# **Republique Algerienne Democratique et Populaire Ministere de l'Enseignement Superieur et de la recherche scientifique**

# UNIVERSITE ABDERRAHMANE MIRA BEJAIA FACULTE DE TECHNOLOGIE

#### DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de

#### MASTER

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

Par :

**CHABI** Charef

**CHACHOU** Laid

# Thème

#### ETUDE NUMERIQUE D'UN ECOULEMENT A SURFACE LIBRE EN PRESENCE D'UN OBSTACLE À DIFFÉRENTES GÉOMÉTRIES

Soutenu le 02/07/2024 devant le jury composé de :

Pr. D. SADAOUI

Dr. R. CHERFI

Dr. N. BOUTALBI

Président

Rapporteur

Examinateur

Année Universitaire 2023-2024

الجمه وريبة الجزائرية الديمقر اطيبة الشعبية

Populaire et Démocratique Algérienne République وزارة التعليه مالعلامي الحب ثالع ملي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



#### Déclaration sur l'honneur

# Engagement pour respecter les règles d'authenticité scientifique dans l'élaboration d'un travail de recherche

Arrêté ministériel n° 1082 du 27 Décembre 2020 (\*\*\*) fixant les règles relatives à la prévention et la lutte contre le plagiat

Je soussigné,

Nom :	CHABI
Prénom :	Charef Nacereddine
Matricule :	191933006464
Spécialité et/ou Option :	Énergétique
Département:	Génie Mécanique
Faculté:	Technologie
Année universitaire :	2023/2024

et chargé de préparer un mémoire de (Licence, Master, Autres à préciser) : Master

#### Intitulé : ETUDE NUMERIQUE D'UN ECOULEMENT A SURFACE LIBRE EN PRESENCE D'UN OBSTACLE À DIFFÉRENTES GÉOMÉTRIES

déclare sur l'honneur, m'engager à respecter les règles scientifiques, méthodologiques, et les normes de déontologie professionnelle et de l'authenticité académique requises dans l'élaboration du projet de fin de cycle cité ci-dessus.

> Fait à Béjaia le 30/06/2024 Signature de l'intéressé (\*) Lu et approuvé

الحجم هوريبة الحجز ائبرية البديبمقبر اطبيبة السعبية

Populaire et Démocratique Algérienne République وزارة التعليه مالعلامي الحبث العملي Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



#### Déclaration sur l'honneur

# Engagement pour respecter les règles d'authenticité scientifique dans l'élaboration d'un travail de recherche

Arrêté ministériel n° 1082 du 27 Décembre 2020 (\*\*) fixant les règles relatives à la prévention et la lutte contre le plagiat

Je soussigné,

Nom :	CHACHOU
Prénom :	Laid
Matricule :	191933006457
Spécialité et/ou Option :	Énergétique
Département:	Génie Mécanique
Faculté:	Technologie
Année universitaire :	2023/2024

et chargé de préparer un mémoire de (Licence, Master, Autres à préciser) : Master

#### Intitulé : ETUDE NUMERIQUE D'UN ECOULEMENT A SURFACE LIBRE EN PRESENCE D'UN OBSTACLE À DIFFÉRENTES GÉOMÉTRIES

déclare sur l'honneur, m'engager à respecter les règles scientifiques, méthodologiques, et les normes de déontologie professionnelle et de l'authenticité académique requises dans l'élaboration du projet de fin de cycle cité ci-dessus.

> Fait à Béjaia le 30/06/2024 Signature de l'intéressé (\*) Lu et approuvé

### Remerciements

On tient à exprimer notre profonde reconnaissance et nos sincères remerciements à notre encadreur Mr Cherfi Ryad pour nous avoir soutenue et guidé durant tout le long de ce travail.

On remercie le Pr. SADAOUI pour avoir accepté de présidé le jury et d'évaluer ce travail.

Un merci à Mr. BOUTALBI pour sa participation au jury.

*Enfin, on tient à remercier tous ceux qui de près ou de loin ont contribué à la réalisation de ce travail.* 

# Dédicaces

Je dédie ce travail à mes chers parents et toute ma famille, mes amis et collègues, ainsi que tous ceux qui m'ont aidé à finir ce mémoire.

Charef CHABI

## Dédicaces

Je dédie ce travail :

A ma mère et mon père qui me sont les plus chers au monde. A mes frères et sœurs, à ma famille. A tous mes amis et collègues. A tous ceux qui m'ont aidé à finir ce mémoire.

CHACHOU Laid

# Sommaire

•••••
i
v
vi
1

## Chapitre I : Généralités et synthèse bibliographique

I.1. Introduction	3
I.2. Generalités	3
I.2.1. Ecoulement a surface libre	3
I.2.2. Classification des écoulements	3
I.2.2.1. Variations dans le temps	4
I.2.2.2. Variations dans l'espace	5
I.2.3. Régime d'écoulement	5
I.2.4. Distribution des vitesses et des pressions dans un canal	8
I.2.5. Les phénomènes physiques	10
I.2.6. Singularités dans les canaux	11
I.3. Synthèse bibliographique	13
I.3.1. Etude numériques	13
I.3.2. Etudes expérimentales	16
I.4. Conclusion	18

## Chapitre II : Formulation générale et position du problème

II.1. Introduction	19
II.2. Position du problème	19
II.2.1. Configuration et paramètres du problème	19
II.2.2. Les nombres adimensionnels	21
II.3. Formulation mathématique	22

II.3.1. Equation de conservation de masse	
II.3.2. Equation de conservation de quantité de mouvement	
II.3.3. Conditions aux limites	
II.4. Adimensionnement des équations de Navier-Stokes	
II.5. Décomposition de Reynolds	
II.6. Modélisation de la surface libre	
II.7. Les modèles de turbulence pour un écoulement diphasique	
II.7.1. Modèle à zéro équation de type longueur de mélange	
II.7.2. Modèle à une équation (k-l)	
II.7.3. Modèle à deux équations (Modèle K-ε)	
II.8.Conclusion	

## Chapitre III : Simulation numérique

III.1. Introduction	
III.2. Méthode des volumes finis	
III.2.1. Méthode de résolution	
II.2.1.1. Discrétisation de l'équation générale de transport	
II.2.1.2. Discrétisation spatiale	
II.2.1.3. Couplage pression-vitesse	
II.2.1.4. Convergence	
III.3. Présentation de la configuration étudiée	
III.3.1. Présentation de la géométrie	
III.3.2. Maillage	
III.3.3. Conditions initiales	
III.3.4. Conditions aux limites	
III.3.5. Modèles de turbulence	
III.3.6. Modélisation des écoulements à surface libre	
III.3.7. Simulation numérique	
III.3.8. Paramètres des simulations des écoulements à surface libre	
III.3.9. Condition d'arrêt	
III.3.10. Convergence des calculs	
III.3.11. Description de l'expérience	
III.4. Conclusion	

## Chapitre IV : Résultats et interprétation

IV.1. Introduction	
IV.2. Choix du maillage	
IV.3. Validation du model numerique	
IV.3.1. Profil de la surface libre	47
IV.3.2. Profils des vitesses pour $Q = 60 l/s$	
IV.3.3. Profil des pressions sur l'interface pour Q=60 l/s	
IV.4. Résultats	
IV.4.1. Obstacle rectangulaire	50
IV.4.2. Obstacle triangulaire	56
IV.4.3. Obstacle demi circulaire	62
IV.5. Comparaison	68
IV.6. Conclusion	71
Conclusion générale	73
Références bibliographiques	74

# Liste des figures

Figure I.1 : écoulement permanent	1
Figure I.2 : écoulement non permanent	1
Figure I.3 : écoulements uniformes et variés (Wikipedia)	5
Figure I.4 : Distribution des vitesses dans les canaux	3
Figure I.5 : Un seuil dans un canal	l
Figure I.6 : Une vanne	2
Figure I.7 : déversoirs d'orages	2
Figure I.8 : Profiles des vitesses u ; v ;w	3
Figure I.9 : schéma et dimensions du model étudié14	1
Figure I.10 : Résultats numériques et expérimentales14	1
<b>Figure I.11 :</b> Effondrement d'une colonne d'eau en présence d'un obstacle à l'instant $t = 0.2s$	
	5
Figure I.12 : Effondrement d'une colonne d'eau en présence d'un obstacle à l'instant t =	
0.35s	5
Figure I.13 : Canal à surface libre utilisé pour cette expérience	5
Figure I.14 : Configuration du canal d'expérience	7
Figure I.15 : Forme des écoulements secondaires prés et loin de paroi latéral	3
Figure II.1 : Configuration du problème	)
Figure II.2 : La géometrie en tois dimensions	)
Figure II.3 : Domaine physique étudié	1
Figure III.1 : Volume de contrôle bidimensionnel	3
Figure III.2 : Schéma itératif avec l'algorithme SIMPLE	7
Figure III.3 : Domaine physique du canal	3
Figure III.4 : Maillage pour l'obstacle rectangulaire	)
Figure III.5 : Maillage pour l'obstacle triangulaire	)
Figure III.6 : Maillage pour l'obstacle demi-circulaire	)
Figure III.7 : Conditions aux limites imposées	1
Figure III.8 : évolution des résidus au cours des itérations	1
Figure IV.1 : Profil de la surface libre pour Q=60 l/s	7
<b>Figure IV.2 :</b> Profil des vitesses a $x = 0$ m	3
<b>Figure IV.3 :</b> Profil des vitesses a $x = 0.14$ m	3
<b>Figure IV.4 :</b> Profil des vitesses a $x = 0.28$ m	3

<b>Figure IV.5 :</b> Le champ de pression relative a l'interface pour Q=60 l/s	.49
Figure IV.6 : Contours des phases pour Q= 60 1/s	. 50
Figure IV.7 : Contours de pression pour Q=60 1/s	. 50
Figure IV.8 : Contours des vitesses u et v pour Q=60 l/s	. 50
Figure IV.9 : Contours des phases pour Q= 80 1/s	.51
Figure IV.10 : Contours de pression pour Q=80 l/s	.51
Figure IV.11 : Contours des vitesses u et v pour Q=80 l/s	.51
Figure IV.12 : Contours des phases pour Q= 100 l/s	. 52
Figure IV.13 : Contours de pression pour Q=100 l/s	. 52
Figure IV.14 : Contours des vitesses u et v pour Q=100 l/s	. 52
Figure IV.15 : Contours des phases pour Q= 120 l/s	. 53
Figure IV.16 : Contours de pression pour Q=120 l/s	. 53
Figure IV.17 : Contours des vitesses u et v pour Q=120 l/s	. 53
Figure IV.18 : Variation de la vitesse u pour les quatre débits Q=60 l/s, Q=80l/s ,Q=100 l/	s
,Q=120 l/s	. 54
Figure IV.19 : Variation de la vitesse v pour les quatre débits Q=60 l/s, Q=80l/s ,Q=100 l/	s
,Q=120 1/s	. 54
Figure IV.20 : Variation des profils de pression pour les quatre débits Q=60 l/s, Q=80l/s	
,Q=100 l/s ,Q=120 l/s	. 55
Figure IV.21 : Contours des phases pour Q= 60 1/s	. 56
Figure IV.22 : Contours de pression pour Q=60 1/s	. 56
Figure IV.23 : Contours des vitesses u et v pour Q=60 1/s	. 56
Figure IV.24 : Contours des phases pour Q= 80 1/s	.57
Figure IV.25 : Contours de pression pour Q=80 1/s	. 57
Figure IV.26 : Contours des vitesses u et v pour Q=80 l/s	.57
Figure IV.27 : Contours des phases pour Q= 100 l/s	.58
Figure IV.28 : Contours de pression pour Q=100 l/s	. 58
Figure IV.29 : Contours des vitesses u et v pour Q=100 l/s	. 58
Figure IV.30 : Contours des phases pour Q= 120 l/s	. 59
Figure IV.30 : Contours des phases pour Q= 120 l/sFigure IV.31 : Contours de pression pour Q=120 l/s	. 59 . 59
<ul> <li>Figure IV.30 : Contours des phases pour Q= 120 l/s</li> <li>Figure IV.31 : Contours de pression pour Q=120 l/s</li> <li>Figure IV.32 : Contours des vitesses u et v pour Q=120 l/s</li> </ul>	. 59 . 59 . 59
<ul> <li>Figure IV.30 : Contours des phases pour Q= 120 l/s</li> <li>Figure IV.31 : Contours de pression pour Q=120 l/s</li> <li>Figure IV.32 : Contours des vitesses u et v pour Q=120 l/s</li> <li>Figure IV.33 : Variation de la vitesse u pour les quatre débits Q=60 l/s, Q=80l/s ,Q=100 l/s</li> </ul>	. 59 . 59 . 59 . 59

Figure IV.34 : Variation de la vitesse v pour les quatre débits Q=60 l/s, Q=80l/s ,Q=100 l/s
,Q=120 1/s
Figure IV.35 : Variation des profils de pression pour les quatre débits Q=60 l/s, Q=80l/s
,Q=100 l/s ,Q=120 l/s61
<b>Figure IV.36 :</b> Contours des phases pour Q= 60 l/s
Figure IV.37 : Contours de pression pour Q=60 l/s
Figure IV.38 : Contours des vitesses u et v pour Q=60 1/s
<b>Figure IV.39 :</b> Contours des phases pour Q= 80 l/s
Figure IV.40 : Contours de pression pour Q=80 l/s
Figure IV.41 : Contours des vitesses u et v pour Q=80 1/s
<b>Figure IV.42 :</b> Contours des phases pour $Q = 100 $ l/s
Figure IV.43 : Contours de pression pour Q=100 l/s
Figure IV.44 : Contours des vitesses u et v pour Q=100 1/s
<b>Figure IV.45 :</b> Contours des phases pour $Q = 120 $ l/s
Figure IV.46 : Contours de pression pour Q=120 1/s
Figure IV.47 : Contours des vitesses u et v pour Q=120 1/s
Figure IV.48 : Variation de la vitesse u pour les quatre débits Q=60 l/s, Q=80l/s ,Q=100 l/s
,Q=120 1/s
Figure IV.49 : Variation de la vitesse v pour les quatre débits Q=60 l/s, Q=80l/s ,Q=100 l/s
,Q=120 1/s
Figure IV.50 : Variation des profils de pression pour les quatre débits Q=60 l/s, Q=80l/s
,Q=100 l/s ,Q=120 l/s
Figure IV.51 : Variation de pression pour les trois obstacles (Q=80 l/s)
<b>Figure IV.52 :</b> Variation de la vitesse u pour les trois obstacles (Q=80 1/s)
Figure IV.53 : Variation de la vitesse v pour les trois obstacles (Q=80 l/s)

