

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université A.MIRA-BEJAIA



Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique
Unité de recherche LaMOS

THÈSE
EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE
DOCTORAT

Domaine : Sciences et Technologies Filière : Génie Mécanique
Spécialité : Mécanique et Ingénierie

Présentée par
CHERFAOUI Bachir

Thème

Sur les politiques d'inspection des systèmes à plusieurs niveaux de dégradation

Soutenue le : 31/03/2022.

Devant le Jury composé de :

Mr KHELFAOUI Youcef	Professeur	Univ. de Béjaïa	Président
Mr LAGGOUNE Radouane	Professeur	Univ. de Béjaïa	Rapporteur
Mr ZOUGAB Nabil	Professeur	Univ. de Béjaïa	Examineur
Mr GUEMANA Mouloud	Professeur	Univ. de Médéa	Examineur
Mr SAHRAOUI Yacine	MCA	Univ. de Souk Ahras	Examineur
Mr AIT MOKHTAR El Hassene	MCA	Univ. de Béjaïa	Examineur

Année Universitaire : 2021/2022

※ *Remerciements* ※

Je remercie Dieu de m'avoir donné la force, le courage et la patience qui m'ont permis d'achever ce travail.

Je tiens à exprimer ma très vive reconnaissance envers mon directeur de thèse, le Professeur **LAGGOUNE Radouane**, de l'unité de recherche *LaMOS*, université de Béjaia pour m'avoir accueilli dans son équipe et m'avoir fait confiance. Merci pour les conseils et encouragements qu'il m'a accordés depuis mon Master jusqu'à la fin de cette thèse.

Mes profonds remerciements s'adressent particulièrement aux membres de jury. Je remercie le Professeur **KHELFAOUI Youcef** de l'université de Béjaia d'avoir accepté de présider le jury de ma thèse. je remercie le Professeur **ZOUGAB Nabil** de l'université de Béjaia, le Professeur **GUEMANA Mouloud** de l'université de Médéa, le Docteur **SAHRAOUI Yacine** de l'université de Souk Ahras et le Docteur **AIT MOKHTAR El Hassene** de l'université de Bejaia pour avoir accepté d'évaluer mon travail.

La personne à laquelle cette thèse doit le plus, et envers qui je suis profondément reconnaissant, est évidemment mon frère **MOULOUD**. Je le remercie de m'avoir guidé tout au long de ce travail. Un merci du fond du cœur pour tout le temps qu'il m'a accordé.

Je tiens à remercier Monsieur **ADJABI Smail** et **M'HAMDI Mohammed Salah** pour leur soutien moral et leurs encouragements tout au long de ma thèse.

Cette thèse est réalisée au sein de l'unité de recherche **LaMOS**, donc je tiens à remercier tous les membres qui m'ont aidé et encouragé tout au long de ces années. Je voudrais remercier aussi toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à mes recherches et à l'élaboration de cette thèse.

Enfin, j'adresse mes plus sincères remerciements à ma famille : Mes parents, mes frères et sœurs, ainsi que tous mes proches et amis, qui m'ont accompagné, aidé, soutenu et encouragé tout au long de la réalisation de ce travail.

※ *Dédicaces* ※

A mes très chers parents.
A mon frère **MOULOUD**.

M. CHERFAOUI Bachir

Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	v
Listes des tableaux	vi
Notations et symboles	vii
Liste des contributions	viii
Introduction générale	1
1 Modèle de dégradation	4
1.1 Introduction	5
1.2 Modèles de dégradation et outils de modélisation	5
1.3 Principales lois de probabilité utilisées en fiabilité	5
1.3.1 Loi exponentielle	6
1.3.2 Loi de weibull	6
1.3.3 Loi normale	7
1.3.4 La loi Gamma	7
1.4 Modèles de processus stochastiques	8
1.4.1 C'est quoi un Processus stochastique?	8
1.4.2 Les modèles à dégradation continue	8
1.4.3 Les modèles à dégradation discrète	12
1.4.4 Modèles de dégradation hybride (continue+discrète)	15
1.4.5 Exemple d'application	16
1.5 Conclusion	18
2 Politiques et modèles d'inspection des systèmes dégradés	19
2.1 Introduction	21
2.2 Types de maintenance	21
2.2.1 Maintenance préventive	21

2.2.2	Maintenance corrective	22
2.3	Classification de la maintenance selon l'efficacité	22
2.3.1	La maintenance parfaite	23
2.3.2	La maintenance minimale	23
2.3.3	La maintenance imparfaite	23
2.4	Politiques de maintenance	24
2.4.1	Politique selon l'âge	24
2.4.2	Politique en bloc	24
2.5	Politiques de maintenance des systèmes multi-composants	25
2.5.1	Politique de regroupement	25
2.5.2	Politique opportuniste	26
2.6	Politiques d'inspection	27
2.6.1	Politique d'inspection périodique	27
2.6.2	Politique d'inspection non périodique	28
2.6.3	Politique d'inspection parfaite	28
2.6.4	Politique d'inspection imparfaite	29
2.7	Critères d'optimisation	29
2.7.1	Critère de Coût	29
2.7.2	Critère de disponibilité	30
2.7.3	Critère de sécurité	30
2.8	Politiques de remplacements basés sur l'inspection	31
2.8.1	Inspection et maintenance conditionnelle parfaite	31
2.8.2	Inspection et maintenance conditionnelle imparfaite	31
2.9	Synthèse de état de l'art sur les politiques d'inspection	32
2.10	Conclusion	34
3	Politique d'inspection périodique optimale pour un système parallèle soumis à une dégradation continue à deux niveaux.	36
3.1	Introduction	37
3.2	Modèle Mathématique	37
3.2.1	Description de système	37
3.2.2	Formulation du modèle de dégradation	38
3.3	Optimisation des coûts de maintenance	42
3.3.1	Procédure de résolution	43
3.3.2	Quelques considérations sur la solution optimale	44
3.4	Analyse de sensibilité	46
3.4.1	Influence des coûts d'inspection C_I sur la politique optimale	46
3.4.2	Influence du coût préventif C_p sur la politique optimale.	47

3.4.3	Influence de coût correctif C_c sur la politique optimale.	49
3.4.4	Discussion des résultats	49
3.4.5	Étude comparative entre un système avec dégradation et un système sans dégradation.	50
3.5	Conclusion	52
4	Analyse des performances de la politique d'inspection et de remplacement	53
4.1	Introduction	54
4.2	Description du système	54
4.3	Politique 1	57
4.4	Politique 2	60
4.5	Politique 3	62
4.6	Procédure de simulation	65
4.6.1	Exemple Numérique	65
4.7	Etude Comparative	67
4.7.1	Influence des seuils S_{op} , S_j et L sur l'intervalle d'inspection optimale et le coût moyen	67
4.7.2	Variation des coûts d'inspection C_I	68
4.7.3	Variation des coûts préventifs C_p	69
4.7.4	Variation des coûts correctifs C_c	70
4.7.5	Variation de coût d'indisponibilité C_D	71
4.8	Conclusion	72
	Conclusion générale	74
	Bibliographie	76
A	Annexe	84
A.1	Probabilités Conditionnelles	85
A.2	Probabilités d'occurrence des scénarios	85

Table des figures

1.1	Dégradation continue	9
1.2	Comportement de dépassement du processus Gamma	10
1.3	Dégradation discrète	12
1.4	Modèles de chocs maximaux	13
1.5	Modèle DTS	17
1.6	Fiabilité du modèle DTS	18
2.1	Illustration des différents types de maintenance	23
2.2	Principe de la politique selon l'âge	24
2.3	Principe de la politique par bloc	25
3.1	États possibles pour un composant	38
3.2	Variation de $E(AC)$ en fonction de ΔT (cas de variation de paramètre de forme β)	45
3.3	Variation de $E(AC)$ en fonction de ΔT (cas de variation de paramètre d'échelle α)	46
3.4	Influence des coûts d'inspection C_I sur ΔT	48
3.5	Influence des coûts de maintenance preventive C_p sur ΔT	48
3.6	Influence des coûts de maintenance corrective C_c sur ΔT	49
3.7	Fiabilité d'un système avec dégradation et un système sans dégradation	51
3.8	Variation de $E(AC)$ en fonction de ΔT pour les deux systèmes	51
4.1	Situations possibles pour un composant	56
4.2	Exemple de 50 simulations d'un processus Gamma ($\alpha = 3, \beta = 5$)	58
4.3	Variation des probabilités des différents scenarios	58
4.4	États possibles pour un composant dans la politique 3	62
4.5	Variation de $E(AC)$ en fonction de ΔT	66
4.6	$\Delta T1_{opt}$ en fonction de S_j et L	67
4.7	$AC1$ en fonction de S_j et L	67
4.8	$\Delta T2_{opt}$ en fonction de S_j et L	67
4.9	$AC2$ en fonction de S_j et L	67
4.10	$\Delta T3_{opt}$ en fonction de S_{op} et S_j	68
4.11	$AC3$ en fonction de S_{op} et S_j	68

4.12	Variation de ΔT_{opt} en fonction de C_I	69
4.13	Variation de ΔT_{opt} en fonction de C_p	70
4.14	Variation de ΔT_{opt} en fonction de C_c	71
4.15	Variation de ΔT_{opt} en fonction de C_D	72

Liste des tableaux

1.1	Paramètres d'application	17
3.1	Scénarios possibles pour l'état du système entier.	39
3.2	Paramètres de la loi Weibull	45
3.3	Coûts et paramètres de distribution.	46
3.4	Influence du coût d'inspection C_I sur la politique optimale (composants identiques).	47
3.5	Influence du coût d'inspection C_I sur la politique optimale.	47
3.6	Influence de coût préventif C_p sur la politique optimale.	48
3.7	Influence de coût correctif C_c sur la politique optimale.	49
3.8	Paramètres de la loi de Weibull	50
4.1	Scénarios possibles à la i ème inspection X_i	55
4.2	Les scénarios possibles dans la politique 3	62
4.3	Actions à réaliser dans chaque scénario	64
4.4	Coûts et paramètres de distribution.	66
4.5	Effet des coûts d'inspection C_I sur la politique optimale.	69
4.6	Effet des coûts préventifs C_p sur la politique optimale.	70
4.7	Effet des coûts correctifs C_c sur la politique optimale.	71
4.8	Effet de coût d'indisponibilité C_D sur la politique optimale.	72

Notations et symboles

C_p, C_c	Coût de maintenance préventive et corrective respectivement.
C_j	Composant j.
C_I	Coût d'inspection.
C_{c_j}	Coût de remplacement correctif du composant j ($j = 1, 2$).
C_{p_j}	Coût de remplacement préventif du composant j ($j = 1, 2$).
C_D	Coût de l'indisponibilité du système.
C_{com}	Coût commun de maintenance.
$E(AC)$	Coût total moyen par unité de temps.
$E(C)$	Le coût total moyen dépensé au cours d'un cycle de remplacement.
$E(T)$	La durée moyenne d'un cycle de renouvellement.
$f(t)$	Densité de probabilité.
$F(t)$	Fonction de répartition.
L	Seuil critique de dégradation.
P_p	Probabilité d'effectuer une action de maintenance préventive.
P_c	Probabilité d'effectuer une action de maintenance corrective.
P_I	Probabilité d'effectuer une action d'inspection.
$R(t)$	Fonction de fiabilité
S_j	Seuil d'alarme de dégradation associé aux composants j ($j = 1, 2$).
S_{op}	Seuil de remplacement opportun.
T_p, T_c	Périodicité de réalisation de la maintenance préventive et corrective respectivement.
α, β	Paramètre d'échelle et paramètre de forme respectivement.
τ_j	temps de dépassement de seuil d'alarme S_j .
τ_{op}	temps de dépassement de seuil opportun S_{op} .
τ_L	temps de dépassement de seuil critique L.
ΔT	Intervalle d'inspection.
CDF, PDF	Fonction de répartition et densité de probabilité d'une Loi respectivement.
DT, DS, DTS	Degradation threshold, dégradation shock, et dégradation threshold and shocks respectivement.
PM, CM	Maintenance préventive et maintenance corrective respectivement.

Liste des contributions

Dans le cadre de cette thèse, nous avons réalisé les contributions scientifiques suivantes :

1. Bachir Cherfaoui and Radouane Laggoune, Optimal Periodic Inspection Policy for a Parallel System Subject to Continuous Bi-Levels Degradation. *International Journal of Reliability Quality and Safety Engineering*. Vol. 28, No. 05, 2150037 (2021). *DOI* : 10.1142/S0218539321500376 (**ARTICLE**)
2. Bachir Cherfaoui and Radouane Laggoune, Periodic Inspection Policy for a System with Two Levels of Degradation. T. Boukharouba et al. (eds.), *Computational Methods and Experimental Testing In Mechanical Engineering, Lecture Notes in Mechanical Engineering*, https://doi.org/10.1007/978-3-030-11827-3_17 (**Book Chapter**)
3. Bachir Cherfaoui and Radouane Laggoune, Politique d'inspection périodique pour un système à deux niveaux de dégradation. CAM2017.November 2017.Constantine, Algeria. (**Communication Internationale**)
4. Radouane Laggoune, Bachir Cherfaoui, Farid Abloui and Samir Abbas. Preventive maintenance optimization for multi-state deteriorating systems. *Proceedings of the 51st ESReDA Seminar, Clermont-Ferrand, France, October 20th – 21st, 2016* (**Communication Internationale**)

Introduction générale

La complexité des structures des systèmes modernes fait accroître la probabilité d'occurrence de défaillances catastrophiques, pouvant entraîner des pertes économiques, des préjudices aux employeurs ou l'insatisfaction de la clientèle. Ceci peut amener les entreprises à des dépenses exorbitantes pour réparer ces dégâts, et conduire ainsi à une baisse de leur compétitivité. L'une des solutions adoptées par les concepteurs afin de palier à l'occurrence aléatoire des pannes est l'introduction de procédés permettant d'opérer en mode dégradé, ceci est communément désigné par les systèmes multi-états. De tels systèmes et/ou leurs composants peuvent se trouver dans plusieurs états, par conséquent, ils peuvent avoir plusieurs niveaux de performance.

Vu l'accroissement de la concurrence économique entre les entreprises, les politiques de remplacement classiques deviennent de plus en plus critiquées et non avantageuses. Puisque ces politiques considèrent que les systèmes se trouvent dans un seul état seulement (Fonctionnement-Panne) et négligent l'existence des états intermédiaires. Donc l'analyse et le suivi de l'évolution de la dégradation des systèmes devient indispensable pour la prédiction des défaillances ainsi que l'amélioration de leur fiabilité et leur rentabilité. Les modèles de dégradation sont devenus un outil analytique important pour les systèmes complexes. Au cours des dernières décennies, un certain nombre de modèles de dégradation ont été développés pour décrire l'évolution de la dégradation d'un système et aider les prises de décision ultérieures.

La difficulté d'observer continuellement le niveau de dégradation des systèmes nous mène à chercher une méthode qui nous permet de connaître l'état de système à un instant donné. Les politiques d'inspection permettent de faire des analyses importantes sur l'état des systèmes en vue des interventions de maintenance appropriées allant des interventions de maintenance préventive à des remplacements. Barlow et al. [14] sont les premiers à introduire la notion d'inspection dans les politiques de maintenance. Depuis, plusieurs travaux commencent à apparaître en prenant en compte les états de dégradation et la notion d'inspection dans la construction des politiques de maintenance ([104],[88],[48], [9]).

Les politiques de maintenance se diffèrent dans les objectifs pour lesquels elles ont été conçues.

Il existe celles qui prennent la maximisation de la disponibilité comme seul objectif. D'autres qui prennent l'aspect financier (minimisation des coûts de maintenance) comme premier objectif. Et des politiques qui sont conçues pour assurer la sécurité maximale lorsque les conséquences d'une panne représentent un préjudice majeur sur la vie humaine et l'environnement. Dans cette thèse nous considérons la minimisation du coût total par unité de temps de maintenance comme critère d'optimisation.

L'objectif principal de cette thèse est de proposer une stratégie d'inspection optimale basée sur le suivi de l'état de dégradation des systèmes par inspection. Tout d'abord nous construirons le modèle de dégradation d'un système à deux puis à trois niveaux. Ensuite nous nous intéressons à la construction d'une politique de maintenance avec un modèle de coût intégrant le modèle de dégradation précédant. Finalement, étudier le comportement de la politique de maintenance envers les différents paramètres existants dans le modèle construit et chercher les paramètres optimaux qui minimisent le coût total de maintenance.

Cette thèse est organisée comme suit.

Le chapitre 1 est consacré à la présentation des différents types de dégradation ainsi que les outils mathématiques utilisés dans la modélisation de chaque type. De plus nous citons quelques travaux réalisés sur les divers types de dégradation.

Le chapitre 2 est dédié à la présentation de notions principales de maintenance et d'inspection. Nous présentons les différents types et politique d'inspection. Où deux types de classification sont présentés à savoir selon la périodicité d'inspection ou selon la qualité de l'information obtenue après inspection. Un état de l'art sur les politiques d'inspection pour des systèmes à plusieurs niveaux de dégradation est établi.

Le chapitre 3 est consacré à l'optimisation d'une politique d'inspection exécutée sur un système à deux composants montés en parallèle sujet à une dégradation continue où la dégradation passe de mode normal au mode accéléré lors de dépassement d'un certain niveau de dégradation. En premier lieu nous nous sommes intéressés à la construction d'un modèle de dégradation d'un tel système. En deuxième lieu nous avons développé un modèle de coût prenant en considération le modèle de dégradation construit. Finalement, nous nous sommes intéressés à la recherche d'un intervalle d'inspection optimal qui minimise le coût total moyen par unité de temps. Puis une étude de sensibilité de cette politique envers les différents coûts de maintenance intervenant dans le modèle proposé a été réalisée.

Un modèle mathématique de dégradation et une politique d'inspection et de remplacement sont développés dans le chapitre 4. La première section décrit le système considéré et les hypothèses posées. La deuxième section présente la formulation du modèle de dégradation stochastique développé. La troisième section décrit le développement de trois politiques d'inspection et de remplacement pour le système en question ainsi la formulation de modèle de coût de chaque politique. Dans la quatrième section, une application numérique est développée pour l'étude de sensibilité et de comparaison des politiques proposées.

Ce manuscrit s'achève par une conclusion mettant l'accent sur les principaux résultats obtenus, ainsi que les perspectives induites par ces résultats.

Modèle de dégradation

Sommaire

1.1	Introduction	5
1.2	Modèles de dégradation et outils de modélisation	5
1.3	Principales lois de probabilité utilisées en fiabilité	5
1.3.1	Loi exponentielle	6
1.3.2	Loi de weibull	6
1.3.3	Loi normale	7
1.3.4	La loi Gamma	7
1.4	Modèles de processus stochastiques	8
1.4.1	C'est quoi un Processus stochastique?	8
1.4.2	Les modèles à dégradation continue	8
1.4.3	Les modèles à dégradation discrète	12
1.4.4	Modèles de dégradation hybride (continue+discrète)	15
1.4.5	Exemple d'application	16
1.5	Conclusion	18

1.1 Introduction

Les dégradations qui affectent les systèmes sont souvent dues à des phénomènes physiques (vibrations, chocs, usures, fatigue, etc.), à des conditions environnementales (humidité, chaleur, etc.), etc. Ces dégradations ont un impact direct sur leurs performances. Donc, un système et ses composants peuvent occuper différents états de dégradation durant leur durée de vie.

La construction d'un modèle qui décrit la dégradation a un rôle important dans l'amélioration de la fiabilité et la politique de maintenance des systèmes. Pour modéliser la dégradation d'un système, les lois de probabilité et les processus stochastiques sont utilisés. Chaque loi et processus a des particularités qui le rendent approprié à un type de dégradation donné.

Dans le présent chapitre nous nous intéressons aux différents types et modèles de dégradation. Nous introduisons brièvement les processus stochastiques, qui sont des outils mathématiques, utilisés pour modéliser chaque type de dégradation. Nous terminons par un exemple explicatif pour les trois types de dégradation.

1.2 Modèles de dégradation et outils de modélisation

La dégradation d'un système est définie comme étant l'évolution progressive de son état de l'état de bon fonctionnement vers l'état de panne. Les modèles de dégradation sont des modèles mathématiques qui tentent de décrire la détérioration d'un composant dans le temps.

Les modèles de dégradation existant peuvent être principalement classés dans les catégories suivantes :

- Modèles statistiques du temps jusqu'à la défaillance, basés sur les données de dégradation (par exemple, distribution de Weibull [86], distribution normale [62], et la distribution exponentielle [33]).
- Modèles de processus stochastiques (par exemple, processus Gamma [2, 24], processus Wiener [84, 103], processus Inverse Gaussien [95]). Décivant l'évolution d'un ou plusieurs paramètres de dégradation par dégradation progressive.

1.3 Principales lois de probabilité utilisées en fiabilité

Dans cette section nous allons présenter les lois les plus utilisées et rencontrées dans la fiabilité des systèmes. qui peuvent être des lois qui décrivent la dégradation d'un système.

1.3.1 Loi exponentielle

Elle est très utilisée en fiabilité que ce soit sur le plan pratique ou théorique. Elle modélise la période de vie utile des matériels caractérisée par des défaillances aléatoires avec une probabilité constante d'apparition, ainsi que les matériels complexes constitués de composants de différents âges[51]. Sur le plan théorique, l'hypothèse de loi exponentielle simplifie énormément les calculs. Les caractéristiques de cette loi peuvent être résumées comme suit :

Densité de probabilité :

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0 \text{ et } \lambda > 0. \quad (1.1)$$

Fonction de répartition :

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0 \text{ et } \lambda > 0. \quad (1.2)$$

Fonction de fiabilité :

$$R(t) = 1 - F(t) = e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0 \text{ et } \lambda > 0. \quad (1.3)$$

Taux de défaillance :

$$\lambda(t) = \lambda. \quad (1.4)$$

1.3.2 Loi de weibull

C'est la loi la plus utilisée dans plusieurs domaines. Elle caractérise le comportement du système dans les trois phases de vie : période de jeunesse, période de vie utile et période de vieillissement. Sa forme la plus générale dépend de trois paramètres β , η et γ . Les caractéristiques de cette loi peuvent être résumées comme suit :

Densité de probabilité :

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}, \quad t > \gamma. \quad (1.5)$$

Fonction de répartition :

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}, \quad t > \gamma. \quad (1.6)$$

Fonction de fiabilité :

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}, \quad t > \gamma. \quad (1.7)$$

Taux de défaillance :

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1}, \quad t > \gamma. \quad (1.8)$$

où,

γ :est le paramètre de position $\gamma \in \mathbb{R}$, il prend l'unité de temps t .

η :est le paramètre d'échelle $\eta > 0$, il prend l'unité de temps t .

β :est le paramètre de forme $\beta > 0$, sans unité.

1.3.3 Loi normale

La loi normale est très répandue parmi les lois de probabilité car elle s'applique à de nombreux phénomènes. En fiabilité, la distribution normale est utilisée pour représenter la distribution des durées de vie de dispositifs en fin de vie (usure) car le taux de défaillance est toujours croissant.

les caractéristiques de cette loi sont données comme suit :

Densité de probabilité :

$$f(t) = \frac{1}{\sigma(\sqrt{2\pi})} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad t \in \mathbb{R} \quad (1.9)$$

Avec μ la moyenne, et σ l'écart-type $\sigma > 0$, $\mu \in \mathbb{R}$

La fonction de répartition :

$$F(t) = \frac{1}{\sigma(\sqrt{2\pi})} \int_{-\infty}^t e^{-\left(\frac{x-\mu}{2\sigma^2}\right)} dx, \quad t \in \mathbb{R} \quad (1.10)$$

La fonction fiabilité s'écrit :

$$R(t) = 1 - \frac{1}{\sigma(\sqrt{2\pi})} \int_{-\infty}^t e^{-\left(\frac{x-\mu}{2\sigma^2}\right)} dx, \quad t \in \mathbb{R} \quad (1.11)$$

1.3.4 La loi Gamma

La loi gamma est la loi de l'instant d'occurrence du $\alpha^{\text{ème}}$ événement dans un processus de Poisson.

Soit $T_{i(i=1,\alpha)}$ le vecteur représentant les durées inter-événements (les temps entre les défaillances successives d'un système). Si ces durées sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées selon une loi exponentielle de paramètre β , alors le temps cumulé d'apparition de α défaillances suit une loi Gamma de paramètre (α, β) . Sa densité de probabilité s'écrit :

la densité de probabilité s'écrit :

$$f(t) = \frac{\beta^\alpha t^{\alpha-1} e^{-\beta t}}{\Gamma(\alpha)}, \quad t \geq 0, \alpha \geq 1, \beta \geq 0 \quad (1.12)$$

La fonction de répartition :

$$F(t) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t t^{\alpha-1} e^{-\beta t}, \quad t \geq 0 \quad (1.13)$$

La fonction fiabilité s'écrit :

$$R(t) = 1 - \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t t^{\alpha-1} e^{-\beta t}, \quad t \geq 0 \quad (1.14)$$

Le taux de défaillance est donné comme suit :

$$\lambda(t) = \frac{\beta^\alpha t^{\alpha-1} e^{-\beta t}}{\int_t^\infty \Gamma(\alpha) f(u) du}, \quad t \geq 0 \quad (1.15)$$

1.4 Modèles de processus stochastiques

1.4.1 C'est quoi un Processus stochastique ?

Définition 1.4.1. Un processus stochastique $\{Z_t, t \in T\}$ est une collection de variables aléatoires indexées par un paramètre t et définies sur un même espace de probabilités $(\Omega; F; P)$. La variable Z_t représente l'état du processus au temps t et l'ensemble de toutes les valeurs possibles pour cette variable est appelé l'espace des états du processus et sera noté S .

Un processus stochastique dont l'ensemble des états S est fini ou dénombrable est appelé une chaîne.

Un processus est à temps discret lorsque l'ensemble T est fini ou dénombrable.

Les processus stochastiques ont été largement utilisés pour modéliser la variabilité temporelle de l'évolution de la dégradation, tels que le processus de Gamma, le processus Wiener, le processus Gaussien inverse, le Processus de Poisson, et le Processus de Markov. Dans ce qui suit nous présentons les deux modèles de dégradation existants et quelques processus associés à chaque type.

1.4.2 Les modèles à dégradation continue

Les modèles à dégradation continue sont généralement utilisés pour modéliser des phénomènes tels la corrosion, la fatigue, l'érosion, l'usure, etc. Dans ce type de modèles il est essentiel de connaître la loi des incréments de dégradation entre deux instants successifs afin de prédire le niveau de dégradation à tout instant. La figure 1.1 présente un exemple illustratif de la schématisation d'un modèle à dégradation continue.

Afin de prédire le niveau de dégradation à un instant donné pour de telles dégradations, il est nécessaire de connaître la loi des incréments de dégradation entre deux instants consécutifs. Dans ce qui suit nous présentons les processus stochastiques essentiels utilisés dans la modélisation de telle dégradation ainsi quelques travaux réalisés dans la littérature.

1.4.2.1 Processus de Gamma

Lorsque l'évolution de la dégradation est monotone dans le temps, l'utilisation de processus Gamma est le plus approprié. Ce processus est largement utilisé dans les cas où le phénomène aléatoire considéré présente une monotonie d'évolution comme par exemple un mécanisme de vieillissement progressif et continu, la croissance des fissures, la corrosion, l'érosion, etc.

