beta_2}{D_2} \varphi_1 + \frac{C_2}{D_2} \tag{III.35.a}$$

$$\varphi_3 = \frac{\alpha_3}{D_3} \varphi_4 + \frac{\beta_3}{D_3} \varphi_2 + \frac{C_3}{D_3} \quad (\text{III.35.b})$$

$$\varphi_4 = \frac{\alpha_4}{D_4} \varphi_5 + \frac{\beta_4}{D_4} \varphi_3 + \frac{C_4}{D_4} \quad (\text{III.35.c})$$

$$\varphi_n = \frac{\alpha_n}{D_n} \varphi_{n+1} + \frac{\beta_n}{D_n} \varphi_{n-1} + \frac{C_n}{D_n}$$

Ces équations peuvent être résolues en commençant par l'élimination de  $2\phi$  dans l'équation

(III.35.b), en la remplaçant par l'équation (III.35.a) pour obtenir :

$$\phi_3 = \left[ \frac{\alpha_3}{D_3 - \beta_3 \frac{\alpha_2}{D_2}} \right] \phi_4 + \left[ \frac{\beta_3 \left( \frac{\beta_2}{D_2} \phi_1 + \frac{C_2}{D_2} \right) + C_3}{D_3 - \beta_3 \frac{\alpha_2}{D_2}} \right] \quad (\text{III.36.a})$$

Si on pose  $A_2 = \frac{\alpha_2}{D_2}$  et  $c'_2 = \frac{\beta_2}{D_2} \phi_1 + \frac{C_2}{D_2}$

L'équation (III.36.a) peut être réécrite sous la forme :

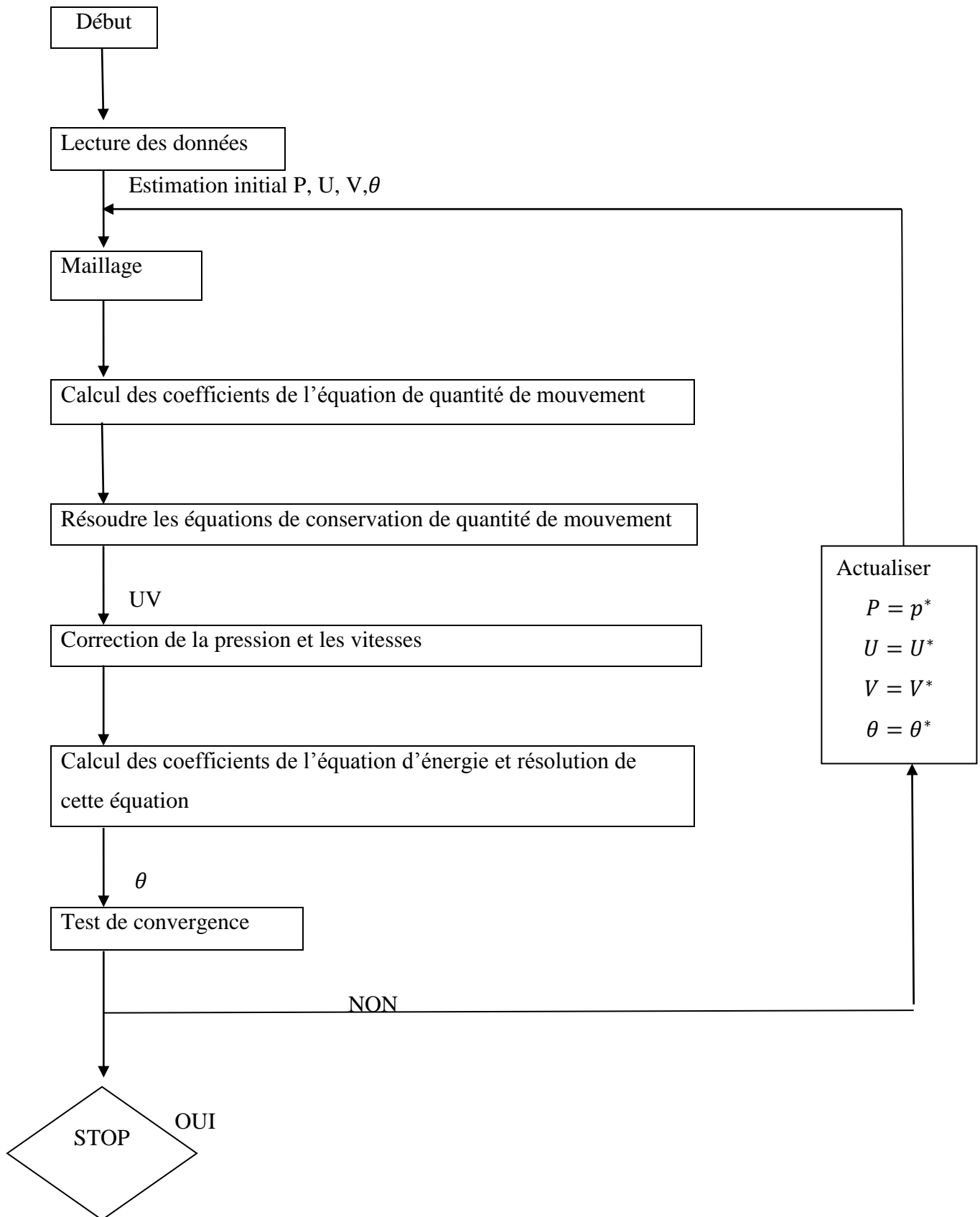
$$\phi_3 = \left[ \frac{\alpha_3}{D_3 - \beta_3 A_2} \right] \phi_4 + \left[ \frac{\beta_3 c'_2 + C_3}{D_3 - \beta_3 A_2} \right] \quad (\text{III.36.b})$$

$$\text{Où : } \phi_3 = A_3 \phi_4 + c'_3 \quad (\text{III.37})$$

$$\text{Avec : } A_3 = \left[ \frac{\alpha_3}{D_3 - \beta_3 A_2} \right] \text{ et } c'_3 = \left[ \frac{\beta_3 c'_2 + C_3}{D_3 - \beta_3 A_2} \right]$$

La formule (III.37) peut être utilisée pour éliminer  $\phi_3$  de l'équation (III.35.c). La procédure peut être répétée jusqu'à la fin des équations. La dernière équation aura alors uniquement une seule inconnue  $\phi_{n-1}$ . Les autres inconnues  $\phi_{n-1}, \phi_{n-1}, \dots, 2\phi, 1\phi$ , sont donc calculées par substitution successive en faisant le chemin inverse (substitution arrière).

Organigramme de Calcul SIMPLE



## IV.1 Introduction

Dans ce chapitre on présente une série de résultats obtenus par simulation numérique 2D. Ces résultats caractérisent un écoulement de fluide (eau, méthane, méthanol, air ou mercure) dans un espace annulaire.

On a réalisé la géométrie ainsi qu'un maillage adéquat pour les différentes simulations. Les principaux résultats obtenus reflétant le comportement des champs dynamiques et thermiques pour les configurations étudiées sont exposés dans ce chapitre. La première étape consiste à valider notre modale en comparant nos résultats avec ceux existants dans la littérature [13]. Par la suite on a fait l'étude pour l'analyse des lignes de courant, des isothermes et du nombre de Nusselt.

## IV.2 Géométrie et propriétés physiques

Le cylindre extérieur de la cavité est maintenu à la température  $T_c = 313.15\text{K}$  alors que le cylindre inférieur est maintenu à la température  $T_h = 373.15\text{K}$  (voir le tableau IV.2). Le tableau (IV.1) résume les propriétés thermo physiques utilisées dans les simulations numériques, pour une température de référence  $T_0 = T_c = 313.15\text{K}$  et pour un nombre de Prandtl qui varient (Air :  $Pr = 0.71$ , Eau :  $Pr = 7.01$ , Méthanol :  $Pr = 4.655$ , Méthane :  $Pr = 2.1226$  et Mercure :  $Pr = 0.0251$ ).

**Tableau IV.1** : Propriétés thermo physiques des fluides [17].

Pr	Cp [J/kg°C]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\mu$ [kg/s m]	$\nu$ [m <sup>2</sup> /s]	K [W/m°C]	$\beta$ [1/K]
0,0251 (Mercure)	139,4	13534	0,001534	1,133E-07	8,51533	0,003193358
2,126 (Méthane)	3492	420,2	0,0001133	2,699E-07	0,1863	0,00352
7,01 (Eau)	4182	998	0,001002	1,00401E-06	0,598	0,000195
0,71 (Air)	1006,8	1,1273	1,91E-05	1,67E-05	0,0271	0,003193358
4,655 (Méthanol)	2885	740,4	0,0003146	0,000000425	0,195	0,00137



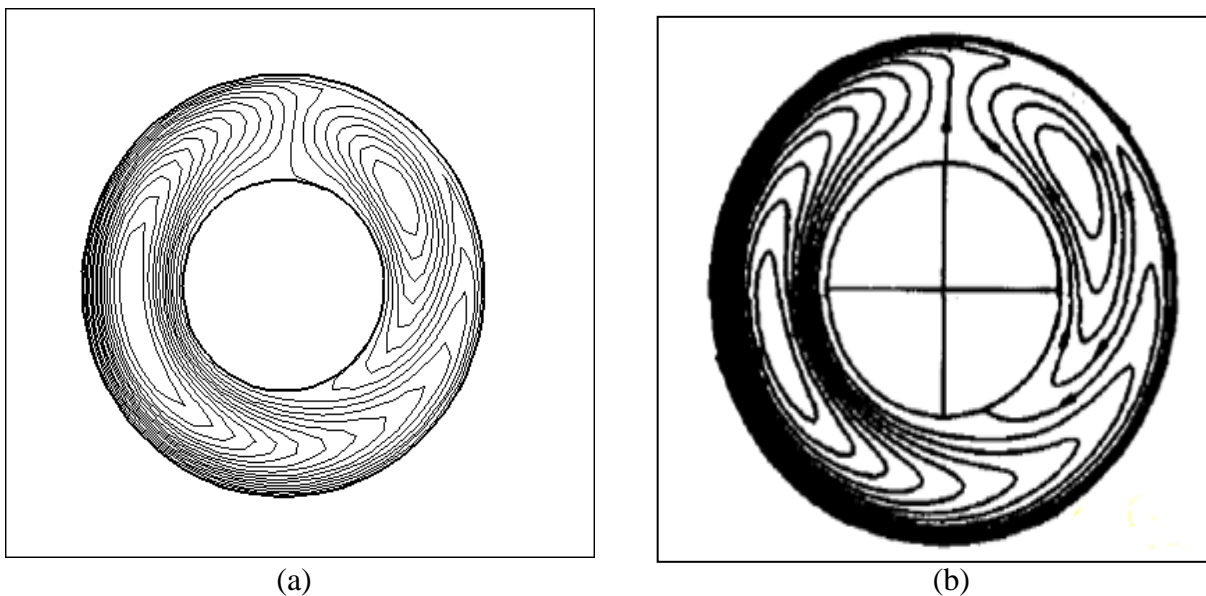
**Tableau IV. 2:** Conditions utilisées pour les simulations

$d_o$ (m)	$d_i$ (m)	$T_h$ (K)	$T_c$ (K)	$l = (d_i - d_o)/2$	$g$ ( $m^2/s$ )
0,02	0,08	313.15	373.15	0,03	9,81

