

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA BEJAIA

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MASTER

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Par :

BOUMANSOURA MASSINISSA

RAMDANI AISSA

Thème

Etude des transferts de chaleur et de masse dans le procédé de dépôt chimique en phase vapeur

Soutenu le 25/06/2023 devant le jury composé de :

Mr. M'HAMDI Mohammed Salah Président

Mr. MENDIL Fatsah Rapporteur

Mr. ADNANI Massinissa Examineur

Année Universitaire 2022-2023

Remerciements

Nous tenons tout d'abord à remercier le Bon Dieu qui nous a donné la santé et le courage d'accomplir ce modeste travail.

Nous exprimons tout d'abord notre profonde gratitude envers notre encadreur, M. MENDIL Fatsah, pour sa patience, sa disponibilité et ses conseils avisés qui ont nourri notre réflexion tout au long de ce travail

Nous souhaitons également remercier chaleureusement M. ALI AGHA. H, M. NAIT BOUDA Faïçal. Annis pour leur compréhension et leur assistance qui nous ont permis de mener à bien notre recherche.

Nos vifs remerciements vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner notre travail et de l'enrichir par leurs propositions.

Enfin, je tiens à remercier ma famille, mes amis et tous ceux qui m'ont soutenu(e) tout au long de cette aventure. Leur soutien moral, leurs encouragements et leurs mots d'encouragement ont été d'une importance capitale dans la réalisation de ce mémoire de fin d'études.

Dédicaces

Je dédie ce travail :

A mes chers parents ma mère BELGAIDE FATIMA et mon père HOCINE

Pour leurs patiences, leurs amours, leurs encouragements

A ma sœur KAHINA

A toute ma famille

A tous mes amis et mes camarades

Sans oublier tous les enseignants que ce soit du

Primaire, du moyen, du secondaire ou de l'enseignement supérieur.

MASSINISSA

Dédicaces

Je dédie le présent mémoire à :

Ma mère, et mon père qui m'ont toujours soutenu affectivement

A mes frères

Toute la famille paternelle et maternelle

Mes amis (es) et à ceux et celles que j'ai pu rencontrer à l'université.

AISSA

Sommaire

Remerciements	i
Dédicaces	ii
Dédicaces	iii
Sommaire	iv
Liste des figures	v
NOMENCLATURE	vi
Chapitre I : Généralités et synthèse bibliographique	
I. Introduction	3
I.1 Généralités sur les transferts de chaleur	3
I.2 Transfert de masse	3
I.2.1 Le processus de la diffusion	4
I.2.2 Diffusion de matière (ou diffusion massique)	4
I.3 La procédé de dépôt chimique en phase vapeur	4
I.4 Différents type de couche limite	4
I.4.1 Couche limite dynamique	4
I.4.2 Couche limite thermique	5
I.4.3 Couche limite massique	6
I.5 Paramètres caractéristique de la couche limite	6
I.5.1 Epaisseur de la couche limite δ	6
I.5.2 Epaisseur de déplacement δ_1	6
I.5.3 Epaisseur de quantité de mouvement δ_2	7
I.6. Généralités de l'écoulement par jet	7
I.6.1 Structure du jet libre	7
I.6.2. Structure du jet impactant une paroi plane	7
a) La région de jet libre	8
b) Région du jet de paroi	8
c) Région de jet pariétal	8

I.6.3 Les différentes applications des jets.....	9
I.7 Etat de l'art et synthèse bibliographie	9
I.7.1 Ecoulement sur une horizontale chauffée	9

Chapitre II : Présentation du problème et formulation mathématique

II.1 Introduction.....	16
II.2 Description du problème.....	16
II.3 Equations générales de conservation.....	17
II.4 Hypothèses simplificatrice.....	18
II.5 Equation de conservation dimensionnelles.....	19
II.6 Formulation adimensionnelles.....	20
II.7 Les nombres adimensionnels.....	21
III.8. Equations différentielles ordinaires.....	23
III.9. Problème de valeur aux limites	24
III.10. Méthode numérique.....	24
II.8 Conclusion.....	26

Chapitre III : Résultats et Discussion

IV. 1. Introduction	27
IV. 2. Discussion des résultats	27
IV. 3. Conclusion	34

Conclusion Générale	36
----------------------------------	-----------

Références Bibliographiques

Abstract

Liste des figures

Figure I.1 : Développement de couche limite pour un écoulement devant une plaque.	5
Figure I.2 : Couche limite dynamique sur une plaque plane	6
Figure I.3 Couche limite thermique sur une plaque plane	6
Figure I.4 Développement d'une couche limite massique le long d'une plaque plane	7
Figure I.5 Structure du jet impactant sur une paroi plane	9
Figure I.6 Ecoulement de point de stagnation. (Écoulement de Hiemenz).....	11
Figure II.1 Schématisation de modèle physique	16
Figure IV.1 Le profil de vitesse f en fonction de la variable adimensionnel(η).....	28
Figure IV.2 Le profil de vitesse f' en fonction de la variable adimensionnel(η)	28
Figure IV.3 Influence de nombre de Prandtl sur le gradient de température θ	29
Figure IV.4 Influence de Q source de chaleur sur le gradient de température θ	30
Figure IV.5 Influence de nombre de Prandtl Pr sur le profil de concentration ϕ	31
Figure IV.6 Influence de nombre de Lewis Le sur le profil de concentration ϕ	32
Figure IV.7 Profil du Nusselt à la paroi en fonction de Pr pour différentes valeur du paramètre de source de chaleur (Q).....	33
Figure IV.8 Profil du Sherwood a la paroi en fonction de Le pour différentes valeur de Lewis	34

NOMENCLATURE

Symboles	Définition	Unité (SI)
T	: Température	K
λ	: Paramètre de flottabilité	-
P	: Pression	Pa
g	: Accélération de la pesanteur	$m\ s^{-2}$
λ	: Conductivité thermique	W/m.k
Pr	: Nombre de Prandtl	-
Nu	: Nombre de Nusselt	-
Sh	: Nombre de Sherwood	-
C_f	: Coefficient de frottement	-
C_p	: Capacité calorifique a pression constante	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
T_w	: Température sur la surface du la paroi	K
δ	: Epaisseur de la couche limite	m
T_∞	: Température ambiante	K
Q	: Paramètre de source de chaleur	-
Q_0	: Puissance thermique volumique	$J/m^3.k$
C	: Concentration massique	$Kg\ m^{-3}$
D_m	: Diffusivité massique	$m^2\ s^{-1}$

Symboles grecs

α	: Diffusivité thermique	$m^2\ s^{-1}$
β	: Coefficient de dilatation	K^{-1}
θ	: Température adimensionnelle	-
ϕ	: Concentration adimensionnelle	-
μ	: Viscosité dynamique	$Kg.m^{-1}.s^{-1}$
ν	: Viscosité cinématique	$m^2\ s^{-1}$
ρ	: Masse volumique	$kg\ m^{-3}$
Ψ	: Fonction de courant	-
τ	: Contrainte de cisaillement	$Kg.m^{-1}.s^{-2}$

Indices

'	: Dérivation
∞	: Condition à l'infini
w	: Condition à la paroi

Abréviations

EDO	: Equation différentielles ordinaires
EDP	: Equation différentielles partielles
LDV	: Laser Doppler Velocimetry
DNS	: Simulation Numérique Direct
PIV	: Vélométrie par image de particules
LDA	: L'anémométrie laser par effet doppler
IVP	: Problème aux valeur initiales
BVP	: Problème de valeur aux limites
TEAM	: Together Everyone Achieves More

Introduction Générale

Introduction Générale

Le domaine du transfert de chaleur et de masse a suscité un vif intérêt dans la communauté scientifique et le domaine technologique. Ce champ d'étude est d'une importance capitale en raison de son omniprésence dans de nombreuses applications industrielles, telles que la fabrication des dispositifs de stockages d'énergies par exemple dans les batteries, le revêtement de divers matériaux (les métaux, les verres et les céramiques) et la conception des circuits intégrés pour les dispositifs électroniques. Tous cela est assurée grâce à une technique de dépôt chimique en phase vapeur (CVD) qui permet de déposer des couches minces de matériaux solides sur un substrat chauffé à travers des jets impactant.

Le transfert de chaleur et de masse joue un rôle crucial dans ce processus de dépôt. La compréhension des mécanismes de transfert de chaleur et de masse est essentielle pour contrôler les propriétés de la couche déposée, notamment sa composition, son épaisseur et sa qualité.

L'étude des transferts de chaleur et de masse dans le procédé CVD est donc essentielle pour comprendre et améliorer les performances du procédé. Dans ce projet de fin d'études, nous allons nous concentrer sur l'étude de l'écoulement de la couche limite, qui est la zone de la chambre de réaction où les réactions se produisent le plus intensément et où les gradients de température et de concentration sont les plus élevés.

Afin de mieux comprendre le fonctionnement de ces deux phénomènes, les chercheurs se sont penchés sur l'analyse des écoulements à travers des géométries bien connues, et ont développé des modèles de simulation numérique. Dans cette optique, notre modeste travail suit cette même approche et objectif, qui consiste à comprendre et modéliser un phénomène existant en utilisant un modèle numérique. Notre étude se concentre spécifiquement sur la convection mixte double diffusive le long d'une plaque plane horizontale, en examinant particulièrement l'écoulement de la couche limite induit par un jet impactant ainsi que les échanges thermiques et massiques.

Dans le cadre de cette étude, ce manuscrit est divisé en quatre parties.

Le premier chapitre aborde les généralités et les notions de base, accompagnés d'une synthèse bibliographique des travaux réalisés en lien avec le problème posé.

Le deuxième chapitre présente notre modèle et la formulation mathématique des équations qui le régissent.

Le troisième chapitre détaille la méthode de résolution numérique adoptée pour résoudre ce problème.

Enfin, le dernier chapitre est consacré à l'interprétation et à la discussion des résultats obtenus.

En conclusion, nous résumons les principaux résultats de cette étude et soulignons les perspectives intéressantes à développer. Pour des raisons de concision, nous fournissons en annexe des compléments relatifs aux relations fondamentales utilisées dans cette étude.

Chapitre I

Généralité et synthèse

bibliographique

Généralité et synthèse bibliographie

I. Introduction

Le transfert de chaleur et de masse étudie les mécanismes par lesquels la chaleur et la matière se déplacent entre différents systèmes. Il joue un rôle important dans de nombreux processus industriels tels que la combustion, la distillation, la condensation, la séparation et la réaction chimique. Les principaux modes de transfert de chaleur sont la conduction, la convection et le rayonnement, tandis que les principaux modes de transfert de masse sont la diffusion, la convection et la réaction chimique. Les équations mathématiques qui régissent ces processus sont largement étudiées en physique et en génie chimique, et sont utilisées pour résoudre des problèmes pratiques liés aux transferts de chaleur et de masse dans des systèmes complexes.

Ce chapitre sera consacré à la présentation des généralités sur les transferts de chaleur ainsi qu'à la description sur type de couche limite, l'ajout de l'étude des jets impactant sur les surfaces a fait l'objet d'un grand nombre de travaux scientifiques.

Par la suite, une recherche bibliographique sur les études menées par nos prédécesseurs dans le domaine.

I.1 Généralités sur les transferts de chaleur

Le transfert de chaleur se réfère à la transmission d'énergie cinétique d'une molécule à une molécule adjacente. Ce processus est le seul mode de transfert qui se produit dans les solides opaques, tandis que pour les solides transparents, une partie de l'énergie peut être transmise par rayonnement. Les transferts de chaleur se produisent naturellement entre deux corps lorsque la température diffère entre eux. [1] Ce transfert de chaleur se présente sous trois formes : la conduction ; la convection ; le rayonnement. [2]

I.2 Transfert de masse

Le transfert de masse est un processus de transfert de matière d'un endroit à un autre, généralement dû à une différence de concentration ou de pression. Il se produit souvent lorsqu'il y a un gradient de concentration d'un composant dans un système, ce qui entraîne un déplacement net de la substance d'une zone de haute concentration vers une zone de faible concentration.

