République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

> Université A.MIRA Bejaïa Faculté de la technologie Département de Génie Electrique



### Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme de Master en électronique Spécialité : Automatique

### Thème

## Commande prédictive robuste appliquée sur une éolienne

Présenté par

M<sup>r</sup> GHILAS Massinissa

Devant le jury:

Pr B. Mendil Mr H. Haddar

Encadré par

Dr H. LEHOUCHE

Année universitaire 2012/2013

## **Remerciements**

Au terme de ce modeste travail, je tiens à exprimer mes remerciements les plus sincères au bon Dieu pour la patience et la santé qu'il m'a accordé pour mener à bien tous mes efforts le long de mon parcourt.

Ainsi, je tiens à exprimer mes vifs remerciements et ma profonde gratitude à mon promoteur Mr Lehouche Hocine, pour m'avoir assuré l'encadrement et consacré le temps nécessaire à la réalisation de ce mémoire.

Mes sincères remerciements s'adressent à Mr B. Mendil et Mr H. Haddar qui m'ont fait l'honneur d'examiner et d'évaluer mon travail.

Une mention toute spéciale à mes parents et à mes frères pour leurs soutien moral et matériel durant mes études ainsi que toute personne ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire. Qu'ils trouvent ici toute ma gratitude et mon amour.



Je dédie ce modeste travail : A mes très chers parents ; A mes frères ; A mes grands-mères et grands-pères ; A mes tantes et oncles ; A mes cousins et cousines ; A tous mes amis ; A toute personne chère à mes yeux.

# Tables des matières

Table des matières	i
Liste des figures	v
Liste des tableaux	vii
Abréviations	viii
Nomenclature	ix
Introduction générale	1

### *Chapitre 1 Etude et simulation d'une éolienne*

1.1. Intro	oduction
1.1.1.	Quelques notions sur le vent
1.2. Des	criptif et qualités de l'énergie éolienne3
1.2.1.	Définition de l'énergie éolienne3
1.2.2.	Les différents types des systèmes éoliens3
1.2.2	2.1. Les éoliennes à axe vertical5
1.2.2	2.2. Les éoliennes à axe horizontal7
1.2.3.	Caractéristiques technologiques de l'éolienne à axe horizontal7
1.2.4.	La chaîne de transformation énergétique10
1.2.5.	Différents facteurs de productivité11
1.2.6.	Principe de la conversion aérodynamique du vent11
1.3. Moo	délisation et simulation d'une éolienne à deux masses10
1.3.1.	Présentation du modèle de la turbine éolienne12
1.3.2.	Les hypothèses de simplifications relatives à notre modèle13
1.3.3.	Modèle Aérodynamique11
1.3.3	8.1. Modèle des pales
1.3.3	3.2. Puissance aérodynamique
1.3.3	3.3. Coefficient de puissance aérodynamique16

	1.3.3.4.	Couple aérodynamique	. 17
1.3	3.4. Dy	namique du modèle	. 18
1.3	3.5. Sin	nulation du modèle en boucle ouverte	. 22
	1.3.5.1.	Profils du vent	. 22
	1.3.5.2.	Résultats de simulation	. 23
	1.3.5.3.	Discussion des résultats obtenus	. 24
1.4.	Conclus	sion	. 25

## *Chapitre 2 Commande prédictive robuste*

2.1.	Intro	luction	26
2.2.	Com	nande prédictive	26
2.	2.1. I	Définition	27
2.	2.2. 0	Caractéristiques	28
	2.2.2.1	Aspect anticipatif	28
	2.2.2.2	2. Prédiction explicite du comportement futur	28
	2.2.2.3	3. Optimisation par minimisation d'un critère quadratique	28
	2.2.2.4	4. Principe de l'horizon glissant	28
2.	2.3. F	Principes généraux de la commande prédictive	29
	2.2.3.1	Principe intuitif de la commande prédictive	29
	2.2.3.2	2. Principe des différents types d'horizons	30
2.3.	Les d	ifférentes techniques de commande prédictives	30
2.	3.1. C	Commande prédictive généralisée (GPC)	31
2.4.	Princ	ipe de la commande prédictive approche polynomiale (RST)	31
2.	4.1. N	Modèle de représentation du procédé et calcul du prédicteur	32
2.	4.2. I	Les avantages	35
2.5.	Princ	ipe de synthèse du régulateur RST	36
2.6.	Robu	stesse en stabilité	36

2.6	5.1.	Les marges de robustesse	36
2.6	5.2.	L'ambition de l'analyse de la sensibilité	38
2.6	5.3.	Procédure de sélection des paramètres du critère	38
2.7.	Ider	ntification du processus	40
2.7	7.1.	Mise en œuvre de l'algorithme de moindres carrés récursif	40
2.8.	Alg	orithme de synthèse du contrôleur RST prédictif robuste	41
2.8.	Con	clusion	44

## *Chapitre 3 Commande prédictive robuste appliquée à une éolienne*

3.1. In	troduction	45
3.2. St	tratégies de commande de la turbine éolienne	45
3.2.1.	Compte tenu des Perturbations et incertitudes paramétriques	45
3.2.2.	Caractéristique de la puissance d'éolienne	46
3.2.3.	Techniques d'extraction du maximum de la puissance (M.P.P.T)	47
3.3. La	a commande GPC adaptative appliquée à l'éolienne	49
3.2.1.	Identification du processus	49
3.2.2.	Configuration de la commande	50
3.4. T	raduction du Cahier des charges et calcul du RST	51
3.4.1.	Dynamique en poursuite	51
3.4.2.	Dynamique en régulation	51
3.5. R	éflexion sur les objectifs de la commande dans la zone II	51
3.5.1.	Rendement énergétique	52
3.5.2.	Maximisation de puissance mécanique	52
3.5.3.	Poursuite des vitesses de référnce	52

3.5.4.	Minimisation des efforts sur la commande	55
3.6. Ro	bustesse de la commande AGPC	55
3.6.1.	Evaluation de la Robustesse en stabilité	56
3.6.2.	Appréciation de la synthèse faite	
3.7. Co	nclusion	
Conclusio	on générale	60
Référence	es bibliographiques	62
Annexes		65

# Liste des figures

### Liste des figures

Fig. 1.1 Conversion de l'énergie cinétique du vent	4
Fig. 1.2 Les deux types de l'éoliennes	5
Fig. 1.3 Schéma de principe du rotor de Darrieus	6
Fig. 1.4 Schéma de principe du rotor de Savonius	6
Fig. 1.5 Représentation schématique d'une éolienne	7
Fig. 1.6 Les composants de la nacelle d'une éolienne	9
Fig. 1.7 Chaine de transformation énergétique	10
Fig. 1.8 Veine fluide traversant le rotor éolien	12
Fig. 1.9 Modèle de l'éolien utilisé	12
Fig. 1.10 Bilan des forces	14
Fig. 1.11 Colonne d'air animée d'une vitesse du vent	15
Fig. 1.12 Coefficient de puissance en fonction de $\beta$ et $\lambda$	17
Fig. 1.13 bloc du modèle aérodynamique	18
Fig. 1.14 bloc du modèle de la première masse et l'arbre lente	19
Fig. 1.15 bloc du modèle de la deuxième masse et l'arbre rapide	20
Fig. 1.16 Bloc du modèle de la turbine éolienne	21
Fig. 1.17 bloc Simulink de la turbine éolienne	22
Fig. 1.18 Profil du vent autour d'une valeur moyenne de 7 m/sec	23
Fig. 1.19 Vitesse de rotation du rotor.	23
Fig. 1.20 Vitesse de rotation de la génératrice	24
Fig. 1.21 Puissance mécanique.	24
Fig. 2.1 Diagramme temporel du critère à minimiser.	27
Fig. 2.2 Principe de la régulation prédictive	29
Fig. 2.3 Régulateur polynomial équivalent.	35
Fig. 2.4 Marges de robustesse	37
Fig. 2.5 Commande adaptative GPC	39
Fig. 3.1 Caractéristique puissance-vitesse typique d'une éolienne de grande puissance	46
Fig. 3.2 Coefficient de puissance en fonction de la vitesse spécifique $\lambda$ pour une valeur de l'an de calage fixe $\beta = 2$	gle 47
Fig. 3.3 Diagramme de conversion de puissance	48

Fig. 3.4 Schéma illustratif de la commande adaptative GPC (en ligne)	49
Fig. 3.5 Rendement aérodynamique du système	52
Fig. 3.6 La puissance mécaniques obtenue avec GPCA	53
Fig. 3.7 La vitesses de rotation du rotor obtenue avec GPCA	53
Fig. 3.8 La vitesses de rotation de la génératrice obtenue avec GPCA	54
Fig. 3.9 Signal de commande	55
Fig. 3.10 Diagramme de Nyquist de la fonction de transfert en boucle ouverte	. 57
<b>Fig. 3.11</b> Diagramme de Bode de la fonction de sensibilité directe ( $S_{yp}$ )	. 58
Fig. 3.12 Diagramme de Bode de la fonction de sensibilité complémentaire ( $S_{yb}$ )	. 58

## Liste des tableaux

### Liste des tableaux

Tableau 1.1 : classification des éoliennes.	4
Tableau 1.2 : liste des symboles	13
Tableau 2.1 Algorithme synthèse du régulateur RST	43

# Abréviations

### Abréviations

AGPC	Adaptative generalize predictive control
CARIMA	Controlled Auto-regressive Integrated Moving Average
DMC	Dynamique matrix control
GPC	Generalized predictive control
PFC	Prédictive Functional Control
RLS	Recursive Least Squares
RST	Self-Tuning Regulators
SBPA	Séquence binaire pseudo aléatoire

# Nomenclature

### Nomenclature

V	Vitesse de vent, m/s
ρ	Densité de l'air, kg m
R	Rayon de rotor, m
$P_a$	Puissance aérodynamique, W
T <sub>a</sub>	Couple aérodynamique, Nm
λ	Vitesse spécifique
β	Angle de calage des pales
<i>C</i> <sub>p</sub> (λ,β)	Coefficient de puissance
C <sub>p_max</sub> (λ, β)	Limite de Betz du coefficient de puissance
C <sub>q</sub> (λ,β)	Coefficient du couple
$\omega_t$	Vitesse angulaire du rotor, rad s <sup>-1</sup>
$\omega_g$	Vitesse angulaire de la génératrice, rad s <sup>-1</sup>
$\omega_{ls}$	Vitesse angulaire de l'arbre lent, rad s <sup>-1</sup>
$\omega_{hs}$	Vitesse angulaire de l'arbre rapide
$\boldsymbol{\theta}_t$	Position angulaire du rotor, rad
$oldsymbol{ heta}_{g}$	Position angulaire de la génératrice, rad
T <sub>em</sub>	Couple électromagnétique du générateur, Nm
T <sub>mec</sub>	Couple mécanique
T <sub>ls</sub>	Couple de l'arbre lent, Nm
T <sub>hs</sub>	Couple de l'arbre rapide
J <sub>r</sub>	Inertie des masses du côté du rotor, kg m <sup>2</sup>
$J_g$	Inertie des masses du côté du générateur, kg m <sup>2</sup>
$B_r$	Coefficient de frottements externes du rotor, N m rad <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup>
$B_g$	Coefficient de frottements externes de la génératrice, N m rad <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup>
$B_{ls}$	Coefficient de frottements sur l'arbre lent, N m rad <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup>
K <sub>ls</sub>	Coefficient de torsion sur l'arbre lent, N m rad <sup>-1</sup>

# Introduction générale

Afin de subvenir aux besoins en énergie de la société actuelle, il est nécessaire de trouver des solutions adaptées et de les diversifier. Dans l'immédiat, nous disposons de ressources en énergie renouvelable inépuisables, que nous sommes en mesure d'exploiter de plus en plus facilement et proprement.

Néanmoins, les techniques d'extraction de la puissance de ces ressources demandent des recherches et développements plus approfondis visant à fiabiliser, baisser les coûts (de fabrication, d'usage et de recyclage) et d'augmenter l'efficacité énergétique [Adm 2005]. Dans ce contexte général, notre étude s'intéresse au domaine éolien qui semble un des plus prometteurs avec un taux de croissance mondial très élevé. L'étude de ce système permettant l'extraction et la transformation de la puissance du vent trouve son intérêt.

L'aérodynamique et l'ingénierie moderne ont permis d'améliorer les éoliennes, ces dernières offrent une énergie fiable, rentable, non polluante pour les applications des particuliers, des communautés et pour les applications industrielles. Cependant, l'énergie éolienne n'arrive pas à concurrencer les sources traditionnelles en termes de production et de coût [Cam 2003]. Le recours à une technique de commande est une tendance qui s'avère efficace en vue de diminuer ce coût et d'améliorer la production comme l'utilisation de lois de commande avancées, qui permettent d'améliorer sensiblement les performances d'une éolienne à vitesse variable. Elle permet d'élargir la plage d'exploitation de vitesse du vent et d'augmenter l'énergie exploitable.

Des études récentes ont été menées afin de concevoir des éoliennes plus performantes offrant de meilleures caractéristiques de puissance. C'est dans ce cadre que se situe notre étude dont le but est de proposer des solutions dans l'optique d'optimiser la gestion de l'énergie (maximisation de puissance) et de concevoir la synthèse d'une commande robuste pour l'aérogénérateur dans la zone de fonctionnement 2. Pour ce faire, ce présent mémoire est organisé en trois chapitres.

Le premier chapitre composé de deux partie, une partie dont on va présenter un état de l'art des différents types d'éoliens, pour se restreindre par la suite à l'étude d'une éolienne à axe horizontale. Et la seconde partie porte sur la modélisation d'une éolienne, où on se focalise sur l'enjeu mécanique. Et par l'observation du fonctionnement de l'aérogénérateur les travaux sont menés parallèlement sur le plan théorique, par simulation succinctement d'un bloc turbine à deux masses. Le deuxième chapitre est dédié à l'étude de la commande prédictive robuste, dont on va faire une étude générale sur la commande prédictive généralisé. En effet, la méthode de synthèse d'un régulateur RST est étalée, ce régulateur est incorporé dans un schéma adaptatif comprenant une identification du système, un contrôleur prédictif en temps réel des paramètres. Et puis des concepts sur la robustesse en stabilité et en performance du régulateur sont présentés.

Le troisième chapitre est consacré à la mise en œuvre de la commande établie dans le deuxième chapitre afin d'atteindre les objectifs de l'étude. Cette commande a été prise en compte afin de vérifier sa viabilité dans un tel système éolien en vérifiant des spécifications de performances nominales en termes de poursuite de trajectoire, robustesse et de rejet des perturbations.