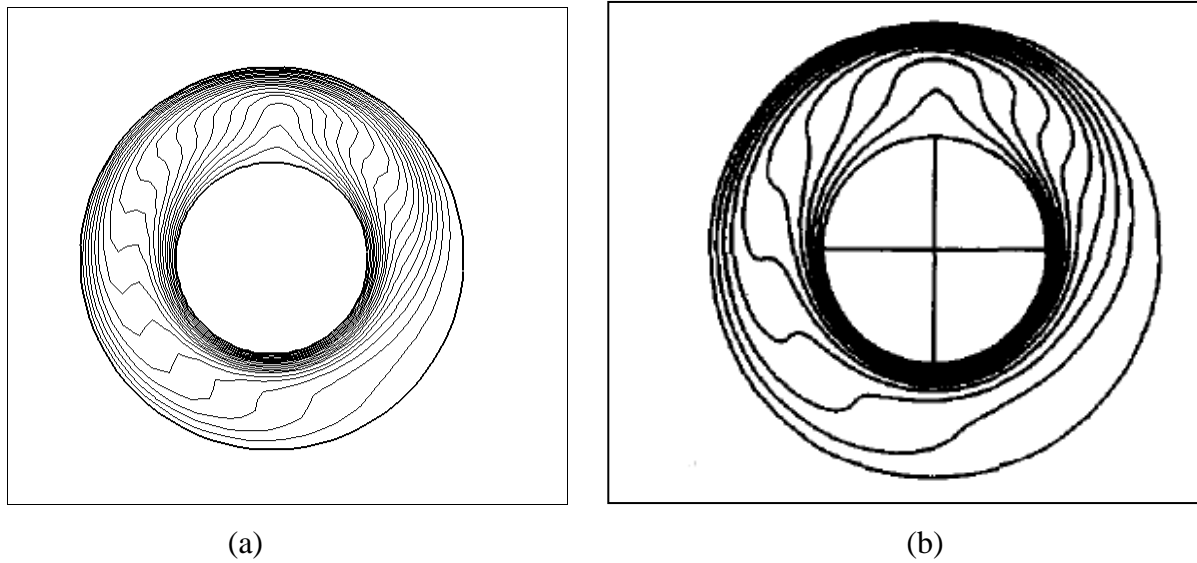
### IV.3 Validation des résultats pour le cas du cylindre intérieur tournant (sans ailette)

Avant de commencer les simulations numériques, on a procédé à une validation du modèle de convection adopté par rapport aux résultats numériques de **J.S Yoo [13]** dans le cas de la convection mixte dans un espace annulaire entre deux cylindres concentriques, dont le cylindre extérieur est animé d'une vitesse de rotation angulaire ( $\omega$ ). La comparaison se porte sur la forme des lignes d'isothermes, des lignes de courants et sur le nombre de Nusselt local estimé sur le cylindre extérieur et ce pour des nombres de Rayleigh et Reynolds de  $10^4$  et 100, respectivement et un rapport  $\delta = Di/l = 2$ .

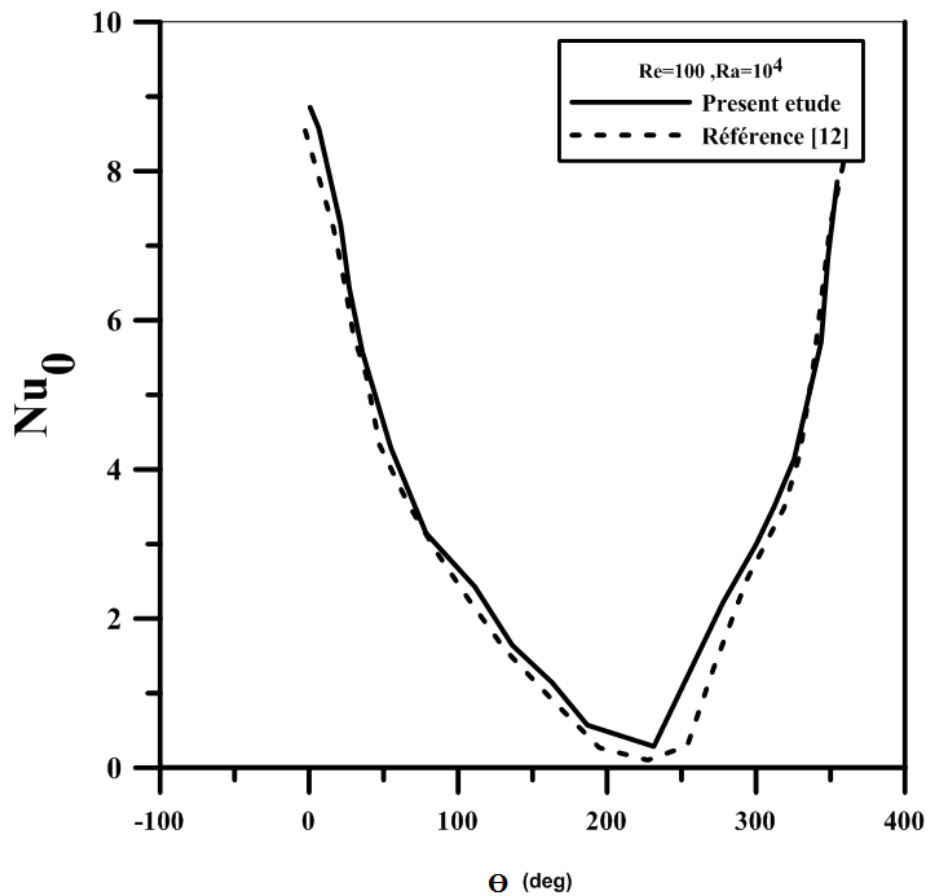
Les différents résultats en termes des lignes de courants, d'isothermes et du nombre de Nusselt moyen montrent une bonne concordance entre en comparant nos résultats avec ceux de la référence citée [13]. Ce qui nous permet de d'aborder le travail de simulation dans la géométrie considérée.



**Figure IV. 1 :** Comparaison des lignes de courant (a) : données actuelles, (b) :J.S.Yoo [13] ( $Ra=10^4$  et  $Re= 100$ ).



**Figure IV. 2 :** Comparaison des lignes d'isothermes (a) : données actuelles, (b) :J.S. Yoo [13] ( $Ra=10^4$  et  $Re= 100$ ).

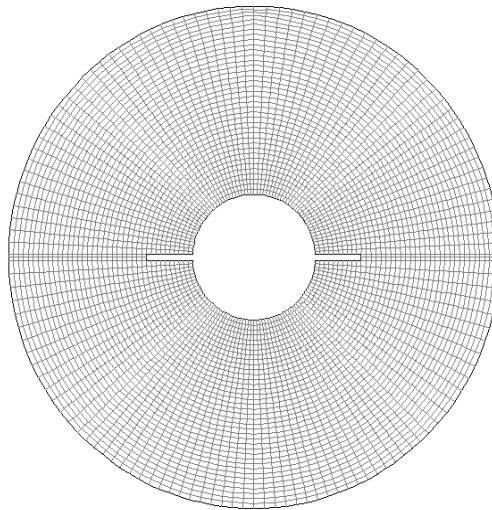


**Figure IV. 3 :** Nombre de Nusselt local sur le cylindre extérieur ( $Ra=10^4$  et  $Re= 100$ ).

#### IV.4. Etude de maillage

Dans le présent travail, la configuration étudiée correspond à une cavité cylindrique. La Figure (IV.4) présente le maillage régulier adopté pour nos simulations de problème considéré. Pour le choix du maillage optimal permettant d'avoir des résultats stables et précis, on a étudié l'influence de la taille et la répartition des nœuds sur le nombre de Nusselt moyen pour deux nombres de Grashof ( $Gr=10^2$  et  $Gr=10^5$ ).

Les résultats de cette étude sont exposés dans le tableau (IV.3). On constate que le nombre de Nusselt insensible au nombre de nœuds à partir d'une grille de  $80 \times 80$ . Dans la suite de notre travail, on adoptera donc pour des raisons de compromis précision/temps de calcul un maillage  $100 \times 100$ .



**Figure IV. 4 :** Grille adoptée

**Tableau. IV.3:** Influence de la taille du maillage sur le nombre de Nusselt moyen.

Grille de maillage	40*40	60*60	80*80	100*100	120*120
$\overline{Nu}$	5,36692	5,38447	5,39087	5,39088	5,390902

#### IV.5 Résultats de la simulation pour la convection mixte étudiée

Dans cette partie, on analysera l'influence des nombres du Grashof, du Richardson et du Prandtl sur les échanges thermiques, ainsi que la répartition des lignes isothermes et les lignes de courant. Le transfert thermique, dans ce type de problème, est guidé par deux phénomènes: la convection forcée induite par la rotation du cylindre intérieure et la

convection naturelle causée par le gradient de densité issu du gradient thermique entre les deux parois.

La structure de l'écoulement est visualisée graphiquement par les lignes de courant, les isothermes. On a aussi représenté les variations du nombre de Nusselt local  $Nu$  et du nombre de Nusselt moyen  $\overline{Nu}$  en fonction des différents paramètres ( $Ri$  et  $Gr$ ). En effet, le nombre de Nusselt caractérise le taux de transfert de chaleur au niveau d'une paroi donnée autrement dit l'efficacité des échanges convectifs, les valeurs locales et moyennes sont définies comme suit :

$$Nu = hd_h/\lambda = hs/\lambda \quad \overline{Nu} = \frac{1}{S} \int_s Nuds$$

Dans ces expressions, on s'est basé sur une longueur de référence prise comme étant le périmètre de la partie considérée ( $S$ ), et  $s$  une coordonnée curviligne.

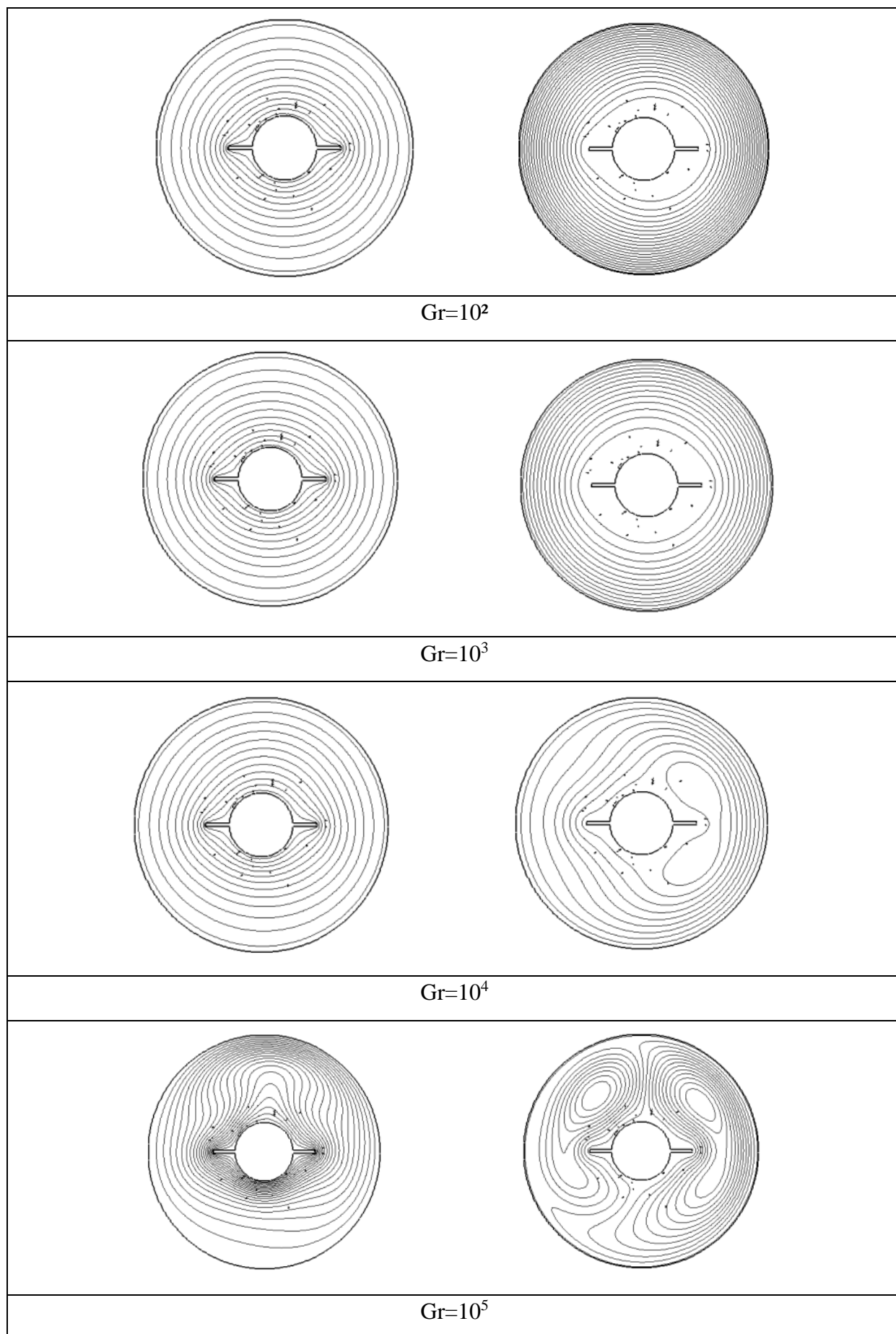
Dans le but d'analyser l'effet de la variation du nombre de Richardson sur les champs dynamiques et thermiques, on a fixé le nombre de Grashof et on a fait varier le nombre de Richardson. Dans l'autre cas, on a fixé le nombre de Richardson et fait varier le nombre de Grashof. On couvre ainsi une large gamme du Richardson ( $Ri=0.01$  à  $Ri>10$ ), et passer du régime d'écoulement dominé par la convection forcée ( $Ri=0.1$ ) vers celui dominé par la convection naturelle ( $Ri>1$ ) en passant par le régime de convection mixte ( $Ri=1$ ).