Le transfert de masse peut se produire sous différentes formes notamment la diffusion, la convection, l'adsorption, la dissolution, l'évaporation et la condensation. Ces phénomènes sont fréquents dans de nombreux domaines.

I.2.1 Le processus de la diffusion

Est la méthode physique par laquelle les substances se déplacent d'une zone où leur concentration est élevée vers des zones où leur concentration est plus faible. La diffusion simple est un processus spontané qui ne nécessite pas d'énergie, mais qui est encouragé par une différence de concentration. Les substances dissoutes, nommées solutés, se déplacent à travers une solution (ou un gaz) au moyen de mouvements aléatoires. Le mouvement aléatoire est défini comme un mouvement qui se produit au hasard, sans ordre ni système régulier qui guide les mouvements des particules dans une solution ou un gaz.

I.2.2 Diffusion de matière (ou diffusion massique)

La diffusion de la matière est un phénomène de transport qui se produit de manière irréversible et qui a pour effet de rendre plus homogène la composition du milieu. Elle désigne la tendance naturelle d'un système à rendre uniforme le potentiel chimique qu'il comporte.

La diffusion de la matière peut être observée dans toutes sortes de particules, dans les gaz, les liquides ou les solides. Les particules tendent à se déplacer au sein de l'autre substance. [3]

I.3 La procédé de dépôt chimique en phase vapeur (CVD) :

Le dépôt chimique en phase vapeur (CVD) est une technique de fabrication de couches minces utilisée dans de nombreuses applications industrielles. Pour garantir la qualité et l'uniformité de la couche déposée, il est important de comprendre les transferts de chaleur et de masse dans le processus de CVD, en particulier l'écoulement de la couche limite qui est en contact avec la surface du substrat. La modélisation numérique peut être utilisée pour simuler l'écoulement de la couche limite et analyser l'effet des paramètres opératoires tels que la température, la pression et les débits de gaz sur les profils de concentration et de température dans la chambre de réaction. [4]

I.4 Différents type de couche limite

I.4.1 Couche limite dynamique

Considérons l'écoulement d'un fluide parallèle à une plaque plane, tel que représenté à la Figure I.1. Pour les surfaces légèrement profilées, comme les aubes de turbine, il est courant de les considérer comme des plaques planes avec une précision raisonnable. La coordonnée x correspond à la distance mesurée le long de la surface de la plaque à partir du bord d'attaque de

la plaque dans la direction de l'écoulement, tandis que y est mesuré à partir de la surface de la plaque dans la direction perpendiculaire. Le fluide s'approche de la plaque dans la direction x avec une vitesse uniforme V , qui est quasiment identique à la vitesse libre sur la plaque depuis sa surface

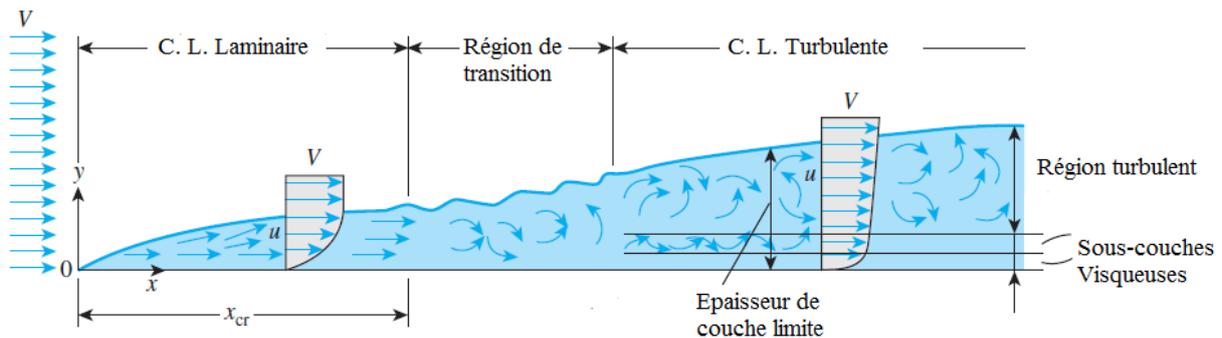


Figure I.1 : Développement de couche limite pour un écoulement devant une plaque. [5]

Dans le cadre de cette discussion, les liquides peuvent être considérés comme étant constitués de couches adjacentes les unes aux autres. La première couche de fluide adjacente à la plaque est fixe en raison de la condition de non-glissement, ce qui signifie que la vitesse des particules y est nulle. Cette couche immobile ralentit les particules des couches liquides adjacentes à des vitesses différentes en raison du frottement entre les particules de deux couches liquides adjacentes. Chaque couche liquide ralentit les molécules de la couche suivante. Ainsi, la présence de la plaque est détectable jusqu'à une distance nominale d , au-delà de laquelle la vitesse du courant libre reste pratiquement inchangée. La composante de vitesse du fluide u varie donc de 0 en $y = 0$ à environ V en (voir Fig.I.2). La région d'écoulement au-dessus de la plaque, délimitée par la distance δ , est appelée la couche limite dynamique. L'épaisseur de la couche limite δ est généralement définie comme la distance y à partir de la surface de la plaque où $U = 0.99V$. [5]

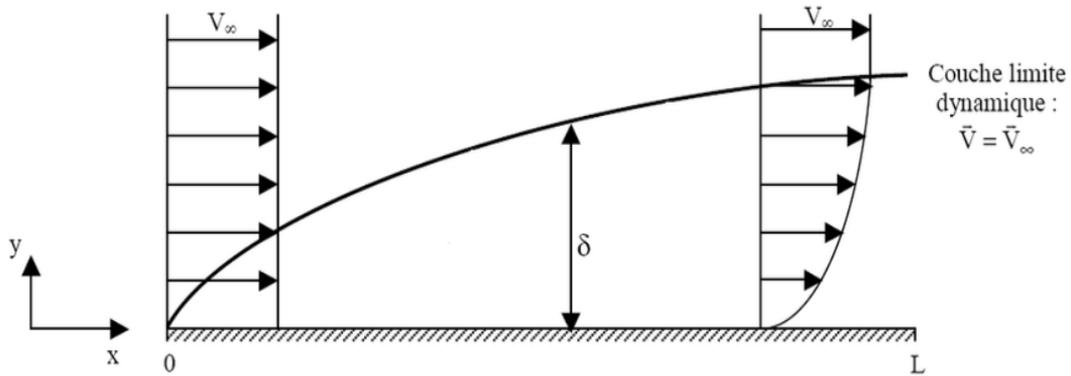


Figure I.2 : Couche limite dynamique sur une plaque plane

I.4.2 Couche limite thermique

On peut définir une couche limite thermique où la température diffère de la température ambiante (similaire à la couche limite hydrodynamique). Cette zone correspond à l'endroit où la température est perturbée par la présence de l'interface, et son épaisseur est notée δ_T . Il est important de noter que l'épaisseur de la couche limite thermique, tout comme celle de la couche limite hydrodynamique, est liée à la vitesse d'écoulement sur la plaque. Ainsi, une augmentation de la vitesse d'écoulement réduit l'épaisseur de la couche limite thermique et accroît l'intensité de la transmission [6]. L'épaisseur de la couche limite thermique δ_T à n'importe quel point le long de la surface est définie comme la distance à partir de la surface où la différence de température est $(T - T_p) = 0,99 (T_\infty - T_p)$. Il est à noter que, dans le cas particulier où $T_p = 0$ au bord extérieur de la couche limite thermique, nous avons $T = 0,99 T_\infty$, ce qui est analogue à $u = 0,99 V$ pour la couche limite dynamique. [5]

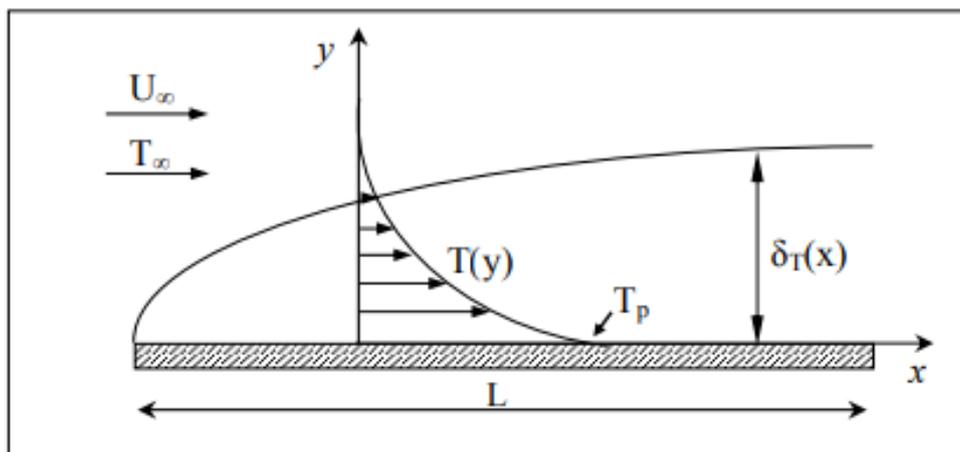


Figure I.3 Couche limite thermique sur une plaque plane [8].

I.4.3 Couche limite massique

De manière similaire à la couche limite hydrodynamique, on peut définir une couche limite de diffusion (ou couche limite de masse) dans laquelle la concentration diffère de la concentration de la solution. Cette zone correspond à l'endroit où la concentration de masse est perturbée par la présence de l'interface, et son épaisseur est notée δ_D [6].

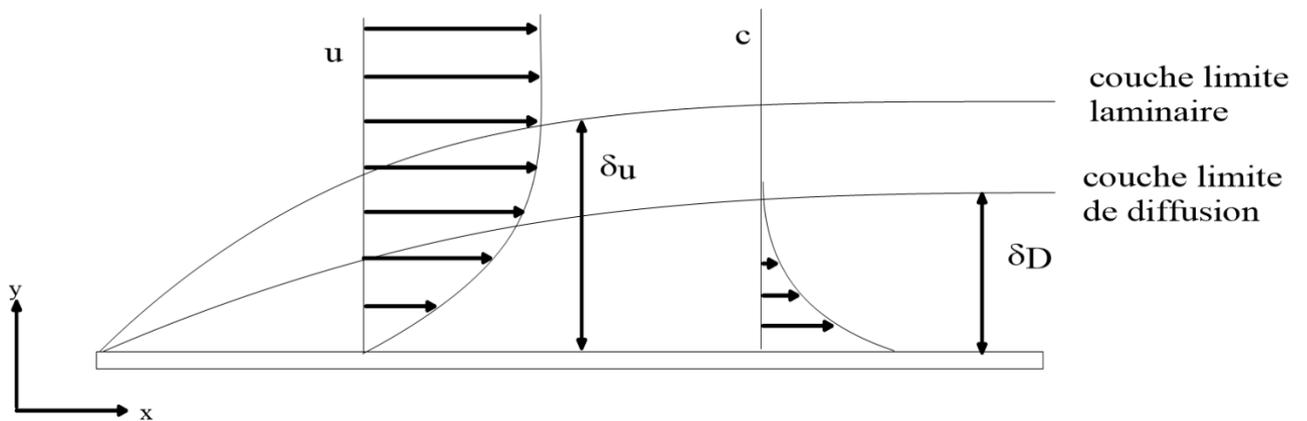


Figure I.4 Développement d'une couche limite massique le long d'une plaque plane [6]

I.5 Paramètres caractéristique de la couche limite

I.5.1 Epaisseur de la couche limite δ

L'épaisseur de la couche limite δ détermine la dimension transversale de la couche limite. Dans une section donnée, elle correspond à l'ordonnée du point où la vitesse axiale est égale à 99% de sa valeur dans l'écoulement extérieur [7]

On définit l'épaisseur de la couche limite δ comme suite :

$$\frac{U}{U_\infty} = 0.99$$

U_∞ La vitesse ambiante du fluide (pour le faire dans nomenclature)

I.5.2 Epaisseur de déplacement δ_1

Nous appellerons épaisseur de déplacement de la longueur δ_1 , définit la perte de débit massique dans la couche limitée ce qui concerne de l'écoulement de fluide parfait incompressible.

