

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université A. MIRA-BEJAIA



جامعة بجاية  
Tasdawit n Bgayet  
Université de Béjaïa

Faculté de technologie  
Département de génie mécanique  
Laboratoire de Mécanique, Matériaux et Energétique

**THÈSE**  
**EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE**  
**DOCTORAT**

**Domaine : Sciences et Technologie    Filière : Génie mécanique**  
**Spécialité : Ingénierie Mécanique**

Présentée par  
**MEHDAOUI Hamza**

*Thème*

*Modélisation et simulation du revêtement de substrat courbe par un film mince. Application à la rupture des larmes en relation avec le syndrome de l'œil sec.*

Soutenue le : 30 /03/2022

Devant le Jury composé de :

**Nom et Prénom**

**Grade**

<b>Mr SADAOUI Djamel</b>	<b>Professeur</b>	Univ. de Bejaia	Président
<b>Mr NAIT BOUDA Faïçal</b>	<b>MCA</b>	Univ. de Bejaia	Rapporteur
<b>Md AMATOUSSE Nawel</b>	<b>Professeur</b>	Univ. de Bejaia	Examineur
<b>Mr BOUTOUDJ Md Said</b>	<b>Professeur</b>	Univ. de Tizi-Ouzou	Examineur
<b>Mr NEBBALI Rezki</b>	<b>MCA</b>	Univ de Tizi -Ouzou	Examineur
<b>Mr DJEMA Amar</b>	<b>MCB</b>	Univ. de Bejaia	Invité
<b>Mr AIT ABDERRAHMANE Hamid</b>	<b>Professeur</b>	Khalifa Univ. U.A.E.	Invité

**Année universitaire : 2021/2022**

## Résumé

Ce travail de thèse est consacré à l'étude de l'influence des propriétés rhéologiques des larmes sur leur dynamique et stabilité, cette étude est réalisée à l'aide de simulations numériques 2D. Les simulations ont été effectuées dans le cas d'une cornée courbée puis plane, d'une frontière mobile (paupière supérieure) et en utilisant les modèles rhéologiques Cross et Herschel Belkuly. Les conditions simulées sont proches dans une certaine mesure aux conditions réelles de la dynamique du film lacrymal. Nous avons résolu numériquement les équations de continuité et de quantité de mouvement en utilisant la formulation mono-fluide et la méthode de (VOF) pour suivre le profil du film lacrymal. Nous avons examiné l'influence des propriétés rhéologiques, à savoir la constante de temps, la viscosité à cisaillement nul, l'indice de comportement, la consistance et la contrainte seuil sur la dynamique du film lacrymal. L'accent est mis sur l'épaisseur minimale du film lacrymal près de la paupière supérieure, où le film lacrymal est susceptible à la rupture. Les résultats confirment que la courbure retarde le risque de rupture du film. Les résultats indiquent également que les valeurs des paramètres rhéologiques comprises dans la plage des valeurs mesurées *in vivo* sont celles qui retardent la rupture du film lacrymal et fournissent un film lacrymal mince quasi-uniforme et assurent également la lubrification entre la paupière mobile et la surface de la cornée avec une contrainte de cisaillement faible. Les valeurs suggérées pour les paramètres de réduction de la rupture peuvent éventuellement servir de point de départ pour la conception de larmes artificielles efficaces, ces dernières peuvent atténuer les symptômes du syndrome de l'œil sec.

**Mots clés :** Film lacrymal, CFD, fluide rhéologique, substrat courbe, rupture du film lacrymal, syndrome de l'œil sec

## Abstract

This work is devoted to the study of the influence of the shear-thinning properties on tear dynamics, this study is analyzed using 2D numerical simulations. The simulations were conducted in conditions close to those of the actual tear film dynamics. The paper deals with the spreading of the rheological tear film on a spherical and planar cornea with blinking. The rheological properties are described using Cross model and Herschel Bulkley, known as the model that describes well rheological properties of actual tears. We solved the continuity and the momentum equations using the mono-fluid formulation and the volume of fluid (VOF) method. We have examined the influence of rheological properties namely, the time constant, the zero shear viscosity, the flow behavior index, the consistency and the yield stress on the tear film profile. The results confirm that the curvature delays the risk of film rupture. The results also indicate that the values of the rheological parameters within the range of the values measured *in-vivo* are the ones that delay tear-film breakup. These values provide quasi-uniform thin tear film and ensure a low wall shear stress lubrication between the moving eyelid and the cornea surface. The suggested values for the rheological parameters can serve as a starting point for designing efficient artificial tears to alleviate moderate symptoms of dry eye syndrome.

**Keywords:** Tear film, CFD, rheological fluid, curved substrate, tear film breakup, dry eye syndrome.

## ملخص

تم تحليل تأثير الخصائص الريولوجية للدموع على ديناميكيتها باستخدام المحاكاة العددية ثنائية الأبعاد. تم إجراء عمليات المحاكاة في حالة القرنية المنحنية والمستوية، والحد المتحرك (الجنف العلوي) ونماذج الريولوجية Cross مع Herschel Belkuly. ظروف المحاكاة قريبة إلى حد ما من الظروف الفعلية لديناميكيات سائل الدموع. قمنا بحل معادلات الاستمرارية والحركية باستخدام طريقة حجم السائل لمتابعة تغير السطح الحر لسائل الدموع. لقد درسنا تأثير الخصائص الريولوجية، وهي ثابت الوقت، اللزوجة عند القص المنعدم، مؤشر التدفق، الاتساق والجهد الأدنى على ديناميكيات الغشاء الدمعي للعين. يتم التركيز على الحد الأدنى لسماكة سائل الدموع بالقرب من الجنف العلوي، حيث يكون سائل الدموع عرضة للتمزق. تؤكد النتائج أن الانحناء يؤخر خطر كسر السائل. تشير النتائج أيضاً إلى أن قيم المعاملات الريولوجية ضمن نطاق القيم المقاسة في الجسم الحي هي تلك التي تؤخر تمزق سائل الدموع، وتوفر غشاءً رقيقاً شبه منتظم، وتوفر تزييناً بين الجنف المتحرك وسطح القرنية مع إجهاد قص منخفض. يمكن أن تكون القيم المقترحة لمعايير الحد من التمزق بمثابة نقطة انطلاق لتصميم الدموع الاصطناعية الفعالة، والتي يمكن أن تخفف من أعراض متلازمة العين الجافة.

**الكلمات المفتاحية:** سائل الدموع، السائل الريولوجي، الركيزة المنحنية، تكسر الغشاء الدمعي، متلازمة جفاف العين.

## *Remerciements*

*Louange à Allah Dieu des univers*

*Je tiens à remercier ALLAH pour la volonté et le courage qu'il m'a donné pour l'achèvement de ce travail.*

*J'exprime ma profonde gratitude et ma reconnaissance envers mon directeur de thèse, Faiçal NAIT BOUDA, pour m'avoir donné cette chance de m'inscrire, et d'avoir accepté le thème proposé. Je le remercie pour tout l'intérêt qu'il a accordé à cette étude, pour ses conseils, son savoir et ses encouragements qu'il m'a transmis tout au long de ce travail. De la même façon, je tiens aussi à exprimer ma profonde gratitude et ma reconnaissance envers Mr Hamid AIT ABDERRAHMANE, Assistant Professeur à l'Université Khalifa Abu-Dhabi U.E.A, pour m'aider beaucoup dans ma thèse, sur ce sujet du syndrome de la sécheresse oculaire, tout l'intérêt qu'il a accordé à mon travail, pour ses conseils, et ses encouragements qu'il m'a transmis tout au long de cette étude.*

*Je remercie vivement Mr Moussa ALLOUCHE qui m'a initié dans le sujet, et qu'il m'a partagé beaucoup de savoir. Je tiens aussi à exprimer ma profonde gratitude et ma reconnaissance envers Mr YOUCEFI Rachid responsable de hall technologie et ses camarades.*

*Mes remerciements vont également aux membres du jury, que sont le Professeur Djamel SADAoui et Nawel AMATOUSSE MCA à l'Université A.MIRA de Bejaia, le Professeur Md Saïd BOUTOUDJ et Rezki NEBBALI MCA à l'Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou pour m'avoir fait l'honneur d'examiner ce modeste travail et les assure de ma profonde gratitude. Enfin je remercie également les invités Mr Amar DJEMAA MCB à l'Université A.MIRA de Bejaia et Mr Hamid AIT ABDERRAHMANE, Assistant Professeur à l'Université Khalifa Abu-Dhabi U.E.A.*

*Enfin, j'exprime ma reconnaissance et ma sympathie à l'équipe du Laboratoire de Mécanique, Matériaux et Energétique .*

## *Dédicaces*

*À*

*Mes chers parents, ma chère femme, mes chers frères et tous mes chers amis.*

# Table des matières

RESUME

REMERCIEMENTS

TABLE DES MATIERES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

NOMENCLATURE

Introduction générale.....	1
I.1. Généralités sur le film lacrymal.....	4
I.1.1. Composition du film lacrymal.....	4
I.1.1.1. Les mucines.....	4
I.1.1.2. La Couche aqueuse.....	5
I.1.2. Les phénomènes physiques agissant sur le film lacrymal.....	7
I.1.2.1. La tension superficielle.....	7
I.1.2.2. La viscosité.....	7
I.1.2.3. L'évaporation.....	8
I.1.2.4. La gravité.....	9
I.1.2.5. Le débit des glandes.....	9
I.1.3. Comprendre le phénomène de la dynamique du film lacrymal.....	10
I.2. Étude bibliographique.....	11
I.2.1. Étude du film lacrymal pour différents mécanismes.....	11
I.2.2. Étude du film lacrymal avec le mouvement des paupières.....	13
I.2.3. Étude de la structure du substrat (forme de l'œil).....	16
I.2.4. Études rhéologiques du film lacrymal.....	18
II.1. La rhéologie.....	23
II.1.1. Paramètres fondamentaux de la rhéologie.....	23
II.1.1.1. Contrainte de cisaillement.....	23
II.1.1.3. Déformation de cisaillement.....	24
II.1.1.4. Taux de cisaillement.....	25
II.1.1.5. Viscosité.....	25
II.1.1.5.1. La viscosité dynamique ou apparente.....	25
II.1.1.5.2. La viscosité cinématique.....	25
II.1.2. Types de fluides.....	26

II.1.2.1. Fluide Newtonien .....	26
II.1.2.2. Fluide non newtonien .....	26
II.1.3. Fluides indépendant du temps.....	27
II.1.3.1. Modèles sans contrainte seuil (pseudoplastique).....	27
II.1.3.1.1. Le modèle en loi de puissance d'Ostwald [47] .....	27
II.1.3.1.2. Le modèle de Cross [48] .....	28
II.1.3.1.3. Le modèle de Carreau-Yasuda [49] .....	29
II.1.3.1.4. Modèle d'Ellis .....	29
II.1.3.2. Modèles avec contrainte seuil (viscoplastique).....	29
II.1.3.2.1. Modèle de Bingham [50].....	29
II.1.3.2.2. Modèle de Herschel-Bulkley [51] .....	30
II.1.3.2.3. Modèle de Casson .....	30
II.1.3.2.5. Modèle de Sisko .....	31
II.1.4. Fluides dépendant du temps.....	31
II.1.4.1. Les fluides thixotropes.....	32
II.1.4.2. Les fluides rhéopexes.....	32
II.1.4.3. Les fluides viscoélastiques.....	32
III.1. Modèle physique .....	34
III.2 Les équations de mouvement et de continuité .....	35
III.3. Modèles rhéologiques utilisés .....	36
III.3.1 Modèle de Cross.....	36
III.3.2. Modèle de Bingham .....	36
III.3.3.Modèle de Herschel-Bulkley.....	36
III.6. Procédure numérique .....	39
III.6.1. Maillage dynamique.....	39
III.6.2. Présentation de la méthode de VOF.....	39
III.6.3. Présentation de la méthode des volumes finis.....	40
IV.1. Effet du Maillage .....	46
IV.2. Validation.....	47
IV.3. Évolution de l'épaisseur du film avec un grand volume de larmes .....	49
IV.3.1. La distribution du film lacrymal.....	49
IV.3.2. Étude pour le cas d'un fluide newtonien .....	50
IV.3.2.1 Effet de la viscosité newtonienne " $\mu$ " .....	50
IV.3.2.2. Effet de la tension de surface " $\sigma$ " .....	52
IV.4. Évolution de l'épaisseur du film avec réduction du volume .....	53
IV.4.1. Effet de courbure de la surface de cornée .....	55

IV.4.2. Étude rhéologique du film lacrymal.....	57
IV.4.2.1. Etude pour le cas d'un fluide pseudoplastique sur un substrat spherique.....	57
IV.4.2.1.1. Influence de la constante du temps ( $\lambda$ ).....	57
IV.4.2.1.2. Effet de l'indice d'écoulement ( $n$ ).....	59
IV.4.2.1.3. Effet de la viscosité aux taux de cisaillement nul ( $\mu_0$ ) .....	61
IV.4.2.1.4. Évolution de la vitesse du film près des paupières .....	63
IV.4.2.1.5. Variation de la contrainte de cisaillement à la cornée .....	67
IV.4.2.1.6. Remarques finales.....	69
IV.4.2.2. Etude pour le cas d'un fluide viscoplastique sur un substrat plan .....	70
IV.4.2.2.1. Effet de l'indice de comportement 'n' .....	71
IV.4.2.2.2. Effet de l'indice de consistance "k" .....	74
IV.4.2.2.3. Effet de la contrainte seuil " $\tau_0$ " .....	77
IV.4.2.2.3. Évolution de la vitesse locale au niveau des deux paupières.....	79
IV.4.2.2.3 Profils de contrainte de cisaillement près des deux paupières.....	84
Conclusion .....	87
Conclusion générale .....	87
Bibliographie .....	89

## LISTE DES FIGURES

### ChapitreI: Généralités sur le film lacrymal et revues bibliographiques

Figure 1. Composition du film lacrymal .....	4
Figure 2. La sécrétion aqueuse, glande lacrymale principale et les glandes accessoires.....	5
Figure 3. Les glandes de meibomius (sécrétion des lipides).....	6
Figure 4. Exemple des larmes artificielles .....	8
Figure 5. Évaporation du film lacrymal. ....	9
Figure 6. Etapes de clignotement du film lacrymal. ....	10
Figure 7. Exemple de profil de la hauteur du film lacrymal. ....	11
Figure 8. Dynamique du film lacrymal .....	11
Figure 9. Mécanisme de la rupture du film lacrymal .....	12
Figure 10. Illustration de la disposition du film lacrymal .....	13
Figure 11 Coupe de l'œil avec la vitesse de la paupière supérieure. ....	14
Figure 12. Influence de la viscosité sur la formation du film lacrymal .....	15
Figure 13. Comparaison entre le profil du film avec lipide et sans lipide. ....	15
Figure 14. Modèle d'écoulement pour un film mince .....	17
Figure 15. Coupe transversale du film sur un sphéroïde allongé.....	17
Figure 16. Modèle du film lacrymal avec une forme courbée. ....	18
Figure 17. Schéma de représentation du film lacrymal.....	20
Figure 18. Effet de l'indice de comportement et la viscosité.....	20

Figure 19. Hauteur du film lacrymal à la fin de clignement, comparaison avec les larmes naturelles. ....	21
Figure 20. Effet de la courbure sur le film .a) pour un fluide newtonien ,b) modèle d'Ellis ...	22

## ChapitreII: Notions générales sur la rhéologie

Figure 21. Relation entre la contrainte et la vitesse de cisaillement .....	23
Figure 22. Description de la contrainte de cisaillement .....	24
Figure 23. Mise en évidence de la déformation .....	24
Figure 24. Rhéogrammes pour les types de fluide .....	31
Figure 25. Boucles d'hystérésis de fluides thixotropes.....	32

## ChapitreIII: Modèle mathématique et procédure numérique

Figure 26. Domaine physique du problème du film lacrymal.....	34
Figure 27. Principe de la méthode de VOF .....	39

## ChapitreIV: Résultats et discussions

Figure 28. Modèle numérique pour le film. ....	46
Figure 29. Évolution de l'épaisseur du film pour différentes grilles de maillage dans le cas d'un film pseudoplastique.....	47
Figure 30. Évolution de l'épaisseur du film pour différentes grilles de maillage dans le cas du film viscoplastique. ....	47
Figure 31. Validation du modèle par rapport au modèle du travail d'Aydemir (2010) (a)et(b) Distribution de l'épaisseur du film le long de la soustraction sphérique à 0,02 et 0.18 sec, respectivement.....	48
Figure 32. Évolution de l'épaisseur minimale du film lacrymal en fonction du temps.....	49
Figure 33. Évolution du film durant le temps pour différents stades. ....	50
Figure 34 .Variation de l'épaisseur du film : effet de la viscosité, $\mu=0.0013, 0.0043,$ .....	51
Figure 35. Comparaison des profils du film pour différentes viscosités newtoniennes.....	52
Figure 36. Variation de l'épaisseur du film : effet de la tension de surface $\sigma$ .....	53
Figure 37. Évolution du film dans le temps pour deux stages d'ouverture de l'œil. ....	54
Figure 38. (a) Variation de l'épaisseur du film à la fin du clignement $t=0.18s$ , en comparant entre le substrat plan et sphérique dans les deux cas : Film lacrymal newtonien et non-newtonien (b) Évolution de l'épaisseur minimale du film en fonction du temps.....	56
Figure 39. Variation de l'épaisseur du film pour différentes valeurs de constante du temps ( $\lambda$ ) avec deux valeurs de $\mu_0$ : (a) $0,0023Pa.s$ et (b) $0,0043Pa.s$ , et fixe $n=0.5$ , au temps $=0.18$ seconde .....	58
Figure 40. Variation de l'épaisseur du film pour différents indices de comportement ( $n$ ) avec deux valeurs de $\lambda$ : (a) $0.1s$ et (b) $1s$ , et $\mu_0$ fixe $=0.0043 Pa.s$ , au temps $=0.18$ seconde.....	60
Figure 41. Variation de l'épaisseur du film pour différentes viscosités aux cisaillements nuls ( $\mu_0$ ), $n=0.5$ (a) $\lambda=0.1s$ , (b) $\lambda=1s$ au temps $t=0.18$ secondes.....	62
Figure 42. Variation de l'épaisseur du film pour différentes viscosités aux cisaillements nuls ( $\mu_0$ ), $n=0.7$ , $\lambda=1s$ au temps $t=0.18$ secondes. ....	63
Figure 43. Profils de vitesses près des paupières pour différentes valeurs de $n$ , (a,b) vitesses selon $x^*$ , (c,d) vitesses selon $y^*$ .....	64

Figure 44. Profils de vitesses près des paupières pour différentes valeurs de ( $\lambda$ ), (a,b) vitesses selon $x^*$ , (c,d) vitesses selon $y^*$ .....	65
Figure 45. Profils de vitesses près des paupières pour différentes valeurs de ( $\mu_0$ ), (a,b) vitesses selon $x^*$ , (c,d) vitesses selon $y^*$ .....	66
Figure 46. Effet de la viscosité a cisaillement nul sur la contrainte de cisaillement avec $n=0.5$ , pour : (a) $\lambda = 0.1s$ et (b) $1s$ à $t = 0.18s$ , au niveau de la paupière supérieure.....	68
Figure 47. Effet de l'indice d'écoulement 'n' sur la variation de l'épaisseur du film, pour $k = 0.07 Pa$ , (a) $\tau_0 = 1 Pa$ et (b) $\tau_0 = 4.5 Pa.s$ à $t=0.18s$ .....	72
Figure 48. Effet de l'indice d'écoulement 'n' sur la variation de l'épaisseur du film, pour $k = 0.6 Pa.s$ , (a) $\tau_0 = 1 Pa$ et (b) $\tau_0 = 4.5 Pa.s$ à $t=0.18s$ .....	73
Figure 49. Variation de l'épaisseur du film pour l'effet de la consistance $k$ , $n=0.5$ , (a) $\tau_0=0 Pa$ , (b) $\tau_0=0.2 Pa$ à $t=0.18s$ .....	75
Figure 50. Variation de l'épaisseur du film pour l'effet de la consistance $k$ , $n=0.5$ , (a) $\tau_0=1 Pa$ , (b) $\tau_0=4.5 Pa$ à l'instant $t=0.18s$ .....	76
Figure 51. Variation de l'épaisseur du film pour différents " $\tau_0$ ", $n=0.5$ et $k = 0.07, 0.6, 2.5 Pa.s$ à $t=0.18s$ .....	78
Figure 52. Vitesse moyenne en profondeur le long de la cornée pour différentes contraintes seuil $k$ au temps = $0.18 s$ .....	80
Figure 53. Vitesse moyenne en profondeur près de la paupière inférieure et supérieure pour différentes consistances « $k$ » au temps = $0.18 s$ . a) Près de la paupière inférieure, b) près de la paupière supérieure.....	81
Figure 54. Vitesse moyenne en profondeur le long de la cornée pour différentes contraintes seuil « $\tau_0$ » au temps = $0.18 s$ .....	82
Figure 55. Vitesse moyenne en profondeur près de la paupière inférieure et supérieure pour différentes contraintes seuil « $\tau_0$ » au temps = $0.18 s$ . a) près de la paupière inférieure, b) près de la paupière supérieure.....	83
Figure 56. Vitesse moyenne en profondeur près de la paupière inférieure et supérieure pour différentes contraintes seuil $\tau_0$ , $n=0.5$ , $k=0.07Pa.s$ au temps = $0.18 s$ .....	84
Figure 57 Variation de la contrainte de cisaillement a la paroi : effet de la consistance « $k$ ».85	
Figure 58 Variation de la contrainte de cisaillement à la paroi : effet de la contrainte seuil $\tau_0$ a) Près de la paupière inférieure, b) Près de la paupière supérieure.....	86

## **LISTE DES TABLEAUX**

Tableau 1. Valeurs des paramètres selon Tiffany [39].....	57
Tableau 2. Valeurs des paramètres de notre étude .....	57
Tableau 3. Valeurs de l'épaisseur minimale du film pour différents fluides artificiels (t=0.18s). .....	74
Tableau 4. Épaisseur minimale du film lacrymal viscoplastique en fin de clignement (t = 0.18 s), près de la paupière supérieure. ....	79

# NOMENCLATURE

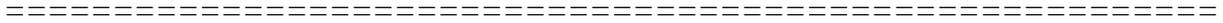
## Lettres latines

- F Force de surface continue [N]  
g Champ gravitationnel [ $\text{ms}^{-2}$ ]  
h Hauteur dimensionnelle du film [m]  
h\* Jeu paupière supérieure cornée [m]  
k Consistance du fluide [Pa.s]  
L<sub>cl</sub> Distance initial entre les paupières [m]  
L<sub>op</sub> Distance d'ouverture complète des paupières [m]  
**n** Vecteur normal à la surface libre [-]  
n Indice de comportement [-]  
P Pression [Pa]  
R<sub>C</sub> Rayon de la cornée [m]  
t Temps [s]  
U<sub>0</sub> Vitesse initiale de la paupière supérieure [ $\text{ms}^{-1}$ ]  
**u** Champ de vitesse [ $\text{ms}^{-1}$ ]  
u, v Composantes du vecteur vitesse cartésiennes [ $\text{ms}^{-1}$ ]  
x, y Coordonnées curvilignes [m]  
x\*, y\* Coordonnées cartésiennes [m]

## Lettres Grecques

- $\sigma$  Tension superficielle air-larme [ $\text{Nm}^{-1}$ ]  
 $\dot{\gamma}$  Taux de cisaillement [ $\text{s}^{-1}$ ]  
 $\lambda$  Constante du temps[s]  
 $\tau_0$  Contrainte seuil [Pa]  
 $\theta_0$  Angle polaire de la paupière inférieure [rad]  
 $\theta_{op}$  Angle finale d'ouverture [rad]  
 $\kappa$  Courbure du film [ $\text{m}^{-1}$ ]  
 $\mu_0$  Viscosité cisaillement nul [Pa.s]  
 $\mu_\infty$  Viscosité cisaillement infinie [Pa.s]  
 $\rho$  Masse volumique [ $\text{kgm}^{-3}$ ]  
 $\alpha$  Fraction volumique [-]  
*a* coefficient de pseudo-plasticité [-]

# Introduction générale



## **Introduction générale**

Les anomalies de la surface oculaire affectent une proportion importante de la population mondiale. Les symptômes observés dépendent de l'implication de l'un des trois acteurs qui sont les paupières, la surface cornéenne et le film lacrymal. Ce dernier est une solution complexe résultant d'un délicat mélange d'eau, de graisses et de mucus, la principale étant une phase aqueuse d'environ 10  $\mu\text{m}$  d'épaisseur et les deux autres phases le mucus et le lipide. Le film lacrymal protège la surface de l'œil contre les corps étrangers, et consiste à lubrifier le contact entre la cornée et les paupières et de former une interface optique de haute qualité. La paupière supérieure clignote pendant 0.3s pour faire un revêtement du film sur la surface de l'œil. Pendant ce revêtement, le film peut se cisailer dans des zones sur la surface, cette rupture souvent provoque une vision floue et des sensations de brûlure et une déchirure. Ce sont les symptômes d'une maladie répandue, connue sous le nom de syndrome de l'œil sec. Différentes circonstances pathologiques dont un des facteurs conducteurs est l'inflammation, peuvent aboutir à une altération du film lacrymal entraînant des symptômes d'œil sec, même dans les pathologies allergiques. Les modifications du film lacrymal survenant lors du syndrome sec, des dysfonctionnements meibomiens, des conjonctivites allergiques, du port de lentilles de contact, dans les suites de la chirurgie réfractive ou de conjonctivites infectieuses jouent un rôle extrêmement important et peuvent entraîner nombre de symptômes. Le soulagement des patients passe nécessairement par la bonne compréhension du mécanisme physiopathologique impliqué, aussi, les substituts ou les suppléments de larmes artificielles sont les premières approches thérapeutiques les plus courantes pour la sécheresse oculaire. La plupart des formulations de larmes artificielles disponibles sur le marché sont à base d'eau ou comprennent à la fois des composants aqueux et lipidiques. Cependant, ces solutions aqueuses présentent un temps de résidence oculaire court. Elles ne procurent qu'un soulagement temporaire des symptômes. Une formulation idéale de larmes artificielles doit imiter les larmes naturelles et avoir certaines propriétés physico-chimiques telles que la tension de surface et la viscosité proches de la gamme physiologique des larmes naturelles. La tension superficielle joue un rôle clé dans l'étalement des larmes sur la surface oculaire et la stabilité du film lacrymal. La couche lipidique des larmes au-dessus de la couche aqueuse diminue la tension superficielle et la stabilité du film lacrymal diminue lorsque la tension superficielle du liquide lacrymal augmente. La viscosité des larmes joue également un rôle important dans la dynamique du film lacrymal. Les larmes naturelles présentent un comportement non newtonien, avec une faible viscosité à

des taux de cisaillement élevés pour éviter d'endommager la surface oculaire pendant le clignement, et une viscosité plus élevée lorsque l'œil est complètement ouvert pour résister au drainage et à la rupture du film lacrymal.

L'objectif de ce travail est d'étudier l'influence des propriétés d'un fluide artificiel non-newtonien dans le cas d'un substrat courbe et plan sur la dynamique du film lacrymal artificiel pendant le clignement des paupières, pour les comparer avec ceux des fluides newtoniens. Le problème a été résolu par la simulation directe des équations de Navier – Stokes à l'aide de la méthode Volume of Fluid (VOF) et le modèle Force de surface continue (CSF) en combinaison avec les modèles rhéologiques Cross puis Herschel Bulkley. Cette étude de la dynamique du film lacrymal a été validée en comparant les résultats pour le cas newtonien avec ceux de la littérature [Aydemir et al]. L'influence de la courbure dans le cas newtonien et non newtonien avec l'effet des propriétés de fluide rhéologique sur la rupture du film a également été étudiée. En utilisant deux modèles rhéologiques pour les fluides artificielles, l'étude montre comment la nature des fluides améliore les performances par rapport à un comportement newtonien. Enfin, l'étude a déterminé les caractéristiques physiques du fluide qui sont nécessaires pour un film lacrymal efficace.

# Chapitre I

## **Généralités sur le film lacrymal et Revue bibliographique**

=====

## I.1. Généralités sur le film lacrymal

### I.1.1. Composition du film lacrymal

Le film lacrymal est la deuxième ligne de défense de la surface oculaire après les paupières. Le volume du film lacrymal est de 7 à 9  $\mu\text{L}$ , avec une sécrétion basale de 1 à 2  $\mu\text{L}/\text{minute}$  [1-5]. La mesure exacte de l'épaisseur du film lacrymal reste cependant un sujet de controverse, entre 7 et 40  $\mu\text{m}$  selon les auteurs [6, 7]. Jusqu'à très récemment, le film lacrymal était considéré comme composé de trois couches distinctes (muqueuse, aqueuse et lipidique), mais en fait le film lacrymal ressemble plus à un gel avec un gradient de concentration de mucus depuis la couche superficielle de l'épithélium, où il adhère fortement par l'intermédiaire du glycocalix, à la couche externe, moins concentrée en mucines solubles et recouverte par la couche lipidique qui est constituée de composants polaires et non polaires, forment la couche la plus extérieure. Les lipides polaires sont répartis sur l'interface entre la couche aqueuse et la couche de lipides non polaires. Les lipides polaires agissent comme tensioactifs ; Ils diminuent la tension superficielle et réduisent l'évaporation de la couche aqueuse. Les larmes sont éliminées en partie par évaporation, mais surtout par les conduits lacrymo-nasaux.

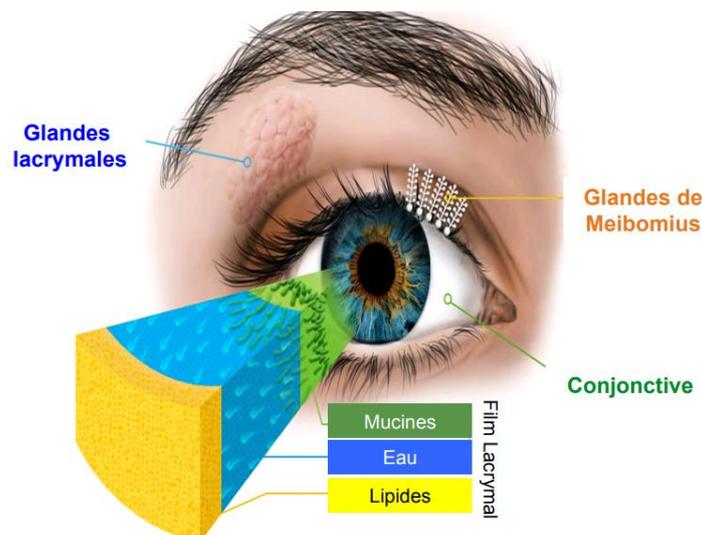


Figure 1: Composition du film lacrymal

#### I.1.1.1. Les mucines

Les mucines sont des glycoprotéines de haut poids moléculaire et sont glycosylées de manière très importante [8]. Les mucines solubles et les mucines formant des gels sont sécrétées par les cellules à mucus de la conjonctive. Les mucines jouent un rôle majeur en rendant la surface oculaire hydrophile à l'inverse de son état naturel hydrophobe. De plus, les mucines diminuent la tension de surface des larmes. Au-dessus d'une concentration de 1%, les larmes

forment un gel de haute viscosité au comportement non newtonien. D'autres mucines fixées aux membranes cellulaires participent à la couche muqueuse du film lacrymal adhérente à la surface épithéliale. L'adhérence du film lacrymal à la surface oculaire est aussi augmentée par les microvillines et les invaginations des membranes de l'épithélium recouvertes du glycocalix qui participent à la stabilité du film lacrymal en rendant la surface oculaire hydrophile. De plus, le glycocalix interagit avec les mucines formant des gels et les mucines solubles.

### I.1.1.2. La Couche aqueuse

La couche aqueuse est la couche la plus épaisse du film lacrymal. Elle est composée majoritairement d'eau (98%) et de mucines [9], mais elle contient également des électrolytes, des facteurs de croissance. La sécrétion basale est assurée par les glandes accessoires, alors que la sécrétion réflexe et la plupart des protéines sont produites par la glande lacrymale principale. Cette notion a été remise en question par ceux qui pensent que la sécrétion aqueuse a un contrôle nerveux et que la glande lacrymale principale et les glandes accessoires ont des fonctions similaires [10 ,11].

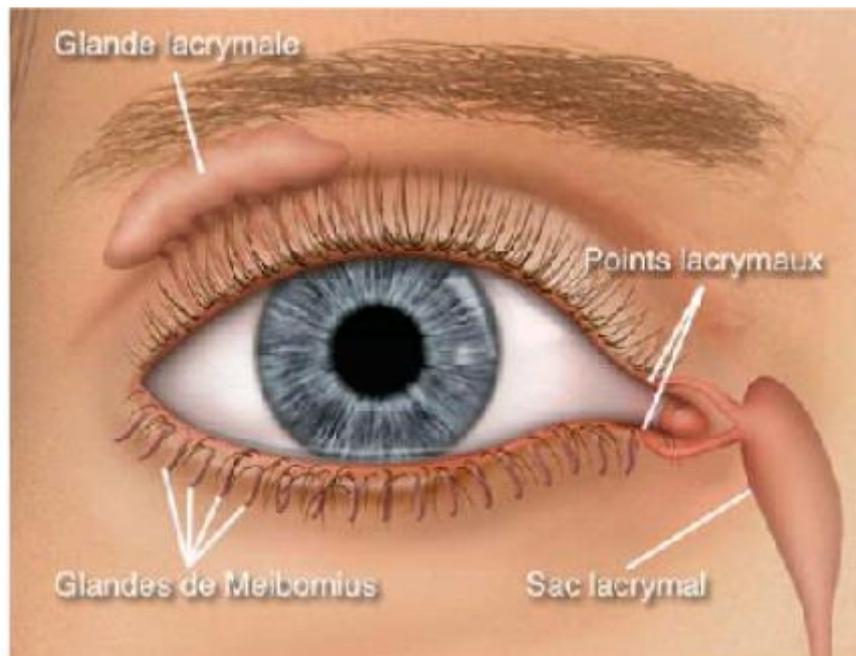


Figure 2: la sécrétion aqueuse, glande lacrymale principale et les glandes accessoires.

### I.1.1.3. Les Lipides

La couche lipidique externe possède une épaisseur inférieure à 100 nanomètres (nm), est composée d'une couche superficielle non polaire avec des tensioactifs polaires à l'interface aqueuse / lipidique [12]. Sécrété essentiellement par les glandes de Meibomius, joue un rôle capital pour stabiliser le film lacrymal. Le film lipidique assure de nombreux rôles [13] :

\* le FL a un rôle antiévaporatif. Il réduit d'un facteur 10 à 20 la perte aqueuse. On se rappellera que l'élimination du FL se fait pour 75 % par voie évaporative et pour 25 par la voie lacrymo-nasale. En cas de trouble évaporatif, cette tendance se trouve encore plus accentuée ; Cela permet un meilleur drainage sous-jacent d'eau et participe au maintien de la phase mucinoaqueuse. C'est l'effet Marangoni. La tension de surface détermine le pouvoir mouillant des larmes sur la cornée. Plus elle est élevée, c'est à dire plus l'énergie libre du système est importante.

\* le FL est instable et a une durée de vie courte. La tension de surface contrôle ainsi le niveau d'équilibre entre le film précornéen et les ménisques lacrymaux. Ces derniers risquent d'être majorés aux dépens du FL en cas d'augmentation de l'énergie libre de surface. La bonne capacité d'étalement des sécrétions meibomiennes permet donc d'abaisser la tension de surface. Ce sont les phospholipides du FL qui y contribuent de manière déterminante.

\* le FL permet aussi la collection et l'élimination rapide des poussières de petit calibre qui viennent s'y déposer ; le FL améliore ses qualités optiques.

\* le FL a de plus un rôle antimicrobien. Il fournit des acides gras qui forment des complexes bactéricides en association avec des mucines. Rappelons qu'en s'étalant sur la marge palpébrale, les sécrétions meibomiennes forment une barrière mécanique qui s'oppose au passage oculaire des lipides cutanés d'origine sébacée. Le meibum est en effet plus visqueux que le sebum. Au total, la stabilité et le caractère fonctionnel du FL dépendent de nombreux facteurs. Une qualité, une quantité et une distribution adéquates en lipides, eau et mucines sont nécessaires.

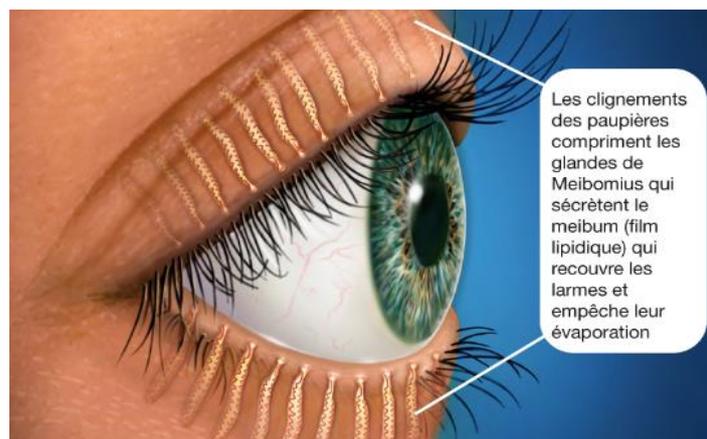


Figure 3: Les glandes de meibomius (sécrétion des lipides)

Une surface oculaire de bonne qualité fournit un bon ancrage épithélial aux mucines lacrymales. Enfin, un clignement régulier et complet, avec contact entre les deux paupières, prévient l'apparition de spots secs qui résulteraient d'un défaut d'étalement et de couverture lacrymale.