Chapitre 1

Etude et simulation d'une éolienne

### Chapitre 1. Etude et simulation d'une éolienne

1.1. Intro	oduction	3	
1.2. Dese	criptif et qualités de l'énergie éolienne	3	
1.2.1.	Définition de l'énergie éolienne	3	
1.2.2.	Les différents types de systèmes éoliens	4	
1.2.2	.1. Les éoliennes à axe vertical	5	
1.2.2	.2. Les éoliennes à axe horizontal	7	
1.2.3.	Caractéristiques technologiques de l'éolienne à axe horizontal	7	
1.2.4.	La chaîne de transformation énergétique	10	
1.2.5.	Diférents facteurs de productivité	11	
1.2.6.	Principe de la conversion aérodynamique du vent	11	
1.3. Modélisation et simulation d'une éolienne à deux masses12			
1.3.1.	Présentation du modèle de la turbine éolienne	12	
1.3.2.	Les hypothèses de simplifications relatives à notre modèle	13	
1.3.3.	Modèle Aérodynamique	14	
1.3.3.1.	Modèle des pales	14	
1.3.3.2.	Puissance aérodynamique	14	
1.3.3.3. Coefficient de puissance aérodynamique		16	
1.3.3.4. Couple aérodynamique		17	
1.3.4.	Dynamique du modèle	18	
1.3.5.	Simulation du modèle en boucle ouverte	22	
1.3.5.1.	Profil du vent	22	
1.3.5	.2. Résultats de la simulation	23	
1.3.5	.3. Discussion des résultats	24	
1.4. Conclusion			

#### **1.1. Introduction**

Dans ce premier chapitre l'étude est consacrée aux aspects méthodologiques relatifs à la conception d'un système éolien, son mécanisme de fonctionnement ainsi sa modélisation.

En effet, nous décrirons le contexte de la production de l'énergie électrique par les éoliennes. Ensuite, à travers une revue de la littérature disponible, nous dresserons un état de l'art des différentes technologies éoliennes, afin de préciser le choix du type d'éolienne à axe horizontal non seulement les plus répandues, mais aussi les plus efficaces et ainsi définir les principaux composants qui la constituent.

Également un préambule est donné sur le principe de conversion de l'énergie éolienne. Dans un souci de présenter une étude relativement complète, nous essayerons de décrire le modèle de simulation développé dans ce travail, en se focalisant sur la partie mécanique sans se préoccuper de la partie électrique.

#### 1.1.1. Quelques notions sur le vent

Le vent est une force de la nature expérimentée par l'Homme de puis les temps anciens, bien avant que ce dernier n'ait vraiment compris sa source physique et ses lois fondamentales. Les bateaux à voile, les cerfs-volants, les girouettes, les moulins à grains n'ont pas attendu les équations de Navier-Stockes ou les ordinateurs.

Le vent est une source d'énergie propre, renouvelable quasi instantanément, et quasi infinie à l'échelle humaine et terrestre. [Cor 2009]

#### 1.2. Descriptif et qualités de l'énergie éolienne

#### 1.2.1. Définition de l'énergie éolienne

Un aérogénérateur, plus communément appelé éolienne, est un dispositif qui transforme une partie de l'énergie cinétique du vent (fluide en mouvement) en énergie mécanique disponible sur un arbre de transmission puis en énergie électrique par l'intermédiaire d'un générateur [Fré 2003].



Fig. 1.1 : Conversion de l'énergie cinétique du vent

L'énergie éolienne est une énergie "renouvelable" non dégradée, géographiquement diffuse, de plus, c'est une énergie qui ne produit aucun rejet atmosphérique ni déchet radioactif. Elle est toutefois aléatoire dans le temps et son captage reste assez complexe, nécessitant des mâts et des pales de grandes dimensions (jusqu'à 60 m pour des éoliennes de plusieurs mégawatts) dans des zones géographiquement dégagées pour éviter les phénomènes de turbulences [Mar].

#### 1.2.2. Les différents types de systèmes éoliens

On définit différentes classes de taille d'éoliennes. En théorie, il n'y a pas de relation directe entre la hauteur et la puissance de l'éolienne. En effet, cette puissance dépend essentiellement de la surface balayée par le rotor qui n'est pas toujours fonction de la hauteur de l'éolienne, mais du diamètre du rotor.

#### Selon la taille

Dans le tableau suivant sont repris les dénominations de taille et les ordres de grandeur de puissances associées [Red 2009].

Echelle	Diamètre du rotor [m]	Puissance délivrée [MW]
Petite	Moins de 12	Moins de 40 KW
Moyenne	12 à 45	De 40 KW à 1 MW
Grande	46 et plus	1 MW et plus

Tab. 1.1 Classification des éoliennes.

#### > Selon le principe de fonctionnement

Selon la disposition géométrique de l'arbre sur lequel est montée l'hélice on classe les éoliennes en deux types, les éoliennes à axe vertical et les éoliennes à axe horizontal voir la figure 1.2. Que l'éolienne soit à axe vertical ou horizontal, il s'agit de générer un couple moteur pour entraîner la génératrice [Gou 1982].



Eolienne à axe horizontal



Eolienne à axe vertical

Fig. 1.2 Les deux types de l'éolienne

#### 1.2.2.1. Les éoliennes à axe vertical

Les éoliennes à axes vertical ont été les premières structures utilisées pour la production de l'énergie électrique. Les pylônes des éoliennes à axe vertical sont courts, entre 0,1 et 0,5 fois la hauteur du rotor. Cela permet de placer tout le dispositif de conversion de l'énergie (génératrice, multiplicateur,...etc.) au pied de l'éolienne, facilitant ainsi les opérations de maintenance. De plus, il n'est pas nécessaire d'utiliser un dispositif d'orientation du rotor comme pour les éoliennes à axe horizontal.

Cependant, les vents sont faibles à proximité du sol, ce qui induit un moins bon rendement.

De plus, ces éoliennes doivent être entraînées au démarrage et le mât subit de fortes contraintes mécaniques. Pour ces raisons, de nos jours, les constructeurs d'éoliennes privilégient les éoliennes à axe horizontal.

Les deux types de structures d'éoliennes à axe vertical les plus répandues reposent sur les principes de traînée différentielle ou de la variation cyclique d'incidence.

#### • éolienne à axe vertical de type « Darieuse »

C'est la structure la plus répondue, le fonctionnement de son rotor est basé sur le principe de la variation cyclique d'incidence. Un profil placé dans un écoulement d'air selon différents angles, est soumis à des forces d'intensités et de directions variables. La résultante de ces forces génère alors un couple moteur entraînant la rotation du dispositif de la Figure 1.3.





Fig. 1.3 : Schéma de principe du rotor de Darrieus.

#### • Eolienne à axe vertical de type «Savonius»

Son fonctionnement est basé sur le principe de la traînée différentielle. Les efforts exercés par le vent sur chacune des faces d'un corps creux sont d'intensités différentes. Il en résulte un couple entraînant la rotation de l'ensemble figure 1.4. L'effet est ici renforcé par la circulation d'air entre deux demi-cylindres qui augmente le couple moteur [Zio 2008].



 $F > f \Rightarrow couple moteur$ 

#### Fig 1.4 : Schéma de principe du rotor de Savonius.

#### 1.2.2.2. Les éoliennes à axe horizontal

Les éoliennes à axe horizontal sont basées sur le principe des moulins à vent. Elles sont constituées d'une à trois pales profilées aérodynamiquement et la circulation du flux d'air dans la turbine entraine la rotation du rotor de la machine. Le plus souvent, le rotor de ces éoliennes est tripale, car trois pales constituent un bon compromis entre le coefficient de puissance, le coût et la vitesse de rotation du capteur éolien ainsi que l'aspect esthétique par rapport aux bipales [Boy 2006].

Bien que les éoliennes à axe vertical aient l'avantage de fonctionner avec toutes les directions du vent, et elles peuvent s'avérer utiles pour capter des vents puissants.

Le couple nécessaire pour la mise en route de ce type d'aérogénérateur est très faible et permet donc un fonctionnement à faible vitesse de vent.

Ce type d'éolienne est le plus répandu dans le monde car, leur rendement aérodynamique est supérieur à celui des éoliennes à axe vertical, elles démarrent de façon autonome et présentent un faible encombrement au niveau du sol. C'est pour cela que notre choix est essentiellement porté sur l'étude d'une éolienne à axe horizontal.

#### 1.2.3. Caractéristiques technologiques de l'éolienne à axe horizontal

Une éolienne est une machine qui transforme l'énergie cinétique du vent en énergie électrique ou mécanique. La configuration d'une éolienne à axe horizontal est donnée dans la figure 1.5.



Fig 1.5 : Représentation schématique d'une éolienne

Une éolienne se compose de plusieurs parties :

- la fondation
- le mât
- la nacelle
- le rotor (nez+ hélice)
- la cabine de dispersion

#### A. La fondation

La fondation est généralement conçue en béton. Elle doit être assez solide pour permettre de fixer toute la structure de l'éolienne.

#### B. Le mât

Il est plus ou moins imposant selon la force de l'éolienne, est conçu en métal afin d'apporter une solidité à l'ensemble. Il supporte les principaux éléments de l'éolienne : la nacelle et le rotor. Certains mâts peuvent atteindre jusqu'à 100 mètres en hauteur, plus le rotor est haut plus le rendement de l'éolienne sera bon, les hélices n'étant plus gênées par aucun obstacle. Un mât solide permet une plus grande longueur de pale.

#### C. La nacelle

La nacelle est le moteur de l'éolienne. C'est à l'intérieur de cet équipement que se trouve le générateur d'électricité, qui permet de convertir l'énergie produite par le mouvement de l'hélice en électricité et le reste de la machinerie qui dirige les pales en fonction de la force du vent (frein, suivi du vent, mise au repos).

La nacelle supervise ainsi l'éolienne qui peut être arrêtée dès que le vent n'est pas suffisant ou au contraire trop puissant ou dans tout autre cas qui pourrait poser problème. Le transport de l'électricité produite par la nacelle jusqu'au sol est assuré par des câbles électriques descendant à l'intérieur du mât de l'éolienne.

Les différents composants d'une nacelle voir [Red 2009]. Sont représentés dans la figure 1.6



Fig. 1.6 Les composants de la nacelle d'une éolienne.

- Arbre de transmission : Il reçoit le mouvement de rotation du moyeu afin d'entraîner la génératrice électrique.
- Transmission : Appelée aussi multiplicateur, ils adapte la vitesse de rotation au fonctionnement de la génératrice (elle n'est pas nécessaire dans les petites éoliennes).
- Frein : Il sert à arrêter l'éolienne en cas d'urgence, ou pour effectuer la maintenance.
- Génératrice : Elle peut être un générateur à courant continu ou un alternateur, dans tous les cas elle transforme l'énergie mécanique que lui transmet le rotor, en énergie électrique.
- Système de contrôle : Il surveille le fonctionnement de l'éolienne, signale et commande l'arrêt de l'éolienne en cas de défaillance.
- Anémomètre : Il mesure en permanence la vitesse du vent qu'il va transmettre au système de contrôle de façon à démarrer ou arrêter l'éolienne. En général, une éolienne est enclenchée à partir de 3 à 4 m/s et est arrêtée approximativement à 25m/s (90 km/h).
- Gouvernail : C'est le système d'orientation pour les petites éoliennes, il sert à maintenir le rotor de l'éolienne dans l'axe horizontal face au vent afin de tirer le maximum d'énergie.
- Tour et fondation : Ce sont les éléments qui supportent la nacelle et le rotor, ils doivent être capables de supporter les différentes contraintes dues aux conditions du site. Plus la tour est haute, plus les pales captent du vent (la vitesse du vent augmentant avec l'altitude).

#### D. Le rotor

Le rotor est composé du nez de l'éolienne et de l'hélice. L'hélice est généralement composée de trois pales. Les pales sont placées au-devant de la nacelle et reliées ainsi à elle. Les pales produisent une énergie mécanique qui est transformée en électricité par la nacelle. L'électricité produite par la nacelle est transportée par des câbles situés dans le mât jusqu'à une cabine de dispersion [Info].

#### E. La cabine de dispersion

La cabine de dispersion située à la base de l'éolienne permet de se connecter au réseau électrique afin d'y injecter l'électricité produite pour la stocker si elle n'est pas directement utilisée ou pour la réinjecter plus tard sur le réseau si elle est fabriquée en surplus.

#### 1.2.4. La chaîne de transformation énergétique

Une éolienne transforme l'énergie du vent en énergie électrique. Cette transformation se fait en plusieurs étapes comme elle est représentée dans la figure 1.7 [Fra 2009].



Fig. 1.7 Chaine de transformation énergétique

#### > La transformation de l'énergie par les pales

Les pales fonctionnent sur le principe d'une aile d'avion, la différence de pression entre les deux faces de la pale crée une force aérodynamique, mettant en mouvement le rotor par la transformation de l'énergie cinétique du vent en énergie mécanique.

#### > L'accélération du mouvement de rotation grâce au multiplicateur

Les pales tournent à une vitesse relativement lente, de l'ordre de 5 à 15 tours par minute, d'autant plus lente que l'éolienne est grande. La plupart des générateurs ont besoin de tourner à très grande vitesse (de 1 000 à 2 000 tours par minute) pour produire de l'électricité. C'est pourquoi le mouvement lent du rotor est accéléré par un multiplicateur.

#### > La production d'électricité par le générateur

L'énergie mécanique transmise par le multiplicateur est transformée en énergie électrique par le générateur. Le rotor du générateur tourne à grande vitesse et produit de l'électricité à une tension d'environ 690 volts.

#### > Le traitement de l'électricité par le convertisseur et le transformateur

Cette électricité ne peut pas être utilisée directement, elle est traitée grâce à un convertisseur, puis sa tension est augmentée à 20 000 volts par un transformateur.

L'électricité est alors acheminée à travers un câble enterré jusqu'à un poste de transformation, ainsi elle sera soit stockée dans des accumulateurs, soit distribuée par le biais d'un réseau électrique ou elle pour alimenter des charges isolées [Fra 2009].