Définie par la relation :

$$\delta_1 = \int_0^\delta \left(1 - \frac{U}{U_\infty}\right) dy \quad \text{I.1}$$

I.5.3 Epaisseur de quantité de mouvement δ_2

Nous appellerons épaisseur de quantité de mouvement δ_2 , décrit la perte de quantité de mouvement dans la couche limite en liaison avec un écoulement visqueux [6]

Définie par la relation :

$$\delta_2 = \int_0^{\delta} \frac{U}{U_{\infty}} \left(1 - \frac{U}{U_{\infty}} \right) dy \quad \text{I.2}$$

I.6. Généralités de L'écoulement par jet

Depuis quelques années, les scientifiques ont développé plusieurs approches qui permettent d'optimiser l'utilisation de l'énergie. Parmi ces approches, on retrouve celle des jets impactant. Pour assurer un meilleur transfert de chaleur et de masse entre un fluide et une partie située d'une surface solide. [21]

Pour améliorer cette structure de la technique de l'impact de jet, il est conseillé de commencer par de s'intéresser en savoir plus sur ces équipements suivants : [9]

I.6.1. Structure du jet libre

Le jet libre est un écoulement de jet qui se développe toujours en trois régions distinctes, qu'il soit laminaire ou turbulent. Chacune de ces régions peut faire l'objet d'une étude à part entière, il convient donc dans un premier temps de définir chacune d'elles séparément. La région de développement d'un jet libre est définie comme l'espace compris entre la sortie de la buse et la fin de son cône potentiel. [10]

I.6.2. Structure du jet impactant sur une paroi plane :

Généralement, le champ d'écoulement d'un jet d'impact peut être divisé en plusieurs régions.

- Une région de jet pseudo-libre.
- Une région de stagnation (région d'impact).
- Une région de jet radial parallèle au mur.

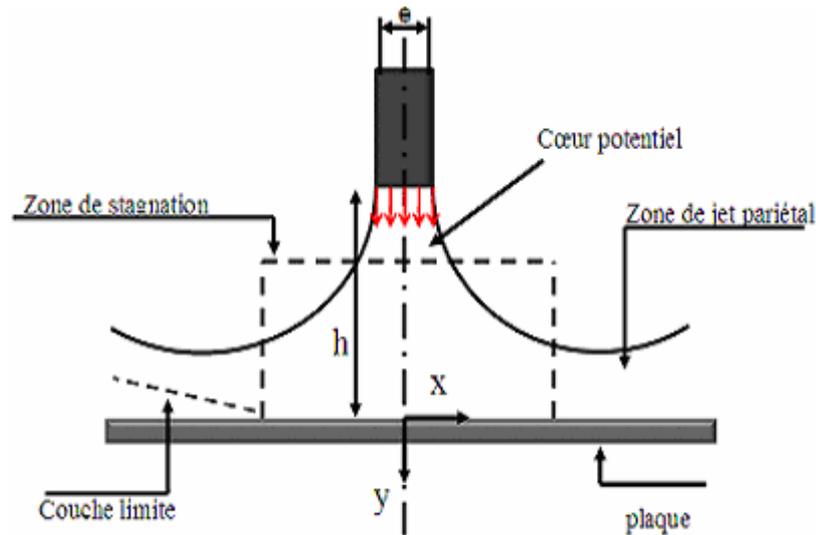


Figure I.5 Structure du jet impactant sur une paroi plane [11]

a) La région de jet libre :

Cette région correspond à la zone où le jet ne voit pas la plaque.

Celui-ci n'a pas d'influence sur le jet, c'est pourquoi on l'appelle un jet libre. Elle possède la même structure de jet libre lorsque la distance d'impact est très petite. [12]

La région de jet libre il se compose de trois zones :

- zone de corps potentiel.
- zone de transition.
- zone développée.

b) Région d'impact :

Il se distingue par un point de stagnation et par une déflexion de l'écoulement axial du jet qui se transforme en écoulement pariétal. A partir du point de stagnation, le jet n'a plus les caractéristiques d'un jet libre. La vitesse le long de l'axe du jet diminue jusqu'à devenir nulle à la paroi. [13]

c) Région de jet pariétal

Cette région se distingue par le développement et le renforcement d'un jet pariétal, à savoir le long de la surface d'impact et dont la vitesse radiale maximale diminue.

I.6.3. Les différentes applications des jets

Les jets d'impact sont utilisés dans de nombreuses applications industrielles, notamment dans les processus de séchage, de refroidissement et de chauffage. A titre d'exemple, on peut citer :

- * Découpe et refroidissement de feuilles de verre en fusion.
- * Évaporation de l'eau de la pâte à papier dans l'industrie du papier.
- * Refroidissement de feuilles de métal ou de plastique
- * Refroidissement des moteurs thermiques, des canaux hydrauliques, des chambres de combustion, des aubes de turbines et des moteurs électriques de haute puissance pour une nouvelle génération de voitures électriques.
- * Refroidissement des produits alimentaires.
- * Refroidissement de pièces électroniques.

I.7 Etat de l'art et synthèse bibliographie

Depuis quelques années, on a publié plusieurs travaux de recherche sur les jets impactant, en raison de leur importance pour différentes approches dans des domaines pratiques tels que l'environnement (aération), l'industrie (traitement de surface), le transport (moteurs à impulsions), etc.

Cette étude a pour objectif de déterminer et d'analyser la structure dynamique et thermique de l'écoulement d'un jet impactant. Dans ce chapitre, nous présentons une synthèse bibliographique des principales études réalisées sur ce type de configuration

I.7.1 Ecoulement sur une plaque horizontale chauffée :

L'écoulement de Hiemenz est un écoulement potentiel de point d'arrêt en symétrie plane dont la solution est analytique au sens où elle se ramène à la résolution d'une simple équation différentielle. Il a été découvert par Karl Hiemenz dans sa thèse à l'université de Göttingen en 1911 et a été étendu au cas de la symétrie de révolution par Fritz Homann en 1936. [12]

Est le premier à avoir établi une étude de l'écoulement bidimensionnel à proximité d'un point de stagnation, un phénomène classique de la mécanique des fluides, en simplifiant les équations de Navier-stock qui gouvernent l'écoulement en une équation différentielle ordinaire du troisième degré, à l'aide de la transformation de similarité. Compte tenu des non-linéarités de l'équation différentielle simplifiée, il manque une méthode analytique et l'équation non linéaire est habituellement résolue numériquement avec des conditions aux limites en deux points, une des deux étant définie à l'infini. [13]

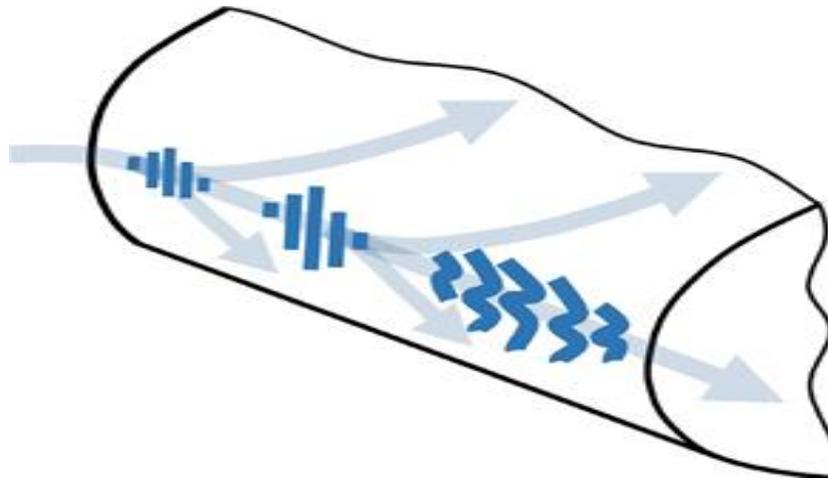


Figure I.6 Écoulement de point de stagnation. (Écoulement de Hiemenz) [14]

L'écoulement d'un fluide visqueux sur une paroi chauffée et inclinée par rapport à l'horizontale a été étudié dans le cadre de la stabilité de l'écoulement d'un film mince de fluide visqueux. Il existe également des études sur les instabilités d'un écoulement de stagnation. [14]

Cooper et al. [15] ont réalisé une étude expérimentale par anémomètre à fil chaud, d'un jet axisymétrique impactant sur une plaque plane. Ils ont étudié les effets de la hauteur du jet par rapport à la plaque, le nombre de Reynolds et le diamètre de jet.

Craft et al [16] Les chercheurs ont repris l'étude expérimentale réalisée par cooper et al [15], et ont effectué une simulation numérique de l'écoulement en question en utilisant une nouvelle version de l'approche numérique TEAM. Cette approche numérique repose sur la méthode des volumes finis.

Au cours de leur étude, ils ont exploré quatre modèles de turbulence : un modèle k-epsilon à faible nombre de Reynolds et trois modèles de contraintes de Reynolds. Les résultats obtenus indiquent que le modèle k-epsilon et le modèle RSM standard ne produisent pas de bons résultats, tandis que les deux autres modèles donnent des résultats plus satisfaisants en accord avec les données expérimentales.

Candelier et al. [17] ont fait une étude expérimentale par LDV (Laser Doppler Velocimetry) d'un jet laminaire axisymétrique impactant sur une plaque horizontale chauffée maintenue à une température fixe. Ils ont étudié les effets de la distance buse - paroi, la différence de température fluide - plaque et le nombre de Reynolds sur le lieu du décollement de la couche limite. Ils ont trouvé d'après l'analyse des résultats concernant l'influence du nombre de

Reynolds et la différence de température sur le lieu du décollement de la couche limite suit une loi empirique valable pour $H/D = 1$

Roux S. et al [18] Cette étude expérimentale examine l'impact d'un jet unique sur une paroi plane en utilisant un haut-parleur pour moduler la vitesse du jet en sortie de buse. Les mesures de vitesse par PIV montrent que le forçage acoustique amplifie les structures tourbillonnaires dans la couche de mélange du jet. Les décompositions de vitesse montrent que les contributions moyennes, cohérentes et stochastiques de l'écoulement peuvent être adaptées en fonction de la fréquence et de l'amplitude du forçage acoustique. Les transferts de chaleur moyens par convection entre le jet et la paroi d'impact révèlent deux principaux effets du forçage acoustique sur les variations radiales du nombre de Nusselt pour une petite distance d'impact. Les mesures de températures pariétales fluctuantes mettent en évidence deux modes de propagation des fluctuations de température sur la plaque d'impact. Le premier est indépendant du forçage acoustique et correspond à une propagation filamentaire. Le second est lié à la convection des tourbillons sur la plaque d'impact et correspond à la propagation radiale de fronts chauds et froids.

Dairay et al. [19] ont étudié par simulation numérique direct (DNS) un jet axisymétrique confiné impactant sur une paroi plane par le code « Incompact3d ». L'objectif est de traiter les conditions de sortie. Ce travail présente trois cas ; le premier un écoulement bidimensionnel stationnaire avec un faible nombre de Reynolds $Re=50$, le deuxième un écoulement bidimensionnel instationnaire avec un nombre de Reynolds $Re=5300$ et le dernier un écoulement tridimensionnel stationnaire avec un nombre de Reynolds $Re=50$. Ils ont remarqué dans le premier cas, que le choix de la condition de sortie n'influe pas sur la dynamique de l'écoulement. Le deuxième cas est qu'après une augmentation du nombre de Reynolds, les auteurs ont souligné une difficulté de mise en oeuvre d'une condition de sortie qui n'influe pas sur la dynamique globale de l'écoulement.

Del frate et al. [20] ont fait une simulation numérique d'un jet impactant axisymétrique turbulent avec transfert de chaleur. La simulation est faite avec deux codes ANSYS CFX et NEPTUNE-CFD. Ils ont considéré un écoulement dans une conduite suffisamment longue ($L = 2.1$ m). L'air sortant de cette conduite impacte sur une plaque plane. Ils ont utilisé un nombre de Reynolds $Re = 2.3 \times 10^4$ et une distance $H/D = 2$ pour étudier le traitement près la paroi et le raffinement du maillage tout en utilisant plusieurs modèles de turbulence.