# Liste des tableaux

Tableau I.1 : Valeurs usuelles du coefficient α	10
Tableau III.1 : Dimensions des différents obstacles	
Tableau III.2 : Nombre de nœuds et mailles pour les différents cas	
Tableau III.3 : Paramètres des tests pour les différents points de fonctionnement	48

# NOMENCLATURE

Symboles	Signification	Unités (SI)
g	Accélération de la pesanteur	m/s <sup>2</sup>
Н	Hauteur de l'obstacle	m
h	Hauteur d'eau à l'état perturbé	m
hc	Hauteur critique	m
h0	Hauteur d'eau à l'état non-perturbé	m
It	Intensité turbulente	/
Kt	Energie cinétique turbulente	m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
1	Longueur de canal	m
L	Longueur de l'obstacle	m
Pr	Pression relative	Pa
Р	Pression local du fluide	Pa
Pm	Périmètre mouillé	m
Р	Pression locale instantanée en régime turbulent	Pa
$\overline{P}_i$	Pression locale moyenne du fluide en régime turbulent	Pa
$P_q$	Pressions locales instantanées en régime turbulent de la phase q	Pa
Q	Débit volumique	m <sup>3</sup> /s
Rh	Rayon hydraulique	m
Sm	Surface mouillé	m <sup>2</sup>
S	Section de canal	m <sup>2</sup>
U <sub>0</sub>	Vitesse débitante moyenne de l'eau	m/s
Т	Temps	s
u, v, w	Composantes de la vitesse suivant l'axe x , y et z	m/s
u*, v*, w*	Composantes adimensionnelles du vecteur vitesse	/
$U_i$	Composante de vitesse instantanée en régime turbulent	m/s
$U_{iq}$	Composante de vitesse instantanée en régime turbulent de la phase q	m/s
Vq	Volume de la phase q	m <sup>3</sup>
W	Largeur de canal	m
Xi	Cordonné cartésienne sous forme indicielle	
X,V,Z	Cordonnés cartésiennes	m
X*.V*	Cordonnés cartésiennes adimensionnelles	/
$\overline{\overline{X}}$	Valeur movenne	/
x'	Valeur fluctuante	/
L		1

ρ	Masse volumique	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_q$	Masse volumique de la phase q	kg/m <sup>3</sup>
ν	Viscosité cinématique	m²/s
η	Surélévation de l'eau	m
З	Taux de dissipation de l'énergie cinétique	$m^2/s^3$
μ	Viscosité dynamique	kg.m <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup>
$\mu_q$	Viscosité dynamique de la phase q	kg.m <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup>
δ <sub>ij</sub>	Symbole de Kronecker	/
τ <sub>ij</sub>	Contrainte visqueuse	Ра
$\partial\Omega_{maille}$	Volume total de la maille	m <sup>3</sup>
$\partial \Omega_q$	Volume de la partie de la maille occupé	m <sup>3</sup>
μ <sub>t</sub>	Viscosité turbulente	Pa/s
φ	Grandeur physique (vitesse, pression)	/

## **Symboles grecs**

### Abréviations

- **CFD** : Calcul fluid dynamics
- **VOF** : Volume Of Fluid
- K-ε RNG : Modèles de turbulence de deuxième ordre
- **RANS** : Reynolds Averaged Navier-Stokes (Modélisation statistique en un point)
- DNS : Direct Numerical Simulation (Simulation Numérique Directe)
- LES : Large Eddy Simulation (Simulation à Grandes Echelles)
- **RSM** : Reynolds Stress model

# **Introduction Générale**

# **Introduction Générale**

Les écoulements à surface libre se produisent lorsque la surface d'un fluide est exposée à l'atmosphère et n'est pas confinée par des parois solides. Ce type d'écoulement se rencontre dans de nombreux contextes réels, tels que les rivières, les fleuves, les océans, mais aussi les réservoirs, les lacs, voire même les applications industrielles comme les barrages et les canaux. L'étude de ces écoulements est cruciale pour la gestion des ressources en eau, l'ingénierie hydraulique, et la protection environnementale.

Notre travail porte sur l'étude numérique de cet écoulement a surface libre qui représente un domaine crucial de la dynamique des fluides computationnelle (CFD) qui vise à modéliser et à prévoir le comportement des fluides en mouvement où une interface entre un fluide et un milieu ambiant est présente. L'utilisation de techniques de simulation numérique permet de résoudre les équations fondamentales de la physique des fluides, telles que les équations de Navier-Stokes, couplées à des modèles spécifiques pour gérer la surface libre. Ces modèles prennent en compte des phénomènes complexes tels que la turbulence, les interactions fluide-structure, la propagation d'ondes, et d'autres aspects influençant le comportement de l'interface entre les phases du fluide et de l'air. On propose de réaliser une simulation numérique bidimensionnelle d'un écoulement stationnaire à surface libre d'un fluide incompressible dans un canal rectangulaire, incluant la présence de différents obstacles.

Dans le premier chapitre, on traite des généralités sur les écoulements a surface libre ainsi que de leurs divers phénomènes associés et une synthèse bibliographique sur les études numériques et expérimentales réalisées sur des écoulements à surface libre, en tenant compte de la présence d'obstacles dans diverses configurations et sous différentes conditions aux limites.

Le second chapitre aborde le modèle physique sélectionné pour notre étude ainsi que les hypothèses simplificatrices et les équations fondamentales régissant les écoulements à surface libre. Ensuite, nous avons examiné les différents modèles de turbulence applicables aux écoulements diphasiques. Dans le troisième chapitre, on présente le logiciel de calcul Fluent, les géométries étudiées ainsi que les différentes méthodologies utilisées lors de la simulation.

Le dernier chapitre regroupe les résultats numériques principaux de cette étude, ainsi que les commentaires, interprétations et analyses des divers résultats obtenus lors de cette étude paramétrique.

# Chapitre I Généralités et synthèse bibliographique

# Généralités et synthèse bibliographique

#### I.1. Introduction

Au cours des dernières décennies, une attention grandissante a été portée au développement de méthodes de calcul pour les écoulements à surface libre, qui sont impliqués dans divers domaines de l'ingénierie. Les écoulements à surface libre font référence au problèmes d'écoulement de fluides diphasiques ou multiphasiques qui impliquent deux ou plusieurs fluides non miscibles séparés par des interfaces nettes qui évoluent dans le temps. Généralement, lorsque le fluide d'un côté de l'interface est un gaz, ce dernier est appelée surface libre. De nombreuses méthodes de traitement de la surface libre sont décrites dans la littérature, et souvent classée selon la méthode de traitement des interfaces.

#### I.2. Généralités

#### I.2.1. Ecoulement a surface libre

Un écoulement à surface libre est un type de mouvement de fluide dans lequel le liquide se déplace librement sous l'effet de la gravité, avec sa surface exposée à l'atmosphère. Cela se produit généralement lorsque le fluide est en contact avec l'air, comme dans les rivières, les canaux, les ruisseaux ou même les écoulements à travers des conduites partiellement remplies. Contrairement aux écoulements confinés, où le liquide est entièrement contenu dans un conduit, dans un écoulement à surface libre, la forme et la hauteur de la surface libre sont déterminées par les conditions de débit, de pente et de géométrie du canal, ainsi que par d'autres facteurs externes tels que les obstacles et les variations du lit du cours d'eau.

Au cours des dernières années, notre compréhension de ces flux s'est considérablement améliorée, en partie grâce au développement rapide et combiné des méthodes numériques et des ressources informatiques.

#### I.2.2. Classification des écoulements

Les écoulements à surfaces libre peuvent être classé par rapport au temps et à l'espace comme suite :

#### I.2.2.1. Variations dans le temps

#### Ecoulement permanent (stationnaire)

Dans un écoulement permanent les vitesses moyennes (v) et ponctuelles (u) ainsi que la profondeur (h) ou (Dh) restent constants au cours du temps. Par conséquent le débit est constant

On peut noter que ce genre d'écoulement n'existent pas en pratique, cependant l'hypothèse de la permanence de l'écoulement est souvent retenue.



Figure I.1 : Ecoulement permanent [16]

#### Écoulement non permanent (instationnaire)

L'écoulement est dit non permanent quand la profondeur h et les autres paramètres de l'écoulement varient avec le temps et par conséquent le débit n'est pas constant.



Figure I.2 : Ecoulement non permanent [16]

#### I.2.2.2. Variations dans l'espace

#### Ecoulement uniforme

On dit que l'écoulement est uniforme si la profondeur (h) ainsi que les autres paramètres caractérisant cet écoulement restent constant tout le long de l'écoulement.

On peut aussi noter que c'est un écoulement idéal qui n'existe pas en pratique

#### Ecoulement non uniforme

Les paramètres caractérisant cet écoulement varient d'une section a une autre, l'écoulement non uniforme peut être permanent ou non permanent, accélère ou décéléré.

Un débit non uniforme peut être additionnellement classé suivant la rapidité des variations

Variation graduelle : la profondeur et la vitesse d'écoulement varient graduellement le long de l'écoulement.

Variations rapides la vitesse et le niveau varient d'une manière sensible et brusque sur une courte distance. Exemple présence d'un ressaut hydraulique ou d'une chute d'eau



Figure I.3 : Ecoulements uniformes et variés (Wikipedia)

#### I.2.3. Régime d'écoulement

L'écoulement d'un fluide dans un canal a surface libre est soumis au forces suivantes :

- Forces de gravité.
- Forces de frottement (viscosité et rugosité).

#### I.2.3.1. Le nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds est défini comme le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses dans le fluide et s'exprime comme suit :

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\mu} \tag{I-1}$$

Où :

- $\rho$  est la masse volumique du fluide,
- *V* est la vitesse caractéristique de l'écoulement,
- *L* est une longueur caractéristique (par exemple, la largeur du canal pour un écoulement à surface libre),
- $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide.

Dans les écoulements à surface libre, le nombre de Reynolds peut être utilisé pour caractériser les transitions entre les régimes laminaires et turbulents,

#### Régime laminaires (Re < 500) :</p>

Dans les écoulements à surface libre avec un nombre de Reynolds relativement bas, l'écoulement est généralement laminaire, caractérisé par des lignes de courant ordonnées et parallèles. Les pertes de charge sont généralement faibles et l'écoulement est stable.

#### Régime de transition (500 < Re < 2000) :</p>

L'écoulement peut passer d'un régime laminaire à un régime turbulent ou vice versa en fonction des conditions du système. La transition peut être influencée par des perturbations externes ou des caractéristiques spécifiques du canal.

#### Régime turbulent (Re > 2000) :

Pour les nombres de Reynolds élevés, l'écoulement à surface libre devient généralement turbulent, caractérisé par des tourbillons, des vortex et des mouvements chaotiques du fluide. Les pertes de charge sont plus importantes dans un écoulement turbulent par rapport à un écoulement laminaire à la même vitesse.

#### I.2.3.2. Le nombre de Froude (Fr)

Le nombre de Froude est un nombre sans dimension utilisé pour caractériser les écoulements à surface libre, en particulier dans les cours d'eau ou les canaux. Il est défini comme le rapport entre la vitesse d'écoulement locale et la vitesse des ondes de surface générées par cette vitesse d'écoulement. Le nombre de Froude est exprimé par la formule :

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g.h}} \tag{I-2}$$

Où :

- *V* est la vitesse de l'écoulement,
- g est l'accélération due à la gravité,
- *h* est la profondeur du fluide à partir de la surface libre.

Le nombre de Froude est utilisé pour déterminer le type d'écoulement à surface libre. Les trois principaux régimes d'écoulement basés sur le nombre de Froude sont les suivants :

#### Fr < 1 : Écoulement subcritique</p>

La vitesse de l'écoulement est inférieure à la vitesse des ondes de surface. L'écoulement est généralement stable et se caractérise par des ondulations régulières à la surface du liquide.

#### Fr = 1 : Écoulement critique

Lorsque le nombre de Froude est égal à 1, la vitesse de l'écoulement est égale à la vitesse des ondes de surface. Cela marque une transition critique où de petits changements dans les conditions d'écoulement peuvent entraîner des modifications importantes dans le comportement de l'écoulement.

#### Fr > 1 : Écoulement supercritique

La vitesse de l'écoulement est supérieure à la vitesse des ondes de surface. Les ondes de surface ne peuvent pas se propager en amont, et l'écoulement est généralement turbulent et caractérisé par des crêtes et des tourbillons à la surface du liquide.

Le nombre de Froude est un outil essentiel pour l'analyse et la conception des écoulements à surface libre, car il permet de prédire le comportement de l'écoulement en fonction des conditions locales de vitesse et de profondeur.

#### I.2.4. Distribution des vitesses et des pressions dans un canal

Dans un canal à surface libre, la distribution des vitesses et des pressions est influencée par des facteurs spécifiques à ce type d'écoulement

#### I.2.4.1. Distribution des vitesses

La distribution de vitesse dans un canal dépend de plusieurs facteurs, notamment la géométrie du canal, les conditions aux limites, les propriétés du fluide et les forces qui agissent sur le fluide. En général, la vitesse dans un canal varie en fonction de la position dans le canal et peut être décrite par un profil de vitesse.



Figure I.4 : Distribution des vitesses dans les canaux [1]

La répartition des vitesses le long d'une verticale AB présente un profil semblable à celui illustré par la courbe ab : il s'agit d'une distribution logarithmique des vitesses, toutefois avec un pic en un point M légèrement en-dessous de la surface libre. Ce pic est attribué à l'effet de sillage provoqué par le frottement de l'eau sur l'air à la surface libre.