Grâce à ses propriétés, ce processus convient très bien pour la modélisation de la variabilité

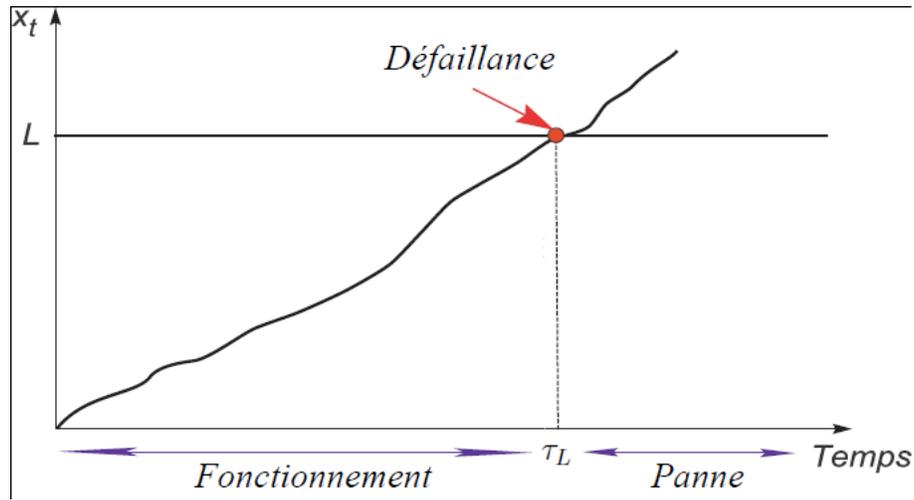


FIGURE 1.1 – Dégradation continue

temporelle de détérioration et pour la détermination des décisions de maintenance et d'inspection optimales [74]

Le processus de Gamma homogène est défini par [6], de la manière suivante :

Définition 1.4.2. $\{Z_t\}_{t>0}$ est un processus Gamma homogène de paramètre de forme $\alpha > 0$, de paramètre d'échelle $\beta > 0$ s'il vérifie les propriétés suivantes :

1. $Z_0 = 0$, ce qui signifie que le système est aussi bon que neuf à $t = 0$,
2. Les incréments de $\{Z_t\}_{t>0}$ sont stationnaires et indépendants,
3. Pour tout $0 < s < t$, la variable aléatoire $Z_t - Z_s$ suit une loi Gamma de paramètre $\alpha(t - s)$ et β , et de densité de probabilité :

$$f_{\alpha(t-s),\beta}(u) = \frac{1}{\Gamma(\alpha(t-s))} \beta^{\alpha(t-s)} u^{\alpha(t-s)-1} e^{-\beta u} \mathbf{1}_{\{u \geq 0\}} \quad (1.16)$$

où $\mathbf{1}_{\{\cdot\}}$ correspond à la fonction indicatrice, $\Gamma(\cdot)$ désigne la fonction Gamma telle que :

$$\Gamma(y) = \int_0^{\infty} u^{y-1} e^{-u} du, \text{ pour } y > 0 \quad (1.17)$$

On considère que le système est défaillant dès que la dégradation Z_t dépasse un seuil critique L . τ_L est l'instant de dépassement donné par :

$$\tau_L = \inf \{t \geq 0, Z_t \geq L\} \quad (1.18)$$

Plusieurs travaux portant sur la maintenance et la modélisation de la dégradation ont été réalisés avec le processus de Gamma. A titre d'exemple, nous citons d'une part les travaux de [68, 60, 38].

Van Noortwijk [68] a présenté une étude détaillée sur l'historique, la définition, la calibration et les

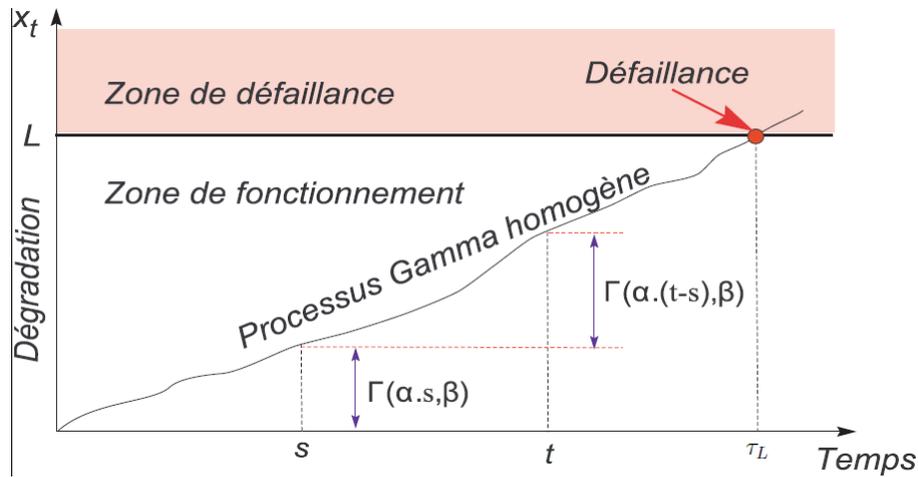


FIGURE 1.2 – Comportement de dépassement du processus Gamma

différentes applications des processus gamma. Dans son travail l'auteur présente une liste détaillée sur des applications de processus gamma pour la maintenance préventive des systèmes suivant différentes politiques de maintenance. Mercier et Castro [65] ont réalisé une étude comparative entre deux modèles de réparation imparfaite pour un système sujet à une dégradation qui suit un processus Gamma non homogène.

A défaut de processus de Gamma. Le processus Inverse Gaussien (*IG*) a récemment été proposé comme modèle de dégradation car il possède de nombreuses propriétés intéressantes et il est flexible dans le traitement des covariables et des effets aléatoires [85]. Wang et Xu [85] et Ye and Chen [95] ont développé un modèle de dégradation à trajectoire monotone basé sur des processus IG.

1.4.2.2 Processus de Wiener

Il y a plusieurs raisons d'utiliser le processus de Wiener comme modèle de dégradation. D'un point de vue physique, pour de nombreux produits, l'incrément de dégradation dans un intervalle de temps infinitésimal peut être considéré comme une superposition additive d'un grand nombre de petits effets externes.

Définition 1.4.3. Le processus de Wiener standard $(W(t))_{t \in \mathbb{R}^+}$ est défini comme un processus stochastique Markovien à accroissements indépendants, stationnaires, et gaussiens aboutissant à une trajectoire d'évolution aléatoire non-monotone sur tout intervalle, continu mais non-differentiable en tout t et pour lequel :

1. $W(0) = 0$ ce qui signifie que le système est aussi bon que neuf à $t = 0$,
2. Les incréments de $W(t)|t \geq 0$ sont stationnaires et indépendants,
3. Tout incréments, $\Delta W = (W(t_b) - W(t_a))$, suit une loi normale avec la moyenne égale à 0 et la variance $var(\Delta t) = (t_b - t_a)$ pour $0 \leq t_a < t_b$.

Le processus de Wiener généralisé appelé aussi le mouvement Brownien avec dérivé est défini comme suit :

$$Y(t) = \nu dt + \sigma dW(t) \quad (1.19)$$

où ν et σ sont respectivement les deux paramètres de dérivé et de volatilité du modèle.

On note que la volatilité est définie comme une mesure de variation standard de la diffusion du modèle ou en d'autres termes du degré de fluctuation du processus.

On peut citer comme travaux :

Ye et al. [96] proposent une étude qui porte sur les processus de Wiener soumis à des erreurs de mesure. Ils ont développé une nouvelle procédure pour estimer le modèle simple, et l'efficacité de l'estimation. Zhai and Ye [99] proposent un nouveau modèle de processus de Wiener adaptatif, leur objectif c'est de fournir un modèle plus flexible pour la modélisation de la dégradation dans des environnements dynamiques, où le taux de dégradation peut varier dans le temps et qui permet de prédire la durée de vie résiduelle. Lim and Yum [54] ont développé des plans optimaux de tests de dégradation accélérée (ADT) où ils ont supposé la méthode de chargement à contrainte constante est employée et que la caractéristique de dégradation suit un processus de Wiener.

1.4.2.3 Processus de Lévy

La classe des processus de Lévy est un autre outil pour modéliser l'évolution de la dégradation d'un système.

Définition 1.4.4. Selon la définition donnée par [6], un processus stochastique $\{Z_t\}_{t>0}$ est appelé processus de Lévy si :

1. Le système est initialement à l'état parfait, c'est-à-dire $Z_0 = 0$,
2. Ses incréments sont indépendants : pour toute suite strictement croissante d'instant $t_0, t_1, \dots, t_{n-1}, t_n$, les variables aléatoires $Z_{t_0}, Z_{t_1} - Z_{t_0}, \dots, Z_{t_n} - Z_{t_{n-1}}$ sont indépendantes,
3. Il vérifie la propriété de continuité stochastique : pour tout $\epsilon > 0$,

$$\lim_{h \rightarrow 0} P(|Z_t + h - Z_t| \geq \epsilon) = 0.$$

Si de plus les incréments sont stationnaires, il s'agit d'un processus de Lévy homogène et dans le cas contraire, le processus est non homogène [6].

Abdel-Hammed [3] a utilisé un processus de Lévy pour modéliser la dégradation par usure et a étudié ses propriétés de distribution de durée de vie où le seuil critique de dégradation est supposé aléatoire.

1.4.3 Les modèles à dégradation discrète

Les modèles à dégradation discrète destinés aux systèmes qui subissent des dégradations discontinues dans le temps. Le nombre d'états du système est fini ou dénombrable. La plus connue c'est la dégradation par choc, le système dans ce cas se détériore d'une manière non continue où la dégradation suit une trajectoire discrète (voir la Figure 1.3). Les processus mathématiques les plus utilisés dans ce genre de dégradation sont les processus Markovien et Poissonien. Les paramètres à trouver dans ce type de modélisation sont les instants de choc, l'intensité des chocs, et l'état de dégradation de système.

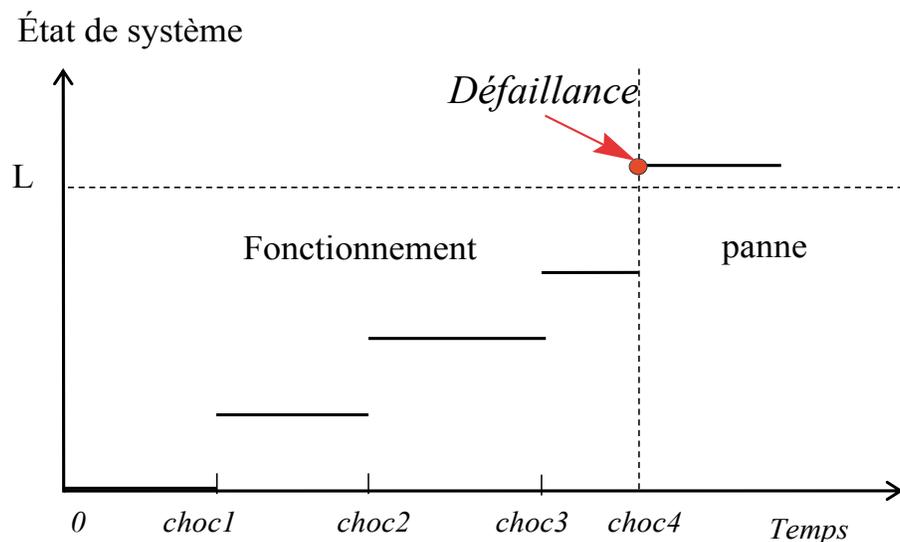


FIGURE 1.3 – Dégradation discrète

Les modèles de chocs sont efficaces pour décrire un composant dont la dégradation est le résultat d'un ensemble de contraintes distinctes, appelées chocs, appliquées à des points discrets dans le temps. La littérature fournit une grande variété de méthodes pour décrire la fréquence d'occurrence et la grandeur des dégradations causées par les chocs. Le plus souvent, des distributions de probabilité sont utilisées pour modéliser la gravité des dégradations, et les chocs se produisent selon un processus de Poisson. Il existe deux grands domaines de mécanismes de défaillance dans lesquels les modèles de chocs peuvent être classés : les modèles de chocs à dommages cumulatifs (voir figure 1.3) et les modèles de chocs maximaux (voir figure 1.4). Les modèles de dommages cumulatifs considèrent qu'une défaillance se produit lorsque la somme des effets des chocs aléatoires dans le temps dépasse une valeur seuil particulière. En revanche, les composants décrits par les modèles de chocs maximaux se rompent lorsque la magnitude d'un choc unique dépasse une valeur seuil particulière. Pour le modèle de chocs à dommages cumulatifs la dégradation subie au i ème choc est une variable aléatoire, dont la distribution $F_Y(\cdot)$ est connue, et la dégradation totale que le système a subi jusqu'au temps t est une variable aléatoire $D(t)$. La variable aléatoire $D(t)$ dépend du nombre de chocs qui se produisent jusqu'au temps t , et de la magnitude de ces chocs. Le nombre

de chocs qui se produisent avant le temps t est la variable aléatoire $N(t)$, et le dommage total est de

$$D(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} Y_i \quad (1.20)$$

Le système tombe en panne lorsque la dégradation totale dépasse un certain seuil L et le temps de panne T_L est une variable aléatoire donnée par l'équation suivante :

$$T_L = \inf\{t : D(t) \geq L\} \quad (1.21)$$

Pour le deuxième modèle, les chocs se produisent selon un processus de renouvellement, et le i ème choc cause une quantité aléatoire de dégradation Y_i . Cependant, le système fonctionnera jusqu'à ce que la magnitude d'un seul choc dépasse la valeur seuil L . La variable aléatoire S_i représente le moment où le temps d'occurrence du i ème choc, et la dépendance du temps de défaillance aléatoire T_L du nombre de chocs et de leur magnitude peut être caractérisée comme suit :

$$T_L = \inf\{S_i : \max Y_i \geq L\} \quad (1.22)$$

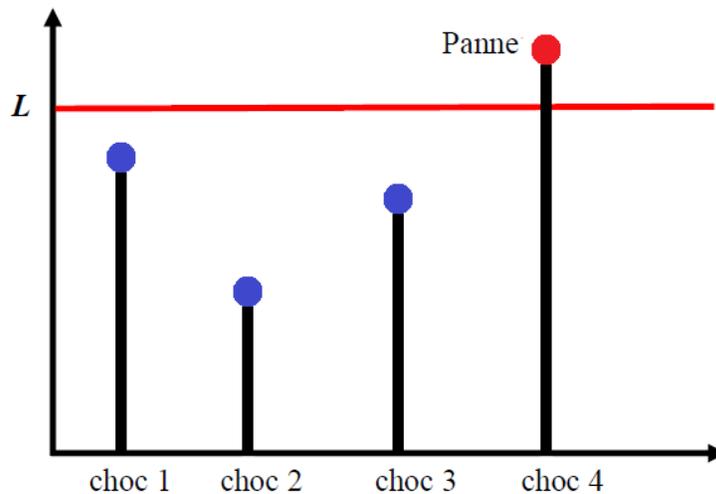


FIGURE 1.4 – Modèles de chocs maximaux

1.4.3.1 Processus de Poisson

Le processus de Poisson est un processus fréquemment utilisé pour modéliser les instants auxquels se produisent des phénomènes aléatoires, comme l'arrivée des instants de pannes d'un équipement. Dans ce modèle on décrit le nombre d'occurrence d'un événement aléatoire répétitif, pendant un intervalle de temps donné, il s'agit alors d'un processus de comptage. Soit $N_t, t > 0$ processus de comptage, N_t représente le nombre d'événements qui se sont produits dans l'intervalle de temps $[0, t]$.

Définition 1.4.5. Une suite de variables aléatoires $(N_t)_{t>0}$ est dite un processus de Poisson si :

1. $N(0)=0$;
2. le processus est à accroissements indépendants ;
3. le nombre d'événements se produisant dans un intervalle de temps t suit une loi de Poisson de paramètre λt . i.e.

$$\forall s \geq 0 \quad \forall t \geq 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad P(N(s+t) - N(s) = n) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!} \quad (1.23)$$

Dans le cas où le nombre d'événements (choc) dépend de temps actuel t on parle alors d'un processus de Poisson non homogène.

$$(N_t)_{t>0} = \sum_{n \geq 1} \mathbf{1}_{\{T_n \leq t\}} \quad (1.24)$$

En pratique le processus de Poisson est utilisé dans de nombreuses applications, en particulier pour la modélisation du phénomène de dégradation par chocs. Sheu et al. [76] ont étudié un système à deux composants sujets à des chocs qui suivent un processus de Poisson non homogène, puis une politique de remplacement a été construite. Yang et al. [94] ont étudié un système soumis à une dégradation par choc qui suit un processus de Poisson. Leur étude porte sur l'influence des arrivées de chocs sur le système ainsi que sur les revenus de production.

1.4.3.2 Processus de Markov

Ce processus est bien adapté lorsque la dégradation représente des sauts d'un état à un autre. Lorsqu'on utilise ce processus dans les modèles de dégradation on représente les états de transition d'un niveau de dégradation à un autre.

En mathématiques, un processus de Markov est un processus stochastique possédant la propriété de Markov. La propriété d'un tel processus c'est que l'estimation de l'état du futur dépend seulement du présent indépendamment du passé.

Définition 1.4.6. Un processus de Markov en temps discret est une séquence $\{X_1, X_2, X_3\}$ de variables aléatoires. L'ensemble de leurs valeurs possibles est appelé l'espace d'états, la valeur X_n étant l'état du processus à l'instant n . Selon les auteurs, le vocable chaîne de Markov désigne les processus de Markov à temps discret ou uniquement les processus de Markov à temps discret et à espace d'états discret, i.e. les processus de Markov à temps discret dont l'espace d'états est fini ou dénombrable.

Si la loi conditionnelle de X_{n+1} sachant le passé, i.e. sachant $X_{k(0 \leq k \leq n)}$ est une fonction de X_n seul, alors :

$$P(X_{n+1} = x \mid X_0, X_1, X_2, \dots, X_n) = P(X_{n+1} = x \mid X_n) \quad (1.25)$$

où X est un état quelconque du processus. L'identité ci-dessus identifie la probabilité markovienne.

Dans la littérature le processus de Markov a été souvent utilisé pour la modélisation de la dégradation. Par exemple Kiessler et al. [46] ont étudié un système sujet à la dégradation qui est régi par une chaîne de Markov. Ils calculent la distribution de la durée de vie et la disponibilité lorsque le système est inspecté selon une politique d'inspection périodique. Li et Luo [53] ont présenté un processus de choc modélisé par un processus Markov où le processus d'arrivée du choc et les dommages aléatoires du choc sont régis par une chaîne de Markov. Ke et al. [44] ont proposé une étude comparative entre trois politiques de remplacement pour un système à plusieurs états. Ils ont utilisé une chaîne de Markov pour décrire les différents états de dégradation ainsi ils ont construit une matrice de transition d'un état à un autre. Feldman [31] et kharoufeh et al [45] ont étudié un système sujet à des chocs modéliser par un processus semi-markovien.

1.4.4 Modèles de dégradation hybride (continue+discrète)

On trouve dans ce genre de modèles une combinaison entre deux types de dégradation. En général, on suppose que le système est soumis à deux phénomènes à savoir une dégradation continue (usure, fissure, etc.) et une dégradation discrète (choc). Ce type est souvent trouvé dans la littérature sous le nom de Modèle DTS (*Degradation-Threshold-Shock*)

Lehmann [52] a présenté une variété de modèles hybrides où il a considéré différents types de dégradations continues et il a supposé que la dégradation discrète représente des covariables extérieurs.

Lin et al. [55], un modèle DTS a été développé, où le processus de dégradation est modélisé par un processus semi-Markovien à temps continu et le processus de choc est modélisé par un processus de Poisson homogène. Wei et al. [87] ont développé un nouveau modèle de fiabilité pour un système à état binaire se dégradant soumis à des chocs externes. La dégradation interne du système est modélisée par un processus de Wiener et les chocs sont modélisés par un processus de Poisson homogène. Cherfaoui et Laggoune [23] ont étudié un système à deux niveaux de dégradation sujet à deux types de dégradation indépendants. Ils ont considéré que la dégradation continue suit un processus de Gamma et la dégradation discrète suit un processus de Poisson.

Quelques travaux suppose qu'il y'a une dépendance stochastique entre les dégradations c'est à dire l'une des dégradations influe sur l'autre dégradation. Albin and Chao [5] ont développé une politique de remplacement pour un système série où ils ont considéré que les composants sont dépendants et la dégradation d'un composant s'accélère avec la dégradation d'un autre composant. Lin et al. [56] ont présenté un travail qui consiste à l'étude d'un système sujet à plusieurs types de dégradation avec la dépendance entre ces dernières. Caballé et al. [19] ont proposé une politique de maintenance pour un système sujet à une dégradation continue modélisée par un processus Gamma et des chocs qui suit un processus de Poisson non-homogène. Ils ont considéré

une dépendance stochastique entre les deux dégradations. Castro and Landes [21] ont proposé une politique d'inspection pour un système complexe avec dépendance stochastique entre ces composants.

1.4.5 Exemple d'application

Dans cette section nous présentons un exemple d'application regroupons les trois types de dégradation à savoir la dégradation continue, la dégradation discrète et la dégradation hybride. Pour cela nous considérons un système qui subit une dégradation continue suivant un processus gamma de paramètre d'échelle α et de paramètre de forme β , et une dégradation discrète (chocs) qui suit un processus de poisson de paramètre λ avec l'arrivée des chocs qui suit une loi exponentielle de paramètre μ . Puis nous combinant les deux processus pour obtenir la dégradation totale de système.

Fiabilité du système due à la dégradation :

La fiabilité de système liée à la dégradation est la probabilité que la dégradation Z_t ne dépasse pas le seuil L . Elle est donnée comme suit :

$$R_{\tau_L}(t) = 1 - P(Z_t \geq L) = 1 - P(\tau_L < t) = 1 - \frac{\Gamma(\alpha t, L\beta)}{\Gamma(\alpha t)} \quad (1.26)$$

τ_L : l'instant de dépassement de seuil critique L .

Fiabilité du système due au choc :

La fiabilité de système par rapport au choc est la probabilité que l'intensité de choc r ne dépasse pas le seuil de choc.

$$R(t) = P(N_t = 0) = P(\tau_c > t) = e^{-\int_0^t r(u)du} \quad (1.27)$$

avec

τ_c : l'instant de dépassement de seuil critique de choc.

$r(t)$: intensité de choc à l'instant t .

Fiabilité du DTS

pour un tel système la probabilité qu'il soit en fonctionnement c'est la probabilité que la dégradation totale engendrée par la somme des dégradation ne dépasse pas un seuil critique. Donc la fiabilité du système liée à la dégradation et aux chocs simultanément, c'est-à-dire la probabilité que le seuil critique L n'est pas dépassé et qu'aucun choc d'une intensité supérieure à la résistance du système n'est survenu à l'instant t , s'écrit comme suit(noté que les deux dégradation sont indépendantes) :

$$\begin{aligned}
 R(t) &= P(Z_t < L \text{ et } N_t = 0) \\
 &= \left(1 - \frac{\Gamma(\alpha t, L\beta)}{\Gamma(\alpha t)}\right) e^{-\int_0^t r(u) du}
 \end{aligned}
 \tag{1.28}$$

Les valeurs des différents paramètres sont données dans le tableau 1.1.

paramètre	λ	μ	α	β	L
Valeur	2	5	3	2.5	120

Tableau 1.1: Paramètres d'application

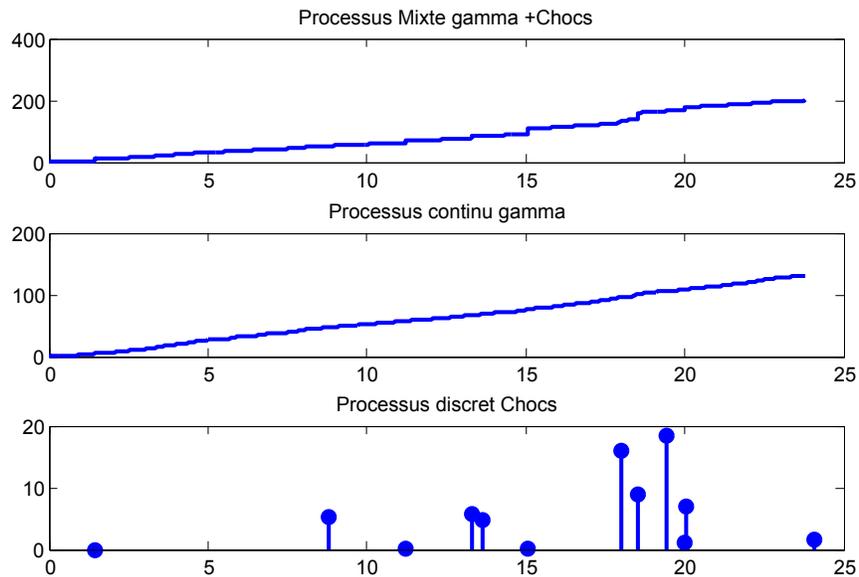


FIGURE 1.5 – Modèle DTS

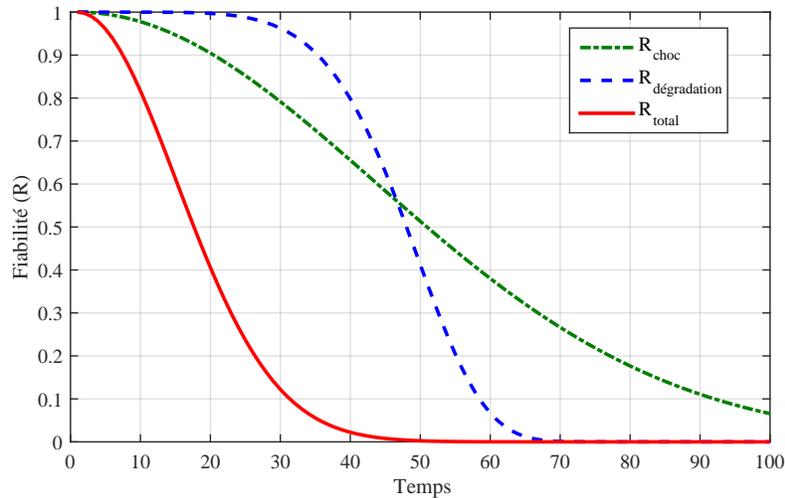


FIGURE 1.6 – Fiabilité du modèle DTS

D'après la figure 1.5 on voit qu'à chaque fois où un choc est survenu le processus de dégradation totale de système s'accélère. Ce qui veut dire que les chocs influent d'une manière directe sur la dégradation de système. Donc il est primordial de prendre en considération les phénomènes qui surviennent d'une manière discrète et se présentent comme des chocs lors de la modélisation de dégradation d'un système quelconque.

La figure 1.6 représente la fiabilité du système envers les chocs et la dégradation. On constate qu'il y a une différence entre la fiabilité lors de la présence d'un seul type de dégradation seulement et lorsque les deux types se présente au même temps.

1.5 Conclusion

Ce chapitre est consacré à la présentation des différents types de dégradation. Nous avons vu qu'un système peut subir une dégradation continue (fatigue, corrosion, usure), une dégradation discrète (choc), ou encore une dégradation hybride qui est la présence des deux types précédents simultanément (corrosion + surtension).

Dans un deuxième lieu, nous nous sommes intéressé à la présentation des outils mathématiques utilisés pour la modélisation de chaque type de dégradation ainsi que les modèles existants.

La modélisation de la dégradation des systèmes est essentielle pour la maîtrise des risques industriels, pour l'optimisation des opérations d'inspection, de maintenance et de réparation. Pour cela le chapitre suivant sera consacré à l'étude des politiques d'inspection des systèmes en dégradation.