#### 1.2.5. Différents facteurs de productivité

L'énergie produite par une éolienne dépend de plusieurs paramètres, la longueur des pales, la vitesse du vent et la densité de l'air. La puissance produite par une éolienne augmente avec le carré de la longueur des pales, et avec le cube de la vitesse du vent. Ainsi, une éolienne produira quatre fois plus d'énergie si la pale est deux fois plus grande et lorsque la vitesse du vent double, la production sera multipliée par 8. La densité de l'air entre également en jeu, une éolienne produit 3 % de plus d'électricité si, pour une même vitesse de vent, l'air est 10 degrés plus froid [Fra 2009].

#### 1.2.6. Principe de la conversion aérodynamique du vent

La production d'énergie se fait par prélèvement d'énergie cinétique à la traversée de l'aérogénérateur. En réalité, la totalité de la vitesse du vent n'est pas utilisée pour faire tourner les pales, puisque le vent continu à souffler avec une certaine vitesse après avoir traversé l'aérogénérateur.

Le rotor balaye un disque circulaire au cours d'une rotation et peut donc récolter l'énergie des molécules d'air traversant ce disque. Cette énergie cinétique est proportionnelle à la masse d'air qui se déplace à une vitesse donnée.

Selon les principes de la mécanique des fluides, il en résulte que, la veine fluide traverse le rotor éolien en s'élargissant comme dans la figure 1.8 [Bru].



Fig 1.8 Veine fluide traversant le rotor éolien

## 1.3. Modélisation et simulation d'une éolienne à deux masses1.3.1. Présentation du modèle de la turbine éolienne

Le modèle a deux masses pour le dispositif d'entrainement est très employer dans la littérature son schémas est illustré sur la figure suivante : [Bou 2008] [Del 2003]



Fig 1.9 Modèle de l'éolien utilisé

La modélisation de cette partie mécanique doit permettre de faire la liaison, la plus fidèle possible à la réalité, entre le vent et la génératrice [Keb 2009] [Fré 2003].

	Signification	Unité
J <sub>r</sub>	inertie des masses du côté du rotor	[kg.m <sup>2</sup> ]
$J_g$	inertie des masses du côté de la génératrice	[kg.m <sup>2</sup> ]
$B_{ls}$	coefficient de frottements sur l'arbre lent	[Nm/rad/s]
$B_r$	coefficient de frottements externes du rotor	[Nm/rad/s]
$B_g$	coefficient de frottements externes de la génératrice	[Nm/rad/s]
K <sub>ls</sub>	coefficient de torsion sur l'arbre lent	[Nm/rad]
$T_{ls}$	couple de l'arbre lent	[Nm]
$T_{hs}$	couple de l'arbre rapide	[Nm]
$T_{em}$	couple électromagnétique de la génératrice	[Nm]
$\omega_t$	vitesse du rotor	[rad/s]
$\omega_{ls}$	vitesse de l'arbre lent	[rad/s]
$\omega_{hs}$	vitesse de la génératrice	[rad/s]
$n_g$	rapport de transmission du multiplicateur	Sans unité

#### Tableau 1.2liste des symboles

#### 1.3.2. Les hypothèses de simplifications

- Les deux pales sont considérées de conception identique, en effet elles possèdent la même inertie, la même élasticité et le même coefficient de frottement par rapport à l'air.
- Les modes flexibles des pales sont supposés suffisamment élevés pour être négligés, et tous les autres modes flexibles sont localisés dans l'élément flexible de l'arbre lent, par contre, l'arbre rapide est considérée infiniment rigide.
- Les inerties du multiplicateur et de l'arbre lent sont intégrées à celle du rotor. L'ensemble est représenté par J<sub>r</sub>.
- Concernant l'inertie du moyeu, elle peut être négligée car elle représente 1% de l'inertie totale de la turbine. L'inertie de l'arbre rapide associé à la génératrice est représentée par J<sub>g</sub>.
- Les torsions des pales, moyeu, multiplicateur et de l'arbre lent sont regroupées dans un coefficient d'élasticité global représenté sur l'arbre lent  $K_{ls}$ .
- Les frottements visqueux sur les roulements du dispositif d'entraînement sont pris en compte par les coefficients  $B_r$  et  $B_g$  [Bou 2006].

#### 1.3.3. Aérodynamique du modèle

#### 1.3.3.1. Modèle des pales

La figure 1.10 représente la section longitudinale d'une pale d'aérogénérateur. La vitesse du vent arrivant face à cette pale, est représentée par le vecteur  $\vec{V}$ . Le vecteur  $\vec{V}_{rot}$  représente la composante de vent due à la rotation de l'aérogénérateur. La résultante de ces deux vecteurs est appelée  $\vec{V}_{res}$ . L'action du vent sur la pale produit une force  $\vec{F}_{res}$  qui se décompose en une poussée axiale  $\vec{F}_{ax}$  directement compensée par la résistance mécanique du mat et une poussée en direction de la rotation  $\vec{F}_{rot}$  qui produit effectivement le déplacement [Ber 1999].



#### Fig1.10 Bilan des forces

#### 1.3.3.2. Puissance aérodynamique

Trois facteurs déterminent le rapport entre l'énergie du vent et l'énergie mécanique récupérée par le rotor la densité de l'air, la surface balayée par le rotor et la vitesse du vent. La densité de l'air et la vitesse du vent sont des paramètres climatologiques qui dépendent du site.

La puissance d'une éolienne est proportionnelle à la surface balayée par ses pales, donc au carré du diamètre de son rotor.

Soit la masse d'air homogène " $dm^{\blacksquare}$  de densité  $\rho$ , contenue dans un cylindre horizontal, dont l'une des sections S est le disque rotorique (surface balayée par le rotor), de longueur "dl", incidente sur le rotor à une vitesse " $v^{\blacksquare}$  fig 1.11.



Fig1.11: Colonne d'air animée d'une vitesse du vent

En supposant que cette colonne représente la quantité d'air traversant la surface S pendant le temps dt l'énergie cinétique de cette colonne peut s'exprimer en fonction de v, S,  $\rho$  et dt avec  $dm = \rho * S * dl$ .

$$dE_{cinétique} = \frac{1}{2} dmv^2$$
 (1.1)

$$= \frac{1}{2}\rho * S * dl * v^{2} , \text{tel que } dl = v * dt$$
 (1.2)

$$= \frac{1}{2}\rho * S * v^{3} * dt$$
 (1.3)

La puissance théorique transmise au rotor s'obtient par la formule (1.4)

$$P_{rot} = \frac{dE_{cinétique}}{dt} = \frac{1}{2}\rho * S * v^3$$
(1.4)

La puissance contenue dans le vent ne peut être extraite entièrement, seule une partie est transmise au rotor. C'est pour cela qu'on définit un coefficient de puissance  $C_p$ , appelé aussi facteur de rendement aérodynamique. Ce coefficient est fourni par la loi de BETZ.

$$C_p = \frac{P_{a\acute{e}rodynamique}}{P_{rot}} = \frac{P_{a\acute{e}r}}{\frac{1}{2}\rho * S * \nu^3}$$
(1.5)

D'où :

$$P_{a\acute{e}r} = \frac{1}{2}\rho * S * v^3 * C_p$$
 (1.6)

Tel que : " $P_{a\acute{e}r}$ " est la puissance aérodynamique de la turbine et  $S = \pi R^2$ 

"S" et "R" Étant successivement la surface et le rayon de l'aire balayée par le rotor,

" $\rho$ " est la masse volumique de l'air.

#### 1.3.3.3. Coefficient de puissance aérodynamique

Le coefficient de puissance  $C_p(\lambda, \beta)$ , dépend du nombre de pales du rotor et de leurs formes géométriques et aérodynamiques (longueur, profil des sections) [Bou 2006]. Celles-ci sont conçues en fonction des caractéristiques désirées, puissance nominale, type de régulation et du type de fonctionnement (à vitesse fixe ou variable). Le paramètre  $C_p$  est sans dimension. Il est généralement obtenu par des essais en soufflerie. Il se présente sous la forme d'une fonction non linéaire de l'angle de calage  $\beta$  et de ratio de la vitesse  $\lambda$  qu'on définit par la formule (1.7) [Bou 2010].

$$\lambda = \frac{\omega_t * R}{v} \tag{1.7}$$

Tel que  $\omega_t * R$  désigne la vitesse tangentielle au bout de la pale.

La limite supérieure théorique du coefficient de puissance  $C_{p\_max}(\lambda,\beta)$  est fournie par la loi de Betz [Bou 2006].

$$C_{p_{max}}(\lambda,\beta) = \frac{16}{27} \simeq 0.5926$$
 (1.8)

Dans la pratique la force de la traine réduisent cette valeur a environ 0.5 pour les éoliennes de grande taille. L'expression analytique de  $C_p(\lambda)$  pour des différents valeurs de  $\beta$ .

Pour un angle de calage donné, l'expression analytique généralement utilisée est une régression polynomiale [Poi 2003].

$$C_p(\lambda) = \sum_{i=0}^{n} a_i \lambda^i$$
(1.9)

Le coefficient de puissance utilisé dans cette étude a pour expression :

$$C_{p}(\lambda,\beta) = c_{1}\left(c_{2}\left(\frac{1}{\lambda+0.08\beta} - \frac{0.035}{\beta^{3}+1}\right) - c_{3}\beta - c_{4}\right) e^{-c_{5}\left(\frac{1}{\lambda+0.08\beta} - \frac{0.035}{\beta^{3}+1}\right)} + c_{6}\lambda$$
(1.10)

Où :

 $c_1=0.5109, c_2=116, c_3=0.4, c_4=5, c_5=21, c_6=0.0068.$ 

$$i = arctg\left(\frac{1}{\lambda}\right) = arctg\left(\frac{\omega_t R}{V_1}\right)$$

$$\lambda = \frac{\omega_t R}{V_1} \tag{I.11}$$
Le  $C_p(\lambda, \beta)$  représente le rendement aérodynamique de la turbine éolienne. Il dépend de la caractéristique de la turbine. La figure 1.12 représente la variation de ce coefficient en fonction du rapport de vitesse  $\lambda$  et de l'angle de l'orientation de la pale  $\beta$ .



**Fig. 1.12** Coefficient de puissance en fonction de  $\beta$  et  $\lambda$ 

#### 1.3.3.4. Couple aérodynamique

L'énergie cinétique du vent capturé par l'aéroturbine se transforme en énergie mécanique qui se traduit par un couple  $T_a$  moteur faisant tourner le rotor à une vitesse  $\omega_t$ . En termes de puissance, on peut écrire :

$$P_{a\acute{e}r} = T_a * \omega_t$$
 Et d'une autre  $P_{a\acute{e}r} = \frac{1}{2}\rho * S * v^3 * C_p(\lambda, \beta)$ 

D'où 
$$T_a = \frac{\frac{1}{2}\rho * \pi * R^2 * \nu^3 * C_p(\lambda, \beta)}{\omega_t}$$
 (1.12)

En remplaçant  $\omega_t = \frac{\nu * \lambda}{R}$  on aboutit à l'expression du couple aérodynamique suivante :

$$T_a = \frac{\frac{1}{2}\rho * \pi * R^3 * \nu^2 * C_p(\lambda,\beta)}{\lambda}$$
(1.13)

A partir, des équations (1.7 et 1.13) on peut d'établir le modèle du bloc de calcul du couple aérodynamique qui détermine le couple disponible sur l'axe de la turbine en fonction de vitesse du vent, de la vitesse de rotation et de l'angle de calage des pales.



Fig1.13 : bloc de modèle aérodynamique

On donne le coefficient du couple  $C_q(\lambda, \beta) = \frac{C_p(\lambda, \beta)}{\lambda}$ , en le remplaçant dans l'équation précédente (1.13), on obtient l'expression finale du couple aérodynamique en fonction du coefficient du couple.

$$T_a = \frac{1}{2}\rho * \pi * R^3 * \nu^2 * C_q(\lambda, \beta)$$
(1.14)

Ce coefficient est utile pour estimer la valeur du couple en différents points de fonctionnement, car le  $C_p$ , il dépend de la vitesse du vent v, de la vitesse de rotation de la turbine  $\omega_t$  et de l'angle de calage  $\beta$ .

#### 1.3.4. Dynamique du modèle

De l'hypothèse que  $J_r$  présente l'inertie de la première masse comprenant l'inertie du rotor, l'inertie de l'arbre lent et celle du multiplicateur.

La dynamique du rotor peut être formulée par l'équation différentielle suivante :

$$J_r \dot{\omega}_t = T_a - T_{ls} - B_r \omega_t \tag{1.15}$$

D'où

$$\omega_t = \frac{1}{J_r s + B_r} (T_a - T_{ls})$$
(1.16)

Le couple de l'arbre lent  $T_{ls}$  résulte des effets de frottements et de torsion générés par les écarts entre la vitesse de rotation du rotor  $\omega_t$  et celle de l'arbre lent  $\omega_{ls}$  et les écarts entre la position angulaire  $\theta_t$  et celle de l'arbre lent  $\theta_{ls}$ . Dont ils sont pris en compte par l'équation du couple de freinage  $T_{ls}$  qui agit sur le rotor :

$$T_{ls} = K_{ls} (\theta_t - \theta_{ls}) + B_{ls} (\omega_t - \omega_{ls})$$
(1.17)

Ce qui me permet d'établir le modèle du bloc de la première masse et l'arbre lente



Fig 1.14 : bloc de modèle de la première masse et l'arbre lente

La deuxième masse de la turbine éolienne est reportée sur l'arbre de la turbine sous la forme d'une inertie comprenant l'inertie de la génératrice et celle de l'arbre rapide.

L'équation fondamentale de la dynamique permet de déterminer l'évolution de la vitesse mécanique à partie du couple mécanique total  $(T_{mec})$  appliqué au rotor :

$$J_g \frac{d\omega_g}{dt} = T_{mec}$$
(1.18)

Où  $J_g$  est l'inertie totale qui apparaît sur le rotor de la génératrice. Ce couple mécanique prend en compte, le couple électromagnétique  $T_{em}$  produit par la génératrice, le couple des frottements visqueux  $B_g$  et le couple issu du multiplicateur  $T_{hs}$ .

D'où son expression peut être décrite par l'équation (1.19).

$$T_{mec} = T_{hs} - T_{em} - T_{vis}$$
 (1.19)

Le générateur est entrainé par le couple de l'arbre rapide  $T_{hs}$  et freiné par le couple électromagnétique  $T_{em}$  et les frottements visqueux.