Concernant la répartition horizontale des vitesses, elle suit un schéma de type cd le long d'une horizontale CD. Étant donné cette non-uniformité dans la vitesse, il est parfois nécessaire d'introduire un coefficient correctif dans le terme d'énergie cinétique [1] :

$$\frac{\alpha V^2}{2a} \tag{I-3}$$

où le coefficient  $\alpha$  est défini comme suit (coefficient de Coriolis) :

$$\alpha = \frac{\int_A v^3 dA}{V^3 A} \tag{I-4}$$

v étant la vitesse locale. Ce coefficient corrige le fait que l'énergie cinétique est écrite à partir du carré de la vitesse moyenne au lieu de la moyenne des vitesses au carré.

	valeurs de a		
	Minimum	Moyenne	Maximum
Canaux réguliers, chenaux			
déversants	1,10	1,15	1,20
Rivières naturelles, torrents	1,15	1,30	1,50
Rivières recouvertes par les glaces	1,20	1,50	2,00
Rivières de vallée en crue	1,50	1,75	2,00

Le tableau suivant présente une des valeurs usuelles du coefficient :

#### Tableau I.1 : Valeurs usuelles du coefficient $\alpha$

#### I.2.4.2. Distribution des pressions

Profil de pression : La pression dans un écoulement à surface libre varie également en fonction de la profondeur du fluide et de la configuration du canal. À la surface libre, la pression est généralement atmosphérique. En descendant en profondeur, la pression augmente en raison de la pression hydrostatique. Près du fond du canal, la pression est maximale.

Si le canal est de section constante et si l'écoulement est uniforme et régulier, la distribution de pression peut être relativement uniforme le long de la section transversale du canal, à l'exception de la différence de pression entre la surface libre et la profondeur du canal.

En revanche, dans un canal où l'écoulement est turbulent ou où la géométrie varie, la distribution de pression peut être plus complexe et varier le long de la section transversale.

Pour modéliser la distribution de pression dans un canal à surface libre, des équations telles que l'équation de Bernoulli et les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement peuvent être utilisées. En outre, des techniques expérimentales telles que la mesure de la pression à différents points du canal peut être utilisées pour valider les modèles théoriques.

#### I.2.5. Les phénomènes physiques

Les écoulements à surface libre sont caractérisés par plusieurs phénomènes physiques importants en raison de l'interaction entre le fluide et l'air ainsi que de la présence de la surface libre. Voici quelques-uns de ces phénomènes :

- Gravité et pression hydrostatique : La gravité joue un rôle essentiel dans les écoulements à surface libre, générant une pression hydrostatique qui varie avec la profondeur du fluide. Cette pression hydrostatique est responsable de la formation de la surface libre et de la variation des pressions le long du canal.
- Ondes de surface : Les écoulements à surface libre peuvent être perturbés par des ondes de surface, qui sont des oscillations de la surface libre du fluide. Ces ondes peuvent être générées par des variations de débit, des obstacles dans le canal ou des perturbations externes. Les ondes de surface peuvent influencer la distribution des vitesses et des pressions dans le canal.
- Écoulements subcritique, critiques et supercritiques : Les écoulements à surface libre peuvent être classés en fonction du nombre de Froude en écoulements subcritique (Fr < 1), critiques (Fr = 1) et supercritiques (Fr > 1). Ces régimes d'écoulement ont des caractéristiques distinctes en termes de stabilité, de profils de vitesse et de propagation des ondes.
- Effets de la viscosité : Bien que les écoulements à surface libre soient généralement dominés par les effets gravitationnels, la viscosité du fluide peut également jouer un rôle important, en particulier près de la paroi du canal où elle affecte la formation de la couche limite et les pertes de charge.
- Turbulence : Les écoulements à surface libre peuvent devenir turbulents, en particulier à des vitesses élevées ou en présence d'obstacles. La turbulence peut entraîner un mélange plus efficace des couches de fluide et influencer la distribution des vitesses, des pressions et des pertes de charge.
- Écoulements à surface libre non permanents : Dans certains cas, les écoulements à surface libre peuvent être non permanents, avec des variations temporelles de la hauteur de la surface libre et du débit. Cela peut être dû à des fluctuations naturelles, à des variations de débit d'entrée ou à des événements extrêmes tels que les crues.

En résumé, les écoulements à surface libre sont caractérisés par une gamme de phénomènes physiques complexes, résultant de l'interaction entre la gravité, la viscosité, les ondes de surface et la turbulence. Ces phénomènes sont importants à comprendre pour la modélisation et la gestion efficace des écoulements à surface libre dans diverses applications, telles que l'ingénierie hydraulique, l'hydrologie et la gestion des ressources en eau.

#### I.2.6. Singularités dans les canaux

Les singularités dans les canaux sont des obstacles qui provoquent des variations locales de la hauteur d'écoulement.

Seuils : Les seuils sont utilisés soit pour mesurer le débit dans un canal, soit pour réguler le flux et contrôler les niveaux d'eau, comme illustré à la figure (I-5). Ce sont des structures que l'écoulement doit franchir.



Figure I.5 : Un seuil dans un canal

Vannes : Les vannes sont installées dans les canaux pour ajuster la hauteur et la vitesse de l'écoulement, comme illustré à la figure (I-6). Hydrauliquement, elles agissent comme des orifices, entraînant une contraction du jet liquide à la sortie.



Figure I.6 : Une vanne

Déversoir : Le déversoir est une structure de bifurcation qui permet de répartir le débit entre deux canaux. Contrairement à une simple bifurcation, où le débit est toujours partagé indépendamment de la hauteur de l'eau, le déversoir ne commence à déverser que lorsque la hauteur du fluide atteint le niveau de la crête déversante, comme illustré à la figure (I-7).



Figure I.7 : Déversoirs d'orages [2]

#### I.3. Synthèse bibliographique

Ce chapitre développe une analyse bibliographique qui regroupe des résultats d'expérience et des travaux de modélisation concernant les écoulements à surface libre dans des canaux rectilignes de section rectangulaire.

#### I.3.1. Etude numériques

A.Antonella *et al* [3] : une nouvelle technique hybride RANS/LES a été proposé. Cette technique repose sur la reconstruction du tenseur de contrainte de Reynolds, éliminant ainsi la nécessité d'un modèle explicite de RANS.



Figure I.8 : Profiles des vitesses u ; v ; w

Le cas de test pour les simulations numériques est l'écoulement turbulent dans un canal avec obstacle. Les résultats obtenus avec cette méthode hybride sont très prometteurs. En effet, ils montrent un meilleur accord avec les résultats de DNS comparés aux calculs de LES, comme illustré à la (figure I.8).

**Tommaso. Fondelli et al [4] :** une simulation tridimensionnelle de la rupture d'un barrage a été étudié, en utilisant la méthode VOF. L'objectif de cette étude est de développer un modèle numérique capable de reproduire les principales caractéristiques de la rupture des barrages tout en minimisant les efforts de calcul, grâce à une approche de maillage adaptatif. Une stratégie d'adaptation a été mise en place pour réduire considérablement l'effort numérique, en raffinant le maillage uniquement et localement à l'interface air-liquide. Cette approche permet de minimiser la diffusion numérique tout en maintenant une taille de maille grossière ailleurs.



Figure I.9 : Schéma et dimensions du model étudié.

La précision de la méthode a été évaluée en comparant les résultats de simulation avec des données expérimentales (Figure I.10). Un bon accord a été observé entre les résultats numériques et expérimentaux, notamment pour la modélisation du comportement de l'écoulement dans le réservoir.



Figure I.10 : Résultats numériques et expérimentales

**M. Doring, et al [5] :** deux codes de calcul destinés à la simulation d'écoulements à surface libre complexes, chacun utilisant une approche différente pour modéliser l'écoulement et la surface libre. Le premier code est basé sur l'approche lagrangienne appelée Smooth Particle Hydrodynamics (SPH), qui assimile le fluide à un grand nombre de particules en interaction.

Le second code utilise une approche eulérienne, où la surface libre est prédite par une méthode de capture d'interface, et l'écoulement est déterminé en résolvant les équations de Navier-Stokes.

Ces deux codes ont été utilisés et comparés sur différentes configurations d'écoulements. Tout d'abord, un cas test d'écoulement avec une topologie de surface libre simple a été réalisé : la simulation d'une cuve entraînée en mouvement horizontal oscillant. Ensuite, une seconde simulation présentant un déferlement a été abordée : l'effondrement d'une colonne d'eau dans une cuve. Enfin, un troisième cas test a été simulé : l'effondrement d'une colonne d'eau en présence d'un obstacle.

Pour le dernier cas de simulation, les résultats ont été présentés comme suit :

- La position de la surface libre ainsi que le champ de pression (Figures I.11a, I.12a).
- La répartition des particules aux mêmes instants de simulation (Figures I.11b, I.12b)







(a) Simulation VOF
 (b) Simulation SPH
 Figure I.12 : Effondrement d'une colonne d'eau en présence d'un obstacle à l'instant t = 0.35s

Les auteurs montrent clairement la configuration de l'écoulement après l'impact du fluide sur l'obstacle. Qui présente par une langue de fluide qui se crée, et se propage en direction de la paroi verticale de droite.

#### I.3.2. Etudes expérimentales

**Franc Vigie [6] :** en considérant écoulement à surface libre d'un fluide incompressible et homogène en densité, au-dessus d'un obstacle bidimensionnel fixé sur le fond d'un canal rectangulaire et lisse. Les expériences ont été menées dans un canal à surface libre illustré sur la (Figure I.13). Ce canal possède une pente géométrique fixe de I=0,17%. En amont et en aval du canal se trouvent deux cuves en inox. En aval, l'eau se déverse dans la deuxième cuve puis est renvoyée vers la cuve amont par un canal de retour, formant ainsi un circuit fermé.

Ce canal est bien adapté aux méthodes de mesure employées dans cette étude. Il est équipé d'un rail de guidage permettant de déplacer un porte-sonde le long de l'axe longitudinal, facilitant ainsi les mesures de position de la surface libre selon l'axe X.

L'auteur présente une démarche expérimentale détaillée concernant trois méthodes d'investigation mises en œuvre. Les mesures par sondes capacitives et par ombroscopie sont utilisées pour déterminer la position de la surface libre, ce qui permet de classifier les régimes d'ondes de surface et de mesurer les grandeurs caractéristiques des ondes. Les champs de vitesses bidimensionnels sont mesurés par vélocimétrie par images de particules, permettant de déterminer la topologie du champ de vitesse moyen et d'analyser la structure turbulente de l'écoulement.



Figure I.13 : Canal à surface libre utilisé pour cette expérience

Cette étude permettra à l'auteur d'aboutir à :

- Identifier les régimes d'écoulement à partir de la mesure des déformations de la surface libre.
- Caractériser la dynamique de l'écoulement interne dans le plan médian du canal grâce à l'analyse du champ de vitesses.
- À partir de la connaissance de la structure interne de l'écoulement et les caractéristiques de la surface libre, déterminer certains mécanismes à l'origine des phénomènes mis en évidence dans les régimes d'ondes de surface.

Z Wang, N Cheng [7] : Ce travail se concentre sur des expériences portant sur les écoulements secondaires artificiellement générés par l'alternance d'implantation de couches rugueuses et lisses alignées longitudinalement le long du canal. Les vitesses instantanées d'écoulement ont été mesurées à l'aide d'une anémométrie laser Doppler, permettant de déterminer l'évolution transversale des champs de vitesse moyenne.

Les expériences ont été menées dans un canal ouvert de section rectangulaire, d'une longueur de 18 m et d'une largeur de 0,6 m. Le fond du canal comportait neuf bandes longitudinales, cinq rugueuses et quatre lisses, disposées de manière alternative. La largeur de chaque bande était de 75 mm, sauf pour deux bandes attachées aux parois latérales qui mesuraient 37,5 mm de large. Les bandes rugueuses étaient constituées de graviers fins,



Figure I.14 : Configuration du canal d'expérience

généralement uniformes, avec un diamètre moyen de 2,55 mm voir (Figure I.14). Le dispositif assurait une configuration symétrique, avec une bande rugueuse placée le long de la ligne médiane du canal.

Les hypothèses associées à cette expérience comprennent : la négligence de l'élévation de surface du fond du canal pour les deux couches rugueuses et lisses, la considération d'une pente moyenne de surface de l'eau égale à la pente de surface des bandes (ce qui suppose un écoulement uniforme dans la direction longitudinale), et l'assomption que le canal est suffisamment large pour que l'écoulement dans la région centrale ne soit pas affecté par les parois latérales.

Les résultats expérimentaux présentés indiquent clairement que la zone centrale, située à environ 4 fois la hauteur hydraulique du canal, peut être considérée comme libre des effets des parois latérales. Seules les propriétés d'écoulement dans cette zone centrale ( $z / h = 0 \sim -1$ ) sont prises en compte, où une cellule d'écoulement secondaire complète est produite (voir Figure I.15). Ces mesures révèlent également que ces écoulements secondaires prennent la forme de vortex près de la paroi latérale et de mouvements cellulaires dans la région centrale du canal.



Figure I.15 : Forme des écoulements secondaires prés et loin de paroi latéral

#### **I.4.** Conclusion

Après avoir effectué la recherche bibliographique et défini les axes de notre étude, nous abordons dans le chapitre suivant le choix de notre modèle physique étudié, sa formulation mathématique, ainsi que les conditions aux limites qui lui sont associées.

# Chapitre II Formulation générale et position du problème
# Formulation générale et position du problème

# **II.1. Introduction**

Ce chapitre porte sur la présentation du model physique à utiliser, ainsi que les hypothèses simplificatrices et les équations de conservation adoptées pour étudier le phénomène d'un écoulement turbulent incompressible et stationnaire à surface libre. La modélisation des écoulements fluides vise à déterminer les variables d'état de l'écoulement en tout point, notamment : l'interaction entre l'écoulement et les obstacles, les zones de recirculation, les champs et profils de vitesse, les lignes de courant, les profils de pression, les profils d'énergie cinétique turbulente, ainsi que les taux de dissipation de l'énergie turbulente

# II.2. Position du problème

### II.2.1. Configuration et paramètres du problème



Figure II.1 : Configuration du problème



Figure II.2 : La géométrie en trois dimensions.

La figure (II.1) schématise le model physique étudié. Il s'agit d'un canal rectangulaire dans lequel s'écoule un fluide newtonien, incompressible, permanent, irrotationnel, turbulent et non uniforme à surface libre au-dessus d'un obstacle bidimensionnel fixe sur le fond du canal (invariant suivant la direction transversale à l'écoulement).

- > L'eau a pour viscosité cinématique v et pour masse volumique  $\rho$ .
- L'accélération gravitationnelle et l'effet de la tension de la surface seront négligés.
- ➢ L'état de base (sans obstacle) est caractérisé par sa hauteur d'eau 'd₀' et sa vitesse débitante moyenne 'U₀' définie par :  $U_0 = \frac{Q}{Wh_0}$

Où :

- Q : le débit volumique
- W: la largeur du canal

La vitesse moyenne locale correspondante est définie par :  $U_m = \frac{Q_e}{Wh_m}$ 

L'obstacle a pour longueur  $L_{obs}$ , et hauteur caractéristique H. l est la longueur du canal.



