République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la recherche scientifique

UNIVERSITE Abderrahmane MIRA BEJAIA Faculté de Technologie Département de Génie Mécanique

#### MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de

#### MASTER

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Par :

AFIA Lidia

AMGHAR Amina

### Thème

*Etude d'un écoulement convectif mixte sur une plaque plane horizontale émergée dans un milieu poreux remplis d'un* 

#### Nano-fluide

Soutenu le 5/10/2021 devant le jury composé de :

Mr. HAMTACHE B. Mr. ALI AGHA H. Mr. BOUTALBI N. Président Rapporteur Examinateur

Année Universitaire 2020-2021

ie Dieu pour le peu de savoir qu'il nous a permis d'acquérir. Ainsi, nous tenons à remercier chaleureusement et spécialement Mr : Ali Agha notre promoteur pour avoir accepté de prendre en charge l'encadrement de notre recherche.

Nous exprimons bien entendu nos remerciements les plus sincères aux membres de jury ainsi que le président de jury pour avoir accepté d'examiner notre travail.

Nous remercions tout l'ensemble du corps enseignant de la Faculté de technologie, qui ont contribué à notre formation, en particulier les enseignants du Département Génie Mécanique.

A tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire. Merci.

#### Dédicace

Je dédie ce modeste travail accompagné d'un profond amour à : A celle qui a insérée le goût de la vie et le sens de la Responsabilité...merci chère maman. A celui qui a été toujours la source d'inspiration Et du courage ...merci chère père. A mes frères et sœurs qui ont partagé avec moi tous les moments d'émotions lors de la réalisation de ce travail. A tous mes ami(e)s que j'ai connu dans ma vie. A tous ceux qui sèment le bonheur dans mon chemin A mon bien aimé Salim



AMINA

#### Dédicace

Je tien avec un grand plaisir à dédier ce modeste travail :

A l'être le plus chère de ma vie ma mère.

A mon très cher père.

A mes chère frère et sœurs.

A tous mes amis de promotion de 2<sup>ème</sup>Année master GM en énergétique.

Toute personne qui occupe une place dans mon cœur.

A tous les membres de ma famille et toute personne qui porte le nom AFIA.

Je dédier ce travail à tous ceux qui ont participé à ma réussite.

Lidia

### Sommaire

Liste des figures	vi
Liste des tableaux	. vii
NOMENCLATURE	viii
Introduction Générale	1
Chapitre I : Généralités et étude bibliographique	2
I.1. Introduction	2
I.2. Notion sur la convection	2
I.2.1. Définition	2
I.2.2. Type de convection	3
I.3. Notion sur nano-fluide	4
I.3.1. Définition d'un nano-fluide.	4
I.3.2. Propriétés thermo physiques des nano-fluides	6
I.3.3. Les avantages des nano-fluides	9
I.3.4. Les inconvénients des nano-fluides	9
I.3.5. Les applications des nano-fluides	9
I.4. Définition de milieu poreux	. 10
I.4.1. Paramètres du milieu poreux	. 11
I.4.2. Les différentes lois des milieux poreux	. 11
I.5. Définition de la couche limite	. 12
I.5.1. Les caractéristiques de la couche limite	. 13
I.6 Conclusion	. 15
Chapitre II : Problème physique et modélisation mathématique	. 16
II.1. Introduction	. 16
II 2. Présentation du problème	16
II 2 1 Les équations générales	17
II.2.2. Les hypothèses simplificatrices	. 17
II.3 Formulation adimensionnelle	. 19
II.3.1. Equations adimensionnelles et solution auto-similaire	. 19
II.3.2. Conditions aux limites	. 20
II.4. Expression des nombres sans dimensions	. 20
II.4.1. Le nombre de Nusselt local (Nu <sub>x</sub> )	. 20

II.4.2. nombre de Peclet	21
II.5. Conclusion	
Chapitre III : Résultats et discussion	
III.1. Introduction	
III.2. Méthode de Runge-Kutta	
III.2.1. Algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4	
III.3. Propriétés physiques du fluide et nanoparticule	24
III.4. Les différents Profils de vitesse adimensionnelle	
III.4.1. Pour $\phi = 0.1$ , lorsque $\lambda = 1$ et G = 0 ;0.5 ;1	
III.4.2 cas $\phi$ =0.1, lorsque G =0.5 et $\lambda$ = 1 ;2 ;4	
III.5 profils de temperature adimensionnelle	
III.5.1. cas $\phi=0.1$ , lorsque $\lambda =1$ et G=0 ;1 ;5	
III.5.2. cas $\phi$ =0.1, lorsque G =0.5et $\lambda$ =1 ;2 ;4	
III.5.3. cas $\lambda = 1$ , lorsque G = 0.5et $\lambda \phi = (0.05; 0.1; 0.15)$	
III.6 variation du taux de transfert de chaleur local Nusselt	
III.6.1. pour le nombre de Nuselt local $Nu_x = f(\lambda, G)$ pour $\Phi = 0$	
III.6.2. pour le nombre de Nuselt local $Nu_x = f(\lambda, G)$ pour $\Phi = 0.1$	
III.7 Conclusion	
Conclusion Générale	
Références Bibliographiques	
Abstract	

### Liste des figures

Figure I.1 : schéma représentatif de la convection forcée.	3
Figure I.2 : schéma représentatif de convection naturelle.	3
Figure I.3 : Echelle des dimensions .1 nanomètre=0,000 001 millimètre	5
<b>Figure I.4 :</b> nano-fluide vus au microscope électronique : éthylène glycol + cuivre a 0	,5%;
eau +or à 20nm ; eau alumine.	5
Figure I.5 : milieu poreux.	10
Figure I.6 : types de porosité.	11
Figure I.7 : développement d'une couche limite au voisinage d'une paroi	13
Figure I.8 : Evolution de l'épaisseur de la couche limite dynamique	13
Figure I.9 : Epaisseur de déplacement d'une couche limite	14
<b>Figure I.10 :</b> Epaisseur de couche limite thermique $\sigma T$	14
Figure II.1 : Géométrie de problème étudié.	17
Figure III.1 : Variation de profil de vitesse en fonction de G.[pour le cuivre]	25
<b>Figure III.2</b> : Variation de profil de vitesse en fonction de $G(0;1;5)$ [pour Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ]	25
Figure III.3 : Variation de profil de vitesse en fonction de $\lambda$ .[cuivre ]	26
<b>Figure III.4 :</b> Variation de profil de vitesse en fonction de $\lambda$ (1 ;2 ;4) [Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ]	26
Figure III.5 : Profil de temperature en fonction de G(0 ;1 ;5)[cu]	27
<b>Figure III.7 :</b> Profil de temperature en fonction de $\lambda(1;2;4)$ [cuivre]	28
<b>Figure III.8 :</b> Profil de temperature en fonction de $\lambda(1;2;4)$ [Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ]	28
<b>Figure III.9 :</b> Profil de temperature en fonction de $\Phi(0.05; 0.1; 0.15)$ [cuivre]	29

### Liste des tableaux

<b>Tableau I.1 :</b> les particules les plus utilisées pour obtenir des nanofluide	5
<b>Tableau I.2:</b> les propriétés thermo physiques de différents matériaux (métallique, oxyde	
Métallique, liquide non métallique).	6
Tableau III.1 : les propriétés physiques du fluide et nanoparticule	24
<b>Tableau III.2</b> : Variation de nombre Nusselt local ( $Nu_x/Pe_x^{1/2}$ ) pour ( $\phi = 0$ (eau pure)	30
<b>Tableau III.3 :</b> Variation de nombre Nusselt local ( $Nu_x/Pe_x$ ) pour ( $\phi = 0.1$ )	30

### NOMENCLATURE

Symboles	Définition	Unité (SI)
C <sub>p</sub>	Chaleur spécifique	J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
G	Accélération de la pesanteur	m s <sup>-2</sup>
G	paramètre de Forcheimer	-
Н	coefficient d'échange convectif	$W K^{-1} m^{-2}$
Κ	Perméabilité	Darcy/m <sup>2</sup>
Р	Pression	Pa
Pe	Nombre de Péclet	-
Pr	Nombre de Prandtl	-
Ra	Nombre de Rayleigh	-
S	Surface d'échange	$m^2$
Т	Temps	S
Т	Température	K
∞T	Température ambiante de fluide	K
T <sub>p</sub>	Température de la paroi	K
х, у	Cordonnées cartésiennes	Μ
	~	