Tummers et al [21] ont fait des mesures expérimentales détaillées d'un jet turbulent circulaire impactant sur une plaque plane dans la région de stagnation. Ils ont considéré un écoulement dans un tube de diamètre intérieur $D = 37$ mm et une longueur $76D$. La distance entre le jet et la surface d'impact est $H = 2D$ avec un nombre de Reynolds fixe $Re = 23000$ qui correspond à une vitesse moyenne d'entrée égale à 9.6 m/s. Ils ont utilisé l'anémométrie laser par effet doppler (LDA) pour mesurer la distribution de la vitesse et la contrainte de Reynolds près de la paroi avec une distance minimale de la paroi d'environ $40 \mu\text{m}$ et la vélocimétrie par image de particules (PIV) pour mesurer le champ d'écoulement dans un petit champ de vue d'environ $4 \times 5 \text{ mm}^2$.

Les mesures près de la paroi indiquent que les inversions d'écoulement instantanées se produisent pour $y/D > 1,3$ dans une couche d'épaisseur environ $0,2$ mm au-dessus de la plaque d'impact. Le système PIV a montré que ces inversions d'écoulement sont liées à la formation de petits tourbillons secondaires.

Nassem uddin et al [22] ont fait une simulation numérique d'un jet froid impactant orthogonalement sur une plaque plane chauffée. La simulation est faite avec le code FASTEST et le modèle LES. Ils ont utilisé deux nombres de Reynolds $Re = 23000$ et $Re = 13000$ avec une distance $H = 2D$. L'objectif de cette étude est de mieux comprendre les caractéristiques de l'écoulement comme le comportement thermique. Ils ont trouvé que l'accélération de l'écoulement dans la région de développement de la couche limite est liée au deuxième pic.

Stewartson [23] et Gill et Del Casal [24], ont étudié la théorie de fonctionnement du transfert de chaleur par convection à partir d'une plaque horizontale et a rapporté la présence de solutions analogues à une plaque isotherme presque infinie immergée dans l'air. Ils ont déduit les premières conditions d'existence d'un flux thermique de couche limite sur une plaque plane horizontale.

Fabien et al [25], ont effectué une étude expérimentale sur un jet laminaire axisymétrique impactant une plaque plane horizontale chauffée et dont la température est maintenue fixe à l'aide d'un système d'asservissement. Ils ont analysé la couche limite cinématique et thermique du fluide, distance à l'axe du jet et les effets de flottabilité.

Lin et al [26], ont fait une série de travaux sur la convection mixte laminaire sur une plaque horizontale avec la température uniforme des plis ou le flux thermique uniforme de la paroi, ils ont analysé les paramètres de flottabilité et de variables de transformation appropriés pour les fluides de tout nombre Prandtl Pr entre compris entre $0,001$ et $10\,000$.

Guha et Pradhan [27], ont étudié le problème d'un l'écoulement de la couche limite avec convective naturelle d'un fluide de loi de puissance non newtonien sur une plaque plane horizontale isotherme, le problème a été résolu numériquement en utilisant une méthode des différences finies chronologiques. Leurs résultats montrent que la vitesse, la température et la pression à l'intérieur de la couche limite dépendent de deux paramètres, qui sont : la loi de puissance non newtonienne index (n) le nombre de Prandtl généralisé (Pr).

Yih Wang [28], Dans cette étude, le chercheur a examiné la convection mixte laminaire stable d'une couche limite sur une plaque horizontale chauffée avec un fluide non newtonien. Le système d'équations différentielles a été résolu à l'aide de la méthode des différences finies implicites. Les caractéristiques d'écoulement du fluide et de transfert de chaleur ont été étudiées, et il a été démontré que les nombres de Prandtl généralisés plus élevés et le paramètre de flottabilité améliorent le transfert de chaleur. Il a également été constaté que le frottement augmente avec une force de flottabilité croissante et diminue avec une augmentation du nombre de Prandtl pour tous les fluides non newtoniens.

Mendil et al [29], se proposent d'examiner les effets de transfert de masse sur l'instabilité thermique d'un écoulement stationnaire de couche limite bidimensionnel au point de stagnation. En outre, ils se sont limités aux forces de flottabilité thermique et de concentration qui sont de signe opposé et de grandeur égale. L'écoulement de base a été obtenu en résolvant les équations de continuité, de quantité de mouvement, d'énergie et de concentration en utilisant une analyse de similarité, qui sont résolues numériquement en utilisant la méthode de Runge-Kutta d'ordre quatre avec la technique de tir. La stabilité de l'écoulement de base est alors étudiée en se servant de la décomposition en modes normaux. Le problème aux valeurs propres résultant est résolu numériquement par la méthode pseudo-spectrale de Laguerre. Il se trouve par le calcul des courbes de stabilité neutre que les effets de concentration stabilisent l'écoulement de base, tandis que le nombre de Lewis stabilise ou déstabilise. L'augmentation du nombre de Lewis augmente la stabilité de l'écoulement de base pour $Le < 1$, elle diminue pour $Le > 1$. Pour $Le = 1$, l'écoulement de base est toujours stable.

Chapitre II

Présentation du problème et formulation mathématique

Présentation du problème et formulation mathématique

II.1. Introduction

Dans ce chapitre nous présentons le modèle physique et les hypothèses simplificatrices, établissons les équations régissant la convection mixte double diffusive le long d'une plaque horizontale. Ensuite nous posons les conditions aux limites sous forme adimensionnelle en passant par la méthode de similarité des équations différentielles partielles (EDP) pour se rendre aux équations différentielles ordinaires (EDO). Finalement nous introduisons les principales grandeurs dynamiques et thermiques et massiques.

II.2. Description du problème

Dans ce travail nous allons étudier un écoulement de couche limite impactant de vitesse $U_\infty = ax$. Nous considérons un écoulement bidimensionnel laminaire et régulier qui s'exerce sur une plaque plane horizontale chauffée de température et de concentration respectivement (T_w, C_w) à la paroi, dans un fluide newtonien de température T_∞ et de concentration C_∞ .

La plaque plane se présente dans le plan (X, Y) et l'écoulement de base est bidimensionnel

L'axe x : étant le sens du courant direction le long de la plaque

L'axe y : la ligne de courant de stagnation coïncide

Avec la vitesse varie linéairement avec la distance X du point de stagnation, comme suit $U_\infty = (ax, -ay, 0)$, $T(0) = T_w$. Avec $a = cst$.

Le problème physique est schématisé sur la figure (II.1).

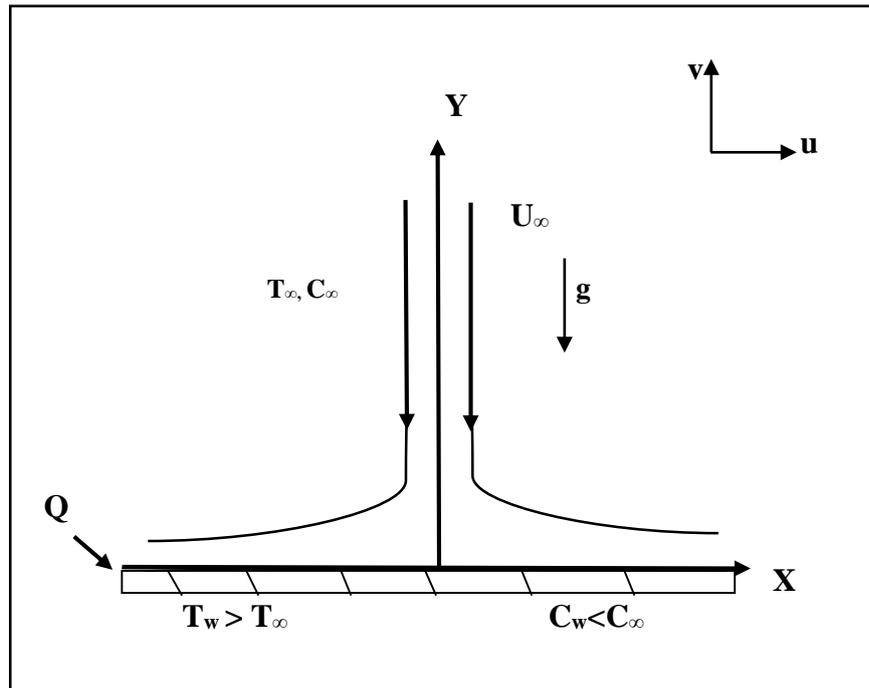


Figure III.1 Schématisation de modèle physique

II.3. Equations générales de conservation

Les équations générales de conservation pour les écoulements laminaires s'écrivent comme suite :

Equation de continuité

Cette équation est déduite du principe de conservation de masse, L'équation de continuité est-elle s'exprime comme suit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \bar{\nabla} \cdot \bar{V} = 0 \quad \text{II.1}$$

Écoulement permanent (stationnaire) : $\partial \rho / \partial t = 0$

Le fluide est incompressible : $\rho = cst$

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \text{II.2}$$

Equation de conservation de quantité de mouvement

En mécanique des fluides, l'équation de bilan de la quantité de mouvement découle du principe fondamental de la dynamique appliquée à un fluide. Avec l'équation de conservation de la masse

et l'équation de la chaleur elle fait partie des équations de Navier-Stokes est donnée par :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} P + \nu \vec{\nabla}^2 \vec{V} + \rho \vec{g} \quad \text{II.3}$$

Écoulement permanent $\partial \vec{V} / \partial t = 0$

Avec : ν désigne la viscosité cinématique de fluide :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Equation d'énergie

La conservation de l'énergie est un principe physique, selon lequel l'énergie totale d'un système isolé est invariante au cours du temps :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) T = \alpha \nabla^2 T \quad \text{II.4}$$

Equation de concentration

L'équation de concentration est obtenue par l'application de la formule Suivante :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) C = D_m \nabla^2 C \quad \text{II.5}$$

II.4. Hypothèses simplificatrice

Les équations mathématiques qui régissent le phénomène, pour la modélisation du problème la gestion de ces équations dans leur état est très difficile. Pour la modélisation du problème, nous adoptons les hypothèses suivantes :

- L'écoulement du fluide, les transferts de chaleur et de masse sont permanents et le régime est laminaire.
- Le fluide est newtonien et incompressible.
- Les propriétés thermo physiques du fluide (μ , C_p , α , D_m) sont constantes.
- La dissipation visqueuse est négligeable.
- Le système présente de source de chaleur.
- La plaque est imperméable.

➤ Les effets Soret et Dufour (interactions entre le transfert de chaleur et de masse) sont négligeables.