Politiques et modèles d'inspection des systèmes dégradés

Sommaire

2.1	Introduction	21
2.2	Types de maintenance	21
2.2.1	Maintenance préventive	21
2.2.2	Maintenance corrective	22
2.3	Classification de la maintenance selon l'efficacité	22
2.3.1	La maintenance parfaite	23
2.3.2	La maintenance minimale	23
2.3.3	La maintenance imparfaite	23
2.4	Politiques de maintenance	24
2.4.1	Politique selon l'âge	24
2.4.2	Politique en bloc	24
2.5	Politiques de maintenance des systèmes multi-composants	25
2.5.1	Politique de regroupement	25
2.5.2	Politique opportuniste	26
2.6	Politiques d'inspection	27
2.6.1	Politique d'inspection périodique	27
2.6.2	Politique d'inspection non périodique	28
2.6.3	Politique d'inspection parfaite	28
2.6.4	Politique d'inspection imparfaite	29
2.7	Critères d'optimisation	29
2.7.1	Critère de Coût	29
2.7.2	Critère de disponibilité	30
2.7.3	Critère de sécurité	30
2.8	Politiques de remplacements basés sur l'inspection	31
2.8.1	Inspection et maintenance conditionnelle parfaite	31
2.8.2	Inspection et maintenance conditionnelle imparfaite	31
2.9	Synthèse de état de l'art sur les politiques d'inspection	32

2.10 Conclusion 34

2.1 Introduction

Lorsque la maintenance préventive (en bloc, selon l'âge) n'est pas en mesure d'apporter une solution efficace et économique pour éviter la défaillance et que la maintenance corrective ne constitue pas une solution acceptable, il faut envisager des améliorations ou des modifications qui nous permettent d'assurer plus de disponibilité des systèmes et moins de dépenses. Parmi les améliorations envisageables c'est la prise en compte de l'état de dégradation des systèmes à des instants précis qui permet ainsi de changer les instants des tâches de maintenance. L'inspection est l'une des méthodes qui nous permet de suivre l'état de dégradation d'un équipement. Mais, ces actions d'inspection peuvent nous amener à des dépenses plus excessives si elles sont effectuées d'une manière arbitraire. Donc l'optimisation des instants d'inspection est nécessaire et représente le premier pas vers l'optimisation de la maintenance globale.

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la présentation des éléments et notions de base de la maintenance à savoir les types de maintenance selon l'événement déclencheur (corrective et préventive) et selon l'efficacité (parfaite, imparfaite et minimale). Puis, un aperçu sur les différentes notions d'inspection sera présenté. Des politiques de maintenance basées sur l'inspection sont présentées ainsi quelques travaux réalisés sur chaque politique. On termine par un petit état de l'art sur les travaux qui portent sur les politiques d'inspection pour des systèmes à plusieurs niveaux de dégradation.

2.2 Types de maintenance

Il existe deux grandes formes de maintenance à savoir la maintenance préventive et la maintenance corrective. Ces deux types se diffèrent selon l'instant d'exécution, avant ou après la panne.

2.2.1 Maintenance préventive

La maintenance préventive est une *maintenance exécutée à des intervalles prédéterminés ou selon des critères prescrits et destinée à réduire la probabilité de défaillance ou la dégradation du fonctionnement d'un bien* "[1]. Elle touche aux pièces détachées, les pièces de rechange, aux composants ainsi qu'aux machines et aux équipements de production afin de réduire le risque de défaillance et pour éviter les pertes considérable suite à une panne. A savoir les pertes dus à l'arrêt de production ou aux pertes économiques des pièces de rechange coûteuses.

Elle comporte :

Maintenance préventive conditionnelle : maintenance préventive subordonnée au franchissement d'un seuil prédéterminé significatif de l'état de dégradation du bien. Elle consiste à

surveiller les paramètres et les indicateurs clés (température, fissure, épaisseur, etc.) du fonctionnement du bien et à mettre en œuvre les actions nécessaires afin d'anticiper toute panne et tout dysfonctionnement [1].

Maintenance préventive systématique : maintenance préventive effectuée selon un échéancier établi selon le temps ou le nombre d'unités d'usage [1]. Par exemple le nombre de kilomètres parcourus par un véhicule, nombre de pièces fabriquées par une machine, etc. Si cet échéancier est atteint un remplacement systématique est effectué sur quelques composants du système même si ce dernier est en bon état.

Maintenance prévisionnelle : maintenance préventive subordonnée à l'analyse de l'évolution surveillée de paramètres significatifs de la dégradation du bien, permettant de retarder et de planifier les interventions [1].

2.2.2 Maintenance corrective

La maintenance corrective est une maintenance exécutée après détection d'une panne, elle vise à corriger les défauts de fonctionnement et à remettre un bien dans un état dans lequel il peut accomplir une fonction requise [1].

Elle se divise en :

Maintenance curative : Réparation consistant en une remise en état initial du bien. Elle est exécutée directement après une panne comme elle peut être précédée par une maintenance palliative (dépannage) si les pertes d'indisponibilité du système sont considérables [1].

Maintenance palliative : C'est des réparations qui permettent la remise en fonctionnement provisoire (dépannage) de l'équipement, permettant à ce dernier d'assurer tout ou une partie d'une fonction requise, elle est utilisée lorsque l'indisponibilité de l'équipement engendre des pertes économiques considérables. Mais elle doit être suivie d'une action curative dans le plus bref délais [1].

La figure 2.1 représente les différents types de maintenance.

2.3 Classification de la maintenance selon l'efficacité

Un autre critère de classification de la maintenance est également donné dans la littérature. C'est celui de l'efficacité de la maintenance, c'est à dire le niveau d'amélioration de système après une action de maintenance. Il existe trois catégories, à savoir :

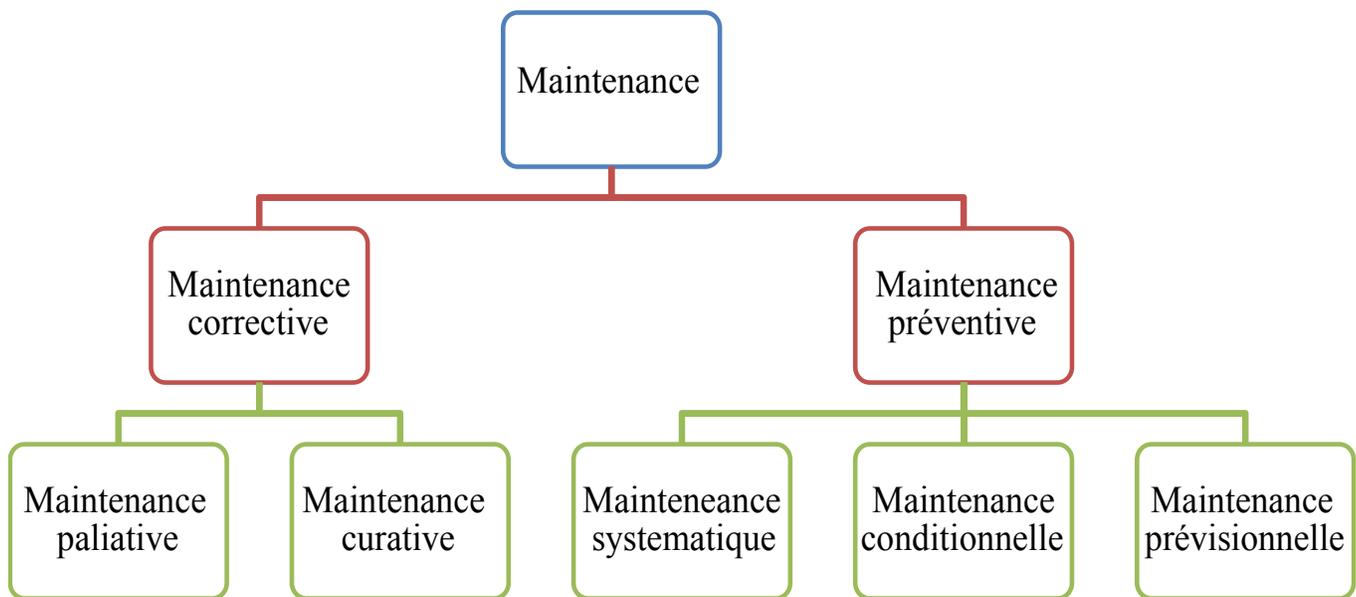


FIGURE 2.1 – Illustration des différents types de maintenance

2.3.1 La maintenance parfaite

La maintenance parfaite vise à remettre le système à un état neuf, on parle de «as good as new». Par exemple le remplacement d'un système défaillant par un système neuf est une action de maintenance parfaite. Plusieurs travaux ont été réalisés en considérant les actions de maintenance comme parfaites entre autre on peut citer [13] [34].

2.3.2 La maintenance minimale

La maintenance minimale vise à mettre le système défaillant à un taux de défaillance égal à celui juste avant la défaillance. Par exemple le changement partiel des composants d'un système défaillant est une action de maintenance minimale. Ce système est appelé « as bad as old ». La réparation minimale est souvent motivée par la prise en compte du coût plus élevé du remplacement d'un composant, par rapport à celui d'une simple réparation. Des travaux comme ceux de [75], [7], [50]

2.3.3 La maintenance imparfaite

Cette action de maintenance se trouve entre la maintenance parfaite et la maintenance minimale, elle ne remet pas le système, dans un état neuf mais plutôt dans un état moins dégradé que l'état juste avant la panne. Par exemple les opérations de réglage de machine sont des actions de maintenance imparfaite. Dans la littérature on peut citer dans ce sens des travaux de [93], [59], [4]

2.4 Politiques de maintenance

2.4.1 Politique selon l'âge

La stratégie de maintenance de type âge consiste à remplacer préventivement l'équipement par un équipement neuf à un âge fixe pour la maintenance préventive. Lorsque l'équipement tombe en panne on le remplace par un équipement neuf et on remet l'âge à zéro. La figure 2.2 ci-dessous est une schématisation de cette stratégie.

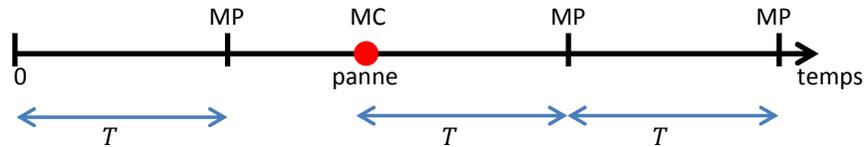


FIGURE 2.2 – Principe de la politique selon l'âge

Le coût total par unité de temps dans cette politique peut s'écrire comme suit

$$C(T) = \frac{C_c F(T) + C_p (1 - F(T))}{\int_0^T 1 - F(t) dt} \quad (2.1)$$

avec

C_c, C_p : le coût de remplacement correctif et préventif respectivement.

$F(t)$: fonction de répartition (fonction de non survie) T : intervalle de remplacement préventif.

La disponibilité d'un système dans une telle politique peut être obtenue par la formule suivante :

$$D(T) = \frac{\int_0^T 1 - F(t) dt}{\int_0^T 1 - F(t) dt + T_c F(T) + T_p (1 - F(T))} \quad (2.2)$$

avec T_p et T_c sont les périodicités de remplacement préventif et de remplacement correctif respectivement.

2.4.2 Politique en bloc

Cette stratégie consiste à remplacer l'équipement par un équipement neuf au moment prévu pour faire la maintenance préventive et à le remplacer par un équipement neuf suite à une panne en gardant le moment prévu pour faire la maintenance préventive (la date de la panne n'est pas pris en considération). La figure 2.3 représente un schéma explicatif de cette politique.

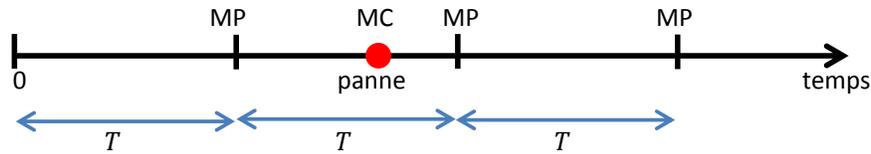


FIGURE 2.3 – Principe de la politique par bloc

Le coût total par unité de temps dans cette politique peut s'écrire comme suit

$$C(T) = \frac{C_p + C_c E(N(T))}{T} \quad (2.3)$$

avec

$E(N(T))$: l'espérance de nombre de panne durant l'intervalle T .

Concernant la formule de disponibilité d'une telle politique peut être formulé comme suit.

$$D(T) = \frac{T}{T + T_p + T_c E(N(T))} \quad (2.4)$$

où T_p et T_c sont les périodicités de remplacement préventif et de remplacement correctif respectivement.

L'optimisation des deux dernières politiques est effectuée par la recherche d'un intervalle de remplacement (variable de décision) T optimale en minimisant les coûts moyens ou en maximisant la disponibilité.

2.5 Politiques de maintenance des systèmes multi-composants

Lorsqu'on est devant un système complexe ou multi-composants on est donc devant un problème de planification multidimensionnelle c'est-à-dire il faut faire un plan de maintenance qui prend en considération l'interaction entre les différents composants et d'une manière à diminuer les arrêts répétés de production (arrêt de maintenance pour chaque composant). Deux grandes classes de politique existent à savoir les politiques de maintenance de regroupement et les politiques de maintenance opportuniste.

2.5.1 Politique de regroupement

Les stratégies de regroupement c'est de trouver une meilleure façon de regrouper la maintenance des composants. Lorsque le système se compose de plusieurs éléments, il est très intéressant de faire une sélection des éléments par groupe selon un certain critère de ressemblance entre eux. Ce regroupement consiste à associer un plan de maintenance idéale pour chaque groupe. Le critère

de ressemblance peut être la fiabilité des composants (c'est-à-dire regroupé les composants les plus fiables ensemble et les moins fiables ensembles), l'importance des éléments dans le système, La dépendance entre les composants (stochastique ou économique).

Il existe le groupement préventif de maintenance qui consiste à effectuer plusieurs actions de maintenance préventive sur un groupe de composants simultanément. Ce groupement nous permet d'améliorer la gestion des ressources humaines et matérielle en diminuant les coûts de logistique. Il y'a aussi le regroupement correctif, cette politique est surtout considérée lorsqu'on est devant un système multi-composants avec redondance et lorsque la production d'une grande quantité est assez importante (économie d'échelle). Donc on laisse le composant défaillant jusqu'à atteindre un certain nombre de composants défaillants et en procède à leur réparation en même temps. En contrepartie le risque de panne du système augmente avec le nombre de composants défaillants.

Chung et Flynn [26] ont proposé une stratégie de remplacement préventif basée sur l'ensemble des composants critiques. Selon cette stratégie, le composant est remplacé lorsqu'il est défaillant et qu'il se trouve dans l'ensemble des composants critiques. Par contre, le composant est laissé de côté s'il n'est pas dans l'ensemble des composants critiques.

Dekker et Wildeman [28] ont présenté un état de l'art sur les modèles de maintenance avec dépendance économique entre les composants. Okumoto et Elsayed [69] considère un système parallèle à n composants. Le système est maintenu chaque T unités de temps par la réparation de tous les composants qui sont en panne. T est la variable de décision de cette stratégie et elle est déterminée en minimisant le coût moyen par unité de temps sur horizon infini. Ils supposent que quand un composant tombe en panne entre les deux périodes de maintenance, il est laissé en panne jusqu'à la prochaine période.

2.5.2 Politique opportuniste

Cette politique prend en compte les interactions entre les composants du système. Un composant subit une maintenance préventive s'il a travaillé pendant N unités de temps (identique à la stratégie selon l'âge). Mais il peut subir un remplacement préventif lorsque l'on doit effectuer un remplacement préventif ou correctif sur un des composants du système et s'il a travaillé pendant n unités de temps.

Thomas [79] a donné une définition généralisé d'une maintenance opportuniste " À un instant donné t , profiter d'une action de maintenance corrective sur le composant surveillé C pour réaliser une action de maintenance préventive sur un composant non surveillé D . " L'événement déclencheur de l'opportunité est la défaillance d'un composant, et sa date d'occurrence est aléatoire. L'avantage de cette politique réside dans l'aspect économique, c'est-à-dire, lorsque le coût d'une maintenance groupée est inférieur à la somme des coûts des actions de maintenance séparées pour le critère coût, ou lorsque réaliser plusieurs remplacements à la fois dans le cas de possibilité et meilleur que

de les réaliser séparément selon le critère de disponibilité

Laggoune et al. [49] ont développé une politique de remplacement opportune pour un système série à plusieurs composants en considérant une dépendance économique entre ces derniers. Leur objectif est de trouver les instants de remplacement optimaux de chaque composant de manière à ce que tous les temps de remplacement des composants deviennent des multiples du plus petit pour permettre les remplacements conjoints. Ding et Tian [29] ont développé des approches d'optimisation de la maintenance opportuniste pour les parcs éoliens afin de profiter des opportunités de maintenance pour effectuer des actions de maintenance préventive. Les politiques de maintenance opportunistes proposées sont définies par les valeurs seuils de l'âge des composants.

Lu and Zhou [60] ont proposé une politique de maintenance opportune pour un système série-parallèle à plusieurs niveaux de dégradation

2.6 Politiques d'inspection

La notion "inspection" est définie selon la norme NF EN13306 [1], comme étant : " *un contrôle de conformité réalisé en mesurant, observant, testant ou calibrant les caractéristiques significatives d'un bien. En général, l'inspection peut être réalisée avant, pendant ou après d'autres activités de maintenance* ".

L'importance des politiques d'inspection réside dans le suivi et l'analyse des états de dégradation des systèmes qui nous permettent de bien choisir l'action de maintenance appropriée à réaliser (ou à exécuter).

Plusieurs classifications de politiques d'inspection existent. Chouikhi [25] a proposé de classifier les politiques selon le critère d'optimisation, qui peut être un critère de coût ou un critère de disponibilité. Une autre classification est donnée dans [78]. En effet, dans ce dernier, l'auteur a exposé deux types d'inspection : inspection périodique et inspection non périodique.

2.6.1 Politique d'inspection périodique

Le système est inspecté périodiquement, c'est-à-dire selon un intervalle de temps constant. Ce type d'inspection est pris dans le cas des systèmes complexes et qui ne peuvent être inspecté à n'importe quel moment. Le but de ces inspections est de suivre l'état de dégradation, lorsque cette dernière atteint un certain seuil appelé seuil d'alarme, on intervient sur le système par une maintenance préventive. Une maintenance corrective est effectuée si un deuxième seuil appelé seuil critique est dépassé. Dans ce cas, il est primordial de chercher les paramètres optimaux qui sont l'intervalle d'inspection et le seuil d'alarme afin de maximiser la disponibilité du système et de minimiser les pertes économiques. Plusieurs travaux ont considéré l'inspection périodique entre autre on peut citer :

Huynh et al. [40] ont développé une politique d'inspection et de remplacement pour un système

mono-composant sujet à deux types de dégradation. Leur objectif c'est de minimiser les coûts de maintenance en optimisant l'intervalle d'inspection périodique. Mendes et Ribeiro [64] ont présenté un modèle d'inspection périodique pour un système en parallèle (redondance passive) utilisant une chaîne de Markov pour définir les différents états de système. Une politique d'inspection périodique optimale pour un système avec des composants ayant une interaction stochastique entre eux a été établi dans [72].

2.6.2 Politique d'inspection non périodique

Ce type de politiques est adopté lorsque la dégradation est croissante monotone dans le temps. Il est intéressant d'inspecter régulièrement un système lorsque sa dégradation commence à devenir importante et d'inspecter moins souvent lorsque le système est neuf. Dans ce type d'inspection la date de la prochaine inspection est calculée en se basant sur l'état actuel de système.

Dans ce sens, Jia et Christer [41] ont proposé une politique d'inspection non périodique pour laquelle les inspections sont effectuées à chaque instant T_n défini par :

$$T_n = T_{n-1} + I(D(T_n)), \quad (2.5)$$

où la fonction $I(D(T_n))$ est la fonction d'inter-inspection qui est décroissante en fonction de niveau de dégradation du système observé à l'instant T_n . La défaillance est détectée seulement par inspection et un coût d'indisponibilité sera dépenser.

D'autres travaux ont été réalisés, nous citons : Castanier et al. [20] qui ont proposé une politique de maintenance conditionnelle pour un système à deux unités en série. Ils ont cherché les instants d'inspection non-périodique optimaux pour trouver un compromis entre les instants de renouvellement par unité ou par groupe qui leur permet de minimiser le coût de maintenance. Barker et Newby [12] ont proposé une politique d'inspection aperiodique pour un système complexe à plusieurs composants dont l'état est décrit par un processus de Wiener multivarié. Jiang [42] a cherché à optimiser le seuil d'alarme de dégradation et les instants d'inspection séquentiels pour un système dégradé. Babishin et al.[10] ont développé une politique d'inspection non périodique et de remplacement pour un système multi-composants avec une configuration k parmi n en redondance.

2.6.3 Politique d'inspection parfaite

L'inspection est dite parfaite si elle permet d'avoir une information exacte sur l'état de dégradation de l'entité surveillée. Ce qui nous permet de supposer que l'information est précise et fiable. Mais dans la réalité cette hypothèse ne correspond pas à une inspection idéale ou sans erreurs mais c'est une inspection avec des erreurs négligeables. Plusieurs travaux sont élaborés dans ce sens. Wu et Wang [90] ont présenté un politique d'inspection optimale pour un système

à deux niveaux de dégradation. Ils ont considéré que l'inspection est réalisée à l'aide d'une carte de contrôle et l'état de dégradation relevé par cette dernière est exact. Babishin et al. [10] ont développé une politique de maintenance et d'inspection non périodique parfaite pour un système complexe sujet à une dégradation qui suit un processus de Poisson non homogène. Wang et al. [80] ont proposé un trois politique d'inspection périodique parfaite pour un système sujet a deux mode de chocs. Le premier est considéré comme une dégradation minimale et le deuxième est considéré comme une dégradation majeure.

2.6.4 Politique d'inspection imparfaite

Une inspection est dite imparfaite lorsque l'état de système révélé par cette dernière n'est pas exact. Et qu'il y'a une marge d'erreur entre l'état réel et l'état indiqué par inspection. Cela est dû à la difficulté de mesurer l'entité de dégradation vue la complexité des systèmes ou à des erreurs de mesure causées par l'imprécision des outils de mesure.

Cavalcante et al. [22] ont étudié l'influence de l'imperfection d'inspection sur la politique de maintenance globale d'un système en dégradation. Wang et al. [82] ont élaboré un modèle de disponibilité pour un système se dégradant où ils ont considéré que les inspections et les actions de maintenance effectuées sur ce dernier sont imparfaites. Liu et al. [57] ont développé une politique d'inspection imparfaite pour un système avec dégradation suivant un processus de Wiener. Leur objectif est d'optimiser les dates d'inspection pour minimiser le coût total de maintenance. Wu et al. [89] supposent un seuil de maintenance préventive donné pour optimiser l'intervalle d'inspection et le degré d'efficacité de chaque réparation préventive imparfaite. Le coût d'une réparation préventive dépend de son degré d'efficacité. Zhang et al. [100] ont proposé une politique d'inspection imparfaite à deux phases, où dans chaque phase ils déterminent l'intervalle d'inspection et le nombre d'inspections à réaliser en minimisant le coût total moyen de maintenance.

2.7 Critères d'optimisation

Le critère d'optimisation représente l'objectif le plus important pour une entreprise. Il existe ceux qui prennent la maximisation de la disponibilité de système (machines,...) comme seul souci sans donner de l'importance au coût à dépenser pour assurer cette maximisation. Le deuxième est celui qui minimise les dépenses même si le système n'est pas disponible tout le temps (arrêt de production).

2.7.1 Critère de Coût

Dans ce type de critère on a comme but de minimiser le coût global de maintenance, ce critère est considéré lorsque les coûts des actions de maintenance (outillages et mains d'œuvre) et les coûts des pièces de rechange utilisés sont assez coûteux par rapport aux coûts engendrés par

l'indisponibilité de système. Plusieurs coûts peuvent être considérés lors de calcul de coûts globale de maintenance à savoir le coût des actions de maintenance correctives et préventives, le coût d'inspection, le coût de pénalité due à l'inactivité de système, etc.

Plusieurs travaux ont été développés dans ce sens, entre autre on peut citer ceux donnés dans [8, 61].

Lubis and Iskandar [61] ont développé une politique de maintenance conditionnelle pour un système mono-composant à deux niveaux de dégradation. Ils ont considéré que le système est inspecté périodiquement et une maintenance imparfaite est effectuée si la dégradation dépasse un seuil de remplacement préventif. Le coût total est minimisé en optimisant l'intervalle d'inspection. Golmakani et Moakedi [35] ont proposé une politique d'inspection périodique pour un système multi-composant avec l'hypothèse d'interaction entre les composants du système. Leur objectif c'est de minimiser le coût total de maintenance en optimisant les dates d'inspection. Azimpoor and Taghipour [8] ont considéré la non-conformité de produit comme étant le seuil d'alarme de dégradation d'une machine de production. Alors il faut chercher l'intervalle d'inspection optimale qui permet de détecter le niveau acceptable de conformité et d'optimiser le coût de maintenance.

2.7.2 Critère de disponibilité

En plus de la minimisation des coûts, la maximisation de la disponibilité des équipements fait partie des objectifs qui préoccupent les équipes de maintenance. La disponibilité est définie comme étant l'aptitude d'un bien à être en état d'accomplir une fonction requise dans des conditions données, à un instant donné [1]. Dans la littérature, plusieurs travaux sont dédiés aux stratégies de maintenance ayant comme objectif de maximiser la disponibilité du système. A titre d'exemple,

Cui et Xie [27] ont étudié la disponibilité d'un système inspecté périodiquement et soumis à une réparation parfaite. La période optimale d'inter-inspection permet de maximiser la disponibilité du système dans le cas où la durée de vie du système suit des lois gamma et exponentielle.

Qiu et al [70] ont développé une politique d'inspection périodique pour un système de défaillance multi-mode, cette politique est basée sur la maximisation de la disponibilité du système en optimisant l'intervalle d'inspection.

2.7.3 Critère de sécurité

Un troisième critère est parfois utilisé, c'est celui de sécurité. Ce critère est rarement considéré mais il reste un critère important dans les industries qui représentent un grand risque en cas de panne, comme les stations nucléaires, les industries chimiques, etc. L'objectif dans ce type d'optimisation est de classer les composants d'un système selon la probabilité de défaillance et les conséquences associées, puis construire un plan de maintenance idéal pour chaque classe afin de réduire le risque et les pertes envisageables. L'inspection et le contrôle sont des missions essentielles

qui jouent un rôle important dans genre de critère puisque ils nous permet de suivre l'état de système et d'éviter les risques possibles.

2.8 Politiques de remplacements basés sur l'inspection

Plusieurs travaux ont été réalisés sur les politiques de remplacement en se basant sur les résultats d'inspection. En générale ce genre de politiques est des modifications (ajustements) des stratégies de remplacement standard. Dans ce qui suit nous présentons les différents travaux réalisés dans ce contexte.

2.8.1 Inspection et maintenance conditionnelle parfaite

Pour ce type de remplacement on fixe un seuil de dégradation et si l'état du système dépasse ce seuil on effectue un remplacement préventif parfait même si le système peut fonctionner encore.

Grall et al. [36] proposent une politique de remplacement conditionnelle pour un système en dégradation basé sur une politique d'inspection périodique parfaite. Briand et al.[18] ont développé une méthodes pour l'estimation des paramètres de dégradation d'un système en dégradation inspecté d'une manière non périodique et subit un remplacement parfait lors d'une dégradation majeure. Raza et Ulansky [71]ont développé un modèle mathématique de la maintenance conditionnelle avec une inspection imparfaite. Le modèle leur permet d'évaluer les probabilités de décision à un instant donné et de de déterminer le seuil de remplacement préventif.

2.8.2 Inspection et maintenance conditionnelle imparfaite

Dans cette politique, une maintenance imparfaite est réalisée si un seuil prédéfini de remplacement préventif est dépassé par la dégradation.

Badia et Berrade [11] ont présenté une politique de maintenance imparfaite pour un système sujet à une inspection périodique. Ils ont étudié l'optimisation de coût et de la disponibilité de système soumis à un remplacement parfait après N maintenance imparfaites. Mercier et Castro [65] ont réalisé une étude comparative entre deux modèles de réparation imparfaite pour un système sujet à une dégradation qui suit un processus Gamma non homogène. Le premier modèle suppose qu'une réparation réduit la dégradation du système accumulée depuis la dernière action de maintenance. Le second modèle considère un modèle d'âge virtuel et suppose qu'une réparation réduit l'âge accumulé par le système depuis la dernière action de maintenance. Liu et al. [57] ont développé une politique de maintenance imparfaite avec inspection périodique pour un système à deux types de dégradation. ils ont considéré une dégradation continue qui suit un processus de Wiener et une dégradation par choc suivant un processus de Poisson.