#### IV.5.1 Influence du nombre de Grashof

Dans le but d'analyser l'effet de variation du nombre Richardson sur le champ d'écoulement et le champ thermique, nos simulations numériques ont été faites pour différents nombres de Grashof tel ( $Gr=10^2, 10^3, 10^4$  et  $10^5$ ). Pour chacune de ces valeurs on varier le nombre de Richardson pour les valeurs suivantes  $Ri= 0.1, 1,5$  et  $10$ . La structure globale de l'écoulement est examinée en fixant à chaque fois le nombre de Grashof, et en variant le nombre de Richardson.

Les figures (IV-4), (IV-5), (IV-6) et (IV-7) représentent les lignes de courants et d'isothermes pour différentes valeurs de  $Ri$  on fixant a chaque fois le nombre Grashof. On a constate, que les isothermes et les lignes de courants dépendent du régime d'écoulement, ainsi pour  $Gr \leq 10^3$  Les lignes de courant se présente sous forme d'une grande cellule dite primaire (principale) et cela pour tous les nombres de Richardson. Les lignes d'isothermes apparaissent comme des cercles concentriques et équidistants, caractéristique d'une stratification thermique et signe d'un régime dominé par la conduction dans la cavité. À partir de  $Gr \geq 10^4$ , l'écoulement dans la cavité est dominée par la convection ce qui se voit dans les contours des lignes isothermes qui ne sont plus régulières dans l'espace annulaire, à mesure que  $Ri$  augmente la concentricité des lignes de courant commence à disparaître et panache thermique

plus ou moins épaisse se forme sur le cylindre intérieur sur la partie supérieur de l'espace annulaire.



**Figure IV. 5** : Ligne de courant (droite) et d'isotherme (gauche) pour  $Ri=0.1$ ,  $Pr=0.71$



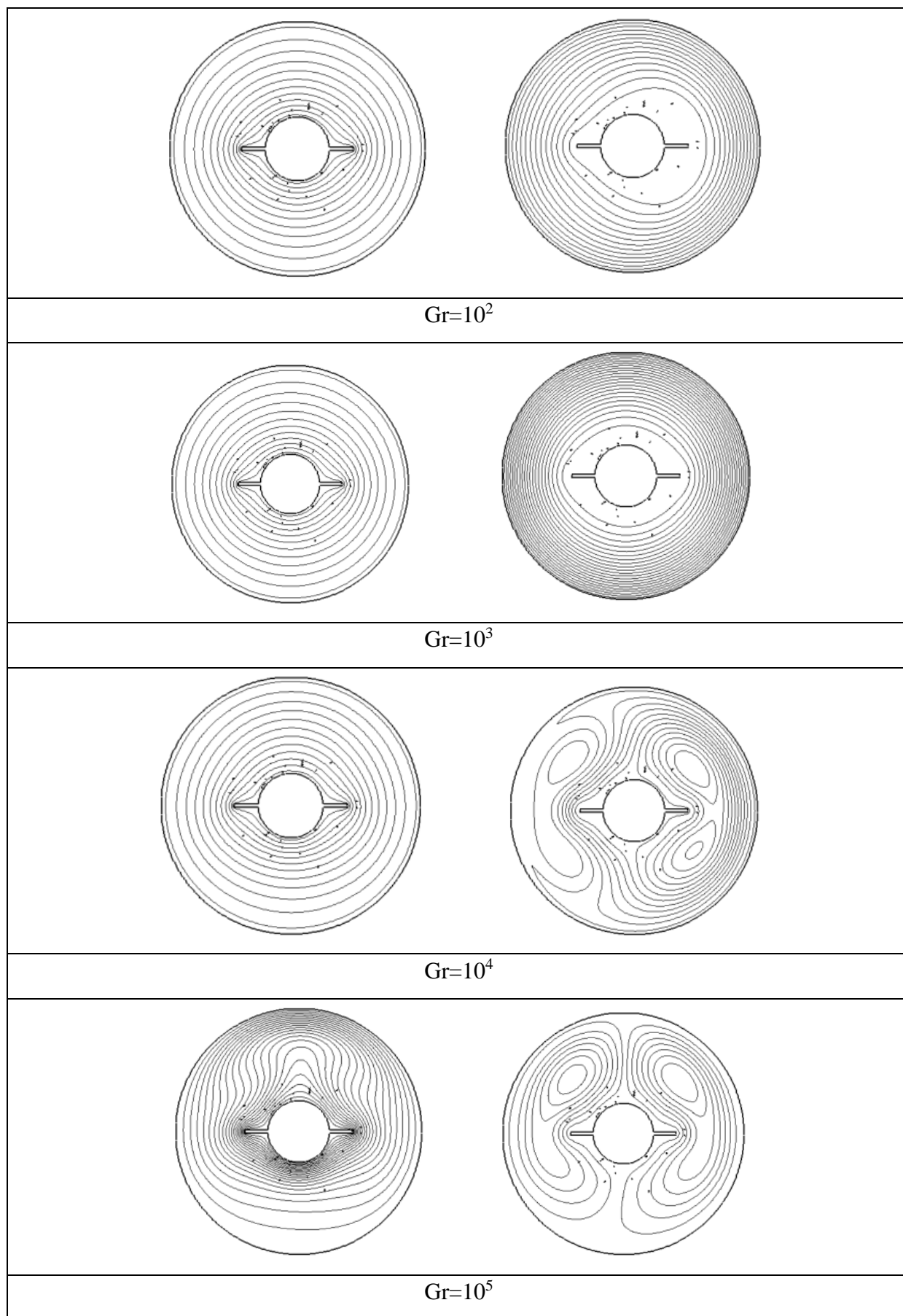
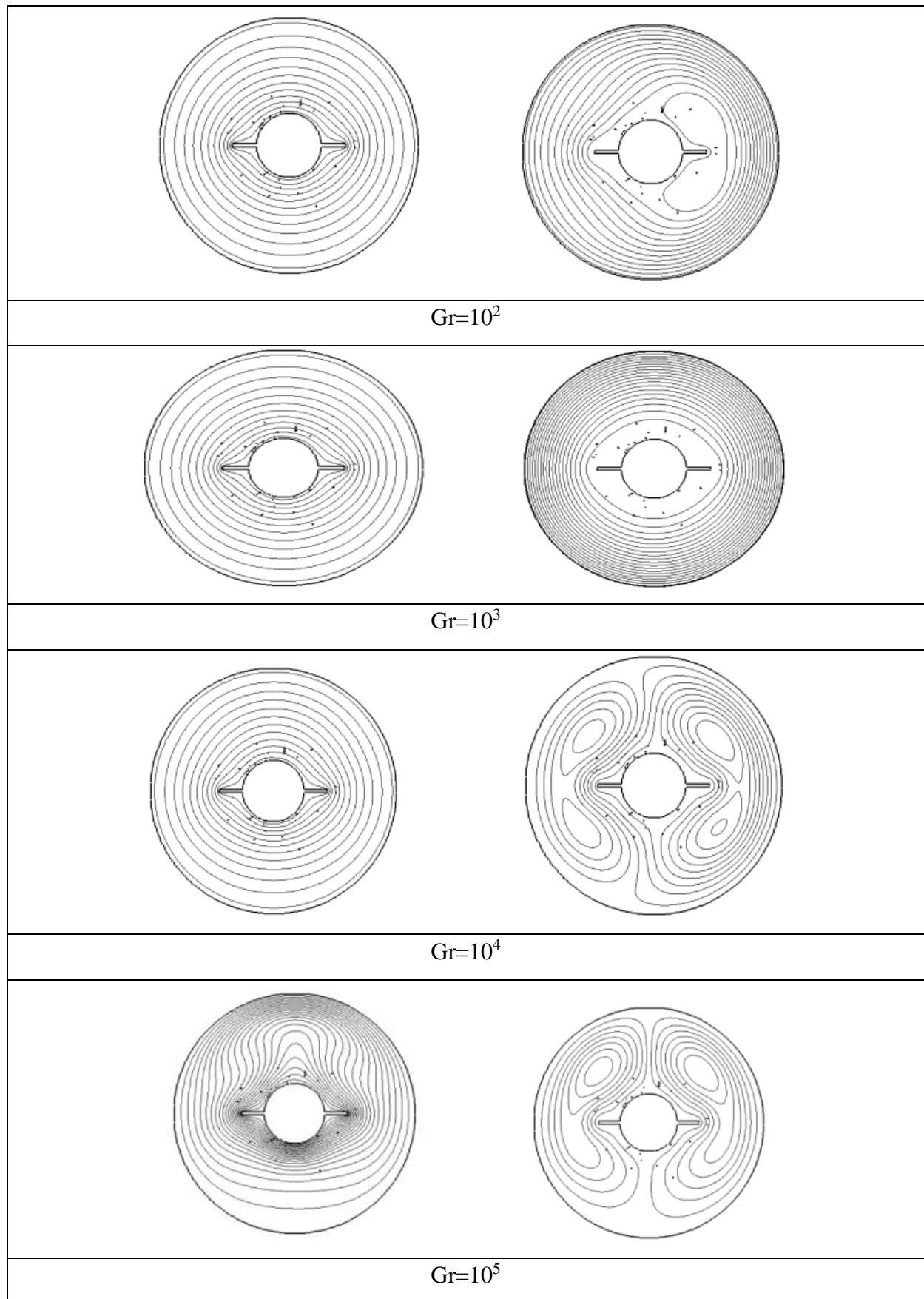
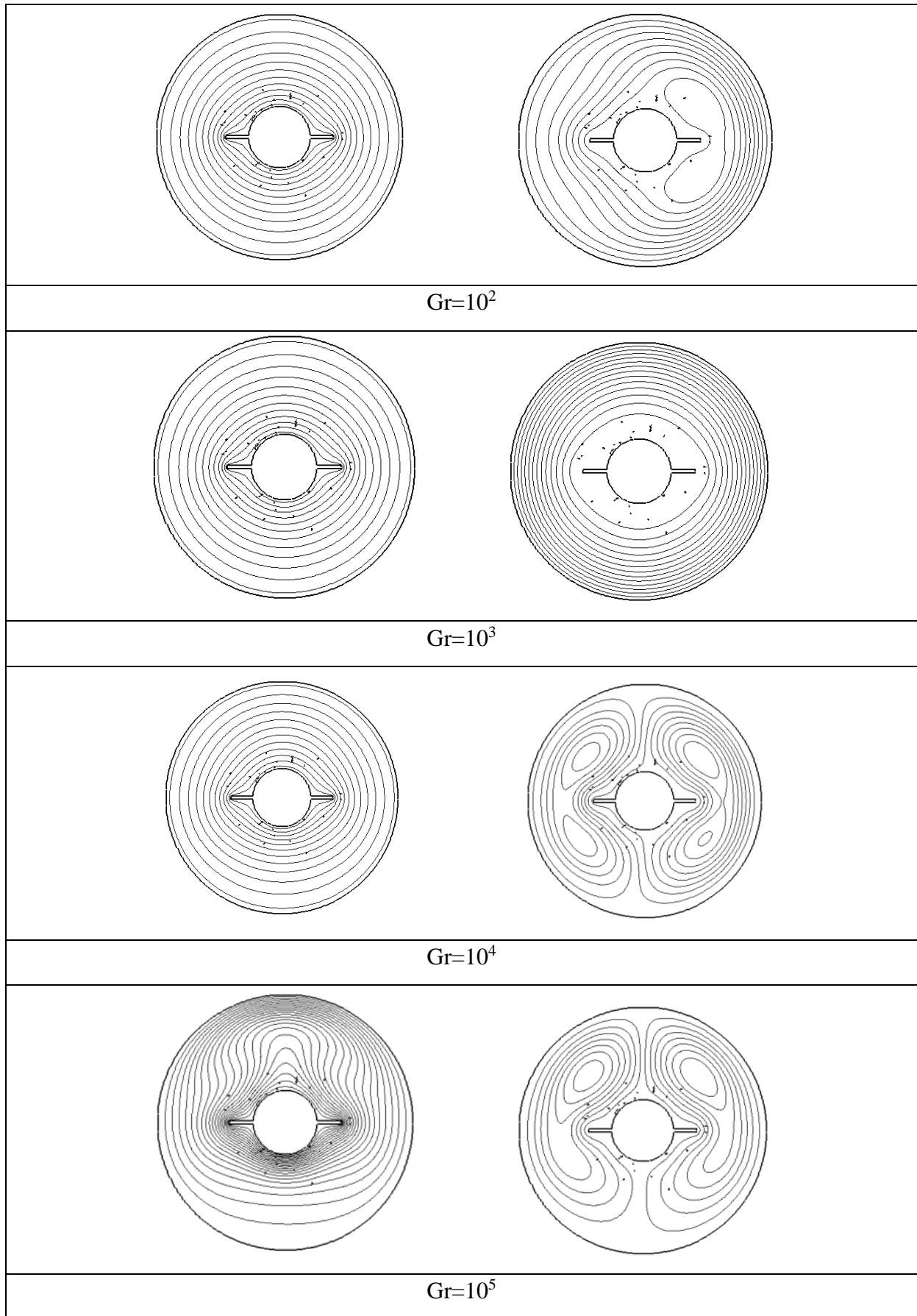