## **I.1.2. Les phénomènes physiques agissant sur le film lacrymal**

### **I.1.2.1. La tension superficielle**

En mécanique des fluides, on désigne par effet Marangoni (du nom du physicien italien Carlo Marangoni) les phénomènes de transport de matière le long d'une interface sous l'effet d'un gradient de tension superficielle. Comme un liquide avec une tension de surface élevée tire plus fortement le liquide qui l'entoure qu'un liquide de faible tension, la présence d'un gradient de tension de surface force naturellement le liquide à couler des régions de basse tension vers les régions de haute tension de surface. Ce gradient peut être provoqué par un gradient de concentration ou par un gradient de température (la tension de surface dépendant de la température). La présence de la couche lipidique superficielle et son effet sur la tension de surface des larmes illustrent certains défis de la recherche sur les films lacrymaux. La tension superficielle d'une interface air-eau pure est de 7.3 mN/m. Les mesures de la tension superficielle des larmes, conduites par Miller [14], à l'aide d'une lentille de contact spéciale et d'une bague de fil, ont abouti à une valeur de 4.6 mN/m. La couche lipidique réduit considérablement l'énergie libre de surface du film lacrymal. Tiffany et al. [15] mènent à leur tour des investigations pour la mesure de la tension superficielle des larmes et donnent la valeur de 4.36 mN/m. Pandit et al. [16] ont mesuré la tension superficielle des larmes entières avec un tube capillaire et ont obtenu 4.3 mN/m pour les larmes non stimulées et 4.6 mN/m pour les larmes stimulées. La valeur de 4.5 mN/m est généralement acceptée pour la tension superficielle des larmes et est souvent utilisé dans les études théoriques.

### **I.1.2.2. La viscosité**

La viscosité d'une solution est due aux forces de friction internes entre les particules d'un fluide. Dans le cas du liquide lacrymal, elle permet de stabiliser le film sur la surface oculaire et de diminuer l'effet de drainage. Elle est considérée comme l'un des paramètres les plus importants des films lacrymaux puisqu'elle permet une bonne couverture de la surface oculaire, influence le temps de résidence du film.

Sur le plan rhéologique, la viscosité peut être définie comme la résistance à la déformation d'un fluide en mouvement due au glissement relatif de ses molécules. La viscosité s'exprime en pascal-seconde (la viscosité de l'eau est de 1 mPa·s) ; lorsqu'elle augmente, la capacité du fluide à s'écouler diminue. Pour mieux comprendre le comportement des films lacrymaux sur la surface oculaire, il faut distinguer les fluides newtoniens, qui conserve une viscosité constante, quelles que soient les contraintes de cisaillement (parmi lesquels on peut inclure les solutions les moins visqueuses), des fluides non newtoniens [16,17], pour lesquels la réponse

de la viscosité varie de manière non proportionnelle à la contrainte. Sur la surface oculaire, les contraintes de cisaillement subies par le film lacrymal sont générées par les paupières et varient donc selon les phases du clignement.



Figure 4: Exemple des larmes artificielles

Clément De Loubens et Magnin [18] ont testé les propriétés rhéologiques d'un large intervalle de films artificiels disponibles en France et ils ont proposé une classification. Les produits newtoniens, de viscosité faible (de l'ordre de 1,5 à 2 mPa·s), conservent une viscosité constante durant toutes les phases du clignement. Il s'agit principalement des chlorures de sodium, des dérivés vinyliques et des solutions de glycérine. Les produits rhéofluidifiants (ou semi-visqueux ou encore pseudo plastiques) se caractérisent par une viscosité qui diminue avec les contraintes de cisaillement (hyaluronates de sodium, dérivés cellulosiques). Ils ont une viscosité 10 à 100 fois plus élevée que les substituts newtoniens. Enfin, les substituts « à seuil d'écoulement » ou gélifiés, représentés par les carbomères, possèdent une viscosité très élevée au repos ( $10^5$  à  $10^6$  mPa·s), qui diminue lorsqu'ils sont soumis à une contrainte supérieure à un seuil (« seuil d'écoulement » qui varie selon les carbomères et leur excipient), mais ne descend jamais en dessous d'un certain niveau (environ  $10^2$  mPa·s). Les produits à seuil d'écoulement élevé génèrent plus de troubles visuels, mais ont une meilleure rémanence.

### **I.1.2.3. L'évaporation**

Une fonction importante de la couche lipidique est d'entraver l'évaporation de l'eau de la couche aqueuse [19] et cela a fait l'objet de nombreuses études. Les couches lipidiques de qualité inférieure avec une grande variation d'épaisseur ou des lacunes apparentes ont eu des taux d'évaporation plus importants. Récemment, des mesures du taux d'amincissement du film

lacrymal ont été utilisées pour estimer le taux d'évaporation de l'eau provenant du film lacrymal.

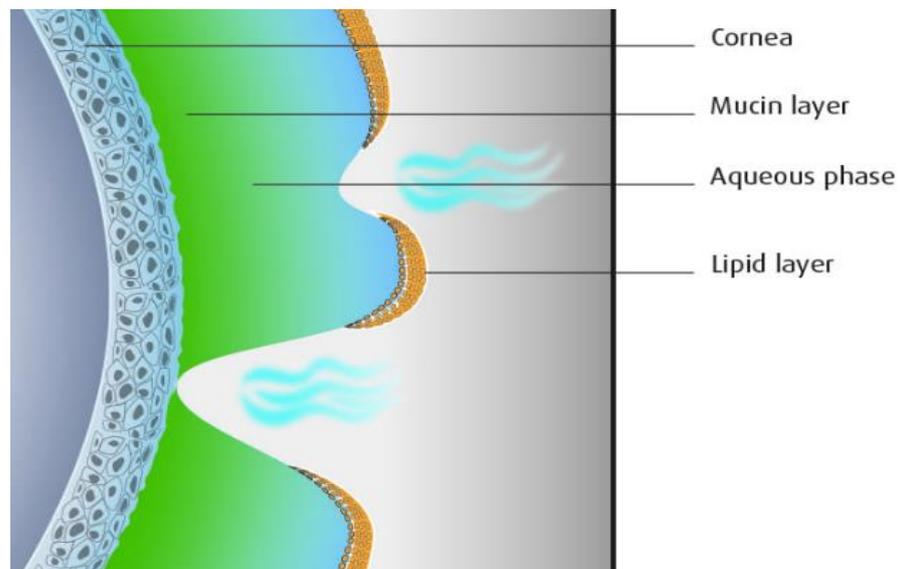


Figure 5: Évaporation du film lacrymal.

Cette méthode évite de contraindre le flux d'air autour de l'œil, mais ne mesure pas directement la masse d'eau qui laisse le film lacrymal. King-Smith et al. [21] ont mesuré l'épaisseur de couche lipidique quantitative et taux d'évaporation ; Ils ont trouvé une corrélation modeste entre les deux indiquant que l'épaisseur de la couche lipidique et sa composition sont importantes pour limiter l'évaporation.

#### **I.1.2.4. La gravité**

La dynamique de l'écoulement lacrymal est le résultat de la gravité et des forces de Marangoni, forces capillaires et les effets d'inertie. L'effet gravitationnel peut être responsable de l'instabilité de film lacrymal. Il est donc intéressant de prendre en compte l'effet de la gravité sur la dynamique du film lacrymal.

#### **I.1.2.5. Le débit des glandes**

La sécrétion basale est assurée par les glandes accessoires, alors que la sécrétion réflexe et la plupart des protéines sont produites par la glande lacrymale principale. Cette notion a été remise en question par ceux qui pensent que la sécrétion aqueuse a un contrôle nerveux et que la glande lacrymale principale et les glandes accessoires ont des fonctions similaires. Le manque de cette sécrétion provoque une instabilité du film lacrymal.

### I.1.3. Comprendre le phénomène de la dynamique du film lacrymal

Pour bien comprendre le phénomène de la dynamique du film lacrymal, nous présentons ces captures semi-réelles à différent instants. Le profil de l'épaisseur du film lacrymal prend initialement une forme parabolique puis le fluide s'accumule au niveau des paupières accompagné d'un étalement mince sur la cornée. À 0.18 s (qui indique la fin du clignement) le profil du film prend sa forme finale. Cette dernière en apparence invariable subit un changement à l'échelle microscopique due aux conditions intrinsèque (viscosité, tension de surface ...) ou externe (température ...).

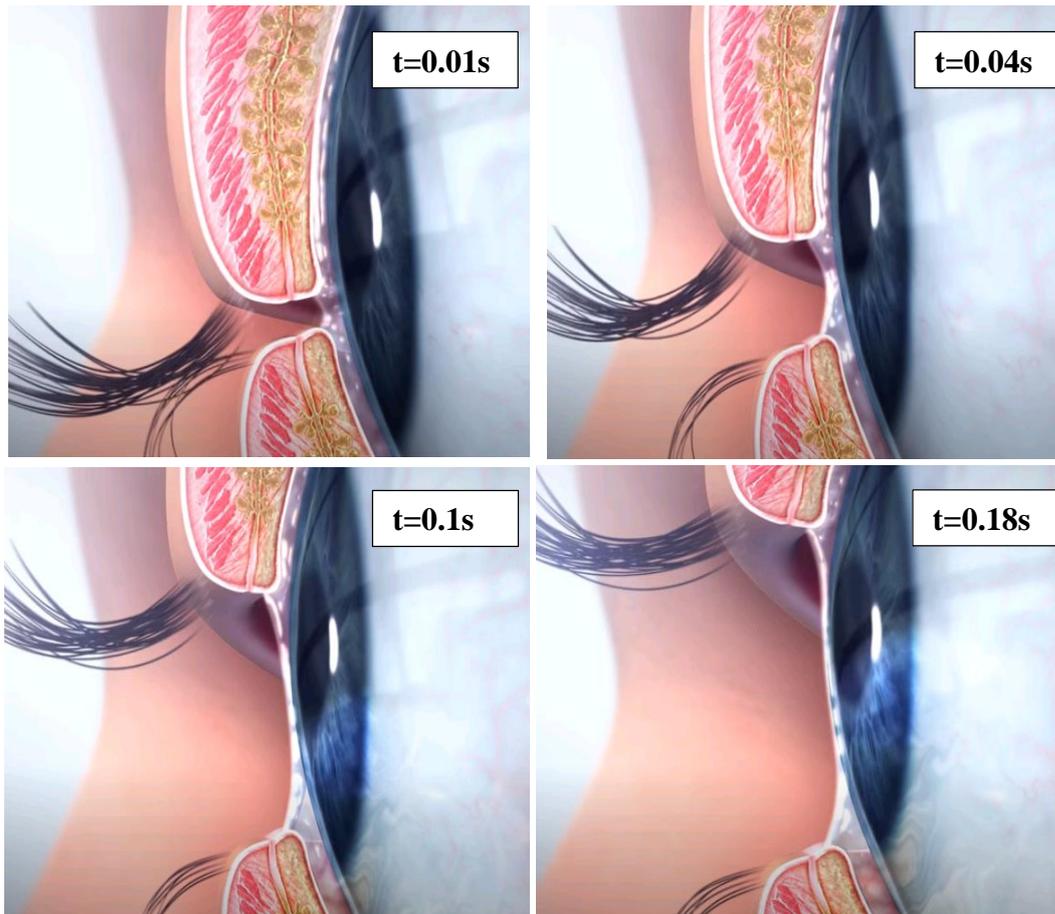


Figure 6. Etapes de clignement du film lacrymal.

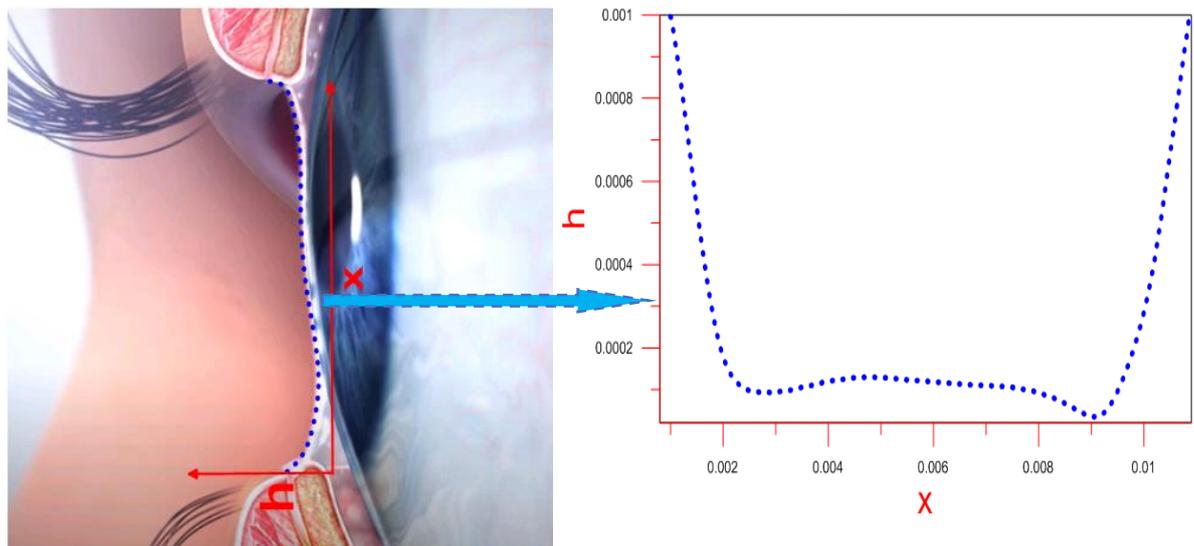


Figure 7. Exemple de profil de la hauteur du film lacrymal.

## I.2. Étude bibliographique

### I.2.1. Étude du film lacrymal pour différents mécanismes

Une tentative a été faite par Berger et al [22] pour suggérer un mécanisme capable de faire glisser le film lacrymal vers la paupière supérieure après le clignotement. Leurs expériences ont été réalisées sur l'œil humain pour obtenir des informations quantitatives sur la dynamique du film lacrymal. Ils ont fait l'approximation des équations hydrodynamiques gouvernent l'évolution du film en comparaison avec les données expérimentales. Ils ont constaté que ce mouvement est dû aux gradients de la tension superficielle qui est causée par les non-uniformités dans la concentration de la surface lipidique. Leur étude prouve que ce mécanisme de gradient de tension superficielle est un facteur probable pour entraîner le mouvement du film lacrymal après un clignement. Ils ont proposé un mécanisme qui peut également s'appliquer au mouvement des lentilles de contact.

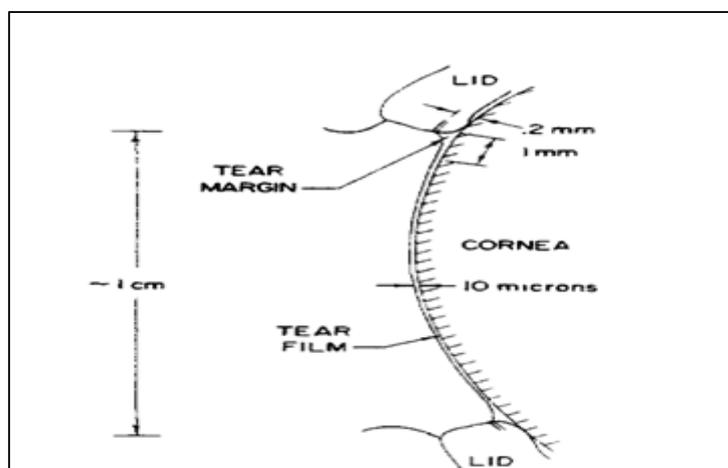


Figure 8. Dynamique du film lacrymal[22].

Lin et Brenner [23] ont étudié le mécanisme alternatif de la rupture du film lacrymal utilisant l'analyse de la stabilité linéaire. Ils ont supposé que la teneur en eau du film lacrymal est d'environ 98%, d'où le film lacrymal sera traité comme un fluide newtonien. L'épaisseur du film lacrymal est au moins 1000 fois plus petite que les deux autres dimensions linéaires du film. Ainsi, l'écoulement du film lacrymal à travers l'épaisseur du film est localement plan. Ils ont montré théoriquement que la force de dispersion avec ou sans l'aide de la gravité peut provoquer la rupture du film lacrymal aux endroits où les épaisseurs de film locales sont de l'ordre de  $\mu\text{m}$ . Des taches locales de ces épaisseur minces peuvent apparaître sur les zones de la surface épithéliale ou sur les zones où se déposent des particules étrangères et des décharges contaminées par des lipides. Il est également démontré que la tension superficielle et la viscosité sont des facteurs stabilisants. Les mesures précises des valeurs de constantes de Hamaker pour le système de larmes épithéliales ainsi que la rupture du film lacrymal sont nécessaires pour tester les autres effets.

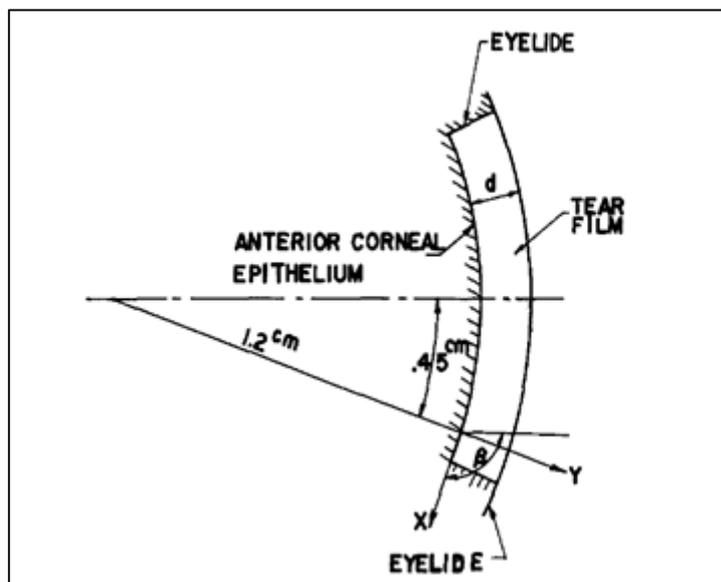


Figure 9. Mécanisme de la rupture du film lacrymal [23].

King-Smith et al [4] ont résumé les mesures de l'épaisseur du film lacrymal pour les trois couches avec les variations spatiales et temporelles de l'épaisseur du film lacrymal. Ils ont considéré les mécanismes impliqués dans la dérive ascendante du film lacrymal après le clignotement et dans la formation de taches sèches. Ils ont noté que la tension superficielle d'un film lipidique sur un substrat aqueux peut varier inversement avec son épaisseur. La figure 10 illustre comment le film est dérivé de larmes aqueuses tirées par la traînée visqueuse du ménisque supérieur et montre également comment le ménisque supérieur peut être reconstitué à partir du film lacrymal exposé sous la paupière supérieure [24]. Lorsque le film lacrymal

aqueux est retiré du ménisque par une traînée visqueuse, il retirera à son tour la couche lipidique du ménisque pour couvrir le film. Cependant, la couche lipidique du ménisque supérieur n'est pas reconstituée de la même manière que le film lacrymal aqueux, elle peut donc s'épuiser avec une hauteur croissante au-dessus du bas de la paupière. Ainsi, un gradient d'épaisseur lipidique pourrait être créé, ce qui pourrait provoquer le gradient de tension superficielle observé. Enfin, la dérive vers le haut provoque une redistribution de la couche lipidique, qui se poursuit jusqu'à l'élimination du gradient de tension superficielle.

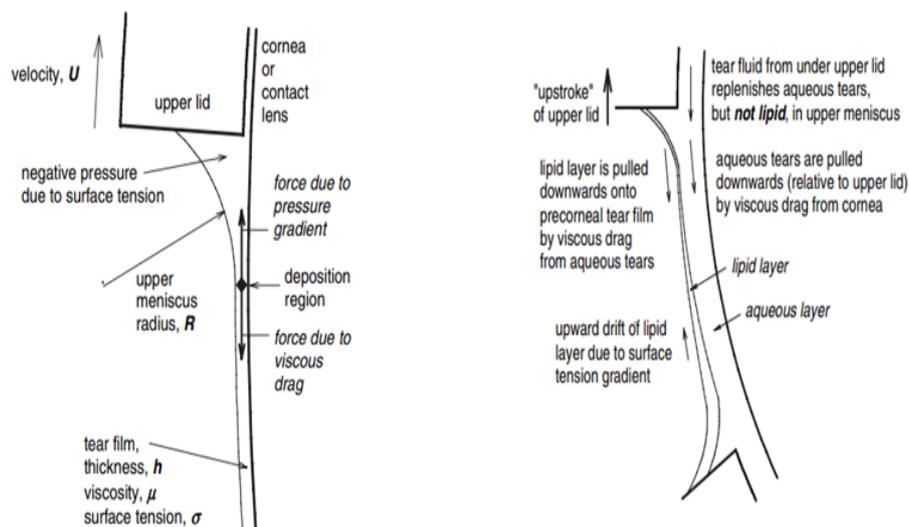


Figure 10. Illustration de la disposition du film lacrymal [4].

### I.2.2. Étude du film lacrymal avec le mouvement des paupières

Le film lacrymal est régulièrement renouvelé par des clignements spontanés [25,26] dont la fréquence est adaptée aux conditions environnementales et varie en fonction du comportement individuel. Les clignements jouent un rôle majeur dans la dynamique des larmes grâce à la diffusion, le mélange et la distribution des larmes, et à l'élimination des débris cellulaires et autres débris. Le cycle de clignement comprend le clignement lui-même (environ 200 à 300 ms) et l'intervalle entre les clignements, au cours duquel survient une perte d'eau par évaporation [27]. La fréquence des clignements s'exprime en clignements par minute [28].

Wong et al [29] ont proposé que le film lacrymal soit déposé de manière analogue à un processus de revêtement par le ménisque montant de la paupière supérieure lors d'un clignement. Un modèle de revêtement est formulé qui non seulement prédit correctement l'épaisseur du film, mais capture également l'étalement des lipides post-clignement couramment observé dans les expériences. Un film lacrymal déposé s'amincit rapidement sur la surface cornéenne. La simulation numérique de cet amincissement révèle que la hauteur minimale du film obéit à une loi de puissance. Lorsque la hauteur minimale atteint la plage effective des forces intermoléculaires de démouillage, le film se rompt. Le temps d'amincissement définit

donc un temps de rupture, et la loi d'amincissement montre explicitement comment ce temps de rupture est lié à la viscosité, à la tension superficielle, au rayon du ménisque et aux épaisseurs de film initiales et finales. Il est fortement influencé par l'état mental, l'activité physique, l'exposition des yeux, et l'environnement. Les vitesses maximales de la paupière variaient de 10 à 30 cm/s pendant la descente ; les vitesses de la remontée valent environ la moitié de celle de la descente. Il a également constaté que de nombreux clignotements étaient incomplets, et quelques sujets n'émettaient jamais de clignements complets pendant cette période. La fréquence des clignements est augmentée par une faible humidité, le froid et la vitesse du vent. Dans des conditions ambiantes normales (par exemple 22 °C avec une humidité de 40,0 %), la fréquence des clignements chez les adultes normaux est comprise entre 15 et 20 clignements par minute [28]. Le mouvement des paupières pendant les clignements "non forcés" ou spontané a été filmé à l'aide de photographies à haute vitesse par Doane [30]. L'analyse image par image a indiqué qu'un clin d'œil normal non contraint dure nominalelement 0.258s, la descente de la paupière supérieure ayant une durée de 0.082s et une remontée.

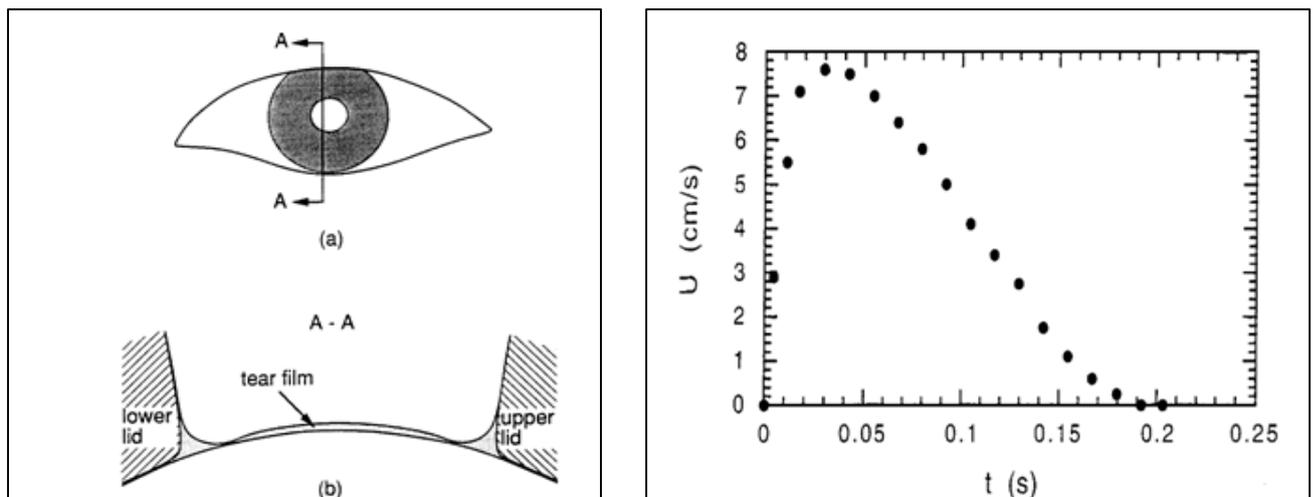


Figure 11. Coupe de l'œil avec la vitesse de la paupière supérieure [29].

Par exemple, Jones et al. [31] ont étudié la stabilité du film lacrymal tel qu'il avait été déposé par le mouvement de la paupière supérieure entre les clignements. Leur modèle de lubrification comprend les effets de la tension superficielle, de la viscosité, de la gravité et de l'évaporation. Ils ont souligné l'influence de la vitesse de la paupière et de la concentration de la couche lipidique sur la stabilité du film lacrymal.

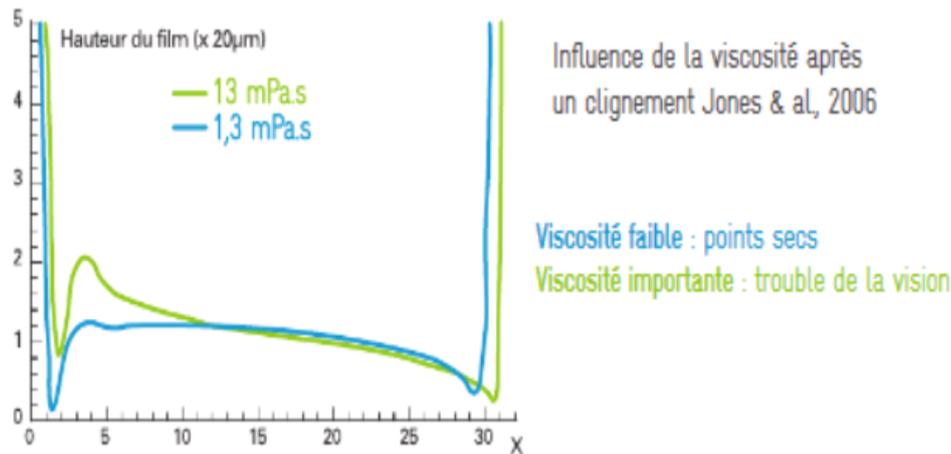


Figure 12. Influence de la viscosité sur la formation du film lacrymal [31].

Ce résultat a été confirmé par Jones et al. [28], qui ont étudié à la fois l'évolution de l'épaisseur du film lacrymal et l'étalement des lipides sur la surface du film lacrymal. Ces auteurs ont montré le rôle du flux de Marangoni, dû à la distribution non uniforme des lipides [32 33], dans le tirage du film lacrymal vers le haut le long de la cornée lors de la phase d'ouverture. D'autres modèles mathématiques (récents) ont également considéré le clignement des yeux. Par exemple, Heryudono et al. [20] ont résolu une seule équation aux dérivées partielles non linéaire pour l'épaisseur du film lacrymal en utilisant un mouvement sinusoïdal de la paupière supérieure. Ce modèle a été affiné et résolu avec un mouvement de paupière réaliste. Aydemir et al. [1] ont résolu leur modèle, qui consiste en un système de deux équations différentielles aux dérivées partielles non linéaires couplées pour l'épaisseur du film et la concentration en lipides, dans un domaine en mouvement. Le mouvement de la paupière supérieure a été déduit des mesures de sa vitesse pendant la phase d'ouverture.

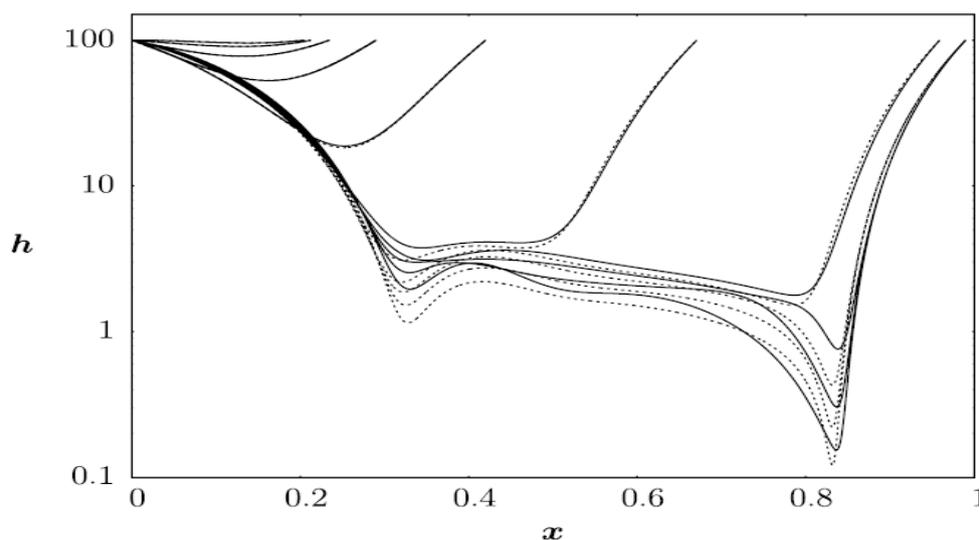


Figure 13. Comparaison entre le profil du film avec lipide et sans lipide [1].

Plus récemment, Brauna et Breward [3] ont étendu le modèle monocouche d'Aydemir et al. [1] en incluant une couche lipidique non polaire. La couche lipidique non polaire a été placée au-dessus de la couche aqueuse tandis que le lipide polaire est étalé sur l'interface entre les deux couches. Il existe également certains modèles qui considèrent que le mucus et les couches aqueuses sont séparés, avec une propagation des lipides à la surface de la couche aqueuse.

### **I.2.3. Étude de la structure du substrat (forme de l'œil)**

La cornée est une surface asphérique : sa courbure varie en chaque point d'un méridien considéré. Parmi les modèles mathématiques proposés pour fournir une description proche de la réalité asphérique de la cornée, les sections coniques sont les plus utilisées et fournissent une approximation permettant d'appréhender la forme du profil cornéen au moyen de deux variables : le rayon de courbure apical du méridien considéré, et un paramètre permettant d'en quantifier le sphéricité [34]. Il existe cependant une grande variabilité interindividuelle et environ 20 % des sujets normaux présentent une cornée dite oblate, voire paraboloidale ou hyperboloidale. La sphéricité cornéenne évolue avec l'âge, devenant plus sphérique (pour une cornée initialement prolata). En effet la cornée est étroitement approchée par un sphéroïde de type prolata (Read et al [35]). En principe, cette forme de surface cornéenne pourrait générer des gradients de pression et un débit d'entraînement, mais cet effet est négligeable. Le reste du globe, ou globe oculaire, est étroitement approché par une sphère de rayon 10,2 mm (par exemple, Fatt & Weissman [9]).

Gorla et Gorla [36] ont considéré une géométrie cylindrique pour représenter la cornée. Ils ont constaté que la forme cylindrique n'y avait pas d'effet notable sur la stabilité du film, la courbure constante du substrat ne fournit en elles-mêmes aucune force motrice pour le mouvement du fluide. Leurs résultats indiquent que le temps de rupture du film peut être retardé en diminuant l'amplitude initiale des perturbations. Le mécanisme proposé dans leur article aiderait à expliquer la formation de taches sèches sur la cornée. Immédiatement après le clignotement, une fine couche muqueuse est restaurée la surface cornéenne. La couche aqueuse du film se casse assez rapidement sur ces sites. Le temps de rupture calculé est trouvé rassemble bien aux observations cliniques du temps de rupture du film lacrymal d'environ une minute.

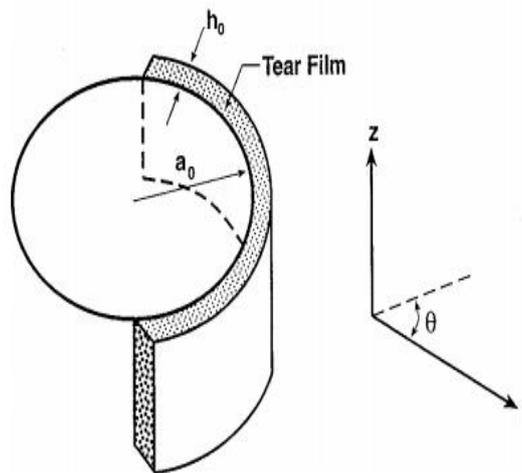


Figure 14. Modèle d'écoulement pour un film mince [36].

Braun et al [37] ont reconsidéré l'approximation de la cornée plane en supposant une forme cornéenne sphéroïdale allongée (prolate) avec l'effet des propriétés rhéologiques de fluide pseudoplastique sur la stabilité du film. Ils ont conclu, en fonction du taux d'amincissement au centre de la cornée, que les courbures n'ont pas un fort effet sur la dynamique du film lacrymal. Le rayon de courbure de la cornée est du même ordre que la distance entre les paupières lorsque l'œil est complètement ouvert. Ils ont trouvé que l'effet de la forme sphéroïdale prolate de la cornée est très faible dans les deux cas de fluides newtoniens ou non newtonien.

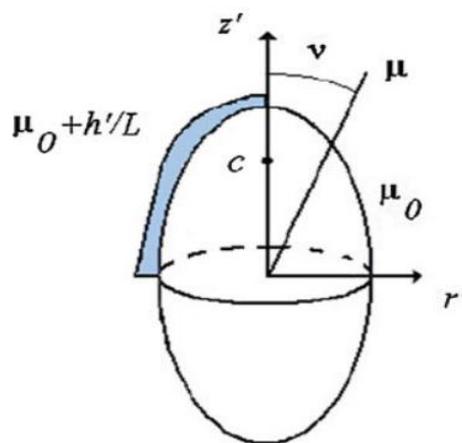


Figure 15. Coupe transversale du film sur un sphéroïde allongé [37].

Allouche et al [38] ont généralisé le modèle d'Aydemir et al. [1] en approximant la surface de la cornée comme sphérique plutôt que plate. La courbure de la cornée est introduite dans le modèle, qui consiste en une paire d'équations aux dérivées partielles non linéaires de l'épaisseur de la couche aqueuse couplée avec la concentration des lipides en surface, associées à des conditions initiales et aux limites. Ce modèle est résolu dans un domaine, évolutif dans le temps, compris entre la paupière supérieure mobile et la paupière inférieure fixe, en introduisant les

cordonnées curvilignes. Ils ont démontré que les profils de l'épaisseur du film lacrymal et de la concentration lipidique obtenus, durant la phase d'ouverture et pendant le clignement, pour la surface de la cornée sphérique en position verticale sont similaires à ceux obtenus par Aydemir et al. [1]. Cependant, pour la cornée en position horizontale. Les profils de l'épaisseur du film et la concentration lipidique présentent des écarts, qui sont dû à l'effet de la gravité, qui est nulle lorsque la cornée est plate et placée en position horizontale. Alors que l'effet de la gravité est présent grâce à sa composante tangentielle lorsque la cornée est sphérique et placée en position horizontale. Leurs résultats importants obtenus montrent que, loin de la paupière supérieure, l'influence de la courbure est faible. Cela confirme les résultats de Braun et al. [37]. Par ailleurs, l'interaction de la courbure avec la gravité, la capillarité et le gradient de concentration des lipides polaires sur la surface influence la vitesse d'amincissement de l'épaisseur minimale du film, qui se produit près de la paupière mobile, la vitesse de surface et la vitesse moyenne.

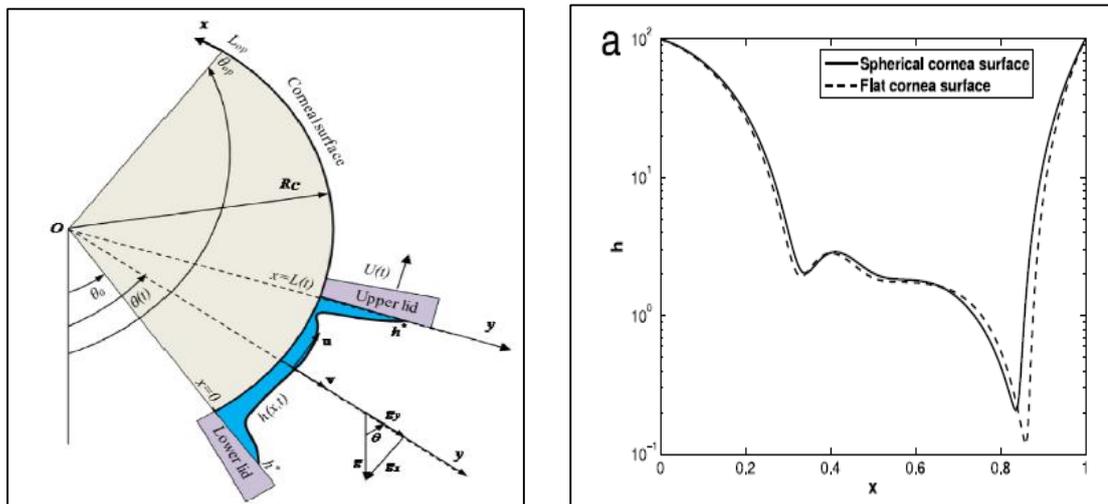


Figure 16. Modèle du film lacrymal avec une forme courbée [38].

#### I.2.4. Études rhéologiques du film lacrymal

Pour un fluide newtonien dont la viscosité est indépendante de la vitesse de cisaillement, le frottement hydrodynamique augmente avec un taux de cisaillement croissant ; mais les larmes normales se comportent comme un fluide non newtonien dont la viscosité diminue avec l'augmentation de la vitesse de cisaillement (c.-à-d. un comportement rhéofluidifiant). Un modèle croisé à quatre paramètres (Modèle de Cross) est utilisé pour l'ajustement de la loi de puissance sur de plus petites gammes de taux de cisaillement dans des modèles théoriques plus récents.

Tiffany et al [39] ont conclu que le fluide de larme qui était apparu dans plusieurs testes est un fluide pseudoplastique, avec une légère différence apparente entre les larmes normales et

celle des yeux secs. Bien qu'une équation de loi de puissance a été ajustée par l'utilisation du modèle descriptif de Cross qui a donné des valeurs des paramètres rhéologiques pour les différentes larmes.