2.9 Synthèse de état de l'art sur les politiques d'inspection

Dans cette section nous présentons une synthèse des travaux qui portent sur les politiques d'inspection des systèmes à plusieurs niveaux de dégradation. Dans les dernières décennies, l'optimisation de maintenance basée sur l'inspection a reçu une grande attention et plusieurs travaux ont été développés dans la littérature. Barlow et al. [14] sont les premiers à introduire une politique d'inspection, ayant comme objectif la minimisation des coûts totaux par l'optimisation des dates d'inspection. Depuis, plusieurs extensions ont été réalisées. Munford and Shahani [66] ont développé une politique d'inspection proche de celle de ([14]), puis dans ([67]) ils ont étudié un cas particulier où la distribution de la durée de vie de système suit une loi weibull. Tadikamalla [77] a proposé une politique d'inspection optimale pour un système qui suit une distribution gamma comme loi de durée de vie.

Depuis, plusieurs travaux sont dédiés à la construction des politiques d'inspection et de remplacement des systèmes en dégradation. La majorité des modèles supposent un calendrier d'inspection périodique. Wang et Wang [83] envisagent un processus de dégradation continue avec deux étapes, correspondant aux états bon et défectueux, les inspections effectuées sont imparfaites. Si, selon une telle inspection, un premier seuil est dépassé, une inspection parfaite est effectuée, suivie d'un remplacement préventif si l'unité est défectueuse. Si un deuxième seuil est dépassé, une maintenance préventive immédiate est effectuée. Fouladirad et al. [32] ont proposé un modèle de maintenance avec inspection périodique pour un système à deux modes de dégradation. Ils supposent que la dégradation passe de mode lent au mode accéléré en dépassant un certain seuil. Zhang et al. [101] ont développé un modèle de dégradation à deux niveaux. Ils ont considéré un système sujet à une dégradation continue suivant un processus de Wiener et à des chocs qui suivent un processus de Poisson non homogène. Puis ils ont proposé une politique de maintenance préventive optimale basée sur l'inspection en prenant en compte l'impact de retard de détection de panne.

Des travaux supposent que les actions d'inspection sont effectuées d'une manière aperiodique et les intervalles d'inspection sont planifiés selon le niveau de dégradation détecté par la dernière inspection. Castanier et al. [20] et Maaroufi et al. [63] ont développé une politique d'inspection séquentielle (non périodique) pour un système en série à deux unités sujet à la dégradation. Les modèles proposés permettent de minimiser les coûts de maintenance pendant un cycle de renouvellement. Chouikhi et al. [25] ont proposé une politique de maintenance conditionnelle sous contrainte environnementale pour un système de production qui a deux états de fonctionnement, cette stratégie de maintenance consiste à maintenir le système en respectant un niveau minimum de dégradation de l'environnement, des inspections non périodiques sont effectuées. Un vecteur représentant les instants d'inspection a été déterminé afin de maximiser la disponibilité stationnaire du système. Yang et al. [92] considèrent également une vitesse de détérioration accrue si l'état défectueux est atteint. Ils combinent cela avec les défaillances dues aux chocs environnementaux

qui dépassent un certain seuil. L'intervalle d'inspection est raccourci lorsque l'état défectueux a été observé. Do et al. [30] ont considéré un calendrier d'inspections séquentielles de sorte que la probabilité de défaillance avant la prochaine inspection ne dépasse une certaine valeur. Ils considèrent la maintenance préventive imparfaite lorsqu'un seuil est atteint et une maintenance préventive parfaite après un certain nombre d'actions imparfaites.

Les travaux cités précédemment supposent que les réparations effectuées après dépassement de seuil d'alarme (seuil de remplacement préventif) sont parfaites. Dans ce qui suit nous présentons quelques travaux qui supposent l'imperfection des actions de maintenance préventives.

Zhang et al. [102] ont développé un modèle de maintenance imparfaite qui réduit la dégradation d'un système lors de dépassement de seuil de remplacement préventif.

Guo et al.[37] considèrent un système qui effectue des missions d'égale longueur. Après chaque mission, le système est inspecté, et le niveau de dégradation révélé est utilisé pour déterminer si le système est imparfaitement entretenu dans le cas de dépassement d'un seuil d'alarme et une maintenance corrective dans le cas de dépassement de seuil critique.

Wu et al. [89] ont proposé une politique de maintenance préventive imparfaite pour un système qui se dégrade suivant une loi exponentielle. Leur objectif est de minimiser les coûts de maintenance en optimisant le seuil de maintenance préventive, l'intervalle d'inspection et le degré d'efficacité de chaque réparation préventive imparfaite.

Jodejko-Pietruczuk et Werbińska-Wojciechowska [43] ont développé une politique d'inspection imparfaite pour un système en dégradation. Elles ont construit leur modèle de maintenance en prenant en compte le temps de retard du au non détection de la panne lors d'une inspection.

Xiang et al.[91] utilisent la simulation et considèrent un système fonctionnant dans un environnement modélisé par une chaîne de Markov à temps continu avec trois états. Le taux de détérioration instantané dépend de l'environnement. La maintenance préventive est effectuée lorsque le niveau de détérioration lors d'une inspection dépasse un seuil. Ils tiennent également compte de l'effet des erreurs d'inspection.

Qiu et al.[70] ont développé une politique d'inspection périodique pour un système à défaillance multi-mode, cette politique est basée sur la maximisation de la disponibilité du système.

Yang et al.[92] ont proposé une politique optimale d'inspection périodique et de remplacement pour un système à deux composants connectés en série, ils ont considéré que les processus de défaillance de ces deux unités sont différents et indépendants les uns des autres. Par conséquent, ils ont pris la minimisation des coûts de maintenance comme critère d'optimisation. Un autre travail qui se concentre sur les systèmes multi-composants est celui de Kitagawa et al.[47], où ils ont étudié un système avec N unités connectées en série,leur objectif est de trouver l'intervalle d'inspection

optimal et le nombre de pannes avant remplacement qui minimise l'espérance du coût total du système par unité de temps. Il convient de noter qu'une autre configuration des systèmes existe également, à savoir les systèmes parallèles. En outre, il est bien connu que la fiabilité des systèmes peut être améliorée en augmentant le niveau de redondance (active ou passive) utilisé. L'intégration de la redondance dans les systèmes est particulièrement efficace lorsque les défaillances aléatoires prédominent ou lorsque la fiabilité est cruciale pour la sécurité des personnes et de l'environnement, comme dans l'aéronautique [?, 47] ou le nucléaire [39]. L'intérêt et l'utilité de ce type de systèmes ont donné lieu à une littérature abondante et diversifiée. Cette diversité est générée principalement, d'une part par la diversité des systèmes existant dans le monde réel et d'autre part par le point de vue de l'analyste sur le système c'est-à-dire les hypothèses imposées par l'analyste lors de l'analyse du système. Parmi les travaux dédiés à l'étude de ce type de système, nous pouvons citer : Les travaux de Wang et Sivazlian [81] où les auteurs se sont intéressés à la comparaison de la disponibilité et des coûts moyens de maintenance pendant un cycle de renouvellement de deux configurations parallèles, à savoir : un système parallèle à deux composants, dont chaque composant est constitué de 10 000 sous-composants, et un système parallèle à trois composants, dont chaque composant est constitué de 5 000 sous-composants. Bilinton et Pan [17] ont développé, pour un système parallèle à deux composants identiques, une expression qui permet d'évaluer le taux de défaillance, la fréquence de défaillance et d'identifier les dates de maintenance préventive minimisant le coût global moyen de maintenance. Barros et al. [16] ont proposé une méthodologie pour optimiser les intervalles de maintenance préventive dans le cas d'une surveillance imparfaite du système. Plus précisément, la méthodologie concernait un système parallèle à deux composants, dont chaque composant est équipé d'un système de surveillance imparfait.

Alors qu'en [15], les auteurs ont proposé une politique d'optimisation de la maintenance et du suivi des performances d'un système parallèle. L'idée est de trouver l'équilibre entre les coûts de surveillance, la qualité de la surveillance et les coûts de maintenance, en minimisant le coût moyen global dépensé pour un cycle de remplacement. Ou encore le travail de Zequeira et al. [98] et le travail de Liu et al. [58] où les auteurs ont développé respectivement une politique d'inspection pour un système parallèle à deux composants avec l'interaction entre les deux composants pour deux types d'inspections (une inspection étagée et une inspection non étagée) et un modèle d'inspection pour les systèmes parallèles basé sur le temps de retard où deux types de politiques de remplacement, à effectuer sur un composant défaillant détecté pendant une inspection, sont considérées.

2.10 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les différents types d'inspection. Nous avons constaté qu'il y a deux types de classification à savoir la classification selon l'intervalle d'inter-inspection et la deuxième classification porte sur l'efficacité d'inspection.

L'optimisation des dates d'inspection joue un rôle important dans la construction d'un plan de maintenance efficace. Elle nous permet de connaître l'état de système à un instant donné et de savoir quelle action de maintenance idéale à réaliser.

Dans un deuxième lieu nous avons présenté quelques travaux qui portent sur les politiques de remplacement basées sur l'inspection. On trouve quelques modèles qui suggèrent des actions de maintenance imparfaite lors de dépassement de seuil de remplacement préventif et des politiques qui supposent un remplacement parfait.

L'étude bibliographique réalisée dans le cadre de la présente thèse permet d'identifier les travaux de recherche réalisés sur notre thématique ainsi que leur évolution au fil de temps. Nous pouvons constater que les premiers modèles réalisés considèrent des systèmes mono-composant mais avec la complexité des systèmes et les exigences économiques des entreprises, les chercheurs sont contraints de se pencher vers l'étude des systèmes plus complexes et au développement des modèles appropriés aux systèmes actuels.

Une autre constatation c'est que peu de travaux de recherche ont été réalisés sur les systèmes en parallèle. Alors que dans l'industrie, plusieurs systèmes ont des structures parallèles tels que les systèmes de production, les systèmes de pompage, les systèmes informatiques, etc. À cet effet nous menons nos études dans le reste de ce manuscrit sur la conception des politiques d'inspection et de remplacement pour des systèmes parallèles à plusieurs niveaux de dégradation.

Politique d'inspection périodique optimale pour un système parallèle soumis à une dégradation continue à deux niveaux.

Sommaire

3.1	Introduction	37
3.2	Modèle Mathématique	37
3.2.1	Description de système	37
3.2.2	Formulation du modèle de dégradation	38
3.3	Optimisation des coûts de maintenance	42
3.3.1	Procédure de résolution	43
3.3.2	Quelques considérations sur la solution optimale	44
3.4	Analyse de sensibilité	46
3.4.1	Influence des coûts d'inspection C_I sur la politique optimale	46
3.4.2	Influence du coût préventif C_p sur la politique optimale.	47
3.4.3	Influence de coût correctif C_c sur la politique optimale.	49
3.4.4	Discussion des résultats	49
3.4.5	Étude comparative entre un système avec dégradation et un système sans dégradation.	50
3.5	Conclusion	52

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous considérons un système parallèle à deux composants où chaque composant est sujet à une dégradation. Notre premier objectif est d'identifier le modèle mathématique (probabiliste) associé à ce système et ce lorsque l'hypothèse d'une inspection périodique du système est retenue. Ensuite, l'idée principale est de construire le modèle économique englobant les différents coûts moyens (coûts d'inspection, coûts de maintenance préventive et coûts de maintenance corrective) dépensés lors d'un cycle de renouvellement. Ce dernier nous permettra de déterminer l'intervalle d'inspection optimal en minimisant le coût global moyen dépensé.

Le reste de chapitre se présente de la manière suivante : La description du système, les hypothèses de base du fonctionnement du système considéré et la formulation probabiliste de la dégradation sont présentées dans la section 3.2. La section 3.3 est consacrée à la formulation économique de la politique d'inspection périodique pour le système parallèle à deux composants soumis à une dégradation à deux niveaux. La section 3.4 présente des exemples numériques permettant d'analyser l'efficacité de notre modèle économique et l'influence de ses paramètres sur la politique optimale.

3.2 Modèle Mathématique

3.2.1 Description de système

Considérons un système à deux composants connectés en parallèle soumis à une dégradation. L'état de la dégradation est révélé par une inspection. Fixons les seuils d'alarme S_1 et S_2 pour le niveau de dégradation respectivement des composants C_1 et C_2 , où le dépassement d'un seuil d'alarme indique que le composant est trop dégradé, il doit donc subir dans ce cas une action de maintenance préventive. Un seuil critique noté L est fixé pour les deux composants, où le dépassement de ce seuil entraîne la panne du composant concerné. On suppose que la dégradation des deux composants avant le dépassement du seuil d'alarme suit une loi générale avec *PDF* $g_j(t)$ et *CDF* $G_j(t)$ ($j = 1, 2$). Après avoir dépassé les seuils d'alarme, le taux de dégradation de C_j ($j = 1, 2$) augmente et suit une nouvelle loi avec *PDF* $f_j(t)$ et *CDF* $F_j(t)$ ($j = 1, 2$).

Hypothèses :

Les hypothèses adoptées pour le développement du modèle analytique sont les suivantes.

- H1.** Les deux composants sont connectés en parallèle et fonctionnent en même temps (redondance active).
- H2.** L'action d'inspection est parfaite, c'est-à-dire que l'inspection révèle l'état exact du système.

- H3. La défaillance du système est causée par la défaillance des deux composants (la défaillance d'un seul composant ne provoque pas la défaillance du système).
- H4. La défaillance d'un composant est causée uniquement par sa dégradation (aucune autre cause de défaillance).
- H5. Les actions d'inspection sont périodiques. L'intervalle de temps $\Delta T = X_{i+1} - X_i$ entre deux inspections consécutives est constant pour tout $i = 0, 1, 2, \dots$ avec $X_0 = 0$.
- H6. La durée des actions d'inspection et de maintenance (corrective et préventive) est négligeable.
- H7. Le processus de dégradation d'un composant est indépendant de celui de l'autre composant.
- H8. Les actions de *MP* et *MC* sont supposées être parfaites. Le système revient à l'état initial après une action de maintenance préventive ou corrective.
- H9. Lorsqu'un composant subit une action de *MP* ou de *MC*, l'autre composant reçoit une action de *PM* pour ramener sa dégradation à zéro même si celle-ci ne dépasse pas le seuil d'alarme.
- H10. Lorsque le système tombe en panne, un coût de pénalité C_d est dépensé.

3.2.2 Formulation du modèle de dégradation

A un instant t , la dégradation d'un composant ne peut être qu'à l'un des trois états possibles suivants : (1) en dessous du seuil d'alarme S_j , (2) entre le seuil d'alarme S_j et le seuil critique L , (3) au-dessus du seuil critique L (voir figure 3.1).

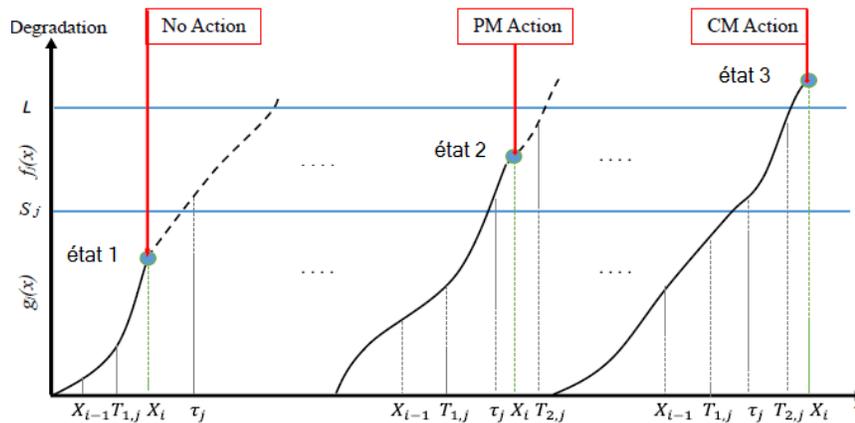


FIGURE 3.1 – États possibles pour un composant

Par conséquent, en combinant les états possibles des deux composants, il peut y avoir neuf (09) scénarios différents pour l'état du système entier (voir tableau 3.1). De plus, en se basant sur la théorie générale des probabilités et en particulier sur la théorie des probabilités conditionnelles, nous pouvons déterminer la probabilité d'occurrence de chaque scénario à la i ème inspection. (Pour plus de détails sur les probabilités conditionnelles et le calcul des probabilités de scénario, voir l'annexe A).

		État de 2 ^{eme} composant		
		état 1	état 2	état 3
État de 1 ^{er} composant	état 1	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3
	état 2	Scénario 4	Scénario 5	Scénario 6
	état 3	Scénario 7	Scénario 8	Scénario 9

Tableau 3.1: Scénarios possibles pour l'état du système entier.

Scénario 1 : les seuils S_1 et S_2 ne sont pas dépassés.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Composant 1 opérationnel} \\ \text{Composant 2 opérationnel} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Système en fonctionnement.}$$

La probabilité de ce scénario est donnée comme suit :

$$\begin{aligned} PSc1(i) &= \frac{P((\tau_1 > X_i) \cap (T_{1,1} > X_{i-1}))}{P(T_{1,1} > X_{i-1})} \frac{P((\tau_2 > X_i) \cap (T_{1,2} > X_{i-1}))}{P(T_{1,2} > X_{i-1})} \\ &= \frac{(1 - G_1(X_i))(1 - G_2(X_i))}{(1 - G_1(X_{i-1}))(1 - G_2(X_{i-1}))} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Scénario 2 : le seuil S_1 est non dépassé et le niveau de dégradation de C_2 est entre S_2 et L .

$$\left. \begin{array}{l} \text{Composant 1 opérationnel} \\ \text{Composant 2 opérationnel} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Système en fonctionnement mais un peu dégradé.}$$

La probabilité d'un tel scénario est donnée comme suit :

$$\begin{aligned} PSc2(i) &= \frac{P((\tau_1 > X_i) \cap (T_{1,1} > X_{i-1}))}{P(T_{1,1} > X_{i-1})} \frac{P((\tau_2 > X_{i-1}) \cap (T_{2,2} > X_i - \tau_2) \cap (T_{1,2} > X_{i-1}))}{P(T_{1,2} > X_{i-1})} \\ &= \frac{(1 - G_1(X_i)) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_2) (1 - F_2(X_i - \tau_2)) d\tau_2 \right)}{(1 - G_1(X_{i-1}))(1 - G_2(X_{i-1}))} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Scenario 3 : Le seuil S_1 non dépassé et le niveau de dégradation de C_2 a dépassé le seuil L .

$$\left. \begin{array}{l} \text{Composant 1 opérationnel} \\ \text{Composant 2 en panne} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Système en fonctionnement mais sa dégradation est critique.}$$

Sa probabilité est donnée comme suit :

$$\begin{aligned}
 PSc3(i) &= \frac{P((\tau_1 > X_i) \cap (T_{1,1} > X_{i-1}))}{P(T_{1,2} > X_{i-1})} \frac{P((\tau_2 > X_{i-1}) \cap (T_{2,2} < X_i - \tau_2) \cap (T_{1,2} > X_{i-1}))}{P(T_{1,2} > X_{i-1})} \\
 &= \frac{(1 - G_1(X_i)) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_2) (F_2(X_i - \tau_2)) d\tau_2 \right)}{(1 - G_1(X_{i-1})) (1 - G_2(X_{i-1}))} \quad (3.3)
 \end{aligned}$$

Scénario 4 : La dégradation de C_1 est entre S_1 et L , et le seuil S_2 n'est pas dépassé par le composant C_2 .

}
}
 \Rightarrow Système en fonctionnement mais dégradé.

Sa probabilité est donnée comme suit :

$$\begin{aligned}
 PSc4(i) &= \frac{P((\tau_1 > X_{i-1}) \cap (T_{2,1} > X_i - \tau_1) \cap (T_{1,1} > X_{i-1}))}{P(T_{1,1} > X_{i-1})} \frac{P((\tau_2 > X_i) \cap (T_{1,2} > X_{i-1}))}{P(T_{1,2} > X_{i-1})} \\
 &= \frac{(1 - G_2(X_i)) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_1) (1 - F_1(X_i - \tau_1)) d\tau_1 \right)}{(1 - G_1(X_{i-1})) (1 - G_2(X_{i-1}))} \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

Scénario 5 : Les seuils S_1 et S_2 sont dépassés, mais le seuil critique L n'est pas atteint.

}
}
 \Rightarrow Système en fonctionnement mais dégradé.

sa probabilité est donnée comme suit :

$$\begin{aligned}
 PSc5(i) &= \frac{P((\tau_1 > X_{i-1}) \cap (T_{2,1} > X_i - \tau_1) \cap (T_{1,1} > X_{i-1}))}{P(T_{1,1} > X_{i-1})} \\
 &\quad \times \frac{P((\tau_2 > X_{i-1}) \cap (T_{2,2} > X_i - \tau_1) \cap (T_{1,2} > X_{i-1}))}{P(T_{1,2} > X_{i-1})} \\
 &= \frac{\left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_1) (1 - F_1(X_i - \tau_1)) d\tau_1 \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_2) (1 - F_2(X_i - \tau_2)) d\tau_2 \right)}{(1 - G_1(X_{i-1})) (1 - G_2(X_{i-1}))} \quad (3.5)
 \end{aligned}$$

Scénario 6 : le niveau de dégradation de C_1 est entre S_1 et L , le niveau de dégradation de C_2 dépasse le seuil L .

}
}
 \Rightarrow Système en fonctionnement mais trop dégradé.

La probabilité d'occurrence de ce scénario est donné comme suit :

$$\begin{aligned}
 PSc6(i) &= \frac{P((\tau_1 > X_{i-1}) \cap (T_{2,1} < X_i - \tau_1) \cap (T_{1,1} > X_{i-1}))}{P(T_{1,1} > X_{i-1})} \\
 &\quad \times \frac{P((\tau_2 > X_{i-1}) \cap (T_{2,2} < X_i - \tau_2) \cap (T_{1,2} > X_{i-1}))}{P(T_{1,2} > X_{i-1})} \\
 &= \frac{\left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_1)(1 - F_1(X_i - \tau_1))d\tau_1 \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_2)(F_2(X_i - \tau_2))d\tau_2 \right)}{(1 - G_1(X_{i-1}))(1 - G_2(X_{i-1}))} \quad (3.6)
 \end{aligned}$$

Scénario 7 : le niveau de dégradation de C_1 dépasse le seuil L , mais le seuil S_2 n'est pas dépassé par C_2 .

Composant 1 en panne
Composant 2 opérationnel } \Rightarrow Système en fonctionnement mais en état dégradé

sa probabilité s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}
 PSc7(i) &= \frac{P((\tau_1 > X_{i-1}) \cap (T_{2,1} < X_i - \tau_1) \cap (T_{1,1} > X_{i-1}))}{P(T_{1,1} > X_{i-1})} \frac{P((\tau_2 > X_i) \cap (T_{1,2} > X_{i-1}))}{P(T_{1,2} > X_{i-1})} \\
 &= \frac{(1 - G_2(X_i)) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_1)(F_1(X_i - \tau_1))d\tau_1 \right)}{(1 - G_1(X_{i-1}))(1 - G_2(X_{i-1}))} \quad (3.7)
 \end{aligned}$$

Scénario 8 : Le niveau de dégradation de C_1 dépasse L et le niveau de dégradation de C_2 est entre S_2 et L .

Composant 1 en panne
Composant 2 opérationnel } \Rightarrow System en fonctionnement mais assez dégradé.

Par conséquent, sa probabilité est donnée par :

$$\begin{aligned}
 PSc8(i) &= \frac{P((\tau_1 > X_{i-1}) \cap (T_{2,1} < X_i - \tau_1) \cap (T_{1,1} > X_{i-1}))}{P(T_{1,1} > X_{i-1})} \\
 &\quad \times \frac{P((\tau_2 > X_{i-1}) \cap (T_{2,2} > X_i - \tau_2) \cap (T_{1,2} > X_{i-1}))}{P(T_{1,2} > X_{i-1})} \\
 &= \frac{\left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_1)(F_1(X_i - \tau_1))d\tau_1 \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_2)(1 - F_2(X_i - \tau_2))d\tau_2 \right)}{(1 - G_1(X_{i-1}))(1 - G_2(X_{i-1}))} \quad (3.8)
 \end{aligned}$$

Scénario 9 : Le niveau de dégradation de C_1 et C_2 a dépassé le seuil critique L .

Composant 1 en panne
Composant 2 en panne } \Rightarrow Système en panne.

La probabilité d'occurrence d'un tel scenario est donné comme suit :

$$\begin{aligned}
 PSc9(i) &= \frac{P((\tau_1 > X_{i-1}) \cap (T_{2,1} < X_i - \tau_1) \cap (T_{1,1} > X_{i-1}))}{P(T_{1,1} > X_{i-1})} \\
 &\quad \times \frac{P((\tau_2 > X_{i-1}) \cap (T_{2,2} < X_i - \tau_2) \cap (T_{1,2} > X_{i-1}))}{P(T_{1,2} > X_{i-1})} \\
 &= \frac{\left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_1)(F_1(X_i - \tau_1))d\tau_1 \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_2)(F_2(X_i - \tau_2))d\tau_2 \right)}{(1 - G_1(X_{i-1}))(1 - G_2(X_{i-1}))} \tag{3.9}
 \end{aligned}$$

3.3 Optimisation des coûts de maintenance

Dans cette section, l'objectif est de présenter les différentes formules de coût moyen dépensé pendant un cycle de renouvellement dans chaque scénario et de déduire ensuite le coût total moyen dépensé $E(C)$. Plus précisément, la quantité $E(C)$ représente l'espérance du coût total par unité de temps exprimé comme la somme des coûts d'inspection C_I , des coûts de maintenance corrective C_c et des coûts de maintenance préventive C_p dépensés pendant un cycle de renouvellement. Une hypothèse réaliste qui peut être faite sur ces trois coûts est que : $C_I < C_p < C_c$.