Sachant que le couple des frottements visqueux qui réagit sur la deuxième masse est de la forme :

$$T_{vis} = B_g \omega_g \tag{1.20}$$

Ces deux dernières formules nous permettent d'établir l'expression de la dynamique de la génératrice qui s'écrit sous la forme de l'équation (1.21) :

$$J_g \dot{\omega_g} = T_{hs} - T_{em} - B_g \omega_g \tag{1.21}$$

D'où :

$$\omega_g = \frac{1}{J_g s + B_g} (T_{hs} - T_{em})$$
(1.22)

Ces formules me permet d'établir le modèle du bloc de calcul du la vitesse  $\omega_a$ 



F ig 1.15 : bloc de modèle de la deuxième masse et l'arbre rapide

Le multiplicateur fait l'objet d'adaptation entre la vitesse de rotation du rotor et celle de la génératrice. Pour un multiplicateur idéal, on a donc :

$$n_g = \frac{T_{ls}}{T_{hs}} = \frac{\omega_g}{\omega_{ls}} = \frac{\theta_g}{\theta_{ls}}$$
(1.23)

D'où :

$$\begin{cases} \theta_g = n_g * \theta_{ls} \\ \omega_g = n_g * \omega_{ls} \end{cases}$$
(1.24)

Les paramètres d'entrées de cette modélisation sont le couple coté turbine et la vitesse coté génératrice. Les sorties sont le couple coté génératrice et la vitesse coté turbine.

Ces formules développées précédemment nous mènent à établir un modèle simple de la turbine éolienne utilisée qu'on illustre dans la figure (1.16)



Fig 1.16 Bloc du modèle de la turbine éolienne

Le modèle élaboré est implanté sous un bloc Simulink de Matlab dont ce modèle utilise le couple électromagnétique  $T_{em}$  et l'angle de calage  $\beta$  comme entrées qui nous permet le contrôle de la vitesse de la turbine, la vitesse du vent **V** est considérée comme perturbation mais utilisée aussi en tant que référence, l'objectif de cette modélisation est d'avoir une sortie qui est la vitesse de rotation de la génératrice  $\omega_g$  qui suit la vitesse du vent. Le schéma de la figure ci-dessous représente le bloc Simulink de la turbine éolienne.



Fig. 1.17 bloc Simulink de la turbine éolienne

#### 1.3.5. Simulation du modèle en boucle ouverte

#### 1.3.5.1. Profil du vent

Pour effectuer les différentes simulations de notre système, nous avons besoin d'un profil de vent reflétant au maximum la réalité de ce qu'on peut trouver sur un site éolien.

Nous avons donc utilisé un tableau présentant des valeurs du vent prélevées au tour d'une valeur moyenne 7m/sec. Prenant en compte l'hypothèse que la vitesse du vent change chaque une dizaine de minute, les valeurs du vent utilisées sont mesurées chaque dix minute. Le profil du vent obtenu après simulation du bloc présenté dans la figure 1.16, et illustré dans la figure 1.18.



Fig. 1.18 Profil du vent autour d'une valeur moyenne de 7 m/sec

#### 1.3.5.2. Résultats de la simulation

La simulation du bloc simulink de la figure 1.17 a été faite pour une valeur du couple électromagnétique  $T_{em} = 162 Nm$ , un angle de calage  $\beta = 2^{\circ}$ , un profil du vent correspondant à celui de la figure 1.18 et des valeurs des paramètres de la turbine présentés dans l'annexe A, ainsi on montre dans les figures qui suivent les résultats de la simulation en boucle ouverte. La figure 1.19 présente le tracé de la vitesse de rotation du rotor  $\omega_t$  obtenue comme sortie du modèle de simulation ainsi que le tracé de  $\omega_{t_référence}$  qui représente la vitesse de rotation désirée.



Fig. 1.19 Vitesse de rotation du rotor

La figure 1.20 représente le tracé de la vitesse de rotation de la génératrice désirée et celle obtenue par le modèle de simulation.



Fig. 1.20 Vitesse de rotation de la génératrice

En fin la figure 1.21 illustre la puissance mécanique délivrée par le modèle de la génératrice élaboré ainsi que la puissance désirée.



Fig. 1.21 Puissance mécanique

#### **1.3.5.3.** Discussion des résultats

D'après les figures 1.19 ,1.20, et 1.21, on constate que l'objectif de poursuite de la référence liée à la vitesse du vent fictive V n'est pas atteint, dans ce cas-là on incitera une technique de commande avancée afin d'approcher la sortie du système à la référence.

Le but de notre étude est de minimiser l'écart entre la puissance mécanique fournie par la turbine et la puissance de référence comme il est vu dans la figure 1.21. Notre travail comporte une commande qui maximise la puissance dans un intervalle plus large en assurant à la fois la stabilité et la robustesse du système.

#### **1.4.** Conclusion

Ce chapitre nous a permis de dresser un panel de notions générales sur l'énergie éolienne, et des différents types d'éoliennes. Puis nous nous sommes intéressés à l'étude d'une éolienne à axe horizontal, dont nous avons présenté ces caractéristiques.

Partant de la conversion de l'énergie cinétique du vent en énergie mécanique par la turbine, il nous a paru intéressant de décrire d'une façon explicite le mécanisme de fonctionnement de celle-ci, afin d'arriver à une meilleure compréhension du fonctionnement des turbines éoliennes.

La deuxième partie de ce chapitre consiste la modélisation de cette éolienne. Puis nous nous sommes attachés à établir un modèle mathématique, issu des lois de la physique pour la partie mécanique et de la mécanique des fluides pour le comportement aérodynamique afin d'aboutir à un modèle global non linéaire à deux masses. Ce dernier est implanté sous un bloc Matlab/Simulink.

En fin, les résultats de la simulation en boucle ouverte du modèle sont présentés et discutés pour un profil du vent autour d'une valeur moyenne de 7 m/sec.

## Chapitre 2

# Commande prédictive robuste

### Chapitre 2. Commande prédictive robuste

2.1.	Intr	roduction	26				
2.2.	Con	mmande prédictive	26				
2.2	.1.	Définition	27				
2.2	.2.	Caractéristiques	28				
2	2.2.2.	1. Aspect anticipatif	28				
2.2.2.		2. Prédiction explicite du comportement futur	28				
2	2.2.2.3	3. Optimisation par minimisation d'un critère quadratique	28				
2	2.2.2.4	4. Principe de l'horizon glissant	28				
2.2	.3.	Principes généraux de la commande prédictive	29				
2	2.2.3.1	1. Principe intuitif de la commande prédictive	29				
2	2.2.3.2	2. Principe des différents types d'horizons	30				
2.3.	Les	s différentes techniques de commande prédictives	30				
2.3	.1.	Commande prédictive généralisée (GPC)	31				
2.4.	prin	ncipe de la commande prédictive approche polynomiale (RST)	31				
2.4	.1.	Modèle de représentation du procédé et calcul du prédicteur	32				
2.4	.3.	Les avantages	35				
2.5.	Prin	ncipe de synthèse du régulateur RST	36				
2.6.	Rob	bustesse en stabilité	36				
2.6	.1.	Les marges de robustesse	36				
2.6	.2.	L'ambition de l'analyse de la sensibilité	38				
2.6	.3.	Procédure de sélection des paramètres du critère	38				
2.7.	Ider	ntification du processus	40				
2.7	.1.	Mise en œuvre de l'algorithme de moindres carrés récursif	40				
2.8.	.8. Algorithme de synthèse du contrôleur RST prédictif robuste41						
2.9.	2.9. Conclusion						

#### 2.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous évoquerons tout d'abord le concept de commande prédictive qui est apparu dès la fin des années 1970.

Ainsi nous donnerons un aperçu sur la méthode GPC approche polynomiale et la synthèse du régulateur polynomial RST qui est incorporé dans un schéma comprenant une identification récursive du système à commander et un contrôleur prédictif des paramètres du régulateur.

Ensuite, nous examinerons les concepts de la commande robuste une techniques dont relève une démarche d'analyse et de synthétisation du régulateur d'une façon à ce qu'il tolère des incertitudes sur les paramètres, des perturbations et des bruits de mesure.

#### 2.2. Commande prédictive

La commande prédictive a commencé à donner ses premiers résultats théoriques et pratiques à la fin des années 1970. Elle atteint désormais un niveau de maturité qu'atteste le nombre important d'applications industrielles recensées dans de nombreux domaines d'activité. Cette commande repose sur des idées relativement anciennes et intuitives, mais n'a connu un réel essor en tant que technique de commande avancée que depuis le milieu des années quatre-vingt [Pat 1996].

Plusieurs méthodes basées sur les mêmes concepts prédictifs ont été développées. Parmi ces méthodes, on peut citer la commande prédictive généralisée (GPC), développée par David Clarke et son équipe, qui a été la technique la plus largement utilisée par la suite. Ces commandes prédictives possèdent toutes la même philosophie, à savoir créer un effet anticipatif, fondée sur les idées suivantes:

- Utilisation d'un modèle du système pour prédire la sortie du système dans le futur.
- Calcul de la suite de commandes à appliquer au système de façon à minimiser un critère à horizon fini portant sur l'écart entre la sortie prédite et la sortie future désirée.
- Application du premier élément de la suite de commandes calculées.
- Répétition du processus à la période d'échantillonnage suivante, selon le principe de l'horizon fuyant (receding control horizon) [Pat 1996].

En regardant de plus près les points communs de la commande prédictive, la Figure 2.1 présente un diagramme temporel illustrant le critère minimisé dans ce type de commande. La suite des commandes futures est calculée par minimisation d'un critère portant classiquement sur l'erreur entre la trajectoire de référence et la sortie prédite, et l'énergie utilisée pour y parvenir.



Fig. 2.1 Diagramme temporel du critère à minimiser

#### 2.2.1. Définition

La commande prédictive est la résolution répétée à chaque instant d'un problème de commande optimale (c'est-à-dire, comment y aller de l'état actuel à un objectif de manière optimale en satisfaisant des contraintes). Pour cela il faut connaitre à chaque itération l'état du système et utiliser un outil de résolution numérique. La commande prédictive appartient à la grande famille des commandes à base de modèles. Le but de cette stratégie est de faire coïncider la sortie du processus avec la consigne dans le futur sur un horizon fini. C'est pourquoi cette méthode apparait tout indiquée dans les problèmes de poursuite et plus spécialement de suivi de trajectoire. Le succès de cette technique de commande avancée réside principalement dans :

- ✓ Son apport théorique permettant d'inclure la connaissance d'une trajectoire à suivre dans le futur, sur un horizon fini.
- ✓ Sa description temporelle autorisant d'une façon systématique la prise en compte des contraintes physiques des systèmes lors de la synthèse de la loi de commande.
- ✓ Sa capacité à s'appliquer aussi bien aux systèmes mono-variables que multi-variables, aussi bien qu'aux systèmes linéaires que non linéaires.

Sa capacité à piloter une grande variété de systèmes, allant des systèmes simples aux structures plus délicates, telles que systèmes à retard pur important, à déphasage non minimal ou encore instable en boucle ouverte [Pat 1996], [Ema 2007].

#### 2.2.2. Caractéristiques

La philosophie de la commande prédictive repose sur la définition de Quatre grandes idées, communes à toutes les méthodes :

#### 2.2.2.1. Aspect anticipatif

Cet effet anticipatif est obtenu en exploitant les connaissances explicites sur l'évolution de la trajectoire à suivre dans le futur (connaissances nécessaires requises au moins sur un horizon de quelques points au-delà de l'instant présent). Cette contrainte permettant de tirer parti de toutes les ressources de la méthode restreint nécessairement le domaine d'application à la commande de systèmes pour lesquels la trajectoire à suivre est parfaitement connue et stockée point par point dans le calculateur. C'est le cas de la commande numérique de machine outils (découpage de pièces), de la commande de bras de robots, de suivis de profils de température pour des applications en domestique...etc.

#### 2.2.2.2. Prédiction explicite du comportement futur

La méthode nécessite la définition d'un modèle numérique du système permettant de réaliser la prédiction du comportement futur du système. Ce modèle discret résulte le plus souvent d'une identification préalable hors-ligne.

#### 2.2.2.3. Optimisation par minimisation d'un critère quadratique

L'optimisation permettant de déduire la loi de commande s'effectue par minimisation d'un critère quadratique à horizon fini portant sur les erreurs de prédiction futures, écarts entre la sortie prédite du système et la consigne future ou une trajectoire de référence déduite de cette consigne.

#### 2.2.2.4. Principe de l'horizon glissant

Il résulte de la minimisation précédente, l'élaboration d'une séquence de commandes futures optimales au sens du critère quadratique, dont seule la première valeur est appliquée sur le système et sur le modèle. Application uniquement de la première valeur de cette séquence sur le système et sur le modèle et réitération des étapes précédentes à la période d'échantillonnage suivante selon le principe de l'horizon fuyant. Cette stratégie de l'horizon fuyant apporte le blocage nécessaire, permettant ainsi de tenir compte des perturbations et des erreurs de modèle [Ema 2007].

#### 2.2.3. Principes généraux de la commande prédictive

La commande prédictive est basée essentiellement sur deux principes qui sont, le principe d'intuition et le principe d'horizon.

#### 2.2.3.1. Principe intuitif de la commande prédictive

Les méthodes de commande prédictives sont basées sur la figure 2.2, et sont caractérisées par la stratégie suivante :

A chaque instant *t*, la sortie future du procédé est prédite sur un horizon de temps relativement long (par rapport à la vitesse d'évolution du procédé). Cette prédiction est réalisée implicitement ou explicitement dans l'algorithme de contrôle à partir d'un modèle mathématique de la dynamique du procédé. Elle va dépendre non seulement du passé du procédé, mais aussi du scénario de contrôle, que nous envisageons pour le future (l'évolution dans le future de la variable de commande du procédé).

A partir des différentes solutions possibles pour le scénario de contrôle, on sélectionne celle qui ramène la sortie du système à la valeur de la consigne, d'une façon optimale au sens d'objectif de contrôle qui se définit.

Le scénario ensuite est appliqué au système mais seule sa valeur à l'instant présent est réellement utilisée. A l'instant d'échantillonnage suivant la procédure complète est réalisée, ce qui nous permet d'obtenir une valeur réactualisée de l'action à appliquer en fonction des mesures récentes.





#### 2.2.3.2. Principe des différents types d'horizons

Une idée importante de la commande prédictive est la notion d'horizon.