➤ L'approximation de Boussinesq est valide, celle-ci consiste à considérer que les variations de masse volumique sont négligeables au niveau de tous les termes des équations de quantités de mouvement ($\rho = \rho_\infty$), sauf au niveau du terme de gravité. La variation de la masse volumique ρ en fonction de la température et de la concentration est donnée par : [30]

$$\rho(C, T) = \rho_\infty \left[1 - (\beta_T (T - T_\infty) + \beta_S (C - C_\infty)) \right] \quad \text{II.6}$$

β_T : représente le coefficient de dilatation thermique du fluide, il est défini par :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_\infty} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)$$

β_S : représente le coefficient de dilatation massique du fluide, il est défini par :

$$\beta_S = -\frac{1}{\rho_\infty} \left(\frac{\partial \rho}{\partial C} \right)$$

Les hypothèses de couche limite :

$$u \gg v \quad \frac{\partial v}{\partial x} \ll 0 \quad \frac{\partial v}{\partial y} \ll 0 \quad \text{II.7}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} \gg \frac{\partial u}{\partial x} \quad \frac{\partial T}{\partial y} \gg \frac{\partial T}{\partial x} \quad \text{II.8}$$

II.5. Equation de conservation dimensionnelles

Pour mettre le système d'équations précédent sous une forme adimensionnelle, S'exprimer la réalité des phénomènes physiques indépendamment des systèmes de mesures, les équations régissant de l'écoulement en coordonnée cartésienne s'écrit comme suit :

Equation de continuité

$$\text{div}(\vec{v}) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \text{II.9}$$

Equation de quantité de mouvement

La projection Selon (o ; x) :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad \text{II.10}$$

La projection Selon (o ; y)

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g \beta_T (T - T_\infty) + g \beta_S (C - C_\infty) \quad \text{II.11}$$

Une fois simplifiées l'équations de mouvement en dérivées l'équation (1) par rapport à (y), et l'équation (2) par rapport à (x), Après soustraction de l'équation (II.10) - (II.11). On obtient l'équation finale de mouvement comme suite :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \text{II.12}$$

Equation d'énergie

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{Q_0}{\rho C_p} (T - T_\infty) \quad \text{II.13}$$

Equation de concentration

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D_m \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \quad \text{II.14}$$

Condition aux limites

$$v(x, 0) = 0 \quad T(x, 0) = T_w \quad C(x, 0) = C_w \quad \text{II.15}$$

$$v(x, \infty) = v(x, y) \quad T(x, \infty) = T_\infty \quad C(x, \infty) = C_\infty \quad \text{II.16}$$

II.6. Formulation adimensionnelle

Pour obtenir la solution de similarité, nous introduisons les transformations de similarité suivantes.

$$\eta = \left(\frac{a}{\nu} \right)^{\frac{1}{2}} y \quad \Psi = (a\nu)^{\frac{1}{2}} xf(\eta) \quad \text{II.17}$$

$$\theta(\eta) = \frac{(T - T_\infty)}{(T_w - T_\infty)} \quad \phi(\eta) = \frac{(C - C_\infty)}{(C_w - C_\infty)} \quad \text{II.18}$$

Ou η est la variable de similarité indépendante, θ est la température sans dimension et Ψ est la fonction de flux définie comme suit :

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \qquad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \qquad \text{II.19}$$

En développant u et v, on trouve :

$$u = axf'(\eta) \qquad v = (-av)^{\frac{1}{2}} f'(\eta) \qquad \text{II.20}$$

Ensuite :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = af'(\eta) \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = ax \left(\frac{a}{v} \right)^{\frac{1}{2}} f''(\eta) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = ax \left(\frac{a}{v} \right) f'''(\eta) \qquad \text{II.21}$$

Ainsi, on introduit les expressions suivantes

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial T}{\partial y} = \left(\frac{a}{v} \right)^{\frac{1}{2}} \Delta T \theta' \qquad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \left(\frac{a}{v} \right) \Delta T \theta'' \qquad \text{II.22}$$

$$\frac{\partial C}{\partial y} = \left(\frac{a}{v} \right)^{\frac{1}{2}} \Delta C \phi' \qquad \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} = \left(\frac{a}{v} \right) \Delta C \phi'' \qquad \text{II.23}$$

Une fois simplifiées, les équations de mouvement aux dérivées partielles sont réduites à des équations différentielles ordinaires comme suit :

$$f''' + ff'' + (1 - f'^2) = 0$$

II.24

$$\theta'' + \text{Pr} f \theta' + Q \text{Pr} \theta = 0 \qquad \text{II.25}$$

$$\phi'' + \text{Le Pr} f \phi' = 0 \qquad \text{II.26}$$

Avec (Q) paramètre de source de chaleur, s'exprime comme suite

$$Q = \frac{Q_0}{\rho C_p \Delta T a}$$

Q_0 : puissance thermique volumique [W/m^3]

ΔT : différence de température [K]

(') : définie une différentielle par rapport à η .

Condition aux limites

Les conditions aux limites en réécrire comme suite :

$$f(0) = 0 \qquad f'(0) = 0 \qquad \theta(0) = 1 \qquad \phi(0) = 1 \quad \text{II.27}$$

$$f'(\infty) = 1 \qquad \theta(\infty) = 0 \qquad \phi(\infty) = 0 \qquad \text{II.28}$$

Pour les besoins ultérieurs de cette étude nous définissons les grandeurs physiques suivantes, qui sont le coefficient de frottement C_f , le Nusselt local Nu_x ainsi que le Sherwood local Sh_x .

$$C_f = \frac{\tau_w}{\rho \frac{u_\infty^2}{2}} \qquad Nu_x = \frac{xq_w}{k(T_w - T_\infty)} \qquad Sh_x = \frac{x\dot{m}_w}{D(C_w - C_\infty)} \quad \text{II.29}$$

Où, τ_w représente la contrainte de cisaillement à la paroi, q_w le flux de chaleur transmis par la paroi au fluide et \dot{m}_w le flux de mass échangé, définis comme suit :

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \qquad q_w = -k \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \qquad \dot{m}_w = -D \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=0} \quad \text{II.30}$$

Pour adimensionnaliser les quantités physiques précédentes nous introduisons le changement de variable défini auparavant, de ce fait on obtient :

$$\frac{1}{2} C_f \text{Re}_x^{1/2} = f''(0) \qquad Nu_x / \text{Re}_x^{1/2} = -\theta'(0) \qquad Sh_x / \text{Re}_x^{1/2} = -\phi'(0) \quad \text{II.31}$$

II.7. Les nombres adimensionnels

Dans notre étude, nous prévoyons d'utiliser plusieurs nombres adimensionnels, que nous souhaitons définir ci-dessous.

➤ Nombre de Prandtl :

C'est un nombre adimensionnel. Il représente le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement (ou viscosité cinématique et la diffusivité thermique). Sa formule est la suivante :

$$\text{Pr} = \left(\frac{\nu}{\alpha} \right)$$

- ν : est la viscosité cinématique (m^2/s)
- α : Diffusivité thermique (m^2/s)

➤ Nombre de Lewis :

Le nombre de Lewis est défini comme le rapport entre la diffusivité thermique et la diffusivité de masse. Il est utilisé pour caractériser les écoulements de fluide en cas de transfert simultané de chaleur et de masse.

Le nombre de Lewis est défini comme :

$$Le = \frac{\alpha}{D_m}$$

D_m : diffusivité massique (m^2/S)

➤ Nombre de Nusselt :

Est un nombre adimensionnel utilisé dans les opérations de transfert thermique. Il représente le rapport entre le transfert thermique convectif et le transfert thermique conductif à travers une interface (souvent fluide/solide). On le définit de la manière suivante.

$$Nu = \frac{h_c L}{\lambda}$$

- h_c : est le coefficient de transfert de chaleur [$W/m^2 K$].
- λ : est une conductivité thermique du fluide [W/mK].

➤ Nombre de Reynolds :

Représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Ce nombre sans dimension apparaît naturellement en dimensionnant les équations de Navier-Stokes. On le définit de la manière suivante :

$$Re = \frac{vL}{\nu}$$

- v : vitesse caractéristique du fluide [m/s].
- L : dimension caractéristique [m].

II.8. Equations différentielles ordinaires

Les équations différentielles ordinaires décrivent des phénomènes en constante évolution et sont utilisées comme modèles dans les domaines des mathématiques, des sciences et de l'ingénierie. Un système d'équations différentielles peut avoir de nombreuses solutions. Habituellement, une solution d'intérêt est déterminée en spécifiant les valeurs de toutes ses composantes à un seul point ($x = a$), ce qui est appelé un problème aux valeurs initiales (IVP). Cependant, dans de nombreuses applications, la solution est déterminée de manière plus complexe.

Un problème de valeur aux limites (BVP) définit des valeurs ou des équations pour les composantes de la solution à plus d'un point. Contrairement aux IVP, un BVP peut ne pas avoir de solution, en avoir un nombre fini ou même en avoir une infinité. Par conséquent, les programmes de résolution des BVP exigent des utilisateurs de fournir une estimation de la solution souhaitée. Il existe souvent des paramètres qui doivent être déterminés de manière à ce que le BVP ait une solution [31].

Ce qui suit explique comment formuler, résoudre et tracer la solution d'un BVP à l'aide du programme `bvp4c`. L'objectif est de faciliter autant que possible la résolution d'un problème de BVP typique.

II.9. Problème de valeur aux limites

Si la fonction f est continue sur l'intervalle $[a, b]$, le problème de valeur initiale $y' = f(x, y)$, avec $y(a)$ donné, possède une solution unique. Les problèmes de valeur aux limites à deux bouts sont illustrés par l'équation :

$$y'' + y = 0 \tag{II.32}$$

Avec les conditions aux limites suivantes : $y(a) = A$, $y(b) = B$

Une manière d'analyser ces problèmes est de considérer une famille de solutions de IVP. Soit $y(x, s)$, la solution de l'équation (II.30) avec les valeurs initiales $y(a) = A$ et $y'(a) = s$.

Chaque $y(x, s)$ s'étend jusqu'à $x = b$, maintenant la question est de déterminer les valeurs des s pour lesquelles $y(b, s) = B$.

S'il existe une solution S pour cette équation algébrique, la valeur $y(x, s)$ correspondante constitue une solution de l'équation différentielle qui satisfait les deux conditions aux limites. En utilisant la linéarité, nous pouvons trier les possibilités aisément.

Soit $U(x)$ la solution définie par $y(a) = A$, $y'(a) = 0$ et $V(x)$ la solution définie par $y(a) = 0$, $y'(a) = 1$. La linéarité implique que $y(x, s) = U(x) + sV(x)$, et la condition à la limite $B = y(b, s) = U(b) + sV(b)$, n'est autre qu'une équation algébrique linéaire qui définit la pente initiale inconnue s .

II.10. Méthode numérique

En général, pour résoudre ce type de problème, la méthode la plus couramment utilisée par les ingénieurs est la méthode de Runge-Kutta avec une technique de tir, ce qui peut surprendre car la routine `bvp4c` n'est pas un code basé sur la technique de tir (shooting method).

En réalité, `bvp4c` utilise une méthode de collocation pour résoudre les problèmes de valeurs aux limites de la forme suivante :

$$y' = f(x, y, p) \quad a \leq x \leq b \quad \text{II.33}$$

Avec les conditions aux limites :

$$g(y(a), y(b), p) = 0 \quad \text{II.34}$$

Ici p est un vecteur de paramètres inconnus. Par souci de simplicité, il n'est pas pris en compte dans les expressions qui suivent. La solution approximative $S(x)$ est une fonction polynomiale d'ordre trois continue sur chaque sous-intervalle $[x_n, x_{n+1}]$ du maillage $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ qui satisfait les conditions aux limites suivantes

$$g(s(a), s(b)) = 0 \quad \text{II.35}$$

Et qui satisfait les équations différentielles (polynômes de collocation) aux deux extrémités et le point médian de chaque sous-intervalle :

$$s'(x_n) = f(x_n, s(x_n)) \quad \text{II.36}$$

$$s'((x_n + x_{n+1})/2) = f((x_n + x_{n+1})/2, s((x_n + x_{n+1})/2)) \quad \text{II.37}$$

$$s'(x_{n+1}) = f(x_{n+1}, s(x_{n+1})) \quad \text{II.38}$$

Ces conditions conduisent à un système d'équations algébriques non linéaires pour les coefficients définissant $S(x)$. A la différence de la technique de tir, la solution $y(x)$ est évaluée sur tout l'intervalle $[a, b]$ avec prise en compte des conditions aux limites à tous moments.

La méthode de base de `bvp4c` est une méthode aux différences finies qui implémente la formule de Lobatto à trois étapes de collocation. Il peut être démontré, que $S(x)$ est une approximation de quatrième ordre pour une solution isolée $y(x)$, c'est à dire, $\|y(x) - s(x)\| \leq ch^4$

Ici, h est la valeur maximale du pas $h_n = x_{n+1} - x_n$ et (c) est une constante. Nous insistons sur le fait important que cette borne est vraie pour tout x dans l'intervalle $[a, b]$, ce qui n'est pas le cas pour certaines méthodes de collocation populaires. Après $s(x)$ est calculé sur un maillage avec `bvp4c`.

En raison du fait que les problèmes de valeurs aux limites peuvent avoir plus d'une solution, les codes de résolution obligent ses utilisateurs à fournir une estimation pour la solution souhaitée. L'estimation comprend une estimation d'un maillage initial, les codes ensuite adaptent le maillage de manière à obtenir une solution numérique précise avec un nombre réduit de noeuds. La partie la plus ardue pour résoudre un BVP est l'estimation en elle-même puisque réussir à trouver une approximation adéquate du premier est extrêmement difficile. Venir avec suffisamment bonne supposition est souvent la partie la plus difficile.