Avant d'exposer les détails, notons que le cycle dans notre étude est défini comme la période de temps entre deux remplacements du système, c'est-à-dire au moment du remplacement préventif ($H8$) ou du remplacement correctif (occurrence du scénario 9). Ainsi, l'espérance de la durée du cycle de renouvellement, $E(T)$, est donnée par :

$$\begin{aligned}
 E(T) &= \sum_{i=1}^{\infty} X_i (1 - PSc1(i)) \\
 &= \Delta T \sum_{i=1}^{\infty} i (1 - PSc1(i)). \tag{3.10}
 \end{aligned}$$

Le premier scénario est le seul dans lequel le coût de l'inspection est dépensé, sa formule est donnée comme suit :

$$C_{Sc1} = CI \left(\sum_{i=1}^{\infty} PSc1(i) \right) \tag{3.11}$$

La formule suivante nous donne le coût lorsque nous intervenons par une MP sur les deux composants simultanément. C'est le cas dans les scénarios 2, 4 et 5.

$$C_{ppr} = (C_{p1} + C_{p2} + CI) \sum_{i=1}^{\infty} \left((PSc2(i) + PSc4(i) + PSc5(i)) \right) \tag{3.12}$$

Dans les scénarios 3 et 6, nous intervenons avec une maintenance préventive sur le premier composant et une maintenance corrective sur le second. Ceci donne la formule ci-dessous.

$$C_{prcr} = (C_{p_1} + C_{c_2} + CI) \sum_{i=1}^{\infty} \left((PSc3(i) + PSc6(i)) \right) \quad (3.13)$$

Pour les scénarios 7 et 8, une action de maintenance corrective est effectuée sur le premier composant et une action de maintenance préventive sur le second composant. Ce qui génère le coût donné par la formule 3.14

$$C_{crpr} = (C_{c_1} + C_{p_2} + CI) \sum_{i=1}^{\infty} \left((PSc7(i) + PSc8(i)) \right) \quad (3.14)$$

Pour le neuvième scénario où le deux composants sont en panne, le coût à dépenser est donné comme suit.

$$C_{crer} = (C_{c_1} + C_{c_2} + CI + C_d) \sum_{i=1}^{\infty} PSc9(i) \quad (3.15)$$

En se basant sur les formules (3.11)-(3.15) le coût total moyen peut être donné comme suit :

$$E(AC) = \frac{\left\{ \begin{array}{l} CI \left(\sum_{i=1}^{\infty} PSc1(i) \right) \\ + (C_{p_1} + C_{p_2} + CI) \sum_{i=1}^{\infty} ((PSc2(i) + PSc4(i) + PSc5(i))) \\ + (C_{p_1} + C_{c_2} + CI) \sum_{i=1}^{\infty} ((PSc3(i) + PSc6(i))) \\ + (C_{c_1} + C_{p_2} + CI) \sum_{i=1}^{\infty} ((PSc7(i) + PSc8(i))) \\ + (C_{c_1} + C_{c_2} + CI + C_d) \sum_{i=1}^{\infty} PSc9(i) \end{array} \right\}}{\sum_{i=1}^{\infty} \left(X_i \prod_{j=1}^{i-1} (1 - PSc1(j)) \right)} \quad (3.16)$$

Donc, l'intervalle d'inspection optimal, noté ΔT_{opt} , est obtenu par :

$$\Delta T_{opt} = \underset{\Delta T}{\operatorname{argmin}} E(AC) \quad (3.17)$$

3.3.1 Procédure de résolution

En raison de la complexité de l'expression de la formule de $E(AC)$ donnée par l'équation 3.16, il est très difficile de la traiter analytiquement puisqu'elle est composée des sommes et des produits. Ce qui rend inévitable le recours aux méthodes numériques (méthodes heuristiques). C'est la raison pour laquelle, dans l'application numérique présentée dans ce chapitre, pour obtenir l'intervalle

d'inspection optimal nous avons utilisé la fonction prédéfinie dans Matlab "fminbnd" qui se base sur l'algorithme "trust-region-reflective (default)". Un algorithme trust-region-reflective est un algorithme d'optimisation différentiable conçu pour minimiser une fonction réelle définie sur un espace euclidien. L'algorithme est itératif et procède donc par améliorations successives. Au point actuel, l'algorithme effectue un déplacement qui est obtenu en minimisant un modèle simple de la fonction (par exemple, quadratique) sur une région de confiance. Le rayon de confiance est ajusté de manière à ce que la fonction diminue suffisamment à chaque itération, mais reste suffisamment petite pour que le modèle simple reste valide de manière acceptable. Pour plus de détails sur cet algorithme, on peut se référer au travail de Yuan [97].

Algorithme de résolution Les étapes suivantes décrivent l'algorithme de calcul de l'intervalle d'inspection optimal et le calcul du minimum de $E(AC)$.

Étape 1 : Entrer les paramètres de distribution des deux composants $(\alpha_{(g_j)}, \beta_{(g_j)}), (\alpha_{(f_j)}, \beta_{(f_j)})$ et définir les différents coûts de maintenance $C_I, C_d, C_{(p_1)}, C_{(p_2)}, C_{(c_1)}$ et $C_{(c_2)}$.

Étape 2 : Calculer les probabilités des scénarios $PSc1 - PSc9$ par les équations (3.1) à (3.9).

Étape 3 : Trouver le ΔT_{opt} minimisant $E(AC)$ en résolvant l'équation (3.17).

Étape 4 : Calculer $E(C)$ et $E(T)$ par les équations (3.16) et (3.10) avec ΔT_{opt} trouvé à l'étape 3.

Étape 5 : Donner $\Delta T_{opt}, E(C)_{opt}, E(T)_{opt}$ et $E(AC)_{opt}$.

3.3.2 Quelques considérations sur la solution optimale

Dans cette section, l'objectif est de mettre en évidence l'effet de la longueur de l'intervalle d'inspection ΔT sur les caractéristiques économiques du modèle. Plus précisément, nous nous intéressons à l'effet de ΔT sur le $E(AC)$ dépensé pendant un cycle de renouvellement. Pour l'application numérique, dans tous les exemples que nous allons considérer, nous supposons que la dégradation des deux composants suit une loi de Weibull de paramètres $(\alpha_{g_j}, \beta_{g_j})$ avec une fonction de densité de probabilité définie par :

$$g_j(t) = \left(\frac{\beta_{g_j}}{\alpha_{g_j}} \right) \left(\frac{t}{\alpha_{g_j}} \right)^{(\beta_{g_j}-1)} e^{-\left(\frac{t}{\alpha_{g_j}} \right)^{\beta_{g_j}}}, \quad t > 0 \quad (3.18)$$

lorsque le seuil d'alarme n'est pas dépassé et suit la loi de Weibull de paramètres $(\alpha_{f_j}, \beta_{f_j})$ avec une fonction de densité de probabilité définie par :

$$f_j(t) = \left(\frac{\beta_{f_j}}{\alpha_{f_j}} \right) \left(\frac{t}{\alpha_{f_j}} \right)^{(\beta_{f_j}-1)} e^{-\left(\frac{t}{\alpha_{f_j}} \right)^{\beta_{f_j}}} \quad (3.19)$$

lorsque le seuil d'alarme est dépassé. En outre, nous fixons $C_I = 1, C_{p_1} = 5, C_{p_2} = 6, C_{c_1} = 50, C_{c_2} = 60$ et $C_d = 20$. Les figures 3.2 et 3.3 illustrent les résultats obtenus dans le cas où les paramètres des lois de Weibull sont fixés comme suit :

	Composant C_1		Composant C_2	
	$(\alpha_{g_1}; \beta_{g_1})$	$(\alpha_{f_1}; \beta_{f_1})$	$(\alpha_{g_2}; \beta_{g_2})$	$(\alpha_{f_2}; \beta_{f_2})$
Exemple 1	(5.5; 1)	(5.5; 1.5)	(5; 1.5)	(5; 2)
Exemple 2	(5.5; 2)	(5.5; 2.5)	(5; 2)	(5; 3)
Exemple 3	(5.5; 3)	(5.5; 3.5)	(5; 2.5)	(5; 4)
Exemple 4	(5.5; 4)	(5.5; 4.5)	(5; 3)	(5; 5)
Exemple 5	(4.5; 2)	(4; 2)	(5; 3)	(4.5; 3)
Exemple 6	(5.5; 2)	(5; 2)	(6; 3)	(5.5; 3)
Exemple 7	(6.5; 2)	(6; 2)	(7; 3)	(6.5; 3)
Exemple 8	(7.5; 2)	(7; 2)	(8; 3)	(7.5; 3)

Tableau 3.2: Paramètres de la loi Weibull

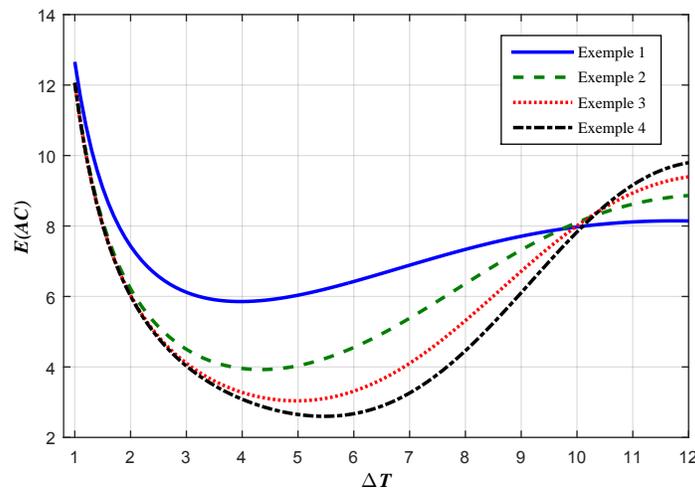


FIGURE 3.2 – Variation de $E(AC)$ en fonction de ΔT (cas de variation de paramètre de forme β)

D'après les Figures 3.2 et 3.3 on peut noter que :

- Le coût total moyen $E(AC)$ est une fonction décroissante pour les petites valeurs de ΔT jusqu'à une certaine valeur de sorte qu'elle devient une fonction croissante au-delà de cette valeur et ce en cas de variation des deux paramètres à savoir α et β sur le coût total (voir figures 3.2 et 3.3). Le point de changement de l'évolution de la fonction $E(AC)$ correspond à la longueur de l'intervalle d'inspection optimal.
- Les courbes de coût total moyen obtenues dans les différents exemples considérés sont convexes (voir figures 3.2 et 3.3) ce qui signifie que l'équation (3.17) admet une solution. Ce fait nous confirme que la solution existe et semble être optimale.

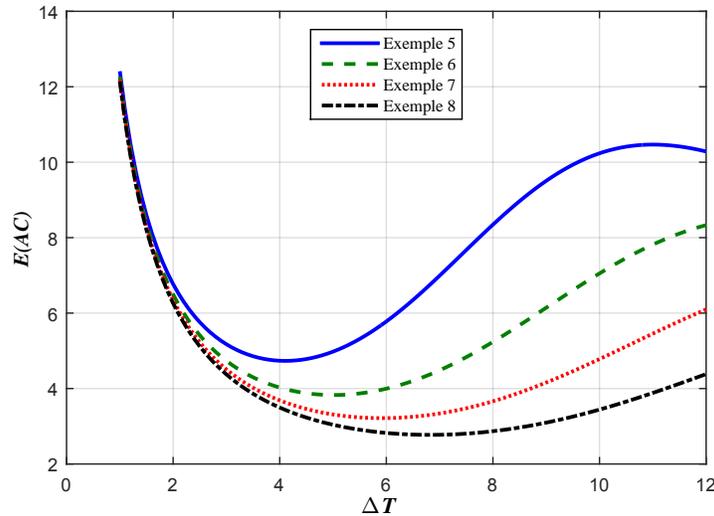


FIGURE 3.3 – Variation de $E(AC)$ en fonction de ΔT (cas de variation de paramètre d'échelle α)

3.4 Analyse de sensibilité

Dans cette section, afin d'analyser les effets des paramètres du modèle sur la stratégie de maintenance optimale, nous effectuons une analyse de sensibilité. Pour cela, nous supposons que la dégradation des deux composants suit une loi de Weibull de paramètres $(\alpha_{(g_j)}, \beta_{(g_j)})$

Nous considérons les trois situations suivantes :

- Influence des coûts d'inspection sur la politique optimale.
- Influence des coûts de maintenance préventive sur la politique optimale.
- Influence des coûts de maintenance corrective sur la politique optimale.

Composant	$(\alpha_{g_j}, \beta_{g_j})$	$(\alpha_{f_j}, \beta_{f_j})$	C_I	C_{p_j}	C_{c_j}	C_d
C_1	(550, 3)	(350, 2)	100	600	5000	200
C_2	(500, 3.5)	(300; 2.5)	100	500	6000	200

Tableau 3.3: Coûts et paramètres de distribution.

3.4.1 Influence des coûts d'inspection C_I sur la politique optimale

considérons C_1 et C_2 sont identiques et nous fixons $(\alpha_{g_1}; \beta_{g_1}) = (400; 2)$, $(\alpha_{f_1}; \beta_{f_1}) = (300; 3)$, $C_{c_1} = C_{c_2} = 5000$, $C_{p_1} = C_{p_2} = 500$ et $C_d = 200$. En outre, nous faisons varier le coût d'inspection comme indiqué dans la première colonne du tableau 3.4. Les résultats numériques obtenus dans ce cas sont classés dans le tableau 3.4.

C_I	ΔT_{opt}	C_{opt}	$E(T)$	$E(AC)$
100	108.8	9309	3329	2.7962
120	110.7	9711	3414	2.8446
140	109.5	9717	3361	2.8917
160	112	10238	3485	2.9377
180	112	10385	3480	2.9842
200	114	10794	3564	3.0286
220	118	11532	3751	3.0744
240	117	11556	3707	3.1173

Tableau 3.4: Influence du coût d'inspection C_I sur la politique optimale (composants identiques).

Dans le deuxième cas nous supposons que les deux composant sont non identiques et nous considérons que les paramètres de la loi weibull sont comme suit : $(\alpha_{g_1}, \beta_{g_1}) = (550, 3)$, $(\alpha_{f_1}, \beta_{f_1}) = (350, 2)$, $(\alpha_{g_2}, \beta_{g_2}) = (500, 3.5)$, $(\alpha_{f_2}, \beta_{f_2}) = (300, 2.5)$. Lorsque les différents coûts sont fixés comme suit : $C_{p_1} = 500$, $C_{p_2} = 600$, $C_{c_1} = 5000$, $C_{c_2} = 6000$ et $C_d = 200$, nous obtenons les résultats classés dans le tableau 3.5.

C_I	ΔT_{opt}	C_{opt}	$E(T)$	$E(AC)$
100	174	11403	5977	1.9078
120	175	11690	6044	1.9341
140	176	11865	6051	1.9608
160	179	12292	6188	1.9864
180	178	12382	6153	2.0124
200	181	12752	6257	2.0380
220	182	13030	6315	2.0633
240	183	13269	6354	2.0883

Tableau 3.5: Influence du coût d'inspection C_I sur la politique optimale.

3.4.2 Influence du coût préventif C_p sur la politique optimale.

considérons que C_1 et C_2 sont différents et fixons les paramètres de la loi Weibull comme suit $(\alpha_{g_1}; \beta_{g_1}) = (550; 3)$, $(\alpha_{f_1}; \beta_{f_1}) = (350; 2)$, $(\alpha_{g_2}; \beta_{g_2}) = (500; 3.5)$, $(\alpha_{f_2}; \beta_{f_2}) = (300; 2.5)$. Si nous prenons $C_{c_1} = 5000$, $C_{c_2} = 6000$, $C_I = 100$ et $C_d = 200$ nous obtenons les résultats présentés dans le tableau 3.6.

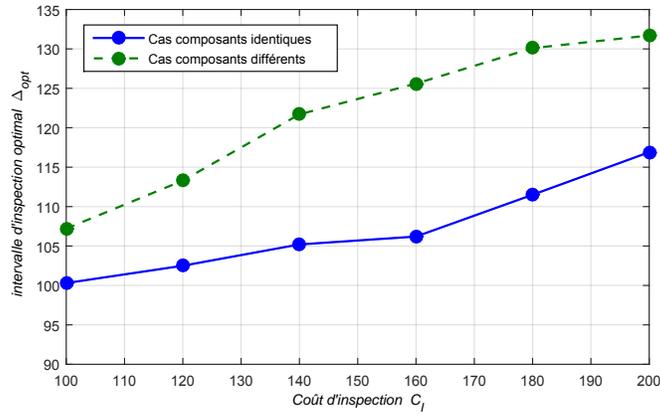


FIGURE 3.4 – Influence des coûts d'inspection C_I sur ΔT

C_{p1}	C_{p2}	ΔT_{opt}	C_{opt}	$E(T)$	$E(AC)$
300	400	151	7314.2	5097	1.4350
500	600	174	11403	5977	1.9078
700	800	193	15627	6719	2.3258
900	1000	216	20477	7593	2.6968
1100	1200	235	24567	8322	2.9521
1300	1400	239	26161	8451	3.0956
1500	1600	239	28645	8451	3.3895
1700	1800	235	32380	8322	3.8909

Tableau 3.6: Influence de coût préventif C_p sur la politique optimale.

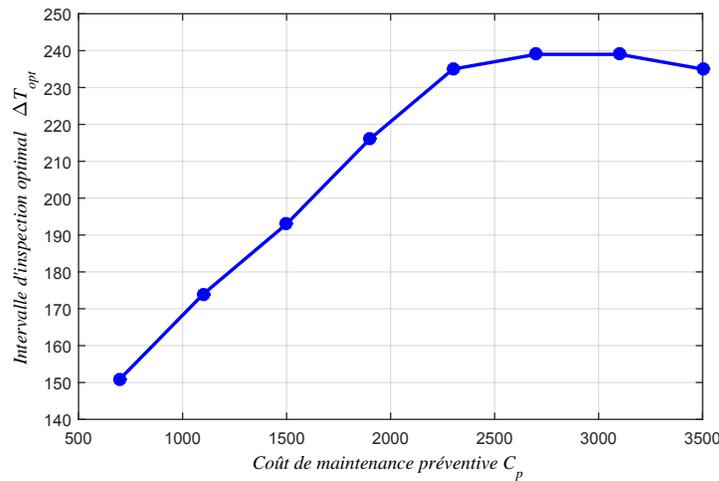


FIGURE 3.5 – Influence des coûts de maintenance préventive C_p sur ΔT

3.4.3 Influence de coût correctif C_c sur la politique optimale.

Dans cette partie nous étudions l'influence de coûts de la maintenance corrective sur la politique optimale. pour cela nous variions C_c de 1000 à 8000 et nous gardons les autres paramètres comme indiqué dans le tableau 3.7

C_{c_1}	C_{c_2}	ΔT_{opt}	C_{opt}	$E(T)$	$E(AC)$
1000	2000	262	11307	9313	1.2141
2000	3000	235	12237	8322	1.4704
3000	4000	206	12079	7202	1.6772
4000	5000	186	11669	6466	1.8047
5000	6000	174	11403	5977	1.9078
6000	7000	162	11016	5520	1.9957
7000	8000	156	10905	5263	2.0720
8000	9000	149	10675	4978	2.1444

Tableau 3.7: Influence de coût correctif C_c sur la politique optimale.

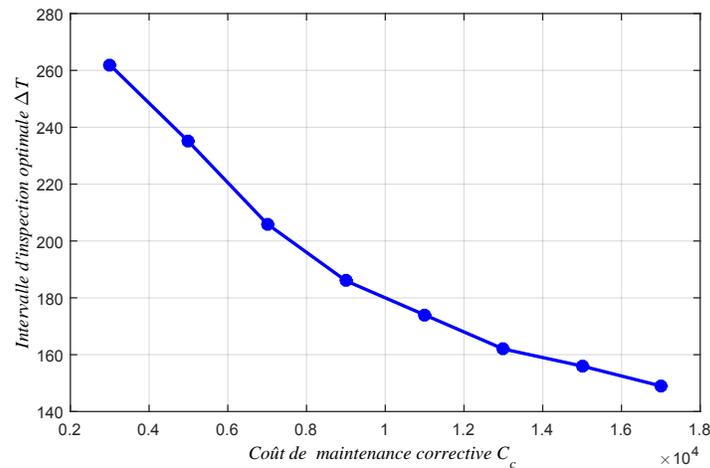


FIGURE 3.6 – Influence des coûts de maintenance corrective C_c sur ΔT

3.4.4 Discussion des résultats

D'après les résultats obtenus, nous constatons que les différents coûts de maintenance ont une influence sur la politique optimale. Les tableaux 3.4 et 3.5 montrent l'influence des coûts d'inspection C_I sur la politique optimale pour les deux composants identiques et non identiques respectivement. La figure 3.4 représente l'évolution des intervalles d'inspection en fonction des coûts d'inspection. La figure 3.4 montre que l'intervalle d'inspection augmente avec les mêmes proportions pour les deux cas.

Le tableau 3.6 montre que les coûts C_{p_1} et C_{p_2} ont une influence sur la politique optimale. La figure 3.5 nous permet de conclure que l'intervalle d'inspection est très sensible pour les coûts C_p inférieurs à 2300 puisqu'il augmente rapidement. Alors que pour les valeurs de C_p supérieures à 2300, le ΔT_{opt} tend vers une valeur asymptotique.

Dans le tableau 3.7, l'influence du coût correctif C_c sur la politique optimale est présentée. La figure 3.6 montre l'évolution des intervalles d'inspection ΔT_{opt} en fonction des coûts correctifs C_c . Nous voyons que le ΔT_{opt} diminue rapidement avec l'augmentation de C_c . Cela peut s'expliquer par le fait que la panne entraîne une perte économique considérable, de sorte que la réduction de l'intervalle d'inspection devient plus économique.

Enfin, à partir des résultats obtenus, nous constatons que l'intervalle d'inspection optimal est globalement sensible aux trois coûts de maintenance C_c , C_p et C_I mais nous pouvons noter qu'il est plus sensible aux coûts préventifs et correctifs qu'à celui de l'inspection.

3.4.5 Étude comparative entre un système avec dégradation et un système sans dégradation.

Dans cette partie, nous avons pour objectif d'étudier la différence entre deux systèmes : le premier est soumis à une dégradation et le second est sans dégradation. Plus exactement, nous étudions le comportement de fiabilité et la variation de $E(AC)$ en fonction de ΔT pour ces systèmes. Pour cela nous considérons les coûts suivants $C_I = 1, C_{p_1} = 5, C_{p_2} = 6, C_{c_1} = 50, C_{c_2} = 60$ et $C_d = 20$ et nous supposons que la dégradation des deux composants suit une loi Weibull avec les paramètres indiqués dans le tableau 3.8.

	Composant C_1		Composant C_2	
	$(\alpha_{g_1}; \beta_{g_1})$	$(\alpha_{f_1}; \beta_{f_1})$	$(\alpha_{g_2}; \beta_{g_2})$	$(\alpha_{f_2}; \beta_{f_2})$
Système avec dégradation	(5,2.5)	(4.5,2.5)	(6,3)	(5.5,3)
Système sans dégradation	(5,2.5)		(6,3)	

Tableau 3.8: Paramètres de la loi de Weibull

Selon les résultats obtenus (figure 3.7 et 3.8), nous montrons que la différence est très apparente. La figure 3.7 montre que la courbe de fiabilité du système avec dégradation est très différente de celle sans dégradation. Lorsque la dégradation existe, la fiabilité du système diminue rapidement. Par conséquent, il est nécessaire de prendre en compte la dégradation dans la modélisation du système.

En ce qui concerne la variation de $E(AC)$ en fonction de ΔT (figure 3.8), on peut voir que $E(AC)$ pour de petites valeurs de ΔT est considérable pour les deux systèmes ; ceci est dû aux coûts d'inspection cumulés. Ensuite, $E(AC)$ diminue jusqu'à une certaine valeur de ΔT puis il commence

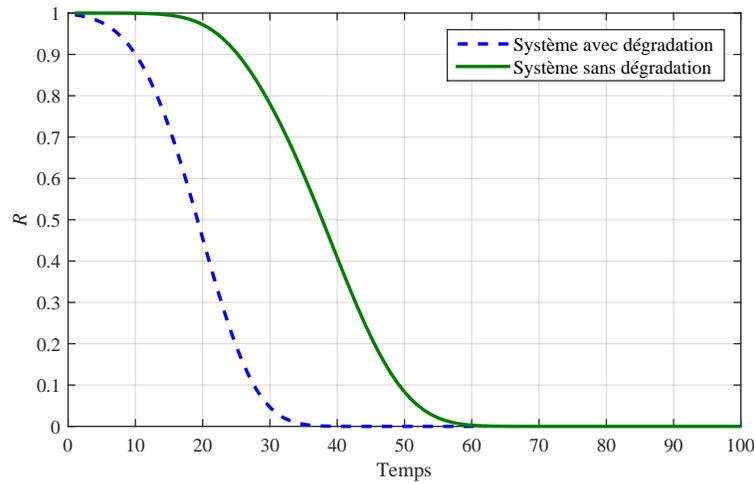


FIGURE 3.7 – Fiabilité d’un système avec dégradation et un système sans dégradation

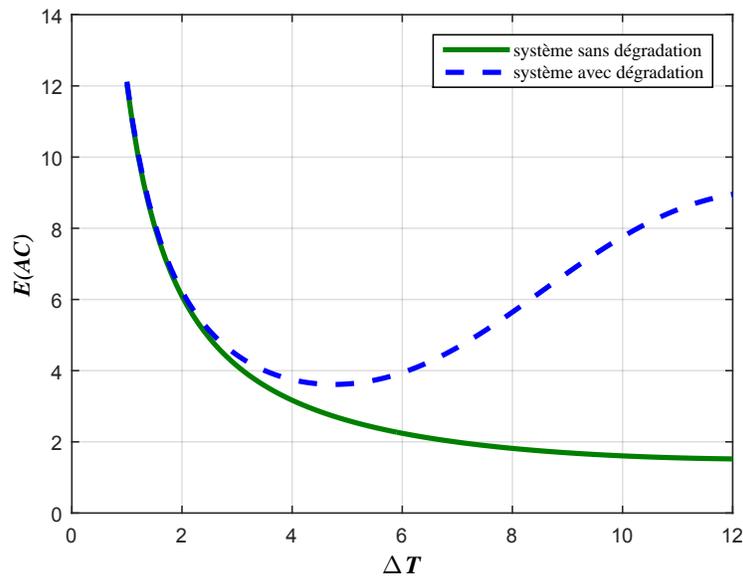


FIGURE 3.8 – Variation de $E(AC)$ en fonction de ΔT pour les deux systèmes

à augmenter pour le système avec dégradation. Alors que pour le système sans dégradation, nous remarquons que $E(AC)$ continue de diminuer avec l’augmentation de ΔT . Cela peut s’expliquer par le fait que les coûts d’inspection sont plus élevés pour le système avec dégradation que pour le système sans dégradation. Cela peut s’expliquer par le fait que dans le système avec dégradation, la probabilité de dépasser le seuil est élevée. Par conséquent, l’utilisateur doit effectuer des actions de *PM* ou/et *CM* qui génèrent des coûts supplémentaires. Cependant, pour un système sans dégradation, nous n’avons pas à effectuer d’actions de *PM* ou de *CM*.

Pour le système sans dégradation, l’optimum tend vers l’infini. Ce qui peut être interprété qu’il vaut mieux faire du correctif, le préventif n’est pas justifié économiquement

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la modélisation d'un système parallèle à deux composants soumis à une dégradation continue où l'état exact de ce dernier est révélé par des inspections effectuées périodiquement sur le système. Le modèle mathématique établi dans ce travail permet de déterminer l'intervalle d'inspection optimal qui minimise le coût total moyen de maintenance sur un cycle de renouvellement.

Les résultats obtenus soulignent l'importance de l'optimisation de l'intervalle d'inspection pour la définition d'une politique de maintenance plus efficace et plus économique. En effet, l'application numérique présentée dans ce chapitre met en évidence l'impact des coûts associés aux actions d'inspection et aux maintenances sur la durée de l'intervalle d'inspection optimal ainsi que sur le coût global moyen optimal et la durée du cycle de renouvellement.

Analyse des performances de la politique d'inspection et de remplacement

Sommaire

4.1	Introduction	54
4.2	Description du système	54
4.3	Politique 1	57
4.4	Politique 2	60
4.5	Politique 3	62
4.6	Procédure de simulation	65
4.6.1	Exemple Numérique	65
4.7	Etude Comparative	67
4.7.1	Influence des seuils S_{op} , S_j et L sur l'intervalle d'inspection optimale et le coût moyen	67
4.7.2	Variation des coûts d'inspection C_I	68
4.7.3	Variation des coûts préventifs C_p	69
4.7.4	Variation des coûts correctifs C_c	70
4.7.5	Variation de coût d'indisponibilité C_D	71
4.8	Conclusion	72

4.1 Introduction

Dans le présent chapitre nous allons présenter une étude comparative entre trois politiques d'inspection et de remplacement. Le type de dégradation considéré est une dégradation continue qui suit un processus Gamma. A base des actions d'inspection périodique effectuée sur le système et avec deux seuils de remplacement, une décision sur l'action de maintenance sera prise.

Le présent chapitre est organisé de la manière suivante. La section 4.2 est consacrée à la description de système ainsi le modèle de dégradation qui suit. Dans les sections 4.3 à 4.5 nous présentons le processus de décision des stratégies de maintenance conditionnelle proposées. Dans le cadre introduit, nous présentons trois règles de décision de maintenance. Puis nous construisons le modèle de coût de chaque politique. Dans les sections 4.6 et 4.7 une application numérique est réalisée afin d'illustrer le comportement de chaque politique envers les différents paramètres considérés. De plus une étude comparative entre ces politiques est faite.