- L'horizon de modèle  $N_p$ : Est le temps pour lequel la réponse du système en boucle ouverte atteint 90 à 99% de sa valeur finale.
- L'horizon de contrôle N<sub>u</sub>: Est le nombre d'actions successives sur l'entrée du système que l'on s'autorise à faire pour amener la sortie à la valeur de la consigne. Au bout de N<sub>u</sub> pas dans le temps on suppose que l'entrée reste constante.
- L'horizon de prédiction N<sub>y</sub>: Est l'horizon sur lequel on prédit la sortie du procédé et sur lequel on cherche à faire suivre une consigne donnée [Pat 1996], [Ema 2007].

#### 2.3. Les différentes techniques de commande prédictives

Toutes les techniques de la commande prédictive ont une philosophie commune, quant à l'élaboration de la loi de commande, il n'existe pas une stratégie unique mais plutôt tout un ensemble de méthodes de commande prédictive, assez similaires bâties autour des principes communs, présentant néanmoins quelques différences dans l'interprétation des concepts clés.

Une des richesses de ces méthodes provient du fait que, pour une consigne connue ou recalculée (au moins sur un certain horizon), il est ainsi possible d'exploiter pleinement les informations de trajectoires prédéfinies situées dans le futur. De fait, les multiples stratégies prédictives sont comme suit, voir aussi [Pat 1996].

- La DMC (Dynamique matrix control) : développée par Cutler et Ramaker en 1980 [Cut 1980].
- PFC (Prédictive Functional Control) : introduite par J .Richalet et al. Dans le milieu des années 1980.
- La commande GPC décrite par D.W.Clarke et al en1980 [Pat 1996] [Ema 2007]

[Sor 2005] [Jea 1991].

Ces méthodes se diffèrent surtout par la structure choisie pour représenter le procédé. Elles ont prouvé leur capacité à garantir des performances accrues tout en s'avérant simple d'implantation. Dans ce chapitre, on va s'intéresser à la commande GPC.

#### 2.3.1. Commande prédictive généralisée (GPC)

La commande GPC nécessite un modèle numérique de représentation pour son fonctionnement. Il peut être obtenu par la discrétisation du système continu (utilisant la transformée en z) et de choisir un modèle pour l'identification préalable.

Cette technique de commande comprend, plusieurs approches qui sont identiques par rapport au principe général de base de la commande GPC:

- ✓ Approche algorithmique.
- ✓ Approche polynomiale synthèse RST.
- ✓ Recherche Automatique des paramètres.
- ✓ Extension en structure cascade multi échantillonnée et en  $\delta$ .
- ✓ Approche sous contraintes terminales.
- ✓ Approche multi-variable.

De l'ensemble des techniques proposées ci-dessus. La structure cascade garantit la rejection des perturbations, la commande prédictive permet quant à elle de prendre en compte la connaissance de la trajectoire future. L'auto calibrage, permettant la recherche automatique des paramètres de réglage, est le garant de l'implantation réelle et effective de ce type de commande dans un secteur industriel. Cela montre que toutes les méthodes prédictives sont simples et efficaces dans le domaine d'industrie.

Concernant, l'approche polynomiale synthèse RST sera exposée en détaille plus loin puisque c'est la technique utilisée dans notre travail. Dans le cas des autres stratégies, pour plus de détails voir [Pat 1996].

#### 2.4. principe de la commande prédictive approche polynomiale (RST)

Parmi toutes les méthodes prédictives reprenant bien sûr les principes exposés précédemment, la Commande Prédictive Généralisée est peut-être celle qui a connu le plus grand nombre d'applications et qui demeure une référence dans le cas de la commande prédictive des systèmes mono-variables. C'est pourquoi ce paragraphe propose une description des idées principales de cette stratégie. Il s'agit ici de reprendre tous les points fondamentaux de l'algorithme GPC pour aboutir aux trois polynômes RST du régulateur équivalent.

#### 2.4.1. Modèle de représentation du procédé et calcul du prédicteur

La commande GPC se différentie des autres algorithmes prédictifs par deux caractéristiques majeures. Même si toute représentation demeure admissible, elle utilise le plus souvent pour la prédiction du comportement un modèle entrée/sortie par fonction de transfert de type CARIMA (Controlled Auto-regressive Integrated Moving Average) voir aussi [Pat 1996].

$$A(q^{-1})y_r = B(q^{-1})u_{t-1} + C(q^{-1})\frac{\varepsilon_t}{\Delta(q^{-1})}$$
(2.1)

Où u, y représentent l'entrée et la sortie du système à commander,  $\varepsilon_t$  est un signal aléatoire centré non corrélé avec l'entrée, A et B sont des polynômes en l'opérateur de retard  $q^{-1}$  de degrés  $n_a$  et  $n_b$  respectivement, et  $\Delta(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$  est l'opérateur différence.  $C(q^{-1})$  est un polynôme en l'opérateur retard, lié aux perturbations et par la suite, sans une connaissance supplémentaire sur la nature des perturbations, il sera choisi égal à 1 (sa valeur n'influe pas par ailleurs sur le comportement en suivi de trajectoire, il peut jouer un rôle en rejet de perturbation).

Le critère de performance est représenté par une fonction de coût quadratique considérant l'erreur de poursuite et l'effort de commande sur un horizon glissant de la forme :

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \left[ w_{t+j} - \hat{y}_{t+j} \right]^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N_u} \left[ \Delta u_{t+j-1} \right]^2$$
(2.2)

Où  $\hat{y}_{t+j}$  représente la prédiction optimale à l'instant t + j connaissant les paramètres de contexte à l'instant présent  $t_n N_1, N_2$  caractérisent le début et la fin de la fenêtre de prédiction sur la sortie.  $N_u$  est l'horizon de prédiction sur la commande,  $\lambda > 0$  un facteur de pondération sur l'effort de commande et enfin w est la consigne à suivre supposée connue sur l'horizon de prédiction.

#### **Remarque 1**

En règle générale, l'horizon de prédiction sur la sortie est supérieur à l'horizon de commande et pour la cohérence de la prédiction il est supposé qu'à la fin de l'horizon de commande :

$$\Delta u_{t+j} = \mathbf{0}, j \ge N_u \tag{2.3}$$

#### **Remarque 2**

Le modèle CARIMA fait intervenir les incréments de commande et non la commande effective. Cet aspect permet d'imposer au final une action intégrale au sein du régulateur et assure par conséquent une erreur statique nulle pour des consignes et perturbations constantes. L'aspect incrémental du modèle se retrouve aussi dans le critère par la présence de  $\Delta u$ .

#### **Prédicteur optimal**

En se basant sur le modèle mentionné en (2.1) et en appliquant les idées de modélisation présentées par Clarke et ses coauteurs, un prédicteur peut être construit sous la forme :

$$y_{t+j} = \underbrace{F_j(q^{-1})y_t + H_j(q^{-1})\Delta u_{t-1}}_{réponse \ libre} + \underbrace{G_j(q^{-1})\Delta u_{t+j-1} + J_j(q^{-1})\varepsilon_{t+j}}_{réponse \ forcée}$$
(2.4)

- Avec  $F_j$ ,  $G_j$ ,  $H_j$ ,  $J_j$ ; polynômes solutions uniques des équations diophantienne suivantes voir l'annexe C.2:

$$\begin{cases} \Delta(q^{-1})A(q^{-1})J_j(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}) = 1 \\ G_j(q^{-1}) + q^{-j}H_j(q^{-1}) = B(q^{-1})J_j(q^{-1}) \end{cases}$$
(2.5)

Le prédicteur optimal déduit de la considération que la meilleure estimée du signal perturbateur dans le futur est égale à sa moyenne, nulle ici, prend la forme :

$$\hat{y}_{t+j} = \underbrace{F_j(q^{-1})y_r + H_j(q^{-1})\Delta u_{t-1}}_{reponse\ libre} + \underbrace{G_j(q^{-1})\Delta u_{t+j-1}}_{reponse\ forcee}$$
(2.6)

- En écrivant ces polynômes sous forme matricielle :

$$IH = \begin{bmatrix} H_{N_1}(1) & \cdots & H_{N_1}(n_b - 1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N_2}(1) & \cdots & H_{N_2}(n_b - 1) \end{bmatrix}; IF = \begin{bmatrix} F_{N_1}(1) & \cdots & F_{N_1}(n_a) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{N_2}(1) & \cdots & F_{N_2}(n_a) \end{bmatrix}$$
(2.7)

Avec :  $n_a$  le degré de A et  $n_b$  le degré de B, la réponse libre peut être écrite sous la forme :

$$I = IH\Delta u_{past} + IFy_{past}$$
(2.8)

Où

$$\Delta u_{past} = \left[\Delta u_{t-1} \,\Delta u_{t-2} \,\dots \,\Delta u_{t-n_b-1}\right]^T et \, y_{past} = \left[y_t \, y_{t-1} \,\dots \, y_{t-n_a-1}\right]^T$$
(2.9)

De façon similaire, la réponse forcée peut être réécrite sous forme matricielle :

$$G = \begin{bmatrix} g_{N_1} & g_{N_1-1} & \dots & \mathbf{0} \\ g_{N_1+1} & g_{N_1} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \dots & \dots & \mathbf{0} \\ g_{N_u} & \dots & \dots & g_1 \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ g_{N_2} & g_{N_2-1} & \dots & g_{N_2-N_u+1} \end{bmatrix} \in R^{(N_2-N_1+1)\times N_u}, g_0 = \mathbf{0}$$
(2.10)

Avec les coefficients  $g_k$  issus des polynômes  $G_j$  correspondant à ceux de la réponse indicielle du modèle. Les contraintes (2.3) sont prises en compte dans (2.10), car la matrice G a une taille limitée à  $N_u$  colonnes.

- Le vecteur des prédictions est :

$$\hat{\mathbf{y}} = [\hat{\mathbf{y}}_{t+N_1} \dots \hat{\mathbf{y}}_{t+N_2}]^T$$
 (2.11)

- S'écrit sous forme vectorielle en fonction de la séquence des incréments futurs :

$$K_u = [\Delta u_t \dots \Delta u_{t+N_u-1}]^T$$
  $\hat{y} = GK_u + 1$  (2.12)

Avec le vecteur des consignes futures :

$$w = \left[w_{t+N_1} \dots w_{t+N_2}\right]^T$$
 (2.13)

En minimisant le critère précédent ce qui donne [Pat 1996], [Ema 2007], [Sor 2005]

$$\begin{cases} M = \left(G^T G + \lambda I_{N_u \times N_u}\right)^{-1} G^T \\ \Delta u_t = -m_1 \left[IH\Delta u_{t-1} + IFy_t - w\right] \end{cases}$$
(2.14)

#### 2.4.2. Régulateur polynomial équivalent

L'équation (2.14) constitue en fait un régulateur linéaire représentable sous forme polynomiale RST avec:

$$S(q^{-1})\Delta u_t = -R(q^{-1})y_t + T(q)w_t$$
(2.15)

$$S(q^{-1}) = (1 + m_1 IHq^{-1})$$
 (2.16)

avec  $degré[S(q^{-1})] = degré[B(q^{-1})]$ 

$$R(q^{-1}) = m_1 \, IF \tag{2.17}$$



Fig. 2.3: Régulateur polynomial équivalent.

#### 2.4.3. Les avantages

- Tout d'abord, l'utilisation du modèle CARIMA et le travail sur les incréments de commande assure la précision statique pour une consigne en échelon.
- ensuite, la non nécessité d'utiliser une représentation d'état lors de l'implantation du modèle du système, ce qui s'avère intéressant lorsque les modèles proviennent d'une identification discrète sous forme de fonction de transfert discrète.
- En fin, la relation fournissant la commande se traduit par un algorithme simple, et beaucoup de calculs peuvent être faits hors ligne ou il ne reste à faire en temps réel que l'acquisition de la sortie du processus et le calcul proprement dit de la commande, incluant néanmoins l'élaboration de la réponse libre.

#### 2.4.4. Les inconvénients

- Tout d'abord, il n'existe aucune théorie précise permettant de démontrer la stabilité de la commande, à l'exception de travaux de Clarke assurant la robustesse sous certaines conditions de réglage très restrictives.
- De plus, il n'y a pas de règles définies permettant de choisir les paramètres, sauf quelques compromis entre les différentes caractéristiques déduit par expérience dans le domaine [Pat 1996].

#### 2.5. Principe de synthèse du régulateur RST

Dans notre étude, nous restreindrons nos prétentions à une analyse des performances d'un correcteur, par des indicateurs que nous allons étudier.

Le procédé est contrôlé par un régulateur polynômial de type RST à deux degrés de liberté (permettant d'imposer un comportement différent pour la poursuite et la régulation.

Les avantages procurés par l'obtention de la forme polynomiale RST équivalente au GPC sont multiples, l'utilisateur peut étudier a priori la stabilité du système en fonction des paramètres  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_u$ ,  $\lambda$ . On peut alors garantir la stabilité du système nominal. Ce n'est pas le cas avec la version algorithmique de GPC, pour laquelle l'utilisateur n'a d'autres certitudes que celles qui lui sont données par le nombre restreint de théorèmes généraux de stabilité relatifs au GPC.

En résumé une commande est dite robuste si à partir d'un modèle de procédé approximatif, la commande donne des résultats satisfaisants avec une mesure entachée d'erreurs et un actionneur imparfait [Jae 2011].

#### 2.6. Robustesse en stabilité

Nous retiendrons que la notion de la robustesse développée consiste à obtenir des indicateurs qui permettent d'apprécier la stabilité de la commande vis-à-vis de variation paramétrique du processus.

Nous allons dans un premier temps, rappeler les notions généralement utilisées dans l'automatique classique telle la marge de gain et la marge phase, ensuite nous substituerons à ces indicateurs la marge de module et la marge de retard.

#### 2.6.1. Les marges de robustesse

Les marges de robustesse (voir aussi la figure 2.4) communément utilisées pour mesurer la réserve de stabilité du système en boucle fermée par rapport à une variation de la fonction de transfert  $H_{BO}(e^{j\omega})$  de la boucle ouverte [Leh 2013] :

• La marge de gain MG: correspond à l'inverse du gain de  $H_{BO}(e^{j\omega})$  à la fréquence où le déphasage est égale à -180. Physiquement, elle représente donc la quantité de gain que l'on peut ajouter (en dB) dans la boucle avant que la boucle fermée ne devienne instable. Des valeurs typiques sont  $MG \ge 2$  (6dB).