Le code `bvp4c` adopte une approche inhabituelle pour le contrôle d'erreur qui lui permet de remédier aux mauvaises suppositions. Le fait que $S(x)$ est régulière sur $[a, b]$ ainsi que les collocations aux extrémités de chaque sous-intervalle implique que la dérivée $S(x)$ est également continue sur l'intervalle $[a, b]$ ce qui induit à un résiduel noté $r(x)$ dans l'équation différentielle défini par :

$$r(x) = s'(x) - f(x, s(x)) \quad \text{II.39}$$

Autrement dit, $s(x)$ est la solution exacte des équations différentielles ordinaires perturbées.

$$s'(x) = f(x, s(x) + r(x)) \quad \text{II.40}$$

De même, le résidu dans les conditions aux limites est $g(s(a), s(b))$.

La routine `bvp4c` contrôle les tailles de ces résidus, si ces derniers sont uniformément petits, $S(x)$ s'avère être une bonne solution dans le sens que c'est la solution exacte d'un problème relativement proche de celui fourni au solveur. La routine est basée sur des algorithmes plausibles, même lorsque le maillage initial est non satisfaisant, elle continue à fournir des résultats corrects quand h tends vers 0. [32]

II.11. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons brièvement rappelé certaines notions concernant les équations différentielles ordinaires, et nous avons présenté de manière concise la méthode utilisée par le programme de résolution `bvp4c`.

Dans le chapitre suivant, nous commencerons à présenter les résultats obtenus, ainsi que leur analyse et leur interprétation.

Chapitre III

Résultats et Discussion

Résultats et Discussion

III. 1. Introduction

Dans ce chapitre, nous exposons les résultats de l'étude numérique portant sur la convection mixte double diffusive. Cette étude concerne un écoulement de fluide binaire visqueux sur une plaque plane horizontale, dans un cadre stationnaire et bidimensionnel. Pour cette étude, nous avons employé les équations de Navier-Stokes, de la chaleur et du transfert de masse dans un domaine proche de la surface de la plaque. L'objectif était de mettre en évidence le développement des couches limites.

En raison de la présence d'un transfert thermique, il existe un couplage entre les aspects dynamiques, thermiques et massiques du problème. L'étude se concentre, d'une part, sur l'influence de la variation du nombre de Prandtl (Pr) et de la source de chaleur (Q) sur les aspects dynamiques, thermiques et massiques de l'écoulement le long de la paroi. Pour cette étude nous avons utilisé les équations de Navier-Stokes et de l'énergie et de concentration simplifiées au voisinage de la paroi pour mettre en évidence le développement de la couche limite.

III.2. Discussion des résultats

Une étude paramétrique a été réalisée selon la méthode décrite précédemment, et un ensemble représentatif des résultats graphiques a été obtenu pour la vitesse $f(\eta)$, la température $\Theta(\eta)$ et la concentration $\phi(\eta)$ adimensionnelles. L'effet des différents paramètres de contrôles sera exposé en détails pour chaque graphique

III.2.1 Champ dynamique

Cette section concerne uniquement les résultats issus de la résolution de l'équation du mouvement. La variation de la distribution de la vitesse adimensionnelle suivant la variable de similarité η , pour mieux suivre le développement des champs dynamiques nous présentons les profils des vitesses suivants :

➤ Effet de profil f en fonction de η :

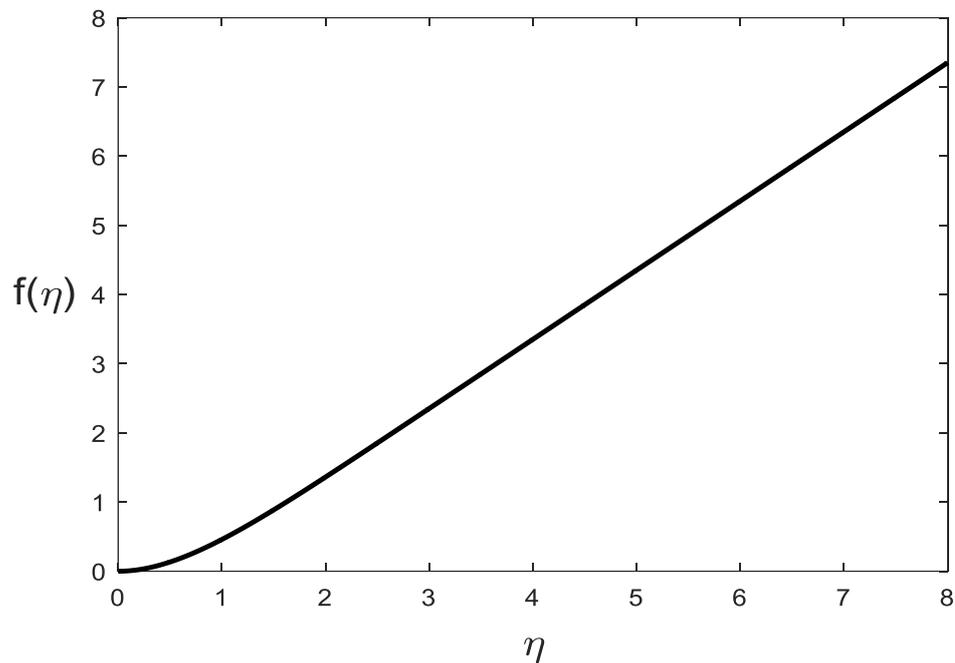


Figure IV.1 Le profil de vitesse f en fonction de la variable adimensionnel(η)

La figure au-dessus présente la variation de la vitesse adimensionnelle avec différentes valeurs de paramètre de convection mixte et mouvement, on constate que la vitesse adimensionnelle $f(\eta)$ augmente avec augmentation de la variable de similarité η

➤ Effet de profil f' en fonction de η :

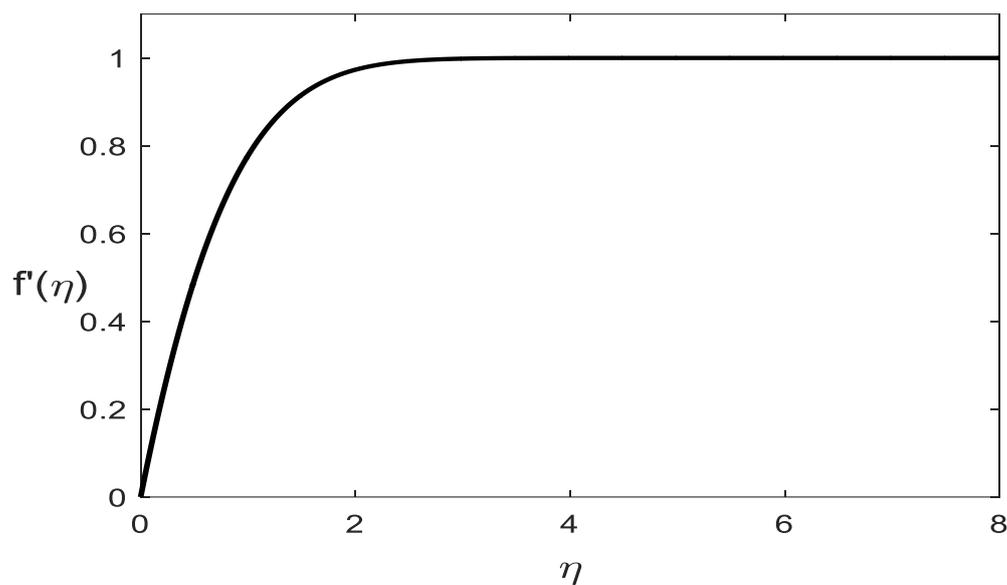


Figure IV.2 Le profil de vitesse f' en fonction de la variable adimensionnel(η)

Illustre la variation de la vitesse adimensionnelle en fonction de la variable de similarité η , cela signifie que l'augmentation de ce paramètre implique une augmentation du profil de vitesse.

III.2.2 Champ thermique

Les profils de température pour différentes valeurs de nombre de Pr et source de chaleur Q sont représentés sur les figures suivantes :

➤ Effet de nombre de Prandtl Pr sur profil θ en fonction de η :

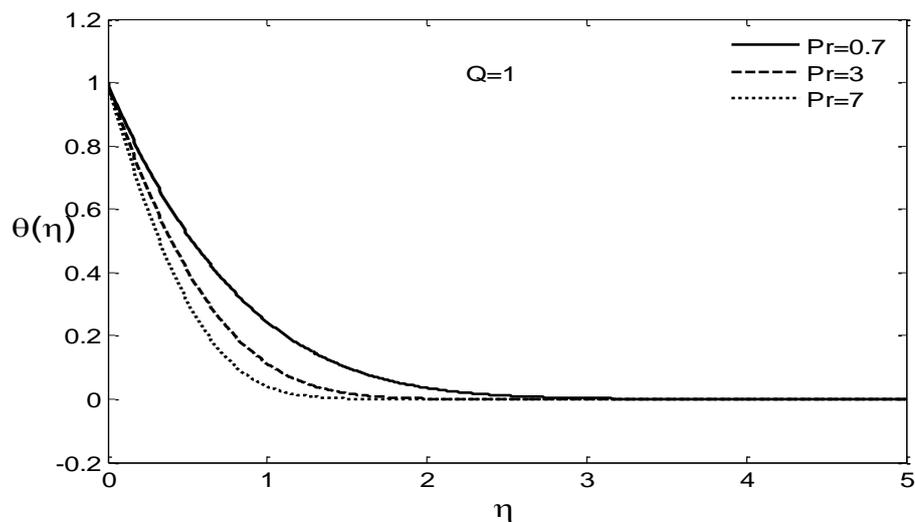


Figure IV.3 Influence de nombre de Prandtl sur le profil de température θ

La variation de la température adimensionnelle en fonction de la variable auxiliaire (η) pour les différentes valeurs de nombre de Prandtl Pr (0.7, 3, 7) sont illustrées dans la figure (IV.3). On remarque que le gradient de température diminue avec l'augmentation de nombre de Prandtl et cela pour des petites valeurs de la η , mais par contre pour les grandes valeurs de on remarque l'effet inverse, et on remarque un étirement de l'épaisseur de la couche limite thermique avec l'augmentation η .

➤ Effet de source de chaleur Q sur profil θ' en fonction de η :

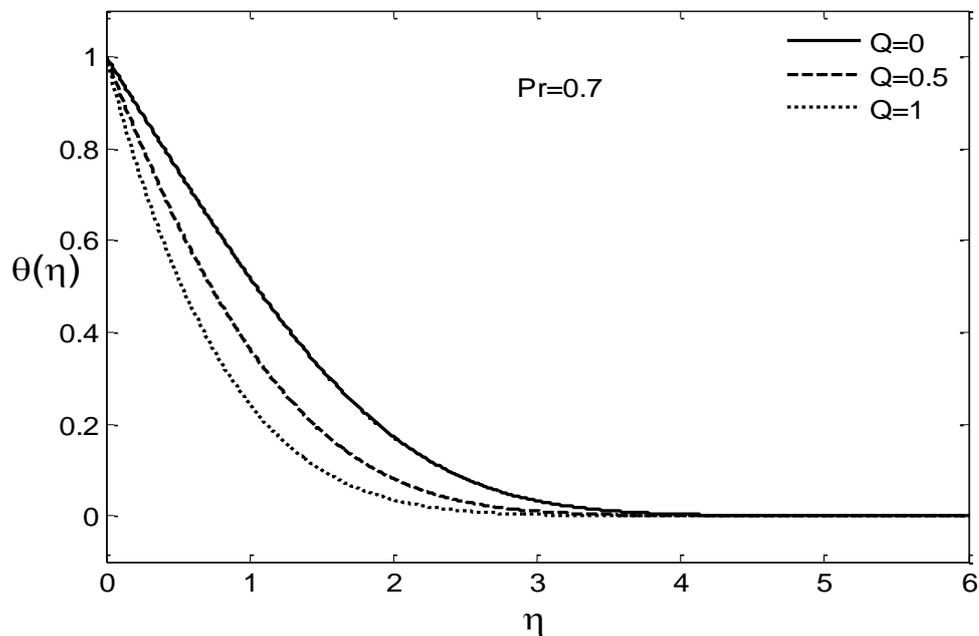


Figure IV.4 Influence de Q source de chaleur sur le profil de température θ

La variation de la température adimensionnelle en fonction de la variable auxiliaire (η) pour les différentes valeurs de source de chaleur Q (0, 0.5, 1) sont illustrées dans la figure (IV.4). On remarque que le gradient de température diminue avec l'augmentation de Q source de chaleur et cela pour des petites valeurs de la η , mais par contre pour les grandes valeurs de on remarque l'effet inverse, et on remarque un étirement de l'épaisseur de la couche limite thermique avec l'augmentation η .