Bright et al [40] ont utilisé différentes techniques pour étudier la composition des larmes à une large gamme de concentrations citées pour les protéines lacrymales. Ils ont démontré que la compréhension de la nature physique et chimique des larmes est importante dans le développement des biomatériaux oculaires, y compris les lentilles de contact et les solutions ophtalmiques, en particulier les larmes artificielles et les systèmes oculaires d'administration de médicaments. Des recherches sur les propriétés de surface et interfaciales des larmes, des solutions commerciales de larmes artificielles et un modèle de larme développé dans ce laboratoire sont présentés.

Tiffany [41] a étudié la nature élastique et visqueuse possible des larmes, et décrit les tentatives préliminaires pour mesurer la viscoélasticité des larmes humaines et d'un certain nombre d'autres solutions de macromolécules choisies pour indiquer l'effet de différents degrés de complexité de la solution sur le comportement viscoélastique. Ils ont trouvé qu'il y a une contribution substantielle du composant élastique dans les larmes humaines normales. Ils ont constaté que l'énergie peut être stockée élastiquement et récupérée ou dispersée sous forme d'œil ralenti ; ainsi que les paupières peuvent effectuer des mouvements rapides de petite amplitude sans avoir besoin d'une redistribution du liquide lacrymal par le mouvement. Des mesures telles que celles rapportées sur les polymères naturels ou synthétiques sont potentiellement d'une valeur considérable pour aider à concevoir et à formuler des gouttes de larmes artificielles pour remplacer ou compléter un approvisionnement insuffisant.

Yong Zhang et al [42] ont étudié le mécanisme de rupture d'un film de mucus, ils ont le considéré comme un fluide non newtonien, il est situé entre le film lacrymal aqueux et la surface de la cornée avec une monocouche de surfactant recouvrant la couche aqueuse. Ils ont exploré l'influence des propriétés rhéologiques du mucus, du rapport d'épaisseur aqueux-mucus, de la tension superficielle aqueuse-mucus, du nombre de Marangoni et de la concentration en surfactant à la fois au début de l'instabilité et à l'évolution du film lacrymal en présence des interactions de Van der Waals. La relation constitutive d'Ostwald est utilisée pour modéliser le film de mucus et une équation d'état linéaire décrivant la relation entre la tension superficielle et la concentration en surfactant est adoptée.

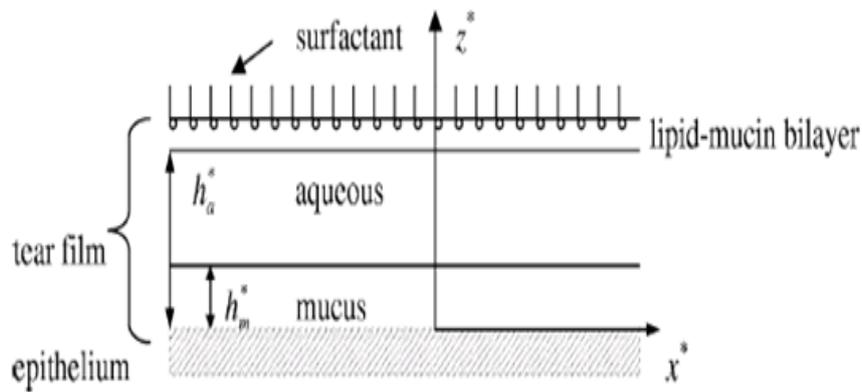


Figure 17. Schéma de représentation du film lacrymal [42].

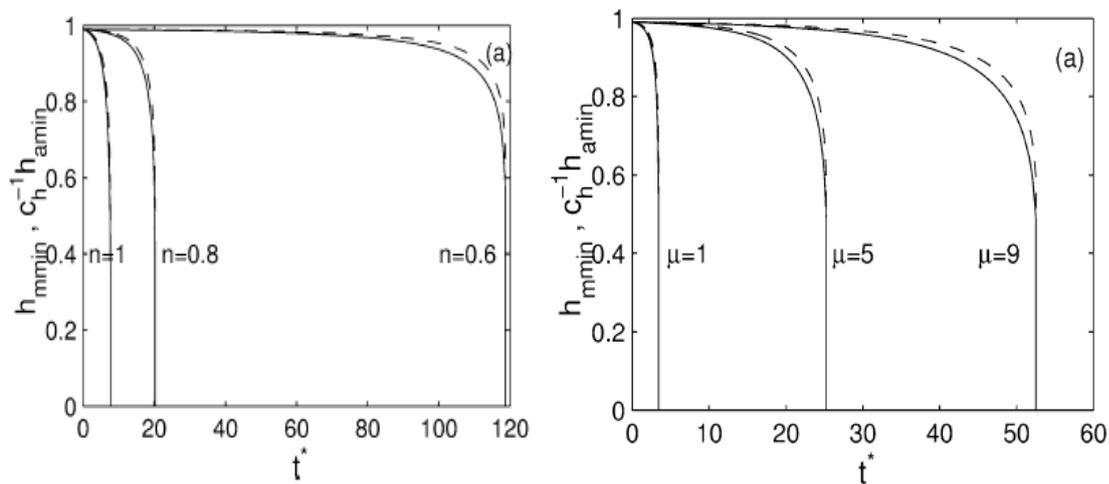


Figure 18. Effet de l'indice de comportement et la viscosité [42].

Les résultats révèlent que l'influence des propriétés rhéologiques, du rapport épaisseur mucus aqueux et de la tension superficielle sur le temps nécessaire à la rupture du film peut être significative et varie considérablement, selon l'effet des constantes de Hamaker et les forces de Van der Waals. L'indice de puissance du mucus (pseudoplastique liquide) retarde considérablement la rupture du film lacrymal due aux forces de Van der Waals ; le temps de rupture augmente également avec l'augmentation de la viscosité de mucus. La présence de tensioactif insoluble sur la couche aqueuse permet aux forces Vander Waals de devenir actives due à une réduction de la tension interfaciale air-eau.

Le comportement des substituts newtoniens dans l'œil a été étudié par Jones et al. [31]. Leurs résultats montrent que les substituts de type newtonien ne peuvent pas former un film stable et homogène, mais ils ont obtenu ces deux caractéristiques simultanément avec le substitut pseudoplastique.

Laurent Jossic et al [18] ont utilisé des substituts de larmes pour traiter le syndrome de l'œil sec. Ils ont considéré que le fluide est de type pseudoplastique pour aider à retarder l'apparition des taches sèches et donner une bonne stabilité pour le film, le modèle d'Ellis, qui tient compte du plateau newtonien à faible taux de cisaillement, a été choisi. Leur étude numérique est faite pour la propagation de substitut pseudoplastique pendant le clignement. Leur première observation importante dans tous les cas étudiés, ce fluide augmente la hauteur minimale du film. Les produits du fluide pseudoplastique se révèlent plus efficaces que les produits newtoniens, avec le même nombre de capillaires pour retarder la formation de taches sèches. Ils ont identifié des produits du fluide pseudoplastique avec deux critères considérés dans l'étude : temps de rupture maximum et homogénéité maximale du film sur la surface de l'œil pour assurer le confort visuel. Ils ont conclu que les trois nombres sans dimension, le capillaire, le coefficient de pseudo-plasticité et le rapport entre la capillarité et l'effet de pseudo plasticité, ont une action combinée non monotone sur la formation du film. Les substituts de pseudoplastique ont été soumis à un processus d'optimisation qui a fourni des valeurs optimales en ligne avec l'étude paramétrique.

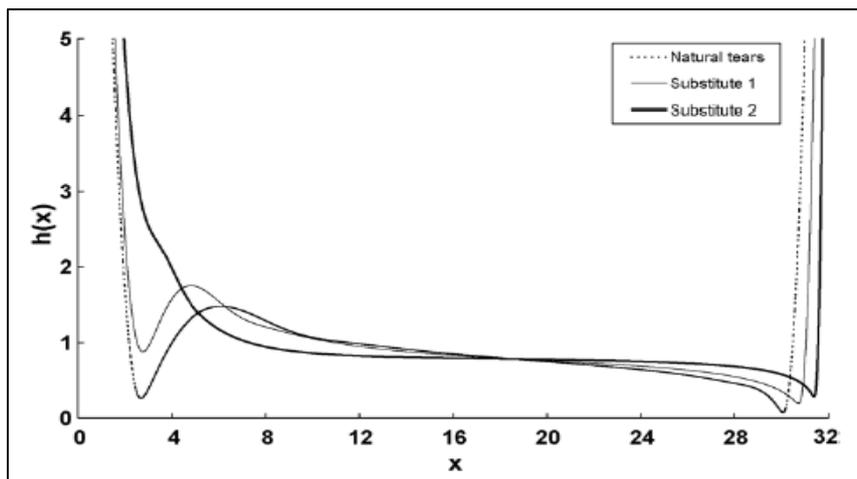


Figure 19. Hauteur du film lacrymal à la fin de clignement, comparaison avec les larmes naturelles [18].

Braun et al [37] ont combiné entre l'effet des propriétés rhéologiques de fluide pseudoplastique avec l'approximation de la cornée plane en supposant une forme sphéroïdale sur la stabilité du film, utilisant le modèle d'Ellis. Ils ont considéré la dynamique du film mince sur la cornée entraîné uniquement par le gradient de pression en raison des variations de la courbure. Sur la base d'une estimation du taux d'amincissement au centre de la cornée, pour les fluides newtoniens ou Ellis, l'effet de la forme sphéroïdale prolata de la cornée n'est pas important par rapport aux taux d'amincissement typiques du film lacrymal mesuré.

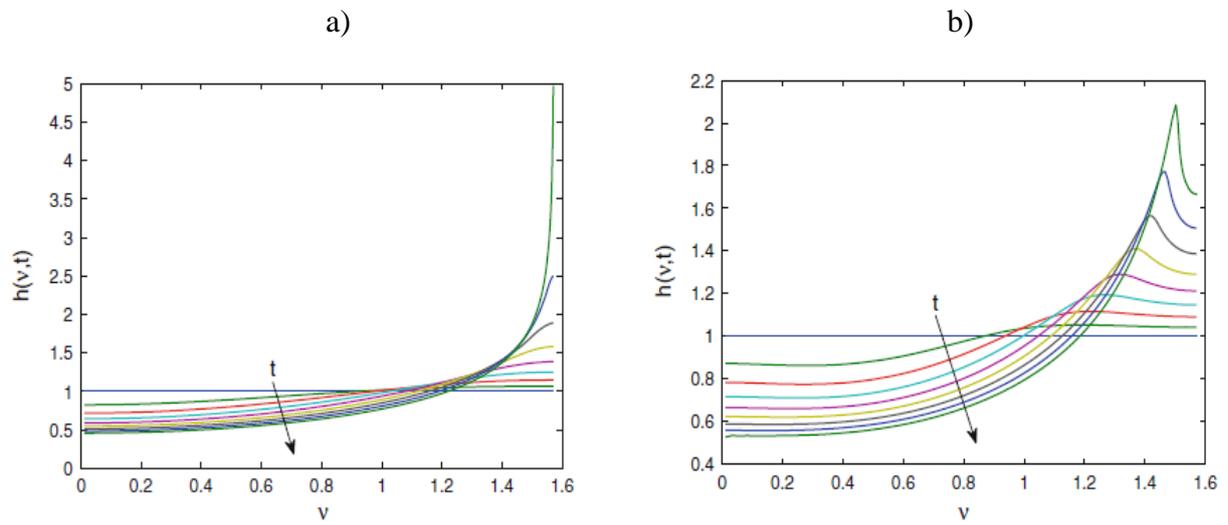


Figure 20. Effet de la courbure sur le film .a) pour un fluide newtonien ,b) modèle d'Ellis [37].

Le fluide d'Ellis n'a fait aucune différence au centre de la cornée dans la grande limite de courbure. Par conséquent, il est intéressant d'envisager son interaction avec le mouvement de la paupière supérieure et d'autres flux entraînés par Marangoni, la capillarité et la gravité.

# Chapitre II

## Notions générales sur la rhéologie

---

## II.1. La rhéologie

La rhéologie est une branche de la chimie-physique qui étudie la déformation et l'écoulement de la matière sous l'effet des contraintes appliquées, considérant le taux d'application de ces contraintes. Cette science permet d'établir des relations entre les contraintes appliquées, les déformations induites et le temps. Ainsi ces relations établies permettent de déterminer le type d'écoulement ou le comportement rhéologique de la matière. La rhéologie s'applique autant aux corps solides qu'aux corps liquides. La loi de comportement rhéologique classique des corps solides est la loi de Hooke définie pour un corps parfaitement élastique (la déformation est proportionnelle à la contrainte appliquée ; et la déformation engendrée est réversible). La loi équivalente pour les corps parfaitement fluides est connue sous le modèle de Newton. À l'intermédiaire de ces deux états de comportement rhéologique des corps se trouvent des corps particuliers ou intermédiaires.

### II.1.1. Paramètres fondamentaux de la rhéologie

Nous considérons un élément de volume d'un fluide de hauteur  $h$  soumis à une contrainte de cisaillement constante  $\tau$ . On note  $\dot{\gamma} = \frac{v}{h}$  sa vitesse de déformation.

(Figure.21). Par définition, la loi de comportement d'un fluide est une relation linéaire ou non linéaire reliant la contrainte à la vitesse de déformation

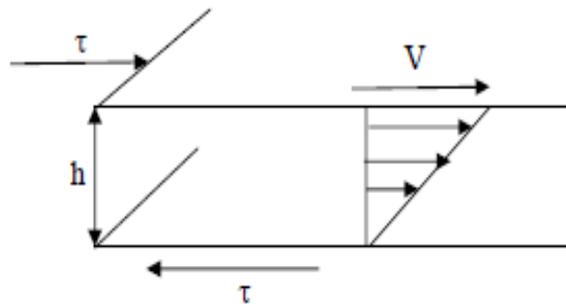


Figure 21. Relation entre la contrainte et la vitesse de déformation.

#### II.1.1.1. Contrainte de cisaillement

La contrainte de cisaillement est la grandeur dynamique fondamentale de la rhéologie. Elle représente la force de contact tangentielle exercée sur un élément de surface «infiniment petit » créant ainsi des frottements favorisant le cisaillement des couches de fluide. (Figure.22)

$$\tau = \frac{df}{ds} \quad (\text{II.1})$$

$df$  : la projection algébrique de  $df$  sur un axe orienté parallèlement au mouvement.

$v_1, v_2$  : vitesses des couches de fluide.

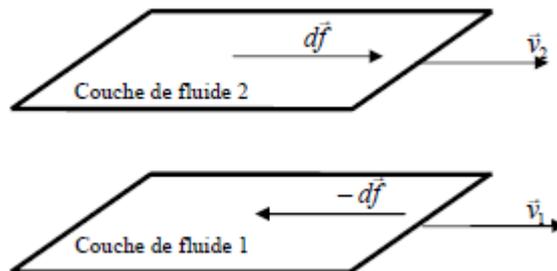


Figure 22. Description de la contrainte de cisaillement.

### II.1.1.3. Déformation de cisaillement

La déformation d'un corps ou d'un milieu continue résulte de l'action d'une contrainte sur ce milieu.

En effet, cette déformation décrit le mouvement de cisaillement pour lequel les différentes couches du fluide ont des déplacements relatifs les unes par rapport aux autres. (Figure .23)

Elle est définie par:

$$\gamma = \frac{dx}{dy} \quad (\text{II.2})$$

Avec :

$dx$  : variation de déplacement.

$dy$  : écart entre deux couches voisines.

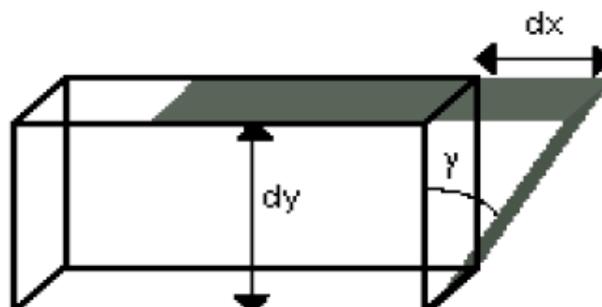


Figure 23. Mise en évidence de la déformation.

### II.1.1.4. Taux de cisaillement

La vitesse de déformation ou le taux de cisaillement est le rapport de la déformation de cisaillement par le temps.

Donc :

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \left[ \frac{dx}{dy} \right] = \frac{d}{dy} * \frac{dx}{dt} = \frac{du}{dy} \quad (\text{II.3})$$

$u$  : vitesse du fluide

$\dot{\gamma}$  : vitesse de déformation

### II.1.1.5. Viscosité

La notion de viscosité traduit une résistance à la déformation ou bien au glissement relatif des couches adjacentes du fluide les unes par rapport aux autres .C'est une grandeur d'intérêt capital en rhéologie ; sa connaissance suffit parfois à caractériser de façon précise le comportement rhéologique du matériau. On définit différents coefficients de viscosité :

#### II.1.1.5.1. La viscosité dynamique ou apparente

C'est le rapport de la contrainte par la vitesse de cisaillement correspondante :

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (\text{II.4})$$

#### II.1.1.5.2. La viscosité cinématique

Elle est définie par la relation :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{II.5})$$

Avec :

$\rho$  : masse volumique du fluide [kg/m<sup>3</sup>]

## II.1.2. Types de fluides

En termes d'écoulement de fluide, on distingue deux grandes familles de fluides : le fluide newtonien et le fluide non newtonien.

### II.1.2.1. Fluide Newtonien

Il s'agit d'un corps fluide exclusivement visqueux dont l'écoulement se produit aussitôt qu'une contrainte est appliquée. Le fluide newtonien présente une relation linéaire entre la contrainte de cisaillement  $\tau$  (Pa) et le taux de cisaillement ou de déformation  $\dot{\gamma}$  ( $s^{-1}$ ). Le comportement de ce fluide est déterminé uniquement par la viscosité dynamique  $\mu$  (Pa.s), comme le montre l'équation suivante :

$$\tau = \mu \cdot \dot{\gamma} \quad (\text{II.6})$$

La contrainte de cisaillement  $\tau$  représente en quelque sorte la force de frottement due à la force appliquée au fluide. Le taux de déformation ou de cisaillement  $\dot{\gamma}$  est défini comme le gradient de la vitesse de déformation à travers les couches de fluide ( $du/dy$ ). À température et pression constantes, la viscosité d'un fluide newtonien n'est pas affectée par le taux de cisaillement : elle reste constante. La relation entre la contrainte de cisaillement et le taux de cisaillement devient alors linéaire.

### II.1.2.2. Fluide non newtonien

Les relations entre la contrainte de cisaillement et le taux de cisaillement, appelées courbes d'écoulement ou rhéogrammes, présentent les caractéristiques suivantes décrites à la Figure 24 pour les fluides Non-Newtoniens :

\*Le rhéogramme n'est pas linéaire, mais débute à l'origine ( $\tau = 0$  pour  $\dot{\gamma} = 0$ ). Dans ce cas, le fluide est soit rhéoépaississant ou dilatant (la viscosité croît avec le taux de cisaillement), soit rhéofluidifiant ou pseudoplastique (la viscosité diminue avec le taux de cisaillement) sans contrainte seuil.

\* Le rhéogramme est linéaire, mais avec un seuil de cisaillement ou de plasticité  $\tau < \tau_0$  qu'il faudra vaincre avant que l'écoulement puisse s'amorcer. On parle dans ce cas d'un fluide de Bingham.

\* Le rhéogramme est non-linéaire, mais avec un seuil de cisaillement ou de plasticité qu'il faudra vaincre avant que l'écoulement puisse s'amorcer. On parle, soit d'un fluide à seuil rhéoépaississant ou fluide pseudoplastique à seuil.

Il faudra bien noter que les comportements rhéoépaississant, rhéofluidifiant et binghamien aux évolutions de la viscosité du fluide liées au régime d'écoulement (contrainte de cisaillement ou taux de cisaillement), tandis que la thixotropie et la rhéopexie sont des évolutions temporelles de la viscosité du fluide (Coussot et Ancy, 1999[43]).

La détermination du seuil d'écoulement d'un fluide à seuil n'est pas aussi aisée (Boger, 2009[44]). Comme l'indique la Figure 24, le seuil d'écoulement d'un fluide à seuil rhéofluidifiant peut être obtenu soit par extrapolation de la partie linéaire de la courbe d'écoulement (seuil de cisaillement de Bingham) (Boger, 2009), soit en considérant le seuil d'écoulement comme la contrainte à partir de laquelle devient légèrement supérieur à 0 (fin du régime solide) (Coussot, 2014 [45]). Donnant ainsi la valeur minimale du seuil de cisaillement, soit en le considérant comme la contrainte de cisaillement à partir de laquelle la droite d'écoulement devient linéaire par la méthode tangentielle. Cette dernière méthode donne généralement la valeur maximale du seuil de cisaillement (Boger [46]).

### II.1.3. Fluides indépendant du temps

#### II.1.3.1. Modèles sans contrainte seuil (pseudoplastique)

##### II.1.3.1.1. Le modèle en loi de puissance d'Ostwald [47]

Dans une certaine gamme de taux de cisaillement, on peut représenter la viscosité comme une loi de puissance du taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ , en particulier pour les polymères fondus, un fluide newtonien correspond à  $n = 1$ , un fluide rhéofluidifiant est représenté par  $n < 1$  et un fluide rhéoépaississant par  $n > 1$ . Le paramètre  $k$  est appelé indice de consistance, sa dimension (Pa.s) dépend de l'indice  $n$  représenté en coordonnées logarithmiques, cette équation correspond à une relation linéaire entre la viscosité  $\mu$  et le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  et forme une droite de pente ( $n-1$ ).

$$\mu = k\dot{\gamma}^{n-1} \quad (\text{II.7})$$

Bien que ce modèle permette de résoudre bon nombre de problèmes d'écoulement de fluides non newtoniens, il faut garder à l'esprit qu'il décrit très mal le comportement à faible taux de cisaillement et que les paramètres  $k$  et  $n$  n'ont pas d'interprétation claire en termes de grandeurs microscopiques tels que la masse moléculaire. Le modèle de la loi de puissance correspond par exemple à des fluides comme le caoutchouc, la colle, les polymères ou certains liquides biologiques. Des modèles plus complexes comme la loi de puissance généralisée (ou de second degré) avec ou sans seuil, le modèle de Cross, Carreau-Yasuda, etc. présenté plus loin, peuvent permettre une meilleure approximation de la viscosité suivant le matériau.

### II.1.3.1.2. Le modèle de Cross [48]

Ce modèle, comme celui de Carreau-Yassuda [52], tient compte des limites du comportement rhéologique. Aux faibles contraintes de cisaillement, on observe généralement un comportement newtonien, avec un plateau de viscosité appelée viscosité à cisaillement nul et désignée par «  $\mu_0$  » (Pa.s). Aux cisaillements élevés, un deuxième plateau apparaît et la viscosité est appelée viscosité à cisaillement infini désignée par «  $\mu_\infty$  » (Pa.s). Le modèle de Cross s'écrit :

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \frac{1}{1 + (\lambda \dot{\gamma})^{1-n}} \quad (\text{II.8})$$

Le modèle de Cross simplifié pour les faibles taux de cisaillements tel que l'étude de la dynamique du film lacrymal où la paupière, entraîne des taux de cisaillement faibles, la viscosité à cisaillement infini n'est pas atteinte et ce modèle s'écrit :

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + (\lambda \dot{\gamma})^{1-n}} \quad (\text{II.9})$$

Les paramètres  $\mu_0$ ,  $\lambda$ ,  $n$  et  $\dot{\gamma}$  sont respectivement la viscosité à cisaillement nul, la constante de temps, l'indice de comportement et le taux de cisaillement,  $\mu_0$  est la viscosité d'un fluide au repos.  $\lambda$  correspond à l'inverse du taux de cisaillement auquel le fluide passe du comportement newtonien au comportement en loi de puissance. L'indice de comportement  $n$  caractérise le comportement du fluide.  $n=1$  correspond à un fluide newtonien.  $n$  supérieur à 1 indique que la viscosité apparente augmente avec l'augmentation du taux de cisaillement, dans ce cas, le fluide est appelé dilatant.  $n$  entre zéro et 1 signifie que le fluide présente un comportement d'amincissement par cisaillement. Dans ce cas, la viscosité apparente diminue avec l'augmentation du taux de cisaillement.

### II.1.3.1.3. Le modèle de Carreau-Yasuda [49]

Une extension du modèle en loi de puissance est la relation de Carreau qui, dans sa forme la plus complète, fait intervenir cinq paramètres :  $\mu_0$  est la viscosité newtonienne à cisaillement nul,  $\mu_\infty$  la viscosité newtonienne à cisaillement infini,  $\lambda$  une constante du temps caractéristique,  $n$  un exposant de loi de puissance et  $a$  est un paramètre qui décrit la transition entre le comportement à faible cisaillement et la région en loi de puissance. Encore une fois, les différents coefficients sont déterminés de manière empirique et n'ont pas de signification physique directe. Pour un grand nombre de solutions de polymères et de mélanges, on choisit la valeur  $a = 2$ , et on parle alors de la loi de Carreau à quatre paramètres (Carreau, et al. (1979)).

$$\frac{\mu - \mu_\infty}{\mu_0 - \mu_\infty} = \frac{1}{\left(1 + (\lambda \dot{\gamma})^a\right)^{\frac{n-1}{a}}} \quad (\text{II.10})$$

### II.1.3.1.4. Modèle d'Ellis

Le modèle d'Ellis exprime la viscosité en fonction du taux de cisaillement. Son équation de comportement est plus difficile à utiliser que celle de la loi de puissance, mais elle y est supérieure, car elle prédit un plateau newtonien à faible cisaillement.

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \left(\frac{1}{\tau_{1/2}} \tau\right)^{\alpha-1}} \quad (\text{II.11})$$

$\mu_0$  : viscosité à cisaillement nul.

$\tau_{1/2}$  : taux de cisaillement à  $\mu_0/2$ .

$\alpha$ : coefficient de pseudo-plasticité.

### II.1.3.2. Modèles avec contrainte seuil (viscoplastique)

Ce type de fluide ne s'écoule que lorsque les contraintes exercées dépassent une certaine valeur appelée seuil d'écoulement  $\tau_0$  (Figure.24). La plupart de ces fluides sont des gels, des carbomères, des produits alimentaires. On donne quelques modèles qui décrivent le comportement de ces types de fluides.

#### II.1.3.2.1. Modèle de Bingham [50]

La représentation la plus simple d'un fluide à seuil est le « modèle de Bingham »

$$\tau_{ij} = \tau_0 + k \dot{\gamma} \quad (\text{II.12})$$

où  $k$  est la viscosité plastique. Les fluides à seuil sont des matériaux qui se comportent comme un solide si la contrainte appliquée est inférieure à la contrainte seuil ( $\tau_0$ ). Au-delà de cette contrainte seuil, ils commencent à s'écouler.

### II.1.3.2.2. Modèle de Herschel-Bulkley [51]

Il est décrit par la loi :

$$\begin{cases} \tau_{ij} = \tau_0 + k \dot{\gamma}^n & \text{si } \tau_{ij} \geq \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{si } \tau_{ij} < \tau_0 \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

où «  $k$  » est la consistance du fluide et «  $n$  » l'indice d'écoulement. Si  $n < 1$  le fluide est rhéofluidifiant et si  $n > 1$  le fluide est rhéoépaississant. La figure 24, représente les rhéogrammes (courbes  $\tau$  en fonction de  $\dot{\gamma}$ ) pour les différents comportements usuels décrits ci-dessus.

### II.1.3.2.3. Modèle de Casson

La relation de la contrainte est écrite comme suit

$$\begin{cases} \tau^{\frac{1}{2}} = \tau_c^{\frac{1}{2}} + (\mu_p \dot{\gamma})^{\frac{1}{2}} \\ \dot{\gamma} = 0 & \tau < \tau_c \end{cases} \quad (\text{II.14})$$

$\mu_p$  : la viscosité plastique

$\tau_c$  : la contrainte seuil

### II.1.3.2.4. Modèle de Casson généralisée

$$\tau = \tau_c + \mu_\infty \dot{\gamma} + k \dot{\gamma}^n \quad (\text{II.15})$$

$\mu_\infty$  : viscosité à cisaillement infini

### II.1.3.2.5. Modèle de Sisko

La contrainte de modèle de Sisko est proche à celle de Casson généralisée.

$$\tau = \mu_0 \dot{\gamma} + k \dot{\gamma}^n \quad (\text{II.16})$$

$\mu_0$  : viscosité à faible cisaillement.

$k$  : La consistance.

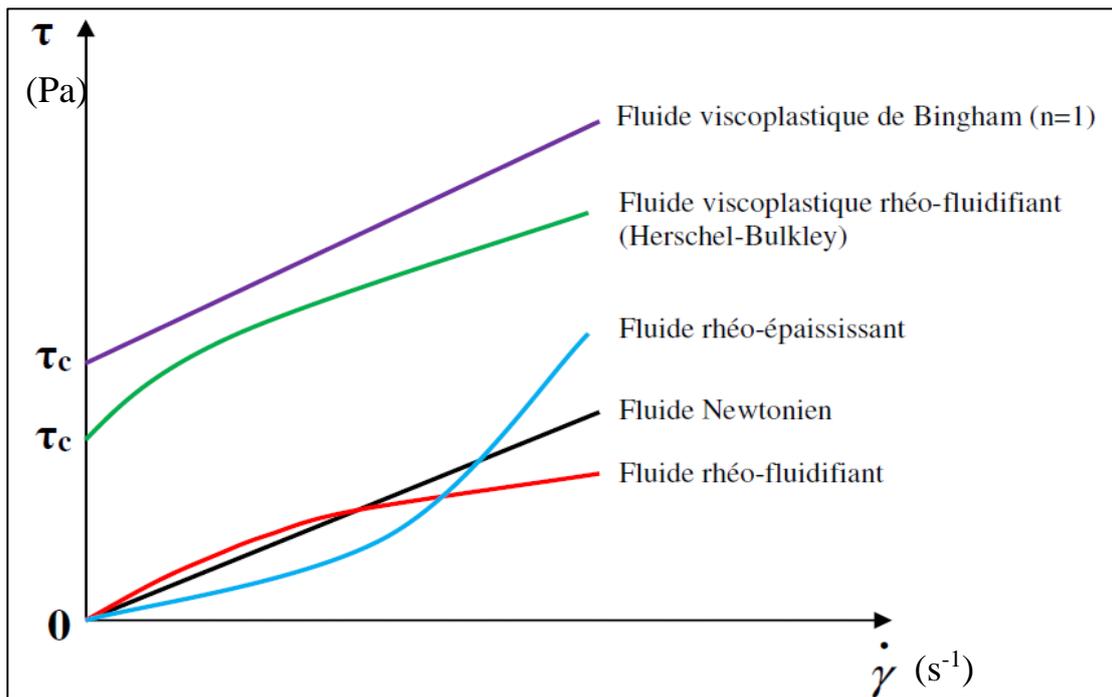


Figure 24. Rhéogrammes pour les types de fluide

### II.1.4. Fluides dépendant du temps

Le comportement des fluides dépendants du temps est caractérisé par l'évolution de leur structure interne. Cette modification peut être très rapide, dans ce cas le temps n'intervient pas de manière apparente dans les équations d'écoulement et la viscosité apparente est fixée uniquement pour une valeur donnée de la contrainte ou de la vitesse de cisaillement. Par contre si la modification de la structure interne du fluide est lente, les caractéristiques de l'écoulement du fluide seront influencées par les traitements antérieurs et la viscosité apparente dépendra dans ce cas d'un autre paramètre « le temps ».

On distingue deux catégories dans ce type de fluide :

\* Les fluides thixotropes.

\* Les fluides rhéopexes.

### II.1.4.1. Les fluides thixotropes

Ce sont des fluides dont la viscosité est une fonction décroissante de la durée de l'écoulement. Cette diminution de la viscosité est due à la destruction progressive de sa structure tridimensionnelle. La thixotropie est un processus réversible : après suppression du cisaillement et un temps de repos suffisant, la structure initiale se régénère graduellement. Ainsi, lorsqu'on effectue une expérience de charge (cisaillement croissant) suivie d'une décharge (cisaillement décroissant) et on trace les deux rhéogrammes dans un même système d'axes, on obtient deux courbes : la courbe de retour est toujours en dessous de la courbe d'aller (Figure.25).

Les fluides thixotrope sont assez répandus dans la nature. A titre d'exemple on peut citer certaines solutions huileuses, les solutions de méthylcellulose, les boues de forage et certaines émulsions.

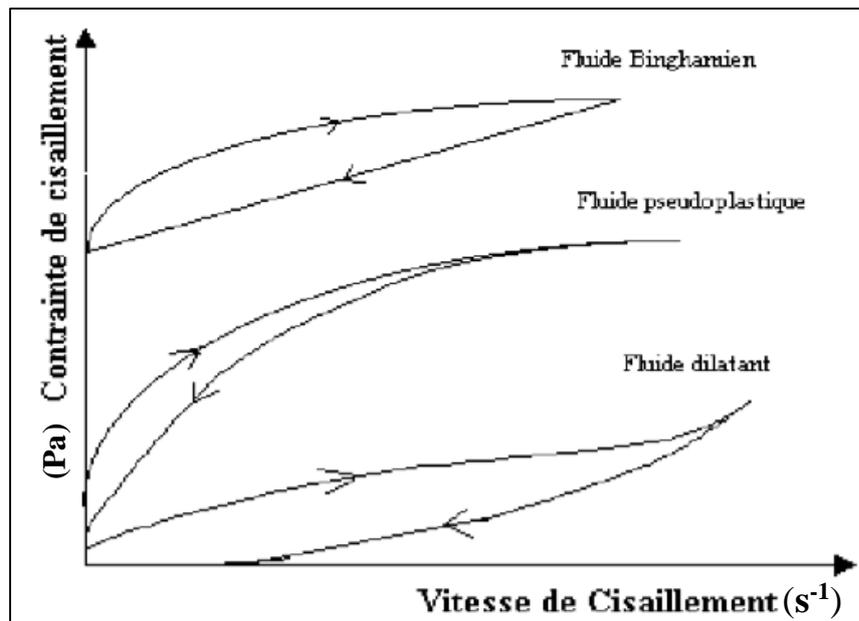


Figure 25. Boucles d'hystérésis de fluides thixotropes.

### II.1.4.2. Les fluides rhéopexes

Cette catégorie de fluides présente un comportement contrairement aux fluides thixotropes. Lorsqu'ils sont soumis à un faible cisaillement leurs structures interne s'organisent et par conséquent conduit à une augmentation de la viscosité.

### II.1.4.3. Les fluides viscoélastiques

Tous les matériaux présentent, à degrés divers, des propriétés viscoélastiques.

La mise en évidence de telles propriétés s'effectue par des expériences où, la sollicitation mécanique est variable avec le temps. Les résultats de telles expériences sont appelés fluage dans le cas d'une sollicitation en contrainte ou relaxation dans le cas d'une sollicitation en déformation.

# Chapitre III

Modèle mathématique et procédure  
numérique



### III.1. Modèle physique

Le domaine physique contient un petit volume de fluide, et délimité par un substrat soit courbe soit plan et deux paupières, voir Fig. 26(a,b). La paupière inférieure est fixe tandis que la paupière supérieure est mobile. Le volume de liquide s'étale sur la surface de la cornée et forme un revêtement d'un film mince. Le rayon cornéen est  $R = 0,01$  m et les distances entre les paupières en position ouverte et fermée sont  $L_{op} = 0,01$  m et  $L_{cl} = 0,001$  m, respectivement. Le ménisque est épinglé à la paupière ; sa hauteur est  $h^* = 5 \cdot 10^{-4}$  m.  $L(t)$  indique la distance entre les paupières pendant la phase d'ouverture.  $U(t)$  est la fonction de vitesse de la paupière supérieure selon la direction curviligne. Le domaine est considéré bidimensionnel. On considère un repère curviligne  $(x, y)$  le long de la cornée (équivalent au repère polaire) et un repère cartésien  $(x^*, y^*)$ , comme indiqué sur la figure. La position de la paupière inférieure est définie par un angle  $\theta_0 = 1,0708$  rad et l'angle maximal de la paupière supérieure est  $\theta_{op} = 2,0708$  rad, Fig.26(a).

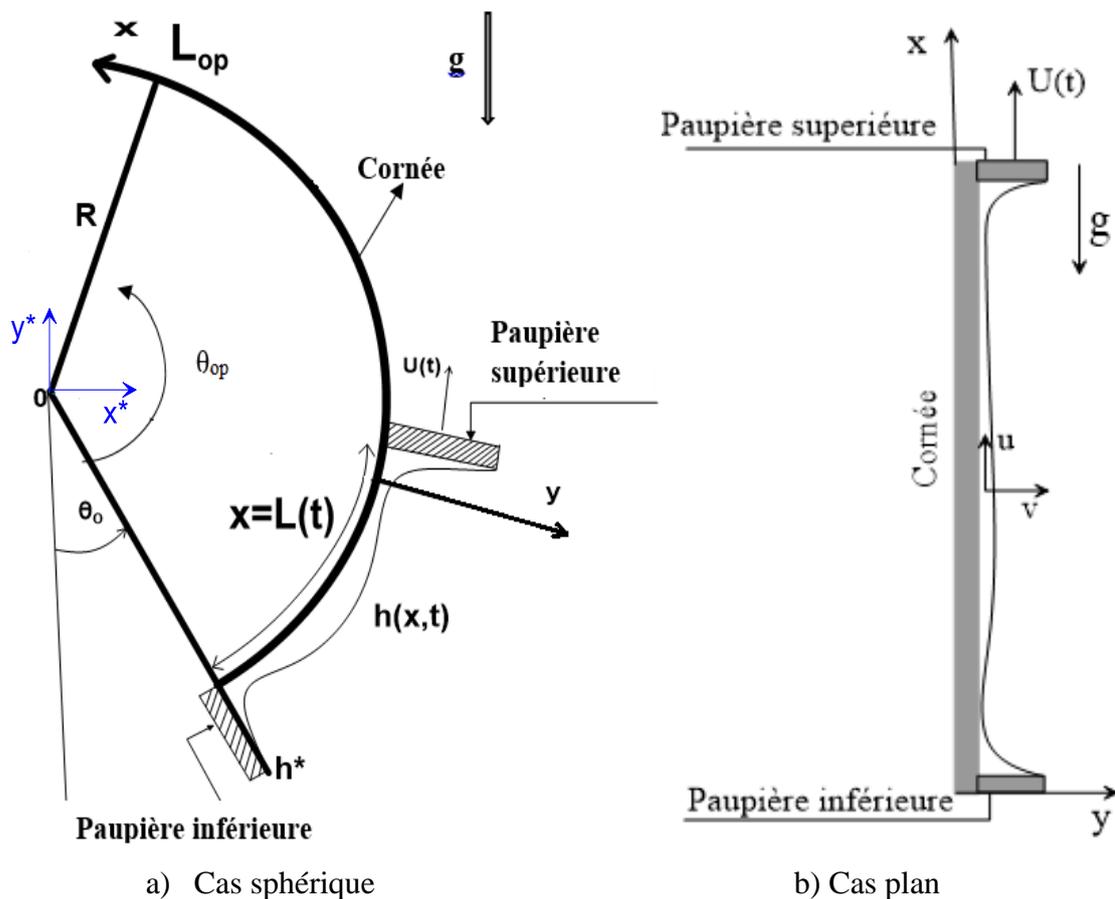


Figure 26. Domaine physique du problème du film lacrymal.