Figure IV. 6 : Ligne de courant (droite) et d'isotherme (gauche) pour Ri=1, Pr=0.71



**Figure IV. 7 :** Ligne de courant(droite) et d'isotherme (gauche) pour  $Ri=5$  et  $Pr=0.71$





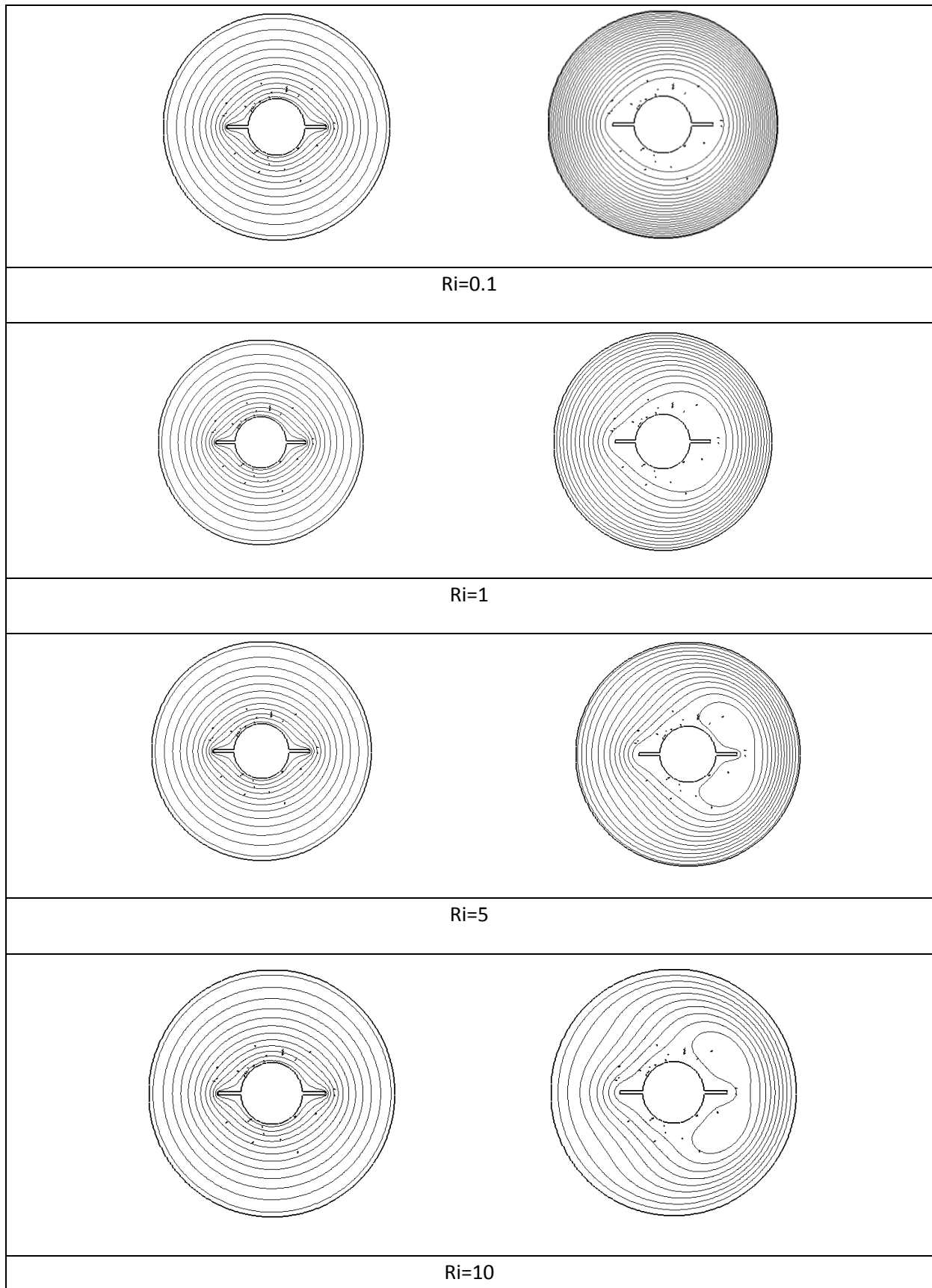
**Figure IV. 8 :** Ligne de courant (gauche) et d'isotherme (droite) pour  $Ri=10$ ,  $Pr=0.71$

### IV.5.2 Influence du nombre de Richardson

Dans le but d'analyser l'influence du Richardson sur le champ d'écoulement et le champ thermique, nos simulations numériques ont été faites pour différents nombres de Grashof tel que  $Gr=10^2, 10^3, 10^4$  et  $10^5$  pour chaque valeur du Grashof on fixe le nombre de Richardson ( $Ri= 0.1, 1, 5, \text{ et } 10$ ).

L'augmentation du nombre de Richardson pour une gamme de Grashof considérée correspond à une intensification de la convection naturelle par rapport à la convection forcée. Pour notre étude, l'influence des forces de rotation et les forces d'inertie sur la structure globale de l'écoulement sont examinées pour chaque valeur du Richardson.

Les différentes Figures (IV.9) à (IV.11) montre que le nombre de Richardson ( $Ri=0.1, 1, 5, \text{ et } 10$ ) n'a pas d'influence notable sur les lignes d'isothermes pour  $Gr \leq 10^4$ . Elle prend la forme concentrique et équidistante. Ce pendant pour un nombre de  $Gr \geq 10^4$ , la concentricité des lignes d'isotherme commence à disparaître et se tordant pour fermer une panache thermique plus au moins épaisse dans le cylindre intérieur sur l'espace annulaire. Contrairement, aux lignes d'isothermes le nombre Richardson a une influence notable sur les lignes de courant pour  $Gr \leq 10^4$ . Et pour  $Ri=0.1$  la convection forcée induite par la rotation de cylindre extérieure domine le fluide, et l'écoulement présente une structure bicellulaire (cellules de différentes tailles), pour  $Ri=1$ , la convection naturelle devienne aussi dominante que la convection forcée ce qu'on appelle la convection mixte. Quand  $Ri$  ( $Ri = 1, 5, \text{ et } 10$ ), augmente c'est la convection naturelle qui domine on remarque deux zones de recirculation du fluide de part et d'autre de l'axe de symétrie vertical symétrique par rapport à l'axe horizontal.



Ligne de courant et d'isotherme pour  $Gr=e2$  et pour  $Pr=0.71$

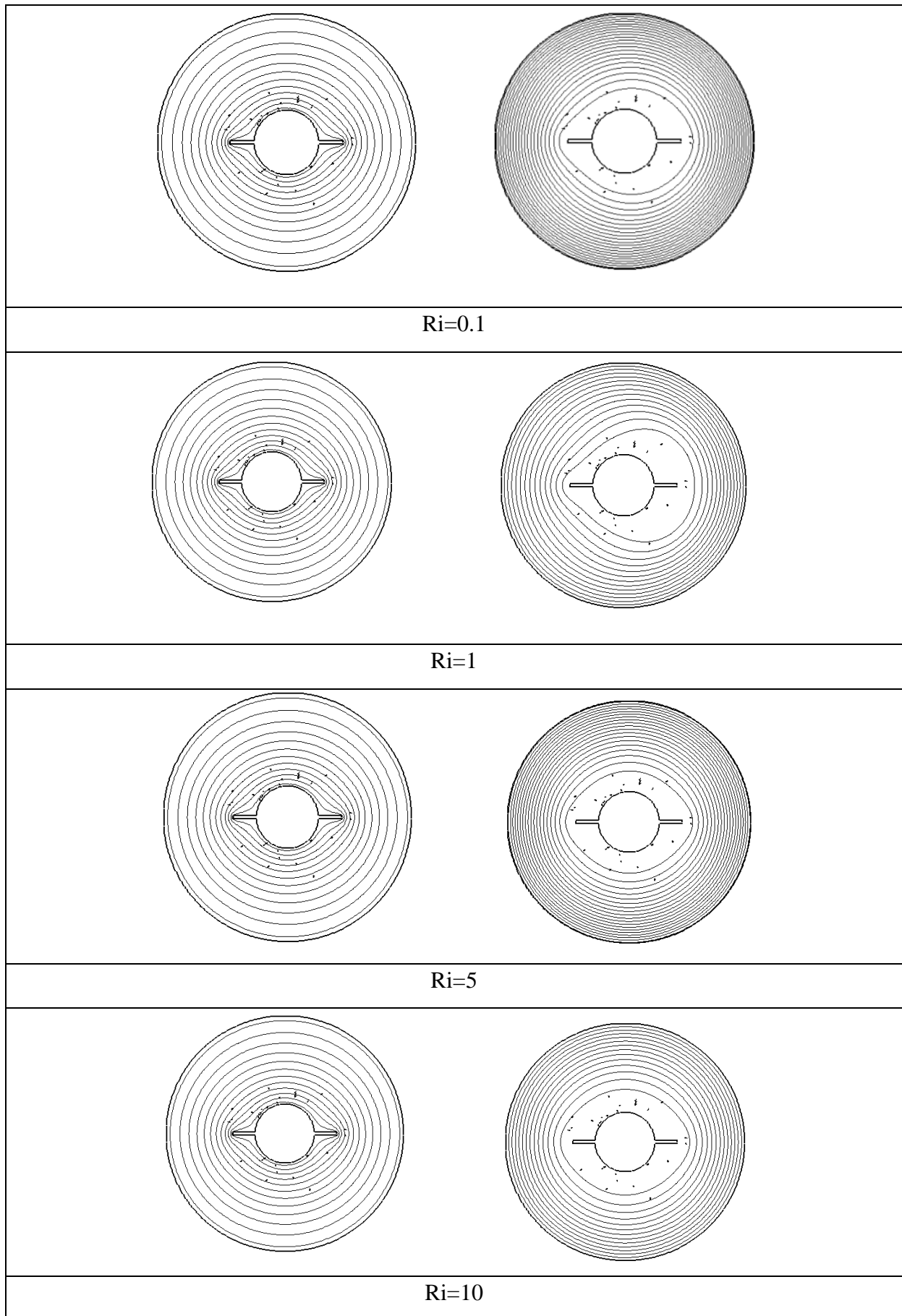


Figure IV. 9 :Ligne de courent (droite) et isotherme (gauche):  $Gr=10^3$  et  $Pr=0.71$