Figure II.3 : Domaine physique étudié.

#### **II.2.2.** Les nombres adimensionnels

Dans un écoulement à surface libre, les nombres adimensionnels jouent un rôle crucial pour caractériser le comportement du fluide.

Nombre de Froude (Fr) : il est défini comme le rapport entre la vitesse d'écoulement et la vitesse d'onde. Plus spécifiquement, il compare les forces d'inertie aux forces de gravité.

Le nombre de Froude de l'état de base :  $F_0 = \frac{U_0}{\sqrt{gh_0}}$ 

- Nombre de Reynolds (Re) : le nombre de Reynold de l'écoulement dans le canal :  $Re = \frac{4R_H U_0}{v}$  où  $R_H$  est le rayon hydraulique
- > Le facteur de blocage ( $\alpha$ ) : Ce facteur est défini comme le rapport entre la hauteur de l'obstacle et la profondeur de l'écoulement.  $\alpha = \frac{H}{h0}$
- Le rapport d'aspect de l'obstacle (β) : Ce rapport d'aspect est défini comme le rapport entre la longueur caractéristique de l'obstacle et sa hauteur.  $\beta = \frac{H}{L}$

#### **II.3.** Formulation mathématique

#### **II.3.1.** Equation de conservation de masse

L'équation de continuité peut être exprimée sous forme cartésienne en considérant les composantes x, y et z du champ de vitesse ainsi que les dérivées partielles correspondantes.

Sous cette forme, l'équation de continuité s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0$$
(II-1)

#### II.3.2. Equation de conservation de quantité de mouvement

L'équation de conservation de la quantité de mouvement (ou équation de Navier-Stokes) est donnée par :

 $\triangleright$  Selon l'axe x :

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + \rho g_x \qquad \text{(II-2a)}$$

Selon l'axe y :

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) + \rho g_y \qquad \text{(II-2b)}$$

Selon l'axe z :

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) + \rho g_z \quad \text{(II-2c)}$$

Dans ces équations :

- $\rho$  : est la densité du fluide,
- p : la pression

*u*, *v* et *w* : sont les composantes de la vitesse du fluide selon les axes x, y et z respectivement,

 $\mu$  : est la viscosité dynamique du fluide,

 $g_x$ ,  $g_y$  et  $g_z$ : sont les composantes du vecteur de gravité dans les directions x, y et z respectivement.

#### **II.3.3.** Conditions aux limites

#### > Sur les parois :

Conditions d'adhérence et de non pénétration sur la paroi :

$$\mathbf{u} = \mathbf{w} = 0 \text{ pour } \mathbf{z} = 0 \tag{II-3a}$$

#### > Conditions dynamiques :

A partir de la 2eme condition de saut sur l'interface en considérant que l'air est un fluide parfait et sans transfert de masse entre les deux fluides.

Pour 
$$z = h(x, t)$$

$$\begin{bmatrix} -(Pe - Pa) + 2\rho \frac{\partial u}{\partial x} & \rho e \ v e \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \\ \rho e \ v e \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) & -(Pe - Pa) + 2\rho e \frac{\partial u}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{\partial h}{\partial x} \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$
(II-3b)

#### Condition cinématique :

A partir de la 1ére condition de saut, sans transfert de masse entre les deux fluides.

Pour 
$$z = h(x, t)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} = w \tag{II-3c}$$

# II.4. Adimensionnement des équations de Navier-Stokes

L'adimensionnement des équations de Navier-Stokes, pour un écoulement bidimensionnel d'un fluide incompressibles et newtonien nous donne :

$$u(x, z, t) = U_0 u^* (x^*, z^*, t^*)$$
 avec:

$$x^* = \frac{x}{L_0}; \ z^* = \frac{z}{h_0}; u^* = \frac{u}{U_0}; \ t^* = \frac{tU_0}{l}; \ w^* = \frac{w \ l}{U_0 h_0}; \ \rho^* = \frac{\rho}{\rho_0 U_0^2}$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial w^*}{\partial z^*} = 0 \tag{II-4a}$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + w \frac{\partial u^*}{\partial z^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{\tan \alpha}{\beta F r^2} + \frac{\beta}{Re} \Delta^* u^*$$
(II-4b)

$$\beta^2 \left( \frac{\partial w^*}{\partial t^*} + u \frac{\partial w^*}{\partial x^*} + w \frac{\partial w^*}{\partial z^*} \right) = -\frac{\partial p^*}{\partial z^*} - \frac{1}{Fr^2} + \frac{\beta^3}{Re} \Delta^* w^*$$
(II-4c)

Avec: 
$$\Delta^* = \frac{\partial^2}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2}{\partial z^{*2}}$$
(II-5)

#### Conditions aux limites adimensionnées à la paroi :

$$u^* = w^* = 0$$
 pour  $z^* = 0$  (II-6a)

Conditions aux limites adimensionnées sur la surface libre :  $z^* = h^* (x^*, t^*)$ 

$$\frac{1}{Re}\frac{\partial u^{*}}{\partial z^{*}} + \beta (P^{*} - Pa^{*})\frac{\partial h^{*}}{\partial x^{*}} + \frac{\beta^{2}}{Re}\left(\frac{\partial w^{*}}{\partial x^{*}} - 2\frac{\partial u^{*}}{\partial x^{*}}\frac{\partial h^{*}}{\partial x^{*}}\right) = 0$$
(II-6b)

$$(P^* - Pa^*) - \frac{\beta^2}{Re} \left( \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \frac{\partial h^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\beta}{Re} \left( \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \frac{\partial h^*}{\partial x^*} + 2 \frac{\partial w^*}{\partial z^*} \right) = 0$$
(II-6c)

$$\frac{\partial h^*}{\partial t^*} u^* \frac{\partial h^*}{\partial z^*} = w^* \tag{II-6d}$$

#### II.5. Décomposition de Reynolds

La résolution directe des équations de Navier-Stokes ne peut pas se faire pour le cas des écoulements turbulents à cause des résolutions spatiales très élevés nécessaires dans ce type d'approche. Du coup on aura recours à la décomposition de Reynolds qui est une technique couramment utilisée pour séparer une grandeur en une composante moyenne et une fluctuation autour de cette moyenne. Cette décomposition est utile pour analyser les écoulements turbulents, où les quantités varient de manière aléatoire dans le temps et dans l'espace.

$$X(x_i, t) = \overline{X}(x_i) + X'(x_i, t)$$

Où : X' est la fluctuation de X, et  $\overline{X}$  sa valeur moyenne temporelle

Les grandeurs caractéristiques instantanées de l'écoulement turbulent seront décomposées selon les règles de Reynolds comme suit :

$$\begin{cases} U_i = \overline{U}_i + U'_i \\ P_i = \overline{P}_i + P'_i \end{cases}$$
(II-7)

Où :

 $\overline{U}_{l}$ : La vitesse moyenne

 $U_i'$ : La vitesse fluctuante

 $\overline{P}_{i}$ : La pression moyenne

#### $P'_i$ : La pression fluctuant

#### Les équations de mouvement moyennées sous la forme indicielle :

Les équations de mouvement moyennées peuvent être exprimées sous forme indicielle en utilisant la notation tensorielle. En supposant un écoulement incompressible :

$$\frac{\partial(\rho \overline{U_i})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{U_i U_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} - \overline{\rho u'_{\iota} u'_{j}})$$
(II-8)

$$\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_i} = 0 \tag{II-9}$$

Les équations moyennées révèlent des termes de corrélation qui résultent de la nonlinéarité des équations de bilan, engendrant des termes doubles des fluctuations de vitesse. Ces termes appelés tensions de Reynolds ( $\overline{\rho u_l' u_j'}$ ) expriment l'impact de la turbulence sur l'évolution du mouvement moyen et complexifient les systèmes d'équations en introduisant des inconnues supplémentaires.

Le tenseur de Reynolds est symétrique: 
$$R_{ij} = -\rho \begin{bmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'w'} \end{bmatrix}$$
 (II-10)

Il en résulte évidemment 6 termes inconnus supplémentaires dont il n'est pas possible d'obtenir les équations sans introduire encore de nouvelles inconnues.

### Hypothèse de Boussinesq :

Boussinesq a formulé les contraintes de Reynolds d'une manière similaire aux contraintes visqueuses pour les fluides newtoniens. Les contraintes de Reynolds peuvent être modélisées par la relation suivante [8] :

$$-\overline{\rho u_i' u_j'} = 2\mu_t \overline{S_{ij}} - \frac{2}{3}\rho k_t \delta_{ij}$$
(II-11)

$$ou: k_t = \frac{\overline{u_t \cdot u_j}}{2} \tag{II-12}$$

$$et: \bar{S} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right)$$
(II-13)

Avec :

 $k_t$ : l'énergie cinétique de turbulence,

 $\overline{S}$ : le tenseur de déformation

$$\frac{\partial(\rho\overline{U_{l}})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\overline{U_{l}}\overline{U_{J}})}{\partial x_{j}} = \frac{\partial}{\partial x_{i}} \left( \bar{p} + \frac{2}{3}\rho k_{t} \right) + \frac{\partial}{\partial x_{j}} \left( 2(\mu + \mu_{t})\overline{S_{ij}} \right)$$
(II-14)

Apres analyse des échelles des grandeurs liées à la viscosité turbulente, une approximation raisonnable de celle-ci s'écrit comme suit :

$$\mu t = C.\rho.V.L \tag{II-15}$$

Où :

V : est une vitesse caractéristique de l'écoulement

L : est une longueur caractéristique de l'écoulement

La viscosité turbulente  $\mu_t$  s'exprime, dans le cas particulier K- $\epsilon$ , comme suite (relation Kolmogorov-Prandtl) :

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \tag{II-16}$$

Ou  $C_{\mu}$  est une constante empirique.

Le taux de l'énergie cinétique turbulente dissipé  $\varepsilon$  est défini ainsi :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \nu \left( \frac{\partial u_{i'}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{j'}}{\partial x_i} \right)^2$$
(II-17)

D'où l'équation de transport de k-  $\varepsilon$  sous sa forme finale :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{u_j k})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + P_k - \rho \varepsilon$$
(II-18)

#### II.6. Modélisation de la surface libre

Pour modéliser la surface libre, il est nécessaire de diviser le domaine global de calcul en deux zones distinctes. La première zone représente un volume d'eau, tandis que la deuxième zone, située juste au-dessus, est remplie d'air. La surface libre est alors définie comme le plan d'intersection entre ces deux zones au début de la simulation. Dans notre cas, la fraction volumique r<sub>q</sub> est définie par :

$$r_q = \frac{\partial V_q}{\partial V_{maille}} \tag{II-19}$$

 $\partial V_{maille}$ : représente le volume total de la maille de calcul

 $\partial V_q$ : le volume de la partie de la maille occupée par la phase q.

Si q représente la phase liquide (eau), nous avons alors la cellule qui contient l'interface entre le fluide q et un ou plusieurs autres fluides, les trois conditions suivantes peuvent être possibles :

>  $r_q = 1$  : la cellule est pleine d'eau

 $\succ$  r<sub>q</sub> = 0 : la cellule est vide

>  $0 < r_q < 1$ : la cellule contient l'interface entre le fluide q et un ou plusieurs autres fluides.

On suppose qu'il n'y a pas de transfert de masse entre phases, ni de tension à l'interface entre les deux fluides. Dans chaque cellule, la masse volumique et la viscosité globale sont représentées par la moyenne pondérée par la fraction volumique :

$$\rho = \sum_{q=1}^{2} r_q \rho_q \quad \mu = \sum_{q=1}^{2} r_q \mu_q \tag{II-20}$$

Le volume  $V_q$  de la phase q, est défini comme suit :

$$V_q = \int_V r_q dV$$
 ou:  $\sum_{q=1}^2 r_q = 1$  (II-21)

Toutes les équations valables pour chaque phase seront multipliées par une fonction rq:

#### Equations des fractions volumiques (Equation de continuité pour chaque phase q) :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (r_q U_{iq}) = 0 \tag{II-22}$$

Equations des fractions volumiques (Equation de quantité de mouvement pour chaque phase q) :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( r_q \rho_q U_{iq} U_{jq} \right) = -r_q \frac{\partial P_q}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ r_q \mu_q \left( \frac{\partial U_{iq}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_{jq}}{\partial x_i} \right) \right] + r_q \rho_q g_i$$
(II-23)

#### II.7. Les modèles de turbulence pour un écoulement diphasique

Nous avons trouvé les équations de Navier-Stockes à partir de l'équation de continuité et de la quantité de mouvement. Étant donné que le régime d'écoulement est turbulent, nous avons adapté ces équations pour prendre en compte ce phénomène, ce qui a conduit aux équations de Reynolds. Cependant, ces équations ne sont pas suffisantes pour déterminer toutes les inconnues du système. Il est donc nécessaire d'introduire un "modèle de fermeture" pour fermer le système d'équations, c'est-à-dire d'obtenir un nombre d'équations égal au nombre d'inconnues. Il est alors courant d'utiliser :

- Soit des modèles de fermeture du premier ordre consistant à modéliser les corrélations en les reliant directement au mouvement moyen : ce sont les modèles reposant sur le concept de la viscosité turbulente.
- Soit des modèles de fermeture du second ordre, pour lesquels les équations des corrélations sont résolues après avoir modélise directement les termes inconnus d'ordre 3.

Il existe un nombre relativement important de modèles de fermeture plus ou moins complexes. Nous allons présenter dans ce qui suit les caractéristiques principales des modèles les plus utilises, en nous attardant sur le modèle (K-ε) choisi dans la suite de notre étude.

#### II.7.1. Modèle à zéro équation de type longueur de mélange

Pour résoudre les équations de bilan avec précision, il est nécessaire d'estimer la viscosité turbulente. En s'inspirant de la théorie cinétique des gaz, Prandtl a avancé la formulation suivante qui consiste à représenter l'échelle de vitesse V comme étant : le produit du gradient de vitesse prépondérant [9]

$$V = l_m \left| \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} \right| \tag{II-24}$$

D'où, l'expression de la viscosité turbulente :

$$\mu_t = C \rho l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \tag{II-25}$$

Où  $l_m$  est la longueur de mélange de Prandtl. Elle est déterminée par des relations empiriques allant d'une simple relation linéaire à des expressions plus complexes selon le type d'écoulement étudié.