### III.2 Les équations de mouvements

L'équation de continuité est utilisée pour décrire le transport de la masse conservé, Pour le cas instationnaire cette équation s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho} \mathbf{v}) = 0 \quad (\text{III.1})$$

L'équation de quantité de mouvement régissant le mouvement de fluide s'écrit :

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) = -\nabla P + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \bar{\rho} \mathbf{g} + F \quad (\text{III.2})$$

Le tenseur des contraintes de cisaillement est donné par cette relation :

$$\tau_{ij} = \bar{\mu} \cdot \dot{\gamma}_{ij} \quad (\text{III.3})$$

La masse volumique et la viscosité du mélange des phases sont données comme suit :

$$\bar{\rho} = \alpha \rho_l + (1 - \alpha) \rho_g \quad (\text{III.4})$$

$$\bar{\mu} = \alpha \mu_l + (1 - \alpha) \mu_g \quad (\text{III.5})$$

L'effet de la tension superficielle, qui joue un rôle important dans la dynamique du film lacrymal, est inclus dans le terme source, dans (Eq: III.2). La tension superficielle à l'interface film/air est définie sur la base du modèle de force de surface continue (CSF) (voir [52]).

$$\mathbf{F} = \frac{\rho_m \cdot \kappa \cdot \sigma \cdot \nabla \alpha}{1/2(\rho_l + \rho_g)} \quad (\text{III.6})$$

$\kappa$  et est la courbure du film s'écrit :

$$\kappa = \nabla \cdot \mathbf{n} = \frac{1}{|\mathbf{n}|} \left[ \left( \left( \frac{\mathbf{n}}{|\mathbf{n}|} \right) \cdot \nabla \right) |\mathbf{n}| - (\nabla \cdot \mathbf{n}) \right] \quad (\text{III.7})$$

Ici  $\mathbf{n}$  est le vecteur normal à la surface libre ou le gradient normal de  $\alpha$  .

La surface libre du film est résolue en utilisant la méthode de (VOF). La dynamique de l'interface est décrite par l'équation de conservation :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \alpha = 0 \quad (\text{III.8})$$

Le champ de la fraction volumique prend les valeurs :

$\alpha=0$  : en phase gazeuse.

$\alpha =1$  : en phase liquide.

$0 < \alpha < 1$  : indique la présence des deux phases séparées par une interface

### III.2.1. Modèles rhéologiques utilisés

#### III.2.1.1. Modèle de Cross

La viscosité apparente dans le modèle de Cross s'écrit :

$$\mu_l = \frac{\mu_0}{1 + (\lambda \dot{\gamma})^{1-n}} \quad (\text{III.9})$$

Où  $\mu_0$ ,  $\lambda$ ,  $n$  viscosité au cisaillement nul, constant du temps et l'indice de comportement, respectivement.

La viscosité de mélange liquide/air avec la viscosité apparente du modèle rhéologique de Cross devient :

$$\bar{\mu} = \alpha \left( \frac{\mu_0}{1 + (\lambda \dot{\gamma})^{1-n}} \right) + (1 - \alpha) \mu_g \quad (\text{III.10})$$

#### III.2.1.2. Modèle de Bingham

La contrainte de cisaillement dans le modèle de Bingham est donné par:

$$\tau_{ij} = \tau_0 + k \cdot \dot{\gamma} \quad (\text{III.13})$$

$\tau_0$  (Pa): seuil de cisaillement de Bingham.

$k$  (Pa.s): viscosité plastique de Bingham.

#### III.2.1.3. Modèle de Herschel-Bulkley

Ce modèle est un modèle généraliste des fluides pseudoplastique à seuil :  $n < 1$  pour un fluide rhéofluidifiant,  $n > 1$  pour un fluide rhéoépaississant, et  $n = 1$  pour un fluide de Bingham. La relation de la contrainte et le taux de cisaillement est donné par :

$$\tau_{ij} = \mu \cdot \dot{\gamma}_{ij} = \left( \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + k (\dot{\gamma})^{n-1} \right) \cdot \dot{\gamma}_{ij} \quad (\text{III.14})$$

$\tau_0$  (Pa): seuil de cisaillement de Herschel-Bulkley

$k$  (Pa. s): indice de consistance ou de viscosité de Herschel-Bulkley

$n$  (-): indice d'écoulement de Herschel-Bulkley

La partie déviatrice du tenseur des contraintes est donnée par la loi de comportement du fluide de Herschel-Bulkley :

$$\begin{cases} \tau = \left( \frac{\tau_0}{|\dot{\gamma}|} + k |\dot{\gamma}|^{n-1} \right) \cdot \dot{\gamma} & |\dot{\gamma}| \neq 0 \\ |\tau| < \tau_0 & |\dot{\gamma}| = 0 \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

Où  $\dot{\gamma}$  est le tenseur du taux de cisaillement et  $|\dot{\gamma}|$  sa magnitude.

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla u^T) \quad (\text{III.16})$$

$$|\dot{\gamma}| = (\dot{\gamma} : \dot{\gamma})^{1/2} \quad (\text{III.17})$$

Où  $\nabla u$  est le gradient de vitesse et  $\nabla u^T$  sa transposée.

Selon la relation de Herschel-Bulkley, un tel fluide ne s'écoule que lorsque la contrainte dépasse la contrainte seuil ; la viscosité est définie par la relation suivante

$$\mu_t = \frac{\tau_0}{|\dot{\gamma}|} + k |\dot{\gamma}|^{n-1} \quad (\text{III.18})$$

Le modèle de Herschel-Bulkley pour des fluides viscoplastique présente une discontinuité qui doit être régularisée avant la simulation numérique de l'écoulement de ces fluides. Cette discontinuité nécessite une approche mathématique du modèle. Le modèle Herschel-Bulkley adapté prend en compte un paramètre rhéologique supplémentaire, le taux de cisaillement critique (qui n'a pas de signification physique) dans le modèle de viscosité.

$$\mu_t = \begin{cases} \frac{\tau_0}{|\dot{\gamma}|} + k \left( \frac{|\dot{\gamma}|}{\dot{\gamma}_c} \right)^{n-1} & |\dot{\gamma}| > \dot{\gamma}_c \\ \frac{\tau_0}{|\dot{\gamma}|} \left( 2 - \frac{|\dot{\gamma}|}{\dot{\gamma}_c} \right) + k \left( (2-n) + (n-1) \frac{|\dot{\gamma}|}{\dot{\gamma}_c} \right) & |\dot{\gamma}| < \dot{\gamma}_c \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

$\dot{\gamma}_c$  est le taux de cisaillement critique fixé par cette valeur  $\dot{\gamma}_c = 0.001s^{-1}$

Le modèle a trois paramètres, supposés constants :  $k$  (la consistance),  $\tau_0$  (la contrainte seuil) et  $n$  (l'indice d'écoulement).

La viscosité du mélange avec le modèle de Herschel Bulkley devient :

$$\bar{\mu} = \begin{cases} \alpha \left( \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + K \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c} \right)^{n-1} \right) + (1-\alpha) \mu_g & \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c \quad (1) \\ \alpha \left( \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} \left( 2 - \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c} \right) + K \left( (2-n) + (n-1) \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c} \right) \right) + (1-\alpha) \mu_g & \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c \quad (2) \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

### III.3. Conditions aux limites cinématiques

Le vecteur vitesse  $\mathbf{v}$  est soumis aux conditions aux limites de Dirichlet, où les deux composantes tangentielles et normales vérifient :

- A la surface cornéenne et à la paupière inférieure :  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{t}_c = 0$  et  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_c = 0$
- A la paupière supérieur :  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{t}_c = U(t)$  et  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_c = 0$

$\mathbf{n}_c$  et  $\mathbf{t}_c$  sont respectivement le vecteur normal et tangent à la surface cornéenne

$L(t)$  est la distance entre les paupières le long de la surface cornéenne donnée par Aydemir et al. [1].

$$L(t) = \begin{cases} L_{cl} + U_0 \tau \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{t}{\tau} \right)^2 + k \left[ \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erf} \left( \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{\tau}} \right) - \sqrt{\frac{t}{\tau}} - e^{-t/\tau} \right] \right) & 0 \leq t \leq t^* \\ L_{op} & t > t^* \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

La fonction de vitesse de la paupière supérieure obtenue expérimentalement après ajustement de la courbe des données de Wong et al. [35].

$$U(t) = \begin{cases} U_0 \left( k \sqrt{\frac{t}{\tau}} e^{-t/\tau} - \frac{t}{\tau} \right) & 0 \leq t \leq t^* \\ 0 & t > t^* \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

Les valeurs approximatives des paramètres,  $t^*$ ,  $U_0$ ,  $\tau$  and  $k$  sont respectivement de 0.180 s, 0,0163 m/s, 0,0865 s et 11,6.  $t^*$  indique le moment où la vitesse de la paupière supérieure devient nulle.

## III.6. Procédure numérique

### III.6.1. Maillage dynamique

Notre domaine nécessite l'utilisation de la méthode de maillage dynamique. Le modèle de maillage dynamique est utilisé pour modéliser les écoulements où la forme du domaine fluide change en raison du mouvement sur les limites du domaine. La fonction de la vitesse de la paupière supérieure avec ses conditions initiales et aux limites sont programmées, sachant que la paupière inférieure est fixe, la génération du maillage est suivie de la fonction de la vitesse jusqu'à l'instant final  $t_f = 0.18$  s la vitesse doit être nulle.

### III.6.2. Présentation de la méthode de VOF

DeBar [53] et Hirt et Nicholas [54] ont simplifié les méthodes de suivi en volume. En effet, ils ne repèrent plus le fluide par la quantité des marqueurs présents dans une cellule, mais plutôt par la fraction volumique  $\alpha$  ou le taux de présence de l'un des fluides en présence. Cette approche appelée méthode (Volume of Fluid VOF), elle réduit considérablement la quantité d'informations à stocker dans chaque cellule. Ainsi, au lieu d'enregistrer une information par marqueur, il suffit désormais de mémoriser le taux de présence par cellule.

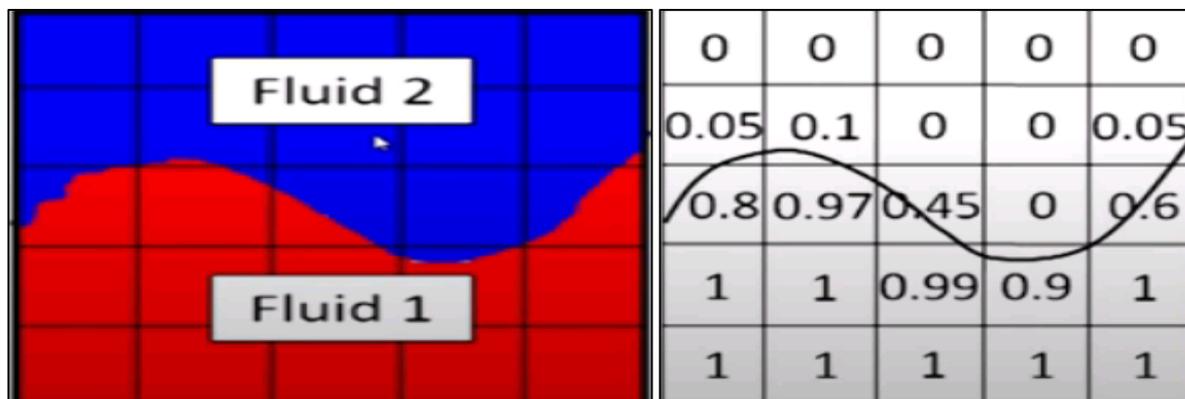


Figure 27. Principe de la méthode de VOF

Le taux de présence  $\alpha$  varie entre 0 et 1. Il vaut  $\alpha = 1$  si la cellule est remplie et  $\alpha = 0$  si elle est vide. L'interface est alors comprise dans les cellules où  $0 < \alpha < 1$  (figure 27). Les méthodes VOF se scindent en deux catégories selon qu'elles intègrent ou pas une étape de reconstruction de l'interface. La reconstruction consiste à localiser l'interface en la définissant maille par maille à partir de la valeur du taux de présence  $\alpha$  et du vecteur normal à l'interface  $\nabla \alpha$  tout en assurant la conservation de la masse de chaque fluide. Dans la méthode VOF sans reconstruction de l'interface, on se contente de résoudre l'équation de transport du taux de

présence. La position précise de l'interface demeure inconnue. Ces méthodes VOF avec ou sans reconstruction permettent de traiter de façon plus souple les écoulements à topologie complexe et variable. Elles nécessitent cependant un schéma numérique conservatif pour le transport du taux de présence qui limite la diffusion numérique et empêche les oscillations liées à la variation brutale du taux de présence à la traversée des interfaces.

Pour l'écoulement d'un film liquide mince, la tension superficielle joue un rôle important. Une méthode couramment utilisée pour estimer la force capillaire est le modèle Continuum Surface Force (CSF) développée par Brackbill et al. [52]. Ce modèle évalue la composante résolue de la force capillaire à partir de la connaissance de la fraction volumique.

Avec ce modèle, la contribution de la tension superficielle au calcul du VOF donne le terme source de l'équation de la quantité de mouvement.

### III.6.3. Présentation de la méthode des volumes finis

Les équations qui gouvernent l'écoulement sont des équations aux dérivées partielles non linéaires qui n'ont pas de solution analytique d'où la nécessité de faire appel à une méthode de résolution numérique. Dans notre cas, Fluent a été utilisé, incorporant la méthode des volumes finis, basée sur :

- Une génération du maillage : division du domaine physique en volumes de Contrôles.
- Une intégration des équations de transport sur chaque volume de contrôle.
- Une discrétisation des différentes équations intégro-différentielles par rapport aux volumes de contrôles obtenant ainsi un système d'équations algébriques pour Chaque variable dépendante du problème à résoudre.

Pour la résolution d'un problème par cette technique il faut donc :

- Mettre à jour des propriétés du fluide.
- Mettre à jour le champ de vitesse c'est-à-dire la résolution des équations de transport de quantité de mouvement en utilisant les valeurs courantes de pression.
- Corriger la pression si les vitesses trouvées dans l'étape précédente ne satisfont pas l'équation de continuité.
- Tester la convergence, si celle-ci est atteinte, on arrête le processus de calcul, sinon le processus recommence à partir de la deuxième étape.

# Chapitre IV

## Résultats et discussions

---

## IV.1. Effet du Maillage

Une grille de maillage uniforme dynamique a été utilisée pour tenir en compte du déplacement de la paupière supérieure. La fonction de la vitesse de la paupière supérieure (Eq III.22) est implémentée en tant que fonction définie par l'utilisateur (UDF). La sensibilité du maillage a été réalisée en utilisant différentes grilles de maillage  $40 * 400$  à  $120 * 1200$  pour le cas d'un fluide pseudoplastique et  $70*700$  à  $150*1500$  pour le cas d'un fluide viscoplastique. Les calculs montrent que les résultats du profil d'épaisseur du film pseudoplastique deviennent insensibles à la grille de maillage au-delà de  $100 * 1000$  voir la figure 29, lorsqu'un film lacrymal viscoplastique est considéré l'insensibilité du maillage commence à partir de  $130x1300$ , comme le montre la figure 30. Le reste de nos calculs a été effectué avec une grille de  $100*1000$  pour le fluide pseudoplastique et  $130x1300$  pour le fluide viscoplastique. Les paramètres de simulations utilisé dans notre étude sont :  $\rho_l=1000\text{kg.m}^{-3}$   $\rho_g=1.225\text{kg.m}^{-3}$ ,  $\mu_g=1.7894*10^{-5}\text{Pa.s}$  ,  $\mu_l=1.3*10^{-3}\text{Pa.s}$  ,  $\sigma=0.045\text{N/m}$ ,  $h^*=0.0005$  et  $0.001\text{m}$ ,  $L_{cl}=0.001$  et  $0.002\text{m}$ ,  $L_{op}=0.01\text{m}$ ,  $U_0=0.0163\text{m/s}$ .

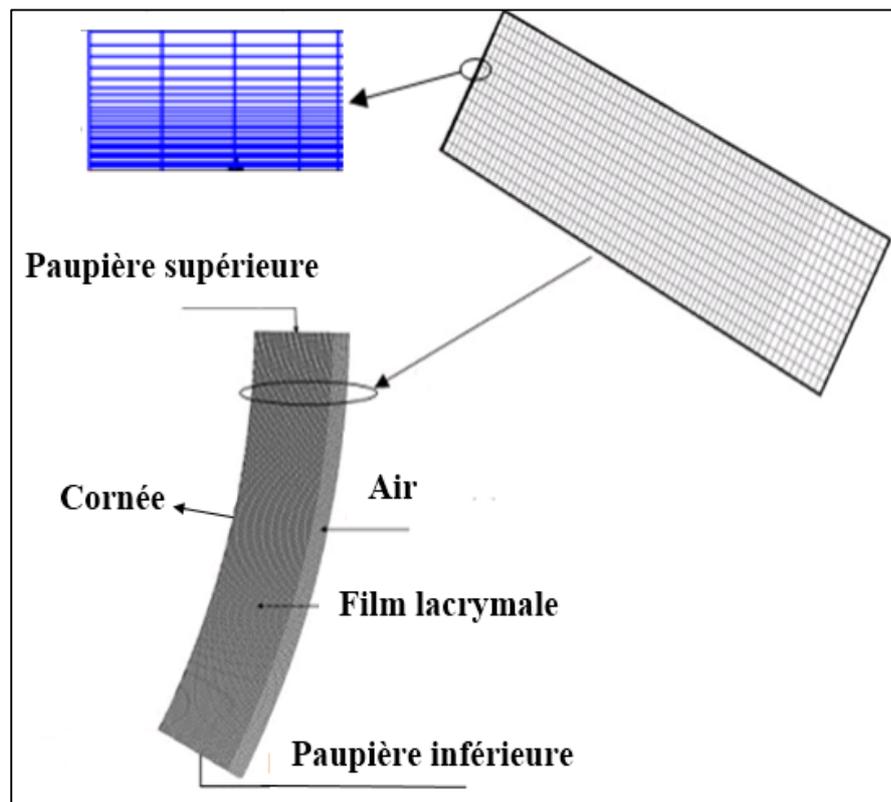


Figure 28. Modèle numérique pour le film.

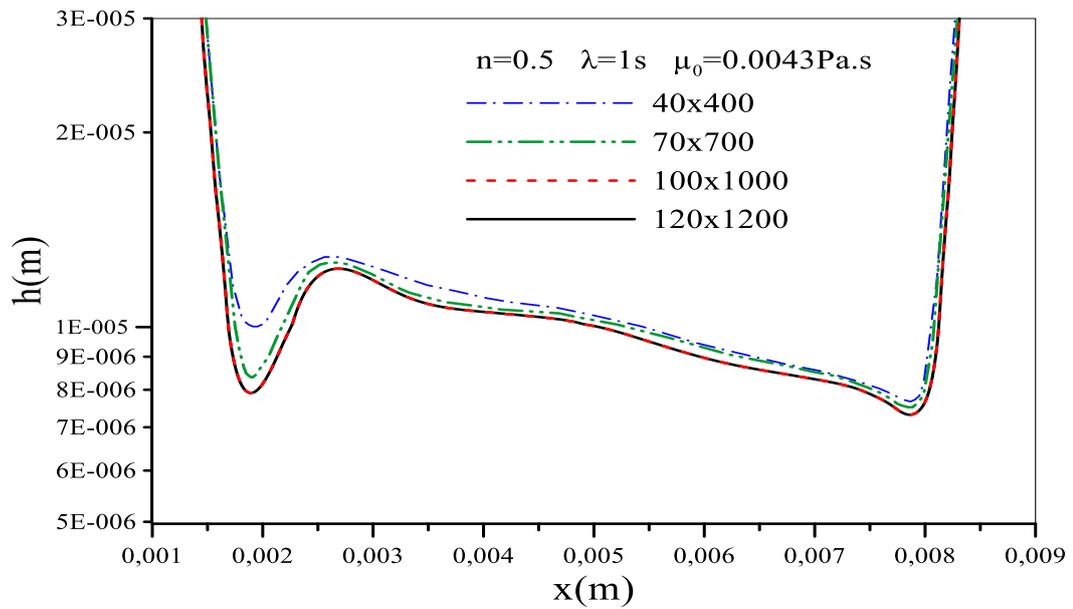


Figure 29. Évolution de l'épaisseur du film pour différentes grilles de maillage dans le cas d'un film pseudoplastique.

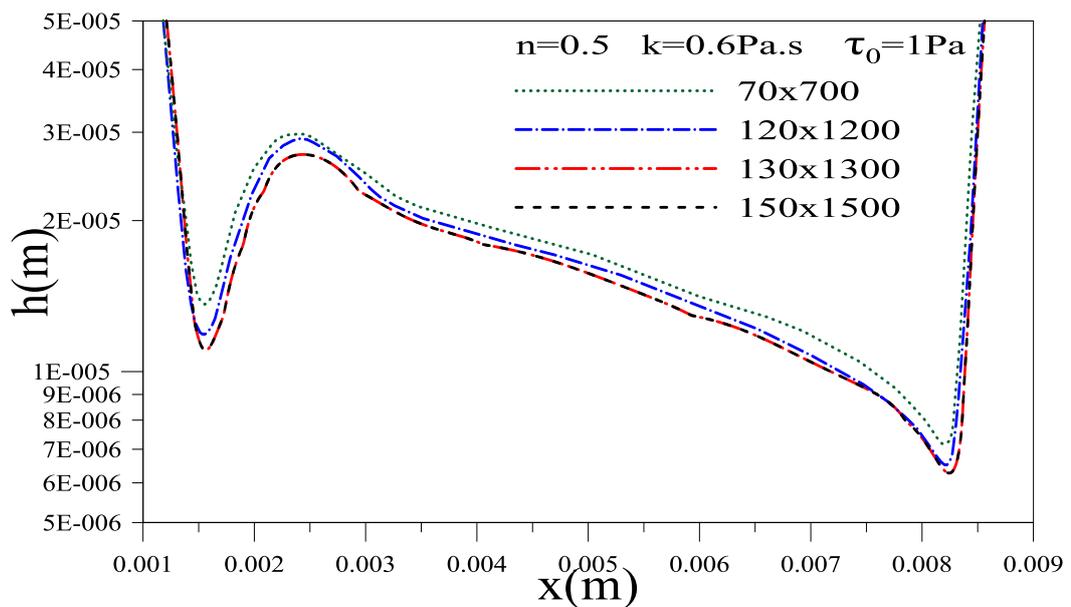


Figure 30. Évolution de l'épaisseur du film pour différentes grilles de maillage dans le cas du film viscoplastique.

## IV.2. Validation

Notre modèle numérique est validé par rapport aux résultats du modèle d'Aydemir et al [1] ; voir Fig. 31-32. Cette figure compare nos résultats pour l'épaisseur du film, à deux moments différents, et l'évolution de l'épaisseur minimale du film, avec le temps avec ceux fournis par le modèle d'Aydemir et al dans le cas d'un film lacrymal newtonien recouvrant un substrat plan. Les figures 31-32 montrent

que nos résultats réalisés avec la méthode de VOF correspondent bien à ceux d'Aydemir et al [1] qui a utilisé la théorie de lubrification ;

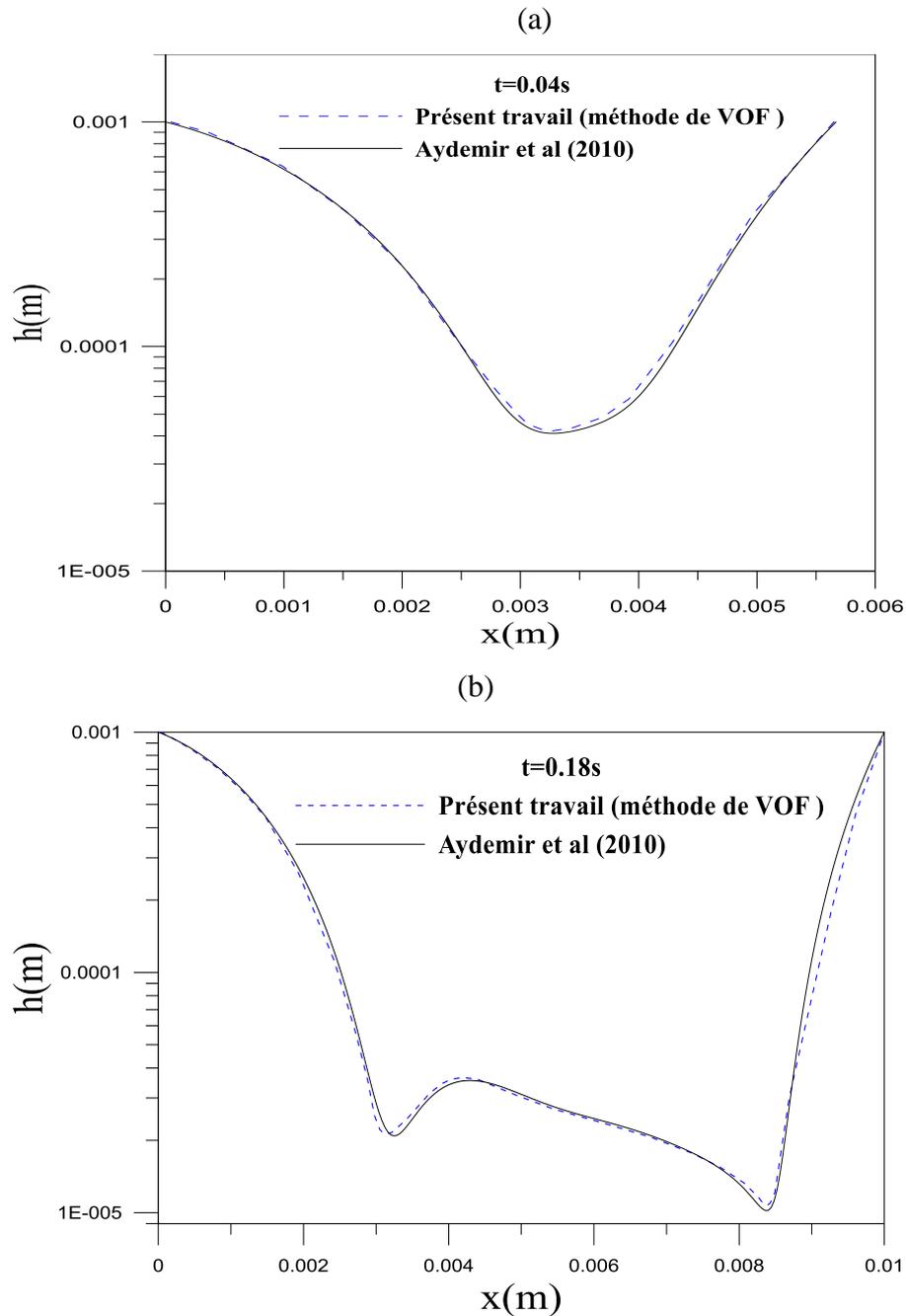


Figure 31. Validation du modèle par rapport au modèle du travail d'Aydemir (2010) (a) et (b) Distribution de l'épaisseur du film le long de la soustraction sphérique à 0,04 et 0,18 sec, respectivement.

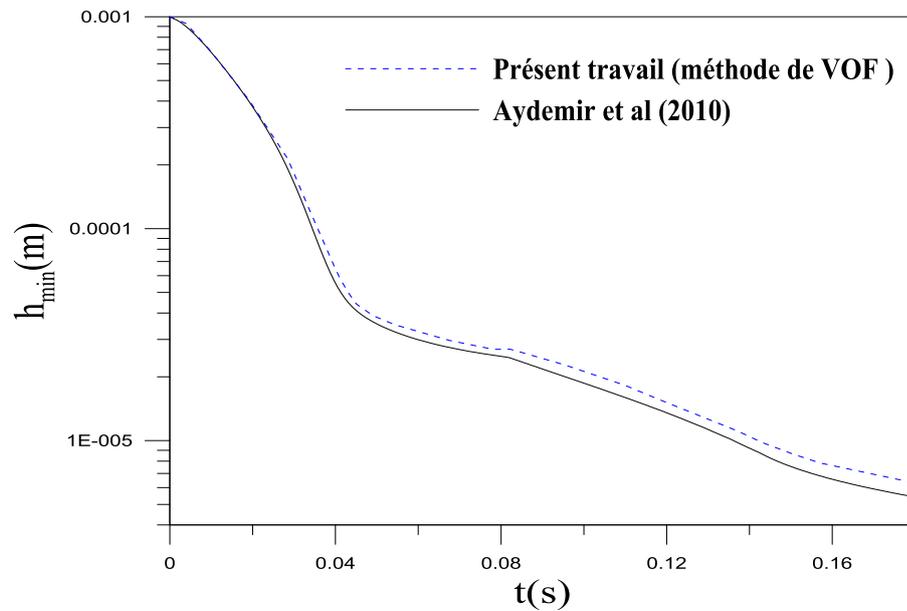


Figure 32. Évolution de l'épaisseur minimale du film lacrymal en fonction du temps

### IV.3. Évolution de l'épaisseur du film avec un grand volume de larmes

#### IV.3.1. La distribution du film lacrymal

Nous commençons notre discussion en décrivant une étape avant le clignement, en outre, l'effet du mouvement des paupières sur la dynamique du film a été pris en compte. L'effet de la gravité est pris en compte par l'évolution du film en fonction du temps de simulation. Les résultats des simulations numériques de l'épaisseur du film lacrymal à trois stades différents de la phase d'ouverture des yeux sont présentés dans la figure 33. La figure 33-(a) montre l'épaisseur du film lacrymal aux premiers stades de l'ouverture des yeux, le profil de l'épaisseur du film est presque parabolique, ses minimaux se situant presque au même endroit et diminuant continuellement avec le temps. La figure 33-(b) montre l'épaisseur du film lacrymal au stade intermédiaire de l'ouverture des yeux, le film lacrymal s'accumule au niveau des ménisques et évolue entre les paupières (voir Fig. 33-(b)). Le dernier stade correspond à la phase semi finale pendant laquelle la paupière supérieure cesse de bouger.

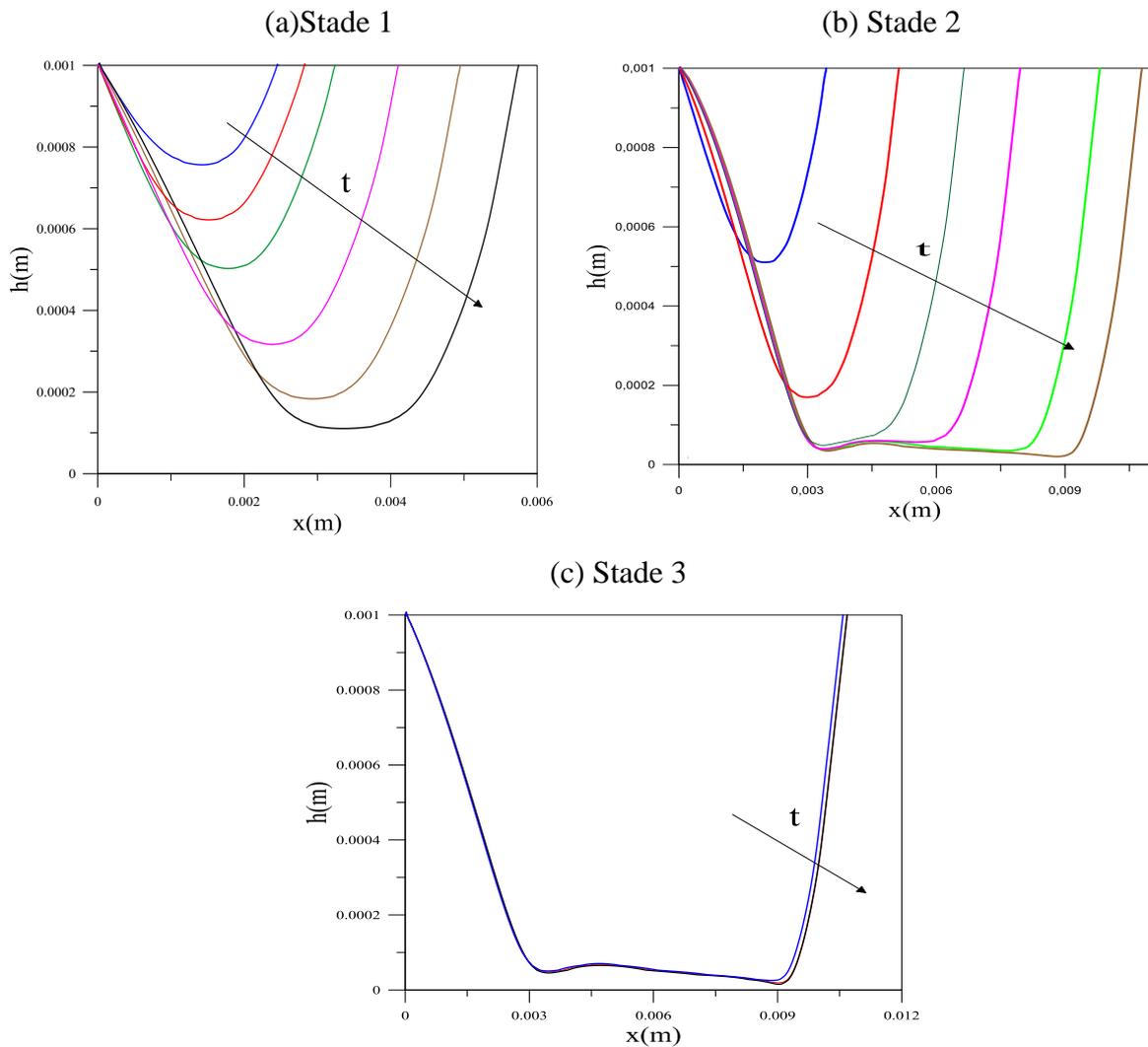


Figure 33. Évolution du film durant le temps pour différents stades.

## IV.3.2. Étude pour le cas d'un fluide newtonien

### IV.3.2.1 Effet de la viscosité newtonienne " $\mu$ "

L'objectif principal de cette partie est d'examiner l'effet de la viscosité newtonienne et la tension superficielle sur la stabilité et la dynamique du film lacrymal. La rupture du film lacrymal peut provoquer une sécheresse oculaire, donc éviter la rupture du film lacrymal peut être considéré comme l'un de nos objectifs.

Notre simulation est présentée dans la phase finale ou après l'ouverture de la paupière. Afin d'examiner l'effet de la viscosité pour chaque cas de tension de surface sur la stabilité du film lacrymal, notre intérêt se concentre sur la fin de la phase de clignement, correspondant à  $t=0.18s$ , qui est la phase critique pendant la dynamique du film lacrymal.

Les figures 34 (a,b,c) illustrent la variation de l'épaisseur du film où nous avons examiné l'effet de la viscosité avec différentes tensions de surface.

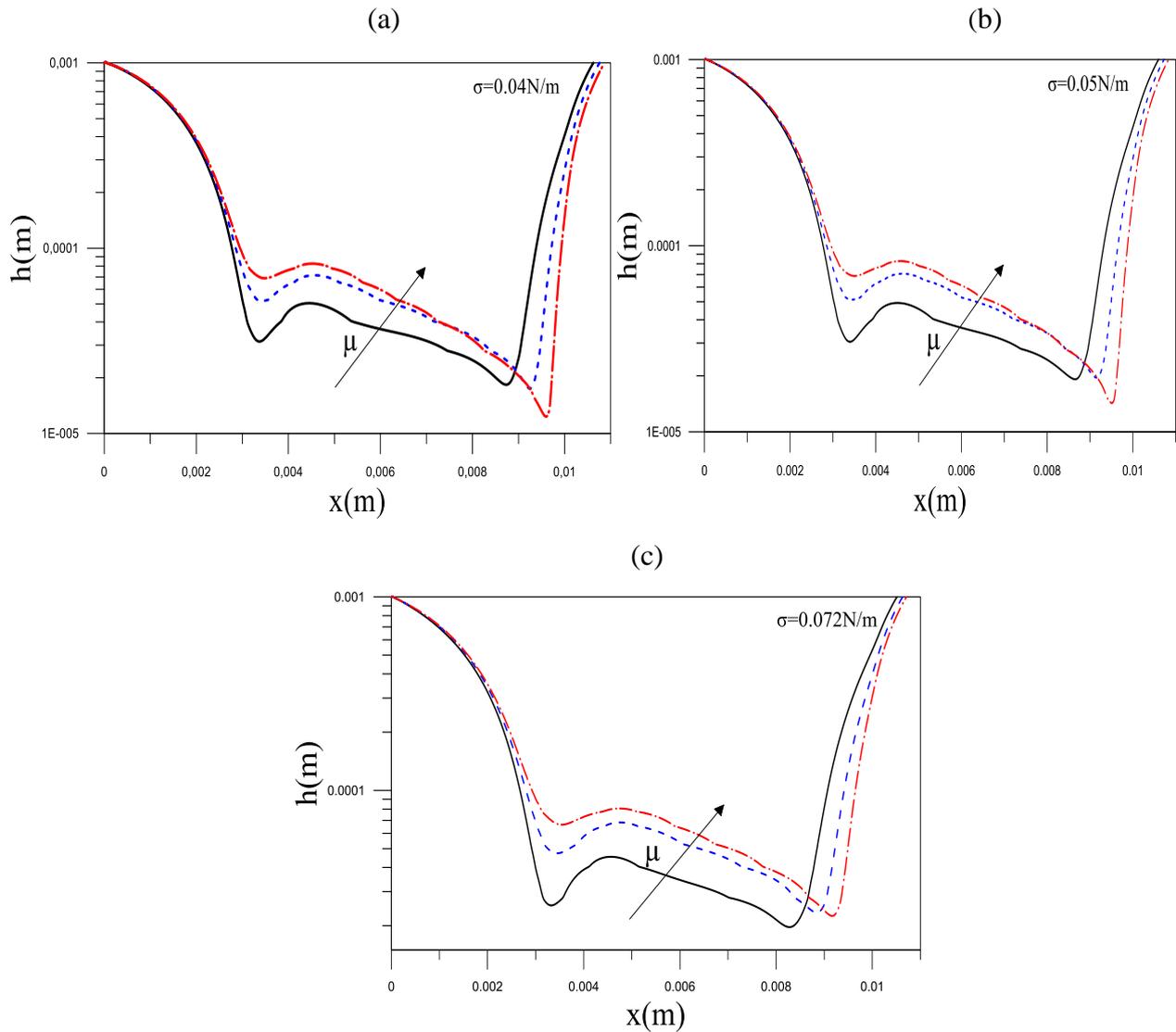


Figure 34 .Variation de l'épaisseur du film : effet de la viscosité,  $\mu=0.0013, 0.0043, 0.0083Pa.s$

Dans la figure 34 (a) nous avons fixé la valeur de la tension superficielle à  $0.04N/m$  et nous avons fait varier la viscosité. Nous observons dans la figure 34(a), que l'épaisseur du film augmente près de la paupière inférieure lorsque la viscosité prend des valeurs plus importantes. Inversement, à la paupière supérieure, l'épaisseur du film diminue pour des valeurs élevées de viscosité, on peut conclure que le phénomène est inversement proportionnel. En outre, la valeur critique de l'épaisseur minimale du film lacrymal autour de la paupière supérieure augmente fortement pour de faibles valeurs de tension de surface. Ainsi, nous pouvons conclure que la viscosité devrait retarder le temps de rupture lorsque nous augmentons la tension de surface à  $0.07N/m$  voir figure.34(c).