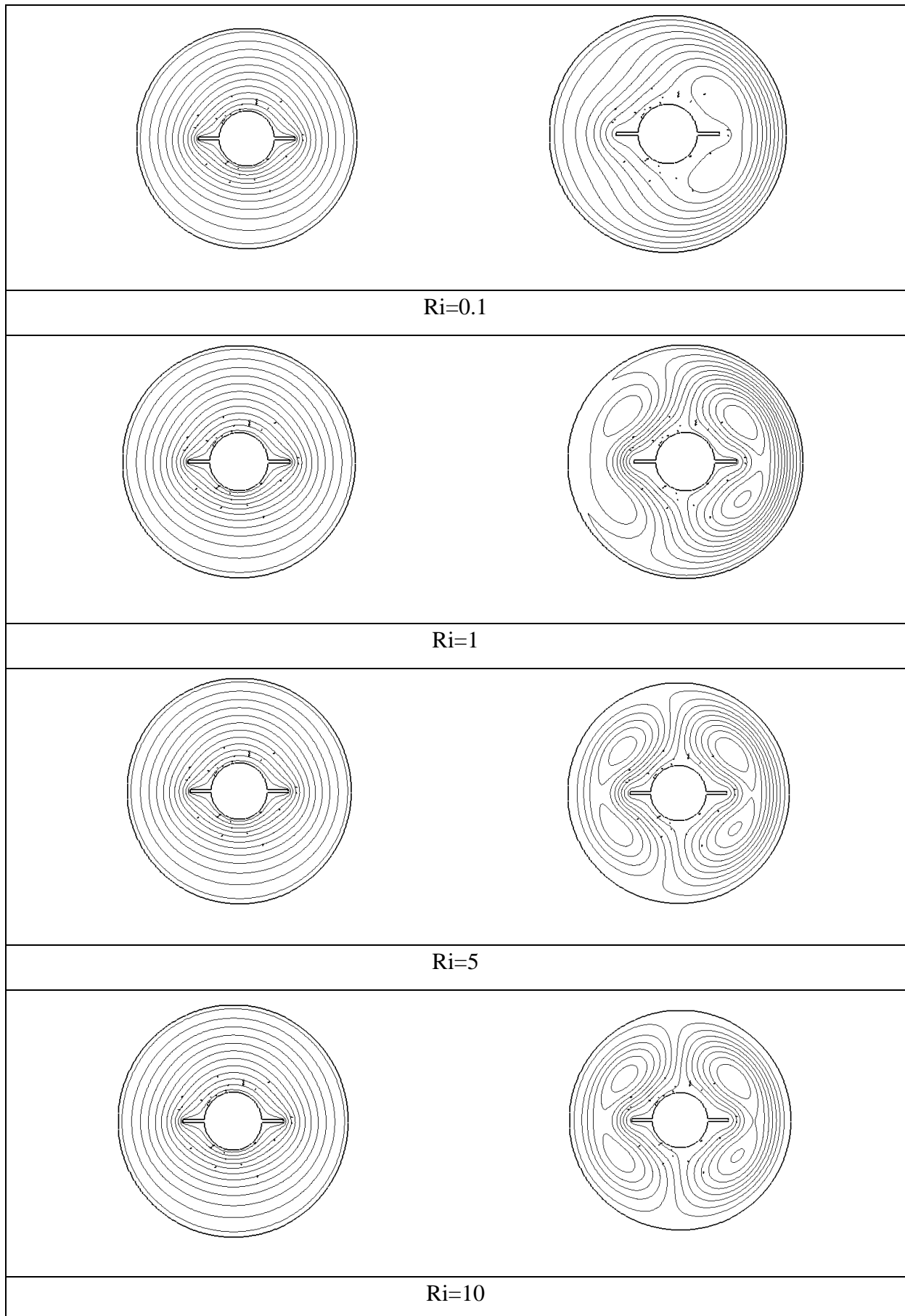


Figure IV. 10 : Ligne de courant (droite) et isotherme (gauche):  $Gr=10^4$ ,  $Pr=0.71$

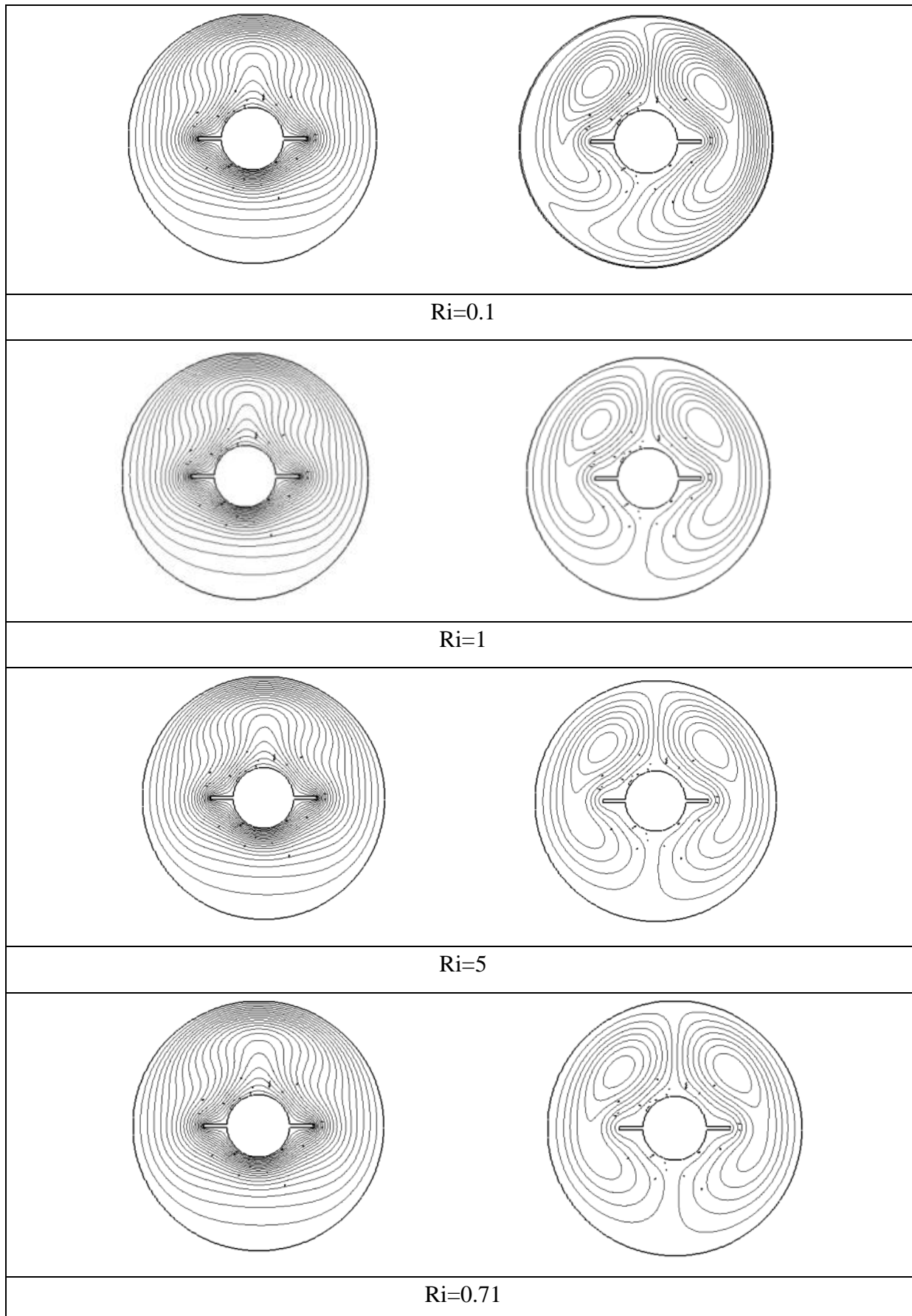




Figure IV. 11 : Ligne de courant (droite) et isotherme ( gauche) pour  $Gr=10^5$ ,  $Pr=0.71$

IV.5.3 Analyse du nombre de Nusselt (locale et moyen)

La Figure (IV.12) montre la variation du nombre de Nusselt local pour les deux cylindres (intérieur et supérieur) pour différentes positions du cylindre extérieur sur le cylindre intérieur et extérieur. On remarque que le nombre de Nusselt local prend presque le même profile quelque soit le nombre Ri et ceci pour  $Gr=10^2$  et  $10^5$ . Pour une meilleure compréhension du phénomène on a représenté le nombre de Nusselt moyen en fonction de Grashof dans le graphe (Figure IV.13), on remarque que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de nombre Grashof signe qu'il améliore le transfert de chaleur d'une manière remarquable. Par contre, le taux de transfert de chaleur reste constant avec l'augmentation de nombre Richardson, Figure (IV.14).