Ce modèle présente des limitations pour les écoulements complexes tels que ceux impliquant des zones de recirculation, et même pour des écoulements simples, la distribution  $l_m$  n'est pas universelle. Par conséquent, les modèles de turbulence basés sur cette approche manquent de généralité.

#### II.7.2. Modèle à une équation (k-l)

Ludwig Prandtl et Andrei Kolmogorov proposent la relation suivante (Prandtl-Kolmogorov) [8]:

$$v_t = C_\mu l \sqrt{k} \tag{II-26}$$

Ou :  $C_{\mu}$  est une constante empirique, et l est une échelle de longueur qui est donnée algébriquement.

Cette modélisation, appelée aussi (Modèle K–l), nécessite la résolution de l'équation de l'énergie cinétique turbulente ci-dessous :

$$r_{1}\rho_{1}\left[\overline{U_{j1}}\frac{\partial K_{1}}{\partial x_{j}}\right] = -r_{1}\rho_{1}\left[\underbrace{\frac{\partial(u_{j1}'P')}{\partial x_{j}}}_{\varepsilon}\right] - \frac{1}{2}r_{1}\rho_{1}\left[\underbrace{\frac{\partial(u_{i1}'u_{i1}'u_{j1}'u_{j1}')}{\partial x_{j}}}_{\varepsilon}\right] - r_{1}\rho_{1}\left[\underbrace{\frac{\partial(U_{i1})}{\partial x_{j}}\frac{\partial(U_{i1})}{\partial x_{j}}}_{\varepsilon}\right] + r_{1}\rho_{1}\left[\underbrace{\frac{\partial(u_{i1}'P')}{\partial x_{j}}\frac{\partial(U_{i1})}{\partial x_{j}}}_{\varepsilon}\right]$$
(II-27)

Après arrangement et modélisation, les termes de diffusion turbulente T et  $\Pi$  deviennent [2] :

$$\mathbf{T} + \Pi = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial K}{\partial x_j} \right]$$
(II-28)

Où  $\sigma_k$  est le "nombre de Prandtl" d'énergie cinétique de turbulence, supposé en général constant.

Les deux termes de production et de dissipation sont modélisés directement ainsi [13] :

$$P = \left[ v_t \left( \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) \right] \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j}$$
(II-29)

$$\varepsilon = C_d \frac{K^{\frac{3}{2}}}{l}$$
(II-30)

 $O\dot{u}$  :  $C_d$  est une constante empirique

On a donc finalement une équation modèle la plus utilisée de la forme :

$$r_{1}\rho_{1}\left[\overline{U_{j1}}\frac{\partial K_{1}}{\partial x_{j}}\right] = \frac{\partial}{\partial x_{j}}\left[r_{1}\left(\rho_{1}\frac{v_{t}}{\sigma_{k}}+\mu_{1}\right)\frac{\partial K_{1}}{\partial x_{j}}\right] - r_{1}\rho_{1}\left[v_{t}\left(\frac{\partial \overline{U}_{i}}{\partial x_{j}}+\frac{\partial \overline{U}_{j}}{\partial x_{i}}\right)\right]\frac{\partial \overline{U}_{i}}{\partial x_{j}}+r_{1}\mu_{1}C_{d}\frac{K^{3}}{l}$$
(II-31)

Pour rendre le modèle opérationnel il est nécessaire de déterminer préalablement l'échelle de longueur ainsi que les valeurs des paramètres C $\mu$ , C<sub>d</sub> et K<sub>q</sub>. Pour l'échelle de longueur (*l*), nous adoptons les mêmes expressions que celles de la longueur de mélange. En ce qui concerne les coefficients empiriques, une représentation adéquate du modèle est généralement assurée en prenant [8] : Cu = Kq = 1, Cd = 0.07 à 0.09.

### II.7.3. Modèle à deux équations (Modèle K-ε)

La difficulté à trouver des expressions algébriques universelles pour l'échelle de longueur L et l'influence d'une longueur caractéristique de l'écoulement par les processus de transport et l'historique de cet écoulement nous conduit à l'introduction d'une équation de transport supplémentaire pour une grandeur turbulente qui sera liée à l'échelle de longueur L.

Le modèle (K- $\varepsilon$ ) Conçu par Jones et Launder en 1974, est largement répandu et considéré comme le plus utilisé par les logiciels de simulation. Sa conception générale en fait le modèle de turbulence le plus reconnu et le plus employé à ce jour. C'est un modèle semi empirique basé sur les équations de transport d'énergie cinétique turbulente (K) et de sa dissipation ( $\varepsilon$ ).

#### II.7.3.1. Equation de l'énergie cinétique turbulente (K) :

Dans l'équation exacte de (K), certains termes font intervenir des quantités autres que les inconnues ( $\overline{U}_{\iota}$ , P,K, $\varepsilon$ )

$$r_1\rho_1\left[\overline{U_{j1}}\frac{\partial K_1}{\partial x_j}\right] = -r_1\rho_1\left[\overline{u_{i1}'u_{j1}'}\frac{\partial (\overline{U_{i1}})}{\partial x_j}\right] - \frac{1}{2}r_1\rho_1\left[\frac{\partial (\overline{u_{i1}'u_{i1}'u_{j1}'})}{\partial x_j}\right] - r_1\rho_1\left[\frac{\partial (u_{j1}'P')}{\partial x_j}\right] - r_1\rho_1\varepsilon_1$$

#### (II-32)

La modélisation de ces termes est nécessaire pour fermer les équations.

La modélisation du premier terme s'obtient en utilisant directement l'hypothèse de Boussinesq.

$$-r_1 \rho_1 \overline{u_{i1}' u_{j1}'} \frac{\partial(\overline{u_{i1}})}{\partial x_j} = r_1 \left[ \mu_{t1} \left( \frac{\partial \overline{u_{i1}}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_{j1}}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} K_1 \delta_{ij} \right] \frac{\partial(\overline{u_{i1}})}{\partial x_j}$$
(II-33)

L'expression de la viscosité turbulente d'après l'hypothèse de Boussinesq :

$$\mu_{ti} = \rho_i C_\mu \frac{K_i^2}{\varepsilon_i} \tag{II-34}$$

Le deuxième terme peut être reformulé

$$-\frac{1}{2}\rho_1\left[\frac{\partial(\overline{u'_{l1}u'_{l1}u'_{j1}})}{\partial x_j}\right] = -\rho_1\left[\frac{\partial\overline{K'_1u'_{j1}}}{\partial x_j}\right]$$
(II-35)

Avec: 
$$K'_1 = \frac{1}{2} u'_{i1} u'_{i1}$$
 (II-36)

On relie  $K'_1$  à sa valeur moyenne  $K_1$  en exprimant le terme de diffusion par un terme proportionnel au gradient:

$$-\rho_1 \overline{K_1' u_{j1}'} = \frac{\mu_{t1}}{\sigma_k} \frac{\partial K_1}{\partial x_j}$$
(II-37)

Enfin on constate que les effets du troisième terme sont similaires à ceux du deuxième, ce qui incite à modéliser globalement leurs effets en posant :

$$-r_1 \rho_1 \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{2} \left( \overline{u_{l1}' u_{l1}' u_{l1}'} \right) + \overline{u_{j1}'} \right) \right] = r_1 \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_{t1}}{\sigma_k} \frac{\partial K_1}{\partial x_j} \right) \right]$$
(II-38)

On a donc finalement une équation modèle pour K1 de la forme :

$$r_1 \rho_1 \left[ \overline{U_{J1}} \frac{\partial K_1}{\partial x_j} \right] = r_1 \left[ \mu_{t1} \left( \frac{\partial \overline{U_{t1}}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_{J1}}}{\partial x_i} \right) \right] \frac{\partial (\overline{U_{t1}})}{\partial x_j} + r_1 \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_{t1}}{\sigma_k} \frac{\partial K_1}{\partial x_j} \right) \right] - r_1 \rho_1 \varepsilon_1$$
(II-39)

#### II.7.3.2. Equation de dissipation de l'énergie turbulente (ε)

L'équation pour (ɛ) est dérivée en prenant le rotationnel des équations des fluctuations de vitesse, puis en effectuant la moyenne d'ensemble. Bien que la dérivation de cette équation soit relativement simple, les calculs restent fastidieux. On donne donc directement le résultat

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( r_1 \rho_1 \overline{U_{j1}} \varepsilon_1 \right) = r_1 C_{\varepsilon 1} \left[ \mu_{t1} \left( \frac{\partial \overline{U_{i1}}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_{j1}}}{\partial x_i} \right) \right] \frac{\partial (\overline{U_{i1}})}{\partial x_j} \frac{\varepsilon_1}{K_1} - r_1 \rho_1 C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon_1^2}{K_1} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ r_1 \left( \frac{\mu_{t1}}{\sigma_{\varepsilon}} \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial x_j} \right) \right]$$
(II-40)

Les valeurs des 5 constantes ( $C_{\mu}$ ,  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_{\varepsilon}$ ) sont déterminées en se basant sur des données expérimentales pour les écoulements simples (turbulence en décroissance libre, écoulement en canal,...etc.). Ces valeurs sont déterminées soit directement à partir des données expérimentales, soit par le biais d'une procédure d'optimisation qui compare les résultats du modèle aux observations expérimentales. Les valeurs les plus couramment utilisées sont [10] :

$$C_{\mu} = 0.09, C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92, \sigma_k = 1.3, \sigma_{\varepsilon} = 1.3$$

#### II.7.3.3. Domaine de validité et pertinence du Modèle (K-ε) :

Ce modèle offre une étude satisfaisante pour divers écoulements, mais il est limité à une application éloignée des parois, où les effets de la viscosité moléculaire sont négligeables. Ainsi, il doit être utilisé en conjonction avec une loi de paroi pour éviter la résolution des équations de bilan près des parois. Malgré cette restriction, le modèle de turbulence a été largement utilisé avec succès dans la simulation d'une gamme variée d'écoulements turbulents. Actuellement, il est considéré comme le modèle le plus fiable et le plus populaire parmi les modèles de turbulence en raison de sa formulation mathématique simple, du réalisme des phénomènes de transport qu'il représente et de son efficacité en termes de coût numérique. [11]

# **II.8.** Conclusion

Après avoir identifié les équations gouvernant les écoulements, nous avons retrouvé les équations de Navier-Stokes en partant de l'équation de continuité et de la quantité de mouvement. En raison du caractère turbulent de l'écoulement, nous avons adapté ces équations pour obtenir les équations de Reynolds. Celles-ci comportent un nouveau terme, le tenseur de Reynolds, mais ne sont plus suffisantes pour résoudre toutes les inconnues du problème. Il est donc indispensable de modéliser ce tenseur en sélectionnant un modèle de turbulence approprié

# Chapitre III Simulation numérique

# Simulation numérique

# **III.1. Introduction**

La résolution des équations d'un écoulement se fait grâce à l'utilisation d'une méthode numérique qui implique le développement des techniques de résolution appropriées. Ce chapitre expose la description du problème ainsi que la simulation à l'aide du logiciel de calcul FLUENT, en détaillant principalement la procédure qu'il propose pour résoudre des problèmes similaires au nôtre. La création des géométries avec la génération de maillage et l'application des conditions aux limites sont réalisées à l'aide du processeur Ansys.

### III.2. Méthode des volumes finis

Le domaine de calcul est discrétisé en une série de volumes de contrôle, également appelés cellules, chacun contenant un nœud principal. La méthode des volumes finis implique l'intégration des équations aux dérivées partielles décrites dans le chapitre précédent sur chaque volume de contrôle.



Figure (III-1) : Volume de contrôle bidimensionnel

Pour un nœud principal P les points E et W (E=Est, W= Ouest) sont considérés comme des voisins dans la direction x, tandis que N et S (N=Nord, S=Sud) sont des voisins dans la direction y. Le volume de contrôle entourant le nœud P est représenté par les lignes discontinues, les faces du volume de contrôle sont situées aux points e et w dans la direction x, et n et s dans la direction y.

#### III.2.1. Méthode de résolution

Fluent est un logiciel basé sur la méthode des volumes finis, qui résout un ensemble d'équations fondamentales incluant l'équation de continuité pour la conservation de la masse, l'équation de quantité de mouvement pour la conservation de la quantité de mouvement, ainsi que les équations de transport de l'énergie cinétique turbulente et du taux de dissipation d'énergie cinétique turbulente. Cette approche est largement utilisée en mécanique des fluides bidimensionnelle. L'avantage de la méthode des volumes finis réside dans sa propriété de conservation, où tout flux sortant d'un volume de contrôle entre dans le volume voisin, garantissant la conservation des grandeurs physiques. Le théorème de la divergence, également connu sous le nom de théorème d'Ostrogradski, est utilisé pour transformer certaines intégrales de surface en intégrales de volume, facilitant ainsi le traitement des équations aux dérivées partielles.

L'expression générale de ces équations est donnée ainsi :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\phi\overline{U_j})}_{II} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_{\phi}\frac{\partial\phi}{\partial x_j})}_{III} + \underbrace{\widetilde{S}_{\phi}}^{III}$$
(III-1)

I : représente le terme convectif.