4.2 Description du système

Considérons un système avec deux composants indépendants C_1 et C_2 connectés en parallèle et soumis à une dégradation continue dans le temps. La dégradation des deux composants est distribuée suivant le processus Gamma avec le paramètre d'échelle α et le paramètre de forme β (Le processus Gamma est présenté dans le chapitre 1).

A un instant t donné, le composant j peut se trouver dans l'une des trois situations suivantes :

- État normal, sa dégradation est inférieure au seuil d'alarme S_j .
- État dégradé, sa dégradation est comprise entre le seuil d'alarme S_j et le seuil critique L .
- En panne, sa dégradation a dépassé le seuil critique L .

Hypothèses :

Le modèle de maintenance proposé prend en compte les hypothèses suivantes :

- H1.** Les actions d'inspection sont considérées comme parfaites, c'est-à-dire que l'inspection révèle le niveau réel de dégradation du système.
- H2.** Les actions d'inspection sont périodiques avec une durée $\Delta T = X_{i+1} - X_i$ pour $i = 1, 2, \dots$
- H3.** Les actions de maintenance préventive et corrective sont considérées comme parfaites et leurs durées sont négligeables.
- H4.** Les composants du système sont indépendants, c'est-à-dire que la défaillance d'un composant n'affecte pas le processus de dégradation de l'autre composant.

- H5.** Le système fonctionne avec des performances inférieures lorsque la dégradation des composants dépasse les seuils d'alarme S_j .
- H6.** Après inspection, une maintenance préventive est effectuée si la dégradation du composant est comprise entre le seuil d'alarme S_j et le seuil critique de dégradation L . En revanche, si le seuil critique L est dépassé, une maintenance corrective sera effectuée.
- H7.** La panne du système ne se produit que lorsque le niveau de dégradation des deux composants franchit le seuil critique L .

La figure 4.1 représente les trois situations possibles dans lesquelles un composant peut se trouver à la i ème action d'inspection X_i . Selon ces hypothèses et selon les états des composants du système, après une inspection donnée, l'état du système peut appartenir à l'un des neuf scénarios (c'est-à-dire $3^2 = 9$) donnés dans le tableau 4.1. Les actions de maintenance à effectuer dans chaque scénario sont également données dans le tableau 4.1.

N°	Scénario	état de Système	Politique 1	Politique 2
1	S_1 et S_2 non dépassés	Opérationnel	Aucune action de maintenance.	Aucune action de maintenance.
2	S_1 non dépassé, S_2 est dépassé	Dégradé	MP pour C_1 et C_2	MP pour C_2
3	S_1 non dépassé, mais L est dépassé par C_2 .	Dégradé	MC pour C_2 et une MP pour C_1	MC pour C_2
4	S_1 dépassé, S_2 is non dépassé.	Opérationnel	MP pour C_1 et C_2	MP pour C_1
5	Les seuils S_1 et S_2 sont dépassés.	Dégradé	MP pour C_1 et C_2	MP pour C_1 et C_2 .
6	S_1 dépassé et L dépassé par C_2 .	Dégradé	MP pour C_1 et MC pour C_2 .	MP pour C_1 , MC pour C_2 .
7	L dépassé C_1 mais S_2 n'est pas dépassé.	Dégradé	MC in C_1 and MP in C_2 .	MC pour C_1 et C_2 .
8	L dépassé par C_1 et S_2 est dépassé.	trop Dégradé	MC pour C_1 et MP pour C_2 .	MC pour C_1 MP pour C_2 .
9	L dépassé par C_1 et C_2 .	Panne	MC pour les deux composants	MC pour les deux composants

Tableau 4.1: Scénarios possibles à la i ème inspection X_i

La probabilité que le composant j soit dans le premier état à X_i , sachant qu'il a fonctionné sans défaillance jusqu'à X_{i-1} peut s'écrire comme suit :

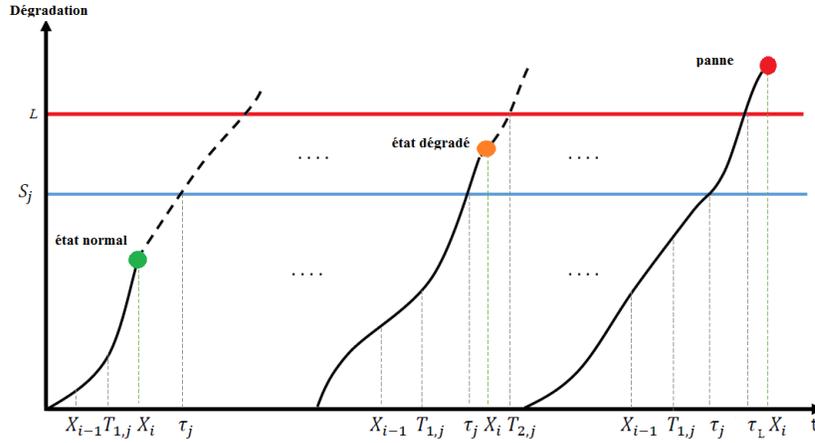


FIGURE 4.1 – Situations possibles pour un composant

$$P(\text{état 1}) = P((\tau_j > X_i) \cap (T_{1,j} > X_{i-1})) = 1 - G_j(X_i) \quad (4.1)$$

Les probabilités d'occurrence du deuxième et du troisième état sont données par :

$$\begin{aligned} P(\text{état 2}) &= P((\tau_j > X_{i-1}) \cap (T_{2,j} > X_i - \tau_j) \cap (T_{1,j} > X_{i-1})) \\ &= \int_{X_{i-1}}^{X_i} g_j(\tau_j)(1 - G_j(X_i - \tau_j))d\tau_j \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} P(\text{état 3}) &= P((\tau_j > X_{i-1}) \cap (T_{2,j} < X_i - \tau_j) \cap (T_{1,j} > X_{i-1})) \\ &= \int_{X_{i-1}}^{X_i} g_j(\tau_j)(G_j(X_i - \tau_j))d\tau_j \end{aligned} \quad (4.3)$$

où

τ_j est le temps au bout duquel le seuil d'alarme S_j est dépassé. $T_{1,j}$ est la variable aléatoire associée au temps résiduel avant le dépassement du seuil S_j , $T_{2,j}$ est une variable aléatoire associée au temps résiduel après que le seuil S_j soit franchi jusqu'à la défaillance du composant j .

Étant donné que les deux composants sont indépendants, et selon les équations (4.1-4.3), les probabilités d'occurrence des neuf scénarios à la i ème inspection peuvent être exprimées comme suit :

$$PSc1(i) = (1 - G_1(X_i))(1 - G_2(X_i)) \quad (4.4)$$

$$PSc2(i) = (1 - G_1(X_i)) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_2)(1 - G_2(X_i - \tau_2))d\tau_2 \right) \quad (4.5)$$

$$PSc3(i) = (1 - G_1(X_i)) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_L)(G_2(X_i - \tau_L))d\tau_L \right) \quad (4.6)$$

$$PSc4(i) = (1 - G_2(X_i)) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_1)(1 - G_1(X_i - \tau_1))d\tau_1 \right) \quad (4.7)$$

$$PSc5(i) = \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_1)(1 - G_1(X_i - \tau_1))d\tau_1 \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_2)(1 - G_2(X_i - \tau_2))d\tau_2 \right) \quad (4.8)$$

$$PSc6(i) = \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_1)(1 - G_1(X_i - \tau_1))d\tau_1 \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_L)(G_2(X_i - \tau_L))d\tau_L \right) \quad (4.9)$$

$$PSc7(i) = \left(1 - G_2(X_i) \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_L)(G_1(X_i - \tau_L))d\tau_L \right) \quad (4.10)$$

$$PSc8(i) = \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_L)(G_1(X_i - \tau_L))d\tau_L \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_2)(1 - G_2(X_i - \tau_2))d\tau_2 \right) \quad (4.11)$$

$$PSc9(i) = \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_L)(G_1(X_i - \tau_L))d\tau_L \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_L)(G_2(X_i - \tau_L))d\tau_L \right) \quad (4.12)$$

Exemple : Dans cet exemple nous essayons de montrer la variation des probabilités des neuf scénarios dans le temps, considérons que la dégradation des deux composants est distribuée suivant un processus Gamma avec les paramètres. $(\alpha_{c_1}, \beta_{c_1}) = (3, 5), (\alpha_{c_2}, \beta_{c_2}) = (3.5, 5.5)$.

Dans un premier temps nous présentons un exemple de simulation de processus de dégradation (voir figure 4.2) pour un seul composant.

Les probabilités des neuf scénarios pour les paramètres considérés sont représentées dans la figure 4.3.

La figure 4.3 montre qu'au début, le scénario 1 est le plus probable car la dégradation du système est insignifiante. Ensuite, les autres scénarios apparaissent avec l'augmentation de la dégradation du système. A la fin, seul le dernier scénario se produit, qui correspond à la panne du système.

4.3 Politique 1

En plus des hypothèses considérées précédemment, on suppose dans cette politique que si le seuil de dégradation préventif ou correctif est dépassé pour un composant, les tâches de maintenance (c'est-à-dire le remplacement) seront effectuées sur les deux composants. En d'autres termes, si les

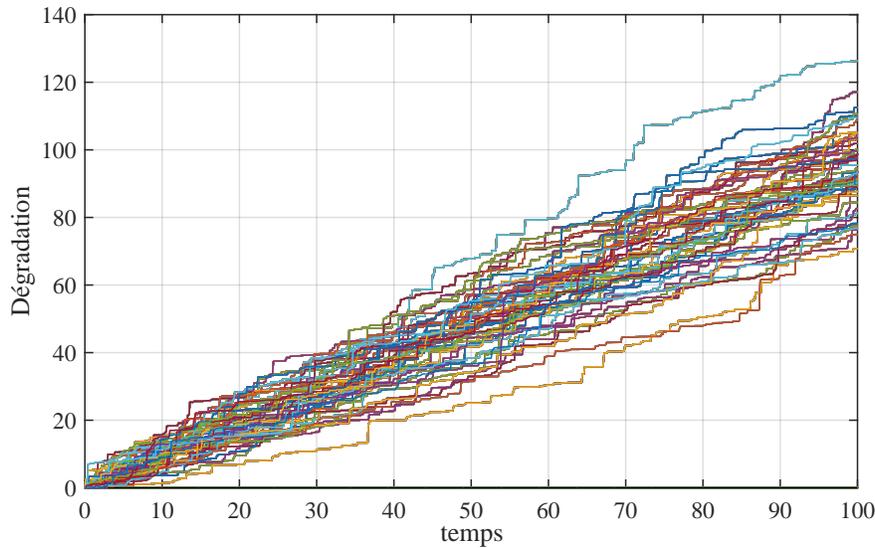


FIGURE 4.2 – Exemple de 50 simulations d'un processus Gamma ($\alpha = 3, \beta = 5$)

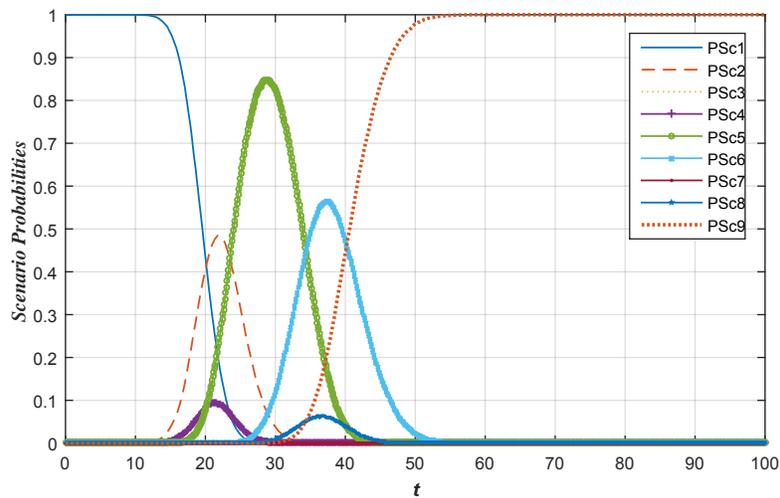


FIGURE 4.3 – Variation des probabilités des différents scenarios

seuils de dégradation sont dépassés pour un composant, l'ensemble du système sera remplacé quel que soit l'état de l'autre composant.

De plus, nous supposons que lorsque la maintenance préventive ou corrective est effectuée sur un composant donné, le second est également maintenu préventivement afin de réinitialiser son niveau de dégradation même si son état de dégradation n'a pas dépassé le seuil d'alarme S_j . Comme nous travaillons sur les deux composants simultanément, il arrive que nous rencontrions des scénarios identiques concernant le coût à dépenser. L'équation des différents coûts possibles dans cette politique peut alors s'écrire comme suit. Dans le premier scénario, seul le coût d'inspec-

tion sera dépensé (c'est-à-dire que la dégradation des composants est sous S_j). Le coût attendu correspondant à ce cas est donné comme suit :

$$C_{Sc1} = CI \left(\sum_{i=1}^{\infty} PSc1(i) \right). \quad (4.13)$$

Dans les scénarios 2, 4 et 5, les deux composants font l'objet d'une maintenance préventive, ce qui peut donner lieu à la formulation suivante des coûts :

$$C_{prpr} = (C_{p1} + C_{p2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} \left((PSc2(i) + PSc4(i) + PSc5(i)) \right). \quad (4.14)$$

Dans les scénario 3 et 6, la MP est exécutée sur le premier composant et une MC sur le second. Cela nous donne la formule suivante.

$$C_{prcr} = (C_{p1} + C_{c2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} \left((PSc3(i) + PSc6(i)) \right). \quad (4.15)$$

En ce qui concerne les scénarios 7 et 8, CM est effectuée sur le premier composant et PM est effectué sur le second composant. Ce qui génère les coûts suivants.

$$C_{crpr} = (C_{c1} + C_{p2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} \left((PSc7(i) + PSc8(i)) \right). \quad (4.16)$$

Finalement dans le scénario 9 les deux composants sont remplacés correctivement. Le coût correspondant est formulé comme suit :

$$C_{crer} = \left(C_{c1} + C_{c2} + C_{com} + CI + C_D(i\Delta T - \tau_L) \right) \sum_{i=1}^{\infty} PSc9(i). \quad (4.17)$$

Selon la présente politique, on peut remarquer que le système est remplacé pour tous les scénarios sauf le premier. Ainsi, le cycle de renouvellement moyen attendu du système peut être formulé comme suit :

$$\begin{aligned} E(T) &= \sum_{i=1}^{\infty} X_i (1 - PSc1(i)) \\ &= \Delta T \sum_{i=1}^{\infty} i (1 - PSc1(i)). \end{aligned} \quad (4.18)$$

Sachant que le coût total moyen $E(C)$ correspond à la somme des coûts définis dans les équations (4.13 - 4.17), le coût total moyen par unité de temps $E(AC)$ s'écrit comme suit.

$$E(AC) = \frac{\left(\begin{array}{l} CI \left(\sum_{i=1}^{\infty} PSc1(i) \right) \\ + (C_{p1} + C_{p2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} ((PSc2(i) + PSc4(i) + PSc5(i))) \\ + (C_{p1} + C_{c2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} ((PSc3(i) + PSc6(i))) \\ + (C_{c1} + C_{p2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} ((PSc7(i) + PSc8(i))) \\ + \left(C_{c1} + C_{c2} + CI + C_{com} + C_D(i\Delta T - \tau_L) \right) \sum_{i=1}^{\infty} PSc9(i) \end{array} \right)}{\Delta T \sum_{i=1}^{\infty} i (1 - PSc1(i))} \quad (4.19)$$

4.4 Politique 2

Dans la deuxième politique, les tâches de maintenance (c'est-à-dire MP ou MC) ne sont effectuées que sur le composant dont la dégradation dépasse le seuil d'alarme S ou le seuil critique L respectivement. Par conséquent, le coût de maintenance moyen doit être estimé pour chaque scénario.

Pour le premier scénario, seul le coût d'inspection doit être dépensé. Ainsi, le coût de maintenance attendu correspondant s'écrit comme suit :

$$C_{Sc1} = CI \sum_{i=1}^{\infty} PSc1(i). \quad (4.20)$$

Dans le second scénario, en plus du coût d'inspection CI , un coût préventif C_{p2} dû au PM sur C_2 sera dépensé. Par conséquent, le coût de maintenance attendu correspondant est donné par :

$$C_{Sc2} = (C_{p2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc2(i). \quad (4.21)$$

De même, le reste des coûts de maintenance moyen correspondant aux S_{C3-9} (tableau 4.1) peuvent s'écrire comme suit :

$$C_{Sc3} = (C_{c2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc3(i). \quad (4.22)$$

$$C_{Sc4} = (C_{p1} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc4(i). \quad (4.23)$$

$$C_{Sc5} = (C_{p1} + C_{p2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc5(i). \quad (4.24)$$

$$C_{Sc6} = (C_{p_1} + C_{c_2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc6(i). \quad (4.25)$$

$$C_{Sc7} = (C_{c_1} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc7(i). \quad (4.26)$$

$$C_{Sc8} = (C_{c_1} + C_{p_2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc8(i). \quad (4.27)$$

$$C_{Sc9} = \left(C_{c_1} + C_{c_2} + CI + C_{com} + C_D(i\Delta T - \tau_L) \right) \sum_{i=1}^{\infty} PSc9(i). \quad (4.28)$$

Dans cette politique, le remplacement du système est effectué dans quatre scénarios (c'est-à-dire $SC5, 6, 8$ et 9) où les deux composants sont remplacés simultanément. Ainsi, le cycle de renouvellement prévu s'écrit comme suit :

$$E(T) = \Delta T \sum_{i=1}^{\infty} i (PSc5(i) + PSc6(i) + PSc8(i) + PSc9(i)) \quad (4.29)$$

De même que pour la première politique, le coût total moyen par unité de temps $E(AC)$ est donné par :

$$E(AC) = \frac{\left(\begin{array}{l} CI \sum_{i=1}^{\infty} PSc1(i) \\ + (C_{p_2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc2(i) \\ + (C_{c_2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc3(i) \\ + (C_{p_1} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc4(i) \\ + (C_{p_1} + C_{p_2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc5(i) \\ + (C_{p_1} + C_{c_2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc6(i) \\ + (C_{c_1} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc7(i) \\ + (C_{c_1} + C_{p_2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc8(i) \\ + \left(C_{c_1} + C_{c_2} + CI + C_{com} + C_D(i\Delta T - \tau_L) \right) \sum_{i=1}^{\infty} PSc9(i) \end{array} \right)}{\Delta T \sum_{i=1}^{\infty} i (PSc5(i) + PSc6(i) + PSc8(i) + PSc9(i))} \quad (4.30)$$

4.5 Politique 3

Dans cette politique de plus aux seuil S_j et L considéré précédemment, nous considérons un autre seuil S_{opt} qui est le seuil de remplacement opportun. Comme indiqué dans la figure 4.4.

Dans cette politique le remplacement est effectué sur le composant qui a dépassé le seuil de remplacement préventif ou correctif. Le deuxième composant est remplacé dans le cas où il a dépassé un seuil de remplacement opportun sinon aucune action n'est effectuée sur lui (contrairement à la politique 1 où le remplacement de deuxième composant est réalisée sans aucune condition).

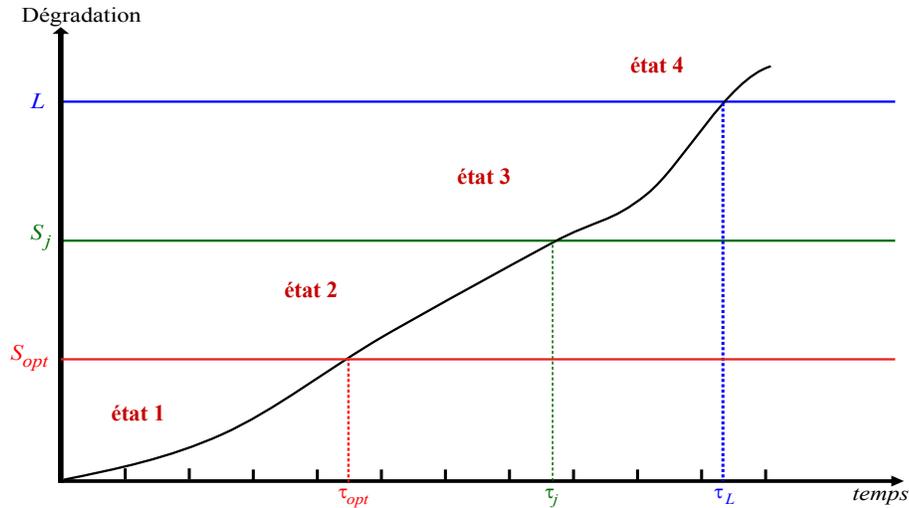


FIGURE 4.4 – États possibles pour un composant dans la politique 3

		État de 2 ^{eme} composant			
		état 1	état 2	état 3	état 4
État de 1 ^{er} composant	état 1	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3	Scénario 4
	état 2	Scénario 5	Scénario 6	Scénario 7	Scénario 8
	état 3	Scénario 9	Scénario 10	Scénario 11	Scénario 12
	état 4	Scénario 13	Scénario 14	Scénario 15	Scénario 16

Tableau 4.2: Les scénarios possibles dans la politique 3

Dans le cas de cette politique, 16 scénarios possibles (voir le tableau 4.2) peuvent se produire puisque chaque composant a 4 états possibles (voir figure 4.4). Dans ce qui suit nous introduisons les formules de probabilité de chaque scénario.

$$PSc1(i) = (1 - G_1(X_i))(1 - G_2(X_i)) \quad (4.31)$$

$$PSc2(i) = (1 - G_1(X_i)) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_{op})(1 - G_2(X_i - \tau_{op})) d\tau_{op} \right) \quad (4.32)$$

$$PSc3(i) = (1 - G_1(X_i)) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_2)(G_2(X_i - \tau_2)) d\tau_2 \right) \quad (4.33)$$

$$PSc4(i) = (1 - G_1(X_i)) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_L)(G_2(X_i - \tau_L)) d\tau_L \right) \quad (4.34)$$

$$PSc5(i) = \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_{op})(1 - G_1(X_i - \tau_{op})) d\tau_{op} \right) (1 - G_2(X_i)) \quad (4.35)$$

$$PSc6(i) = \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_{op})(1 - G_1(X_i - \tau_{op})) d\tau_{op} \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_{op})(1 - G_2(X_i - \tau_{op})) d\tau_{op} \right) \quad (4.36)$$

$$PSc7(i) = \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_{op})(1 - G_1(X_i - \tau_{op})) d\tau_{op} \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_2)(1 - G_2(X_i - \tau_2)) d\tau_2 \right) \quad (4.37)$$

$$PSc8(i) = \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_{op})(1 - G_1(X_i - \tau_{op})) d\tau_{op} \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_L)(1 - G_2(X_i - \tau_L)) d\tau_L \right) \quad (4.38)$$

$$PSc9(i) = \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_1)(1 - G_1(X_i - \tau_1)) d\tau_1 \right) (1 - G_2(X_i)) \quad (4.39)$$

$$PSc10(i) = \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_1)(1 - G_1(X_i - \tau_1)) d\tau_1 \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_{op})(1 - G_2(X_i - \tau_{op})) d\tau_{op} \right) \quad (4.40)$$

$$PSc11(i) = \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_1)(1 - G_1(X_i - \tau_1)) d\tau_1 \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_2)(1 - G_2(X_i - \tau_2)) d\tau_2 \right) \quad (4.41)$$

$$PSc12(i) = \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_1)(1 - G_1(X_i - \tau_1)) d\tau_1 \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_L)(1 - G_2(X_i - \tau_L)) d\tau_L \right) \quad (4.42)$$

$$PSc13(i) = \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_L)(1 - G_1(X_i - \tau_L)) d\tau_L \right) (1 - G_2(X_i)) \quad (4.43)$$

$$PSc14(i) = \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_L)(1 - G_1(X_i - \tau_L)) d\tau_L \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_{op})(1 - G_2(X_i - \tau_{op})) d\tau_{op} \right) \quad (4.44)$$

$$PSc15(i) = \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_L)(1 - G_1(X_i - \tau_L)) d\tau_L \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_2)(1 - G_2(X_i - \tau_2)) d\tau_2 \right) \quad (4.45)$$

$$PSc16(i) = \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_1(\tau_L)(1 - G_1(X_i - \tau_L)) d\tau_L \right) \left(\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_2(\tau_L)(1 - G_2(X_i - \tau_L)) d\tau_L \right) \quad (4.46)$$

D'après les scénarios précédents nous constatons qu'il existe des scénarios similaires concernant les coûts à dépenser, donc les formules de coût dans cette politique sont obtenues comme suit :

Scénario 1	Aucune action	Scénario 9	MP sur C_1
Scénario 2	Aucune action	Scénario 10	MP sur C_1 et C_2
Scénario 3	MP sur C_2	Scénario 11	MP sur C_1 et C_2
Scénario 4	MC sur C_2	Scénario 12	MP sur C_1 et MC sur C_2
Scénario 5	Aucune action	Scénario 13	MC sur C_1
Scénario 6	Aucune action	Scénario 14	MC sur C_1 et MP sur C_2
Scénario 7	MP sur C_1 et C_2	Scénario 15	MC sur C_1 et MP sur C_2
Scénario 8	MP sur C_1 et MC sur C_2	Scénario 16	MC sur C_1 et C_2

Tableau 4.3: Actions à réaliser dans chaque scénario

$$C_1 = CI \sum_{i=1}^{\infty} (PSc1(i) + PSc2(i) + PSc5(i) + PSc6(i)). \quad (4.47)$$

$$C_2 = (C_{p_2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc3(i). \quad (4.48)$$

$$C_3 = (C_{c_2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc4(i). \quad (4.49)$$

$$C_4 = (C_{p_1} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc9(i). \quad (4.50)$$

$$C_5 = (C_{p_1} + C_{p_2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} (+PSc7(i) + PSc10(i) + PSc11(i)). \quad (4.51)$$

$$C_{Sc6} = (C_{p_1} + C_{c_2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} (PSc8(i) + PSc12(i)). \quad (4.52)$$

$$C_7 = (C_{c_1} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc13(i). \quad (4.53)$$

$$C_8 = (C_{c_1} + C_{p_2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} (PSc14(i) + PSc15(i)). \quad (4.54)$$

$$C_9 = \left(C_{c_1} + C_{c_2} + CI + C_{com} + C_D(i\Delta T - \tau_L) \right) \sum_{i=1}^{\infty} PSc16(i). \quad (4.55)$$

Le cycle de renouvellement dans cette politique est réalisé avec l'apparence de l'un des scénarios suivants : 7, 8, 10, 11, 12, 14, 15 et 16. De ce fait sa formule est donnée comme suit :

$$E(T) = \Delta T \sum_{i=1}^{\infty} i (PSc7(i) + PSc8(i) + PSc10(i) + PSc11(i) + PSc12(i) + PSc14(i) + PSc15(i) + PSc16(i)) \quad (4.56)$$

Finalement, le coût total moyen par unité de temps $E(AC)$ pour la politique 3 est donné comme suit :

$$E(AC) = \frac{\begin{pmatrix} CI \sum_{i=1}^{\infty} (PSc1(i) + PSc2(i) + PSc5(i) + PSc6(i)) \\ + (C_{p2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} (PSc3(i)) \\ + (C_{c2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc4(i) \\ + (C_{p1} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} (PSc9(i)) \\ + (C_{p1} + C_{p2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} (PSc7(i) + PSc10(i) + PSc11(i)) \\ + (C_{p1} + C_{c2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} (PSc8(i) + PSc12(i)) \\ + (C_{c1} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} PSc13(i) \\ + (C_{c1} + C_{p2} + CI + C_{com}) \sum_{i=1}^{\infty} (PSc14(i) + PSc15(i)) \\ + \left(C_{c1} + C_{c2} + CI + C_{com} + C_D(i\Delta T - \tau_L) \right) \sum_{i=1}^{\infty} PSc16(i) \end{pmatrix}}{\Delta T \sum_{i=1}^{\infty} i (PSc7(i) + PSc8(i) + PSc10(i) + PSc11(i) + PSc12(i) + PSc14(i) + PSc15(i) + PSc16(i))} \quad (4.57)$$

4.6 Procédure de simulation

Les deux politiques de maintenance proposées ont été réalisées avec un PC de bureau équipé d'un processeur Intel i5 4440 et de 8 Go de mémoire. L'optimisation de la politique d'inspection/maintenance pour le cas numérique est mise en œuvre par des scripts MATLAB avec les étapes suivantes.