• La marge de phase  $M\varphi$ : définit la marge de sécurité sur la phase. Elle est donnée par  $(M\varphi = 180 - \arg(H_{BO}(e^{j\omega\varphi})); \text{ où } \omega_{\varphi} \text{ est la pulsation à laquelle } |H_{BO}(e^{j\omega\varphi})| = 1.$ Physiquement la marge de phase représente la quantité de phase que l'on peut perdre dans la boucle avant que la boucle fermée ne devienne instable. D'un point de vue pratique, un réglage assez courant (mais on peut évidemment avoir d'autres exigences) est d'imposer :

$$M\varphi \ge 45^{\circ} \tag{2.19}$$

• La marge de module  $\Delta M$ : est la mesure de la distance minimale entre le point critique dans le plan de Nyquist (-1,0j) et l'hodographe de la fonction de transfert de la boucle ouverte  $(\Delta M = \min_{(\forall \omega)} | 1 + H_{BO}(e^{j\omega_{\varphi}}) |)$ . La valeur de  $\Delta M$  mesure l'incertitude additive non-structurée toléré par le  $H_{BO}$  à toutes les fréquences, on donne souvent comme contrainte  $\Delta M \ge 0.5$  ou  $\Delta M \ge -6dB$ .

• La marge de retard  $\Delta \tau$ : est le retard supplémentaire maximal tolérable pour  $H_{BO}$   $\Delta \tau = min \left[\frac{\Delta \varphi_i}{\omega_i}\right]$  avec  $\Delta \varphi_i$  marge de phase en  $\omega_i$  exprimée en *rad/sec*. C'est le retard parasite maximum que l'on acceptera. Pour les systèmes temps discret échantillonnés avec une période d'échantillonnage  $T_e$ , une condition typique à atteindre est  $\Delta \tau \geq T_e$ . Par ailleurs, une bonne marge de module implique des bonnes marges de gain et phase, mais l'inverse n'est pas toujours vrai (pour des détails sur les relations entre les marges voir [Lan 2002]. Les marges de module et de retard sont des indices plus fiables.



Fig. 2.4 : Marges de robustesse

Les objectifs de la stabilité tout abord sont lié à l'étude dans le plan de bode, black ou Nyquist de la fonction de transfert de la boucle ouverte  $H_{bo}$  corrigée par le régulateur.

$$H_{bo}(q^{-1}) = \frac{q^{-1} A(q^{-1}) R(q^{-1})}{A(q^{-1}) S(q^{-1}) \Delta(q^{-1})}$$
(2.20)

#### 2.6.2. L'ambition de l'analyse de la sensibilité

Au cours de l'élaboration, de la construction ou de l'utilisation d'un modèle mathématique, l'analyse de sensibilité peut s'avérer être un outil précieux. En effet, en étudiant comment la réponse du modèle réagit aux variations de ses variables d'entrée, l'analyse de sensibilité permet de répondre à un certain nombre de questions.

À l'étude dans les plans fréquentiels des fonctions de sensibilité directe  $S_{yp}$  et complémentaire  $S_{vb}$  [Phi 2002].

$$S_{yp}(q^{-1}) = \frac{A(q^{-1})S(q^{-1})\Delta(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1})\Delta(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1})}$$
(2.21)

$$S_{yb}(q^{-1}) = \frac{q^{-1} B(q^{-1}) R(q^{-1})}{A(q^{-1}) S(q^{-1}) \Delta(q^{-1}) + q^{-d} B(q^{-1}) R(q^{-1})}$$
(2.22)

On admet généralement qu'un bon réglage est caractérisé par :

- une marge de retard supérieure à une période d'échantillonnage.
- une fonction de sensibilité directe de module inférieur à 6dB.
- une fonction de sensibilité complémentaire de module inférieur à 3dB.

#### 2.6.3. Procédure de sélection des paramètres du critère

A partir des critères formalisés ci-dessus avec les outils classiques de l'Automatique fréquentielle, il devient possible de sélectionner les jeux de paramètre de réglage satisfaisants :

 $N_1$ : Horizon de prédiction inférieur sur la sortie. Le produit  $N_1$ **Te** (Te période d'échantillonnage) est choisi égal au retard pur du système.

 $N_2$ : Horizon de prédiction supérieur sur la sortie. Le produit  $N_2$  **Te** est limité par sa valeur du temps de réponse. Plus  $N_2$  et grande, plus le système est corrigé est stable et lent

 $N_u$ : Horizon de prédiction sur la commande. Choisir  $N_u$  pour simplifie les calculs et ne pénalise pas les marges de stabilité

 $\lambda$ : Coefficient de pondération sur la commande. Ce paramètre est lié au gain du système, par la relation empirique.

$$\lambda_{opt} = tr(\mathbf{G}^{\mathrm{T}} * \mathbf{G}) \tag{2.23}$$

Ou **G** est la matrice formée des coefficients de la réponse indicielle. Cette relation fondamentale permet de réduire considérablement la plage de recherche des jeux des paramètres stable autour de valeur de  $\lambda$  « admissibles ».

#### Compte tenu

Les technique citées précédemment ont vraiment un intérêt considérable, mais dans la pratique le modèle dont elles sont basées est toujours non idéal. Surtout lorsqu'il s'agit des systèmes non linéaire et variant dans le temps. On est toujours amené à approcher la dynamique du processus à commander par un modèle paramétrique linéaire et stationnaire dans un domaine plus au moins restreint autour de son point de fonctionnement.

Par ailleurs, le caractère stationnaire des modèles de commande dépend du point de fonctionnement du processus, de ses non linéarités et des entrées secondaires considérées comme des perturbations, qui n'ont pas été prises en considération lors de leur élaboration. Les performances d'une loi de commande linéaire se dégradent au fur et à mesure que l'écart entre la dynamique effective du processus et celle de son modèle de commande croit. Un réajustement de la loi de commande en fonction des variations de la dynamique du processus pour maintenir les performances du système de commande est alors impératif.

La solution alors est le concept de commande adaptative qui permet d'éliminer l'effet de perturbations, sur la dynamique du processus, qui affectent les performances alors que la commande linéaire ne permet d'éliminer que les perturbations d'état du processus. Dans notre cas, on va exploiter le principe de la commande prédictive pour, le calcul de la loi de commande et l'adaptation dans le but d'éliminer les bruits. Ceci nous conduit à la commande adaptative GPC que son schéma synoptique est illustré par la figure 2.5





#### 2.7. Identification du processus

L'automatique consiste en l'étude des systèmes réels de différentes disciplines scientifiques (électronique, mécanique, thermique, biologie, chimie...), en vue de l'analyse, de la prédiction, de la surveillance, de la commande, et de l'optimisation [Djo 2006].

La condition nécessaire pour cela est l'obtention d'un modèle mathématique du système réel. Le processus d'identification comporte les étapes suivantes :

- Acquisition des entrées/sorties sous un protocole d'expérimentation.
- Choix du modèle à adopter.
- Estimation des paramètres du modèle.
- Validation du modèle identifié.

L'identification a pour objet la détermination, généralement à partir de mesures physiques, des paramètres numériques d'un modèle et de la connaissance expérimentale des entrées et sorties de manière à obtenir l'identité du comportement [Had 2007].

De telle sorte que dans le domaine de fonctionnement pour lequel il a été établi, ce modèle présente un comportement aussi proche que possible de celui du système réel.

Plusieurs algorithmes d'identification ont été proposés et développés dans le contexte de l'approche " identification pour la commande". Dans le cadre de notre étude nous optons pour l'algorithme des moindres carrés récursif (Recursive Least Squares (RLS)).

#### 2.7.1. Mise en œuvre de l'algorithme de moindres carrés récursif

Les systèmes que l'on cherche à commander sont généralement, par nature, continus. La réalisation d'un régulateur implique que l'on génère une équation de commande discrète généralement une équation récurrente.

La méthode des moindres carrés récursifs nous permet d'obtenir la représentation discrète du système continu pour pouvoir synthétiser directement le régulateur discret (sans passer par un bloqueur d'ordre zéro). Cette approche consiste à minimiser un critère d'erreur sur le système mono variable, invariant discret décrit par l'équation (2.25).

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})(u(k-d) + w(k-d))$$
(2.24)

 $A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + b_{n_A} q^{-n_A} \text{ et } B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_B} q^{-n_B}$ 

Avec  $d = n_A - n_B$ ; u: Entrée du système y: Sortie de système et w: une perturbation.

Le critère à minimiser est de la forme :

$$V(k) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k} \lambda^{k-i} \left[ y(i) - \varphi^{T}(i) \widehat{\theta} \right]^{2}$$
(2.25)

Avec  $\lambda$  le facteur d'oubli .Ce paramètre (typiquement entre 0.95 et 0.99) permet, comme son nom l'indique, "d'oublier" les anciennes mesures et de se concentrer sur les mesures les plus récentes. Pour choisir  $\lambda$  il faut trouver un compromis entre la qualité d'identification et la poursuite rapide.

L'algorithme de moindres carrés Récursif RLS est généralement donné par l'ensemble d'équations suivant :

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K(k+1)[y(k+1) - \varphi^T(k+1)\hat{\theta}(k)]$$
 (2.26)

$$K(k + 1) = \frac{P(k)\varphi(k + 1)}{[\lambda + \varphi^{T}(k + 1)P(k)\varphi(k + 1)]}$$
(2.27)

$$P(k + 1) = \frac{1}{\lambda} \left\{ P(k) - \frac{P(k)\varphi(k + 1)\varphi^{T}(k + 1)P(k)}{[\lambda + \varphi^{T}(k + 1)P(k + 1)\varphi(k + 1)]} \right\}$$
(2.28)

$$y(k) = -a_1 y(k-1) - \dots - a_{n_A} y(k-n) + b_0 u(k-d) + \dots + b_{n_B} u(k-m-d)$$
(2.29)

$$y(k) = \varphi^T(k)\hat{\theta}$$
(2.30)

#### 2.8. Algorithme de synthèse du contrôleur RST prédictif robuste

Pour guider la synthèse robuste d'un régulateur, la visualisation des fonctions de sensibilité constitue un moyen d'appréciation performant. Le calcul de la commande RST doit prendre en compte des performances dynamiques en régulation et en poursuite, tout en satisfaisant des critères de robustesse. Cette synthèse est présentée sous formes d'étapes donnée comme suit :

**Etape 1** : initialisation des paramètres d'identification :  $\theta$ ,  $\phi$  et P

<u>Etape 2</u>: identification du processus et détermination des coefficients du numérateur  $\mathbf{a}_i$  et du dénominateur  $\mathbf{b}_i$  de la fonction de transfert du modèle identifié, à chaque instant d'échantillonnage en utilisant la méthode des moindres carrés récursifs donnés par les équations (2.26) *et* (2.30)

**<u>Etape 3</u>** : prise en compte du cahier des charges :

**Etape 3.1** : détermination de la dynamique en poursuite et la dynamique en régulation. La dynamique en poursuite se traduit en outre, par le calcul de la fonction de transfert du modèle de référence  $\frac{A_m(z^{-1})}{B_m(z^{-1})}$ .

**<u>Etape 3.2</u>**: calcul des polynômes du régulateur RST et de la commande suivant l'Algorithme donné dans le tableau 2.1. En effet, la dynamique de régulation permet le calcul des polynômes R et S en utilisant puis avec de la dynamique de poursuite on détermine le polynôme T.



Simplification				
$IF = [F_{N_1}(q^{-1}), \dots, F_{N_2}(q^{-1})]^T$				
$IH = \llbracket H_{N_1}(q^{-1}), \dots, H_{N_2}(q^{-1}) \rrbracket^T$				
le vecteur des consignes futures : $w = [w_{t+N_1} \dots w_{t+N_2}]^T$				
Le vecteur des prédictions est : $\hat{\mathbf{y}} = [\hat{\mathbf{y}}_{t+N_1} \dots \hat{\mathbf{y}}_{t+N_2}]^T$				
G : matrice des coefficients $g_k$ correspondant à ceux de la réponse indicielle				
$G = \begin{bmatrix} g_{N_1} & g_{N_1-1} & \cdots & 0 \\ g_{N_1+1} & g_{N_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \cdots & 0 \\ g_{N_u} & \cdots & \cdots & g_1 \\ \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ g_{N_2} & g_{N_2-1} & \cdots & g_{N_2-N_u+1} \end{bmatrix}$				
Loi de commande				
$M = \left(G^T G + \lambda I_{N_u \times N_u}\right)^{-1} G^T$ $\Delta u_t = -m_1 [IH\Delta u_{t-1} + IFy_t - w]$				
Nous reprenons la loi de commande sous forme RST :				
$S(q^{-1})\Delta u_t = -R(q^{-1})y_t + T(q)w_t$				
Calcul de S				
$S(q^{-1}) = (1 + m_1 IHq^{-1})$				
Calcul de R				
$R(q^{-1}) = m_1  IF$				
Calcul de T				
Calculer $T(q^{-1}) = m_1 [q^{N_1} \dots q^{N_2}]^T$				

Tableau 2.1 Algorithme synthèse du régulateur RST

**<u>Etape 4</u>**: définition d'un gabarit traduisant les conditions liées aux marges de robustesse, ceci se fait en suivants les étapes qui viennent :

**Etape 4.1** : tracé des différentes fonctions de sensibilité selon le besoin.

Etape 4.2 : Test des critères de robustesse si ils sont atteint si non répéter les étapes 2, 3 et 4.

#### 2.9. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une description de la commande prédictive en général et l'identification à suivre puis on a porté notre attention sur la commande GPC. Il est possible de combiner la technique prédictive avec le concept adaptatif dans le but

- d'identifier les paramètres de modèle en ligne, pour cela on a fait appel à l'algorithme des moindres carrés récursifs.
- Et de faire la mise à jour des coefficients de polynômes RST et d'éliminer les perturbations.

Les avantages procurés par l'obtention de la forme polynomiale RST équivalente au GPC sont multiples, on peut étudier a priori la stabilité du système en fonction des paramètres  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_u$ ,  $\lambda$ . Qui peut alors garantir la stabilité du système nominal.

Puis nous avons incité notre démarche par des outils permettant d'évaluer l'objective secondaire de la commande tel que la robustesse afin de garantir le rejet des perturbations et des bruits de meure.

Enfin l'algorithme prédictif polynomial calcule la loi de commande qui sera l'objectif pour son application dans le chapitre suivant.