Les courbes dans la figure (34c), indique que les valeurs de l'épaisseur du film sont critiques près des deux paupières, lorsque la viscosité et la tension superficielle prennent respectivement les valeurs : 0.

0013Pa.s, et 0.07N/m. Cependant pour cette même valeur de tension superficielle, l'épaisseur du film augmente et s'éloigne de la rupture pour des valeurs de viscosités : 0.0043 et 0.0083Pa.s.

La Figure 35 représente une comparaison des profils du film à l'échelle logarithmique pour différentes viscosités newtoniennes, la tension de surface est fixé à 0.045N/m et pour différentes instants  $t$ . on peut conclure que l'augmentation de la viscosité réduit l'épaisseur du film au niveau de la paupière inférieure, par contre près de la paupière supérieure l'épaisseur minimale du film diminue progressivement et provoque une rupture.

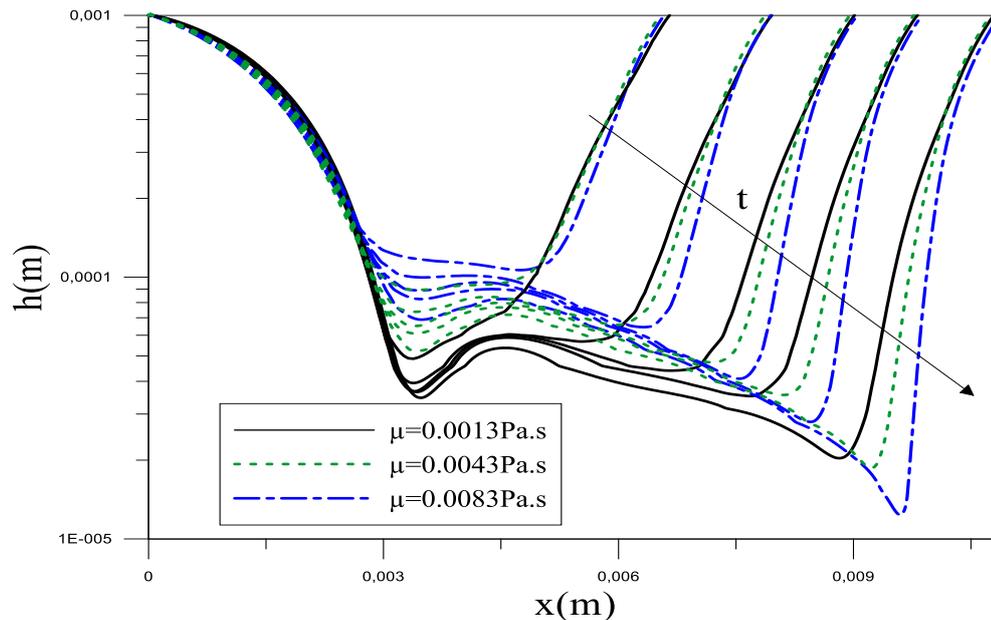


Figure 35. Comparaison des profils du film pour différentes viscosités newtoniennes.

#### IV.3.2.2. Effet de la tension de surface " $\sigma$ "

La tension superficielle du film lacrymal augmente ou diminue lorsque le facteur tensioactif (lipide) ou le facteur température varie, cette dernière joue un rôle important dans la rupture et la stabilité du film lacrymal. Ici, nous examinons l'influence de la tension superficielle, on prend trois valeurs différentes de viscosités 0.0013, 0.0043 et 0.0083 Pa.s et nous varions la tension superficielle. La figure 31 représente la variation de l'épaisseur du film où nous avons examiné l'effet de la tension de surface. Dans la figure 36a, nous avons fixé la valeur de la viscosité à 0.0013Pa.s, en premier temps on voit que la hauteur du film diminue près de la paupière inférieure et contrairement augmente au niveau de la paupière supérieure, c'est remarquable pour les faibles valeurs de viscosités.

Dans la figure 36 (b)-(c) quand on augmente la viscosité, l'effet de la tension de surface agit seulement sur la paupière supérieure et n'influence presque plus au niveau la paupière inférieure. Donc on peut conclure que la tension de surface est un facteur majeur dans la stabilité du film lacrymal.

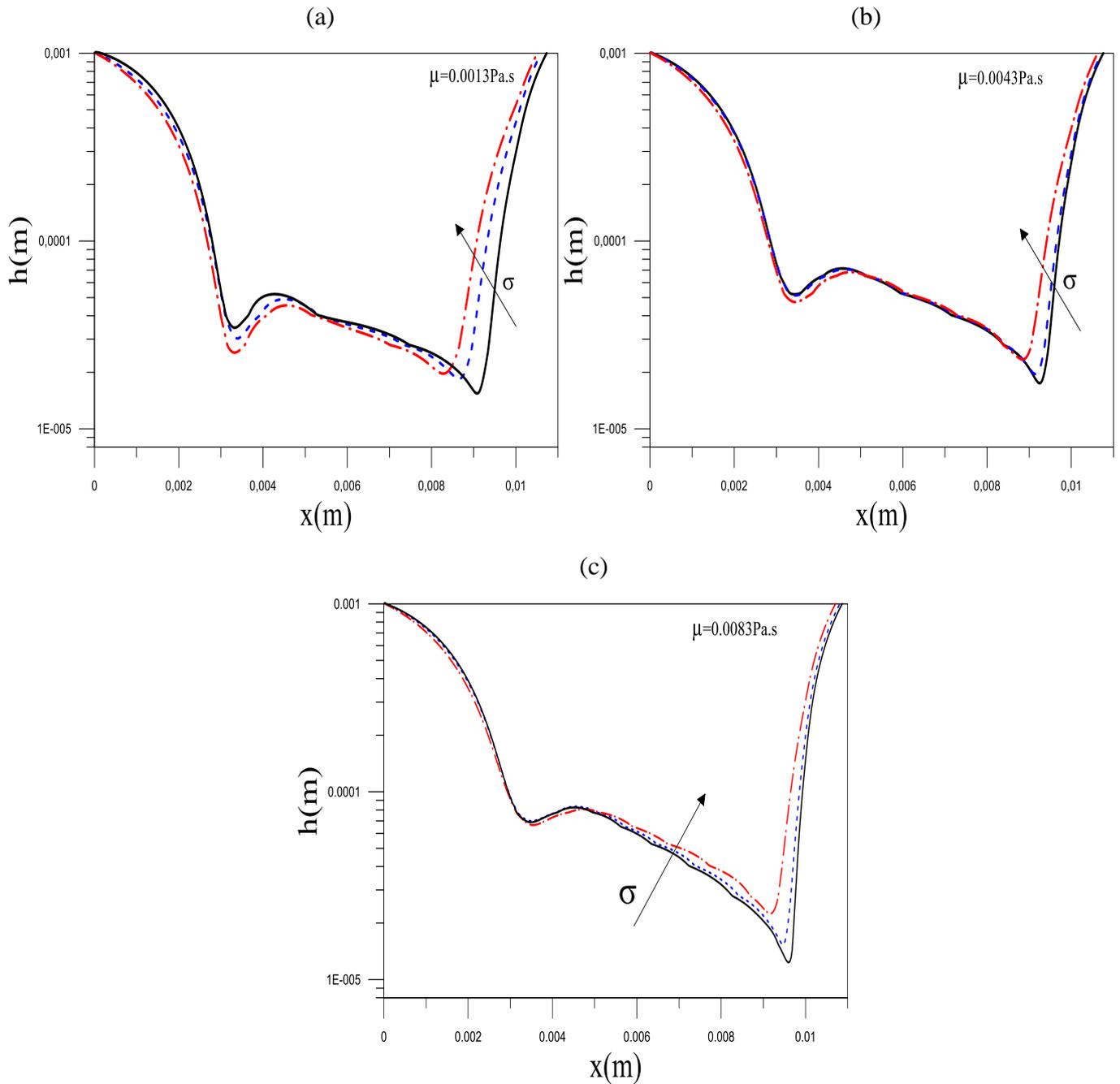


Figure 36. Variation de l'épaisseur du film : effet de la tension de surface «  $\sigma$  ».

#### IV.4. Évolution de l'épaisseur du film avec réduction du volume

Dans cette partie nous voulons réduire la quantité du liquide situé entre les deux paupières dans l'état initial pour approcher au cas réel avec le volume mesuré expérimentalement, pour cela on a réduit le volume initial utilisé dans l'étude d'Aydemir par deux.

La figure 37 montre les profils de l'épaisseur du film lacrymal à différents moments au cours de la simulation pendant la phase d'ouverture des yeux. Les flèches indiquent une augmentation du temps. La figure 37(a), correspond à un temps compris entre 0 et 0,06s, la figure 37(b), correspond à un temps compris entre 0,06 et 0.18s. Cette simulation a été réalisée en utilisant les paramètres valeurs données en [1], qui seront utilisées pour tous les calculs ultérieurs. On observe qu'il y a trois étapes distinctes dans la dynamique :

(a) Stade précoce : Lorsque l'œil commence à s'ouvrir, le film s'amincit avec un profil à peu près parabolique dont le minimum diminue régulièrement.

(b) Stade intermédiaire et final : L'épaisseur minimale du film diminue près des deux paupières et le fluide s'est accumulé au niveau des paupières supérieures et inférieures. Un mince film de liquide évolue entre les deux ménisques, qui sont plus fins près de la paupière supérieure que la paupière inférieure.

Après l'arrêt de la paupière supérieure le déplacement du film lacrymal mince entre les ménisques continue d'évoluer lentement.

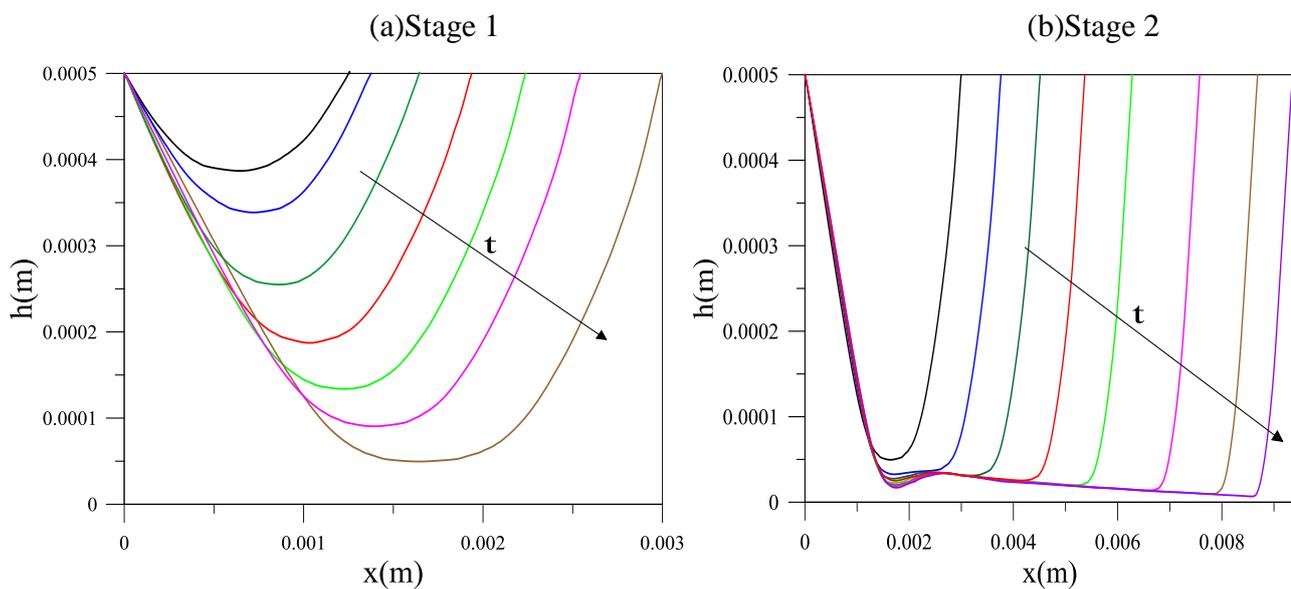


Figure 37. Évolution du film dans le temps pour deux stages d'ouverture de l'œil.

#### IV.4.1. Effet de courbure de la surface de cornée

Dans cette section nous voulons examiner l'effet de la courbure sur la dynamique du film dans le cas de fluide newtonien et non newtonien. En effet, le film lacrymal s'écoule et s'amincit sous l'action de la gravité. Dans le cas du substrat sphérique, la gravité intervient sous la forme de  $-g \sin \theta$ . Par conséquent, les films lacrymaux s'amincissent plus lentement que dans le cas du substrat vertical plat ; voir la figure 38 (a,b). Le film lacrymal possède des propriétés rhéologiques plus proches du non newtonien [39]. Ainsi, il est indispensable d'examiner l'effet du comportement non newtonien sur la stabilité du film avec l'influence de la courbure du substrat. Dans ce cas nous voulons étudier l'influence de la courbure dans le cas d'un comportement pseudoplastique, avec les propriétés suivantes : indice de comportement ( $n=0.5$ ), la constante du temps ( $\lambda=1s$ ) et la viscosité au taux de cisaillement nul ( $\mu_0 = 0.0043 \text{ Pa. s}$ ). La figure 38 illustre la variation de l'épaisseur du film pour les larmes newtoniennes et non newtoniennes s'étalant sur des substrats verticaux plats et sphériques. La figure 38(a) confirme les résultats de la théorie de la lubrification pour les larmes newtoniennes de l'étude d'Allouche et al [39]. En effet, la courbure de la cornée augmente les épaisseurs minimales du film lacrymal près des paupières, où le film lacrymal est susceptible de se rompre. La courbure augmente également l'épaisseur minimale du film près de la paupière supérieure dans le cas des larmes pseudoplastique ; voir Fig. 38(a). L'évolution de l'épaisseur minimale du film en fonction du temps est représentée sur la figure 38(b). Cette figure compare l'évolution de l'épaisseur minimale du film ( $h_{\min}$ ) en fonction du temps pour des paramètres choisis de film pseudoplastique sur des substrats plat et courbe. La figure 38 (a,b) indique que la courbure retarde le temps de rupture et empêche finalement la formation des points secs. La figure 38(b) montre que la hauteur minimale du film dans le cas d'un substrat courbe près de la paupière supérieure est plus importante que celle d'un substrat plan. Dans la partie qui suit, une analyse des effets de l'indice de comportement, la constante du temps et la viscosité au taux de cisaillement nul sur la rupture du film est présentée.

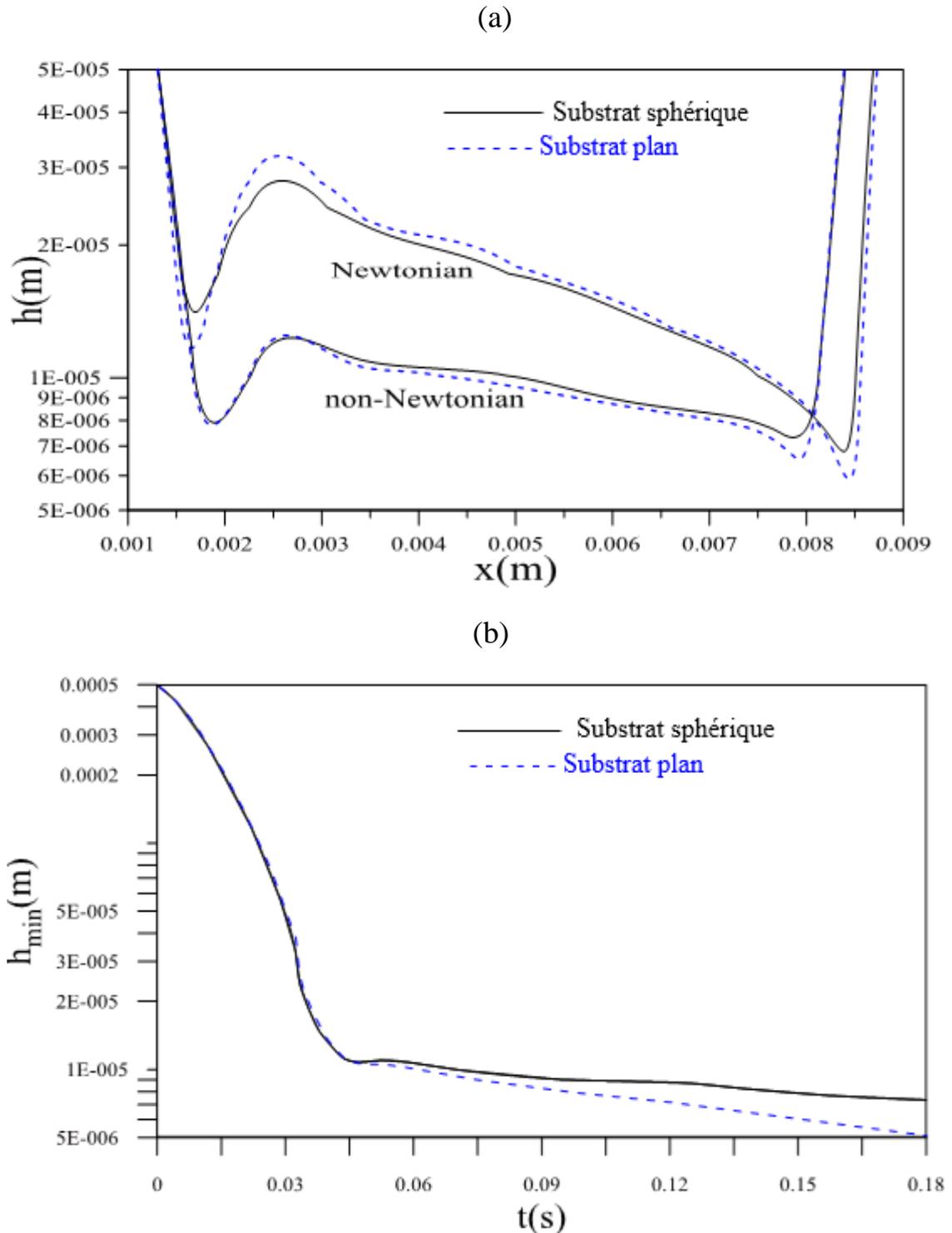


Figure 38. (a) Variation de l'épaisseur du film à la fin du clignement  $t=0.18s$ , en comparant entre le substrat plan et sphérique dans les deux cas : Film lacrymal newtonien et non-newtonien (b) Évolution de l'épaisseur minimale du film en fonction du temps.

## IV.4.2. Étude rhéologique du film lacrymal

### IV.4.2.1. Etude pour le cas d'un fluide pseudoplastique sur un substrat sphérique

Dans cette section nous donnons premièrement les valeurs des paramètres rhéologiques pour les deux cas de l'état des yeux malade et normale, ces paramètres des films lacrymaux ont été obtenues expérimentalement par Tiffany [39]. Voir tableau 1.

Tableau 1. Valeurs des paramètres selon Tiffany [39]

	Viscosité aux taux de cisaillement nul $\mu_0(Pa.s)$	Constante du temps $\lambda(s)$	
Tiffany [39]	0.0044	0.13	Larmes
	0.0071	0.27	normales
	0.0083	0.38	
	0.0271	2.7	Larmes des
	0.0311	2.9	yeux sec

Notre objectif dans cette étude est de proposer des paramètres optimaux pour une bonne stabilité des larmes artificielles, nous avons choisi des valeurs des paramètres dans les plages de larmes normales. Les valeurs utilisées dans cette étude sont données dans le tableau 2. Pour la plage des valeurs de la viscosité, on a essayé de prendre aussi celles données par Kalachandra et al. [55].

Tableau 2 Valeurs des paramètres de notre étude

Valeurs actuelles	Viscosité aux taux de cisaillement nul $\mu_0(Pa.s)$	Constante du temps $\lambda(s)$	Indice d'écoulement $n$
	0.0023, 0.0043, 0.023	0.01, 0.1, 1	0.5, 0.7, 0.9

#### IV.4.2.1.1. Influence de la constante du temps ( $\lambda$ )

Dans cette partie, nous examinons l'influence de  $\lambda$  (constante de temps) sur la dynamique du film pour des valeurs de  $n = 0.5$  et  $\mu_0 = 0.0023$  et  $0.0043$  Pa.s. La constante du temps  $\lambda$  correspond à l'inverse du taux de cisaillement auquel le fluide passe du comportement newtonien au comportement en loi de puissance. La figure 39(a) présente la variation de la hauteur du film à l'instant  $t = 0.18$  s pour différentes valeurs de  $\lambda$ , la viscosité et indice de comportement sont fixé à  $0.0023$  Pa.s et  $0.5$  respectivement. En premier lieu, nous remarquons que la hauteur du film diminue progressivement

près de la paupière inférieure avec l'augmentation de  $\lambda$ . On peut remarquer aussi que l'épaisseur minimale du film newtonien est la plus faible ; par conséquent, les larmes newtoniennes sont plus susceptibles de se rompre près de la paupière supérieure. Ce risque de rupture du film lacrymal près de la paupière supérieure est atténué par les propriétés pseudoplastiques.

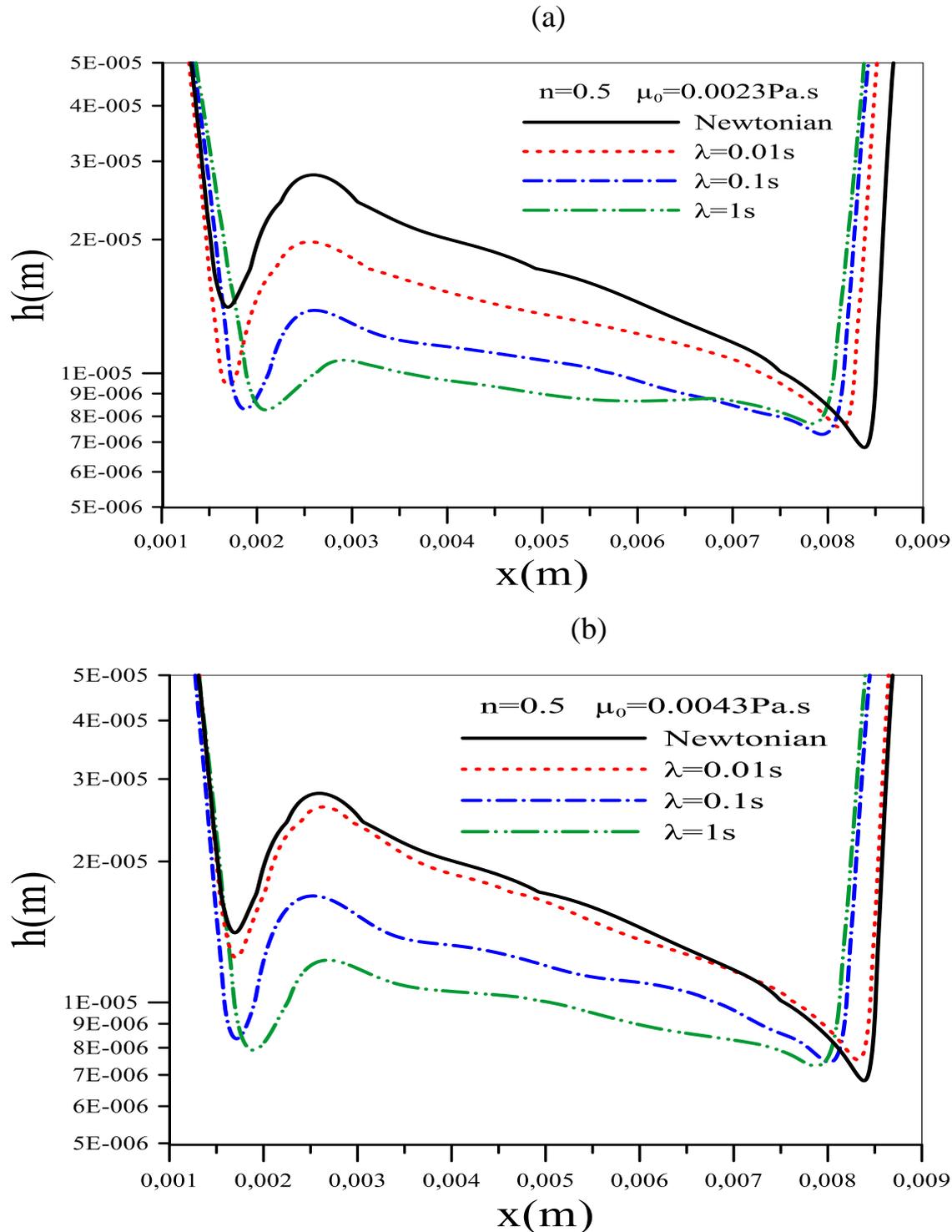


Figure 39. Variation de l'épaisseur du film pour différentes valeurs de constante du temps ( $\lambda$ ) avec deux valeurs de  $\mu_0$  : (a) 0,0023 Pa.s et (b) 0,0043Pa.s, et fixe  $n=0.5$ , au temps =0.18 seconde

En effet, lorsque  $\lambda$  est très petit, la loi de Cross se simplifie et la viscosité apparente tend à être très proche d'une constante qui est la viscosité au cisaillement nul correspondant au cas newtonien. Par contre, l'augmentation de  $\lambda$  entraînant une diminution de la viscosité apparente, dans ce cas nous voyons que la hauteur du film diminue près de la paupière inférieure pour les deux viscosités et augmente au niveau de la paupière supérieure, avec une tendance vers une stabilisation de ladite hauteur, éloignant ainsi le risque de rupture du film. Ceci est clairement observé pour les grandes valeurs de  $\lambda$  ( $\lambda = 1$  s). Aussi pour les valeurs importantes de  $\lambda$  le pic dans le profil de  $h$  diminue, ce qui conduit vers une uniformité et stabilité du film lacrymal, cette dernière est bien observé pour les petites valeurs de  $\mu_0 = 0.0023$  Pa.s. Dans la figure 39 (b) on remarque que le profil de  $h$  pour la valeur de  $\lambda = 0.01$  s se rapproche au profil du film newtonien, mais quand on diminue la viscosité au taux de cisaillement nul, on voit que le profil du  $h$  s'éloigne du cas newtonien. Contrairement, si on augmente la viscosité le profil devient au-dessus du newtonien avec une valeur minimale très basse du  $h$  près de la paupière supérieure, ce qui provoque la rupture du film. Pour les valeurs de l'indice de comportement  $n = 0.5$  et de la viscosité à cisaillement nul considérées ici, le minimum le plus bas près de la paupière fixe est atteint lorsque  $\lambda = 1$  s. En d'autres termes, l'augmentation de la constante du temps  $\lambda$  augmente le risque de rupture du film lacrymal près de la paupière inférieure fixe. Nous pouvons conclure qu'avec une constante du temps  $\lambda = 1$  s, un indice de comportement  $n = 0.5$  et une viscosité à cisaillement nul  $\mu_0 = 0.0023$  Pa.s, le film lacrymal est quasi uniforme le long de la cornée, ce qui devrait être un atout pour une surface optique de haute qualité (Figure 39 a).

#### IV.4.2.1.2. Effet de l'indice d'écoulement ( $n$ )

L'influence de l'indice de comportement  $n$  sur la rupture du film pour une constante de temps ( $\lambda$ ) et la viscosité au taux de cisaillement nul ( $\mu_0$ ) fixe dans le cas d'un substrat courbe est examiné dans cette section. Nous avons fait varier l'indice de comportement  $n$  de 0.5 jusqu'à 0.9. Dans un fluide pseudoplastique, sous l'effet de la vitesse de cisaillement, les molécules ont tendance à s'aligner progressivement le long des couches ce qui favorise le glissement dans le fluide. Les molécules sont de plus en plus ordonnées comme dans un fluide newtonien. Dans la figure (40) nous avons présenté l'évolution de la hauteur du film pour différentes valeurs de  $n$  en fixant  $\mu_0 = 0.0043$  Pa.s pour deux valeurs de  $\lambda$  (0.1 s et 1 s) en comparant avec le fluide newtonien. Nous constatons que, lorsque l'indice d'écoulement est plus faible la hauteur du film est de plus en plus stable en particulier pour  $\lambda = 1$  s. le film est mauvais pour les valeurs de l'indice d'écoulement très grande ou, qui prennent des valeurs proches du newtonien. Donc on constate que à chaque fois on diminue l'indice  $n$  la hauteur du film diminue près de la paupière inférieure et augmente près de la paupière supérieure et ça pour les deux cas des valeurs de  $\lambda$ .

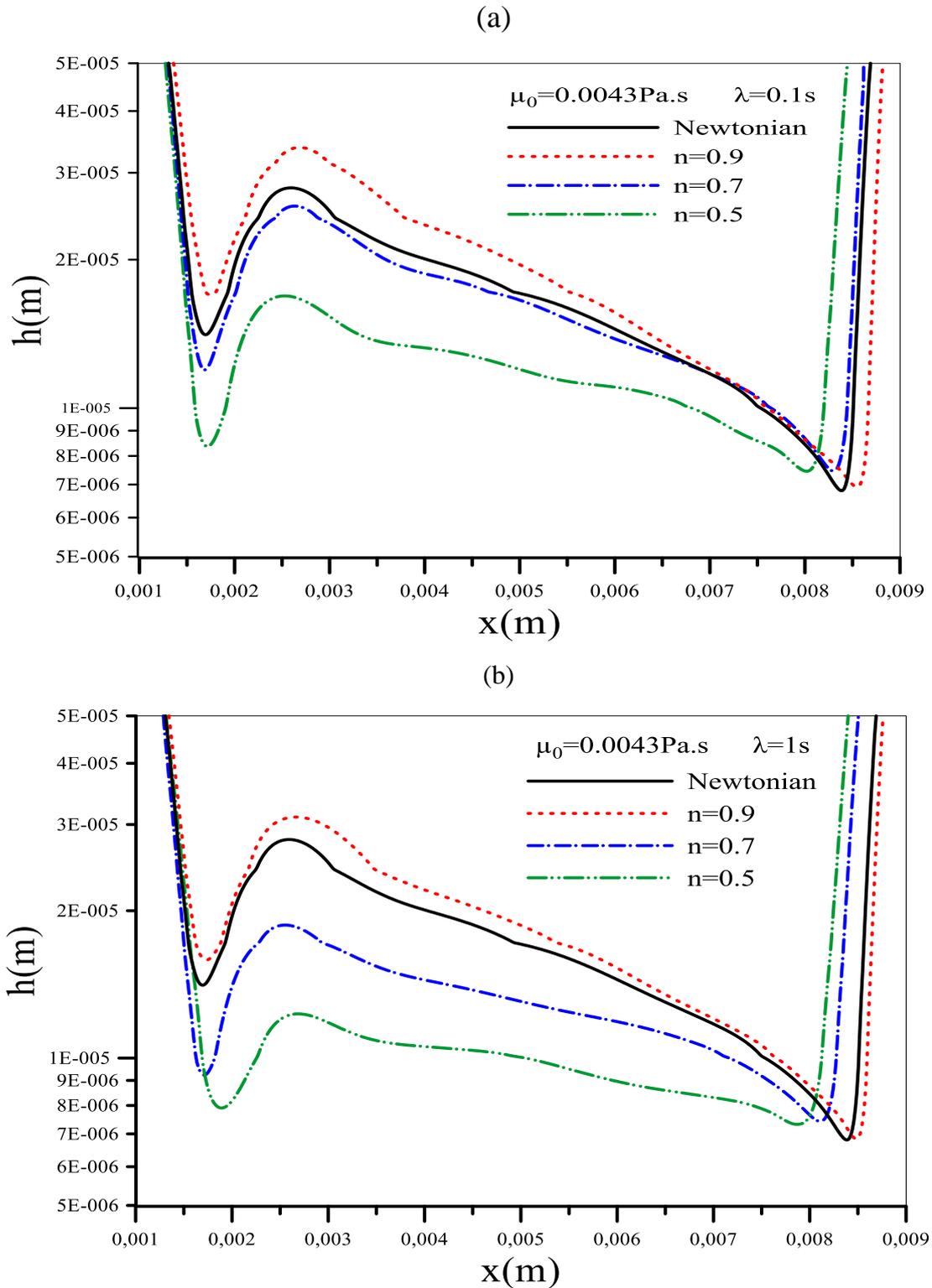


Figure 40. Variation de l'épaisseur du film pour différents indices de comportement ( $n$ ) avec deux valeurs de  $\lambda$  : (a) 0.1s et (b) 1s, et  $\mu_0$  fixe =0.0043 Pa.s au temps =0.18 seconde.

Le film prend une forme uniforme pour les valeurs faibles de  $n$  aussi pour les valeurs élevées de  $\lambda$ . Nous concluons également que le film se stabilise et s'éloigne de la rupture quand l'indice d'écoulement

est inférieur ou égal à 0.5. Les faibles valeurs de  $n$  sont conseillées pour fabriquer des larmes artificielles qui résistent à la rupture et la stabilité du film lacrymal.

#### **IV.4.2.1.3. Effet de la viscosité aux taux de cisaillement nul ( $\mu_0$ )**

Le mouvement des paupières entraîne des taux de cisaillement très élevés dans le film lacrymal, nécessitant une faible viscosité pour éviter l'endommagement de la surface de l'œil. Dans le cas contraire, au repos des paupières, une viscosité plus élevée est souhaitable pour que le film se stabilise et résiste à la rupture. La viscosité des larmes peut être ajustée en utilisant le fluide de remplacement pseudoplastique pour compléter le volume du film insuffisant ou pour traiter une lubrification insuffisante de l'œil [46]. La viscosité aux taux de cisaillement nul est un paramètre qui joue un rôle très important sur la stabilité du film. Ici nous voulons voir l'influence de la viscosité au taux de cisaillement nul ( $\mu_0$ ) sur la stabilité et la rupture du film en fixant les valeurs de  $n$  et  $\lambda$  ( $n=0.5$ ,  $\lambda=0.1$  et  $1s$ ). Les Figures (41-42) représentent les profils de 'h' pour différente valeur de  $\mu_0$ , la valeur de l'indice d'écoulement est 0.5 et 0.7 et la constante du temps 0.1s et 1s. En premier temps on voit que le profil de h pour la viscosité importante  $\mu_0=0.023Pa.s$ ,  $\lambda=0.1$  est défavorable même par rapport au cas newtonien et quelque soit la valeur de l'indice  $n$ . On remarque aussi que la diminution de  $\mu_0$ , causant une diminution de la viscosité apparente selon la loi de Cross, elle influence positivement sur l'évolution du film en le stabilisant davantage comme on le constate pour la valeur de  $\mu_0=0.0013Pa.s$ . Dans la Figure (41a-b), quand la valeur de  $\lambda=0.1s$  et  $\mu_0=0.0013 Pa.s$ , on voit une nette amélioration de l'évolution du comportement du film et la stabilité du film. Aussi est très remarquable pour les valeurs de  $\mu_0$  [0.0023-0.0043] Pa.s pour une constante du temps  $\lambda=1s$  et  $n=0.5$  voir la Figure (41b). Ainsi, la meilleure stabilité dans toute la surface de l'œil est apparue pour les valeurs des paramètres rhéologiques  $n=0.5$ ,  $\lambda=0.1s$  et  $\mu_0=0.0013Pa.s$ . dans la conclusion on peut remarquer que l'abaissement de la valeur de la viscosité à cisaillement nul  $\mu_0$  augmente l'épaisseur minimale du film lacrymal près de la paupière supérieure. Cela signifie que l'abaissement de la valeur de  $\mu_0$  peut empêcher la rupture du film lacrymal près de la paupière supérieure. Cependant, la diminution de la valeur de  $\mu_0$  rend la forme de la hauteur du film plus uniforme ce qui favorise une bonne vision avec moins de trouble. Dans cette partie aussi une faible viscosité est conseillée pour fabriquer des bonnes larmes artificielles.