Étape 1 : initialiser les paramètres de processus Gamma des composants du système. Définir le niveau des seuils S_j et L . Spécifier le temps et le nombre de simulations. Définir les coûts de maintenance C_c, C_p, C_I, C_D et C_{com} .

Étape 2 : générer le chemin de dégradation des composants, puis Estimer la probabilité que la dégradation soit dans chaque situation possible $X < S_j, S_j < X < L, X > L$) pour chaque composant.

Étape 3 : calculer les probabilités des neuf scénarios.

Étape 4 : trouver l'intervalle d'inspection minimisant le coût moyen total donné par l'équation (4.19) pour la politique 1, l'équation (4.30) pour la politique 2 et l'équation (4.57) pour la politique 3.

4.6.1 Exemple Numérique

Afin d'illustrer la variation du coût total moyen en fonction de l'intervalle d'inspection ΔT pour les deux politiques, un exemple illustratif est présenté ci-dessous.

les paramètres de la loi Gamma et les différents coûts de maintenance de chaque composant requis pour la simulation (10000 simulations) sont indiqués dans le tableau suivant 4.4 :

composant	(α_j, β_j)	S_{op}	S_j	L	C_{p_j}	C_{c_j}	C_D	C_{com}
C_1	(3, 5)	60	80	120	10	30	20	2
C_2	(3.5, 5.5)	60	80	120	10	30	20	2

Tableau 4.4: Coûts et paramètres de distribution.

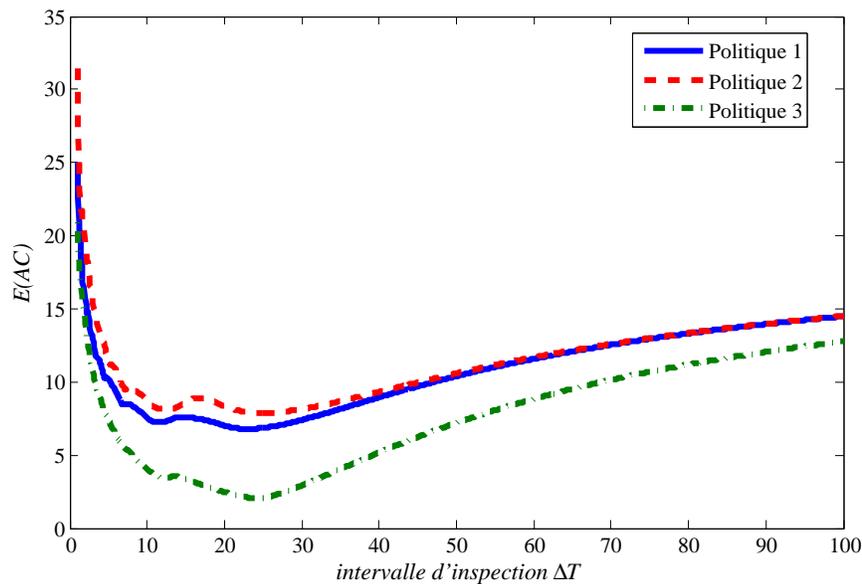


FIGURE 4.5 – Variation de $E(AC)$ en fonction de ΔT

La figure 4.5 montre que, pour de petits intervalles d'inspection ΔT , le coût total de maintenance par unité de temps $E(AC)$ est plus élevé. La fonction de coût de maintenance diminue avec l'augmentation de ΔT jusqu'à atteindre son minimum. Ensuite, la fonction de coût de maintenance augmente avec l'augmentation de l'intervalle d'inspection. Ce fait est essentiellement dû aux défaillances, qui ne sont détectées que lors de l'inspection.

On voit que les coûts de la politique 3 est inférieure à ceux des deux premières politiques pour toutes les valeurs de ΔT . Cela peut être expliquer par le fait que dans cette politique on intervient sur le composant qui n'a pas dépassé le seuil S_j seulement si la condition de dépassement de seuil S_{op} est vérifiée contrairement à la première politique donc on évite les coûts supplémentaires. Pour la politique 2, la non intervention sur le deuxième composant (le composant qui n'a pas dépassé le seuil S_j), la probabilité de trouver notre système en panne à chaque inspection est grande. Par conséquence, les coûts de la maintenance corrective et les coûts d'indisponibilité seront considérable et de même pour le coût total par unité de temps

4.7 Etude Comparative

L'objectif de cette section est d'illustrer la différence entre les deux politiques de maintenance proposées et d'explorer leur comportement en fonction de la variation des coûts de maintenance. Elle consiste à calculer l'optimum de l'intervalle d'inspection (i.e. ΔT_{opt} , qui minimise les fonctions de coût de maintenance) et à observer sa variation en fonction de la variation de C_I , C_p , C_c et C_D .

4.7.1 Influence des seuils S_{op} , S_j et L sur l'intervalle d'inspection optimale et le coût moyen

Dans cette partie nous illustrons la variation de l'intervalle d'inspection et le coût moyen optimaux en fonction des seuils de remplacement préventif et correctif simultanément. Pour cela, nous varions le seuil S_j de 50 à 90 et le seuil L de 100 à 120 d'un pas de 5 et le reste des paramètres sont comme indiqué dans le tableau 4.4. Nous obtenons les résultats illustrés dans les figures (4.8-4.9)

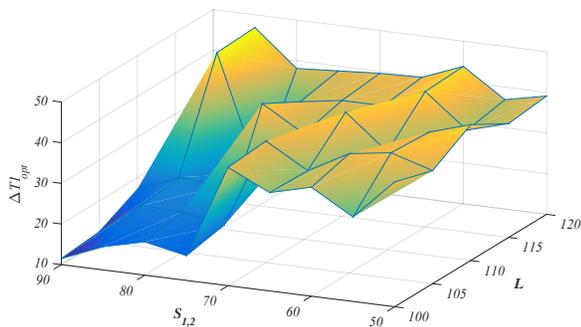


FIGURE 4.6 – $\Delta T1_{opt}$ en fonction de S_j et L

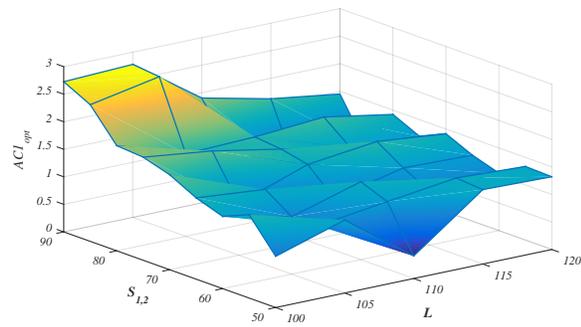


FIGURE 4.7 – $AC1$ en fonction de S_j et L

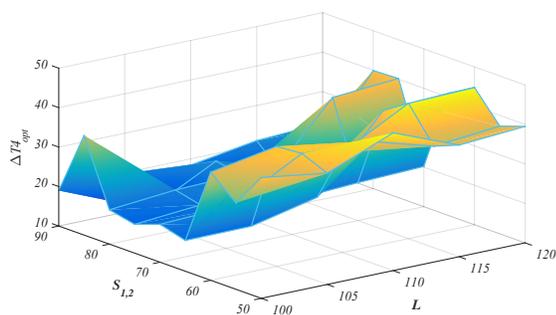


FIGURE 4.8 – $\Delta T2_{opt}$ en fonction de S_j et L .

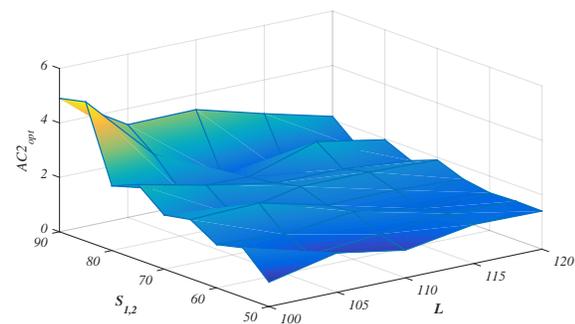


FIGURE 4.9 – $AC2$ en fonction de S_j et L

D'après les figures (4.6-4.8), on constate que lorsque l'intervalle entre les deux seuils de remplacement est petit, l'intervalle d'inspection optimale ΔT_{opt} sera petit. Puisque il y'a plus de risque

de dépassement des deux seuils dans un petit intervalle de temps. Et lorsque l'intervalle entre les deux seuils est grand l'intervalle d'inspection optimale sera élargi.

D'après les figures (4.7-4.9), on voit que le coût optimale diminue avec l'augmentation de l'intervalle entre les deux seuils de remplacement. Nous constatons que le coût est assez important lorsque l'intervalle entre les deux seuils est petit cela est dû aux coûts d'inspection répétitif vue que l'intervalle d'inspection est très réduit

Pour la politique 3 nous essayons d'étudier la variation de ΔT_{opt} et $E(AC)$ en fonction de seuil S_{op} et S_j . donc nous varions S_{op} de 20 à 70 et S_j de 70 à 90 et nous obtenus les résultats illustrées dans les figures (4.10-4.11).

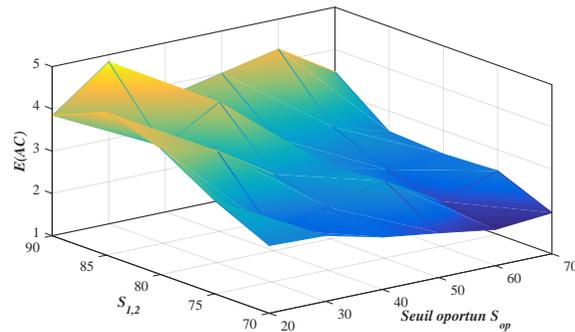
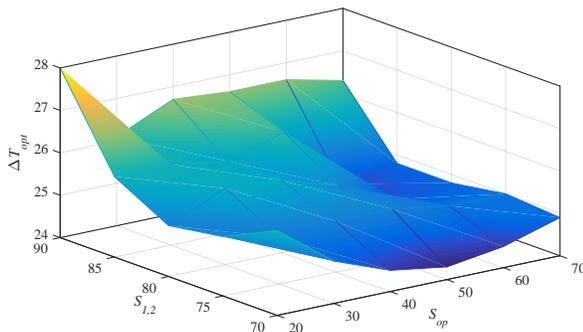


FIGURE 4.10 – ΔT_{opt} en fonction de S_{op} et S_j . FIGURE 4.11 – AC en fonction de S_{op} et S_j

D'après la figure 4.10 on constate que lorsque la différence entre S_{op} et S_j est grande le ΔT_{opt} est assez grand et lorsque S_{op} est très proche de S_j le ΔT_{opt} devient petit ce qui veut dire qu'il est intéressant d'inspecter notre système régulièrement afin d'éviter le dépassement des deux seuils au même temps.

La figure 4.11 représente la variation de $E(AC)$ en fonction de seuil S_{op} et S_j . Nous constatons que lorsque S_j est grand le coût $E(AC)$ est assez important pour tout les valeurs de S_{op} . Alors que pour des petites valeurs de S_j le $E(AC)$ prend des petites valeurs.

4.7.2 Variation des coûts d'inspection C_I

Dans cette sous-section, nous nous sommes principalement concentrés sur l'effet du coût d'inspection C_I , sur les deux politiques précédentes. Les coûts de maintenance liés à cette sous-section sont résumés dans le tableau 4.4 . Le coût d'inspection varie de 1 à 40.

C_I	Politique 1		Politique 2		Politique 3	
	ΔT_{opt}	AC_{opt}	ΔT_{opt}	AC_{opt}	ΔT_{opt}	AC_{opt}
1	11.5	1.7458	12.0	2.2217	11.6	1.2910
3	11.9	2.2120	12.2	2.6744	11.7	1.3043
5	12.1	2.6665	12.4	3.1205	11.9	1.6245
8	24.9	3.0847	12.7	3.7798	24.5	1.9046
10	25.1	3.3384	12.8	4.2133	24.6	2.0646
15	25.6	3.9642	26.7	4.9108	24.8	2.4573
20	26.1	4.5786	27.3	5.5075	25.0	2.8488
30	27.2	5.7741	28.7	6.6647	25.4	3.6244
40	28.5	6.9193	30.5	7.7666	25.7	4.3911

Tableau 4.5: Effet des coûts d'inspection C_I sur la politique optimale.

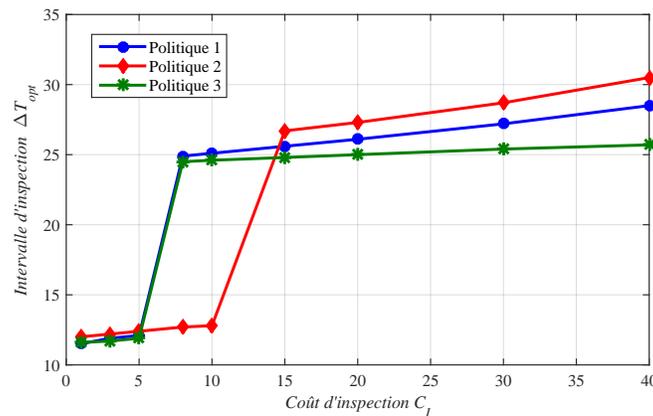


FIGURE 4.12 – Variation de ΔT_{opt} en fonction de C_I

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau 4.5 et illustrés dans la figure 4.12. D'après la figure 4.12, on peut voir que ΔT_{opt} augmente avec l'augmentation de C_I . ΔT augmente significativement lorsqu'une certaine valeur de C_I est dépassée ($C_I > 8$ pour la politique 1 et 3 et $C_I > 20$ pour la politique 2). Nous pouvons remarquer que la valeur croissante de ΔT_{opt} vise à éviter un grand nombre d'inspections.

4.7.3 Variation des coûts préventifs C_p

Dans le second cas, nous étudions l'influence du coût préventif sur la politique optimale. Pour cela, nous faisons varier le C_p de 10 à 60, nous fixons le C_I à 3 et nous gardons le reste des paramètres comme indiqué dans le tableau 4.4.

C_p	Politique 1		Politique 2		Politique 3	
	ΔT_{opt}	AC_{opt}	ΔT_{opt}	AC_{opt}	ΔT_{opt}	AC_{opt}
10	12.2	2.7913	12.6	3.2824	11.7	1.3043
15	12.3	2.7913	12.6	3.2824	11.8	1.6557
20	26.2	3.2947	12.9	3.8718	24.6	1.8942
25	25.7	3.7080	13.2	4.4436	24.8	2.0906
30	26.2	4.1118	27.4	4.9497	24.9	2.2824
40	27.3	4.8894	28.6	5.6546	25.2	2.6615
45	27.9	5.2619	29.3	5.9922	25.4	2.8487
60	29.9	6.3079	31.4	6.9440	25.8	3.3126

Tableau 4.6: Effet des coûts préventifs C_p sur la politique optimale.

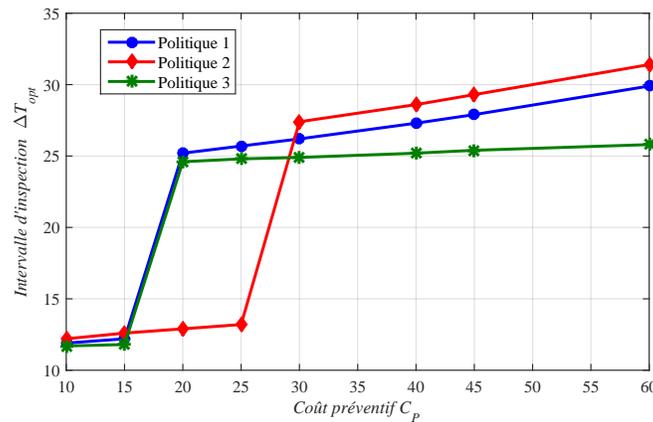


FIGURE 4.13 – Variation de ΔT_{opt} en fonction de C_p

Pour l'influence des coûts de maintenance préventive sur ΔT_{opt} illustrée sur la figure 4.13 nous constatons que la variation se comporte de la même manière que la variation des coûts d'inspection. Ainsi, ΔT prend des valeurs comprises entre 10 et 15 pour la politique 1 et 3 lorsque C_p est inférieur à 25 ($C_p < 30$ pour la politique 2). Puis l'intervalle d'inspection augmente lorsque le coût préventif devient de plus en plus important. Cela signifie que les politiques ont tendance à limiter le nombre de remplacements préventifs lorsque le coût associé est important.

4.7.4 Variation des coûts correctifs C_c

Dans la troisième situation, nous examinons l'influence du coût correctif C_c sur la politique optimale pour les deux stratégies. En faisant varier le C_c et en fixant les autres paramètres comme indiqué dans le tableau 4.4.

C_c	Politique 1		Politique 2		Politique 3	
	ΔT_{opt}	AC_{opt}	ΔT_{opt}	AC_{opt}	ΔT_{opt}	AC_{opt}
5	25.7	1.8338	13	2.1563	25.0	1.0432
10	25.4	1.9617	12.8	2.2676	24.8	1.1123
20	12.3	2.1214	12.5	2.4784	24.4	1.2453
30	11.9	2.2120	12.2	2.6744	11.7	1.3200
50	11.1	2.3252	11.7	3.0278	11.6	1.1.3403
80	10.6	2.4314	7.3	3.3845	11.4	1.3597
100	10.5	2.4920	7.2	3.5130	11.3	1.3692

Tableau 4.7: Effet des coûts correctifs C_c sur la politique optimale.

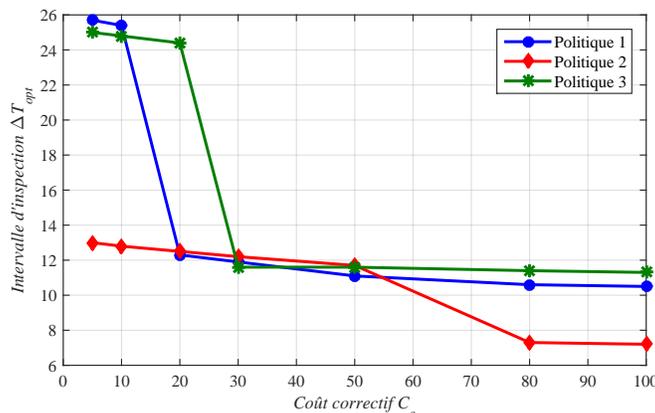


FIGURE 4.14 – Variation de ΔT_{opt} en fonction de C_c

D'après la figure 4.14, on remarque que pour des petites valeurs de C_p le ΔT_{opt} est grand pour les politique 1 et 3. Puis ΔT_{opt} diminue avec l'augmentation de coût correctif, puisque toute défaillance du système entraîne une perte économique considérable. Par conséquent, la réduction de l'intervalle d'inspection devient essentielle pour éviter toute défaillance. Tandis que pour la politique 2, le ΔT_{opt} est petit pour toutes les valeurs de C_c puisque la probabilité de remplacer les composants en même temps dans la deuxième politique est faible par rapport aux politiques 1 et 3. Par conséquent, la probabilité de défaillance entre deux inspections (l'indisponibilité) est plus grande dans le premier cas que dans les deux autres cas.

4.7.5 Variation de coût d'indisponibilité C_D

Dans cette partie nous étudions l'influence de C_D sur ΔT optimale. Pour cela on varie C_D de 5 à 50 et on laisse les autres paramètres comme indiqués dans le tableau 4.4.

C_D	Politique 1		Politique 2		Politique 3	
	ΔT_{opt}	AC_{opt}	ΔT_{opt}	AC_{opt}	ΔT_{opt}	AC_{opt}
5	23.9	2.1498	25.5	2.6150	24.1	1.1617
10	11.8	2.2202	12.4	2.6557	24.1	1.2324
15	11.9	2.2161	12.3	2.6653	24.1	1.3030
20	11.9	2.2120	12.2	2.6744	11.7	1.3200
30	11.9	2.2038	12.2	2.6913	11.8	1.3133
40	11.8	2.1956	12.1	2.7079	11.8	1.3065
50	11.8	2.1874	12.1	2.7239	11.8	1.2997

Tableau 4.8: Effet de coût d'indisponibilité C_D sur la politique optimale.

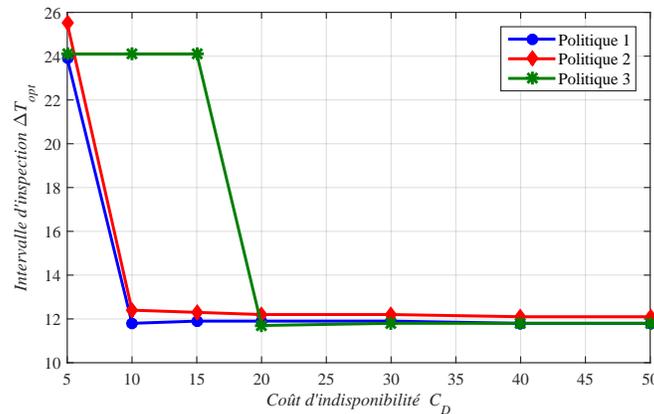


FIGURE 4.15 – Variation de ΔT_{opt} en fonction de C_D

D'après la figure 4.15, qui représente la variation de ΔT en fonction des coûts d'indisponibilité du système, nous pouvons constater que ΔT diminue avec l'augmentation de C_D pour les 3 politiques. Cela signifie que pour éviter les coûts excessifs causés par l'indisponibilité du système, nous devons réduire l'intervalle d'inspection.

4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, une étude comparative entre trois politiques d'inspection/remplacement est présentée. Ces politiques ont été appliquées à un système parallèle à deux composants soumis à une dégradation continue. La différence entre les trois politiques se situe au niveau de la règle de décision. Dans la première, lorsqu'une action de maintenance est effectuée sur un composant (i.e. lorsque sa dégradation est supérieure à l'un des seuils de remplacement), on en profite pour maintenir préventivement l'autre composant même si son niveau de dégradation est inférieur au seuil S_j . Alors que, dans la deuxième politique, la maintenance est effectuée sur un composant

uniquement lorsque la dégradation de ce dernier franchit l'un des seuils de remplacements (S_j ou L). Et dans la troisième qui est proche à la première seulement l'intervention sur le deuxième composant est conditionnée par le dépassement de seuil opportun S_{op} .

Des exemples numériques, illustrant les solutions optimales pour différentes valeurs des paramètres de coût, ont été présentés. D'après les résultats obtenus, nous pouvons remarquer que l'intervalle d'inspection augmente lorsque C_I et C_p augmentent. Cela signifie qu'il est préférable de réduire le nombre d'inspections lorsque ces deux coûts sont suffisamment importants. De plus, nous pouvons remarquer que ΔT diminue avec l'augmentation de C_c et C_D . Cela peut indiquer que la défaillance du système ne peut pas être ignorée lorsque C_c et C_D sont très élevés.

Conclusion générale

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés au développement d'une politique de maintenance basée sur l'inspection pour des systèmes à plusieurs niveaux de dégradation. Cela nous a amené à construire un modèle de dégradation en se basant sur les processus stochastiques et les lois de distribution. Puis nous avons développé des modèles mathématiques de coût dans le but d'étudier la performance de telles politiques et l'influence des différents paramètres sur les politiques présentées.

Pour bien mener ces travaux de recherche, nous avons commencé par une étude approfondie de la littérature dans lequel nous avons présenté plusieurs travaux réalisés autour des deux axes essentiels de cette thèse à savoir les modèles de dégradation et les politiques d'inspection.

Nous avons constaté qu'il existe trois modèles de dégradation à savoir les modèles continus qui représentent les dégradations continues dans le temps modélisées par des processus stochastiques Gamma, Wiener, etc. Les modèles de dégradation discrètes décrites par les processus Markoviens, Poissonien et les modèles de dégradation qui combinent les deux premiers types appelés modèles de dégradation hybrides.

Les politiques d'inspection ont une grande importance dans la prise de décision sur la planification des actions de maintenance. Elles permettent de suivre l'évolution de la dégradation des systèmes ainsi l'intervention au moment optimal ce qui nous permet d'éviter des pertes certaines.

Les politiques de maintenance développées dans cette thèse ont pour but de suivre l'état de système par des inspections périodiques et d'intervenir avec l'action de maintenance dès qu'un seuil de remplacement est dépassé. Dans la première politique on intervient sur tout le système lorsque la dégradation d'un composant dépasse l'un des seuils de remplacement. Alors que dans la deuxième politique l'intervention est réalisée seulement sur le composant ayant dépassé le seuil.

Nous avons construit une politique d'inspection périodique optimale pour un système parallèle sujet à une dégradation à deux modes. Dans un premier temps la dégradation est lente et devient accélérée avec le dépassement de seuil de remplacement préventif. Cette politique consiste à maintenir préventivement le composant ayant dépassé le seuil de remplacement préventif

et de le remplacer (maintenance corrective) dans le cas où il dépassé le seuil critique de dégradation.

Nous avons également développé un modèle de dégradation pour un système parallèle à deux niveaux puis à trois niveaux de dégradation où nous avons considéré que la dégradation suit un processus Gamma. Le choix d'une modélisation de dégradation par le processus gamma a été fait par le fait que ses caractéristiques sont adaptées aux mécanismes de dégradation. De plus il est le processus le plus souvent utilisé dans la littérature pour modéliser des mécanismes de vieillissement continus et progressifs. A base de ce modèle de dégradation deux politiques d'inspection et de remplacement ont été construites. Puis une étude de sensibilité et de comparaison est réalisée, elle est illustrée par une application numérique.

D'après les résultats obtenus dans cette partie, nous avons constaté que lorsque les coûts d'inspection et les coûts de maintenance préventive sont assez considérables il est préférable d'élargir l'intervalle d'inspection afin d'éviter les coûts supplémentaires. Lorsque les coûts de maintenance corrective et les coûts d'indisponibilité sont élevés nous constatons que l'intervalle d'inspection devient petit ce qui veut dire qu'il est nécessaire d'inspecter régulièrement notre système afin d'éviter sa panne qui nous coûte cher.

On peut constater aussi que la politique opportuniste conditionné par un seuil opportun (politique 3) est meilleure que les deux autres politiques (politiques 1 et 2). C'est-à-dire il est préférable de prendre l'opportunité d'intervenir sur le composant qui n'a pas dépassé le seuil de remplacement lorsqu'on intervient sur l'autre composant qui a dépassé l'un des seuils de remplacement mais il faut assurer une certaine condition qui est le dépassement de seuil opportun qui signale l'approche de dépassement de seuil de remplacement préventif.

Plusieurs perspectives peuvent être envisagées.