II : le terme diffusif

III : terme source

#### III.2.1.1. Discrétisation de l'équation générale de transport

L'équation générale de transport d'une propriété  $\phi$  au sein d'un écoulement 2D en régime stationnaire s'écrit comme suite :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho \overline{U}\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho \overline{V}\phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_{\phi}\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_{\phi}\frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + S_{\phi}$$
(III-2)

En appliquant le théorème de divergence d'Ostogradski, l'intégrale de volume est remplacée par une intégrale de surface comme suite :

$$\int_{V} div(\phi) dV + \int_{S} \phi \,\vec{n} \, dS \tag{III-3}$$

Avec :

V : Volume de l'élément

S : Surface de l'élément

#### $\vec{n}$ : Vecteur normal à la surface considérée de l'élément

L'équation de transport d'une quantité scalaire, exprimée sous sa forme intégrale, en régime permanent est donnée par :

$$\int_{V} \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\rho U \phi) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho U \phi) \right] dV = \int_{V} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] dV + \int_{V} S_{\phi} dV$$
(III-4)

En appliquant le théorème de divergence d'Ostogradski l'équation devient :

$$\int_{S} (\rho \phi U) \vec{n} \, dS + \int_{S} (\rho \phi U) \vec{n} \, dS = \int_{S} \left( \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \vec{n} dS + \int_{S} \left( \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \vec{n} dS + \int_{V} S_{\phi} \, dV \tag{III-5}$$

Pour montrer les flux totaux à travers les sections du volume de contrôle, cette équation s'écrit :

$$J_e - J_w + J_n - J_s \int_V S_\phi \, dV \tag{III-6}$$

Les indices e, w, n et s indiquent que les quantités correspondantes sont évaluées aux faces est, ouest, nord et sud du volume de contrôle respectivement. Ces quantités représentent les flux totaux (convection et diffusion) intégrés sur les faces du volume de contrôle, et elles sont définies par les expressions suivantes :

$$J_{e} = \int_{s}^{n} \left( \rho \overline{U} \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial}{\partial x} \right) dy = \left[ (\rho \overline{U})_{e} \phi_{e} - \frac{\Gamma_{\phi e}}{\Delta x_{EP}} (\phi_{E} - \phi_{P}) \right] \Delta y_{ns}$$

$$J_{w} = \int_{w}^{e} \left( \rho \overline{U} \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial}{\partial x} \right) dy = \left[ (\rho \overline{U})_{w} \phi_{w} - \frac{\Gamma_{\phi e}}{\Delta x_{PW}} (\phi_{P} - \phi_{W}) \right] \Delta y_{ns}$$

$$J_{n} = \int_{w}^{e} \left( \rho \overline{V} \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial}{\partial y} \right) dx = \left[ (\rho \overline{U})_{n} \phi_{n} - \frac{\Gamma_{\phi e}}{\Delta x_{NP}} (\phi_{N} - \phi_{P}) \right] \Delta y_{ew}$$

$$J_{s} = \int_{s}^{n} \left( \rho \overline{V} \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial}{\partial y} \right) dx = \left[ (\rho \overline{U})_{s} \phi_{s} - \frac{\Gamma_{\phi e}}{\Delta x_{PS}} (\phi_{P} - \phi_{S}) \right] \Delta y_{ew}$$

#### **III.2.1.2.** Discrétisation spatiale

Les équations de transport sont discrétisées sous la forme :

$$a_p \phi_p = \sum a_i \phi_i + b \tag{III-8}$$

Les coefficients a et p sont liés aux schémas de discrétisation utilisés pour un volume de contrôle donné ainsi que les volumes de contrôle environnants respectivement.

b second membre dépendant du terme source de chaque volume de contrôle considère.

Le passage du système d'équations aux dérivées partielles à un système algébrique se présente sous la forme d'un produit de matrices incluant un grand nombre de coefficients nuls.

Fluent propose deux schémas de discrétisation.

- Le schéma amont du premier ordre : offre une certaine stabilité dans les calculs mais introduit de la diffusion numérique.
- Le schéma amont du second ordre : permet de réduire la diffusion numérique, mais son utilisation peut entraîner une divergence du calcul.

#### III.2.1.3. Couplage pression-vitesse [12]

Il est nécessaire d'utiliser un algorithme pour ajuster la pression et la vitesse afin de garantir que ces grandeurs respectent l'équation de continuité. Cet algorithme impose une relation entre les vitesses corrigées et les pressions corrigées. Nous utilisons l'algorithme SIMPLE pour résoudre le système d'équations discrétisées.

Le processus itératif de ce schéma est illustré dans la figure (III.2.), où u, v et w représentent les trois composantes du vecteur vitesse, et P représente la pression.

Après *n* itérations, les valeurs de  $\phi$  sont obtenues. Pour éviter des corrections excessives de ces grandeurs et ainsi réduire les risques de divergence du calcul, les nouvelles valeurs de  $\phi$  utilisées pour l'itération (*n*+1) sont calculées comme suit:

$$\phi^* = \alpha \phi + (1 - \alpha)\phi_{(n-1)} \tag{III-9}$$

 $\phi_{(n-1)}$ : Résultat de l'itération (n-1).

 $\alpha$ : Facteur de sous relaxation, compris entre 0 et 1



Figure III.2 : Schéma itératif avec l'algorithme SIMPLE [12]

### **III.2.1.4.** Convergence :

À chaque itération, Fluent évalue l'état de convergence en calculant les résidus. Le résidu  $R^{\phi}$  correspond au déséquilibre de l'équation 3, sommé sur toutes les cellules du domaine. Il peut être exprimé comme suit :

$$R^{\phi} = \sum_{cellules P} \left| \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_p \phi_p \right|$$
(III-10)

De manière générale, évaluer la convergence à partir de ce résidu est complexe car il dépend de la taille du système. Fluent rend ce résidu adimensionnel en utilisant un facteur d'échelle représentatif du débit à travers le domaine. Ce résidu relatif est défini comme suit :

$$R^{\phi} = \frac{\sum_{cellules P} |\sum_{nb} a_{nb}\phi_{nb} + b - a_{p}\phi_{p}|}{\sum_{cellules P} |a_{p}\phi_{p}|}$$
(III-11)

Fluent propose par défaut l'utilisation de ces résidus relatifs, et c'est la méthode que nous adopterons pour évaluer la convergence des calculs

# III.3. Présentation de la configuration étudiée

#### III.3.1. Présentation de la géométrie

La configuration correspond à un écoulement bidimensionnel turbulent et incompressible à surface libre à travers un obstacle de forme rectangulaire, triangulaire ou demi-circulaire. La zone d'étude est représentée par un canal rectangulaire de 4 mètres de longueur et 0.8 mètre de hauteur. Représenté ci-dessous :



Figure III.3 : Domaine physique du canal

Notre étude introduit 3 types d'obstacles pour valider notre modèle de simulation : un obstacle rectangulaire, un triangulaire ainsi qu'un demi-cylindre. Les dimensions de chaque type sont indiquées dans le tableau ci-dessous :

Rectangulaire	Triangulaire	Demi-circulaire		
0.4 m	0.4 m	R= 0.5 m		

Tableau III.1 : Dimensions des différents obstacles

### III.3.2. Maillage

La première étape essentielle dans la réalisation d'une simulation numérique consiste à définir un maillage approprié pour l'écoulement. On utilisera un maillage d'une moyenne de 16936 nœuds pour le cas rectangulaire, 17410 nœuds pour le cas triangulaire et 17659 nœuds pour le cas demi-circulaire.

Géon	nétrie	Nœuds	Mailles	
Canal rectangulaire	Obstacle rectangulaire	16936	32721	
	Obstacle triangulaire	17410	33717	
	Obstacle demi circulaire	17659	34236	

Tableau III.2 : Nombre de nœuds et mailles pour les différents cas



Figure III.4 : Maillage pour l'obstacle rectangulaire



Figure III.5 : Maillage pour l'obstacle triangulaire



Figure III.6 : Maillage pour l'obstacle demi-circulaire

#### **III.3.3.** Conditions initiales

Pour démarrer la simulation, le modèle numérique requiert des conditions initiales qui décrivent l'état initial de l'écoulement. Il est essentiel de spécifier les vitesses initiales dans les différents domaines fluides ainsi que les valeurs initiales pour la turbulence, la pression et la fraction volumique (définissant la position initiale de la surface libre). Si ces variables ont des valeurs initiales constantes, elles peuvent être directement fournies au logiciel.

Les conditions initiales définissent l'état de base du modèle au début de la simulation. Elles sont appliquées aux surfaces du domaine de calcul, et leur déclaration intervient après le chargement des surfaces maillées dans Fluent.

#### **III.3.4.** Conditions aux limites

Le code de calcul Fluent offre plusieurs types de conditions aux limites, parmi lesquels nous utilisons principalement quatre : le débit d'entrée (velocity inlet), la pression de sortie (pressure Outlet), la condition de paroi (wall) et l'atmosphère (pressure outlet) lorsqu'on travaille avec une surface libre.

Nous introduisons un débit à partir d'une vitesse et d'une section mouillée (conditions aux limites de type Dirichlet).

La deuxième condition, "pressure-Outlet" (pression de sortie), est appliquée aux sorties du canal pour imposer une hauteur d'eau sur une section de la conduite. Elle assure une densité constante sur une hauteur donnée, permettant ainsi que les cellules voisines soient remplies d'eau.

La troisième condition, "Wall", correspond à un flux nul et est appliquée sur les parois ou les seuils. La vitesse est tangente à la paroi pour les cellules avoisinantes. La quatrième condition, "Pressure outlet", représente une sortie du canal vers l'atmosphère.



Figure III.7 : Conditions aux limites imposées

#### III.3.5. Modèles de turbulence

Les simulations ont été effectuées en utilisant le modèle de fermeture du deuxième ordre RNG k- $\varepsilon$ . La pertinence de ce modèle pour les écoulements à surface libre a été confirmée par plusieurs auteurs. [13]

#### III.3.6. Modélisation des écoulements à surface libre

Pour les écoulements incompressibles, sans modèle d'énergie et sans considération des interactions entre domaines fluides, les méthodes VOF offrent une résolution efficace des problèmes hydrauliques à surface libre. Cependant, ce modèle présente les limites suivantes :

- Il est impératif qu'aucune cellule ne soit vide, c'est-à-dire qu'il doit y avoir au moins une phase présente dans chaque cellule.
- Seule une des deux phases peut être compressible, pas les deux simultanément.
- Lorsqu'on active le modèle VOF, il n'est pas possible de simuler des écoulements périodiques en raison d'une incompatibilité.
- Actuellement, ce modèle ne tient pas compte du mélange ni des réactions.

Fluent propose quatre schémas numériques pour localiser l'interface eau-air, notamment : Euler explicite, implicite, reconstruction géométrique et donneur-accepteur. Le schéma "implicite" est particulièrement adapté pour les régimes permanents. En régime transitoire, l'utilisation des méthodes VOF nécessite la spécification du nombre de Courant. Ce nombre sans dimension compare le pas de temps de calcul  $\Delta t$  au temps caractéristique durant lequel un élément fluide traverse le volume de contrôle. Le modèle VOF repose sur la méthode de la fraction volumique, permettant de localiser l'interface entre deux domaines fluides distincts, tels que l'eau et l'air. Cette méthode est applicable aux fluides non miscibles, où il n'y a pas d'interpénétration entre les fluides (par exemple, absence de transfert de masse entre les deux fluides).

#### **III.3.7. Simulation numérique**

Le modèle de turbulence, les conditions initiales et aux limites, ainsi que le maillage choisi pour passer du domaine physique au domaine numérique seront validés à l'aide des résultats expérimentaux. L'utilisation des modèles de turbulence nécessite le calcul de certains paramètres de turbulence qui serviront de conditions aux limites pour le domaine d'étude. Les formules suivantes, extraites du manuel d'utilisation du code de calcul Fluent, sont d'une grande importance. En effet, la vitesse de convergence des calculs dépend des valeurs initiales attribuées à l'ensemble de ces paramètres.

Le nombre de Reynolds Re pour un écoulement bidimensionnel est défini par :

$$Re = \frac{UD}{v}$$
(III-12)

L'intensité turbulente (%) est définie par [14] :

$$I_t = 0.16Re^{-1/8}$$
(III-13)

L'énergie cinétique turbulente k  $(m^2/s^2)$  est définie par [15] :

$$K = 1.5(UI_t)^2$$
 (III-14)

L'échelle de longueur de la turbulence l(m) est définie par :

Le taux de dissipation visqueuse  $(m^2/s^3)$  est défini par [15] :

$$\varepsilon = C_{\mu}^{3/4} \frac{K^{3/2}}{l} \tag{III-16}$$

Avec  $C_{\mu}$  un coefficient empirique qui vaut 0,9

#### III.3.8. Paramètres des simulations des écoulements à surface libre

Le modèle de turbulence a été employé. La surface libre est repérée au moyen de la méthode VOF. Les schémas de discrétisation choisis sont les suivants : Body Force Weighted

pour la pression, et Second Order Upwind pour les autres paramètres. À l'entrée du canal, nous avons imposé un débit en utilisant la condition "velocity inlet", tandis qu'à la sortie, une condition "Pressure-Outlet" a été appliquée pour maintenir une hauteur d'eau constante. Les parois du fond et de l'obstacle ont été modélisées comme des surfaces solides avec la condition "Wall".

Aucune contrainte n'a été imposée à l'interface entre l'air et l'eau, permettant ainsi une déformation libre de cette interface. La pression atmosphérique a été spécifiée sur la partie supérieure du domaine, qui est composée d'air.

Le couplage pression-vitesse est réalisé selon l'algorithme "SIMPLE", avec des coefficients de relaxation choisis à 0.3 et 0.7.

L'intégration des modèles de turbulence requiert le calcul de certains paramètres de turbulence qui sont essentiels comme conditions aux limites pour le domaine d'étude. Ces paramètres jouent un rôle crucial dans la vitesse de convergence des calculs, car ils influencent les conditions initiales de l'ensemble du système.

# III.3.9. Condition d'arrêt

La condition d'arrêt des calculs que nous avons spécifiée pour le logiciel FLUENT est de 10<sup>-3</sup>.

### III.3.10. Convergence des calculs

Nous utilisons deux critères pour évaluer la convergence du calcul :

- Critère basé sur l'erreur de masse : Le déséquilibre en masse entre le flux entrant et le flux sortant est causé par l'accumulation des erreurs numériques de calcul.
- Critère visuel basé sur le Linegraph : Nous pouvons suivre graphiquement l'évolution du résidu de la masse après chaque itération. Lorsque cette valeur se stabilise, cela signifie que le code de calcul ne peut pas fournir de résultat plus précis pour la géométrie donnée.



Figure III.8 : Evolution des résidus au cours des itérations

### **III.3.11. Description de l'expérience :**

Les expériences ont été réalisées dans un canal à surface libre. Ce canal mesure 4 m de longueur, avec une section rectangulaire ayant une largeur de 1 m et une hauteur de 0,8 m, toutes les parois étant en verre. L'obstacle utilisé est de forme rectangulaire et est qualifié de bidimensionnel, étant invariant dans la direction transversale à l'écoulement. Sa profondeur correspond à la largeur du canal avec un rapport  $\beta$  de 0,8. Les différents points de fonctionnement testés dans cette étude sont répertoriés dans le tableau.