#### Symboles grecs

Φ	Fraction volumique	-
α	Diffusivité thermique	$m^2 s^{-1}$
λ	Conductivité thermique	$W m^{-1} K^{-1}$
$\lambda_{\mathrm{f}}$	Conductivité thermique de fluide de bas	$W m^{-1} K^{-1}$
$\boldsymbol{\lambda}_{nf}$	Conductivité thermique de nano-fluide	$W m^{-1} K^{-1}$

λs	Conductivité thermique des nanoparticule	$W m^{-1} K^{-1}$
Е	Porosité	-
θ	Température adimensionnelle	-
F'	Vitesse adimensionnelle	-
η	Variable de similitude	-
V	Viscosité cinématique	$m^2 s^{-1}$
ρ	Masse volumique	kg m <sup>-3</sup>
ho nf	Masse volumique de nano-fluide	kg m <sup>-3</sup>
hof	Masse volumique de fluide	kg m <sup>-3</sup>
μ	Viscosité dynamique	Pa.s
$\mu_{ m f}$	Viscosité dynamique de fluide de base	W.m <sup>-2</sup> . K <sup>-4</sup>
δ	Epaisseur de couche limite	m
δ	Epaisseur de couche limite thermique	m

#### Indices

P, w	La paroi	
eff	Effectif	
S	Solide	
8	Infini	
f	Fluide	
		Abréviations
nf	Nano-fluide	
np	Nanoparticule	

# **Introduction Générale**

### **Introduction Générale**

La convection est un phénomène de transfert de chaleur lié à l'écoulement du fluide. L'existence de la convection naturelle affecte à la fois le champ thermique et le champ hydrodynamique ; par conséquent, les problèmes sont interdépendants. Dans la littérature, il est bien connu que le mouvement secondaire causé par la convection naturelle affectera l'échange thermique de la convection et augmentera le nombre de Nusselt. La convection mixte sur la plaque peut être utilisée dans une variété d'applications pratiques, telles que les capteurs solaires, le refroidissement de composants électroniques, les installations industrielles, la climatisation, l'industrie alimentaire, etc.

Les recherches récentes sur les nano-fluides ont fait des progrès considérables, car pour certaines applications, l'introduction de faible concentration de nanoparticules dans des fluides purs peut augmenter considérablement le transfert de chaleur. N'oublions pas que le nanofluide est une solution colloïdale obtenue en dispersant des particules solides de taille nanométrique (10<sup>-9</sup> m) dans un fluide de base. A de très faibles concentrations, certaines de ces solutions se sont avérées très efficaces pour améliorer le transfert de chaleur dans certaines conditions.

Dans le premier chapitre, pour le but de situer notre travail, on présente le phénomène de la convection mixte ainsi que quelques rappels bibliographiques en rapport avec le problème posé.

Le deuxième chapitre est consacré à la formulation du problème, aux hypothèses simplificatrices et à l'établissement des équations et des conditions aux limites qui leurs sont associées. Enfin, nous définissons les principales grandeurs adimensionnelles caractérisant le modèle.

Dans le troisième chapitre, nous présentons la méthode numérique utiliser ainsi que l'analyse et discussion des différents résultats numériques obtenus pour chaque cas étudier, enfin, une conclusion générale retraça les principaux résultats trouvés le long de cette étude.

# Chapitre I Généralités et étude bibliographique

### Généralités et étude bibliographique

#### **I.1. Introduction**

La convection a une grande importance vue sa présence dans de nombreux processus industriels et des dispositifs de l'ingénieries tel que le refroidissement des composantes électroniques, les pertes de chaleur dans les collecteur solaires, la ventilation des locaux. Plusieurs travaux concernent la convection mixe existe et cela pour des géométries différentes.

#### I.2. Notion sur la convection

#### I.2.1. Définition

Le phénomène de convection se réfère au transfert thermique qui a lieu entre une surface solide et un fluide (liquide ou gaz) en mouvement .la convection est le processus de transfert thermique détermine par le mouvement des particules élémentaires d'un fluide entre des zones ayant des température différentes .ce mouvement entraine un mélange intense des particules fluides, qui échangent de l'énergie (chaleur) entre elles ,compte tenu des forces qui produisent le mouvement de fluide , on a trois types de convection :la convection naturel, force et mixte .

La loi de newton introduit la relation entre le flux échangé et la surface d'échange, elle s'exprime comme suit : [1]

$$\emptyset = h.S(T_p - T_f) \tag{I.1}$$

Avec :

Ø : Flux thermique (W).

- h : Coefficient d'échange convectif (W. $k^{-1}$ . $m^{-2}$ ).
- S : Surface d'échange à l'interface solide /fluide  $(m^2)$ .

 $T_p$ : Température de la paroi.

 $T_f$ : Temperature du fluide loin de la surface de solide.

La valeur du coefficient de transfert de chaleur par convection h en fonction de la nature du fluide, de sa température, de sa vitesse et des caractéristique géométrique de la surface de contact solide /fluide.

#### I.2.2. Type de convection

#### a. Convection forcée

Lorsque le champ de vitesse est imposé, le champ de température est totalement Dépendant de celui-ci. Cette situation est celle de la convection forcée dans laquelle la vitesse est donc insensible aux variations de température dans le fluide. La température T obéît alors à une équation de transport :

$$\rho c_p \frac{\Delta T}{\Delta t} = \lambda \nabla^2 \mathbf{T} + \Phi_s \tag{I.2}$$

Où :

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V}.\vec{\nabla}) T$$
(I.3)



Figure I.1 : schéma représentatif de la convection forcé.

#### b. Convection naturelle

Provoquée par les forces massiques dans le fluide dues par exemple aux différences de température et donc de masse volumique du fluide Ou bien Lorsque le champ de vitesse est créé par le champ de température, on dit que la convection est naturelle.

$$\rho_{\Delta t}^{\Delta \vec{V}} = -\vec{\nabla}_P + \mu \nabla^2 \vec{V} - \rho g \beta \ (T - T_{ref}) \vec{g}$$
(I.4)

Où le dernier terme représente la poussée d'Archimède par unité de volume fluide.



Figure I.2 : schéma représentatif de convection naturelle.

#### c. Convection mixte

Correspond au couplage des deux phénomènes précédents (convection naturelle et forcée) quand les vitesses d'écoulement, fictives, dues aux deux types de convections sont considérées séparément, du même ordre de grandeur.

#### I.3. Notion sur nano-fluide

Le besoin d'améliorer les transferts thermiques des fluides a donné naissance au développement d'une nouvelle classe, dite les nano-fluides. Ces derniers sont des solutions contenant des nanoparticules en suspension dans un fluide de base. Grâce à leurs propriétés qui permettent d'améliorer les performances thermiques, les nano-fluides peuvent être utilisés dans plusieurs applications domestiques et industrielles. Cependant, la principale difficulté rencontrée avec les nano-fluides est de disperser de manière stable dans le temps les nanoparticules dans le liquide de base à cause de leur agglomération, due soit à la gravité ou soit à la précipitation dépendant de la température.

#### I.3.1. Définition d'un nano-fluide

Les nano-fluide sont des solutions colloïdales composées de particules de taille nanométriques en suspension dans un liquide. Les études de ces fluides composites montrent des aptitudes particulièrement intéressantes du fait d'une meilleure conductivité thermique et d'un coefficient d'échange convectif significativement accru par rapport à des liquides classiques, l'eau en particulier. Une telle augmentation de la conductivité thermique d'un nanofluide ne peut pas seulement être imputée à la plus grande conductivité thermique des nanoparticules en suspension, l'amélioration vient d'une combinaison de plusieurs facteurs physiques simultanés.

Le choix des liquides de base est primordial pour un nano-fluide, il permet d'assurer la stabilité de la suspension dans le temps et d'éviter tout phénomène d'agrégations, la sélection d'un tel fluide se fera en fonction de la nature de nanoparticule, les solvants les plus utilisés sont :

- L'eau
- L'éthylène glycol, EG
- Les huiles.
- Le Toluène

• Les fluides de réfrigération.