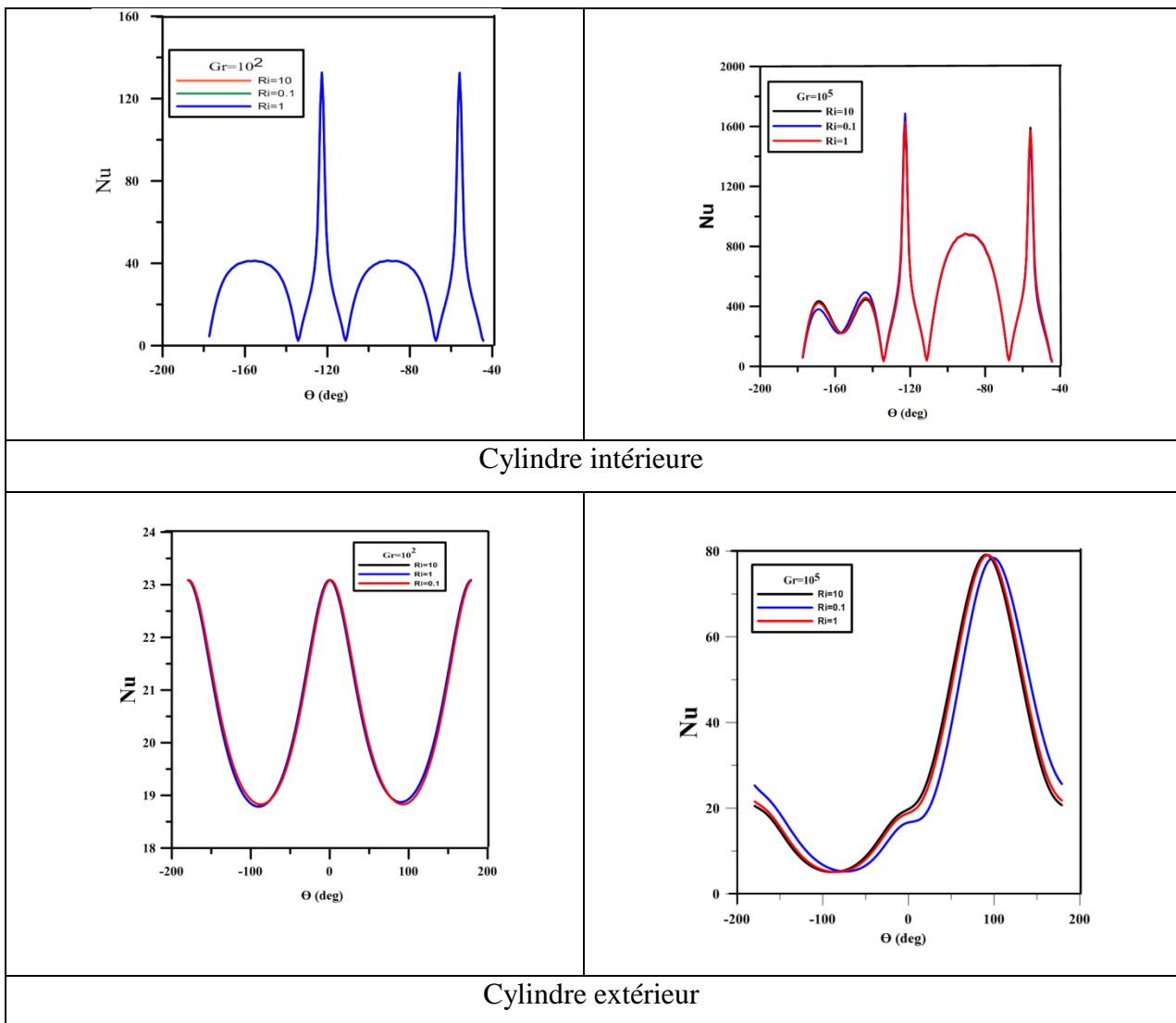


Figure IV. 12 : Nombre de Nusselt locale sur le cylindre intérieur et extérieur

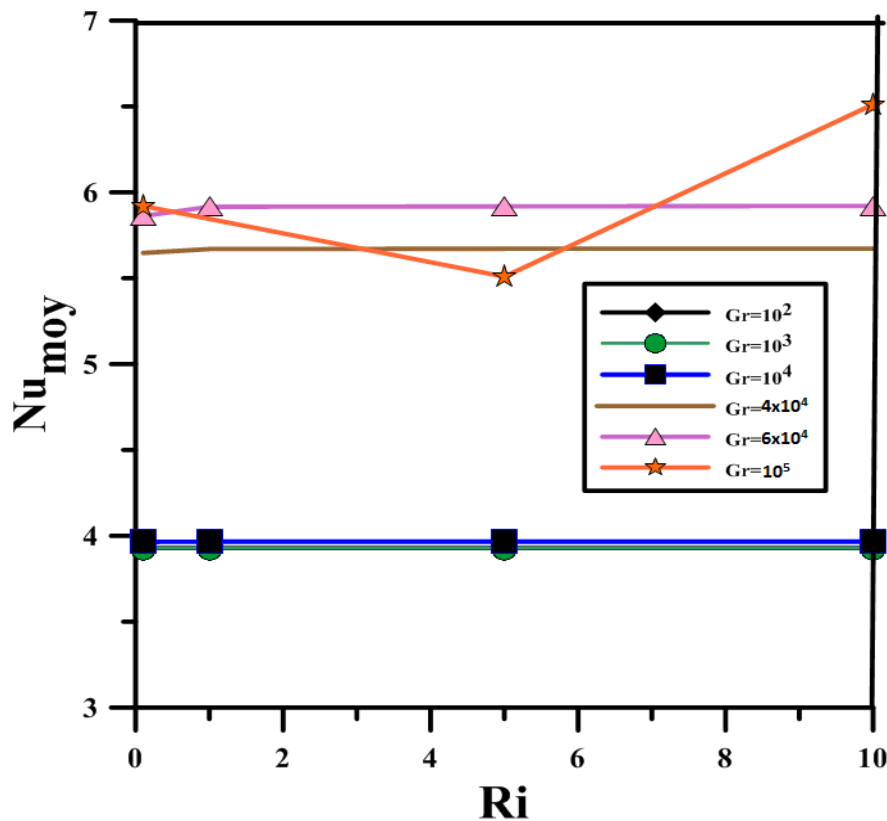


Figure IV. 13 : Nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Richardson

#### IV.5.4 Influence du nombre de Prandtl

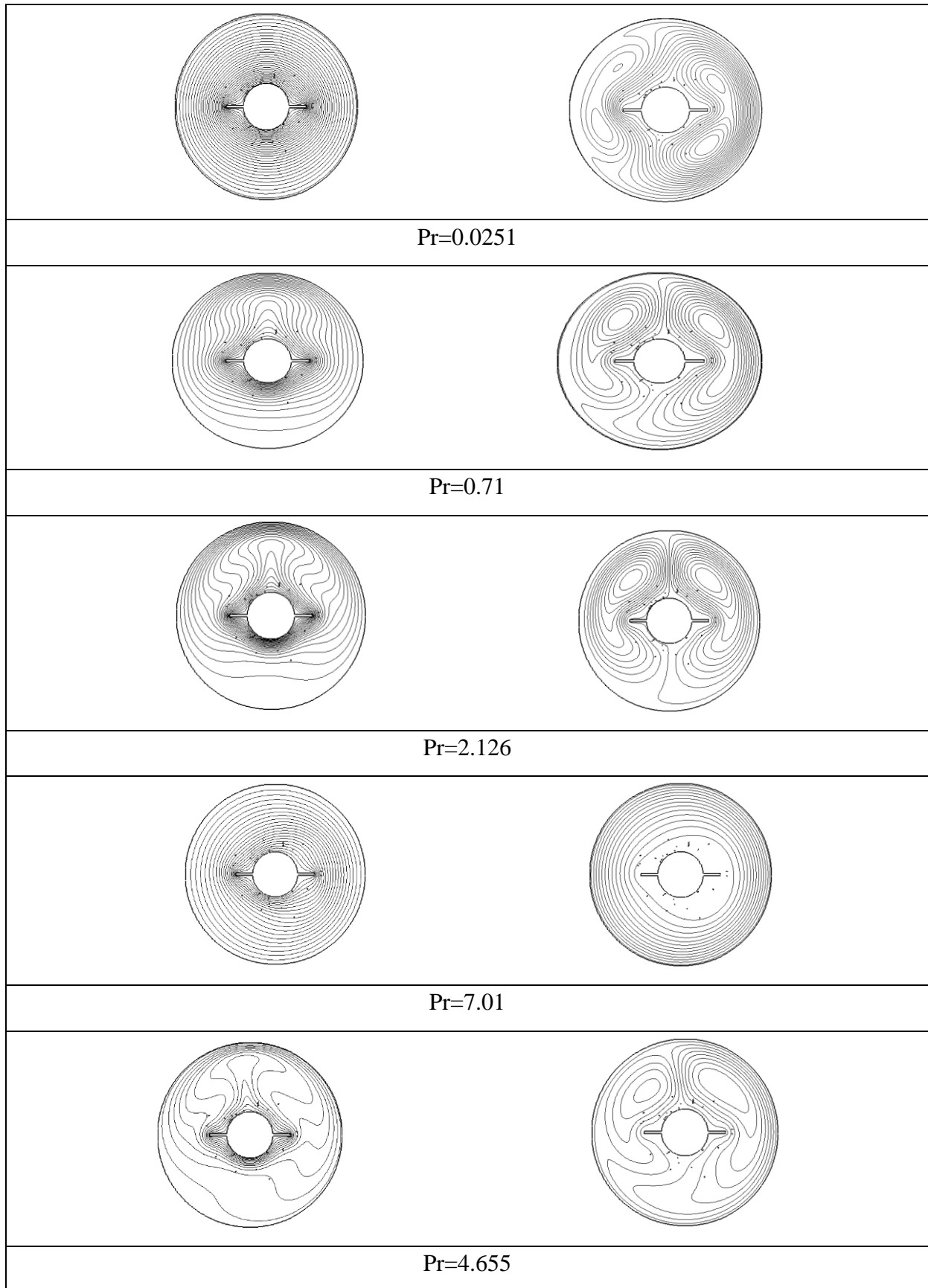
Dans le but d'analyser l'effet du nombre Prandtl sur le champ d'écoulement et le champ thermique, nos simulations numériques ont été faites pour différents nombres de Prandtl ( $Pr=0.0251, 0.71, 2.1225, 4.655, \text{ et } 7.01$ ) ainsi pour chaque valeur de  $Pr$  on varie le nombre de Richardson ( $Ri= 0.11, 5, \text{ et } 10$ ).

Les figures (IV.15), (IV.16), (IV.17), et (IV.18) représentent les lignes d'isothermes et les lignes de courant pour différents nombres de Prandtl. On constate, que les isothermes et les lignes de courants dépendent de nombre de  $Gr$  et de nombre  $Ri$ . L'analyse de ces figures montre que pour des nombres de Grashof ( $Gr=10^5$ ), l'influence du nombre Prandtl est plus visible sur les lignes d'isothermes, les profils sont parfaitement symétriques pour l'air ( $Pr=0.71$ ) et le mercure ( $Pr= 0.0251$ ) on observe une stratification thermique parfaite signifiant la dominance des transferts par conduction, Comme le nombre de Prandtl augmente  $Pr \geq 0.71$ , la structure thermique est beaucoup plus affectée les lignes d'isothermes sont tordus et entraînés signifiant la dominance des transferts par convection, les lignes d'isotherme ont un comportement symétrique pour tous les nombres de Prandtl., à mesure

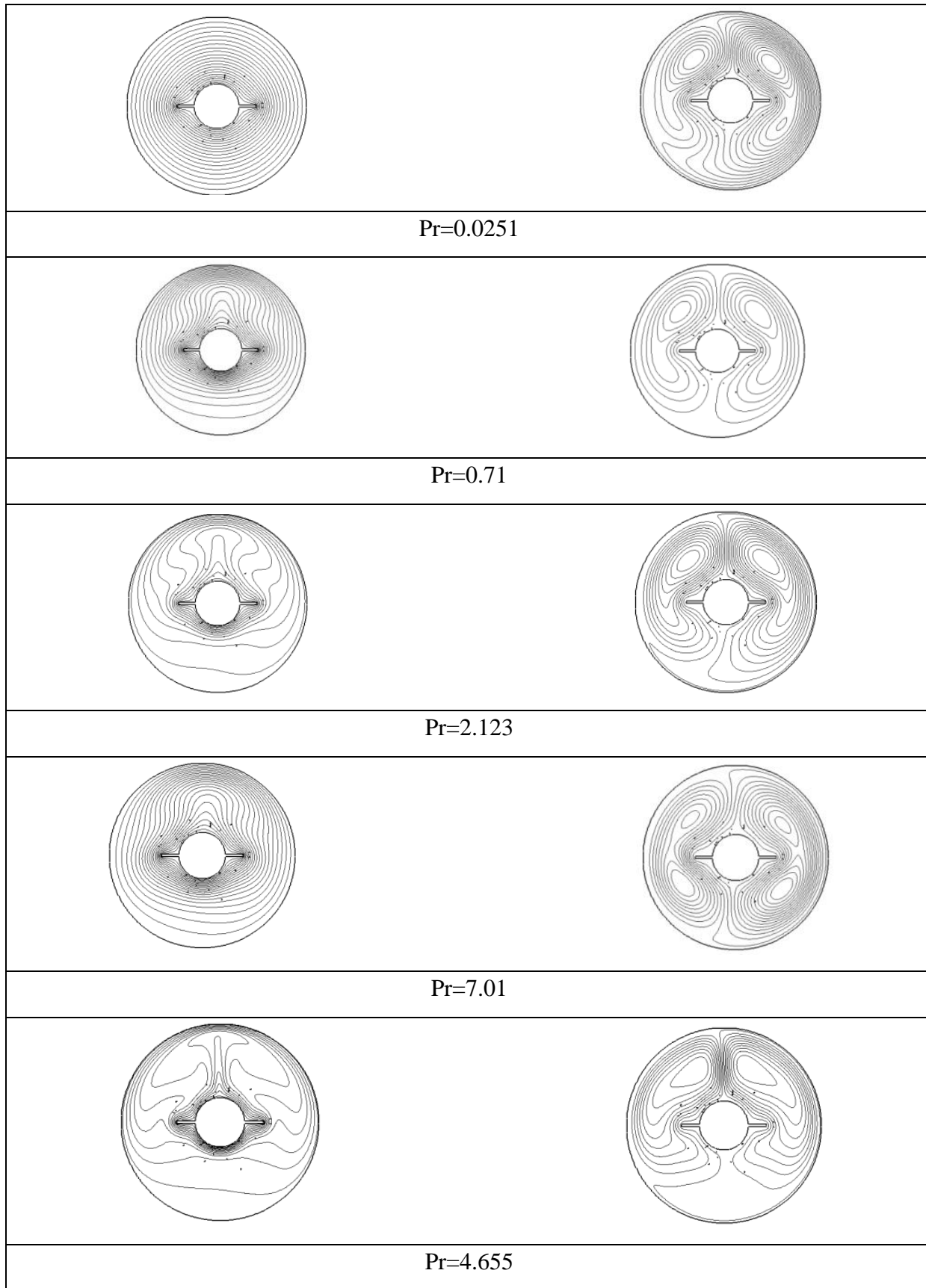


qu'on augmente le Prandtl (mercure, air, méthane, méthanol et eau) la structure d'isotherme transforme à un panache thermique dans la partie supérieure du cylindre intérieur.