## Chapitre 3

# Commande prédictive robuste appliquée à éolienne

## Chapitre 3. Commande prédictive robuste appliquée à une éolienne

3.1.	Int	roduction	45
3.2.	Str	ratégies de commande de la turbine éolienne	45
3.2	2.1.	Compte tenu des Perturbations et incertitudes paramétriques	45
3.2	2.2.	Caractéristique de la puissance d'éolienne	46
3.2	2.3.	Techniques d'extraction du maximum de la puissance (M.P.P.T)	47
3.3.	La	commande GPC adaptative appliquée à l'éolienne	49
3.3	3.1.	Identification du processus	49
3.3	3.2.	Configuration de la commande	50
3.4.	Tra	aduction du Cahier des charges et calcul du RST	51
3.4	I.1.	Dynamique en poursuite	51
3.4	1.2.	Dynamique en régulation	51
3.5.	Ré	flexion sur les objectifs de la commande dans la zone 2	51
3.5	5.1.	Rendement énergétique	52
3.5	5.2	Maximisation de puissance mécanique	52
3.5	5.3	Minimisation des efforts sur la commande	55
3.6.	Ro	bustesse de la commande AGPC	55
3.6	5.1.	Evaluation de la Robustesse en stabilité	56
3.6	5.2.	Appréciation de la synthèse faite	59
3.7.	Co	nclusion	

#### **3.1. Introduction**

De nombreuses applications de la commande prédictive existent dans la littérature, comme exemple dans [Dur 2009]. Pour illustrer l'application de ce concept sur les réseaux électriques c'est l'objectif de ce dernier chapitre qui consiste à d'adapter la commande élaborée dans le chapitre 2, pour l'ajustement des paramètres du modèle en ligne et de réguler automatiquement la vitesse de la génératrice qui puisse optimiser la production de l'éolienne. En effet, on essayera non seulement d'améliorer la qualité de l'énergie produite et le rendement énergétique mais aussi diminuer les efforts sur la commande.

La commande prédictive robuste doit donc tenir compte du comportement du système dans son ensemble, et de prendre en considération les perturbations provenant du milieu extérieurs, les bruits de mesure et les incertitudes sur les paramètres de la turbine. En suite une analyse de la robustesse en stabilité sera faite avec les indicateurs de robustesse cela est utile pour qu'une mise en perspective de la commande est adaptée.

#### 3.2. Stratégies de commande de la turbine éolienne

#### 3.2.1. Compte tenu des Perturbations et incertitudes paramétriques

Dans ce chapitre, nous évoquerons tout d'abord la place de l'ensemble des modèles possibles représentant le système à commander. Un tel ensemble est défini par un modèle nominal et un domaine d'incertitude. Nous verrons de quelle façon ce dernier peut représenter l'un des outils nécessitant la précision pour l'étude de la robustesse de cette commande.

Certains paramètres de modèle peuvent changer de valeur soit par saut (comme le cas du coefficient de torsion  $\mathbf{K}_{ls}$ ), soit par dégradation avec le temps (comme le cas coefficient de frottement visqueux  $\mathbf{B}_{ls}$  et du rendement du multiplicateur  $\mathbf{n}_g$ ). Ceci s'est traduit dans notre travail sous forme d'incertitudes sur ces paramètres. Ces dernières sont aussi mises en œuvre pour tenir compte des dynamiques négligées, elles sont données par la formule :

 $(\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 \pm \Delta \mathbf{m})$ . En effet, le paramètre  $\mathbf{n}_g$  est conçu avec une incertitude de 10%,  $\mathbf{B}_{ls}$  avec une incertitude de 20% et l'incertitude sur le paramètre  $\mathbf{K}_{ls}$  atteint les 50% [Bou 2006].

La prise en compte des incertitudes sur ces paramètres physiques sont montrés dans les figures C.1 de l'annexe C. L'obtention de notre modèle à partir de l'identification utilisant des mesures entrés/sorties. Des bruits surgissent et induisent des erreurs de modèle quand il y a de grandes incertitudes structurales dues aux défaillances dans le système, ou en raison de la présence de grandes perturbations externes.

La représentation des incertitudes est conçue dans le bloc Simulink présenté dans la figure C.2 de l'annexe C.

#### 3.2.2. Caractéristique de la puissance d'éolienne

Le caractère aléatoire du vent pose le problème de la régulation de l'énergie fournie au réseau par les aérogénérateurs. De manière générale, les objectifs de la commande sont présentés selon les différentes zones de fonctionnement de l'éolienne.

La caractéristique puissance-vitesse d'une éolienne peut se décomposer en quatre zones comme nous le montre la figure 3.1.



Fig. 3.1 Caractéristique puissance-vitesse typique d'une éolienne de grande puissance [Sal 2004]

> Zone 1: C'est la zone de démarrage de la machine, elle commence lorsque la vitesse mécanique supérieur à une certaine vitesse  $\Omega_{cut in}$ .

> Zone 2 : Lorsque la vitesse de la génératrice atteint une valeur seuil, un algorithme de commande permettant l'extraction de la puissance maximale du vent est appliqué. Pour extraire une le maximum de la puissance, l'angle de calage des pales est maintenu constant à sa valeur nominal  $\beta = 2$  ce processus continu jusqu'à atteindre une certaine valeur de la vitesse mécanique.

> Zone 3: Au-delà, l'éolienne fonctionne à vitesse constante. Dans cette zone, la puissance de la génératrice atteint des valeurs plus importantes, jusqu'à 90% de la puissance nominale  $P_{nom}$ .

Zone 4 : La vitesse du vent est assez importante dans cette zone. Les courants, tensions et vitesses angulaires risquent de dépasser leurs valeurs nominales.

Les objectifs de commande dans cette zone sont plutôt orientés vers la sécurité du système. Il s'agit de maintenir les variables à des valeurs constantes avoisinant les grandeurs nominales de l'éolienne, c'est une régulation par limitation de la puissance [Sal 2004].

#### 3.2.3. Techniques d'extraction du maximum de la puissance (M.P.P.T)

Comme on l'a déjà mentionné dans le chapitre 1, le coefficient de puissance  $\mathbf{C}_{p}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\beta})$ est une fonction non linéaire de la vitesse spécifique  $\boldsymbol{\lambda}$  et de l'angle de calage  $\boldsymbol{\beta}$ , cette fonction possède un seul maximum  $C_{p_{max}} = C_{p}(\lambda_{opt}, \beta_{opt})$ .

La Fig. 3.2 illustre la courbe du coefficient de puissance de l'éolienne utilisée pour un angle de calage  $\beta = 2$ .



Fig. 3.2 Coefficient de puissance en fonction de la vitesse spécifique  $\lambda$ pour un angle de calage fixe  $\beta = 2$ 

La puissance qui peut être captée par une aéroturbine est proportionnelle au cube de la vitesse du vent. Ainsi, les variations du vent ont une grande influence sur le potentiel de puissance qu'on peut recueillir dans le système.

L'objectif prioritaire de la commande dans la zone 2 est de capter le maximum d'énergie possible. Un rendement énergétique maximal est assuré par un rendement aérodynamique maximal. Ce rendement dépend de la vitesse spécifique, c'est-à-dire du rapport entre la vitesse en bout de pale (proportionnelle à la vitesse de l'aéroturbine) et la vitesse du vent.

Pour optimiser la capture de l'énergie contenue dans le vent dans cette zone de fonctionnement, la commande de l'éolienne doit se faire de sorte que la vitesse de rotation de rotor s'adapte à la vitesse du vent afin que la vitesse spécifique soit optimale. Pour cela il faut maintenir la vitesse spécifique  $\lambda$  à sa valeur optimal  $\lambda_{opt}$ . C'est pour cette valeur que le coefficient de puissance est égal à sa valeur maximale  $C_{pmax}$ .

La puissance mécanique stockée dans l'inertie totale *J* apparaissant sur l'arbre de la génératrice ( $P_{mec}$ ) est exprimée comme étant le produit entre le couple mécanique et la vitesse mécanique ( $\omega_a$ ), [Bou 2006]:

$$P_{mec\_opt} = T_{mec}\omega_g = \frac{1}{2} C_{pmax} \frac{\rho \pi R^5}{n_g^3 \lambda_{opt}^3} \omega_g^3$$
(3.1)

où  $\lambda_{opt}$  est la vitesse spécifique qui nous permet de maximiser la puissance captée, celle-ci est estimée par  $\lambda_{opt} = 10$ . À partir de la courbe tracée sur la figure 3.2. D'où la vitesse de référence peut être donnée par la formule 3.2.

$$\omega_{t\_opt} = \frac{\lambda_{opt} V_{vent}}{R}$$
(3.3)

Ceci permet continuellement de travailler avec un rendement aérodynamique optimal.

En régime permanent, la puissance aérodynamique  $P_{aec}$  est diminuée, des pertes représentées par les frottements visqueux, puis elle est convertie en puissance électrique figure 3.3.



 $P_{elec} = P_{aec} - Pertes$ 

Fig. 3.3 : Diagramme de conversion de puissance
#### 3.3. La commande GPC adaptative appliquée à l'éolienne

Le système dans ce cas comprend, l'identificateur par l'algorithme MCR voir (l'annexe B.1), le contrôleur prédictif, le processus et les polynômes RST qui sont mis à jours à chaque instant *t*.

L'objectif est d'appliquer cette commande en ligne. Le principe est illustré sur le schéma cidessous.



Fig. 3.4: Schéma illustratif de la commande AGPC (en ligne).

#### **3.3.1.** Identification du processus

Quelle que soit l'approche de commande, il est impératif d'identifier le procédé. C'est la partie la plus délicate, ou l'automaticien devra bien définir les signaux d'excitation du processus et veiller à la bonne qualité des mesures.

C'est pour cela on utilise communément une séquence binaire pseudo aléatoire (SBPA) comme signal d'excitation car la qualité de l'identification est directement liée à la richesse du signal d'entrée.

En effet à chaque pôle du processus correspond une pulsation, si celle-ci n'est pas présente dans le signal d'entrée il sera évidemment irréelle et ceci, quelle que soit la méthode d'identification utilisée. La Mise en œuvre de l'algorithme de moindres carrés récursif présentée dans le chapitre précédent est utilisée pour approximer le système par un modèle du deuxième ordre donné par la fonction de transfert suivante :

$$H(z^{-1}) = z^{-d} \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}$$

Les résultats de simulations ont donné les deux vecteurs comprenant les coefficients des polynômes  $B(z^{-1})$  et  $A(z^{-1})$  respectivement comme suit:

numerateur\_modele\_identifie = [0.975022977435 1.06656498637]

denominateur\_modele\_identifie = [1 -1.28152327842 0.425675530495]

Le modèle identifié dans ce cas est sans retard (d = 0), d'où sa fonction de transfert peut être donnée par la formule :

$$H(z^{-1}) = \frac{0.975022977435 \ z^{-1} + 1.06656498637 z^{-2}}{1 - 1.28152327842 \ z^{-1} + 0.425675530495 z^{-2}}$$

#### **3.3.2.** Configuration de la commande

La procédure à suivre est récapitulée ci-dessous :

• 
$$A(q^{-1}) = 1 + 0.5q^{-1} + 0.5q^{-2}$$

•  $B(q^{-1}) = 0.5q^{-1} + 0.5q^{-2}$ 

2- Fixer les paramètres de l'algorithme d'identification donnés dans le chapitre 2 :

• 
$$\alpha = 1 \times 10^6$$
,  $\lambda_1 = 0.997$ ,  $d = 0 \ et T_e = 0.5$ 

3- Fixer les paramètres de l'algorithme du contrôleur:

• 
$$N_1 = 12, N_2 = 15, N_u = 11 \ et \ \lambda = 10$$

4- Simulation pendant 600 secs.

5- Polynômes RST obtenu à la fin de simulation sont :

•  $T(q^{-1}) = 0.00549 + 0.079035q^{-1} - 0.00493q^{-2} - 0.01431q^{-3}$ .

• 
$$S(q^{-1}) = 1 - 0.04424q^{-1}$$

•  $R(q^{-1}) = 0.01163 - 0.04424q^{-1} + 0.10994q^{-1}$ .

#### 3.4. Traduction du Cahier des charges et calcul du RST

Compte tenu du cahier des charges qui consiste à spécifier une dynamique de poursuite désirée en se fixant un modèle de référence, et une dynamique de régulation en assurant un rejet des divers bruits et perturbations altérant la sortie, la mesure et la commande.

L'action de la régulation de vitesse et l'identification du modèle linéaire doit accomplir les tâches suivantes :

- 1. Il doit asservir la vitesse mécanique à sa valeur de référence moyenne.
- 2. Il doit atténuer l'action du couple éolien.

#### 3.4.1. Dynamique en poursuite

La dynamique en poursuite permet le calcul du polynôme T du régulateur qui sert à approcher la sortie du système en boucle fermée à la consigne de référence.

Le polynôme T du régulateur RST obtenu est :

### $T = 0.00549958680591 - 0.0790352591246 z^{-1} + 0.00493689946778 z^{-2} + 0.0143140111221 z^{-3}$

#### **3.4.2.** Dynamique en régulation

La dynamique en régulation est fixée, pour cela il est nécessaire de choisir les paramètres de configuration de la commande d'une manière à garantir la stabilité du système et assurer un rejet de perturbations satisfaisant.

On résout l'équation de Diophantine pour calculer les polynômes R et S comme illustré dans l'annexe C.2.

Les polynômes R et S du régulateur obtenus à la fin de la simulation sont :

### $R = 0.0116352629027 + 0.0440248132614 z^{-1} - 0.109944837893 z^{-2}$

#### $S = 1 - 0.0442423071711 z^{-1}$

#### 3.5. Réflexion sur les objectifs de la commande dans la zone 2

La stratégie élaborée dans notre travail, doit répondre aux objectifs assignés et cela en termes d'extraction maximale de puissance, amélioration du rendement énergétique et minimisation des effets sur la commande. En ce qui concerne la robustesse en stabilité on s'est servira des indicateurs de performances étudiés dans le chapitre précédent.

Avec le peu de broutement que la commande engendre, elle doit limiter le stress mécanique sur l'arbre de transmission.

#### 3.5.1. Rendement énergétique

L'objectif prioritaire de la commande dans cette zone est de capter le maximum d'énergie possible, afin d'assurer un rendement aérodynamique maximal. Le rendement aérodynamique obtenu par notre système est illustré dans la figure 3.5.