Avec ajustement des nanoparticules qui sont des particules dont les 3 dimensions sont dans la gamme 1-100nm environ. Les nanomatériaux sont des objets dont au moins une de leurs trois dimensions est nanométrique, c'est-à-dire inférieure à 100 nm. Cette définition est cependant encore en discussion et certaines définitions parlent de nanoparticules dès qu'une ou deux de leurs dimensions est inférieure à 100nm. **[2].** 

nm	μm	mm	m	
•	•	•	•	
10 <sup>-9</sup>	10 <sup>-6</sup>	10-3	1	

Figure I.3 : Echelle des dimensions .1 nanomètre=0,000 001 millimètre

Nanoparticule des oxydes	Les nanoparticule métalliques	Les nanoparticules nom
métallique		métalliques
• L'oxyde d'aluminium,	• L'aluminium, Al.	• Les nanotubes de -
$Al_2O_3$	• Le cuivre, Cu.	carbone CNT.
• L'oxyde de cuivre, CuO.	• L'or, Au.	• Le diamant.
• L'oxyde de silicium,	• L'argent, Ag.	
SiO <sub>2</sub> .	• La silicone, Si.	
• L'oxyde de		
titanium,TiO2.		

Tableau I.1 : les particules les plus utilisées pour obtenir des nano fluide



Figure I.4 : nano-fluide vus au microscope électronique : éthylène glycol + cuivre a 0 ,5% ; eau +or à 20nm ; eau alumine. [2]

#### I.3.2. Propriétés thermo physiques des nano-fluide

Les propriétés thermo physiques du nano-fluide dépendent essentiellement de fluide de base (liquide) et de la phase disperser (nanoparticules) sous forme solide. Donc leur définition nécessite un retour aux propriétés de chacune de ses composantes (fluide de base et nanoparticule) : néanmoins l'ensemble des recherches indiquent que les propriétés des nano-fluides dépondent de la fraction volumique des particules aussi bien que celle des propriétés physiques de la base fluide et du solide. **[3]** 

	Nanoparticule	K	ρ	Ср
	fluide de base	(W /m. K)	$(Kg/m^3)$	(J/Kg. K)
	~	100	0054	202
Métallique	Cu	400	8954	383
(solide)	Fe	80,2	7870	447
	Ni	90 ,7	8900	444
	Au	317	19, 300	129
	Ag	429	10,500	235
	C(diamant)	2300	3500	509
Oxyde	SiO <sub>2</sub>	1,38	2220	745
Métallique	TiO <sub>2</sub>	8,4	4157	710
(solide)	$Al_2O_2$	36	3970	765
	CuO	69	6350	535
	SiC	4900	3160	675

**Tableau I.2:** les propriétés thermo physiques de différents matériaux (métallique, oxyde

 Métallique, liquide non métallique).

#### a. La masse volumique :

Pour calculer la masse volumique d'un nano-fluide que nous supposerons parfaitement homogène (bonne dispersion des nanoparticules dans le fluide de base) en fonction de la fraction volumique ( $\varphi$ ) a une température T donnée. **[3]** 

La masse volumique de ce mélange est définie comme suite :

$$\varphi_{nf} = \left(\frac{m}{V}\right)_{nf} = \frac{m_s + m_f}{V_s + V_f} = \frac{\rho_s m_s + \rho_f m_f}{V_s + V_f} \tag{I.5}$$

La fraction volumique des nanoparticules ( $\phi$ ) désigne le rapport du volume des nanoparticules sur le volume total (fluide + solide).

$$\rho_{nf} = \frac{Volume \ solide}{volume \ totale \ de \ nanofluide} = \frac{V_s}{V_s + V_f} \tag{I.6}$$

On déduit alors la masse volumique du nano-fluide

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi) \rho_f + \varphi \rho_s \tag{I.7}$$

Avec :

 $\rho_{nf}$ : La masse volumique du nano-fluide.

 $\rho_f$ : La masse volumique du fluide de base.

 $\rho_s$ : La masse volumique des nanoparticules solides.

\* Xuan and Roetzel ont utilisé :

$$(\rho \mathcal{C}_P)_{(\rho \mathcal{C}_P)} = (1 - \varphi)(\rho \mathcal{C}_P)_f + \varphi(\rho \mathcal{C}_P)_s \quad [4]$$
(I.8)

#### \* Pak and Cho ont utilisé

$$(C_p)_{nf} = (1 - \varphi)(C_p)_f + \varphi(C_p)_s [5]$$
(I.9)

Avec :

 $(C_P)_{nf}$ : Chaleur spécifique du nano-fluide.

 $(C_P)_f$ : Chaleur spécifique du fluide de base.

 $(C_p)_s$ : Chaleur spécifique des nanoparticules

#### b. La viscosité dynamique

La viscosité relative est le rapport de la viscosité du nano-fluide sur celle du fluide de base  $\frac{\mu_{nf}}{\mu_f}$  On a plusieurs modèles de la viscosité dynamique d'un nano-fluide comme :

#### Modèle d'Einstein

La viscosité dynamique d'un nano-fluide est donnée par Einstein pour un mélange contenant des suspensions diluées de particules fines sphérique et rigides est la suivante : [6]

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 2.5\varphi) \tag{I.10}$$

Avec :

 $\mu_{nf}$ : La viscosité dynamique du nanofluide.

 $\mu_f$ : La viscosité dynamique du fluide de base.

 $\varphi$ : La fraction volumique des nanoparticules.

Cette relation est valable juste pour  $\varphi = 0.33$ 

#### Modèle de Brinkman

Par contre, Brinkman a étudié la formule d'Einstein pour couvrir une large plage de concentration volumique. **[7]** 

$$\mu_{nf} = \frac{\mu}{(1-\varphi)^{2.5}} \tag{I.11}$$

**Remarque :** pour les faibles fractions volumiques la relation de Brinkman conduit exactement à celle d'Einstein. Ces relations n'intègrent pas les effets du mouvement brownien ni ceux de la taille des particules.

#### Modèle de Batchelor

A montré que la viscosité n'est pas seulement une fonction linéaire de  $\varphi$ , comme l'indique la relation d'Einstein mais une fonction non linéaire de  $\varphi$ 

$$\mu_{nf} = \mu_f (2.6\varphi^2 - 2.5\varphi + 1) \tag{I.12}$$

D'autres relations ont été proposées dans la littérature, limitées à des applications bien précises.

#### c. La conductivité thermique

La conductivité thermique, notée  $\lambda$  (W/m. K), est la capacité d'un matériau de conduire ou de transmettre de la chaleur. C'est une propriété très importante pour l'amélioration des performances thermiques d'un fluide caloporteur. La synthèse des nano-fluides répond au besoin d'améliorer et d'amplifier la conductivité thermique des liquides. Aussi, de nombreux travaux ont été menés pour mesurer, mais aussi prédire et expliquer cette amélioration.

Il existe plusieurs modèles théoriques permettant d'estimer, sous certaines conditions, la conductivité thermique des suspensions. Nous présenterons dans cette partie les modèles les plus utilisés dans le cas des nano-fluides.

#### \* Modèle de Maxwell

Il a supposé que les particules sont séparées d'une distance suffisante conduisant à l'absence d'interaction mutuelle entre elles, pas de contact entre les particules.

$$\frac{\lambda_{nf}}{\lambda_f} = \frac{\lambda_s + 2\lambda_f - 2\varphi(\lambda_f - \lambda_s)}{\lambda_s + 2\lambda_f + \varphi(\lambda_f - \lambda_s)} \tag{I.13}$$

Avec :

 $\lambda_{nf}$ : La conductivité thermique du nanofluide.

 $\lambda_f$ : La conductivité thermique du fluide de base.

 $\lambda_s$ : La conductivité thermique de la particule solide.

#### Modèle d'Hamilton :

Est une extension du modèle de Maxwell. Il concerne les particules de forme quelconque défini comme suit :

$$\frac{\lambda_{\rm nf}}{\lambda_f} = \frac{\lambda_s + (n-1)\lambda_f - (n-1)(\lambda_f - \lambda_s)\varphi}{\lambda_s + (n-1)\lambda_f + \varphi(\lambda_f - \lambda_s)} \tag{I.14}$$

 $n = \frac{3}{\psi}$  Et  $\psi$  Facteur de forme empirique faisant référence à la géométrie sphérique. Ce coefficient est défini comme étant le rapport de l'aire d'une sphère de même volume que la

coefficient est défini comme étant le rapport de l'aire d'une sphère de même volume que la particule sur l'aire de cette même particule (n = 3 pour les particules sphériques et n = 6 pour les particules cylindriques).