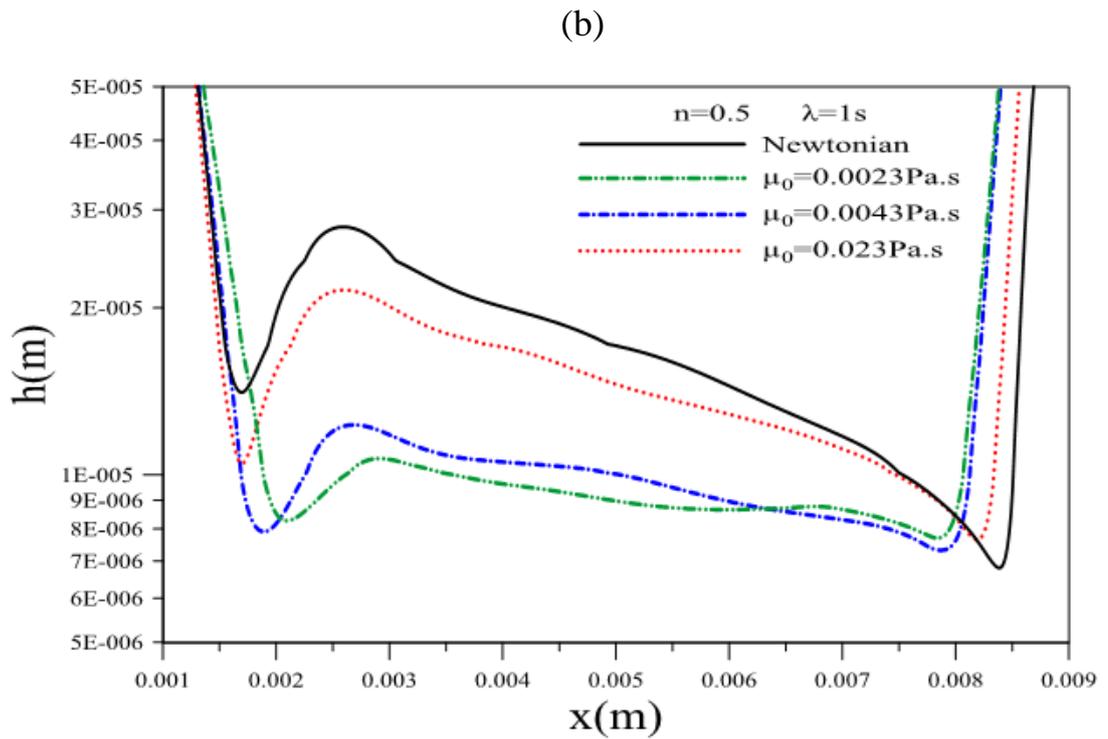
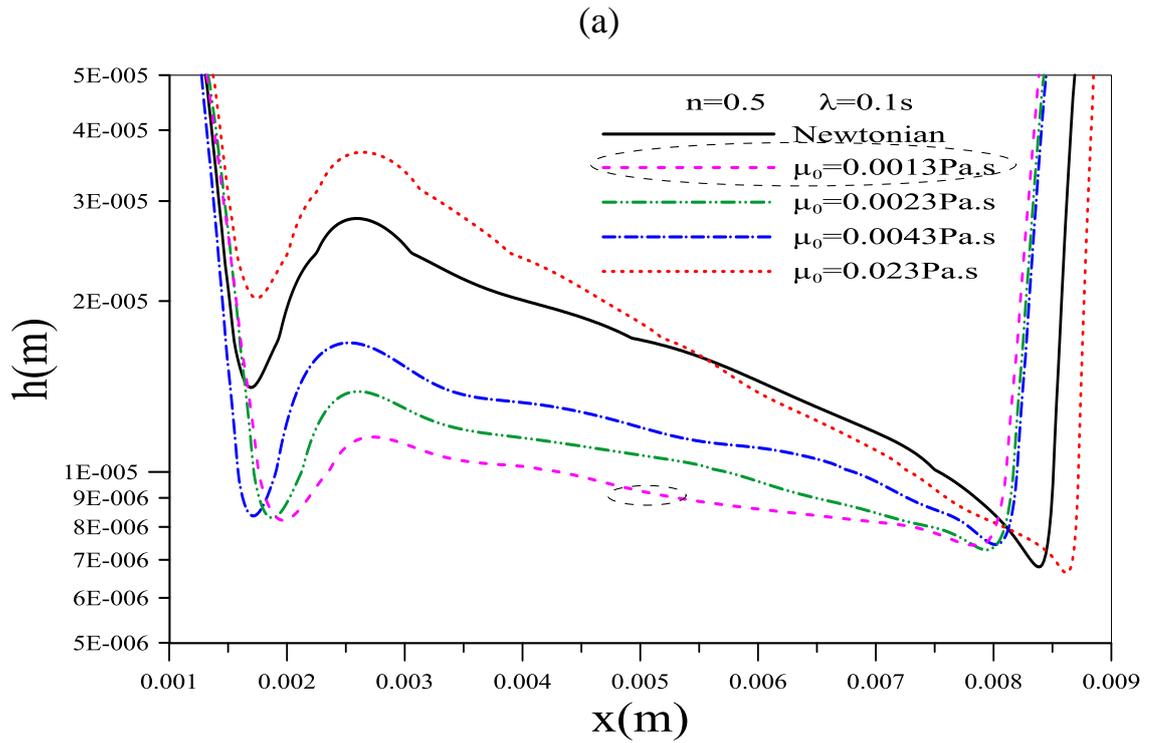


Figure 41. Variation de l'épaisseur du film pour différentes viscosités aux cisaillements nuls ( $\mu_0$ ),  $n=0.5$  (a)  $\lambda=0.1s$ , (b)  $\lambda=1s$  au temps  $t=0.18$  secondes.

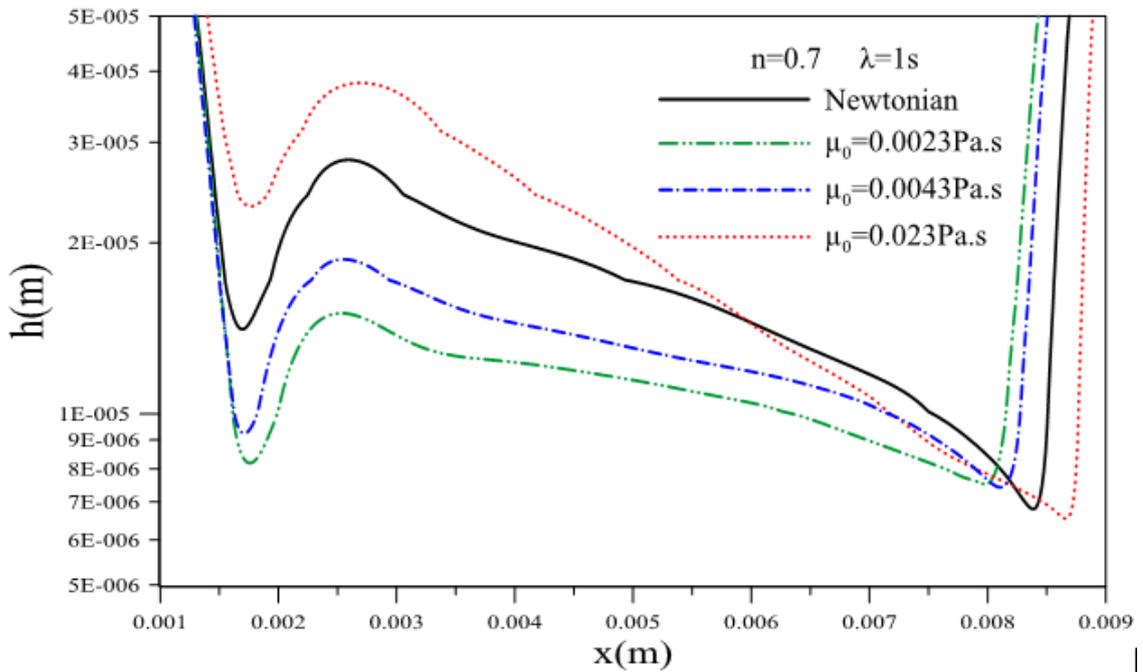
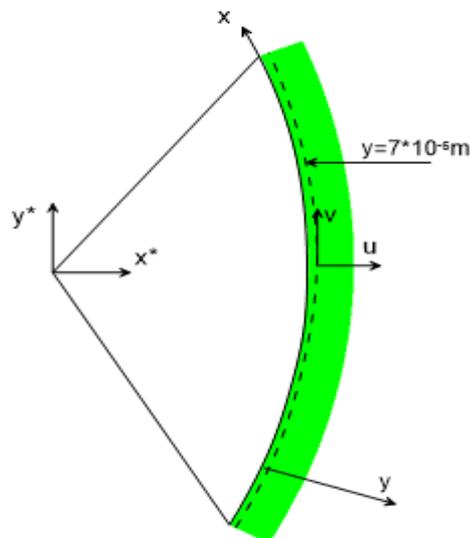


Figure 42. Variation de l'épaisseur du film pour différentes viscosités aux cisaillements nuls ( $\mu_0$ ),  $n=0.7, \lambda=1s$  au temps  $t=0.18$  secondes.

#### IV.4.2.1.4. Évolution des vitesses du film près des paupières

Afin d'analyser l'influence des différents paramètres sur l'évolution de la vitesse dans le film lacrymal le long de la direction curviligne  $x$ , on examinera les profils de composantes de vitesse cartésiennes  $u$  et  $v$  le long d'une ligne curviligne ce situant à  $y=7 \cdot 10^{-6}m$ .

La figure 43 présente l'influence du paramètre  $n$  pour les deux cas du fluide newtonien et non newtonien pour différentes valeurs de  $n$ . Nous avons choisi une viscosité de  $0.0043 Pa.s$  et une constante du temps  $0.1s$ , et on varie l'indice  $n$  de  $0.5$  à  $0.9$ .



On constate que la vitesse du film varie à proximité des paupières supérieure et inférieure, et prend des valeurs sensiblement constantes le long de la surface de la cornée. La première remarque qu'on constate sur la figure 43(a,c) est que les variations de vitesse des deux composantes sont très faibles près de la paupière inférieure à l'exception du cas  $n = 0.5$  où les deux composantes varient de la même manière avec une intensité plus importante. Donc la diminution de l'indice ( $n$ ) entraîne une accélération du fluide surtout près de la paupière inférieure. Ceci correspond parfaitement aux valeurs minimales de la hauteur du film obtenues auparavant au même endroit. On peut justifier ceci par le fait qu'une accélération du fluide entraîne une diminution de la hauteur du film à cause de la conservation du débit.

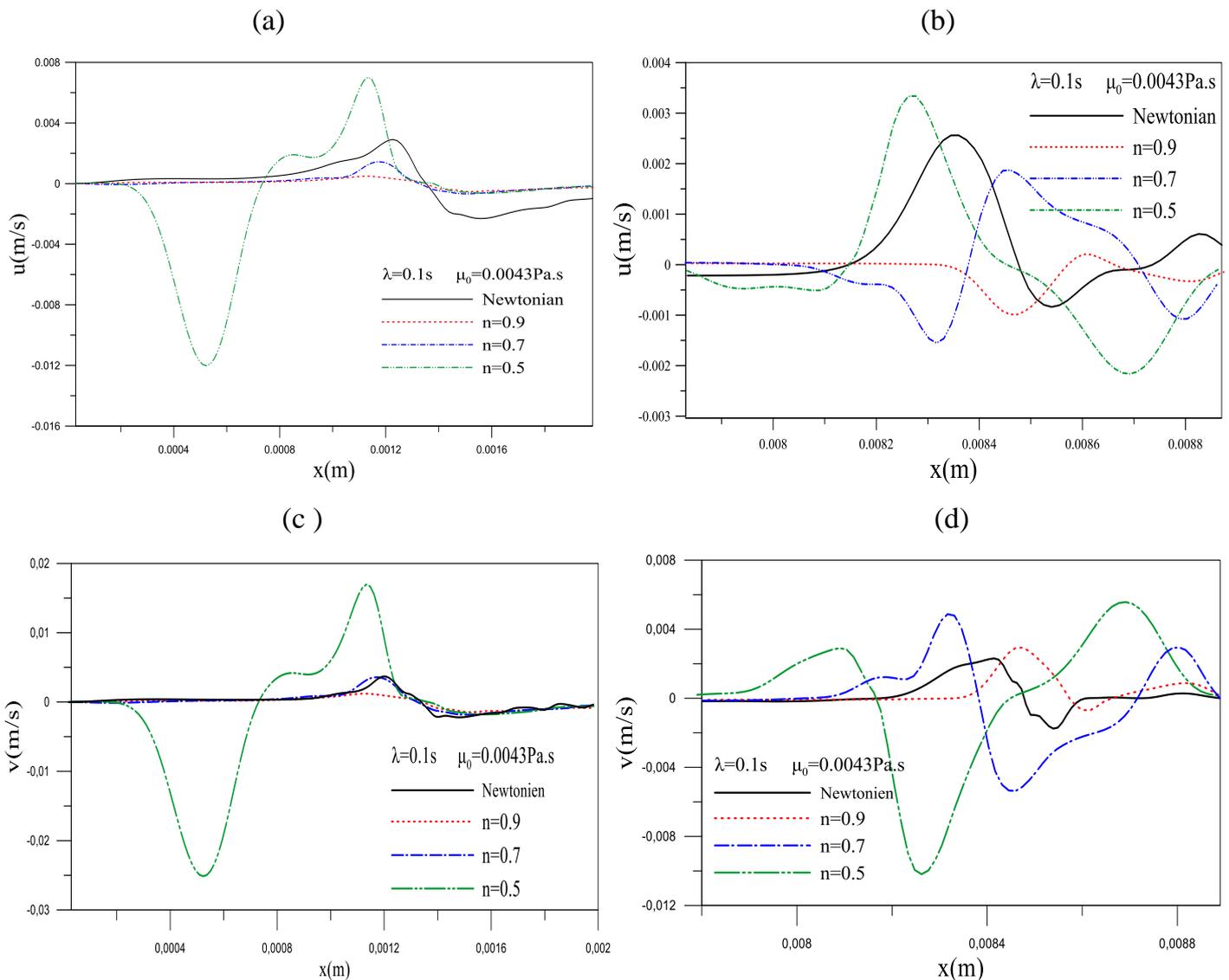


Figure 43. Evolution de la vitesse près des paupières pour différentes valeurs de  $n$ , (a,b) composante  $u$  selon  $x^*$ , (c,d) composante  $v$  selon  $y^*$

Au niveau de la paupière supérieure, la figure 43 (b,d) montre des variations plus importante pour toutes les valeurs de  $n$  avec une opposition de signe entre les deux composantes, les vitesses pour  $n=0.5$  restent plus importantes. Probablement, les vitesses négatives sont engendrées par des zones de recirculations.

La figure 44 présente la variation de la vitesse du film au niveau des deux paupières sous l'influence de l'effet de la constante du temps. Premièrement, on remarque une différence très importante entre les vitesses du film dans les deux cas newtonien et non newtonien ; à l'exception du profil de vitesse pour le cas de  $\lambda=0.01s$ , les vitesses près de la paupière supérieure et inférieure sont importantes.

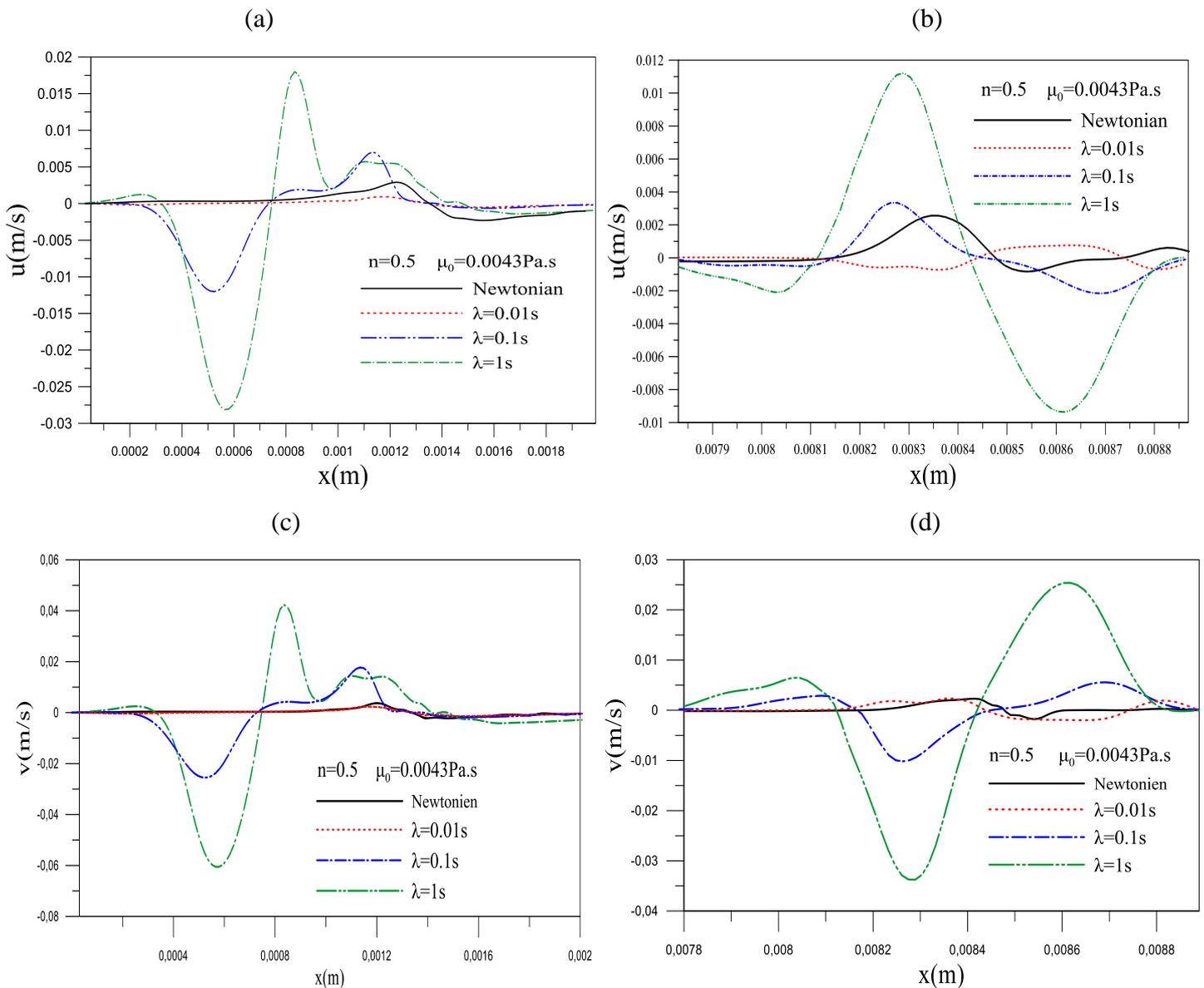
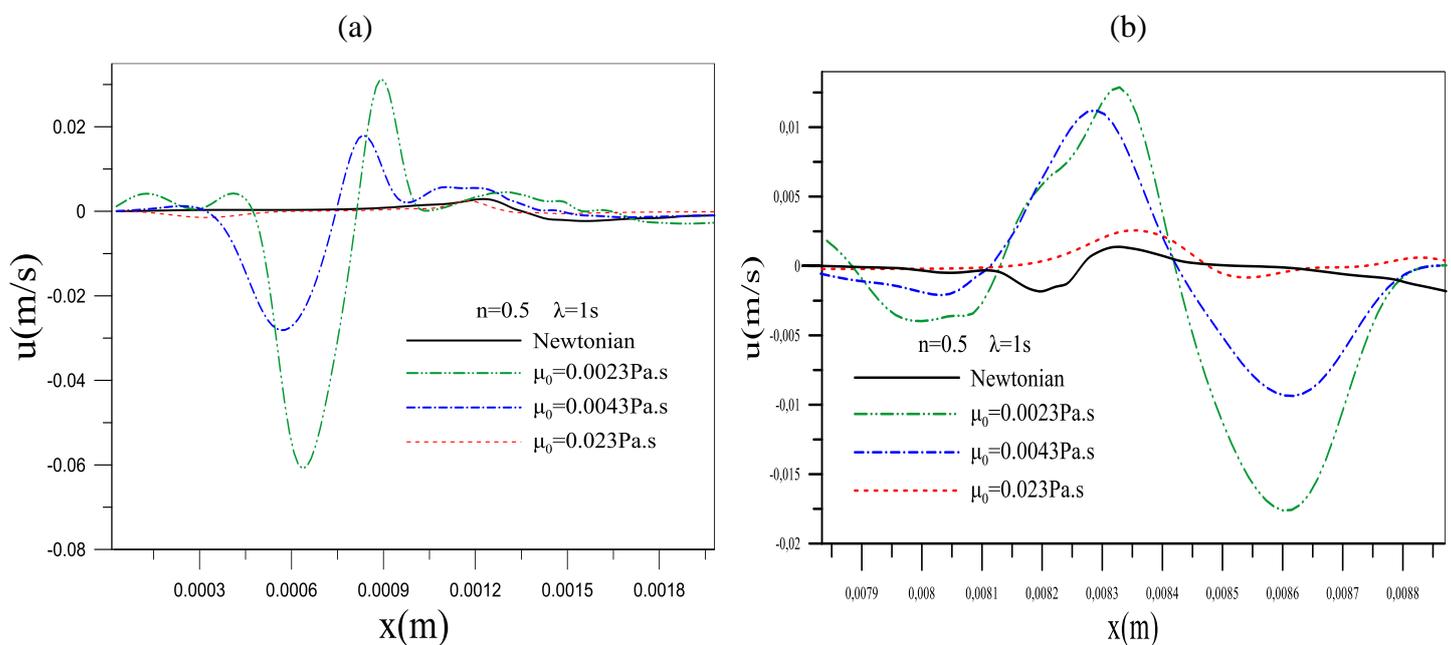


Figure 44. Evolution de la vitesse près des paupières pour différentes valeurs de  $\lambda$ , (a,b) composante  $u$  selon  $x^*$ , (c,d) composante  $v$  selon  $y^*$

En rappelant que la constante du temps  $\lambda$  correspond à l'inverse du taux de cisaillement critique  $1/\dot{\gamma}_c$  où la viscosité du fluide va diminuer pour un comportement pseudoplastique. Donc pour de grandes valeurs de  $\lambda$  on a un faible taux de cisaillement critique, par conséquent, la viscosité du fluide diminue du comportement newtonien au comportement pseudoplastique, ce qui engendre des vitesses importantes.

Pour la valeur de  $\lambda = 1s$ , on remarque que les valeurs des vitesses sont supérieures à celles retrouvées pour d'autres valeurs de  $\lambda$  (0.01, 0.1s). On constate également qu'elles sont encore plus importantes par rapport au cas newtonien. L'accélération du film pour  $\lambda = 0.1s$  retrouvé au niveau de la paupière inférieure est plus élevée que celle de la paupière supérieure. On peut conclure que l'augmentation de la constante du temps  $\lambda$  entraîne une diminution dans la viscosité apparente du film, et que le fluide accélère pour de faibles viscosités, car on aura moins de frottement entre les particules du fluide.

La figure 45 (a,b,c,d) illustre des variations de vitesse du film près des paupières inférieure et supérieure, dans ce deuxième cas on fixe l'indice  $n$  et la constante du temps  $\lambda$ , on fait varier la viscosité aux taux de cisaillement nul. On voit bien que les vitesses du film sont très importantes pour les faibles viscosités près des paupières inférieure et supérieure. Ainsi, il résulte clairement que l'indice de comportement, la constante du temps et la viscosité à cisaillement nul ont une influence importante sur la vitesse du film



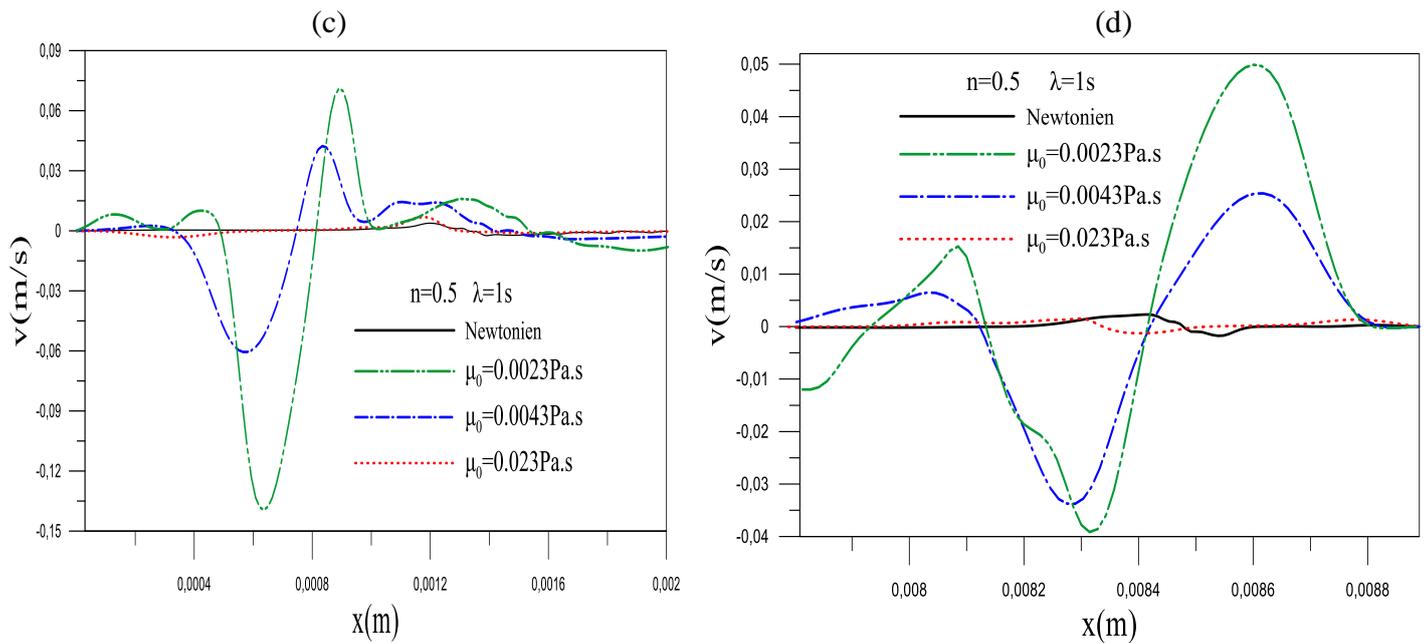


Figure 45. Evolution de la vitesse près des paupières pour différentes valeurs de  $\mu_0$ , (a,b) composante  $u$  selon  $x^*$ , (c,d) composante  $v$  selon  $y^*$

#### IV.4.2.1.5. Variation de la contrainte de cisaillement à la cornée

La figure 46 montre les effets de la viscosité à cisaillement nul sur les contraintes de cisaillement du film près de la paupière supérieure. Ces résultats sont obtenus en fixant la constante du temps  $\lambda=0.1s$  et  $1s$  et l'indice  $n$  à  $0.5$ . La figure 46 (a, b) montre que les contraintes de cisaillement augmentent lorsque la viscosité à cisaillement nul augmente. Ce résultat est attendu ; la contrainte de cisaillement devrait augmenter avec l'augmentation de la viscosité. La figure 46 (a, b) montre également que l'augmentation de la constante du temps  $\lambda$  fait diminuer la contrainte de cisaillement, ce qui est très remarquable pour la viscosité  $0.023Pa.s$ . Une contrainte de cisaillement élevée près de la paupière supérieure mobile peut provoquer une irritation de la surface de la cornée.

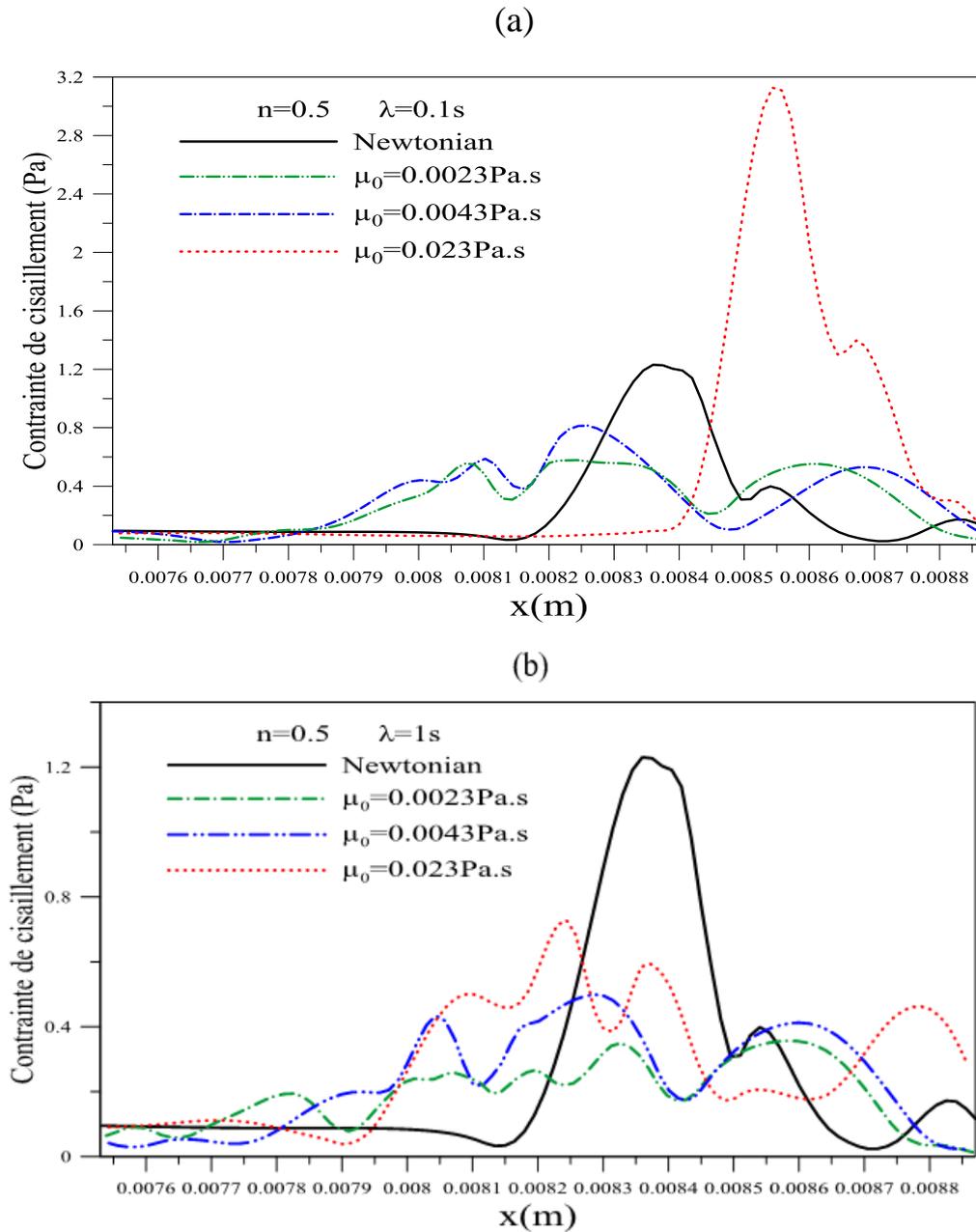


Figure 46. Effet de la viscosité à cisaillement nul sur la contrainte de cisaillement avec  $n=0.5$ , pour : (a)  $\lambda=0.1$  s et (b) 1 s à  $t=0.18$  s, au niveau de la paupière supérieure.

#### IV.4.2.1.6. Remarques finales

Nous avons exploré numériquement l'influence des propriétés rhéologiques sur la dynamique du film lacrymal. Nous avons utilisé le modèle rhéologique Cross, considéré comme le meilleur modèle qui capture le plus les propriétés rhéologiques des larmes réelles. Les simulations sont effectuées dans des conditions aussi proches que possible des situations réelles. Dans cette partie, nous avons inclus le clignement et considéré une équation de mouvement pour la paupière supérieure mesurée in vivo. Nous avons utilisé une gamme de paramètres de rhéologie de larme qui englobe les paramètres mesurés in vivo. La présente étude confirme l'effet stabilisateur de la courbure de la cornée sur la dynamique du film lacrymal près de la paupière supérieure qui est en mouvement. La simulation fournit un aperçu de l'influence des paramètres de constante de temps, d'indice de comportement et de viscosité à cisaillement nul du modèle de Cross sur l'étalement du film lacrymal sur une cornée sphérique. Les résultats montrent que le comportement pseudoplastique des larmes retarde la rupture du film lacrymal près de la paupière supérieure ; cependant, le comportement pseudoplastique réduit l'épaisseur du film lacrymal près de la paupière fixe. D'après ces résultats, les larmes avec de grandes valeurs de la constante du temps  $\lambda$ , autour de 1s, de faibles paramètres de viscosité à cisaillement nul ( $\mu_0=0.0013$ ) et un faible indice de comportement (autour de  $n=0.5$ ) peuvent retarder la rupture du film lacrymal, assurer une lubrification sûre entre la paupière supérieure mobile et la surface de la cornée et une surface optique de haute qualité. Les valeurs proposées pour le modèle Cross se situent dans la fourchette de la valeur des larmes naturelles, mesurée en laboratoire [46]. Ces valeurs fournissent un film lacrymal mince et quasi-uniforme le long de la cornée sphérique, nécessaire pour une vision claire et non floue. Ce sont des résultats intéressants autour desquels on peut itérer et concevoir des larmes artificielles efficaces pour soulager les symptômes du syndrome de l'œil

#### **IV.4.2.2. Etude pour le cas d'un fluide viscoplastique sur un substrat plan**

Les substituts ou les suppléments de larmes artificielles sont les premières approches thérapeutiques les plus courantes pour la sécheresse oculaire légère à modérée. La plupart des formulations de larmes artificielles disponibles sur le marché sont à base d'eau ou comprennent à la fois des composants aqueux et lipidiques. Cependant, ces solutions aqueuses présentent un temps de résidence oculaire court. Elles ne procurent qu'un soulagement temporaire des symptômes [56].

Une formulation idéale de larmes artificielles doit être proche de larmes naturelles et avoir certaines propriétés physico-chimiques telles que la tension de surface et la viscosité proches de la gamme physiologique des larmes naturelles [57]. La viscosité des larmes joue également un rôle important dans la dynamique du film lacrymal. Les larmes naturelles présentent un comportement non newtonien d'amincissement par cisaillement, avec une faible viscosité à des taux de cisaillement élevés pour éviter d'endommager la surface oculaire pendant le clignement, et une viscosité plus élevée lorsque l'œil est complètement ouvert pour résister au drainage et à la rupture du film lacrymal. Cependant, les larmes artificielles à viscosité élevée peuvent entraîner une vision floue et une irritation. De nos jours, des larmes artificielles de type gel sont conçues pour remplacer les trois couches du film lacrymal naturel. Ces larmes artificielles à base de gel répondent aux principales exigences telles que l'adhésion prolongée à la surface oculaire, la prévention de l'évaporation et la stabilisation du film lacrymal [58]. Cependant, le gel peut induire une vision floue. Le but de cette étude était d'évaluer d'un point de vue dynamique le revêtement de la surface de l'œil en utilisant un gel modélisé comme Herschel-Bulkley.

Cette partie traite d'une étude sur modèle numérique de l'étalement des substituts lacrymaux viscoplastiques pendant le clignement sur un substrat plan. Le modèle de Herschel Bulkley a été choisi. Nous avons examiné l'influence des propriétés rhéologiques, à savoir la contrainte seuil, la consistance et l'indice de comportement sur la dynamique du film lacrymal. Les propriétés optimales pour un gel lacrymal artificiel, qui assurent la stabilité du film lacrymal et retardent la rupture du film lacrymal, sont proposées.

Afin de développer des gels lacrymaux utilisés adressant une lubrification oculaire inadéquate, un film viscoplastique a été examiné, qui obéit au caractère viscoplastique. Avec ce comportement, le fluide ne s'écoule pas en dessous d'une contrainte appelée contrainte seuil, les molécules sont légèrement suspendues entre elles. Lorsqu'une contrainte de cisaillement s'est produite, les molécules ont tendance à se séparer parallèlement à la direction du champ de contrainte appliqué. Cette section explique l'impact des paramètres rhéologiques du film en question sur sa stabilité après clignement. Nous explorons ci-dessous l'influence des paramètres rhéologiques du film de gel lacrymal sur sa

stabilité après clignement, à savoir l'indice de comportement, la consistance et la contrainte seuil, respectivement.

#### IV.4.2.2.1. Effet de l'indice de comportement 'n'

Les études sur les fluides non newtoniens tels que les viscoplastiques sont toujours impliquées avec les effets de l'indice de comportement 'n'. Cette sous-section décrit l'effet de l'indice d'écoulement,  $n$ , sur la dynamique des larmes à base de gel. Nous avons considéré deux valeurs pour les paramètres de consistance et de contrainte seuil :  $k = 0.07 \text{ Pa s}$  et  $k = 0.6 \text{ Pa s}$ ,  $\tau_0 = 1 \text{ Pa}$  et  $\tau_0 = 4.5 \text{ Pa}$ , voir Figure 47-48. Les Figures 47-48 indiquent que les films lacrymaux newtoniens présentent les épaisseurs les plus faibles que les films lacrymaux à base de gel. Cela se produit au niveau de la paupière supérieure. Par conséquent, le risque de rupture du film lacrymal est atténué par les propriétés viscoplastiques du gel lacrymal. Les figures 47 (a , b) et 48(c, d) indiquent également que plus la formulation à base de gel présente un comportement pseudoplastique ( $n$  faible), plus l'épaisseur minimale du film près de la paupière supérieure est élevée et plus le risque de rupture du film lacrymal est réduit. L'influence de comportement pseudoplastique est amplifiée en augmentant le paramètre de cohérence,  $k$  (voir Figure 47-48). La figure 48(b) montre que la contrainte seuil peut compenser le faible effet de pseudoplasticité ( $n = 0.7$ ). Il est également intéressant de noter que l'effet de " $n$ " est plus remarquable lorsque la contrainte seuil est faible. En plus, On peut noter que lorsque  $\tau_0 = 1 \text{ Pa}$  et  $k = 0.07 \text{ Pa.s}$ , le profil d'épaisseur a tendance à avoir une épaisseur quasi uniforme sur le centre du méplat cornéen. Ces résultats sont résumés dans le tableau 3, qui montre que l'épaisseur minimale du film ( $h_{\min}$ ) est observée au niveau de la paupière mobile, et qu'elle diminue progressivement avec un incrément de " $n$ ", quelles que soient la consistance et la contrainte seuil du film considéré. Ce résultat est intéressant car toute modification locale de l'épaisseur du film lacrymal se traduira par une interface air/larmes irrégulière, introduisant ainsi des aberrations dans le système optique de l'œil, ce qui peut provoquer la vision floue couramment rencontrée chez les patients atteints de sécheresse oculaire.