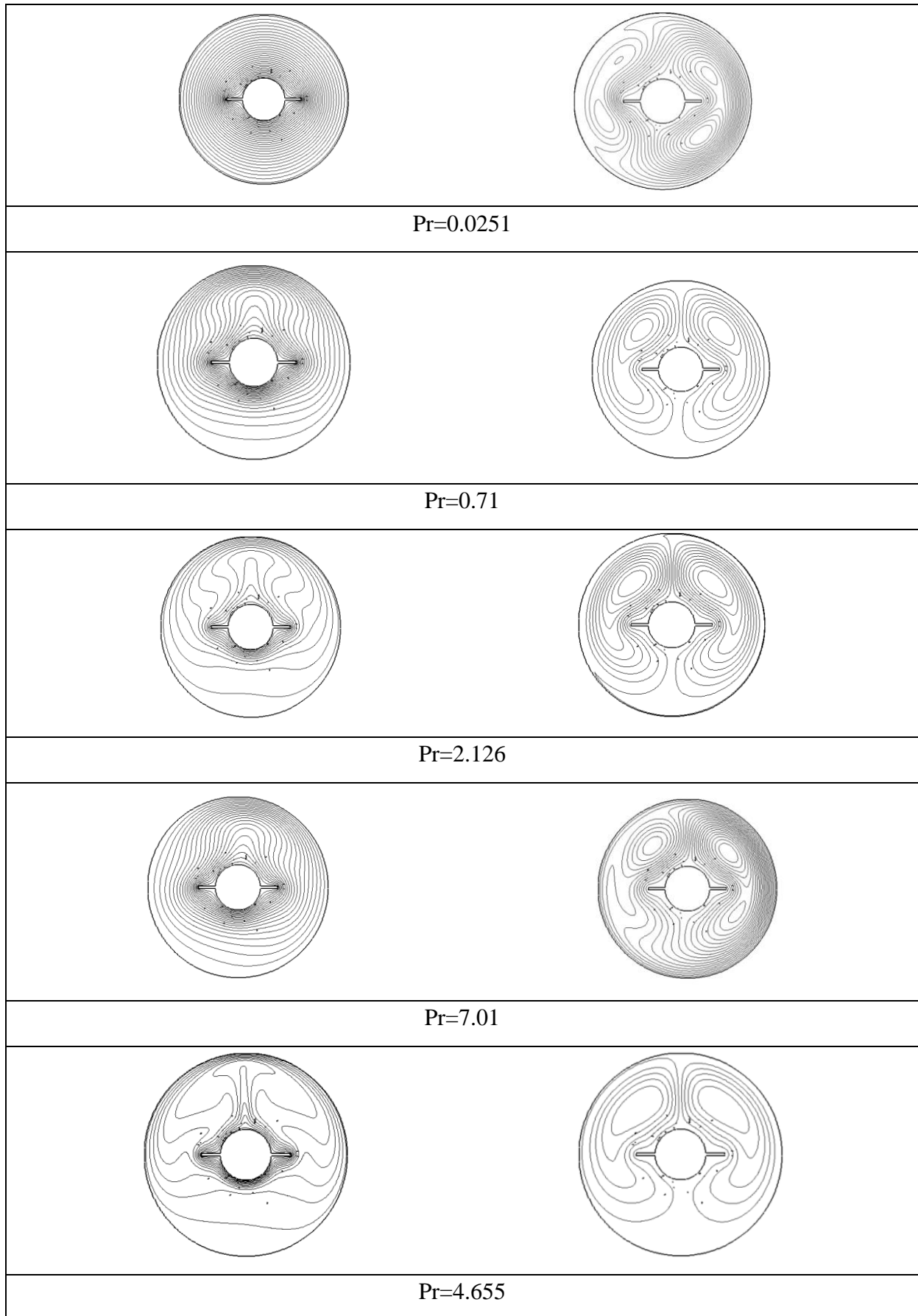
L'augmentation du nombre Prandtl favorise l'accroissement des transferts de chaleur par convection dans la cavité. Ce phénomène est lié à la nature de fluide. L'analyse des lignes de courant, montre que  $Ri$  au même titre que  $Pr$  jouent un rôle important sur la structure de l'écoulement. L'allure globale va d'une structure symétrique (convection naturelle) pour des  $Ri$  faibles à une structure distordue pour des  $Ri$  élevés (convection forcée).



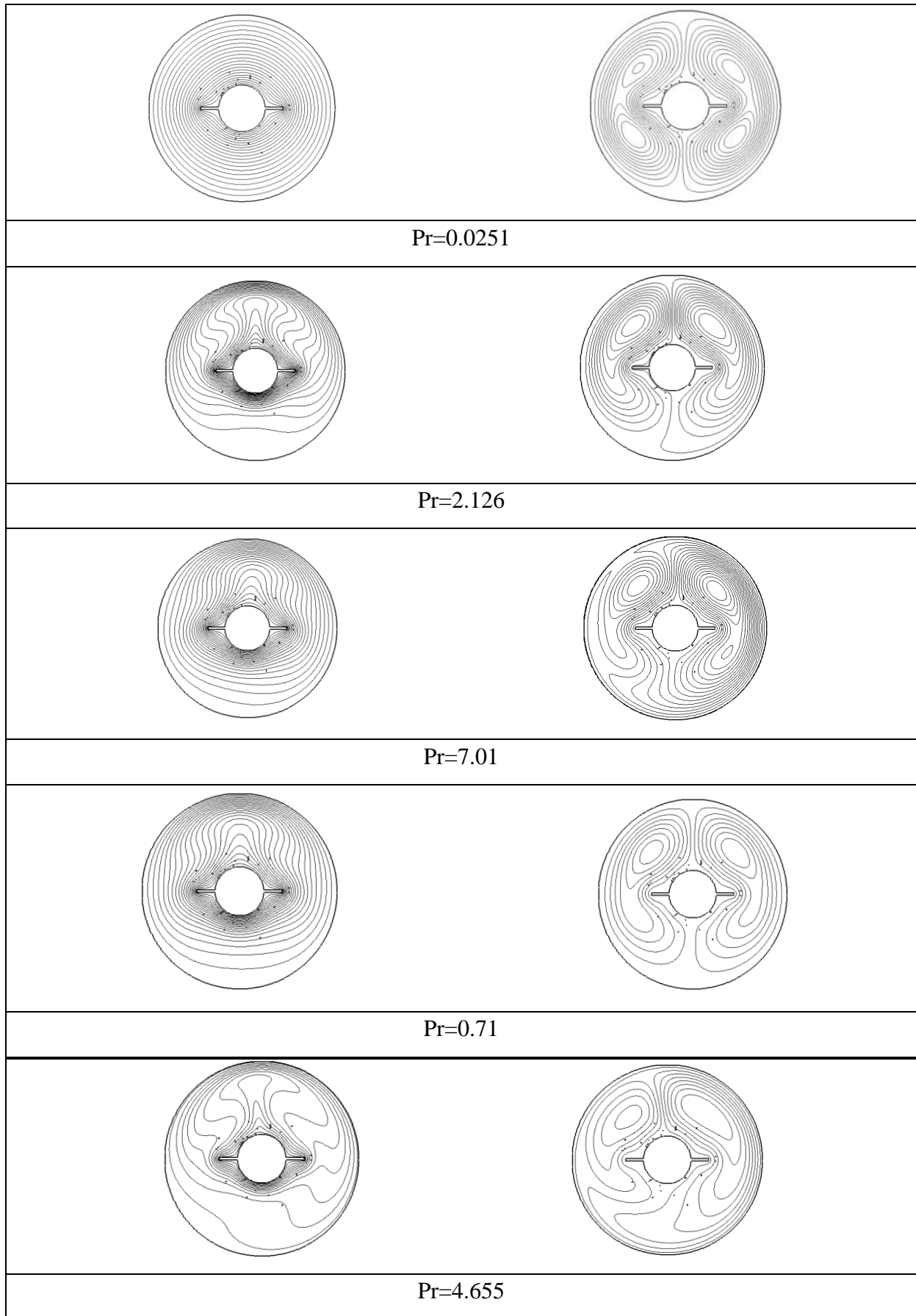
**Figure IV. 14 :** Ligne de courant et d'isotherme pour  $Ri=0.1$  pour les différentes nombres de Prandtl



**Figure IV. 15 :** Ligne de courant (gauche) et d'isotherme (droite) pour  $Ri=1$  pour les différentes nombres de Prandtl



**Figure IV. 16 :** Ligne de courant (gauche) et d'isotherme (droite) pour  $Ri=5$  pour les différents nombres de Prandtl



**Figure IV. 17 :** Ligne de courant et d'isotherme pour  $Ri=10$  et différentes nombres de Prandtl

La figure (IV.19) montre le Nusselt moyen pour  $Gr=10^2$  pour différents nombres de Prandtl. L'augmentation de nombre Richardson n'a pas d'influence sur le nombre de Nusselt moyen pour le mercure ( $Pr=0.0251$ ), le méthane ( $Pr=2.126$ ), et méthanol ( $Pr=4.566$ ). Cependant pour l'air ( $Pr=0.71$ ) le  $Nu_{moy}$  diminue entre  $Ri=0.1$  et  $Ri=1$  pour se stabiliser. Dans le cas de l'eau ( $Pr=7.01$ ) le  $Nu_{moy}$  change de valeurs pour différent nombre de Richardson.

La figure (IV.20) montre le Nusselt moyen pour  $Gr=10^5$  pour les différents fluides. On remarque que le nombre de Nusselt dépend fortement de la nature de fluide et que le méthanol représente le meilleur taux de transfert de chaleur.

On peut voir qu'on doit imposer un  $Gr$  plus élevé pour causer le même transfert de chaleur par convection dans le fluide à bas Prandtl (mercure) qu'à un Prandtl plus élevé (eau).