Les avantages des nano-fluides	Les inconvénients des nano-fluides
> Une grande surface de transfert de	<ul><li>Fortes pertes de charge.</li></ul>
chaleur entre les particules et les fluides.	<ul><li>Erosion.</li></ul>
➢ Haute dispersion et stabilité avec	<ul> <li>Sédimentation.</li> </ul>
prédominante mouvement brownien des	<ul> <li>Bouchons dans les écoulements.</li> </ul>
particules.	Le cout élevé des nano-fluides.
<ul><li>Réduit par rapport au liquide pur pour</li></ul>	Difficultés dans le processus de
obtenir équivalent intensification de	production. [8]
transfert de chaleur.	
> Particules réduites de colmatage par	
rapport aux conventionnelles boues.	
Favorisant ainsi la miniaturisation du	
système.	
Propriétés ajustables, dont la conductivité	
thermique et la mouillabilité de la surface.	
En faisant varier les concentrations de	
particules en fonction de différentes	
applications.	

#### I.3.5. Les applications des nano-fluides

• L'échangeur de chaleur.

• Le refroidissement d'éléments électroniques (produire un nanofluide stable qui est compatible avec des circuits et des composants électroniques).

- Nanoparticules pour l'efficacité des réfrigérateurs (formulation de lubrifiants et liquides de refroidissement mélangés avec des nanoparticules pourraient entraîner une augmentation de l'efficacité énergétique des réfrigérateurs).
- Aéronautique et spatial.
- Refroidissement des systèmes nucléaire.
- Transport (gestion de refroidissement / Véhicule moteur thermique).
- Autres applications (piles à combustible, le chauffage solaire d'eau, forage, stockage thermique). [9]

#### I.4. Définition de milieux poreux

On appelle un milieu poreux toutes matrices solides comportant des vides au travers desquelles un ou plusieurs fluides pouvant s'écouler. Ces espaces vides qui peuvent être connectés sont appelés pores. On rencontre plusieurs matériaux poreux dans la nature ou l'industrie, on peut distinguer deux formes de milieux poreux : **[10]**.

• Les matrices solides non consolidées ou la phase solide est formée de grain (par exemple d'empilement de billes, de panneaux de fibre de verre, de sable..., etc.)

• Les matrices solides consolidées (par exemple les roches, le bois, ..., etc.)



Figure I.5 : milieu poreux. [11]

#### I.4.1. Paramètres du milieu poreux

#### a. Porosité (ɛ) :

La porosité est une caractéristique intrinsèque d'un milieu poreux notée « ɛ », est définie comme le rapport du volume vide occupé par les pores, sur le volume total du milieu poreux Soit

$$\varepsilon = \frac{\text{volume des pores}}{\text{volume totale du milieu poreux}}$$

(I.15)



Figure I.6 : types de porosité. [12].

#### b. Perméabilité (K)

La perméabilité d'un milieu poreux correspond à son aptitude à se laisser traverser par un fluide de référence à l'intérieur des pores. Généralement, la perméabilité « K » s'exprime en m<sup>2</sup> ou en Darcy (Da). 1 Darcy= Perméabilité d'un milieu poreux de 1 cm<sup>2</sup> de section, 1 cm de longueur, soumis à une différence de pression de 1 bar traversé par un fluide dont la vitesse de filtration est 1 cm/s, 1 Darcy =  $9.87 \times 10^{-13}$ m<sup>2</sup>.

#### I.4.2. Les différentes lois des milieux poreux

#### a. Loi de Darcy généralisée :

La loi expérimentale de Darcy est notamment utilisée pour décrire la dynamique des fluides homogènes au travers d'un milieu poreux. Cette loi régissant l'écoulement stationnaire d'un fluide incompressible caractérisé par une viscosité dynamique  $\mu$  et une masse volumique  $\rho$  au travers d'un milieu poreux caractérisé par une perméabilité K. Elle s'écrit :

$$\overline{\nabla P} = -\frac{\mu}{\kappa} \vec{V} \tag{I.16}$$

Où V est la vitesse de filtration, P est le gradient de pression appliqué.

#### b. Formulation de Brinkman

Dans le cas où la porosité est importante (de l'ordre de 0.8), il faut tenir compte de l'effet des forces visqueuses au niveau des parois. Il convient donc de rajouter un terme diffusif à loi de Darcy. Brinkman en 1947 a proposé le modèle suivant :

$$\vec{\nabla}p = -\frac{\mu}{k}\vec{V} + \mu_{eff}\nabla^2\vec{V} \tag{I.17}$$

Ou  $\mu_{eff}$  est la viscosité effective, qui peut être déterminée expérimentalement. Cette loi empirique est connue sous le nom de la formulation de Darcy-Brinkman. Le premier terme de droite de l'équation (I.17) est le terme de Darcy et le deuxième est appelé le terme de Brinkman.

#### c. Formulation de Forchheimer

Lorsque la vitesse débitante augmente, les forces d'inertie ne sont plus négligeables. Dans ce cas, on montre expérimentalement que pour

un gradient de pression fixé, le débit mesuré est plus petit qu'il ne le serait avec la loi de Darcy. Pour prendre en compte cet effet, Forchheimer fut le premier à proposer, en 1901, une modification empirique de la loi de Darcy en reliant non linéairement (par un polynôme du second ordre), la vitesse de filtration et le gradient de pression. La formulation la plus utilisée est la suivante :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{k}\vec{V} + \mu_{eff}\nabla^2\vec{V} - \frac{\rho G}{\frac{1}{K^2}}\vec{\|V\|}\vec{V}$$
(I.18)

Le premier terme de droite de l'équation (I.18) est le terme de Darcy et le deuxième est appelé le terme de Brinkman et le troisième terme est le terme de Forchheimer. Avec G le coefficient de Forchheimer.

#### I.5. Définition de la couche limite

La couche limite est la zone d'interface entre un corps et le fluide environnant lors d'un mouvement relatif entre les deux, conséquence de sa viscosité. Elle est un élément important en mécanique des fluides, (aérodynamique, hydrodynamique). Lorsqu'un fluide réel s'écoule le longe d'une paroi supposée fixe, les vitesses sur la paroi sont nulles alors qu'à l'infini (en dehors de la paroi) elles sont égales à la vitesse de l'écoulement non perturbe. Sur une normale à la paroi, la vitesse doit donc être dans tous les cas varier entre zéro et un maximum. La loi de la variation dépend de la viscosité de fluide qui induit un frottement entre les couches voisines.



Figure I.7 : Développement d'une couche limite au voisinage d'une paroi.

#### I.5.1. Les caractéristiques de la couche limite

#### a. Les épaisseurs de la couche limite :

La couche limite peut être définie par les types d'épaisseur suivant :

• Epaisseur  $\sigma$ 

Epaisseur de déplacement  $\delta_1$ 

- Epaisseur de quantité de mouvement  $\delta_2$
- Epaisseur thermique  $\delta_T$

#### \* L'épaisseur $\sigma$ :

Notée  $\sigma(x)$ : elle est définie comme la distance a la paroi, de laquelle la vitesse deviens supérieure à 99% de la vitesse de l'écoulement extérieure, c'est-à-dire u=0,99 $u_{\infty}$ .