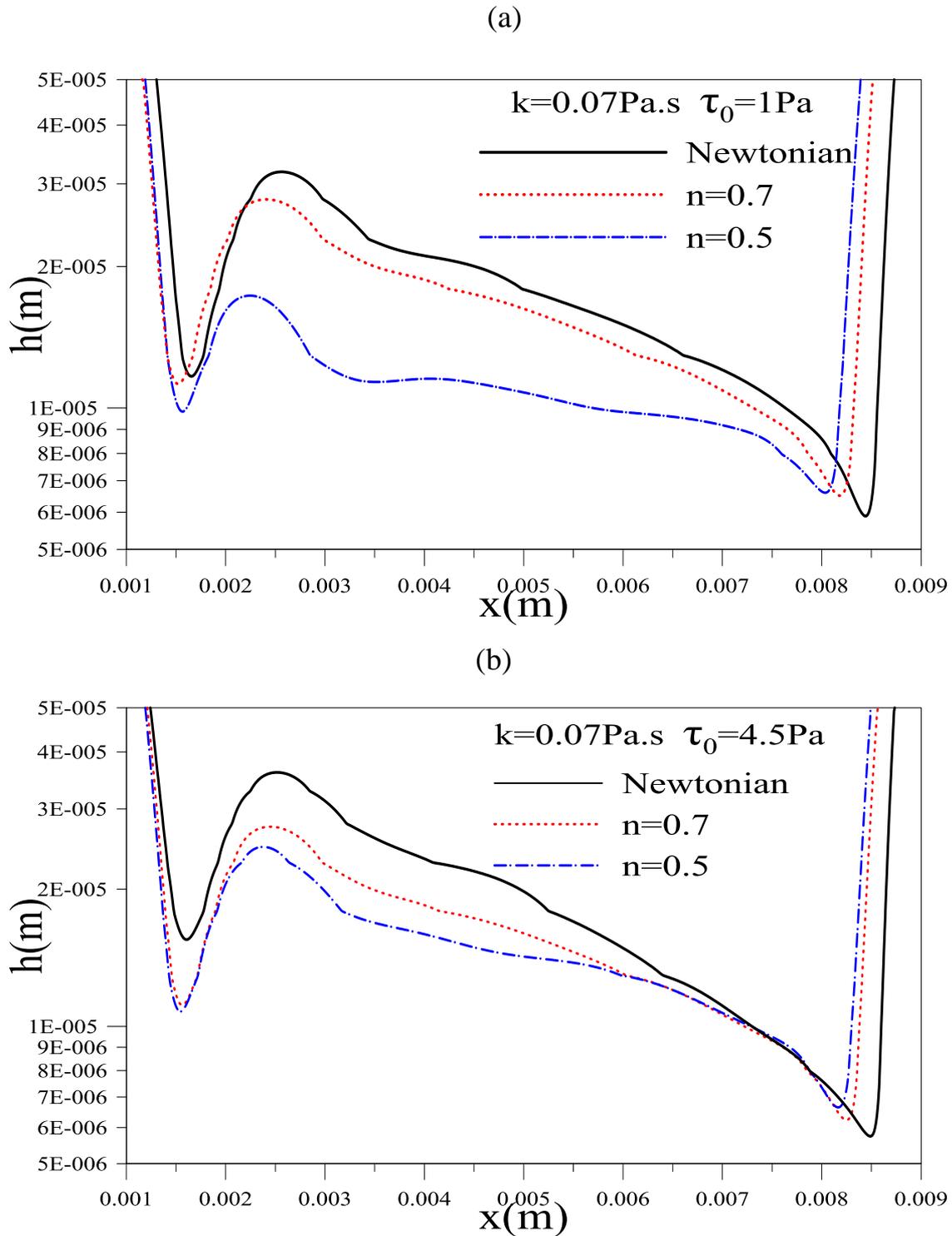


Figure 47. Effet de l'indice d'écoulement « n » sur la variation de l'épaisseur du film, pour  $k = 0.07 \text{ Pa}$ , (a)  $\tau_0 = 1 \text{ Pa}$  et (b)  $\tau_0 = 4.5 \text{ Pa}$ .s à  $t=0.18\text{s}$ .

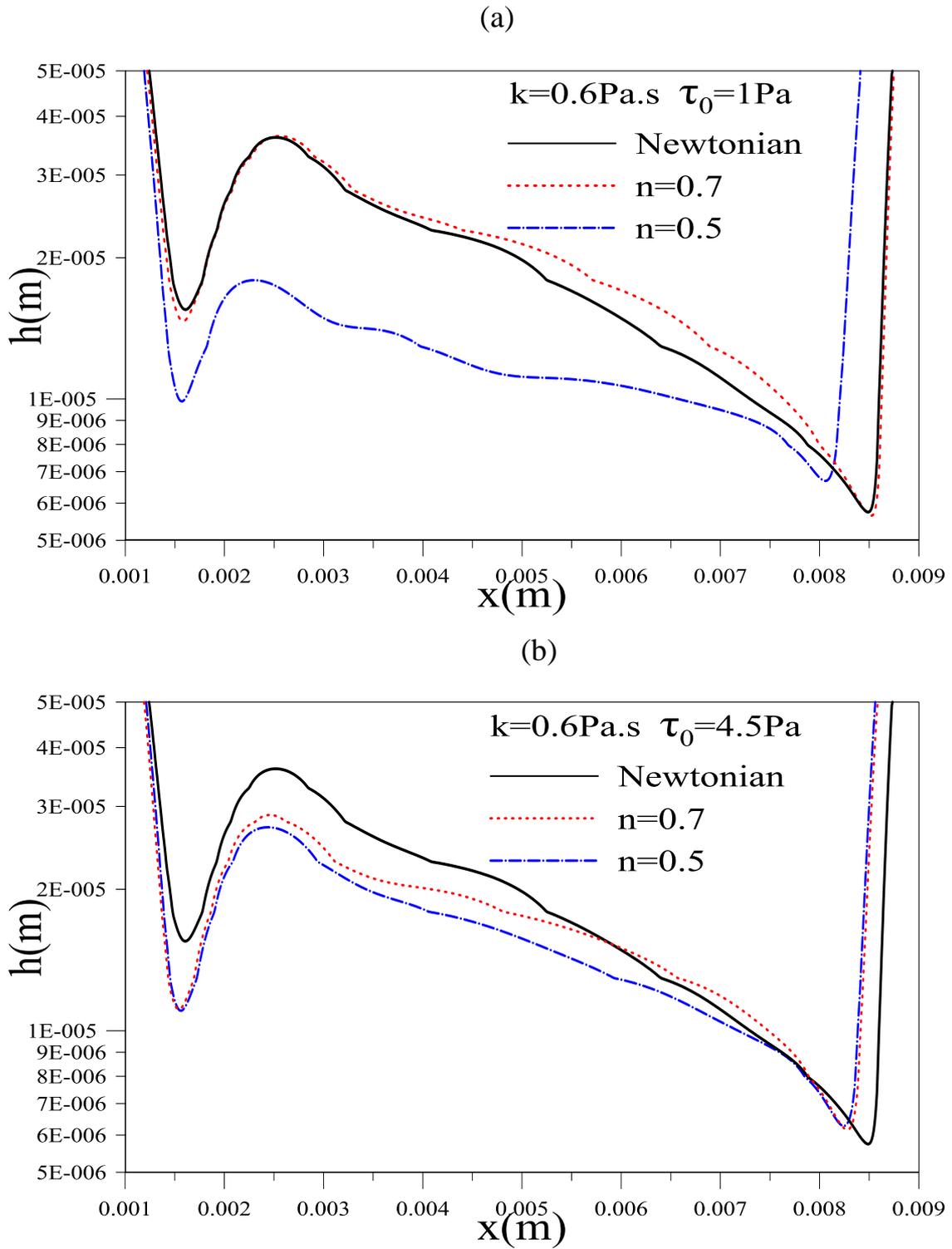


Figure 48. Effet de l'indice d'écoulement « n » sur la variation de l'épaisseur du film, pour  $k=0.6\text{ Pa.s}$ , (a)  $\tau_0=1\text{ Pa}$  et (b)  $\tau_0=4.5\text{ Pa.s}$  à  $t=0.18\text{ s}$ .

Table 3 . Valeurs de l'épaisseur minimale du film pour différents n et k (t = 0.18s).

		$h_{\min} (10^{-7} \text{ m})$	
		$\tau_0=1\text{Pa}$	$\tau_0=4.5\text{Pa}$
Newtonien (n=1)		0.574	
<b>k=0.07 Pa.s</b>	n=0.7	0.650	0.623
	n=0.5	0.660	0.664
<b>k=0.6 Pa.s</b>	n=0.7	0.564	0.616
	n=0.5	0.671	0.625

#### IV.4.2.2.2. Effet de l'indice de consistance "k"

Des travaux antérieurs dans l'étude de la stabilité des films ont montré que la consistance du fluide a un impact significatif sur la stabilité des films non newtoniens. Son influence est décrite graphiquement dans (Fig.49-50). Dans cette figure, une gamme de "k" a été considérée entre 0.07 Pa.s à 2.5 Pa.s, pour différentes valeurs de ( $\tau_0$ ) et une valeur fixe de l'indice d'écoulement "n=0.5". Les résultats de l'évolution de la hauteur du film à travers la cornée montrent que l'augmentation du paramètre de consistance affecte différemment la stabilité du film dans les deux paupières. En effet, près de la paupière inférieure, lorsque "k" augmente, une augmentation de la hauteur du film est observée. Ceci est principalement dû à l'augmentation de la viscosité du gel lacrymal considéré. Un effet inverse a été capturé près de la paupière mobile, où l'augmentation du paramètre "k" entraîne une réduction de l'épaisseur du gel lacrymal, reflétée par un retard dans la rupture du film. Les deux résultats sont valables, quelle que soit la contrainte seuil imposée. Il est également important de noter que les effets de consistance sont plus apparents pour les contraintes seuils faibles. Cela peut s'expliquer par le fait que la contribution de la consistance du fluide à la variation de la viscosité devient plus importante pour les faibles contraintes de seuil. Cependant, lorsque les valeurs de  $\tau_0$  sont élevées, la variation des effets visqueux est dominée par la contrainte seuil, et non par la variation de consistance. Par conséquent, les effets rhéofluidifiant contribuent peu à la dynamique du film.

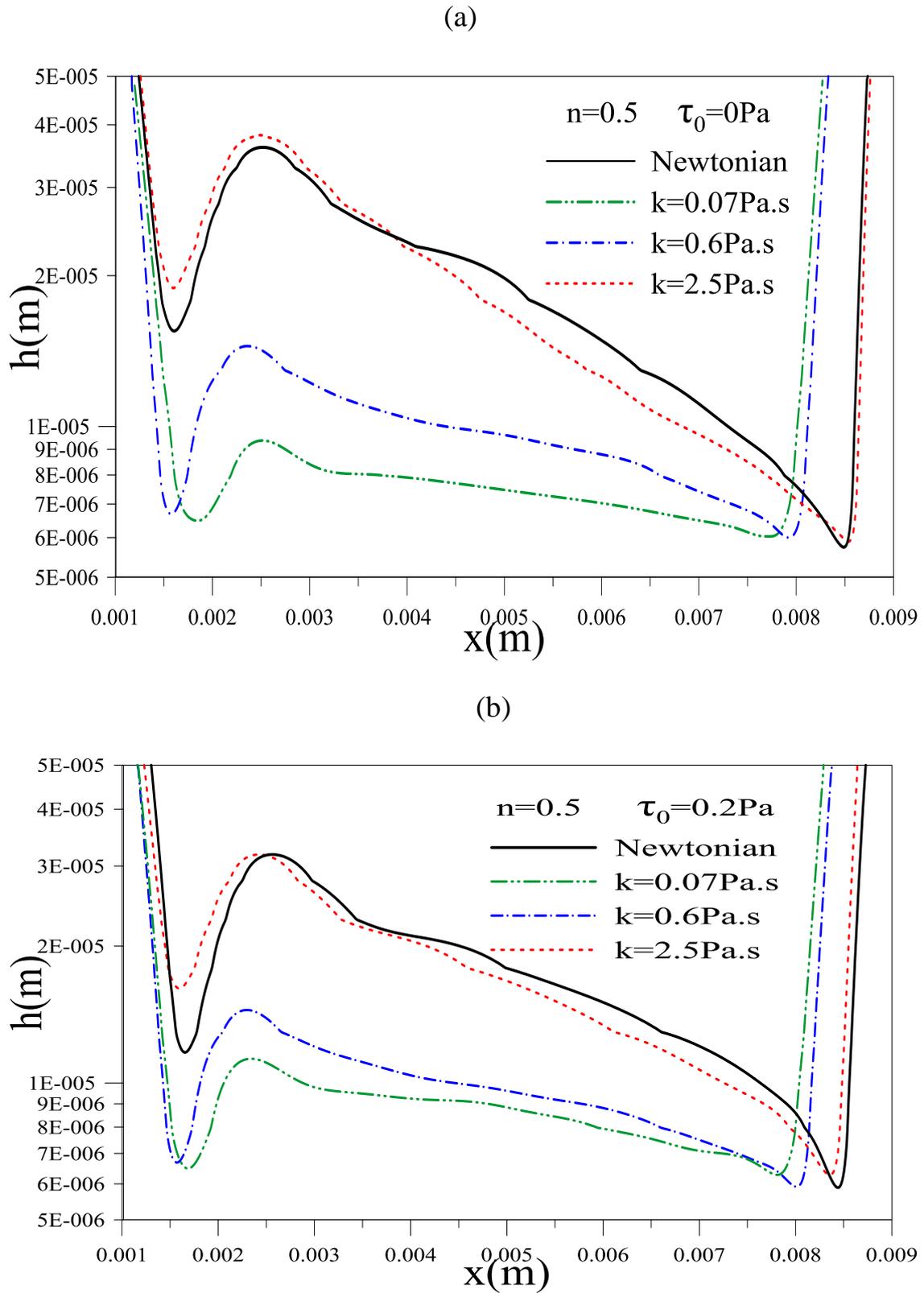


Figure 49. Variation de l'épaisseur du film pour l'effet de la consistance  $k$ ,  $n=0.5$ , (a)  $\tau_0=0$  Pa, (b)  $\tau_0=0.2$  Pa à  $t=0.18$ s.

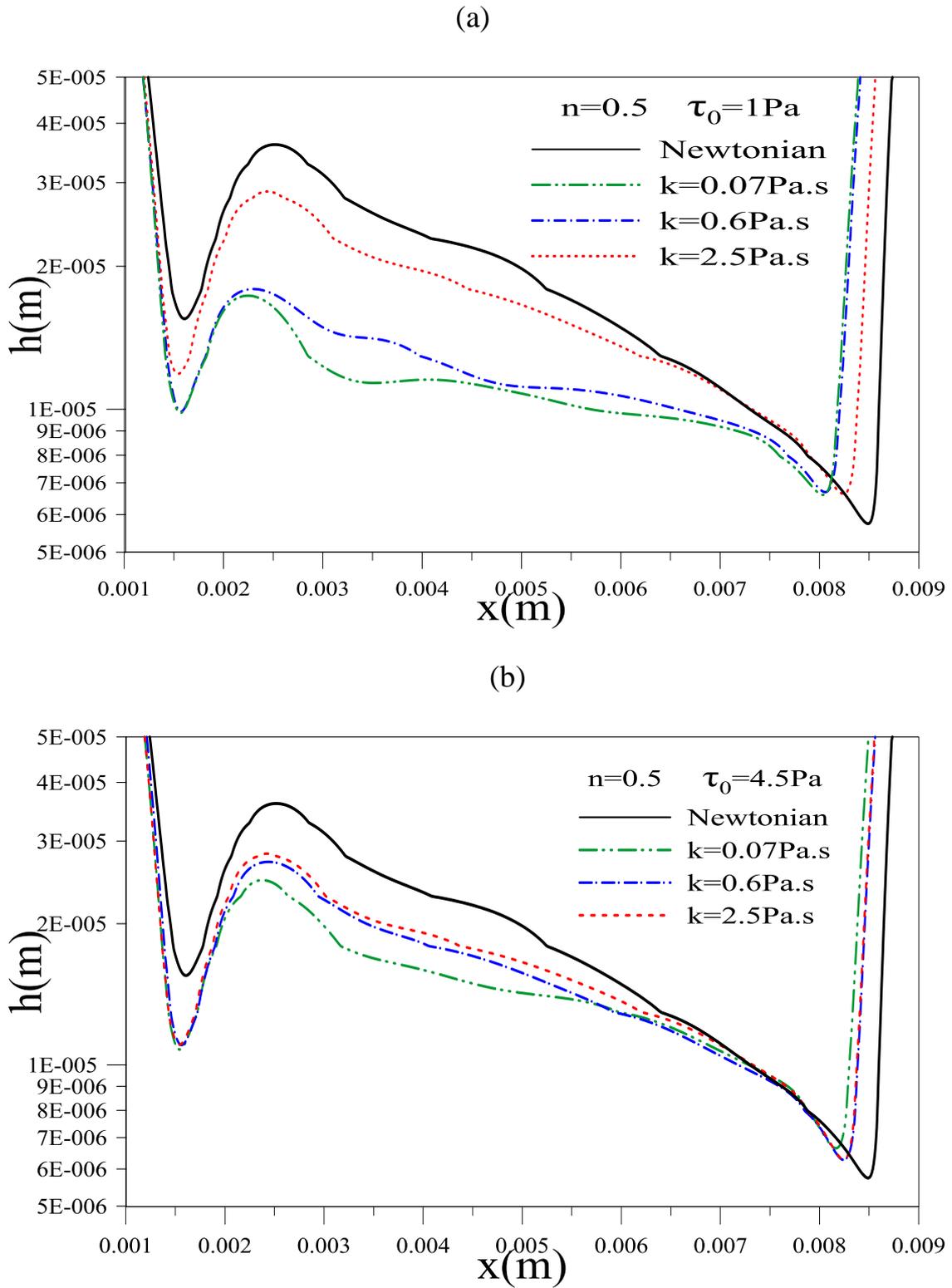
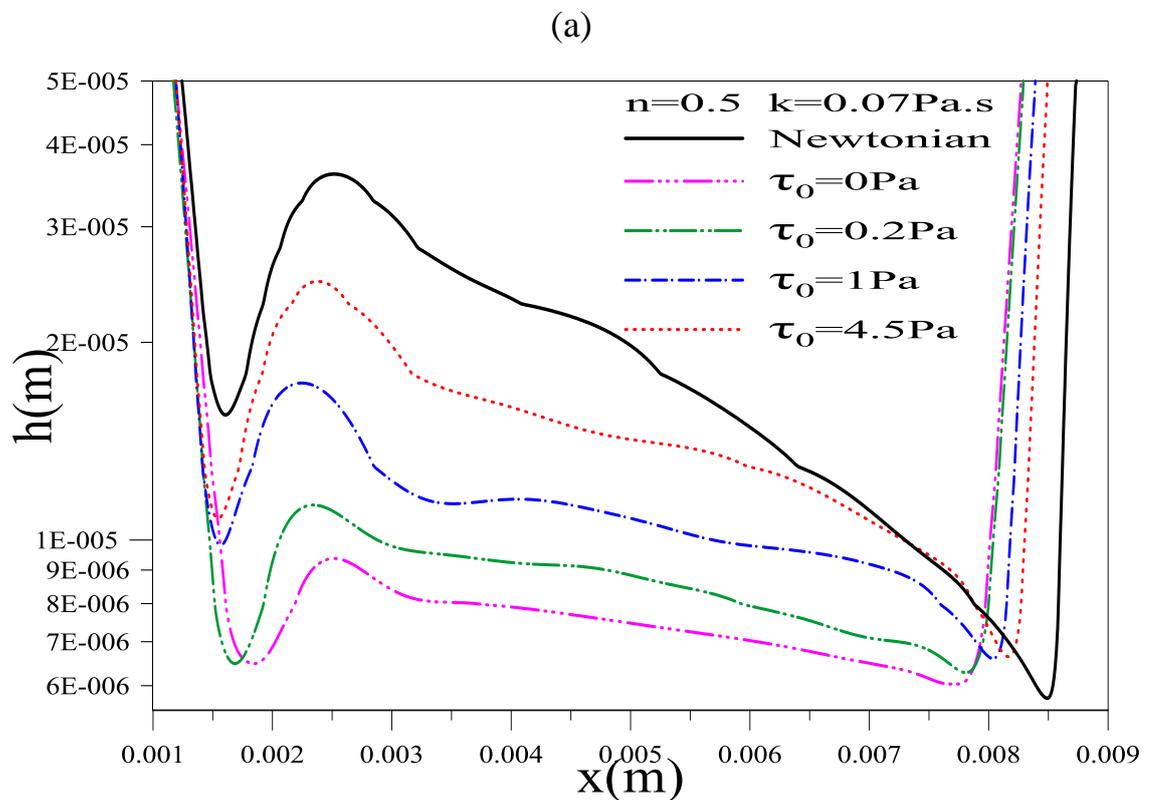


Figure 50. Variation de l'épaisseur du film pour l'effet de la consistance  $k$ ,  $n=0.5$ , (a)  $\tau_0=1$  Pa, (b)  $\tau_0=4.5$  Pa à l'instant  $t=0.18$ s.

### IV.4.2.2.3. Effet de la contrainte seuil " $\tau_0$ "

Dans cette partie, nous discutons de l'influence de la contrainte seuil " $\tau_0$ " sur la variation de l'épaisseur du film lacrymal. Les valeurs de l'indice d'écoulement et de la consistance sont fixées à  $n=0.5$  et  $k=0.07, 0.6$  et  $2.5$  Pa.s. La figure 51(a) montre que pour une consistance faible lorsque  $k=0.07$  Pa.s, l'augmentation de la contrainte seuil " $\tau_0$ " conduit à l'augmentation de l'épaisseur minimale du film près des deux paupières. D'autre part, pour la consistance aux valeurs de  $0.6$  et  $2.5$  Pa.s, nous observons que  $\tau_0=1$  Pa est une valeur limite. Le film de gel lacrymal est plus épais pour  $\tau_0$  est inférieur à  $1$  Pa. Le gel lacrymal commence à s'amincir lorsque  $\tau_0$  dépasse la valeur critique ( $1$  Pa), voir Fig. 51 (b,c).



Le tableau 4, qui résume nos résultats, indique que les valeurs suivantes de  $n=0.5$ ,  $k=0.6$  Pa.s et  $\tau_0=1$  Pa peuvent être choisis pour concevoir des fluides artificiels à base de gel viscoplastique afin d'atténuer les phénomènes de rupture du film lacrymal.

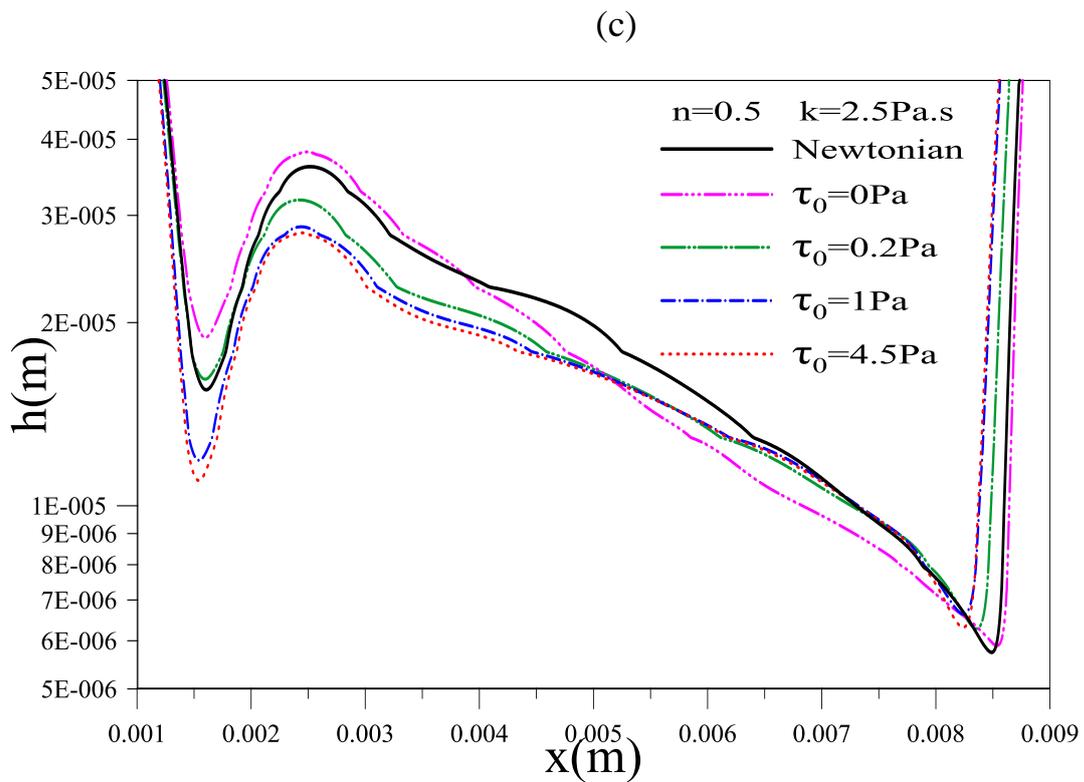
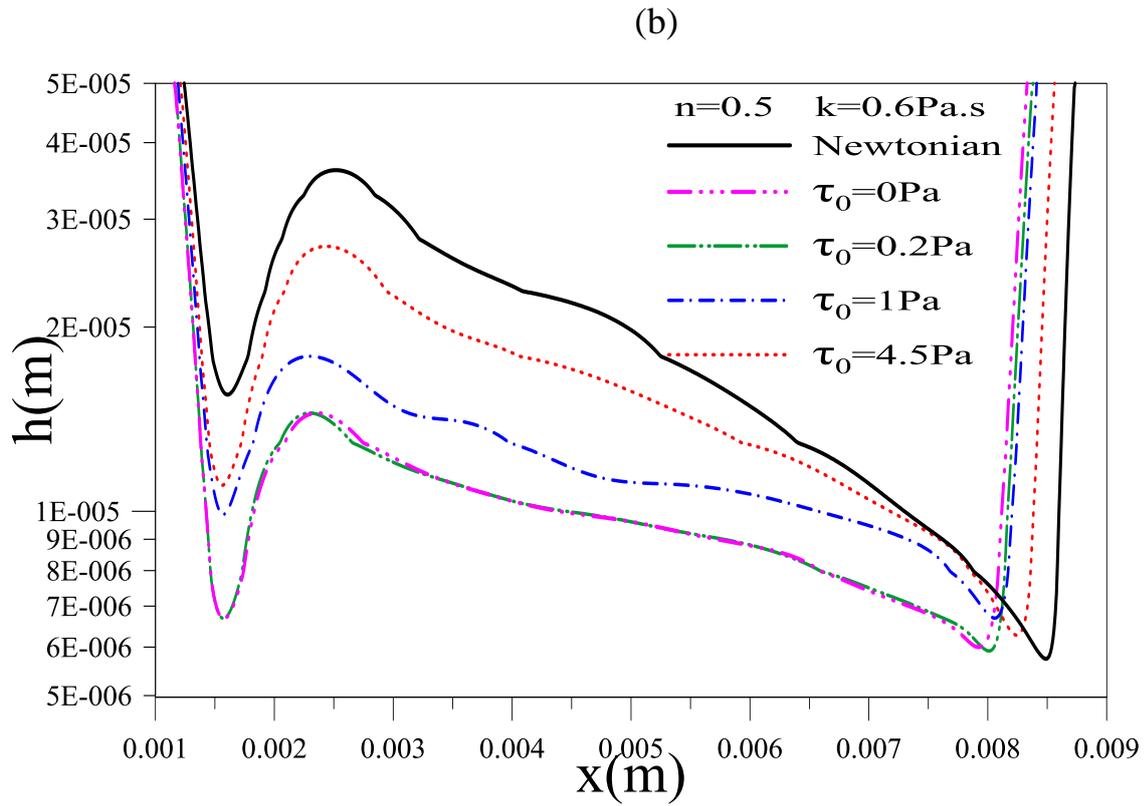


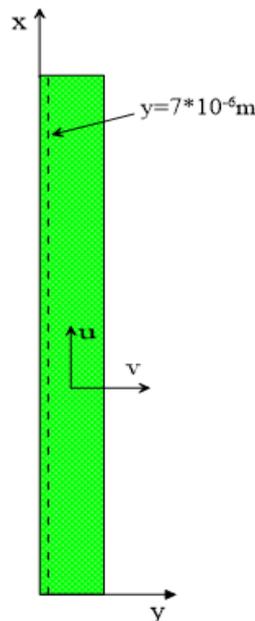
Figure 51. Variation de l'épaisseur du film pour différents " $\tau_0$ ",  $n=0.5$  et  $k = 0.07, 0.6, 2.5 \text{ Pa}\cdot\text{s}$  à  $t=0.18\text{s}$ .

Table 4 Épaisseur minimale du film lacrymal viscoplastique en fin de clignement ( $t = 0.18$  s), près de la paupière supérieure.

		$h_{\min}$ ( $10^{-7}$ m)			
		$\tau_0=0\text{Pa}$	$\tau_0=0.2\text{Pa}$	$\tau_0=1\text{Pa}$	$\tau_0=4.5\text{Pa}$
$n=0.5$	Newtonian	0.574			
	$k=0.07$ Pa.s	0.603	0.628	0.660	0.664
	$k=0.6$ Pa.s	0.599	0.591	<b>0.671</b>	0.625
	$k=2.5$ Pa.s	0.589	0.627	0.641	0.631

#### IV.4.2.2.3. Évolution de la vitesse locale au niveau des deux paupières

Les figures (52-53) illustrent l'influence de la consistance sur la vitesse longitudinale (composante  $u$  parallèle à la surface plane de la cornée) en profondeur du film lacrymal ( $y=7 \cdot 10^{-6}$  m) à base de gel le long de la surface cornéenne et près de la paupière inférieure et supérieure.



À l'instant  $t = 0.18$  seconde, l'œil est complètement ouvert ou la paupière supérieure n'est plus en mouvement. Premièrement, nous voyons que la vitesse du film varie à proximité des paupières supérieures et inférieures, et prend des valeurs quasi nulles long de la surface centrale de la cornée, ces valeurs quasi nulles peuvent être aussi celle de la phase air. Ainsi qu'on peut remarquer l'existence d'un reflux (vitesse négative) près de la paupière inférieure et supérieure dans le cas d'un film à base de gel ; voir Fig. 52. En revanche, il n'y a presque pas de tel reflux dans le cas des larmes newtoniennes. Le reflux du film de gel indique que le gel remonte à la surface de l'œil lorsque l'œil est au repos. Un tel reflux peut empêcher la rupture des larmes près des paupières. Ce reflux est important lorsque les valeurs de consistance  $k$  sont faibles ; voir Fig.53 (a). C'est un résultat attendu puisque la viscosité du gel diminue ce qui facilite l'écoulement.

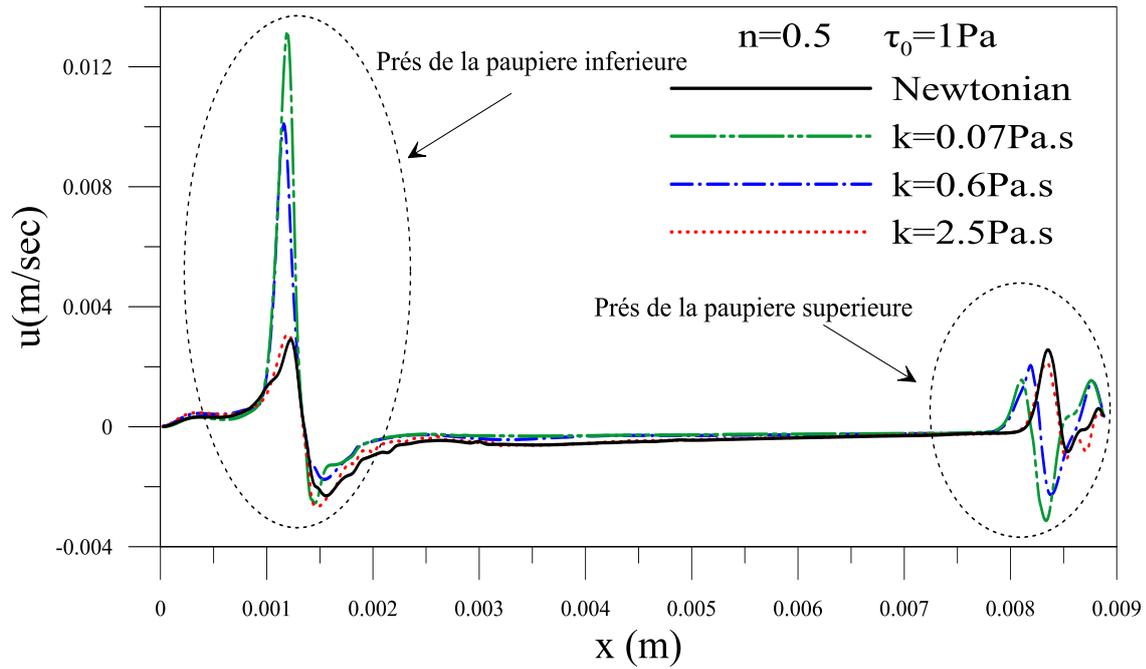
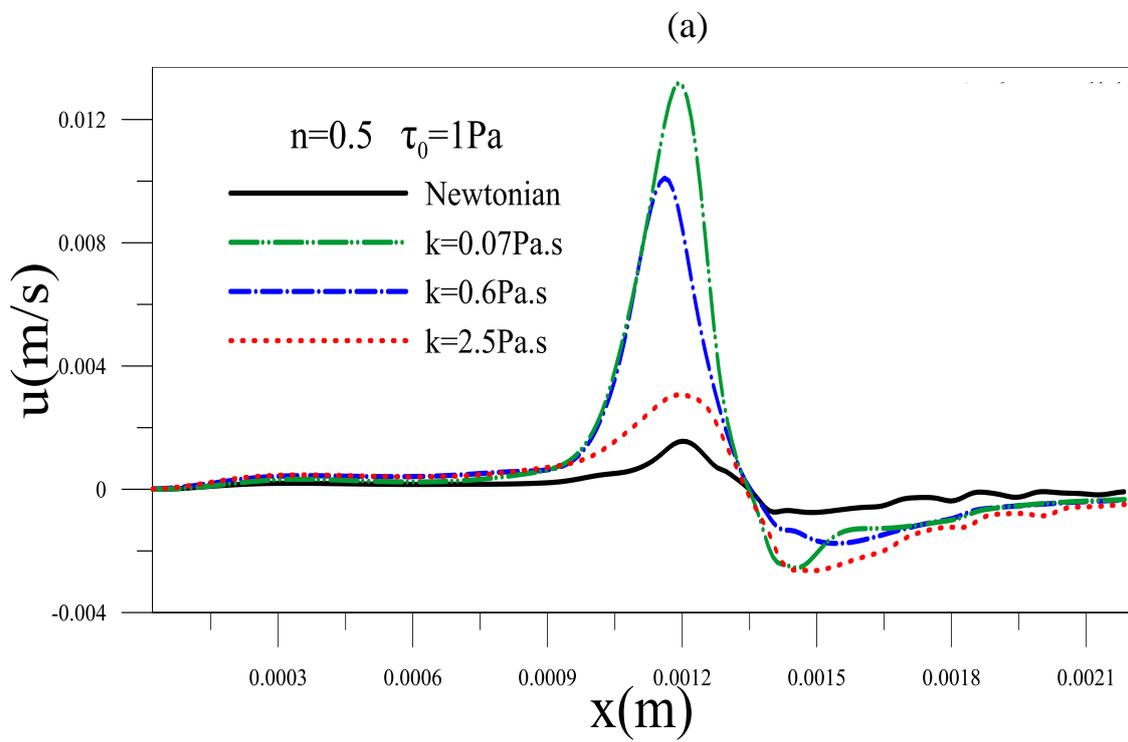


Figure 52 Vitesse longitudinale en profondeur le long de la cornée pour différentes consistance  $k$  au temps = 0.18 s.



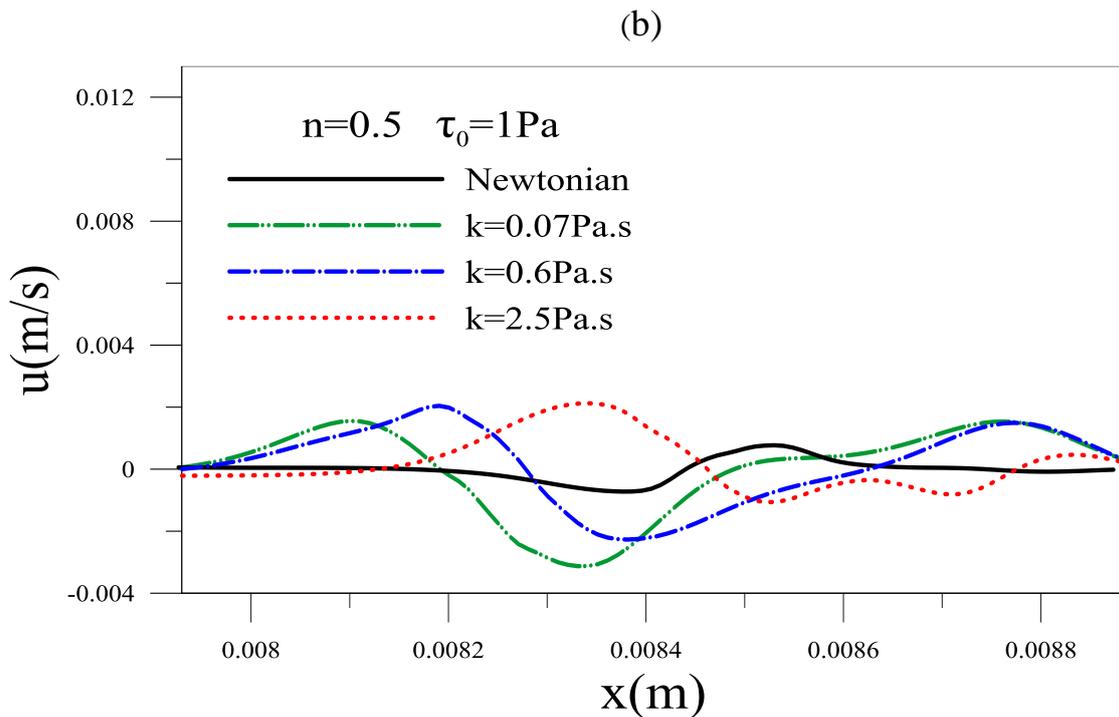


Figure 53. Vitesse longitudinale en profondeur près de la paupière inférieure et supérieure pour différentes consistances «  $k$  » au temps = 0.18 s. a) Près de la paupière inférieure, b) près de la paupière supérieure.

L'influence de la contrainte seuil sur la vitesse moyenne du film lacrymal à base de gel le long de la surface de la cornée et à proximité des paupières est présentée dans les figures (54 55). En premier temps, nous constatons que la variation des vitesses au centre de la cornée reste toujours constante comme dans tous les cas précédents (voir figure 54). On rappelle que la contrainte seuil est la contrainte initiale qu'il faut appliquer pour que le fluide commence à s'écouler.