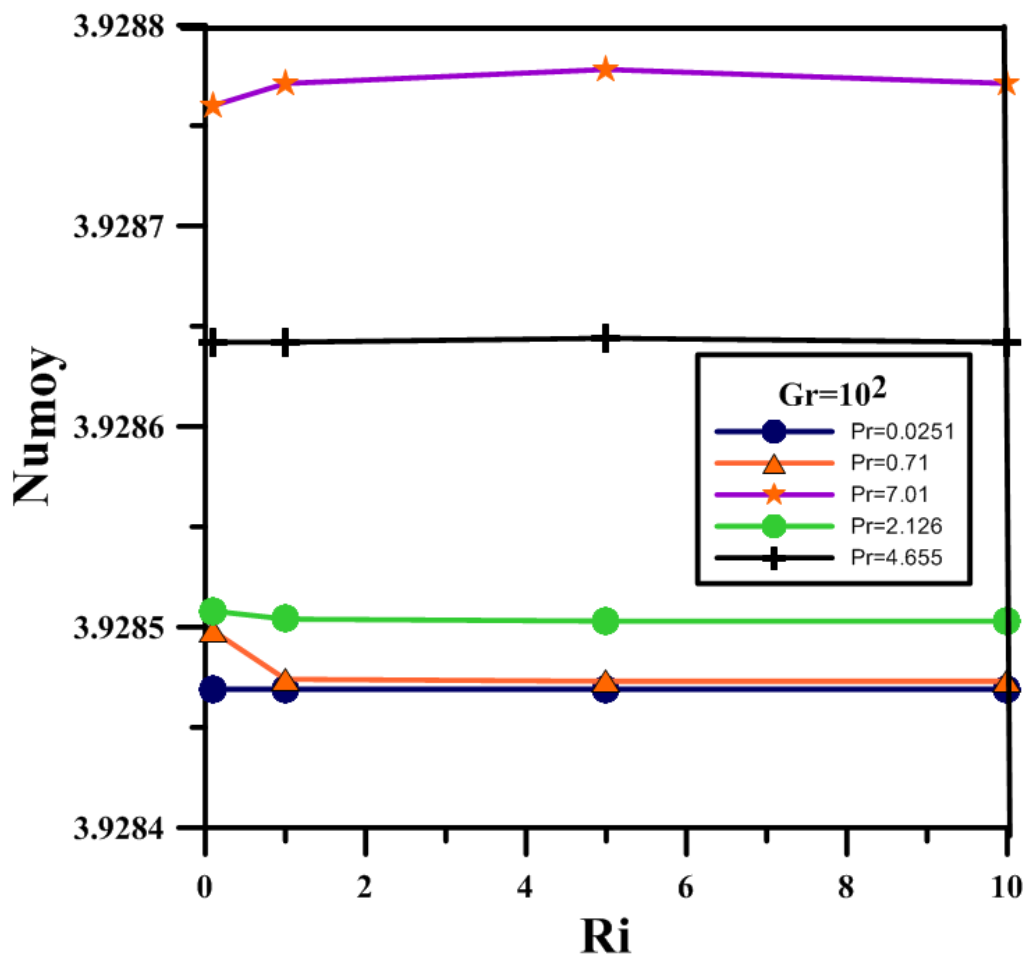


Figure IV. 18 : Nusselt moyen pour  $Gr=10^2$  pour différente valeur de  $Ri$  et  $Pr$

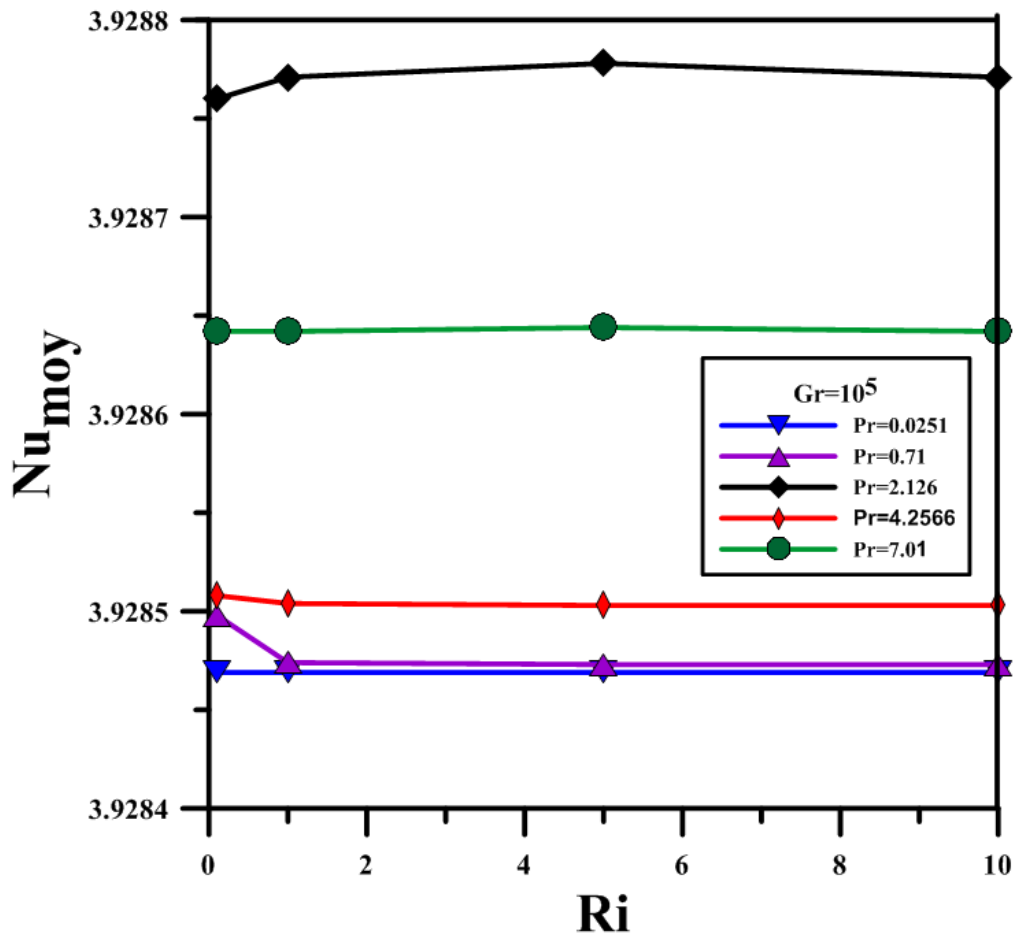


Figure IV. 19 : Nusselt moyen pour les différentes valeurs Pr .

## IV.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés aux principaux résultats de simulation d'une cavité annulaire en présence de deux ailettes sur le cylindre intérieur. On n'a constaté que les nombres de Richardson, de Grashof et de Prandtl influent considérablement sur la qualité des échanges thermiques.

A ce titre, on a remarqué que le Nusselt moyen augmente avec l'augmentation de nombre de Grashof, l'augmentation du nombre de Richardson indiquant le changement d'un régime dominé par la convection forcée ( $Ri=0$  et  $0.1$ ) jusqu'à un régime dominé par la convection naturelle ( $Ri=5$  et  $10$ ) favorise aussi le transfert de chaleur, et l'augmentation du nombre de Prandtl augmente le Nusselt moyen.



### Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire est une étude numérique de la convection mixte dans une cavité annulaire. Le cylindre intérieur fixe étant à une température chaude munie de deux ailettes tandis que le cylindre extérieur mobile est maintenir a une température moins chaude. Les simulations numériques sont effectuées pour différents nombres de Grashof ( $Gr= 10^2, 10^3, 10^4$  et  $10^5$ ), différente nombre de Richardson ( $Ri=0.1, 1, 5$  et  $10$ ) et différents nombres de Prandtl ( $Pr=0.00251, 0.7, 2.1226, 4.655$ , et  $7.01$ ). L'objectif principal est de déterminer et d'observer l'influence de nombre de Richardson, Grashof, et Prandtl sur le taux de transfert de chaleur.

La méthode des volumes finis a été utilisée pour discrétiser les équations de l'écoulement en convection mixte en régime laminaire et stationnaire, et l'algorithme SIMPLE pour les résoudre. Et à l'aide du code de calcul 'Fluent', basé sur cette méthode, que toutes les simulations ont été faites.

La validation du code de calcul a été faite en comparant les résultats de J. S.Yoo [13] avec les nôtres. Un bon accord a été obtenu entre nos simulations avec celles de ce dernier.

Les résultats ont montré que le nombre Nusselt moyen augmente avec l'augmentation de nombre de Grashof, l'augmentation du nombre de Richardson indiquant le changement d'un régime dominé par la convection forcée ( $Ri=0$  et  $0.1$ ) jusqu'à un régime dominé par la convection naturelle ( $Ri=5$  et  $10$ ) favorise aussi le transfert de chaleur, et l'augmente du nombre de Prandtl augmente le Nusselt moyen

Pour la suite il serait intéressant d'investir le cas de grandes rotations du cylindre intérieur et d'essayer de localiser la transition laminaire – turbulente et de voir les limites du modèle à deux dimensions. Comme il serait intéressant aussi de voir l'influence des formes des ailettes ainsi que leurs nombre et longueur sur ce type de problème.



### References bibliographique

- [1] **Ashley M. Thornhill, E. kobla Glakpe**, "Prediction of natural convection enclosures at high Rayleigh numbers" INT. COMM. HEAT MASS TRANSFER Vol. 15, pp. 785-797, (1988)
- [2] **M.I. Farinas, A. Garon et K. Saint-Louis**, "Study of heat transfer in a horizontal cylinder with fins" Rev Gin Therm pages 36, 398-410, (1997)
- [3] **Bassam A/K Abu-Hijleh**" Optimized use of baffles for reduced natural convection heat transfer from a horizontal cylinder" International Journal of Thermal Sciences, Vol 1061 1071, (2003)
- [4] **Mohammad Rahnama, Mousa Farhadi** "Effect of radial fins on two-dimensional turbulent natural convection in a horizontal annulus", International Journal of Thermal Sciences 43, 255–264,(2004)
- [5] **H. Kuehn Et R. J. Goldstein**" An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders", J. Fluid Mech. vol. 74, part 4, pp. 695-719,(1976)
- [6] **P. Teertstra, M. M. Yovanovich and J. R. Culham**,"analytical modeling of natural convection in horizontal annuli"
- [7] **SC Haldar, GS Kochhar, K. Manohar, RK Sahoo**,"Numerical study of laminar free convection about a horizontal cylinder with longitudinal fins of finite thickness", International Journal of Thermal Sciences 46, 692–698, (2007)
- [8] **Kiwan et Al-Nimr, M.A. (2001)**, "Using porous fins for heat transfer enhancement", ASME J. Heat Transfer, Vol. 123, pp. 790-5.
- [9] **D. Alshahrani et O. Zeitoun**, Natural convection in horizontal annulus with fins attached to inner cylinder, submitted to Int. J. Heat and Technology, (2005)
- [10] **Y. Harnane et R. Bessaih**,"Etude numérique de l'écoulement de la convection mixte turbulente dans un canal vertical muni de blocs chauffés (Comparaison entre deux modèles de turbulence)" Revue des Energies Renouvelables CISM'08 Oum El Bouaghi pages 165 – 174 (2008)
- [11] **T. S. Lee**," numerical computation of fluid convection Withe air enclosed between the annuli of eccentric heated horizontal rotating cylinders" computers fluids vol. 21, no. 3, pp. 355-368, 1992

## Référence bibliographique

---

- [12] **Toru Fusegi, Bakhtier Farouk Et Kenneth S. Ball** ‘‘Mixed-Convection Flows Within A Horizontal Concentric Annulus With A Heated Rotating Inner Cylinder’’ Numerical Heat Transfer, vol. 9, pp. 591-604,( 1986)
- [13] **J S Yoo,**’’ Mixed convection of air between two horizontal concentric cylinders with a cooled rotating outer cylinder’’ Inf. J. Heat Maw Transfer. Vol. 41, No. 2, pp. 293-302, 1998
- [14] **M. A. Teamah,** « Numerical simulation of double diffusive laminar mixed convection in a horizontal annulus with hot, solutal and rotating inner cylinder », Int. J. of Thermal Sciences 46, 637–648, (2007).
- [15] **Mo Yang, Ling Li, Yuwen Zhang (2008)** ‘‘Numerical study of periodically fully developed convection in channels with periodically grooved parts’’, International Journal. Heat and Mass Transfer, 51, 3057 – 3065
- [16] **S. V. Patankar.** « Numerical heat transfer and fluid flow », Hemisphere publishing corporation, États-Unis d'Amérique, ISBN 0-89116-522-3 (1980).
- [17] **Appendix 1,**property tables and charts (si units)"Introduction to Thermodynamics and Heat Transfer" The McGraw–Hill Companies, 2008