Q	h <sub>0</sub> (m)	F <sub>0</sub>	U <sub>0</sub>	<b>D</b> <sub>H</sub> ( <b>m</b> )	Re	It %	k (m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	3	α
(L/s)		/	(m/s)		/			$(m^2/s^3)$	1
60	0.2	0.23	0.3	0.07555	23202	4.455	0.00026	0.00013	0.69
80	0.2	0.23	0.4	0.08496	34789	4.445	0.00033	0.00016	0.66
100	0.2	0.23	0.5	0.09384	48031	4.369	0.00042	0.00018	0.54
120	0.2	0.23	0.6	0.1122	68915	4.246	0.00061	0.00021	0.46

#### Tableau (III-3) : Paramètres des tests pour les différents points de fonctionnement

Ce cas de test vise à valider le modèle numérique pour un écoulement fluvial à surface libre, on a utilisé les mêmes points de fonctionnement pour notre étude.

# **III.4.** Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons démontré la capacité du logiciel Fluent à modéliser les écoulements à surface libre en présence d'un obstacle à travers différents points de fonctionnement.

# **Chapitre IV Résultats et interprétation**

# **Résultats et interprétation**

#### **IV.1. Introduction**

Après avoir effectué nos calculs sur fluent 15.0 qui présente une analyse détaillée des comportements hydrodynamiques autour de différents types d'obstacles placés dans un écoulement d'eau. Les obstacles étudiés incluent des formes rectangulaires, triangulaires, et demi-circulaires. L'objectif principal est de comprendre l'impact de ces obstacles sur les profils d'eau, de vitesse, et de pression pour divers débits d'écoulement.

Pour chaque type d'obstacle, nous avons examiné quatre cas de débits différents : 60 l/s, 80 l/s, 100 l/s, et 120 l/s. Les résultats sont illustrés à l'aide de graphiques qui montrent les variations des profils d'eau, de la vitesse et de la pression pour chaque débit. Cette approche comparative permet de mettre en évidence les différences significatives dans les comportements hydrodynamiques en fonction de la forme de l'obstacle et du débit de l'écoulement.

#### IV.2. Choix du maillage

La première étape pour réaliser une simulation numérique consiste à définir un maillage approprié à l'écoulement. La qualité du maillage influence directement la précision des résultats. Un maillage trop peu dense peut entraîner des résultats imprécis, tandis qu'un maillage excessivement dense peut entraîner des temps de calcul prolongés. Après quelques tests réalisés on a opté pour l'utilisation d'un maillage fin ce qui nous a permis d'éliminer l'erreur liée à des mailles trop larges.

#### IV.3. Validation du model numérique

Dans cette partie, nous comparerons le profil de la surface libre, de pression ainsi que les profils de vitesses à différentes sections du canal avec les données expérimentales. Pour évaluer l'erreur des résultats numériques en pourcentage, les variables seront présentées sous forme relative (y/h0).

#### IV.3.1 Profil de la surface libre

Dans cette partie, nous allons comparer le profil de la surface libre autour de l'obstacle pour un débit de Q=60 l/s et Fr=0.23



Figure IV.1 : Profile de la surface libre pour Q=60 l/s

La figure (IV.1) montre l'évolution de la hauteur d'eau e long de l'axe x dans un écoulement fluvial avec Fr=0,23.

On remarque que les résultats obtenus sont en conformité avec les données expérimentales.

#### IV.3.2. Profils des vitesses pour (Q= 60 L/s ; Fr=0.23)

Dans cette section, nous allons examiner et comparer les profils des vitesses longitudinales autour de l'obstacle pour un débit de Q=60 l/s. Les graphiques ci-dessous montrent les hauteurs relatives Y/h0 en fonction du nombre de Froude local Fr.

Vitesses x : Fr(Y) = 
$$\frac{u}{\sqrt{gh_0}}$$

u: représente la projection du vecteur vitesse sur l'axe X (vitesse longitudinale)



**Figure IV.2 :** Profile des vitesses pour x=0 m x=0.14 m

Figure IV.3 : Profile des vitesses pour



Figure IV.4 : Profile des vitesses a x=0.28 m

Les figures 2,3,4 illustrent la comparaison entre les résultats numériques et les données expérimentales pour les profils de vitesses à différentes sections le long de l'axe de l'écoulement dans le canal. Les résultats montrent une erreur relative moyenne de 8 %. Les profils de vitesses obtenus autour de l'obstacle pour la plupart des simulations sont en bonne concordance avec les mesures expérimentales.

On remarque qu'il existe une variation significative de la vitesse longitudinale au-dessus de l'obstacle à différents points le long de l'axe x (x=0,14 m, x=0,28 m). Cette augmentation de la vitesse est directement liée à la réduction de la section de passage, où l'écoulement se contracte.

# IV.3.3. Profil des pressions sur l'interface pour (Q= 60 L/s, Fr=0.23)

Dans cette section, nous allons examiner et comparer la pression de l'écoulement à l'interface.



Figure IV.5 : Champ de pression relative à l'interface pour Q= 60 l/s

La (figure IV.5) montre la variation de la pression relative. L'erreur relative moyenne des résultats numériques pour le profil de pression sur la surface libre est de 6 %. Cette constatation confirme une fois de plus que les résultats obtenus sont satisfaisants.

# **IV.4 Résultats**

# IV.4.1. Obstacle rectangulaire

H=0.4m, L=0.5m

# 1. Cas N°1 : Q=60 l/s ; Fr=0.23

• Contours des phases :



Figure IV.6 : Contours des phases pour Q=601/s

• Contours de pression :



Figure IV.7 : Contours de pression pour Q=60 l/s

• Contours des vitesses :



Figure IV.8 : Contours des vitesses u et w pour Q=60 l/s

# 2. Cas N°2 : Q=80 l/s ; Fr=0.23

• Contours des phases :



Figure IV.9 : Contours des phases pour Q=80 l/s

• Contours de pression :



Figure IV.10 : Contours de pression pour Q=80 l/s

• Contours des vitesses :



Figure IV.11 : Contours des vitesses u et w pour Q=80 l/s

# 3. Cas N°3 : Q=100 l/s ; Fr=0.23

• Contours des phases :



Figure IV.12 : Contours des phases pour Q= 100 l/s

• Contours de pression :



Figure IV.13 : Contours de pression pour Q=100 l/s

- Contours des vitesses :


# 4. Cas N°4 : Q=120 l/s ; Fr=0.23

• Contours des phases :



Figure IV.15 : Contours des phases pour Q=120 l/s

• Contours de pression :



Figure IV.16 : Contours de pression pour Q=120 l/s



Figure IV.17 : Contours des vitesses u et w pour Q=120 l/s

#### IV.4.1.1. Profiles des vitesses et de pression pour le cas obstacle rectangulaire :

• Profils de vitesse u :

Profils de vitesse w :

•



Figure IV.18 : Variation de la vitesse u pour les quatre débits Q=601/s , Q=801/s ,Q=100 1/s

```
Q=120 l/s
```

- 0,4 0 Q=60 l/s Q=80 l/s -0,4 Q=100 l/s Q=120 l/s -0,8 Velocityw (m/s) -1'5 -1'6 -2 -2,4 -2,8 -3,2 -1 -0,5 0 0,5 -2,5 -2 -1,5 1 -3 Longeur du canal
- Figure IV.19 : Variation de la vitesse v pour les quatre débits Q=60l/s Q=80 l/s , Q=100 l/s Q=120 l/s

54

#### • Profils de pression :



Figure IV.20 : Variation des profils de pression pour les quatre débits Q=601/s, Q=80 1/s Q=100 1/s, Q=120 1/s

#### **IV.4.1.2.** Interprétation :

Les résultats des quatre cas étudiés pour différents débits (Q = 60, 80, 100, et 120 l/s) montrent des variations significatives dans le comportement de l'écoulement autour d'un obstacle rectangulaire.

Pour Q=60 l/s, la phase d'eau (figure IV.6) révèle une élévation notable en amont de l'obstacle, tandis que les contours de pression (figure IV.7) indique des variations de pression marquées de part et d'autre de l'obstacle, avec des vitesses (figure IV.8) montrant des zones distinctes de recirculation et de turbulence.

À Q=80 l/s, la phase d'eau (figure IV.9) présente une élévation plus prononcée en amont par rapport au cas précédent, avec des gradients de pression (figure IV.10) amplifiés et des vitesses (figure IV.11) illustrant une complexité accrue dans l'écoulement.

À Q=100 l/s, la phase d'eau (figure IV.12) montre une élévation encore plus marquée, accompagnée de gradients de pression (figure IV.13) plus importants et de zones de recirculation et de turbulences (figure IV.14) accentuées.

Enfin, à Q=120 l/s, la phase d'eau (figure IV.15) atteint son élévation maximale en amont de l'obstacle, avec des gradients de pression (figure IV.16) maximalisés et des vitesses (figure IV.17) révélant des comportements d'écoulement extrêmement complexes.

L'analyse des profils de vitesse u (figure IV.18) montre une augmentation constante avec le débit, tandis que les profils de vitesse w (figure IV.19) indiquent des recirculations et turbulences accrues à des débits plus élevés. Les profils de pression (figure IV.20) montrent des gradients de plus en plus marqués avec l'augmentation du débit.

On remarque aussi qu'à partir d'un débit de 1001/s une apparition d'une zone de recirculation après l'obstacle.

### IV.4.2. Obstacle triangulaire

H=0.4 m L=0.5 m

1. Cas N°1 : Q=60 l/s ; Fr=0.23

• Contours des phases :



Figure IV.21 : Contours des phases pour Q=60 l/s

• Contours de pression :



Figure IV.22 : Contours de pression pour Q=60 l/s



Figure IV.23 : Contours des vitesses u et w pour Q=60 l/s

- 2. Cas N°2 : Q= 80 l/s ; Fr=0.23
  - Contours des phases :



Figure IV.24 : Contours des phases pour Q=80 l/s

• Contours de pression :



Figure IV.25 : Contours de pression pour =80 l/s



Figure IV.26 : Contours des vitesses u et w pour Q=80 l/s

### 3. Cas N°3 : Q=100 l/s ; Fr=0.23

• Contours des phases :



Figure IV.27 : Contours des phases pour Q=100 l/s

• Contours de pression :



Figure IV.28 : Contours de pression pour Q=100 l/s



Figure IV.29 : Contours des vitesses u et w pour Q=100 l/s

# 4. Cas N°4 : Q=120l/s ; Fr=0.23

• Contours des phases :



Figure IV.30 : Contours des phases pour Q=120 l/s

• Contours de pression :



Figure IV. 31 : Contours de pression pour Q=120 l/s



Figure IV. 32 : Contours des vitesses u et w pour Q=120 l/s



• Profils de vitesse u :



Figure IV.33 : Variation de la vitesse u pour les quatre débits Q=601/s, Q=80 1/s, Q=100 1/s

Q=120 l/s

• Profils de vitesse w :



Figure IV.34 : Variation de la vitesse v pour les quatre débits Q=60l/s, Q=80 l/s, Q=100 l/s Q=120l/s

#### • Profils de pression :



Figure IV.35 : Variation des profils de pression pour les quatre débits Q=601/s, Q=80 1/s Q=100 1/s, Q=120 1/s

#### **IV.4.2.2. Interprétation :**

Les études menées sur quatre cas différents avec des débits variés (Q = 60, 80, 100, et 120 l/s) révèlent les effets distincts de la forme triangulaire de l'obstacle sur l'écoulement.

À Q=60 l/s, le profil d'eau (figure IV.21) montre une élévation similaire à celle observée avec un obstacle rectangulaire mais avec des caractéristiques spécifiques dues à la géométrie triangulaire, confirmées par le champ de pression (figure IV.22) et les variations de vitesse (figure IV.23) mettant en évidence des zones de recirculation.

À Q=80 l/s, le profil d'eau (figure IV.24) révèle une élévation plus marquée en amont par rapport à Q=60 l/s, avec des gradients de pression (figure IV.25) influencés par la forme triangulaire et des turbulences accentuées dans les vitesses (figure IV.26).

Pour Q=100 l/s, le profil d'eau (figure IV.27) montre une élévation significative avec des différences de pression maximales (figure IV.28) influencées par la géométrie de l'obstacle, et des comportements de recirculation prononcés dans les vitesses (figure IV.29).

Enfin, À Q=120 l/s, le profil d'eau (figure IV.370) atteint une élévation maximale en amont de l'obstacle, avec des gradients de pression maximaux (figure IV.31) et une dynamique d'écoulement complexe dans les vitesses (figure IV.32).

L'analyse des profils de vitesse u (figure IV.33) montre une augmentation constante avec l'augmentation du débit, tandis que les profils de vitesse w (figure IV.34) indiquent des recirculations et turbulences plus intenses à des débits plus élevés. Les profils de pression (figure IV.35) montrent des gradients de plus en plus marqués avec l'accroissement du débit.

# IV.4.3. Obstacle demi circulaire

# R=0.5 m

- 1. Cas N°1 : Q=60 l/s ; Fr=0.23
  - Contours des phases :



Figure IV.36 : Contours des phases pour Q=60 l/s

• Contours de pression :



Figure IV.37 : Contours de pression pour Q=60 l/s



Figure IV.38 : Contours des vitesses u et w pour Q=60 1/s

## 2. Cas N°2 : Q=80 l/s ; Fr=0.23

• Contours des phases :



Figure IV.39 : Contours des phases pour Q=80 1/s

• Contours de pression :



Figure IV.40 : Contours de pression pour Q=80 l/s



Figure IV.41 : Contours des vitesses u et w pour Q=80 l/s

# 3. Cas N°3 : Q=100 l/s ; Fr=0.23

• Contours des phases :



Figure IV.42 : Contours des phases pour Q=100 l/s

• Contours de pression :



Figure IV.43 : Contours de pression pour Q=100 l/s



Figure IV.44 : Contours des vitesses u et w pour Q=100 l/s

# 4. Cas N°4 : Q=120l/s ; Fr=0.23

• Contours des phases :



Figure IV.45 : Contours des phases pour Q=120 l/s

• Contours de pression :



Figure IV.46 : Contours de pression pour Q=120 l/s



Figure IV.47 : Contours des vitesses u et w pour Q=120 l/s

# IV.4.3.1. Profiles des vitesses et de pression pour le cas obstacle demi-circulaire :



• Profils de vitesse u :

Figure IV.48 : Variation de la vitesse u pour les quatre débits Q=601/s, Q=80 1/s ,Q=100 1/s

Q=120 l/s

• Profils de vitesse w :



Figure IV.49 : Variation de la vitesse v pour les quatre débits Q=601/s Q=80 1/s ,Q=100 1/s Q=120 1/s

#### • Profil de pression :



Figure IV.50 : Variation des profils de pression pour les quatre débits Q=601/s Q=80 1/s Q=100 1/s, Q=120 1/s

#### IV.4.3.2. Interprétation :

Les quatre cas étudiés avec différents débits (Q = 60, 80, 100, et 120 l/s) analysent l'impact d'un obstacle de forme demi-circulaire sur l'écoulement.