1. Étudier la dégradation d'un système complexe avec une dépendance stochastique entre ses composants c'est-à-dire avec l'existence d'une interaction entre les composants.
2. Comme nous l'avons constaté les systèmes deviennent de plus en plus complexes, donc avoir l'information et les mesures de l'état de dégradation exactes devient difficile voire même impossible. Alors il serait plus réaliste de construire une politique de maintenance en considérant des inspections imparfaites

Bibliographie

- [1] AFNOR NF EN 13306. Terminologie de la maintenance. Norme européenne, Juin 2001.
- [2] M. Abdel-Hameed. A gamma wear process. *IEEE Transactions on Reliability*, 24(2) :152–153, 1975.
- [3] M. Abdel-Hameed. Life distribution properties of devices subject to a lévy wear process. *Mathematics of Operations Research*, 9(4) :606–614, 1984.
- [4] E.H. AitMokhtar, R. Laggoune, and A. Chateauneuf. Imperfect preventive maintenance policy for complex systems based on bayesian networks. *Quality and Reliability Engineering*, 33(4) :751–765, 2017.
- [5] S.L. Albin and S. Chao. Preventive replacement in systems with dependent components. *IEEE Trans*, 41 :230–238, 1992.
- [6] D. Applebaum. *Lévy processes and stochastic calculus*. Cambridge University Press, second edition, 2009.
- [7] T. Aven and I.T. Castro. A minimal repair replacement model with two types of failure and a safety constraint. *European Journal of Operational Research*, 188(2) :506–515, 2008.
- [8] S. Azimpoor and S. Taghipour. Joint inspection and product quality optimization for a system with delayed failure. *Reliability Engineering & System Safety*, 215 :107793, 2021.
- [9] Cherfaoui B. and Laggoune R. Optimal periodic inspection policy for a parallel system subject to continuous bi-levels degradation. *International Journal of Reliability Quality and Safety Engineering*, 28(05) :2150037, 2021.
- [10] V. Babishin, Y. Hajipour, and S. Taghipour. Optimisation of non-periodic inspection and maintenance for multicomponent systems. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability*, 20(2) :327–342, 2018.
- [11] F.G. Badia and M.D. Berrade. Optimum maintenance policy of a periodically inspected system under imperfect repair. *Advances in Operations Research*, 2009 :1–13, 2009.
- [12] C. Barker and M. Newby. Optimal non-periodic inspection for a multivariate degradation model. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(1) :33–43, 2009.

- [13] R.E. Barlow and L.C. Hunter. Optimum preventive maintenance policies. *Operation Research*, 8 :90–100, 1960.
- [14] R.E. Barlow, L.C. Hunter, and F. Proschan. Optimum checking procedures. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(4) :1078–1095, 1963.
- [15] A. Barros and C. Berenguer. Joint modelling and optimization of monitoring and maintenance performance for a two-unit parallel system. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O : Journal of Risk and Reliability*, 221(1) :1–11, 2007.
- [16] A. Barros, C. Bérenguer, and A. Grall. A maintenance policy for two-unit parallel systems based on imperfect monitoring information. *Reliability Engineering & System Safety*, 91(2) :131–136, 2006.
- [17] R. Bilinton and J. Pan. Optimal maintenance scheduling in a two identical component parallel redundant system. *Reliability Engineering & System Safety*, 59(3) :309–316, 1998.
- [18] P. Briand, E. Idée, and C. Labart. An asymptotical method to estimate the parameters of a deteriorating system under condition-based maintenance. working paper or preprint, July 2013.
- [19] N.C. Caballé, I.T. Castro, C.J. Pérez, and J.M. Lanza-Gutiérrez. A condition-based maintenance of a dependent degradation-threshold-shock model in a system with multiple degradation processes. *Reliability Engineering & System Safety*, 134 :98–109, 2015.
- [20] B. Castanier, A. Grall, and C. Bérenguer. A condition-based maintenance policy with non-periodic inspections for a two-unit series system. *Reliability Engineering and System Safety*, 87(1) :109–120, 2005.
- [21] I.T. Castro and L. Landesa. A dependent complex degrading system with non-periodic inspection times. *Computers & Industrial Engineering*, 133 :241–252, 2019.
- [22] C.A.V. Cavalcante, P.A. Scarf, and M.D. Berrade. Imperfect inspection of a system with unrevealed failure and an unrevealed defective state. *IEEE Transactions on Reliability*, 68(2) :764–775, 2019.
- [23] B. Cherfaoui and R. Laggoune. Politique d’inspection périodique pour un système à deux niveaux de dégradation. In *CAM2017*, Constantine, Algérie, November 2017.
- [24] B. Cherfaoui and R. Laggoune. Periodic inspection policy for a system with two levels of degradation. In T. Boukharouba, F. Chaari, M. Ben Amar, K. Azouaoui, N. Ouali, and M. Haddar, editors, *Computational Methods and Experimental Testing In Mechanical Engineering*, Lecture Notes in Mechanical Engineering, pages 175–184. Springer, 2019.
- [25] H. Chouikhi. *Optimisation des stratégies de maintenance verte pour les systèmes de production de biens et de services*. Thèse doctorat, École doctorale IAEM Lorraine UFR Mathématiques, Informatique, Mécanique–Metz, Décembre 2012.

- [26] C.S. Chung and J. Flynn. Optimal replacement policies for k-out-of-n systems. *IEEE Transactions on Reliability*, 38(4) :462–467, 1989.
- [27] L. Cui and M. Xie. Availability of aperiodically inspected system with random repair or replacement times. *Journal of statistical Planning and inference*, 131(1) :89–100, 2005.
- [28] R. Dekker and R.E. Wildeman. A review of multi-component maintenance models with economic dependence. *Mathematical Methods of Operations Research*, 45 :411–435, 1997.
- [29] F. Ding and Z. Tian. Opportunistic maintenance for wind farms considering multi-level imperfect maintenance thresholds. *Renewable Energy*, 45 :175–182, 2012.
- [30] P. Do, A. Voisin, E. Levrat, and B. Iung. A proactive condition-based maintenance strategy with both perfect and imperfect maintenance actions. *Reliability Engineering and System Safety*, 133 :22–32, 2015.
- [31] R. M. Feldman. Optimal replacement with semi-markov shock models using discounted costs. *Mathematics of Operations Research*, 2 :78–90, 1977.
- [32] M. Fouladirad, A. Grall, and L. Dieulle. On the use of on-line detection for maintenance of gradually deteriorating systems. *Reliability Engineering and System Safety*, 93(12) :1814–1820, 2008.
- [33] N. Gebraeel. Sensory-based degradation models for components with exponential degradation patterns. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 3 :382–393, 2006.
- [34] M.L. Gámiz, K.B. Kulasekera, N. Limnios, and B.H. Lindqvist. *Models for Perfect Repair*, chapter Applied Nonparametric Statistics in Reliability, pages 33–64. Springer, London, 2011.
- [35] H.R. Golmakani and H. Moakedi. Periodic inspection optimization model for a multi-component repairable system with failure interaction. *International Journal Advanced Manufacturing Technology*, 61 :295–302, 2012.
- [36] A. Grall, L. Dieulle, C. Bérenguer, and M. Roussignol. Continuous-time predictive-maintenance scheduling for a deteriorating system. *IEEE Transactions on Reliability*, 51(2) :141–150, 2002.
- [37] C. Guo, W. Wang, B. Guo, and X.S. Si. A maintenance optimization model for mission-oriented systems based on wiener degradation. *Reliability Engineering and System Safety*, 111 :183–194, 2013.
- [38] W. Haowei, X. Tingxue, and M. Qiaoli. Lifetime prediction based on gamma processes from accelerated degradation data. *Chinese Journal of Aeronautics*, 28(1) :172–179, 2015.
- [39] M. Harunuzzaman and T. Aldemir. Optimization of standby safety system maintenance schedules in nuclear power plants. *Nuclear Technology*, 113(3) :354–367, 1996.

- [40] K.T. Huynh, A. Barros, C. Berenguer, and I.T. Castro. A periodic inspection and replacement policy for systems subject to competing failure modes due to degradation and traumatic events. *Reliability Engineering and System Safety*, 96(4) :497–508, 2013.
- [41] X. Jia and A. H. Christer. A prototype cost model of functional check decisions in reliability-centred maintenance. *Operation Research Sociability*, 53, 2002.
- [42] R. Jiang. Optimization of alarm threshold and sequential inspection scheme. *Reliability Engineering & System Safety*, 95(3) :208–215, 2010.
- [43] A. Jodejko-Pietruczuk and S. Werbińska-Wojciechowska. A delay-time model with imperfect inspections for multi-unit systems. *Journal of KONBiN*, 3(23) :ISSN 1895–8281, 2012.
- [44] J.C. Ke, S.L. Lee, and C.H. Liou. Machine repair problem in production systems with spares and server vacations. *RAIRO-Operations Research*, 43 :35–54, 2009.
- [45] J.P. Kharoufeh, C.J. Solo, and M. Y. Ulukus. Semi-markov models for degradation-based reliability. *IIE Transactions*, 42 :599–612, 2010.
- [46] P.C. Kiessler, G.A. Klutke, and Y. Yang. Availability of periodically inspected systems subject to markovian degradation. *Journal of Applied Probability*, 39(4) :700–711, 2002.
- [47] T. Kitagawa, T. Yuge, and S. Yanagi. Optimum maintenance policy for a one-shot system with series structure considering minimal repair. *Applied Mathematics*, 6(2) :326–331, 2015.
- [48] G.A. Klutke and Y. Yang. The availability of inspected systems subject to shocks and graceful degradation. *IEEE Transactions on Reliability*, 51(3) :371–374, 2002.
- [49] R. Laggoune, A. Chateauneuf, and D. Aissani. Opportunistic policy for optimal preventive maintenance of a multi-component system in continuous operating units. *Computers and Chemical Engineering*, 33 :1499–1510, 2009.
- [50] R. Laggoune, A. Chateauneuf, and D. Aissani. Preventive maintenance scheduling for a multi-component system with non-negligible replacement time. *International Journal of Systems Science*, 41(7) :747–761, 2010.
- [51] R. Laggoune, A. Chateauneuf, and D. Aissani. *Maintenance opportune des systèmes multi-composants*. Sarre Bruk, Allemagne, 2011.
- [52] A. Lehmann. Joint modeling of degradation and failure time data. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 139 :1693 – 1706, 2009.
- [53] G. Li and J. Luo. Shock model in markovian environment. *Naval Research Logistics*, 52(3) :253–260, 2005.
- [54] H. Lim and B.J. Yum. Optimal design of accelerated degradation tests based on wiener process models. *Journal of Applied Statistics*, 38(2) :309–325, 2011.
- [55] Y. Lin, Y. Li, and E. Zio. Integrating random shocks into multi-state physics models of degradation processes for component reliability assessment. *IEEE Transactions on Reliability*, 64 :154–166, 2015.

- [56] Y.H. Lin, Y.F. Li, and E. Zio. Fuzzy reliability assessment of systems with multiple-dependent competing degradation processes. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 23(5) :1428–1438, 2015.
- [57] B. Liu, X. Zhao, R.H. Yeh, and W. Kuo. Imperfect inspection policy for system with multiple correlated degradation process. *IFAC-PapersOnLine*, 49(12) :1377–1382, 2016.
- [58] X. Liu, W. Wang, R. Peng, and F. Zhao. A delay-time-based inspection model for parallel systems. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part O Journal of Risk and Reliability*, 229(6) :616–619, 2013.
- [59] Y. Liu and H.Z. Huang. Optimal replacement policy for multi-state system under imperfect maintenance. *IEEE Transactions on Reliability*, 59(3) :483–495, 2010.
- [60] B. Lu and X. Zhou. Opportunistic preventive maintenance scheduling for serial-parallel multistage manufacturing systems with multiple streams of deterioration. *Reliability Engineering & System Safety*, 168 :116–127, 2017.
- [61] D.C. Lubis and B.P. Iskandar. A condition-based maintenance policy for a system deteriorating with age and usage. In *IOP Conference*, volume 1003 of *Materials Science and Engineering*, 2020.
- [62] H. Lyu, S. Wang, L. Ma, X. Zhang, and M. Pecht. Reliability modeling for planetary gear transmission system considering dependent failure processes. *Quality Reliability Engineering International*, page 1–19, 2021.
- [63] G. Maaroufi, A. Chelbi, N. Rezg, and D. Ait Kadi. A nearly optimal inspection policy for a two-component series system. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 21(2) :171–185, 2015.
- [64] A.A. Mendes and J.L.D. Ribeiro. The establishment of the time interval between inspections for a cold standby system with component repair. *Production*, 27, 2017.
- [65] S. Mercier and I. Castro. Stochastic comparisons of imperfect maintenance models for a gamma deteriorating system. *European Journal of Operational Research*, 273(1) :237–248, 2018.
- [66] A.G. Munford and A.K. Shahani. A nearly optimal inspection policy. *Operational Research Quarterly*, 23(3) :373–379, 1972.
- [67] A.G. Munford and A.K. Shahani. An inspection policy for the weibull case. *Operational Research Quarterly*, 24 :453–458, 1973.
- [68] J. Van Noortwijk. A survey of the application of gamma processes in maintenance. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(1) :2–21, 2009.
- [69] K. Okumoto and E. A. Elsayed. An optimum group maintenance policy. *Naval Research Logistics Quarterly*, 30(4) :667–674, 1983.

- [70] Q. Qiu, L. Cui, and H. Gao. Availability and maintenance modelling for systems subject to multiple failure modes. *Computers and Industrial Engineering*, 108(C) :192–198, 2017.
- [71] A. Raza and V. Ulansky. Optimization of condition monitoring decision making by the criterion of minimum entropy. *Entropy*, 21(12) :1193, 2019.
- [72] E. Rezaei. A new model for the optimization of periodic inspection intervals with failure interaction : A case study for a turbine rotor. *Case Studies in Engineering Failure Analysis*, 9 :148–156, 2017.
- [73] S. Ross. *Stochastic processes*. Wiley & Sons, New York : John Wiley & Sons, second edition, 1996.
- [74] A. Salami. *Inférence statistique pour un modèle de dégradation en présence de variables explicatives*. Thèse doctorat, Université de Pau et des Pays de l’Adour, France, 2011.
- [75] Kjell Sandve and Terje Aven. Cost optimal replacement of monotone, repairable systems. *European Journal of Operational Research*, 116(2) :235–248, 1999.
- [76] S. H. Sheu, T.H. Liu, Z. G. Zhang, and J.C. Ke. Extended preventive replacement policy for a two-unit system subject to damage shocks. *International Journal of Production Research*, 53(15) :4614–4628, 2015.
- [77] P. R. Tadikamalla. An inspection policy for the gamma failure distributions. *The Journal of the Operational Research Society*, 30(1) :77–80, 1979.
- [78] P.K.N. THI. *Politiques de maintenance et d’investissement sous évolution Technologique incertaine*. Thèse doctorat, Ecole Centrale de Nantes École doctorale Sciences et Technologies de l’Information et Mathématiques, Juin 2012.
- [79] E. Thomas. *Contribution à la prise de décision dynamique en maintenance prévisionnelle par formalisation d’un principe d’opportunité*. *Automatique / Robotique*. Thèse doctorat, Université Henri Poincaré - Nancy I, 2009.
- [80] J. Wang, W. Dong, and Z. Fang. Extended periodic inspection policies for a single unit system subject to shocks. *IEEE Access*, 8 :119300 – 119311, 2020.
- [81] K. Wang and B. Sivazlian. Life cycle cost analysis for availability system with parallel components. *Computers & Industrial Engineering*, 33(1-2) :129–132, 1997.
- [82] L. Wang, H. Hu, Y. Wang, W. Wu, and P. He. The availability model and parameters estimation method for the delay time model with imperfect maintenance at inspection. *Applied Mathematical Modelling*, 35 :2855–2863, 2011.
- [83] W. Wang and H. Wang. Preventive replacement for systems with condition monitoring and additional manual inspections. *European Journal of Operational Research*, 247(2) :459–471, 2015.

- [84] X. Wang. Wiener processes with random effects for degradation data. *Journal of Multivariate Analysis*, 101(2) :340–351, 2010.
- [85] X. Wang and D. Xu. An inverse gaussian process model for degradation data. *Technometrics*, 52(2) :188–197, 2010.
- [86] Y. Wang and H. Pham. Modeling the dependent competing risks with multiple degradation processes and random shock using time-varying copulas. *IEEE Transactions on Reliability*, 61 :13–22, 2012.
- [87] G. Wei, X. Zhao, S. He, and Z. He. Reliability modeling with condition-based maintenance for binary-state deteriorating systems considering zoned shock effects. *Computers & Industrial Engineering*, 130 :282–297, 2019.
- [88] M. Wortman, G.A. Klutke, and H. Ayhan. A maintenance strategy for systems subjected to deterioration governed by random shocks. *IEEE Transactions on Reliability*, 43 :439–445, 1994.
- [89] F. Wu, S.A. Niknam, and J. E. Kobza. A cost effective degradation-based maintenance strategy under imperfect repair. *Reliability Engineering and System Safety*, 144 :234–243, 2015.
- [90] S. Wu and W. Wang. Optimal inspection policy for three-state systems monitored by control charts. *Applied Mathematics and Computation*, 217(23) :9810–9819, 2011.
- [91] Y. Xiang, C.R. Cassady, and E.A. Pohl. Optimal maintenance policies for systems subject to a markovian operating environment. *Computers & Industrial Engineering*, 62(1) :190–197, 2012.
- [92] L. Yang, Y. Zhao, and X. Ma. Multi-level maintenance strategy of deteriorating systems subject to two-stage inspection. *Computers & Industrial Engineering*, 118 :160–169, 2018.
- [93] S. Yang and T. Lin. On the application of quasi-renewal theory in optimization of imperfect maintenance policies. In *Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium*, pages 410–415, Alexandria, USA, 2005.
- [94] W.S. Yang, D.E. Lim, and K.C. Chae. Maintenance of multi-state production systems deteriorated by random shocks and production. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 20(1) :110–118, 2011.
- [95] Z.S. Ye and N. Chen. The inverse gaussian process as a degradation model. *Technometrics*, 56(3) :302–311, 2014.
- [96] Z.S. Ye, Y. Wang, K. L. Tsui, and M. Pecht. Degradation data analysis using wiener processes with measurement errors. *IEEE Transactions on Reliability*, 62(4) :772–780, 2013.
- [97] Y. Yuan. A review of trust region algorithms for optimization. In *4th International Congress on Industrial & Applied Mathematics*, page 271–282. Oxford University Press, 1999.

- [98] R.I. Zequeira and C. Berenguer. On the inspection policy of a two component parallel system with failure interaction. *Reliability Engineering & System Safety*, 88(1) :99–107, 2005.
- [99] Q. Zhai and Z.S. Ye. Rul prediction of deteriorating products using an adaptive wiener process model. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 13(6) :2911–2921, 2017.
- [100] F. Zhang, J. Shen, H. Liao, and Y. Ma. Optimal preventive maintenance policy for a system subject to two-phase imperfect inspections. *Reliability Engineering and System Safety*, 205, 2021.
- [101] J. Zhang, X. Huang, Y. Fang, J. Zhou, H. Zhang, and J. Li. Optimal inspection-based preventive maintenance policy for three-state mechanical components under competing failure modes. *Reliability Engineering and System Safety*, 152 :95–103, 2016.
- [102] M. Zhang, O. Gaudoin, and M. Xie. Degradation-based maintenance decisions using stochastic filtering for systems under imperfect maintenance. *European Journal of Operational Research*, 245(2) :531–541, 2015.
- [103] X. Zhao, S. He, Z. He, and M. Xie. Optimal condition-based maintenance policy with delay for systems subject to competing failures under continuous monitoring. *Computers & Industrial Engineering*, 124 :535–544, 2018.
- [104] D. Zuckerman. Inspection and replacement policies. *Journal of Applied Probability*, 17 :168–177, 1980.

Annexe

Sommaire

A.1 Probabilités Conditionnelles	85
A.2 Probabilités d'occurrence des scénarios	85

A.1 Probabilités Conditionnelles

Soit (Ω, C, P) un espace de probabilité et B un événement de C de probabilité non nulle. Pour tout événement A de C , la probabilité conditionnelle de A sachant que B est réalisé (ou "probabilité de A sachant B ") est le nombre réel noté $P(A|B)$ ou $P_B(A)$ défini par :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (\text{A.1})$$

De plus, si les deux événements A et B sont indépendants, la probabilité $P(A|B)$ devient

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cap P(B)}{P(B)} \quad (\text{A.2})$$

Le fait que $P(A|B) = P(A)P(B)$ où A et B sont indépendants.

A.2 Probabilités d'occurrence des scénarios

Considérant les événements suivants : A_j : L'événement où le seuil d'alarme S_j est non dépassé à l'instant $t = X_i$.

B_j : L'événement où le seuil d'alarme S_j est non dépassé à l'instant $t = X_{i-1}$.

E_j : L'événement où le niveau de dégradation est compris entre S_j et L à l'instant $t = X_i$.

D_j : L'événement où le seuil critique de dégradation L est dépassé à $t = X_i$.

Considérant aussi :

$T_{1,j}$ la variable aléatoire associée à la vie résiduelle avant que le seuil S_j ($j = 1, 2$) soit franchi.

$T_{2,j}$ la variable aléatoire associée à la vie résiduelle avant que le seuil S_j est franchie jusqu'à la défaillance du composant j ($j = 1, 2$).

Les probabilités associées aux états différents du composant j ($j = 1, 2$) peuvent être résumées comme suit :

Premier cas : le seuil d'alarme S_j ($j = 1, 2$) n'est pas dépassé. La probabilité conditionnelle que le composant j fonctionne est donné comme suit :

$$\begin{aligned} P(A_j/B_j) &= \frac{P((\tau_j > X_{i-1}) \cap (\tau_j > X_i) \cap (T_{1,j} > X_{i-1}))}{P(T_{1,j} > X_{i-1})} \\ &= \frac{P(\tau_j > X_i \cap T_{1,j} > X_{i-1})}{P(T_{1,j} > X_{i-1})} = \frac{1 - G_j(X_i)}{1 - G_j(X_{i-1})} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Deuxième cas : la dégradation est entre le seuil d'alarme et le seuil critique.

$$\begin{aligned} P_{A_j}(E_j) &= P((\tau_j > X_{i-1})(T_{2,j} > X_i - \tau_j)(T_{1,j} > X_{i-1}))/P(T_{(1,j)} > X_{i-1}) \\ &= \frac{\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_j(\tau_j)(1 - F_j(X_i - \tau_j))d\tau_j}{1 - G_j(X_{i-1})} \end{aligned} \quad (A.4)$$

Troisième cas : Le seuil critique L est dépassé.

$$\begin{aligned} P_{A_j}(D_j) &= \frac{P((\tau_j > X_{i-1}) \cap (T_{2,j} < X_i - \tau_j)(T_{1,j} > X_{i-1}))}{P(T_{1,j} > X_{i-1})} \\ &= \frac{\int_{X_{i-1}}^{X_i} g_j(\tau_j)F_j(X_i - \tau_j)d\tau_j}{(1 - G_j(X_{i-1}))} \end{aligned} \quad (A.5)$$

Par conséquent, à partir des équations (A.2 - A.5) et du fait que les deux composantes sont indépendantes, il est facile de montrer que les probabilités conditionnelles des neuf scénarios sont les suivantes :

$$PSc1(i) = P(A_1|B_1 \cap A_2|B_2) = P(A_1|B_1)P(A_2|B_2) \quad (A.6)$$

$$PSc2(i) = P(A_1|B_1 \cap E_2|B_2) = P(A_1|B_1)P(E_2|B_2) \quad (A.7)$$

$$PSc3(i) = P(A_1|B_1 \cap D_2|B_2) = P(A_1|B_1)P(D_2|B_2) \quad (A.8)$$

$$PSc4(i) = P(E_1|B_1 \cap A_2|B_2) = P(E_1|B_1)P(A_2|B_2) \quad (A.9)$$

$$PSc5(i) = P(E_1|B_1 \cap E_2|B_2) = P(E_1|B_1)P(E_2|B_2) \quad (A.10)$$

$$PSc6(i) = P(E_1|B_1 \cap D_2|B_2) = P(E_1|B_1)P(D_2|B_2) \quad (A.11)$$

$$PSc7(i) = P(D_1|B_1 \cap E_2|B_2) = P(D_1|B_1)P(A_2|B_2) \quad (A.12)$$

$$PSc8(i) = P(D_1|B_1 \cap C_2|B_2) = P(D_1|B_1)P(E_2|B_2) \quad (A.13)$$

$$PSc9(i) = P(D_1|B_1 \cap D_2|B_2) = P(D_1|B_1)P(D_2|B_2) \quad (A.14)$$

Résumé

Cette thèse concerne l'optimisation de la maintenance et de l'inspection pour les systèmes à plusieurs niveaux de dégradation. La motivation de cette thèse est le problème de la détermination de politiques de maintenance conditionnelle, pour des systèmes dont la dégradation peut être modélisée par un processus stochastique. Nous mettons l'accent sur l'utilisation de l'information obtenue par l'inspection de la dégradation pour déterminer des politiques de maintenance et d'inspection. Nous allons considérer un système dans lequel la dégradation est modélisée par une loi de probabilité puis un processus stochastique (Weibull - processus Gamma). Trois seuils de remplacement sont considérés à savoir le seuil de remplacement opportun et le seuil de remplacement préventif et le seuil de remplacement correctif. Il est supposé que le système est inspecté périodiquement et à partir de l'état de dégradation relevé par cette inspection une décision sur l'action de maintenance à réaliser sera prise. En conséquence, trois politiques de maintenance qui se différencient dans la prise de décision sont proposées dans cette recherche. Des applications numériques sont menées pour illustrer le comportement des politiques de maintenance proposées. Les discussions fournissent des indications utiles sur le choix de la meilleure politique en fonction des différents paramètres.

Mots clés: Modèle de dégradation; coût total de maintenance; politique d'inspection; dégradation multi-niveaux ; optimisation.

Abstract

This thesis concerns the optimization of maintenance and inspection for systems with multiple levels of degradation. The motivation of this thesis is the problem of determining conditional maintenance policies for systems whose degradation can be modeled by a stochastic process. We focus on the use of information obtained from the inspection of degradation to determine maintenance and inspection policies. We will consider a system in which degradation is modeled by a probability law and then a stochastic process (Weibull - Gamma process). Three replacement thresholds are considered, namely the opportune replacement threshold, the preventive replacement threshold and the corrective replacement threshold. It is assumed that the system is inspected periodically and from the state of degradation found by this inspection a decision on the maintenance action to be performed will be taken. Consequently, three maintenance policies that differ in the decision making are proposed in this research. Numerical applications are conducted to illustrate the behavior of the proposed maintenance policies. Discussions provide useful insights on the choice of the best policy according to the different parameters.

Key words: Degradation model; total maintenance cost; inspection policy; multi-level degradation; optimization.

المخلص

تتعلق هذه الأطروحة بتحسين الصيانة والفحص للأنظمة ذات المستويات المتعددة من التدهور. الدافع وراء هذه الأطروحة هو مشكلة تحديد سياسات الصيانة المشروطة للأنظمة التي يمكن نمذجة تدهورها من خلال عملية عشوائية. نحن نركز على استخدام المعلومات التي تم الحصول عليها من فحص التدهور لتحديد سياسات الصيانة والفحص. سننظر في نظام يتم فيه نمذجة التدهور من خلال قانون الاحتمالات ثم عملية عشوائية (ويبول- عملية غاما). يتم النظر في ثلاثة عتبات استبدال، وهي عتبة الاستبدال المناسبة، وعتبة الاستبدال الوقائي وعتبة الاستبدال التصحيحي. من المفترض أن يتم فحص النظام بشكل دوري ومن حالة التدهور التي وجدها هذا الفحص، سيتم اتخاذ قرار بشأن إجراء الصيانة الذي سيتم تنفيذه. وبالتالي، تم اقتراح ثلاث سياسات صيانة تختلف في اتخاذ القرار في هذا البحث. يتم إجراء التطبيقات العددية لتوضيح سلوك سياسات الصيانة المقترحة. توفر المناقشات رؤى مفيدة حول اختيار أفضل سياسة وفقاً للمعايير المختلفة.

الكلمات المفتاحية: نموذج التدهور؛ التكلفة الإجمالية للصيانة؛ سياسة التفتيش؛ التدهور متعدد المستويات؛ التحسين الأمثل