Figure I.8 : Evolution de l'épaisseur de la couche limite dynamique

#### **\*** Epaisseur de déplacement $\sigma_1$ :

Est l'épaisseur au voisinage de la paroi, qui ne devrait pas contenir d'écoulement si la vitesse du fluide était constante, et égale à celle de l'écoulement extérieure  $U_{\infty}$ .

$$\sigma_1 = \int_0^\sigma (1 - \frac{U}{U_\infty}) \,\mathrm{dy} \tag{I.20}$$



Figure I.9 : Epaisseur de déplacement d'une couche limite

#### Epaisseur de quantité de mouvement (épaisseur dynamique) :

Elle est définie par la relation suivante :

$$\sigma_2 = \int_0^\sigma \frac{u}{u_\infty} (1 - \frac{u}{u_\infty}) \mathrm{d}y \tag{I.21}$$

#### **\diamond** Epaisseur de la couche limite thermique $\sigma_T$ :

L'épaisseur thermique  $\sigma_T$  de la couche limite est définie conventionnellement à partir de la différence mesurée entre la température du fluide sur la frontière de la couche limite  $T_{\sigma T}$  et sa valeur  $T_P$  à la paroi, rapportée à la différence entre la température  $T_{\infty}$  loin de la paroi et  $T_P$  dans la même section normale à la paroi. On note que :  $y=\sigma_T$  on doit avoir :



**Figure I.10 :** Epaisseur de couche limite thermique  $\sigma_T$ .

#### b. La contrainte et le coefficient de frottement pariétal :

La contrainte pariétal est donné par :  

$$\tau_{w} = \mu(\frac{\partial u}{\partial y})y =_{0}$$
(I.23)

Le coefficient de frottement pariétale est définie par :

$$C_f = \frac{2\tau_W}{\rho U_\infty^2} \frac{T - Tp}{T_\infty - T_P} \tag{I.24}$$

#### c. La trainée et son coefficient :

Nous avons donné des expression de la contrainte locale  $\tau_w$  et de coefficient de frottement local  $C_f$ , nous allons maintenant chercher à déterminer la force de frottement totale sur une plaque de longueur «l» par unité de largeur. Pour un coté de la plaque seulement, cette force est égale à la somme des contraintes locales :

$$\mathbf{D} = \int_0^l \tau_w \ dx \tag{I.25}$$

Et le coefficient de trainé est donne par :

$$C_D = \frac{2D}{\rho \, u_\infty 2 \, l} \tag{I.26}$$

#### **I.6 Conclusion**

Ce chapitre a été consacrer pour définir des déférents paramètre qu'on vas utiliser au cours de notre étude pour bien comprendre les initiations de problème et pouvoir extraire des indices qui nous aidera à trouver des solutions pour notre cas.

# Chapitre II Problème physique et modélisation mathématique

### Problème physique et modélisation mathématique

#### **II.1. Introduction**

Dans ce chapitre, nous présentons une étude numérique de la convection mixte d'un écoulement de nano-fluide en régime laminaire développé sur une plaque plane horizontale placée dans un milieu poreux.

Premièrement nous présentant le problème physique et le système d'équations qui régit l'écoulement de nano-fluide et le transfert de chaleur par convection mixte avec milieu poreux de type Darcy Forcheimer.

Ensuite nous exprimons les équations de conservation et de l'énergie avec les conditions initiales et les conditions aux limites sous forme adimensionnelle à l'aide d'un changement de variable.

Finalement, nous obtenons un système d'équations sous forme adimensionnelle qui caractérise le problème.

#### II.2. Présentation du problème

On considère une plaque plane horizontale de langueur semi-infinie et d'épaisseur  $\delta$ . Elle est léchée par un écoulement parallèle à sa surface, les forces de volume induites par le gradient de température entre les particules de nano-fluide qui sont au voisinage de la paroi est celle de l'écoulement potentiel créent un mouvement de convection naturelle qui perturbe l'écoulement forcé. Le résultat de cette combinaison donne naissance à une convection mixte.

La géométrie du problème considérer est illustrée sur la figure (II.1). L'origine de repère Oxy est situé sur la plaque et coïncide avec le borne d'attaque, l'axe ox est orienté suivant le sens de l'écoulement. L'axe oy est perpendiculaire à la plaque et orienté vers l'extérieure de l'écoulement de nano-fluide. La plaque horizontale est à paroi chauffée tel que  $T_{paroi} = T > T_{nf}$ , un écoulement de couche limite laminaire tel que la vitesse à la paroi de la plaque est nulle c'est-à-dire  $\vec{v}(x, y = 0) = 0$  par contre en dehors de la couche limite la vitesse de nanofluide est égale à la vitesse de d'écoulement autrement dit  $\vec{v}(x, y \to \infty) = \vec{v}_{\infty}$ 



Figure II.1 : géométrie de problème étudier.

#### II.2.1 Les équations générales

Les expressions des équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie sont considérablement simplifier tel que :

L'équation de continuité :

$$Div\left(\rho_{nf}.\vec{v}\right) = 0\tag{II.1}$$

L'équation de quantité de mouvement

$$\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \left(\vec{v}\,\vec{\nabla}\right)\vec{v}\right) = -\vec{\nabla}P + \rho\vec{g} - \frac{\mu_{\rm nf}}{k}\vec{v} - \frac{c_f\,\rho_f}{\sqrt{k}}|\vec{v}|\vec{v}\right) \tag{II.2}$$

L'équation d'énergie :  $\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \, \vec{\nabla} \, T = \alpha_{nf} \, \nabla^2 T$ (II.3)

#### II.2.2. Les hypothèses simplificatrices

Pour bien défini les équations décrivant le phénomène physique, on impose certaines hypothèses

- L'écoulement de fluide et le transfert de chaleur sont permanent et le régime est laminaire.
- Le fluide est newtonien et incompressible (eau).
- L'écoulement est bidimensionnel en coordonnée cartésienne.
- Les propriétés thermo physique de fluide ( $\mu$ ,  $C_p$ , k et  $\rho$ ) sont constantes.

- La dissipation visqueuse est négligée, il n'y a pas de source de chaleur.
- L'approximation de boussinesque est validée, elle consiste à considérer que les variations de la masse volumique sont négligée (ρ<sub>nf</sub>=ρ<sub>nf∞</sub>) au niveau de tous les termes de l'équation de la quantité de mouvement sauf au niveau des termes de gravite, la masse volumique de nano-fluide varie en fonction de la température comme suite :

 $\rho_{nf}=\rho_{nf\infty}(\beta(T-T_\infty)).$ 

- Les nanoparticules sont supposées en équilibre thermique avec le fluide de base.
- Le milieu poreux utilisé est de type darcy forchheimer.

Par la projection des équations précédentes suivant l'axe (ox) et l'axe (oy) on aura :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{II.4}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\mu_{nf}}{k} \quad \mathbf{u} - \frac{C_f \,\rho_{f\infty}}{\sqrt{k}} \,\mathbf{u}^2 \tag{II.5}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \rho_{nf}g - \frac{u_{nf}}{k}v - \frac{c_f \rho_{f\infty}}{\sqrt{k}}v^2$$
(II.6)

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \tag{II.7}$$

Avec les conditions aux limites :

à y=0 ; v=0 ; 
$$T=T_w$$

C'est-à-dire a la surface de la paroi il n'y a pas de variation de vitesse suivant (ox) et (oy) et supposant que la conduction aux niveaux de la plaque est égale à la convection de nano-fluide.

$$\dot{a} \quad \mathbf{y} \longrightarrow \infty \qquad \qquad \mathbf{u} = u_{\infty} \qquad \qquad \mathbf{T} = T_{\infty}$$

En dehors de la couche limite, la vitesse de nano-fluide est égale à la vitesse de l'écoulement non perturber et la température est considérer la même que celle de fluide. Avec l'application de l'pproximation de boussinesque suivante :

$$\rho_{nf} = \rho_{nf\infty} [1 - \beta_{nf} (T - T_{\infty})]$$

La masse volumique de nano-fluide dépend de la température. Donc on obtient ce système d'équation :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{II.8}$$

$$u + \frac{C_f \rho_{nf\infty} \sqrt{k}}{\mu_{nf}} u^2 = -\frac{K}{\mu_{nf}} \frac{\partial P}{\partial x}$$
(II.9)

$$v + \frac{c_f \rho_{nf\infty} \sqrt{k}}{\mu_{nf}} v^2 = -\frac{\kappa}{\mu_{nf}} \left[ \frac{\partial P}{\partial y} - \rho_{nf\infty} g \left( 1 - \beta_{nf} \left( T - T_{\infty} \right) \right) \right]$$
(II.10)

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf}\left(\frac{\partial T^2}{\partial x^2} + \frac{\partial T^2}{\partial y^2}\right)$$
(II.11)

et avec l'application des hypothèses de la couches limites

$$u \gg v$$
 ;  $\frac{\partial u}{\partial y} \gg \frac{\partial v}{\partial x}$  ;  $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$ 