À Q=60 l/s, la phase d'eau (figure IV.36) montre une élévation spécifique en amont de l'obstacle, avec des caractéristiques de pression (figure IV.37) influencées par sa courbure, et des variations de vitesse (figure IV.38) mettant en évidence des zones de recirculation propres à cette forme.

À Q=80 l/s, la phase d'eau (figure IV.39) révèle une élévation plus prononcée en amont, accompagnée de gradients de pression (figure IV.40) également influencés par la forme demicirculaire, avec des vitesses (figure IV.41) montrant des zones de recirculation et de turbulences accentuées. Pour Q=100 l/s, la phase d'eau (figure IV.42) montre une élévation significative en amont, avec des différences de pression maximales (figure IV.43) influencées par la géométrie de l'obstacle, et des comportements de recirculation marqués dans les vitesses (figure IV.44).

À Q=120 l/s, la phase d'eau (figure IV.45) atteint une élévation maximale en amont, avec des gradients de pression maximaux (figure IV.46) soulignant une dynamique d'écoulement complexe dans les vitesses (figure IV.47).

L'analyse des profils de vitesse u (figure IV.48) montre une augmentation constante avec l'augmentation du débit, tandis que les profils de vitesse w (figure IV.49) révèlent des recirculations et turbulences plus intenses à des débits plus élevés. Les profils de pression (figure IV.50) illustrent des gradients de plus en plus marqués avec l'accroissement du débit,



# **IV.5.** Comparaison :





**Figure IV.52 :** Variation de la vitesse u pour les trois obstacle (Q=80l/s)



Figure IV.53 : Variation de la vitesse w pour les trois obstacle (Q=80l/s)

Les trois graphes représentent les variations de pression (P) et de vitesse (u et v) en fonction de la longueur pour trois types d'obstacles : rectangulaire, triangulaire et demicirculaire. Voici une comparaison détaillée des résultats présentés dans chaque graphe :

#### **IV.5.1.** Pression (P) en fonction de la longueur :

La variation de la pression (P) le long des obstacles étudiés se présente comme suit : pour l'obstacle rectangulaire (représenté par la ligne verte), la pression exhibe des variations marquées avec des pics positifs élevés juste en amont de l'obstacle, suivis de chutes importantes en aval.

En comparaison, l'obstacle triangulaire (ligne rouge) montre une augmentation de la pression en amont, mais de manière moins prononcée que l'obstacle rectangulaire, et une diminution moins abrupte en aval.

Quant à l'obstacle demi-circulaire (ligne bleue), la pression présente une montée douce en amont avec des fluctuations légères, et une baisse de pression moins drastique en aval par rapport aux deux autres configurations d'obstacles.

#### IV.5.2. Vitesse u en fonction de la longueur :

Pour l'obstacle rectangulaire (représenté par la ligne verte), la vitesse u augmente graduellement en amont de l'obstacle et présente une chute abrupte juste après celui-ci. Les fluctuations de la vitesse après l'obstacle sont également plus marquées.

En comparaison, l'obstacle triangulaire (ligne rouge) montre une augmentation de la vitesse u de manière plus linéaire et progressive en amont, avec une diminution moins abrupte en aval par rapport à l'obstacle rectangulaire, suivie d'une montée plus rapide de la vitesse.

Quant à l'obstacle demi-circulaire (ligne bleue), la vitesse u augmente de manière régulière en amont de l'obstacle et présente des fluctuations plus douces en aval. La montée de la vitesse après l'obstacle est également plus modérée par rapport aux autres configurations d'obstacles.

#### IV.5.3. Vitesse w en fonction de la longueur :

Pour l'obstacle rectangulaire (ligne verte), la vitesse v présente une chute abrupte en aval de l'obstacle, atteignant des valeurs négatives élevées, suivie d'un rétablissement graduel.

Pour l'obstacle triangulaire (ligne rouge), la vitesse v diminue également en aval, mais de manière moins drastique que pour l'obstacle rectangulaire, avec une récupération plus rapide et plus douce.

Enfin, l'obstacle demi-circulaire (ligne bleue) montre une variation plus modérée de la vitesse v, avec une diminution en aval de l'obstacle moins prononcée et une récupération plus rapide par rapport aux deux autres configurations d'obstacles.

#### **IV.5.4.** Analyse comparative :

- Impact de la forme de l'obstacle sur la pression : L'obstacle rectangulaire provoque les plus grandes variations de pression, avec des pics et des creux significatifs. L'obstacle triangulaire modère ces variations, tandis que l'obstacle demi-circulaire les atténue encore davantage, montrant les changements les plus doux.
- Impact sur la vitesse u : La vitesse u augmente en amont pour les trois obstacles, mais la montée est plus linéaire et progressive pour l'obstacle triangulaire et demi-circulaire. Les fluctuations en aval sont les plus prononcées pour l'obstacle rectangulaire, suivies

par l'obstacle triangulaire, avec l'obstacle demi-circulaire montrant les variations les plus modérées.

Impact sur la vitesse w : La vitesse w montre des diminutions abruptes en aval de l'obstacle pour tous les cas, mais la chute est la plus importante pour l'obstacle rectangulaire. L'obstacle triangulaire modère cette chute, et l'obstacle demi-circulaire présente les variations les plus douces, avec une récupération plus rapide.

Les trois types d'obstacles ont des impacts distincts sur les profils de pression et de vitesse. L'obstacle rectangulaire induit les variations les plus extrêmes, suivies par l'obstacle triangulaire. L'obstacle demi-circulaire, en raison de sa forme plus aérodynamique, présente les changements les plus modérés et les moins abrupts, ce qui peut être bénéfique pour minimiser les perturbations dans le flux d'eau. Ces observations sont cruciales pour des applications pratiques où la gestion des variations de pression et de vitesse est essentielle.

#### **IV.6. Conclusion :**

Les résultats obtenus à partir de simulations numériques sur Fluent 15.0 ont fourni une analyse approfondie des comportements hydrodynamiques autour de trois types d'obstacles : rectangulaire, triangulaire et demi-circulaire, dans un écoulement d'eau à différents débits (60 l/s, 80 l/s, 100 l/s, 120 l/s). Chaque type d'obstacle a été étudié pour observer les variations des profils de la ligne d'eau, de la vitesse et de la pression, permettant ainsi une compréhension détaillée des interactions entre la forme de l'obstacle et les caractéristiques de l'écoulement.

Pour l'obstacle rectangulaire, les résultats montrent une augmentation significative de la hauteur d'eau en amont de l'obstacle, accompagnée d'une accélération de la vitesse autour de ses bords et des zones distinctes de recirculation et de turbulence. Les variations de pression indiquent des gradients marqués entre l'amont et l'aval de l'obstacle, influencés par la forme angulaire de celui-ci.

L'obstacle triangulaire présente des profils similaires mais avec des caractéristiques distinctes de distribution de la vitesse et de pression, adaptées à sa géométrie spécifique. Les zones de recirculation et les fluctuations de vitesse sont plus centrées autour du sommet du triangle, reflétant une dynamique d'écoulement unique par rapport à l'obstacle rectangulaire.

Enfin, l'obstacle demi-circulaire montre une élévation plus douce de l'eau en amont, une distribution plus uniforme de la vitesse autour de sa courbe et des gradients de pression plus modérés par rapport aux deux autres formes d'obstacles. Les variations observées dans les profils de vitesse et de pression reflètent les effets de la courbure sur l'écoulement, avec des zones de recirculation et de turbulence adaptées à sa forme semi-circulaire.

Les comparaisons entre les différents débits montrent une augmentation générale des vitesses et des gradients de pression avec l'augmentation du débit, affectant de manière variable les trois types d'obstacles étudiés. Ces résultats mettent en évidence l'importance de la forme de l'obstacle dans la modification des caractéristiques de l'écoulement, avec des implications potentielles pour la conception et l'optimisation des structures immergées dans les environnements aquatiques.

# **Conclusion Générale**

# **Conclusion Générale**

L'objectif de cette étude été de réaliser une simulation numérique d'un écoulement a surface libre dans un canal rectangulaire comportant différents types d'obstacles, afin de caractériser l'évolution de la surface libre et les divers aspects de l'écoulement à proximité de ces obstacles en variant le débit.

La méthode numérique sera réalisée sur le logiciel Fluent utilisant les équations de Navier-Stokes. Le modèle VOF (Volume Of Fluid), basé sur l'approche d'Euler, est capable de modéliser plusieurs fluides non miscibles. En résolvant un système simplifié d'équations de mouvement et en suivant la fraction volumique de chaque fluide dans tout le domaine, ce modèle a été sélectionné pour sa simplicité et son temps d'itération relativement court par rapport à d'autres modèles multiphasiques. Il est reconnu comme le choix le plus approprié dans de telles situations, pour effectuer sa fermeture on a choisi le modèle de fermeture (k- $\epsilon$ ).

Les résultats des simulations numériques réalisé ont été assez satisfaisant pour les différents débits.

En somme, ce travail fournit une vue d'ensemble compréhensive de la dynamique des fluides autour d'obstacles de différentes formes, offrant ainsi des perspectives précieuses pour des applications pratiques dans des domaines tels que l'ingénierie hydraulique et la gestion des ressources en eau. Cette analyse approfondie fournit des informations essentielles pour la conception et l'optimisation des structures hydrauliques. Les résultats peuvent être utilisés pour améliorer l'efficacité des systèmes de gestion de l'eau, en tenant compte de l'impact des formes et des débits des obstacles sur les caractéristiques de l'écoulement.

# **Références Bibliographiques**

# **Références Bibliographiques**

[1] Didacticiel Hydraulique appliqué, Université de Louvain, 2013

[2] Gislain Lipeme Kouyi, expérimentations et modélisations tridimensionnelles de L'hydrodynamique et de la séparation particulaire dans les déversoirs d'orage, Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur – Strasbourg I, 16 décembre 2004.

[3] A.Antonella, M.Germano, M.Nini, M.Restelli, A DG Implementation of a NovelHybrid RANS/LES Technique With RANS Reconstruction, Department of Aerospace Science and Technology, Politecnico di Milano Via La Masa, 34, 20156 Milano, Italy, 2014.

[4] Tommaso Fondelli, Antonio Andreini, Bruno Fachini ; Numerical Simulation of Dam-Break Problem Using an Adaptive Meshing Approach, Department of Industrial Engineering, University of Florence, Via Santa Marta 3, Florence 50139, Italy, 2015.

**[5] M. Doring, Y. Andrillon, B. Alessandrini, P. Ferrant,** Complex free surface flow using SPH and VOF methods ; Division Hydrodynamique Navale, Laboratoire de Mécanique des Fluides (CNRS UMR6598), Ecole Centrale de Nantes, 2003.

[6] Franc Vigie, Etude expérimentale d'un écoulement à surface libre au-dessus d'un obstacle; Thèse présenté pour obtenir le titre de docteur de l'institut national polytechnique de Toulouse; École doctorale : Energétique et Dynamique des Fluides, 2005.

[7] Z Wang, N Cheng, Time-mean structure of secondary flows in open channel with longitudinal bedforms; Advances in Water Resources 29 (2006) 1634–1649.

[8] Chassaing. P, Turbulence en mécanique des fluides, analyse du phénomène en vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur, Polytech, ed. CEPADUES. Vol 1, 2000.

[9] Dr Faiçal NAIT BOUDA, Polycopié de cours Sur le thème Modélisation des écoulements turbulent, université de Bejaia, 2016.

[10] Launder. B. et Spalding. D, The numerical computation of turbulent flows, Computational Methods in Applied Mechanical Engineering, Vol 3, 1974.

[11] Piquet. J, La turbulence et sa modélisation, Tome1. E.N.S.M. France, 1983.

**[12] Walid JAAFAR,** Etude des champs de vitesse dans les effluant des réseaux d'assainissement, Ecole doctorale mathématique, science de l'information et de l'ingénieur 21 novembre 2006.

[13] H. Afshar, S. Hooman, Experimental and 3-D Numerical Simulation of Flow over a Rectangular Broad- Crested Weir, International Journal of Engineering and Advanced Technology, pp.2249 – 8958, Volume-2, Issue-6, August 2013.

[14] Fluent User's Guide (2003).

[15] H. K. Versteeg, W. Malasekera, An introduction to computational fluid dynamics, the finite volume method, Longman Group Ltd, 1995.

[16] Brahim Habibi, Hydraulique fluviale, Département d'Eau, Environnement et Développement Durable, Université Hassiba Benbouali de Chlef, 2016

#### Résumé

Cette étude s'inscrit dans le domaine complexe des écoulements à surface libre. Notre objectif était de réaliser une simulation numérique d'un écoulement diphasique dans un canal rectangulaire avec la présence de différents obstacles : rectangulaire, triangulaire, demicirculaire. La simulation numérique est effectuée à l'aide du logiciel de calcul ANSYS-Fluent en utilisant le modèle turbulent RNG et le modèle multiphasique VOF pour la capture d'interface. A la fin de la simulation on a comparés les différents résultats obtenus.

**Mots clés :** écoulements à surface libre, écoulement diphasique, canal rectangulaire, ANSYS-Fluent, modèle turbulent RNG, modèle multiphasique VOF.

#### Abstract

This study falls within the complex field of free-surface flows. Our objective was to conduct a numerical simulation of a two-phase flow in a rectangular channel with the presence of various obstacles : rectangular, triangular, semi-circular. The numerical simulation was performed using the ANSYS-Fluent computational software, employing the RNG turbulent model and the multiphase VOF model for interface capture. At the end of the simulation, we compared the various results obtained.

**Keywords :** free-surface flows, two-phase flow, rectangular channel, ANSYS-Fluent, RNG turbulent model, VOF multiphase model.