III.2.3 Champ de concentration

Les profils de concentration pour différentes valeurs de nombre de Pr et nombre de (Le) sont représentés sur les figures suivantes :

➤ Effet de nombre de Prandtl Pr sur profil ϕ en fonction de η :

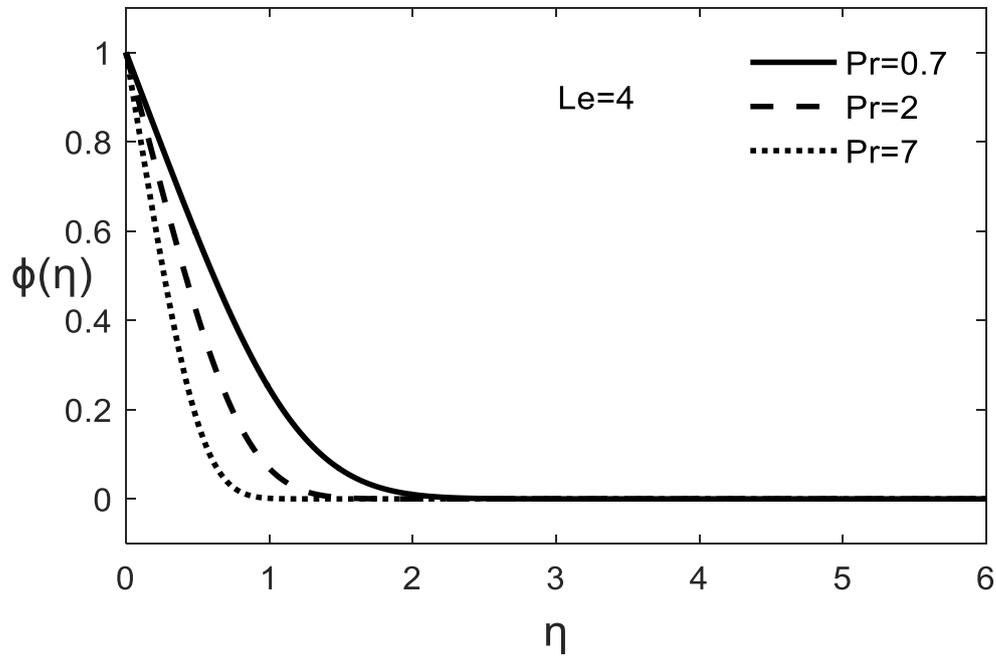


Figure IV.5 Influence de nombre de Prandtl Pr sur le profil de concentration ϕ

La variation de la concentration adimensionnelle en fonction de la variable auxiliaire (η) pour les différentes valeurs de nombre de Prandtl Pr (0.7, 2, 7) sont illustrées dans la figure (IV.5). On remarque que le gradient de concentration diminue avec l'augmentation de nombre de Prandtl et cela pour des petites valeurs de la η , mais par contre pour les grandes valeurs de on remarque l'effet inverse, et on remarque un étirement de l'épaisseur de la couche limite thermique avec l'augmentation η .

➤ **Effet de nombre de Prandtl Pr sur profil ϕ en fonction de η :**

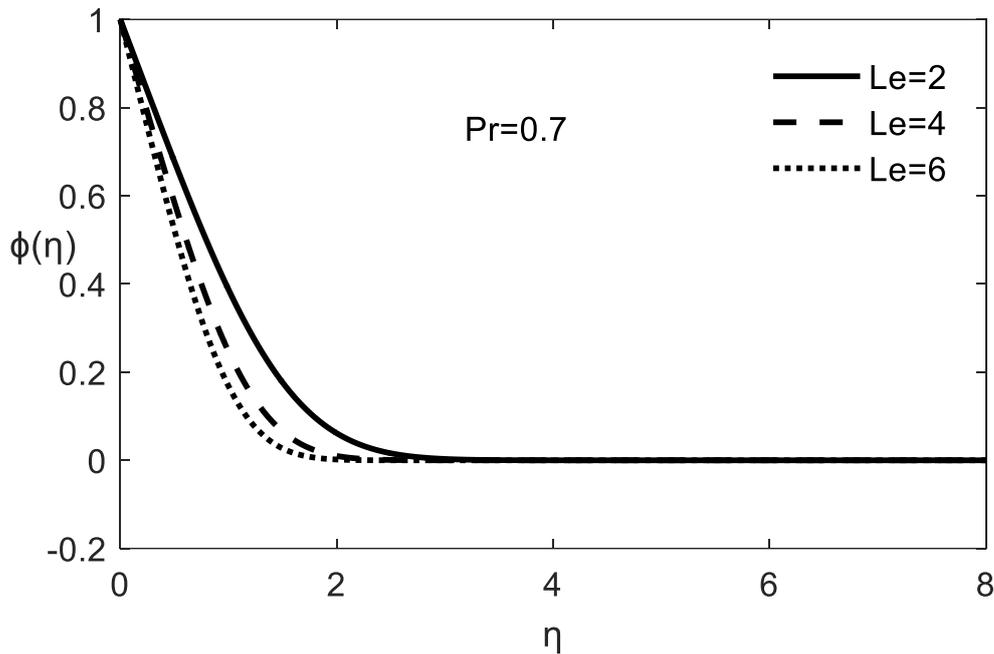


Figure IV.6 Influence de nombre de Lewis Le sur le profil de concentration ϕ

La variation de la Concentration adimensionnelle en fonction de la variable auxiliaire (η) pour les différentes valeurs de nombre de Lewis Le (2, 4, 6) sont illustrées dans la figure (IV.6). On remarque que le gradient de température diminue avec l'augmentation de nombre de Lewis Le et cela pour des petites valeurs de la η , mais par contre pour les grandes valeurs de on remarque l'effet inverse, et on remarque un étirement de l'épaisseur de la couche limite thermique avec l'augmentation η .

Coefficient de frottement

Profil du coefficient de frottement à la paroi s'exprime comme suite :

$$\frac{1}{2} C_f \text{Re}_x^{1/2} = f''(0)$$

Alors on aura : $f''(0) = 1.2326 = CST$

Donc Influence de coefficient de frottement a la paroi elle est constante

Nombre du Nusselt

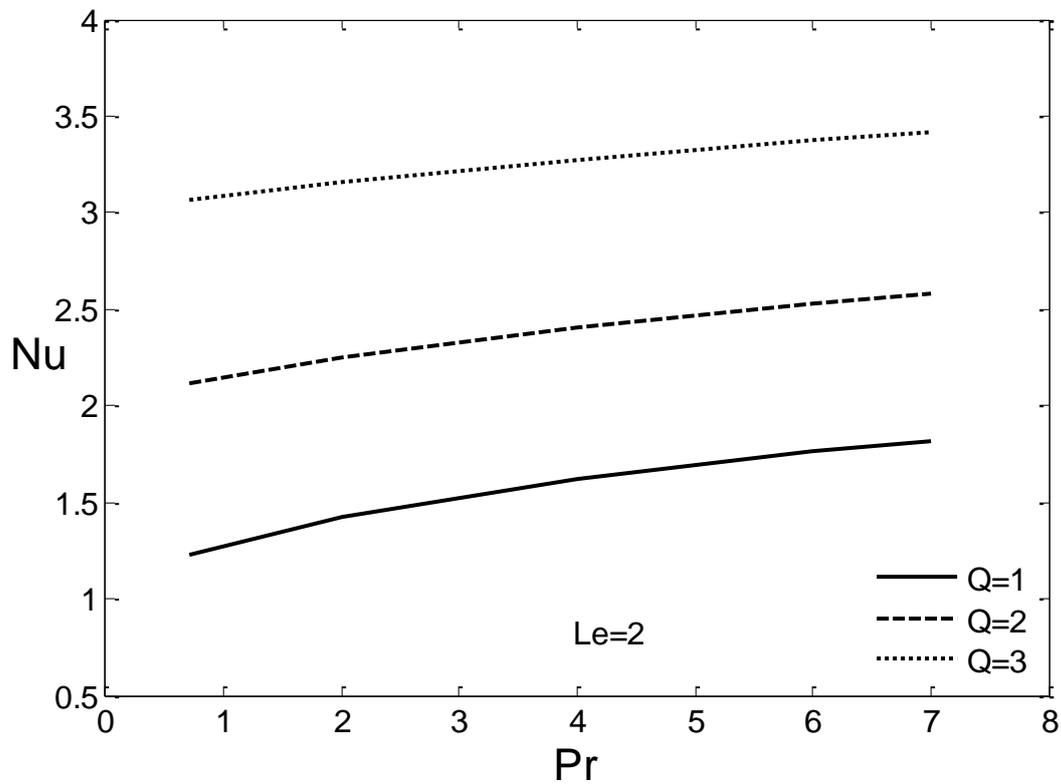


Figure IV.7 Profil du Nusselt à la paroi en fonction de Pr pour différentes valeurs du paramètre de source de chaleur (Q)

La figure IV.10 montre la variation du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Prandtl. On remarque que les valeurs de Nusselt augmentent pour toute augmentation du nombre de Prandtl pour différentes valeurs du paramètre de source de chaleur $Q=1, 2, 3$.

Nombre du Sherwood

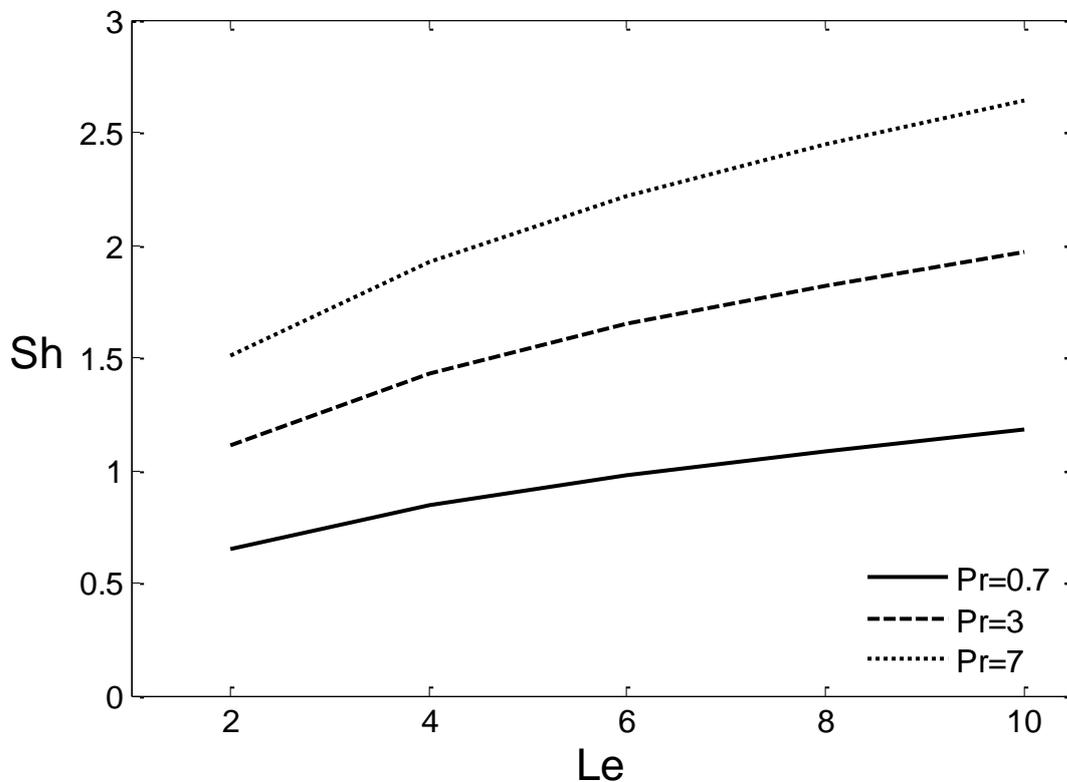


Figure IV.8 Profil du Sherwood à la paroi en fonction de Le pour différentes valeurs du nombre de Prandtl

La figure IV.11 montre la variation de nombre de Sherwood en fonction du nombre de Lewis, pour différents paramètres de nombre de Prandtl. On remarque qu'il augmente significativement pour toute augmentation du nombre de Lewis et pour différentes valeurs du paramètre de nombre de Prandtl $Pr=0.7, 3, 7$.