D'autre part on dérive l'équation (II.9) suivant y et l'équation (II.10) suivant x puis on fait la soustraction pour avoir un système d'équation différentiel suivant (x, y) plus simplifier comme suite :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{II.12}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{c_f \rho_{nf\infty} \sqrt{k}}{\mu_{nf}} \frac{\partial (u^2)}{\partial y} = -\frac{\beta_{nf} g \rho_{nf\infty}}{\mu_{nf}} \frac{\partial T}{\partial x}$$
(II.13)

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$
(II.14)

#### **II.3** Formulation adimensionnelle

Les équations dimensionnelles sont développée sous forme adimensionnelles par l'utilisation des variables caractéristiques suivants :

#### **II.3.1.** Equations adimensionnelles et solution auto-similaire

Avec la méthode d'autosimilarité on cherche à obtenir des équations adimensionnelles qui sont des solutions fixes

$$\eta = \frac{y}{x} p_{ex}^{\frac{1}{2}}$$
 tel que  $p_{ex} = \frac{u_{\infty} x}{\alpha_f}$  (II.15)

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}$$
$$v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

$$\Psi = (\alpha_f \, u_\infty \, x)^{\frac{1}{2}} F(\boldsymbol{\eta}) \qquad \text{(II.16)}$$

 $\theta = \frac{T - T_{\infty}}{T_F - T_{\infty}}$  tel que

$$\Delta T = T_F - T_{\infty} \qquad (\text{II.17})$$

Equation de quantité de mouvement

$$F''^{2}G(1-\phi)^{2,5}((1-\phi)+\phi\frac{\rho_{s}}{\rho_{f}})F'F'' = \frac{1}{2}(1-\phi)^{2,5}((1-\phi)+\frac{(\rho\beta)_{s}}{(\rho\beta)_{f}})\lambda\eta\theta^{2}$$
(II.18)

Equation d'énergie

$$\frac{k_{nf}}{k_f} \frac{1}{((1-\Phi) + \Phi \frac{(\rho_{cp})_s}{(\rho_{cp})_f})} \quad \theta'' + \frac{1}{2} \quad \theta' F = 0$$
(II.19)

#### **II.3.2.** Conditions aux limites

$$\begin{array}{ll} \eta = 0 & ; \quad F(0) = 0 & ; \quad \theta(0) = 1 \\ \eta \to \infty & ; \quad F(\infty) = 1 & ; \quad \theta(\infty) = 0 \end{array}$$

On a

G est le paramètre de Forcheimer et  $\lambda\,$  paramètre de convection mixte Définis comme :

$$G = \frac{C_f \sqrt{K} U_{\infty}}{\nu_f} , \ \lambda = \frac{Rax}{pex^{3/2}}$$
  
avec  $R_{ax} = \frac{\rho_f \beta_f \Delta T x}{\alpha_f \mu_f}$  (est le nombre de Rayleigh )

et 
$$p_{ex} = \frac{U_{\infty} x}{\alpha_f}$$
 (est le nombre de pécclet)

 $\Phi$  : la fraction volumique nanoparticule (0< $\phi$ <0 ,2)

#### **II.4. Expression des nombres sans dimensions**

#### II.4.1. Le nombre de Nusselt local (Nu<sub>x</sub>)

Le nombre de Nusselt (Nu) est un nombre adimensionnel utilisé pour caractériser les transferts thermiques entre un fluide et une paroi, appelé transfert convectif. On le définit de la manière suivant :

$$Nu_x = \frac{x \, q_w}{k_f \Delta T} \tag{II.20}$$

Avec :

$$q_w = -k_{nf} \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} \tag{II.21}$$

- 20 -

La langueur caractéristique dépend de la géométrie en présence dans le cas d'une plaque plane on prendra la langueur de la plaque ou l'abscisse de bord d'attaque de la plaque.la valeur de nombre du nusselt dépend des grandeurs de références que l'on choisit, lors de l'utilisation d'une corrélation, il est important de savoir si le coefficient de convection h a été défini par rapport à une température de référence fixe ou à une température de mélange.

#### II.4.2. Nombre de Pécclet

Le nombre de Pécclet est le rapport de l'énergie thermique convectée au fluide à l'énergie thermique conduite dans le fluide. Le nombre de Péclet est simplement défini comme le produit de nombre de Reynolds, qui décrit le régime d'écoulement et du nombre de Prandtl. Qui décrit la relation entre la diffusivité thermique. Si le nombre de Péclet est petit, la conduction est importante.

$$Pe_{x} = Re_{x} \cdot Pr = \frac{u}{\alpha_{/L}}$$
(II.23)  
Avec

U est la vitesse d'écoulement.

#### **II.5.** Conclusion

Les équations adimensionnelles ont été mises en forme à l'aide de changement de variable et les conditions aux limites associée. La forme finale de ces équations ne peuvent pas avoir une résolution analytique directe. Pour cela nous avons utilisé une résolution numérique. Cette dernière permette de transformer les équations aux dérivé partielle en équations différentielles ordinaires à résoudre avec le logiciel Matlab, en effet notre prochain chapitre sera fait à présenter la méthode utiliser dans le programme qu'est méthode de Rung Kutta d'ordre 4 avec la technique de tir.

# Chapitre III

## **Résultats et discussions**

### **Résultats et discussion**

#### **III.1. Introduction**

Une équation différentielle en mathématique, est une relation entre une ou plusieurs fonctions inconnues et leurs dérivées. L'ordre d'une équation différentielle correspond au degré maximale de différenciation auquel une des fonctions inconnues a été soumise.

Le problème qu'on a étudié dans le cadre de ce travail est classé parmi les problèmes dit, aux valeurs limites. Ce que les mathématiciens nous imposent généralement à faire, est de passé d'un problème aux condition limites à un problème aux valeurs initiales beaucoup plus simple à résoudre. Pour cela nous devons utiliser la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre, est très connue pour ce genre de problème, de plus nous utilisons aussi de méthode supplémentaire dite la méthode tir (shooting méthode), qui nous permet précisément d'aboutir aux conditions initiales, absolument nécessaire pour faire démarrer l'algorithme de Runge-kutta et en déduire les solutions du système d'équations.

Afin de résoudre le système constitue des équations de continuité, de mouvement et d'énergie associée des conditions initiales et aux limites correspondantes, ont utilisé la méthode de Runge-kutta et la méthode de tir en Matlab. Afin d'obtenir un aperçu clair sur le phénomène physique du problème, une étude paramétrique est effectuée et les résultats numériques obtenus sont affichés à l'aide d'illustration graphiques.

Dans ce chapitre, nous présentons la méthode de Runge-kutta d'ordre quatre ainsi que la méthode de tir utiliser pour résoudre le système d'équations différentielles ordinaire modélisant le problème physique étudie, à savoir les problèmes de flux de convection mixte constaté dans un milieu poreux au-dessus d'une surface poreuse horizontale. Et une partie est consacré à présenter les différents résultats obtenus après avoir valider le programme qui régisse notre problème étudier sur le logiciel de calcule MATLAB.

#### III.2. Méthode de Runge-Kutta

Les méthodes de runge-kutta sont des méthodes très utilisées. Qui ont l'avantage d'être faciles à programmer, et surtout d'être stable (peu d'erreurs) et d'une grande précision. ce sont des méthodes a pas unique, elle est basée sur le schéma numérique suivant : **[17**]

$$y_{n+1} = y_{n+1} + T(y_n, t_n, \Delta t)\Delta t$$
 (III.1)

Avec T, la fonction incrémente, qui s'écrit ;

#### $T = \sum_{n=1}^{n} \alpha_1 K_1$

.

#### III.2.1. Algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4

Etant donne un pas de temps h, une condition initiale  $(x_0, y_0)$  et un nombre maximal d'itérations N.

Pour 0 ≤ i ≤ N:
$$k_{1} = hf(x_{i}, y_{i})$$

$$(k_{2} = hf(x_{i} + \frac{h}{2}, y_{i} + \frac{k_{1}}{2})$$

$$k_{3} = hf(x_{i} + \frac{h}{2}, y_{i} + \frac{k_{1}}{2})$$

$$k_{4} = hf(x_{i} + h, y_{i} + k_{3})$$

$$y_{i+1} = y_{i} + \frac{1}{6}(k_{1} + 2k_{2} + 2k_{3} + k_{4})$$

$$x_{i+1} = x_{i} + h$$
(III.2)

Ecrire  $x_{i+1}$  et  $y_{i+1}$ 

 $\blacktriangleright$  L'itération se termine quand i + 1 = N.