On voit que la vitesse du film est très grande pour la contrainte seuil nul (on n'a pas une contrainte seuil), si on augmente la contrainte seuil à 1Pa, la variation de la vitesse du film reste remarquable. Mais au-delà de cette contrainte seuil les variations sont très faibles (figure 55 a).

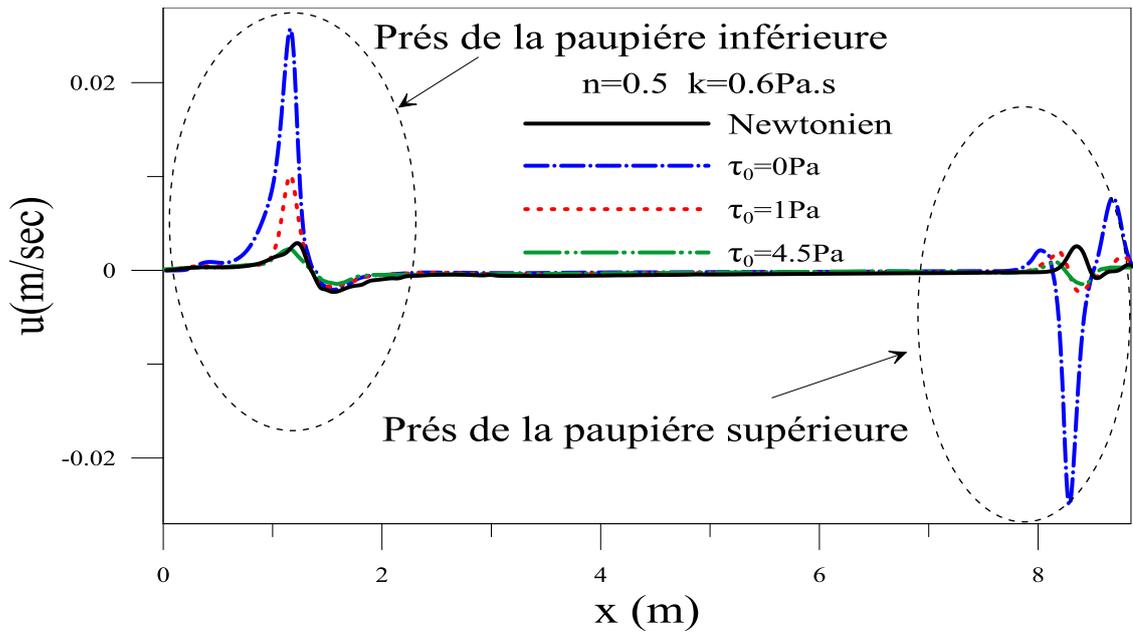
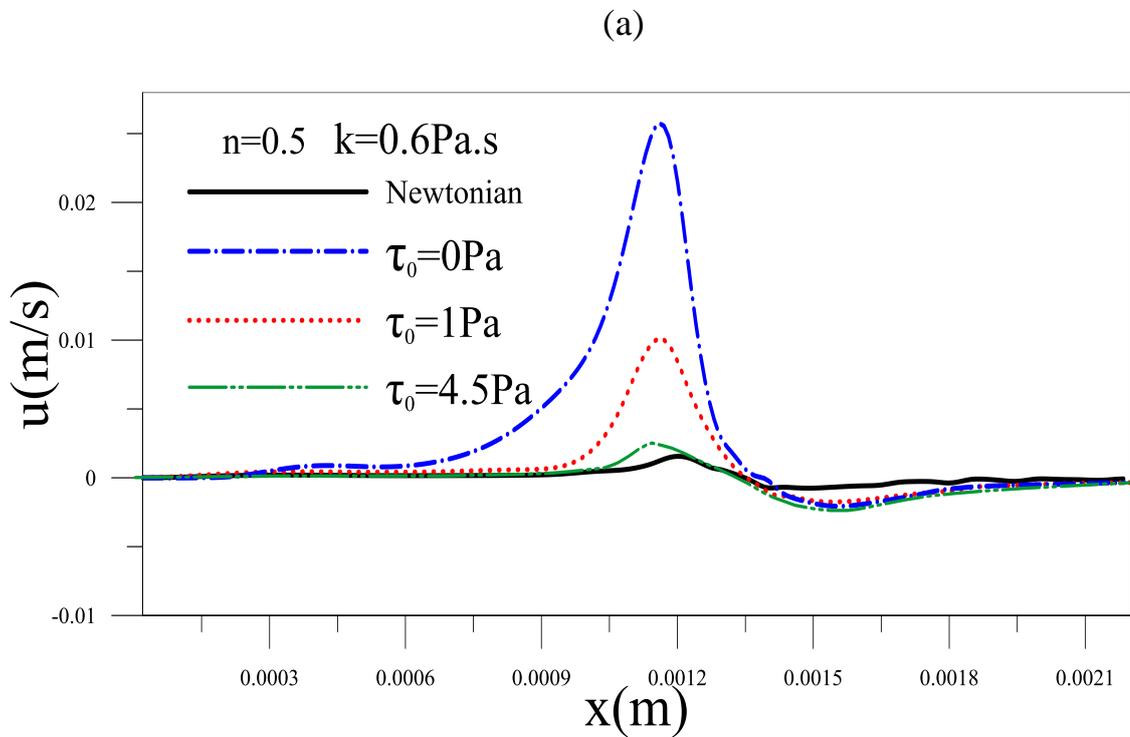


Figure 54. Vitesse longitudinale en profondeur le long de la cornée pour différentes contraintes seuil «  $\tau_0$  » au temps = 0.18 s.

Dans la figure (55 b) on remarque que la vitesse du film est importante seulement dans le cas où la contrainte seuil est nulle, mais les autres contraintes seuils n'entraînent pas des variations dans la vitesse du film.



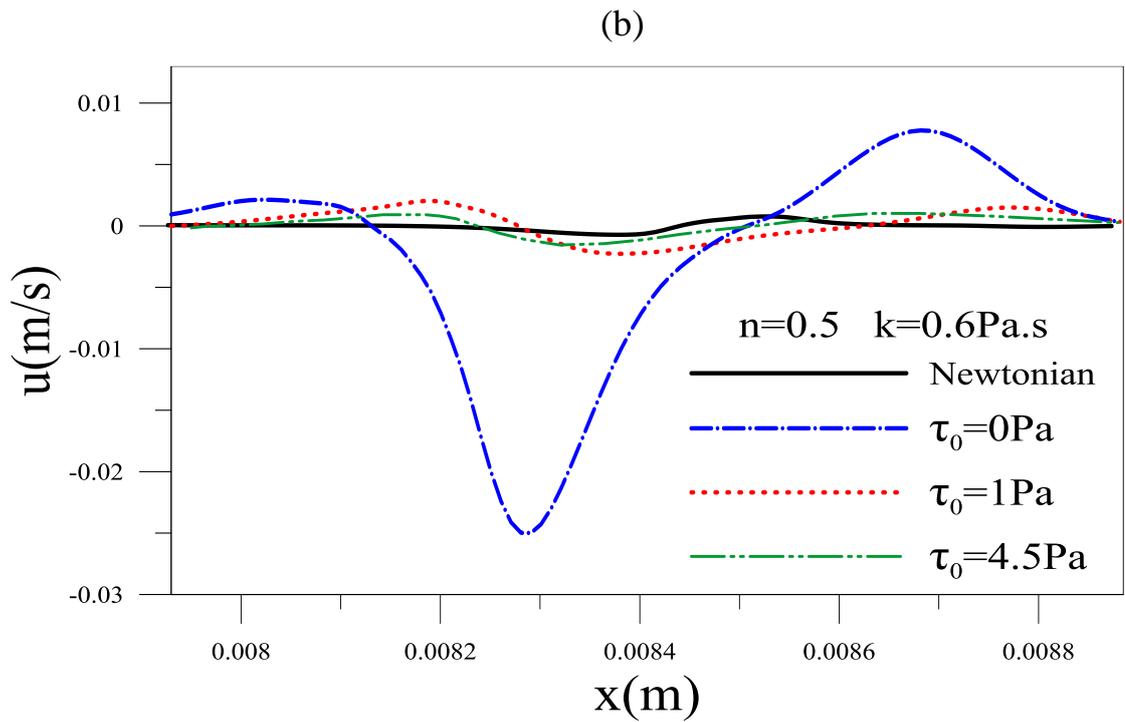
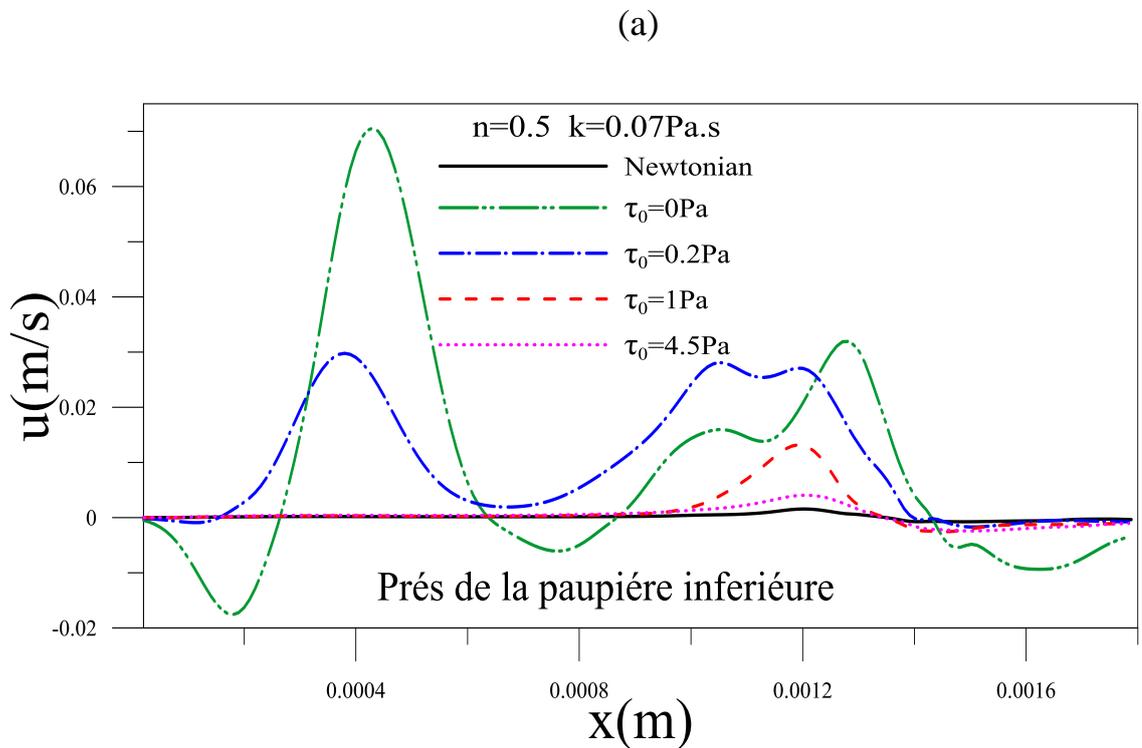


Figure 55. Vitesse longitudinale en profondeur près de la paupière inférieure et supérieure pour différentes contraintes seuil «  $\tau_0$  » au temps = 0.18 s. a) près de la paupière inférieure, b) près de la paupière supérieure



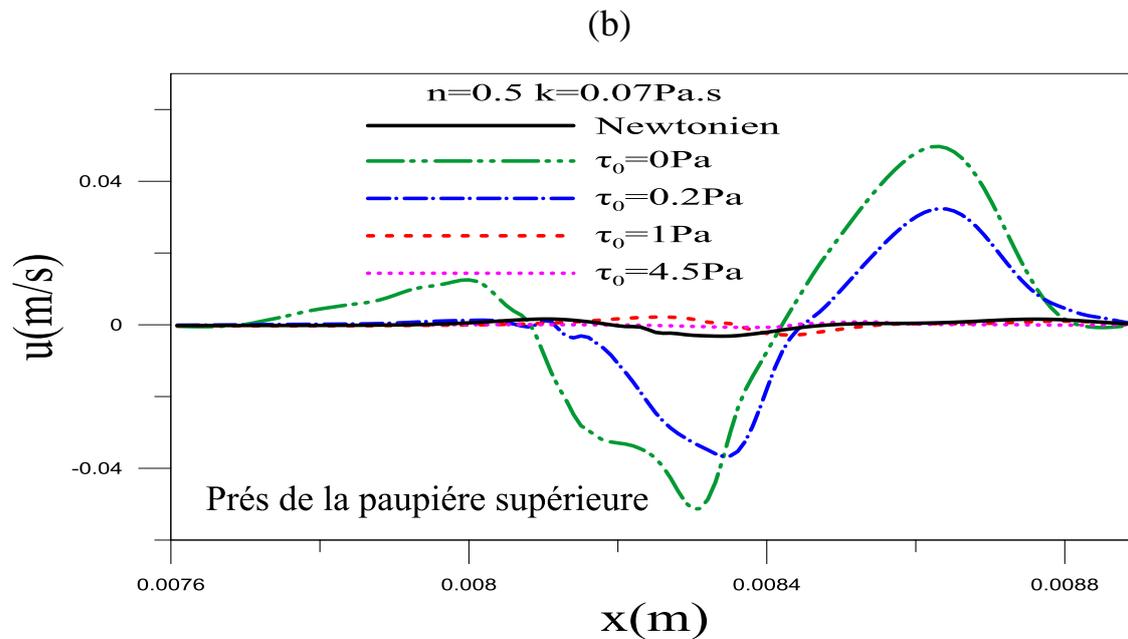


Figure 56. Vitesse longitudinale en profondeur près de la paupière inférieure et supérieure pour différentes contraintes seuil  $\tau_0$ ,  $n=0.5$ ,  $k=0.07$  Pa.s au temps = 0.18 s.

La figure 56 montre l'influence de la contrainte seuil pour une consistance de 0.07 Pa.s sur la vitesse moyenne en profondeur du film lacrymal à base de gel près de la paupière inférieure et supérieure. On peut remarquer également que les vitesses sont très élevées pour les contraintes seuils très faible, et le profil de la vitesse dans les cas  $\tau_0 = 1$  et 4.5 Pa et le cas newtonien varient presque linéairement en comparaison avec  $\tau_0 = 0$  et 0.2 Pa.

#### IV.4.2.2.3 Profils de contrainte de cisaillement près des deux paupières

La figure 57 montre l'effet de paramètre de consistance sur la contrainte de cisaillement près des paupières. La contrainte de cisaillement au niveau de la cornée est un facteur important à prendre en compte lors de la conception de larmes artificielles. Pendant la phase de clignotement, les forces de cisaillement transmises aux surfaces cornéennes peuvent endommager la cellule de la cornée et provoquer des sensations douloureuses.

La figure 57 (a, b) montre que la contrainte de cisaillement augmente à mesure que l'indice de consistance augmente. Ce résultat est attendu ; la contrainte de cisaillement augmente avec l'amplification de l'effet du taux de cisaillement.

La figure 58 (a, b) présente une variation de la contrainte de cisaillement en fonction de la longueur de la surface cornéenne à proximité des deux paupières inférieure et supérieure. On présente nos résultats dans ces zones (près des paupières) à cause des variations importantes de contrainte, sachant que les contraintes du film ne varient pas au centre de la cornée. Dans la figure 58 (a) nous voyons que la

contrainte de cisaillement a un comportement similaire entre le fluide newtonien et les autres larmes artificielles, on remarque aussi que le profil des fluides qui ont des valeurs de contraintes seuils 0 et 0.2Pa sont au-dessous du fluide newtonien, mais l'augmentation de la contrainte seuil entraine des contraintes de cisaillement élevé.

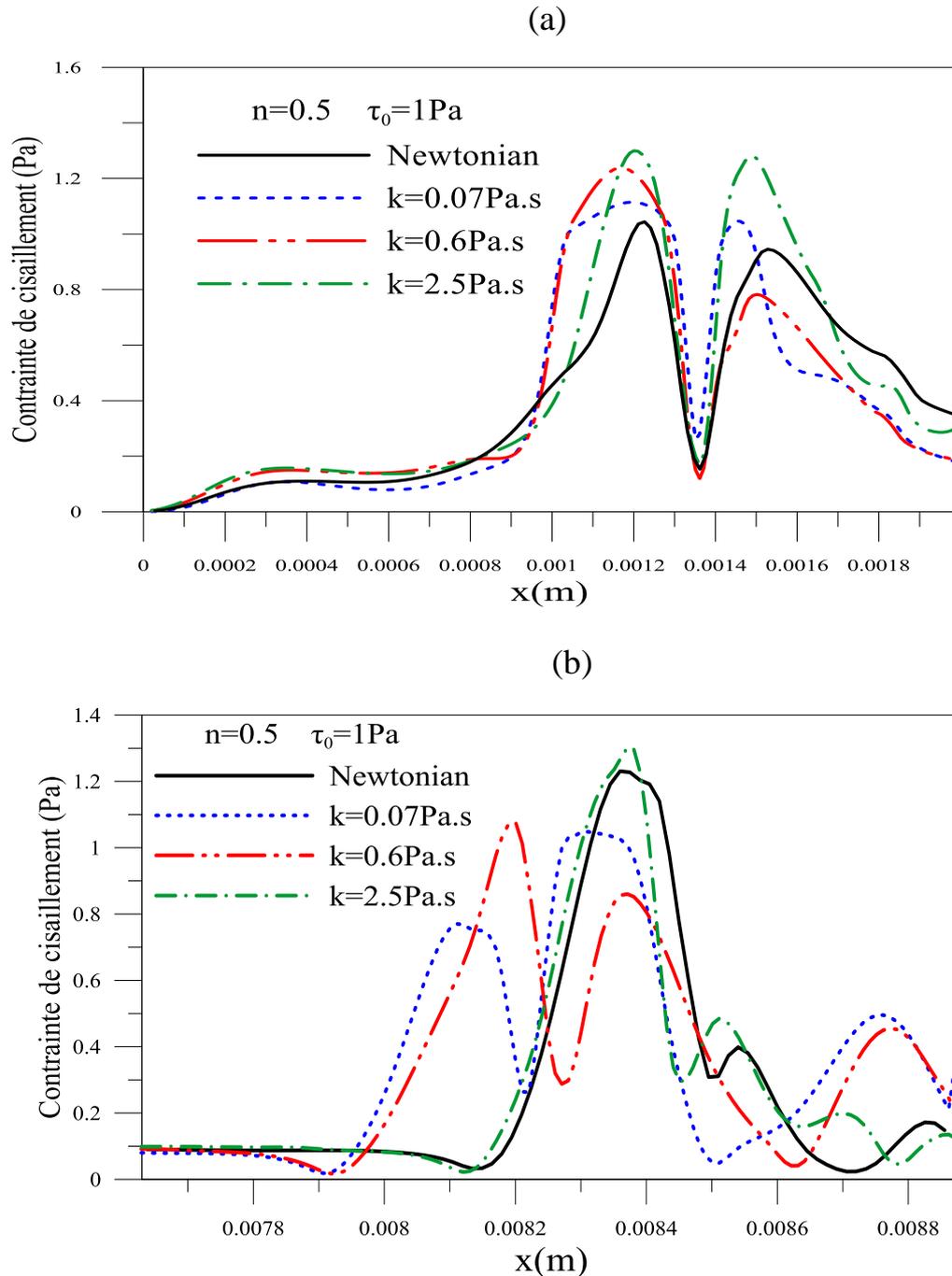


Figure 57. Variation de la contrainte de cisaillement à la paroi : effet de la consistance « k ».

a) Près de la paupière inférieure, b) près de la paupière supérieure

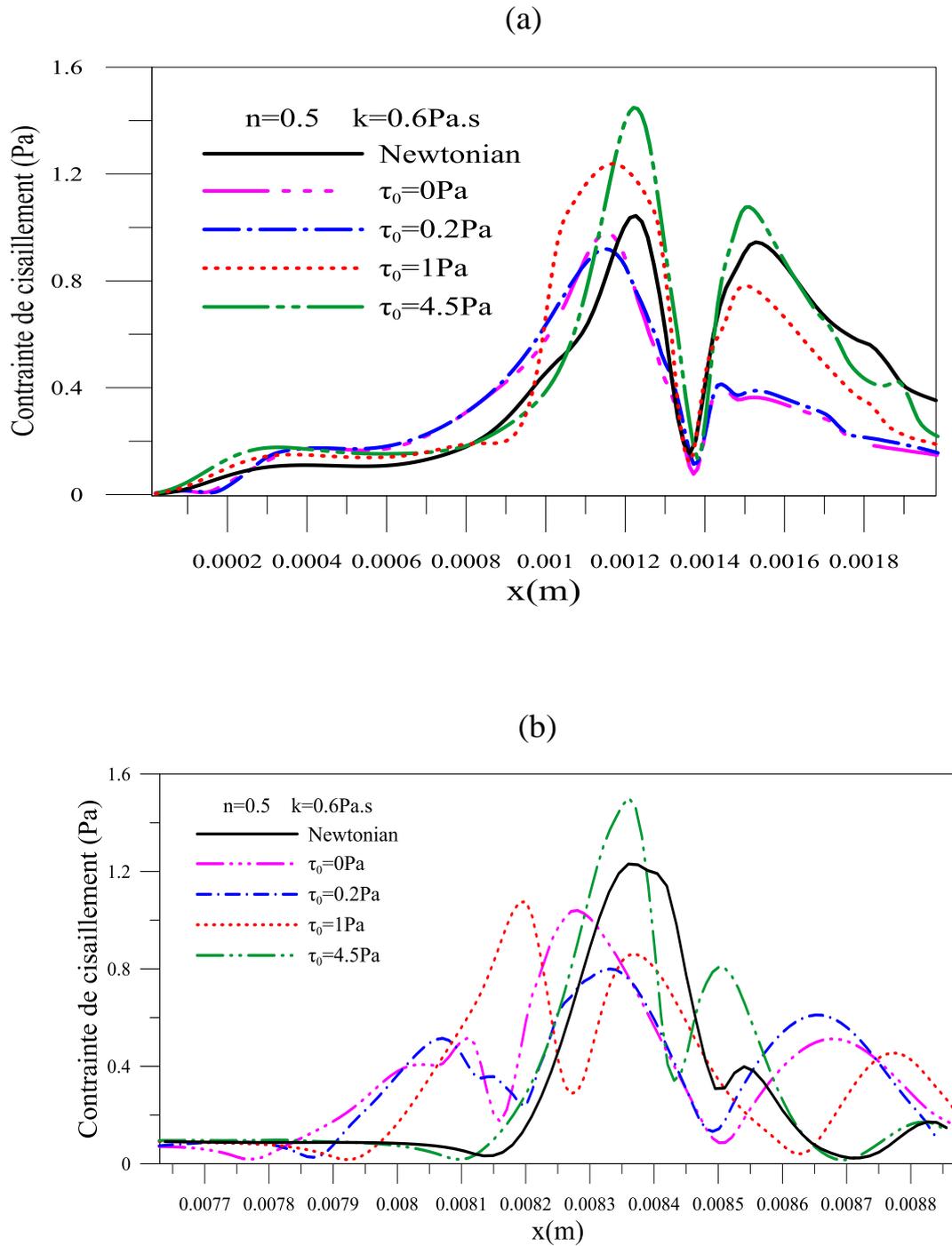


Figure 58. Variation de la contrainte de cisaillement à la paroi : effet de la contrainte seuil  $\tau_0$  a) Près de la paupière inférieure, b) Près de la paupière supérieure

## Conclusion

Dans cette partie, nous avons étudié l'influence des paramètres clés du modèle Herschel Bulkley, à savoir la contrainte seuil  $\tau_0$ , l'indice d'écoulement  $n$  et l'indice de consistance  $k$  sur la dynamique et la stabilité du film lacrymal à base de gel. Nous avons constaté que l'amélioration de la rhéologie des larmes à base de gel en diminuant l'indice d'écoulement  $n$  contribue à augmenter la valeur de l'épaisseur minimale du film. Ceci confirme l'effet positif des propriétés pseudoplastique des larmes naturelles. Une faible valeur de la contrainte seuil tend à retarder la rupture du film et assure une épaisseur de film quasi uniforme autour du centre de la cornée. Cela peut empêcher une vision floue lors de l'utilisation de larmes artificielles à base de gel. Dans la gamme des paramètres considérés dans cette recherche, les valeurs optimales des propriétés du film lacrymal sont trouvées pour ces valeurs du paramètre de gel  $n=0.5$ ,  $\tau_0=1\text{Pa}$  et  $k=0.6\text{Pa.s}$ .

## Conclusion générale

Dans ce travail de thèse, nous avons exploré l'influence des paramètres rhéologiques des larmes artificielles, dont la rhéologie est décrite par les deux modèles Cross pour les fluides pseudoplastique, ainsi que Herschel Bulkley pour les fluides viscoplastiques.

La dynamique du film artificielle est étudiée sur un substrat plan et courbe incluant le clignement des yeux. Ce problème a été résolu par la simulation directe des équations de Navier – Stokes à l'aide de la méthode de VOF et le modèle Force de surface continue (CSF) en combinaison, avec les modèles rhéologiques de Cross et Herschel Bulkley.

Dans la première étude pour le cas d'un fluide pseudoplastique, la simulation fournit un aperçu de l'influence des paramètres de constante de temps, d'indice de comportement et de viscosité à cisaillement nul du modèle de Cross sur l'étalement du film lacrymal sur une cornée de courbure cylindrique. Les résultats montrent que le comportement rhéofluidifiant des larmes retarde la rupture du film lacrymal près de la paupière supérieure; cependant, il réduit aussi l'épaisseur du film lacrymal près de la paupière fixe.

D'après ces résultats, les larmes avec de valeurs relativement grandes de la constante de temps  $\lambda$ , autour de 1s, de faibles paramètres de viscosité à cisaillement nul (de l'ordre de  $\mu_0=0.0013$ ) et un faible indice de comportement (autour de  $n=0.5$ ) peuvent retarder la rupture du film lacrymal, assurer une lubrification sûre entre la paupière supérieure mobile et la surface de la cornée et une surface optique de haute qualité. Les valeurs proposées pour le modèle Cross se situent dans la fourchette de la valeur des larmes naturelles, mesurée en laboratoire. Ces valeurs fournissent un film lacrymal mince et quasi-uniforme le long de la cornée, nécessaire pour une vision claire et non floue. Elles retardent la rupture du film lacrymal près de la paupière mobile et produisent moins de contraintes de cisaillement le long de la cornée près de la paupière mobile.

Dans la deuxième partie où le fluide est considéré viscoplastique, nous avons constaté que l'amélioration de la rhéologie des larmes à base de gel en diminuant l'indice d'écoulement  $n$  contribue à augmenter la valeur de l'épaisseur minimale du film. Ceci confirme l'effet positif des propriétés pseudoplastique des larmes naturelles. Une faible valeur de la contrainte seuil tend à retarder la rupture du film et assure une épaisseur de film quasi uniforme autour du centre de la cornée. Cela peut empêcher une vision floue lors de l'utilisation de larmes artificielles à base de gel. Dans la gamme des paramètres considérés dans cette recherche, les valeurs optimales des propriétés du film lacrymal sont trouvées pour ces valeurs du paramètre de gel, soit :  $n=0.5$ ,  $\tau_0=1\text{Pa}$  et  $k=0.6\text{Pa.s}$ . Ces valeurs peuvent servir de point de départ à un processus itératif et d'optimisation pour atteindre peut-être une

conception optimale de film lacrymal à base de gel artificiel.

Nous pensons qu'une approche de modélisation telle que celle présentée ici, avec plus de précision et d'investigations, peut aider les laboratoires à concevoir des larmes sur une base rationnelle et à soulager les symptômes de la sécheresse oculaire.

**Bibliographie**

- [1] E. Aydemir, C.J.W. Breward, and T.P.Witelski. The effect of polar lipids on tear film dynamics. *Bull.Math. Biol.*, 73 (6) :1171–1201, 2011.
- [2] A. J. Bron, J.M. Tiffany, Gouveia, Yokoi, and Voon. Functional aspects of the tear film lipid layer. *Exp. Eye Res*, 78 (3) :347–360, 2004.
- [3] M. Bruna, C.J.W. Breward, The influence of non-polar lipids on tear film dynamics, *J. Fluid Mech.* 746 (2014) 565–605.
- [4] Ewen King-Smith, Barbara Fink, Richard Hill, Kurt Koelling, and John Tiffany. The thickness of the tear film. *Current Eye Research*, 29 (4-5) :357–368, 2004.
- [5] Li. Longfei, R. J. Braun, K. L. Maki, W. D. Henshaw, and P. E. King-Smith. Tear film dynamics with evaporation, wetting, and time-dependent flux boundary condition on an eye-shaped domain. *Physics of Fluids*, 26 (5) :1171–1201, 2014.
- [6] P.E. King-Smith, J.J.Nichols, K.K.Nichols, B.A. Fink, and R.J. Braun. Contributions of evaporation and other mechanisms to tear film thinning and break-up. *Optom Vis Sci*, 85 (8) :623–630,2008.
- [7] A. Berke and S. Mueller. The kinetics of lid motion and its effects on the tear film. *Advances in Experimental Medicine and Biology*, 438 :417–424, 1998.
- [8] I. K. Gipson. Distribution of mucins at the ocular surface. *Exp. Eye Res*, 78 (3) :379 – 388, 2004.
- [9] I. Fatt and B. Weissman. *Physiology of the Eye : An Introduction to the Vegetative Functions*. Butterworth-Heinemann, 2nd ed., 1992.
- [10] F. J. Holly and M. A. Lemp. Tear physiology and dry eyes. *Surv Ophthalmol*, 22 (2) :69 – 87,1977.
- [11] S. Mishima, A. Gasset, S. D. Jr. Klyce, and J. L. Baum. Determination of tear volume and tear flow. *Investig. Ophthalmol. Vis. Sci.*, 5 :264–276, 1966.
- [12] J. Chen, K. B. Green Church, and K. K. Nichols. Shotgun lipidomic analysis of human meibomian gland secretions with electrospray ionization tandem mass spectrometry. *Invest. Ophthalmol.Vis. Sci.*, 51 (12) :6220 – 6231, 2010.
- [13] P.A. Lozato, P.J. Pisella, and C. Baudouin. Phase lipidique du film lacrymal :physiologie et pathologie. *J. Fr. Ophthalmol*, 24 (6) :643–658, 2001.
- [14] D.Miller. Tear dynamics and dry eye. *Prog Retin Eye Res*, 82 :368–371, 1969.
- [15] J.M. Tiffany, N.Winter, and G. Bliss. Tear film stability and tear surface tension. *Curr. Eye Res.*,8 (5) :507 – 515, 1989.
- [16] JC. Pandit, B. Nagyova, A.J. Bron, and J.M. Tiffany. Physical properties of stimulated and unstimulated tears. *Exp Eye Res*, 68 (2) :247 – 253, 1999.

- [17] J.M. Tiffany, A.J. Bron, F. Mossa, and S. Dikstein. Delivery of meibomian oil using the clinical meibometer. *Adv ExpMed Biol*, 438 :333–338, 1998.
- [18] L. Jossic, P .Lefevre, C .de Loubens, A. Magnin, C .Corre , the fluid mechanics of shear-thinning tear substitutes. *J Non-Newton Fluid Mech* 161(2009)1–9.
- [19] J.P. Craig and A. Tomlinson. Importance of the lipid layer in human tear film stability and evaporation. *Optom. Vis. Sci.*, 74(1) :8–13, 1997.
- [20] A. Heryudono, R. J. Braun, T. A. Driscoll, K. L. Maki, L. P. Cook, and P. E. King-Smith. Singleequation models for the tear film in a blink cycle : realistic lid motion. *Math. Med. Biol.*, 24 (4) :347–377, 2007.
- [21] B.A. Nichols, M.L. Chiappino, and C.R. Dawson. Demonstration of the mucous layer of the tear filmby electron microscopy. *Invest. Ophthalmol. Vis. Sci.*, 26(4) :464–473, 1985.
- [22] R. E. Berger and Stanley Corrsin. A surface tension gradient mechanism for driving the precorneal tear film after a blink. *J of Biomech*, 7 (3) :225 – 238, 1974.
- [23] Lin, S. P., and Howard Brenner. "Tear film rupture." *Journal of colloid and interface science* 89.1 226-231, 1982.
- [24] M. Collins, R. Seeto, L.Campbell, and M. Ross. Blinking and corneal sensitivity. *Acta Ophthalmol.(Copenh)*, 67 :525–531, 1989.
- [25] MJ. Collins, K. Kloevekorn-Norgall, T. Buehren, SC. Voetz, and Lingelbach. Regression of lid induced corneal topography changes after reading. *Optom Vis Sci*, 82 :843–849, 2005.
- [26] T. Hoang-Xuan D. Gatinel, M. Haouat. A review of mathematical descriptors of corneal asphericity.*J Fr Ophtalmol.*, 25(1) :81–90, 2002.
- [27] Read, M. Collins, L. Carney, and R. Franklin. The topography of the central and peripheral cornea. *Invest. Ophthalmol. Vis. Sci.*, 47(4) :1404–1415, 2006.
- [28] M.B. Jones, D. L. S. McElwain, G. R. Fulford, M. J. Collins, and A. P. Roberts. The effect of the lipid layer on tear film behaviour. *Bull.Math. Biol.*, 68 (6) :1355 – 1381, 2006.
- [29] H. Wong, I. Fatt, C. Radke, Deposition and thinning of the human tear film, *J. Colloid Interface Sci* (1) 184, 1996.
- [30] MG. Doane. Interaction of eyelids and tears in corneal wetting and the dynamics of the normal human eyeblink. *Am. J. Ophthalmol*, 89(4) :507–516, 1980.S.
- [31] M.B. Jones, C.P. Please, D.L.S. Mc Elwain, G.R. Fulforf, A.P. Roberts, M.J. Collins, Dynamics of tear film deposition and draining, *Mathematical Medicine and Biology* 22 (2005) 265–288..
- [32] J.M. Tiffany, N.Winter, and G. Bliss. Tear film stability and tear surface tension. *Curr. Eye Res.*,8 (5) :507 – 515, 1989.
- [33] K. Tsubota. Measurement of the surface tension of tears. *Arch. Ophthalmol.*, 17 :565–596,1998.

- [34] T. Hoang-Xuan D. Gatinel, M. Haouat. A review of mathematical descriptors of corneal asphericity. *J Fr Ophtalmol.*, 25(1) :81–90, 2002
- [35] S. Read, M. Collins, L. Carney, and R. Franklin. The topography of the central and peripheral cornea. *Invest. Ophthalmol. Vis. Sci.*, 47(4) :1404–1415, 2006.
- [36] M.S.R. Gorla, R.S.R. Gorla, Rheological effects on tear film rupture, *Int. J. Fluid Mech. Res.* 31 (6) (2004) 552–562.
- [37] R.J. Braun, R. Usha, G. McFadden, T. Driscoll, L. Cook, P. King-Smith, Thin film dynamics on a prolate spheroid with application to the cornea, *J. Eng. Math.* 73 (1) (2012) 121–138.
- [38] M. Allouche, K. Mansouri, H. Ait Abderrahmane, S. M. Djouadi, Influence of curvature on tear film dynamics. *European Journal of Mechanics / B Fluids* 66 (2017) 81–91.
- [39] JM .Tiffany, the viscosity of human tears. *Int Ophthalmology* 15 (1991) 371–376.
- [40] Bright, Anne M., and Brian J. Tighe. "The composition and interfacial properties of tears, tear substitutes and tear models." *Journal of the British Contact Lens Association* 16.2 (1993): 57-66.
- [41] J. Tiffany, Viscoelastic properties of human tears and polymer solutions, in: D.Sullivan (Ed.), *Lacrimal Gland, Tear Film, and Dry Eye Syndromes*, in *Advances in Experimental Medicine and Biology*, Springer US vol. 350.1994.
- [42] Y.L. Zhang, O.K. Matar, R.V. Craster, Analysis of tear film rupture: effect of non-Newtonian rheology, *J. Colloid Interface Sci.* 262 (1) 130–148 ,2003.
- [43] P.Coussot and C. Ancey, Rheophysical classification of concentrated suspensions and granular paste; *PHYSICAL REVIEW*, 1998.
- [44] Boger, D. V. (2009). Rheology and the resource industries. *Chemical Engineering Science*, 64(22), 4525-4536.
- [45] Fourmentin, M., Ovarlez, G., Faure, P., Peter, U., Lesueur, D., Daviller, D., & Coussot, Rheology of lime paste—a comparison with cement paste. *Rheologica Acta*, 54(7), 647-656,2015.
- [46] Boger , D. V et Walters K. Rheological phenomena in focus. Elsevier, Amsterdam,1993.
- [47] Ostwald called it the de Waele-Ostwald equation: *Kolloid Zeitschrift* 47 (2) 176-187,1929.
- [48] M.M. Cross Rheology of non-Newtonian fluids: a new flow equation for pseudoplastic systems. *J Colloid Interface Sci*20 417–437, 1965.
- [49] Carreau, P. J., & De Kee, D. Review of some useful rheological equations. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 57(1), 3-15. (1979).
- [50] Bingham, E. C. *Fluidity and plasticity* (Vol. 2). McGraw-Hill. (1922).

- [51] Herschel WH, Bulkley R: Consistency measurements of rubber benzene solutions. *Kolloid-Z.* 39(1926) 291 – 300.
- [52] J.U. Brackbill, D.B. Kothe, C. Zemach, A continuum method for modeling surface tension, *J. Comput. Phys* 100 (1992) 335.
- [53] DeBar R: Fundamentals of the KRAKEN code. Tech. rep. UCIR-760. 1974; Lawrence Livermore Nat. Lab.
- [54] Nichols BD, Hirt CW: Calculating three-dimensional free surface flows in the vicinity of submerged and exposed structures. *J. Comput. Phys.* 1973; 12:234-246.
- [55] S. Kalachandra, D. O. Shah, Lubrication properties of tear substitutes, *The Preocular Tear Film in health, disease and Contact Lens Wear.* Lubbrock. (1986) 733–742.
- [56] Paugh, J.R., Nguyen, A.L., Ketelson, H.A., Christensen, M.T., Meadows, D.L. “Precorneal residence time of artificial tears measured in dry eye subjects”, *Optom Vis Sci.* 85(8):725-731, 2008.
- [57] Miller, D. “Measurement of the surface tension of tears”, *Arch Ophthalmol.* 82:368-371, 1969.
- [58] Willcox, M.D.P., Argüeso, P., Georgiev, G.A., et al. “TFOS DEWS II Tear Film Report”, *Ocul Surf.* 15:366-403, 2017.