III. 3. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié les comportements d'une couche limite dynamique, thermique et massique pour un jet impactant sur une plaque plane horizontale, à savoir l'influence du nombre de Lewis et du nombre de Prandtl et du paramètre de source de chaleur sur le développement de la couche limite thermique, dynamique et massique. Les profils des vitesses, températures et des concentrations sont tracés en fonction de (η) pour étudier les effets du nombre de Prandtl (Pr), du nombre de Lewis (Le) et du paramètre de source de chaleur (Q), de même pour le transfert de chaleur

caractérisé par le coefficient de frottement, le nombre de Nusselt, ainsi que le nombre de Sherwood, pour analyser la structure de couche limite. Les résultats obtenus à propos de cette étude sont analysés et discutés. Il est vérifié que l'épaisseur d'une couche limite varie avec la variation des paramètres de (Pr) (Le) (Q) .

Conclusion Générale

Conclusion Générale

Cette étude se concentre sur l'analyse de la convection mixte double diffusive le long d'une plaque horizontale, en mettant particulièrement l'accent sur les mécanismes de transfert qui se produisent près du point de stagnation. Pour cette raison, nous avons jugé approprié d'effectuer une étude de la couche limite.

La modélisation mathématique de ce phénomène physique repose sur les équations de conservation de la quantité de mouvement, de l'énergie et de concentration. En utilisant une analyse de similarité, ces équations sont réduites à un système d'équations aux dérivées ordinaires qui prennent la forme d'un problème de valeurs aux limites. Pour résoudre numériquement ces équations, nous utilisons une routine intégrée dans le logiciel de programmation appelée `bvp4c`. Cette méthode utilise des différences finies et met en œuvre la formule de Lobatto à trois étapes de collocation. Ainsi, le polynôme de collocation fournit une solution continue dans l'intervalle d'intégration avec une précision d'ordre quatre.

Pour notre étude nous avons varié une gamme de paramètre, le nombre de Prandtl, le nombre de Lewis et le paramètre de source de chaleur pour tracer des profils de température, de vitesse, et de concentration, le coefficient de frottement, nombre de Nusselt, et le nombre de Sherwood.

Ainsi, nous sommes arrivés aux conclusions suivantes :

- La vitesse de l'écoulement augmente avec l'augmentation de la variable de similarité η
- L'épaisseur de la couche limite dynamique augmente avec l'augmentation de la variable de similarité η
- L'épaisseur de la couche limite thermique diminue avec l'augmentation de la variable de similarité η , pour les différentes valeurs de nombre de Prandtl Pr (0.7, 3, 7)
- L'épaisseur de la couche limite thermique diminue avec l'augmentation de la variable de similarité η , pour les différentes valeurs de source de chaleur Q (0, 0.5, 1)
- L'épaisseur de la couche limite massique diminue avec l'augmentation de la variable de similarité η , pour les différentes valeurs de nombre de Lewis (2, 4, 6) et nombre de Prandtl Pr (0.7, 2, 7)
- L'influence de coefficient de frottement à la paroi elle est constante
- Le nombre de Nusselt augmente pour toutes augmentations de nombre de Prandtl pour différentes valeurs du paramètre de source de chaleur Q

- Le nombre de Sherwood augmente pour toutes augmentation de nombre de Prandtl et le nombre de Lewis.

Références Bibliographique

Références Bibliographiques

- [1] R.Leleu. « Transfert de chaleur ». Techniques de l'ingénieur, J 1080, 1992.
- [2] studocu.fr, ecole-nationale-superieure-de-mecaniques-et-des-microtechniques, Généralités sur le transport et le transfert de l'énergie thermique
- [3] (en) douglas A. skoog, donald M.west, F. james holler, stanley R. crouch,fundamentals of analytical chemistry, 1964,1072 P.
- [4] Chemical vapor deposition, proveedings of the fourteenth international conference and eurocvd-11, proceedings volume 97-25, copyright 1997 by the electrochemical society, inc, all rights reserved.
- [5] Ali agha hamza Adapté par D. Sadaoui, cours 3 ème Licence, Energétique & Construction Mécanique, universite Abderrahmane MIRA BEJAIA Faculté de Technologie Département de Génie Mécanique,2020
- [6] Patrice bacchin, La physico-chimie en mouvement : phénomènes de transport, Université Paul Sabatier (Toulouse III) – France
- [7] Faculte des sciences de l'ingeniorat departement de genie mecanique mémoire, contribution à l'étude dynamique de la couche limite laminaire autour d'un obstacle,2014-2015
- [8] T. S. Chen, C. F. Yuh, Combinedheat and mass transfer in mixed convection vertical and inclined plates, Int.J.Heat Mass Transfer, (1979), 23, 527-537.
- [9] Incropera, D.Dewitt, T. Bergman, A.Lavine."Fundamentals of Heat and Mass Transfert". New York : Wiley, 6 edition;(2007).
- [10] Julien Dubois. Etude expérimentale de jets libres, compressibles ou en présence d'un obstacle. Energie électrique. Aix-Marseille Université, 2010. Français.

- [11] Etude expérimentale et numérique d'un jet d'air impactant une plaque plane chauffée, B. Kissi¹, A. Draoui², L. El Bakkali¹, F. Candelier³, reçu : 26 janvier 2009 ; version révisée acceptée : 31 mai 2009
- [12] Mohamed El Bachir Hicher, Etude numérique d'un jet impactant sur une paroi plane, université de biskra, juillet 2019,
- [13] Y ZHENG, S KILL, JE JOHNSON, Pilot scale jet bubbling reactor for wet flue gas desulphurisation, Chemical engineering science, 2003 Elsevier
- [14] Nawel amatousse, Nadia Mehidi & Mustapha Amaouche, Nawel Amatousse, Nadia Mehidi & Mustapha Amaouche, Grenoble, 27-31 août 2007
- [15] Cooper, d., Jackson, d. c., Launder, b. e. et Liao, g. x. **1993**. Impinging jet studies for turbulence model assessment –i. flow-field experiments. *int. j. heat mass transfer* 36(10), pp. 2675-2684.
- [16] CRAFT, T. J., GRAHAM, L. J. W. et LAUNDER, B. E. 1993. Impinging jet studies for turbulence model assessment - II. An examination of the performance of four turbulence models. *Int. J. Heat Mass Transfer* 36(10), pp. 2685-2697.
- [17] FABIEN, C. PHILIPPE, B. PHILIPPE, C. et ZAKARIA, G, 28-30 Aout 2007, Etude expérimentale d'un jet laminaire impactant une plaque plane chauffée, 13èmes journées internationales de thermique, Albi, France, pp.1-5.
- [18] Tej, a. smeti, m, jallouili. rouaba, k et attyaoui, S, **28-29 Avril 2010**, Simulation numérique du refroidissement d'un piston par un jet d'huile, 2ème Congrès international CIM, Sousse, Tunisie, pp.1-5.
- [19] Dairay, t, fortune, v, lamballais, e et brizzi, 29 Aout -29 Septembre 2011, Simulation numérique directe d'un jet impactant, 20ème Congrès Français de Mécanique, Besançon, France, pp.1-6.
- [20] DEL FRATE, L, GALASSI F M, C, AURIA, D, GALASSI, G, 12-15 September

2011.CFD Simulations of a Normally-Impinging Jet from a Circular Nozzle, International Conference Nuclear Energy for New Europe, Bovec, Slovenia.

[21]H.Ali, A. Abdenasser, Etude numérique du refroidissement d'une plaque chauffée par un jet l'impactant dans un canal, Mémoire de fin d'étude, université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou

[22] mark j. tummers, jeroen jacobse, sebastiaan g.j. voorbrood.2011. Turbulent flow in the near field of a round impinging jet.International Journal of Heat and Mass Transfer 54.pp. 4939–4948

[23] K. Stewartson, On the free convection from a horizontal plate, Z. Angew. Math. Phys. (ZAMP) 9a (1958) 276–282

[24] Numerical solution of ordinary differential equations, kendall atkinson, weimin han, david stewart university of iowa iowa city, iowa, a john wiley & sons, inc., publication

[25] Fabien, C. Philippe, B. Philippe, et G.Zakaria, 28-30 Aout 2007, Etude expérimentale d'un jet laminaire impactant une plaque plane chauffée, 13èmes journées internationales de thermique, Albi, France, pp.1-5.

[26] H.-T. Lin, W.-S. Yu and S.-L Yang, Taiwan, Mixed convection from a horizontal plate to fluids of any Prandtl number, W/irme- und Stofffibertragung 24, 225-234 (1989).

[27] G.Abhijit , K. Pradhan, Natural convection of non-Newtonian power-law fluids on a horizontal plate, International Journal of Heat and Mass Transfer ,volume 70, March 2014, pages 930-938

[28] Tian-Yih Wang, Mixed convection heat transfert from a horizontal plate to non-newtonian fluide, int. comm. heat mass transfer vol. 20, pp. 845-857, 1993 Printed in the US.

[29] F. Mendil, F. Nait Bouda, D. Sadaoui, Instability of opposing double diffusive convection in 2D boundary layer stagnation point flow, Int. J Thermal Sciences, (2015), 98,192-201.

[30] A.Oberbeck, Ueber die warmeleitung der flussigkeiten bei berucksichtigung der

Stromungen in folge von temperaturedifferenzen, Annalen der physikundChemie, 243(6):
271-292, 1879

[31] Non-negative solution to odes, article in applied mathematics and computation ·
november 2005.

[32] J. Kierzenka, Studies in the numerical solution of ordinary differential equations, these de
doctorat, Southern Methodist University, Dallas, TX, (1998).

Résumé

Dans ce présent travail, nous avons étudié un écoulement en convection mixte double diffusive de la couche limite induit par un jet impactant sur une paroi horizontale chauffée. Nous avons discuté et analysé l'effet de certains paramètres, y compris les conditions aux limites, dans notre étude. Cette étude se concentre sur l'influence de la variation du nombre de Prandtl et de la source de chaleur et nombre de Lewis sur les aspects dynamiques, thermiques et de concentration de l'écoulement de la couche limite qui se forme autour d'une plaque horizontale chauffée. Pour ce faire, nous utilisons des hypothèses simplificatrices et des équations simplifiées (Navier-Stokes et d'énergie et concentration) près de la paroi afin de mettre en évidence le développement de la couche limite. Le problème traité est résolu avec le code `bvp4c` à l'aide de la méthode des différences finies pour résoudre le système d'équations différentielles ordinaires qui modélisent le problème physique étudié.

Mots clés : convection mixte, couche limite, jet impactant, paroi horizontale, Transfer de chaleur, différences finies.

Abstract

In this present work, we have studied a double diffusive mixed convection flow of the boundary layer induced by a jet impinging on a heated horizontal wall. We have discussed and analyzed the effect of some parameters, including boundary conditions, in our study. This study focuses on the influence of the variation of the Prandtl number and the heat source and Lewis number on the dynamical, thermal and concentration aspects of the boundary layer flow that forms around a plate. horizontal heated. To do this, we use simplifying assumptions and simplified equations (Navier-Stokes and energy and concentration) near the wall in order to highlight the development of the boundary layer. The problem dealt with is solved with the `bvp4c` using the method of finite differences to solve the system of ordinary differential equations which model the physical problem studied.

Keywords: mixed convection, boundary layer, impinging jet, horizontal wall, heat transfer, finite differences.