#### Remarque

La méthode de Rung-Kutta d'ordre 4 est très fréquemment utilisée car elle nous permet d'obtenir des résultats d'une grande précision. En fait plus l'ordre d'une méthode est élevé, plus elle devient plus précise. Pour améliorer l'efficacité du calcul, on utilise des méthodes `a pas variable, c'est-`a-dire des méthodes dans lesquelles le cas h varie à chaque itération.

III.3. Propriétés physiques du fluide et nanoparticule

Propriété	Eau	Cu	$Al_2 0_3$	
$C_p$ (J/kg k)	4179	385	765	
$\rho(\text{kg}/m^3)$	997.1	8933	3970	
K(W/m K)	0.613	400	40	
$\alpha$ . 10 <sup>7</sup> ( $m^3/s$ )	1.47	1163.1	131.7	
$\beta . 10^{-5} (l/K)$	21	1.67	0.85	

Tableau III.1 : Les propriétés physiques du fluide et nanoparticule

#### III.4. Les différents Profils de vitesse adimensionnelle



#### III.4.1. Pour $\phi=0.1$ lorsque $\lambda =1$ et G = 0;0.5;1





Figure III.2 : Variation de profil de vitesse en fonction de G(0;1;5)[pour Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>]

Les **Figures (III.1**) et (**III.2**) represente la variation de la vitesse en fonction de parametre de forcheimer G de cuivre et de l'aluminium respectivement.

On remarque dans ces deux figures une demunition de vitesse inversement proportionnelle avec le parametre G à  $\phi$ =0.1 et  $\lambda$  =1.

#### III.4.2 cas $\phi$ =0.1, lorsque G =0.5 et $\lambda$ = 1;2;4



Figure III.3 : Variation de profil de vitesse en fonction de  $\lambda$ . [Cuivre]



**Figure III.4 :** Variation de profil de vitesse en fonction de  $\lambda$  (1 ;2 ;4) [Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>]

Les figures (III.3) et (III.4) represente la variation de la vitesse en fonction de parametre de convection cuivre et de l'aluminium respectivement.

On remarque dans ces deux figures une augmentation de vitesse proportionnelle avec le parametre  $\lambda$  à  $\phi$ =0.1, G =0.5.

#### **III.5** profils de temperature adimensionnelle

III.5.1. cas  $\phi$ =0.1, lorsque  $\lambda$  =1 et G=0;1;5



**Figure III.5 :** Profil de temperature en fonction de G(0 ;1 ;5)[cu]



**Figure III.6** : Profil de temperature en fonction de G(0 ;1 ;5)[Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>]

Les figures (III.5) et (III.6) represente la variation de la temperature en fonction de parametre de forcheimer G de cuivre et de l'aluminium respectivement.

On remarque dans ces deux figures une augmentation de temperature proportionnelle avec le parametre G à  $\phi$ =0.1.

III.5.2. cas  $\phi$ =0.1, lorsque G =0.5et  $\lambda$  =1;2;4



**Figure III.7 :** Profil de temperature en fonction de  $\lambda(1;2;4)$ [cuivre]



**Figure III.8** : Profil de temperature en fonction de  $\lambda(1;2;4)$ [Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>]

Les **Figures (III.7)** et (**III.8**) représentant la variation de température adimensionnelle  $\Theta(\eta)$  de cuivre et d'aluminium respectivement pour différents valeur de  $\lambda$ . En remarque qu'à chaque fois qu'on augmente le paramètre de convection mixte la température

adimensionnelle diminue.

III.5.3. Cas  $\lambda$  =1, lorsque G =0.5 et  $\phi$  = (0.05;0.1;0.15)



**Figure III.9 :** profil de temperature en fonction de  $\Phi(0.05; 0.1; 0.15)$ [cuivre]



**Figure III.10** : profil de temperature en fonction de  $\Phi(0.5; 0.1; 0.15)$ [Al]

Les figures (III.9) et (III.10) représentant la variation de température adimensionnelle  $\Theta(\mathbf{\eta})$  de cuivre et d'aluminium respectivement pour différents valeur de  $\mathbf{\Phi}$ .

Dans le cuivre, on remarque que la température adimensionnelle  $\Theta(\eta)$  diminue avec l'augmentation de la fraction volumique. Par contre, dans l'aluminium, la température adimensionnelle augmente avec l'augmentation de la fraction volumique.

#### III.6 variation du taux de transfert de chaleur local Nusselt

Les tableaux (III.2) et (III.3) montrent la variation du nombre de Nusselt local (Nu<sub>x</sub>/Pe<sub>x</sub><sup>1/2</sup>) avec la variation de  $\lambda$  pour  $\Phi$ =0 et 0.1 et G= (0 ;0.1 ;5).

#### III.6.1. pour le nombre de Nusselt local $Nu_x = f(\lambda, G)$ pour $\Phi=0$

Le tableau ci-dessus a  $\Phi=0$  on a l'eau pure c'est-à-dire aucune nanoparticule n'existe dans le fluide.

	G=0	G=0,1	G=5		
λ	Eau pure	Eau pure	Eau pure		
0,1	0,5770	0,5749	0,5654		
0,5	0,6216	0,6123	0,5700		
2	0,7416	0,7130	0,5861		
4	0,8516	0,8037	0,6047		
8	1,0063	0,9277	0,6357		
10	1,0672	0,9750	0,6490		

**Tableau III.2** : Variation de nombre Nusselt local ( $Nu_x/Pe_x^{1/2}$ ) pour  $\phi = 0$  (eau pure)

Nous avons remarqué que le nombre de Nusselt augmente dont le paramètre de forchheimer

(G) fixe et le paramètre de convection mixte  $\lambda$  variable.

D'autre part, lorsque  $\lambda$  fixe et les valeurs de **G** changent, le nombre de Nuselt local diminue à mesure que **G** augmente.

III.6.2. pour le nombre de Nusselt local  $Nu_x = f(\lambda, G)$  pour  $\Phi=0.1$ 

λ G=0		G=0,1		G=5		
	Cu	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Cu	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Cu	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
0,1	0,6603	0,6504	0,6577	0,6485	0,6485	0,6397
0,5	0,7058	0,6930	0,6935	0,6842	0,6519	0,6440
2	0,8309	0,8114	0,7930	0,7837	0,6642	0,6591
4	0,9481	0,8721	0,8850	0,8764	0,6792	0,6772
8	1,1144	1,0828	1,0119	1,0056	0,7052	0,7077
10	1,1802	1,1458	1,0608	1,7063	0,7167	0,7212

**Tableau III.3 :** Variation de nombre Nusselt local ( $Nu_x/Pe_x$ ) pour ( $\phi = 0.1$ )

On remarque

Pour le cuivre à chaque fois qu'on augmente  $\lambda$  et on fixe G les valeurs de nombre de Nuselt local augmente. Par contre quand on augmente G et on fixe  $\lambda$  on verra une légère diminution de nombre de Nuselt locale et la même remarque avec l'aluminium.

Entre le cuivre et l'aluminium ,on constate que l'augmentation de nombre de nuselt de cuivre a G fixe et  $\lambda$  variée est plus importante que celle de l'aluminium .

Et la diminution de nombre de Nuselt de cuivre a  $\lambda$  fixe et G variée est plus légèrement par rapport à l'aluminium.

#### **III.7** Conclusion

Dans ce chapitre nous étudions le problème de la convection mixte constaté dans un milieu poreux au-dessus d'une surface horizontale. Nous utilisons différentes valeurs de paramètre de convection mixte ( $\lambda$ ), le paramètre d'inertie (G) et de fraction volumique ( $\Phi$ ) de nano-fluide.

Au terme de l'étude, on peut conclure que :

- La vitesse adimensionnelle varie proportionnellement avec la variation de paramètre de convection mixte (λ) et varie inversement proportionnelle avec l'effet inertiel (G).
- La température adimensionnelle varie inversement proportionnelle avec la variation de paramètre de convection mixte (lambda) et varie proportionnelle avec l'effet inertiel (G) et la fraction volumique de nano-fluide (Φ)
- Pour la valeur de (Φ) nul (absence de nanoparticule dans e fluide de base) et fixe, on voit une augmentation de paramètre (λ) entrainent une augmentation de la valeur de nusselt, alors qu'une augmentation de paramètre (G) conduit à une diminution de valeur de nusselt.

L'ajustement des nanoparticules à augmenter le taux de transfert thermique plus que l'effet d'eau pure, et aussi selon les résultats obtenus dans les deux derniers tableaux on conclut que le cuivre est un bon conducteur de chaleur par rapport à l'aluminium.

# **Conclusion Générale**

### **Conclusion Générale**

#### **Conclusion générale**

Dans ce travail, on a présenté une étude d'un écoulement convectif dans un milieu poreux audessus d'une plaque plane horizontale en utilisant des nanoparticules cuivre (Cu) et  $Al_2O_3$  dans le fluide de base (eau) avec un régime laminaire.

Ceci passe par l'obtention des équations pour un écoulement en convection mixe en utilisant les transformations par similarité pour les équations de quantité de mouvement et de l'énergie. Apres l'obtention des équations différentielles en utilisent la méthode de Rung-Kutta associée à la méthode de tir pour la résolution numérique.

Dans notre étude on varie trois paramètres diffèrent, paramètre de convection mixte ( $\lambda$ ), paramètre de l'effet inertiel(G) et la fraction volumique de nano-fluide ( $\Phi$ ) pour tracer les profils de température, de vitesse et le nombre de Nusselt local.

L'analyse des résultats auxquelles nous avons abouti dans ce travail conduisent à certaine conclusion :

A partir des profils des vitesses et des températures adimensionnelles,

- La vitesse de l'écoulement de nano-fluide diminue quand le paramètre de l'effet inertiel (G) augmente. (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Cu)
- La vitesse de l'écoulement augmente quand le paramètre de la convection mixte λ (Cu, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) augmente.
- la temperature augmente quand le paramètre de l'effet inertiel (G) augmente. (Cu) et (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>)
- la temperature diminue quand le paramètre de la convection mixte  $\lambda$  augmente (Cu ; Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>)
- La température de cuivre diminue quand la fraction volumique  $\Phi$  augmente
- La température de  $Al_2O_3$  augmente quand la fraction volumique  $\Phi$  augmente.

À partir des tableaux qui représentent le nombre de Nusselt local montrent,

Le cas (Φ=0) c.-à-d. sans nanoparticules, le nombre de Nusselt local augmente avec l'augmentation de paramètre de convection mixte (λ) quand la valeur de (G) fixe.

L'augmentation de paramètre (G) conduit à une diminution de valeur de nombre de Nusselt local quand la valeur de  $(\lambda)$  fixe.

 Le cas d'utilisation des nanoparticules, le nombre de Nusselt locale augmente considérablement par rapport aux cas sans nanoparticule avec la variation de paramètre de convection mixte (λ) et diminue avec la variation de G.

Vers la fin on conclut que l'utilisation de nanoparticule dans un fluide de base à un effet important sur le transfert thermique.

# **Références Bibliographiques**

### **Références Bibliographiques**

[1] Cours physique, Bargach Chap4.pdf.transfert de chaleur par convection.

[2] BELHAMEDI, Essma (2018) « étude numérique des transferts thermiques convectifs avec nanofluide », thèse de doctorat en science en génie mécanique, université des frères MENTOURI-COSTANTINE 2008.

[3] LAMERI Zeggan Assma, « contribution à l'étude théorique des transferts thermique convectifs dans un Nanofluide .application au modèle monophasique et diphasique ». Thèse de magister. Université de frères Mentouri.2014.

[4] M.A.A. Hamad « Analytical solution of natural convection flow of a nano-fluide over a linearly stretching sheet in the presence of magnetic field » (2011) Egypt.

[5] Xinhui Si et al. « A mixed convection flow and heat transfer of pseudo-plastic power law nanofluids past a stretching vertical plate » (2017) China.

[6] A. Einstein, Investigations on the theory of the Brownian movement, Dover publications, New York. (1956).

[7] H.C. Brinkman. the viscosity of concentrated suspensions and solution. J. chem. phys. (571\_581. (1952).

[8] CHOIREB, Houssam. BENKHEBRACHE Souad. Simulation numérique de la convection mixte dans un dissipateur de chaleur radiale. Mémoire fin d'étude. Université de M'silla. 2018.

[9] Soufi El Habib Mémoire master académique « application des nano-fluide pour le refroidissement : étude d'un cas d'une géométrie simple ». Thèse de master en génie chimique, Université kasdi merbah d'Ouargla 2013.

[10] BOUTINA, Lyes, « étude numérique de la convection mixte en milieu poreux dans un canal contenant des composants électronique » 2014 université costantine1, thèse de doctorat.

[10] CHOIREB, Houssakm. BENKHEBRACHE Souad. « Simulation numérique de la convection mixte dans un dissipateur de chaleur radiale ». Mémoire fin d'étude. Université de M'silla. 2018.

[11] R. Makhnache, Z. Belmihoub « effet de dispersion thermique dans un milieu poreux nom Darcéen en convection mixte et de mase simultanée », Mémoire fin d'étude 2017, Université de Bejaia.

[12] Salazar G., « Modélisation du séchage d'un milieu poreux saturé déformable : prise en compte de la pression du liquide», Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure D'arts et Métiers (2006).

#### Résumé

Ce travail vise à étudier l'écoulement convectif de nano-fluides à travers un milieu poreux audessus d'une surface horizontale. Utiliser la transformation similaire des équations de quantité de mouvement et d'énergie pour obtenir les équations de convection mixte. Les équations différentielles du problème de contrôle sont converties en un ensemble de deux équations ordinaires (similaires) et résolu par voix numérique à l'aide de méthode de Runge Kutta et la méthode de tir via le code Matlab. Un ensemble de résultats avec des courbes de vitesse et de température des changements de paramètres affichés sous forme graphique. De plus, les résultats obtenus peuvent mettre en évidence l'influence de divers paramètres de contrôle sur la convection, notamment l'influence des courbes de vitesse et de température.

**Mots clés :** nano-fluide, nanoparticule, milieu poreux, méthode de Runge-Kutta, méthode de tir.

#### Abstract

This work aims to study the convective flow of nanofluids through a porous medium above a heated horizontal surface. Use the similar transformation of the momentum and energy equations to get the mixed convection equation. The differential equation of the control problem is converted to a set of two ordinary (similar) equations, and the Runge Kutta method and the firing method using the Matlab code are used for the numerical solution. A set of results with speed and temperature curves of parameter changes displayed in graphical form. In addition, the results obtained can demonstrate the influence of various control parameters on convection, in particular the influence of the speed and temperature curves.

**Key word**: nanofluid, nanoparticules, porous medium, Runge- Kutta method, shooting technique.

#### Résumé

Ce travail vise à étudier l'écoulement convectif de nano-fluides à travers un milieu poreux audessus d'une surface horizontale. Utiliser la transformation similaire des équations de quantité de mouvement et d'énergie pour obtenir les équations de convection mixte. Les équations différentielles du problème de contrôle sont converties en un ensemble de deux équations ordinaires (similaires) et résolu par voix numérique à l'aide de méthode de Runge Kutta et la méthode de tir utilisant le code Matlab sont utilisées pour la solution numérique. Un ensemble de résultats avec des courbes de vitesse et de température des changements de paramètres affichés sous forme graphique. De plus, les résultats obtenus peuvent mettre en évidence l'influence de divers paramètres de contrôle sur la convection, notamment l'influence des courbes de vitesse et de température.

**Mots clés :** nano-fluide, nanoparticule, milieu poreux, méthode de Rung kutta, méthode de tir.

#### Abstract

This work aims to study the convective flow of nanofluids through a porous medium above a heated horizontal surface. Use the similar transformation of the momentum and energy equations to get the mixed convection equation. The differential equation of the control problem is converted to a set of two ordinary (similar) equations, and the Runge Kutta method and the firing method using the Matlab code are used for the numerical solution. A set of results with speed and temperature curves of parameter changes displayed in graphical form. In addition, the results obtained can demonstrate the influence of various control parameters on convection, in particular the influence of the speed and temperature curves.

**Keys words**: nanofluid, nanoparticules, porous medium, Rung kutta method, shooting technique.