Fig. 3.5 Rendement aérodynamique du système

#### 3.5.2 Maximisation de puissance mécanique

Comme on travaille dans le régime à vitesse variable qui correspond à un fonctionnement en dessous de la puissance nominale. La représentation de l'énergie captée par le système est un critère d'appréciation pertinent de l'efficacité énergétique, afin de d'optimiser la capture de la vitesse du vent dans cette zone fonctionnement. On a appliqué une commande prédictive robuste qui utilise le couple de la génératrice comme entrée de commande pour améliorer la poursuite de la référence et assurer une maximisation de la puissance mécanique malgré la présence de bruit, perturbation et incertitudes paramétriques. La figure 3.6 montre les résultats de la commande AGPC conçue.



Fig. 3.6 La puissance mécanique obtenue avec AGPC

Pour optimiser la capture d'énergie, la vitesse de rotation du rotor doit s'adapter à la vitesse du vent afin que la vitesse spécifique soit optimale. Les figures 3.7 et 3.8 montrent respectivement les résultats obtenus, par l'application de cette commande.





L'adaptation de la vitesse de rotation du rotor est en relation directe avec l'ajustement de la vitesse de rotation de la génératrice pour suivre une vitesse de référence. La figure 3.8 illustre la poursuite du modèle de référence par la vitesse de rotation du système.



Fig. 3.8 La vitesses de rotation de la génératrice obtenue avec AGPC

Les figures 3.7 et 3.8 montrent la poursuite des vitesses de références pour  $\omega_g$  et  $\omega_t$  sont nettement améliorer, ce qui assure une optimisation de la vitesse spécifique et le rendement aérodynamique, ainsi un rendement énergétique meilleurs.

#### 3.5.3 Minimisation des efforts sur la commande

Le signal de commande appliqué ne doit pas dépasser une valeur maximale du couple électromagnétique est fixée à **162/n**<sub>g</sub> kN.m. Afin que la vitesse de rotation  $\omega_t$  soit inférieure à la vitesse de rotation nominale de la génératrice. En outre, la minimisation des effets sur la commande permet une conservation de puissance. La figure 3.9 illustre le signal de commande obtenu, il est bien clair que le maximum de celui-ci est très loin de la valeur maximale fixée, d'où l'effort sur la commande est minimisé, il est de l'ordre de [N.m].



Fig. 3.9 Signal de commande

#### 3.6. Robustesse de la commande AGPC

Pour guider la synthèse robuste d'un régulateur, la visualisation des fonctions de sensibilités constitue un moyen d'appréciation performant. Le calcul de la commande RST doit satisfaire des performances dynamiques en asservissement et en régulation tout en satisfaisant des critères de robustesse. Nous restreindrons ici notre étude à l'analyse des deux fonctions de sensibilité  $S_{yp}$ , et  $S_{yb}$  présentées dans le chapitre précédent.

Nous allons traduire la robustesse sous forme de conditions liées aux marges de gain, phase et module.

#### Marge de gain

La marge de gain  $\Delta G$  doit être supérieure à 2 (6dB).

#### Marge de phase

La marge de phase qui garantit la robustesse en stabilité de notre système, elle doit être  $\Delta \varphi \ge 45^{\circ}$ .

#### Marge de module

Si l'on se fixe une marge de module  $\Delta M > 0,5$ , cela implique que la fonction de sensibilité  $S_{yp}$ , doit être inférieure à 6 dB. Selon [Lan 2002] une marge de module  $\Delta M > 0,5$  entraine une marge de gain minimale :  $\Delta G = 2$  (6dB) et une marge de phase  $\Delta \varphi \ge 45^{\circ}$ .

D'après la démarche faite dans le chapitre précédent la marge de module et la fonction de sensibilité sont liées, on a constaté que  $\Delta M = [\mathbf{1} + H_{BO}(q^{-1})]_{min}$ 

Or que : 
$$\mathbf{1} + H_{BO}(q^{-1}) = \mathbf{1} + H_{bO}(q^{-1}) = \mathbf{1} + \frac{q^{-1}B(q^{-1})R(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1})\Delta(q^{-1})} = \frac{P_c(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1})\Delta(q^{-1})}$$
  
D'où  $\Delta M = \left|\frac{P_c(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1})\Delta(q^{-1})}\right|_{min} = \left(\left|\frac{A(q^{-1})S(q^{-1})\Delta(q^{-1})}{P_c(q^{-1})}\right|_{max}\right)^{-1} = \left(\left|S_{yp}\right|_{max}\right)^{-1}$ 

En utilisant la définition de la norme  $\mathbf{H}_{\infty}$  on peut déduire alors :

$$\Delta M = \left\| S_{yp} \right\|_{\infty}^{-1}$$

#### 3.6.1. Evaluation de la Robustesse en stabilité

Le problème de stabilité du système est résolu avec le critère de Nyquist en se fondant sur la fonction de transfert en boucle ouverte, ce critère fournit des informations d'une grande richesse sur la qualité de la stabilité du système en boucle fermée. La fonction de transfert en boucle ouverte de notre système obtenue après simulation nommée  $H_{BO}$  est tracée dans le plan de Nyquist comme le montre la figure 3.10.

$$H_{B0}(z^{-1}) = \frac{-0.01491 \, z^3 - 0.05145 \, z^2 + 0.1596 \, z - 0.04678}{z^3 + 0.9423 \, z^2 + 1.014 \, z - 0.04678}$$



Fig. 3.10 Diagramme de Nyquist de la fonction de transfert en boucle ouverte

Le diagramme de Nyquist de la fonction  $H_{BO}$  montré dans la figure 3.11 nous donne une information sur la marge de gain  $\Delta G = \inf dB$ , elle est quasiment supérieure à la marge de gain désirée  $\Delta G > 6 dB$ . Et une marge de phase  $\Delta \varphi = 81.8697^{\circ}$ , vérifiant  $\Delta \varphi \ge 45^{\circ}$ .

En outre, la marge de module peut être vérifiée avec l'étude des fonctions de sensibilité qui permettent de mettre en évidence l'extrême vulnérabilité de la commande envisagée vis-à-vis des perturbations de commande.

Pour pallier ces sensibilités à un bruit de commande, nous allons, à titre illustratif, donner quelques résultats de cette commande reposant sur une démarche de synthèse satisfaisant conjointement à une bonne robustesse et conduisant à de bons rejets des perturbations. Pour en faire, on est amené à tracer le diagramme de Bode des fonctions de sensibilité directe et complémentaire respectivement  $S_{yp}$ , et  $S_{yb}$ , Ces dernières sont illustrées dans la figure 3.11 et la figure 3.12.



Fig. 3.11 Diagramme de Bode de la fonction de sensibilité directe  $(S_{yp})$ 

Ce tracé nous permet de bien vérifier que la fonction de sensibilité directe est calibrée, puisque son maximum est inférieur à 6 dB, d'où la marge de module obtenue est :  $\Delta M = 0.1376 \, dB = 1.0160$ . D'où  $\Delta M > 0.5$ .



Fig. 3.12 Diagramme de Bode de la fonction de sensibilité complémentaire  $(S_{yb})$ 

De même pour ce tracé on constat la fonction de sensibilité complémentaire est calibrée, vu son maximum est inférieur à 3 dB, d'où la marge de module obtenue est :  $\Delta M = 1.2089 \, dB = 1.1493$ . D'où  $\Delta M > 0.5$ .

#### 3.6.2. Appréciation de la synthèse faite

Les résultats obtenus montre l'efficacité de cette méthode de commande, ceci grâce à un choix particulier des paramètres de synthèse (les horizons de prédiction minimal  $N_1$  et maximal  $N_2$ , les horizons de commande  $N_u$ , coefficient de pondération  $\lambda$ ), ce choix nous a permet d'avoir une commande stable et d'une bonne poursuite du signal de la référence. Cette méthode du fait qu'elle utilise des formes récursives, facilite considérablement son implémentation dans un calculateur numérique.

#### 3.7. Conclusion

Ce chapitre a laissé présager que l'algorithme de la commande prédictive généralisée fonctionne avec succès sur le système éolien utilisé.

Il nous a permis d'atteindre l'objectif principal de la commande dans la zone de fonctionnement en dessous de la puissance nominale. En effet, l'optimisation du rendement aérodynamique est assurée tout en améliorant l'extraction de l'énergie du vent.

l'étude conjointe des indicateurs de robustesse (marge de gain et de phase) avec les fonctions de sensibilités ont permis d'avoir une vue plus réaliste du comportement réel de la commande.

La commande élaborée sur le système éolien, reposant sur une démarche de synthèse satisfaisant conjointement à une bonne robustesse et conduisant à de bon rejet des perturbations, ainsi l'optimisation de la capture de l'énergie du vent.

## Conclusion générale et perspectives

#### **Conclusion et perspectives**

Le travail effectué dans ce mémoire avait comme objectif l'élaboration d'une stratégie de commande permettant de répondre à des exigences spécifiques dans la zone de fonctionnement 2 des éoliennes à vitesse variable. Il s'agit d'extraire le maximum d'énergie du vent en optimisant le rendement énergétique du système, tout en minimisant l'effort sur la commande. En conséquence, cette dernière doit être robuste en présence de bruits sur la mesure, des incertitudes paramétriques, et des perturbations extérieures.

Dans une première partie, et après avoir introduit un bref historique sur l'évolution des éoliennes, nous avons évoqué l'état de l'art et la modélisation de la turbine éolienne à deux masse. Cette modélisation se démarque principalement par l'approche faite issu des lois de la physique et de la mécanique des fluides en faisant appel aux calculs d'aérodynamique pour déterminer les relations liant la vitesse, le couple et la vitesse de l'hélice, car elle constitue un élément fondamental dans la conversion de l'énergie éolienne en énergie électrique.

Dans la deuxième partie, une commande prédictive robuste est étalée par combinaison de la technique prédictive avec le concept adaptatif afin d'identifier les paramètres de modèle en ligne et de synthétiser un régulateur prédictif RST vérifiant des spécifications de performances nominales et de robustesse désirées. Cette synthèse est basée sur l'étude des marges de robustesse et du calibrage des fonctions de sensibilité qui permettent de mettre l'accent sur l'importance qui réside dans l'élimination des effets des perturbations.

A la fin de ce mémoire, la commande prédictive robuste côtoyée, est mise en œuvre pour le contrôle du couple électromagnétique de la génératrice. Une réflexion sur les objectifs fixés a prouvé une amélioration en termes d'extraction maximale de puissance et donc optimisation du rendement aérodynamique. L'évaluation de la robustesse en stabilité par analyse des différentes fonctions de sensibilité illustre que la commande établie est robuste face aux incertitudes paramétriques, en conduisant à de bons rejets des perturbations provenant du milieu extérieur.

En guise de perspectives, et afin d'augmenter de plus en plus la production d'énergie éolienne, il sera intéressant d'appliquer la commande prédictive robuste pour le fonctionnement en zone 3, où la vitesse de rotation du rotor requise atteint la vitesse de rotation nominale du générateur. La stratégie de la commande consiste donc à faire fonctionner l'éolienne à une vitesse de rotation fixe, en agissant sur le couple électromagnétique du générateur. Il serait ainsi primordial de synthétiser une stratégie de commande prédictive multivariable pour contrôler le fonctionnement en zone 4. (La puissance nominale) afin de compléter la régulation à chaque zone du fonctionnement.

On espère que ce travail sera entrepris avec l'utilisation des techniques de l'intelligence artificielle (logique floue, réseaux de neurones et les algorithmes génétiques...) pour définir de manière automatique les différents paramètres du critère de minimisation quadratique  $(N_1, N_2, N_u \text{ et } \lambda)$ . Nous souhaitant que d'autres méthodes soient mises en œuvre dans le domaine de la recherche du point de puissance maximale (MPPT).

## Références bibliographiques

- [Adm 2005] Adam MIRECKI « Etude comparative de chaînes de conversion d'énergie dédiées à une éolienne de petite puissance » thèse doctorat en Génie Electrique de l'institut national polytechnique de Toulouse, 2005.
- [Ber 1999] Berlu P. "Calcul des Efforts Subis par les Eoliennes de Moyenne et Forte Puissance", Thèse de Doctorat, Université des sciences et Technologies de Lille I, 1999.
- [Bou2010] B.Boukhezzar H. Siguerdidjane "Comparison between linear and nonlinear control strategies for variable speed wind turbine". article of Automatic Control Department, Supelec, Plateau du Moulon,2010
- [Bou 2008] Boukhezzar B, Siguerdidjane H. « Commande non linéaire avec estimateur de vent d'une éolienne à vitesse variable ». Actes de la 5ème Conférence Internationale Francophone de l'Automatique (CIFA'08), Bucarest, Roumanie.
- [Bou 2006] Boukhezzar B. « Les stratégies de commande pour l'optimisation et la régulation de puissance des éoliennes à vitesse variable », thèse de doctorat en sciences de l'université paris XI Orsay, 2006.
- [Bru] Bruno FRANCOIS « La turbine éolienne Modélisation et commande » Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance, centrale Lile.
- [Boy 2006] A. BOYETTE, « Contrôle, commande d'un générateur asynchrone à double alimentation avec système de stockage pour la production éolienne », thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy1, Décembre 2006.
- [Cam 2003] Camblong Haritza, « Minimisation de l'impact des perturbations d'origine éolienne dans la génération d'électricité par des générateurs à vitesse variable », thèse doctorat de l'automatique, école nationale d'arts et métiers centre Bordeaux, 2003.
- [Cor 2009] Corinne Dubois, Guide de l'éolienne technique et pratique, Édition Eyrolles, 2009.
- [Cut 1980] CUTLER.C.R et RAMAKER, « Dynamique Matrix Control- Acomputer control Algorithme », ISA tans, Vol 21, PP 1-6, fransisco.California, 1980.

[Del 2003]	Delarue Ph., Bouscayrol A., Tounzi A., Guillaud X., Lancigu G., Modelling, "Control and simulation of an overall wind energy conversion system", Renewable Energy, Volume 28, Issue 8,July 2003.
[Djo 2006]	Manuscrit auteur, publié dans « Journées Identification et Modélisation Expérimentale » IIME'2006. Poitier France (2006)"
[Dur 2009]	Duran, M., Barrero, F., Toral, S., Arahal, M., and Prieto, J. (2009). "Improved techniques of restrained search predictive control for multiphase drives". 13th European Conference on Power Electronics and Applications, 2009. EPE '09, pages 1–9
[Ema 2007]	EMANUEL GODOY et COLL, «Régulation industrielle.Dunod», Paris, (2007).
[Ern 1985]	Ernst J. et Leonhard W., "Optimisation of wind energy output of variable speed wind turbines". Wind Power 85, San Francisco, CA, 1985.
[Fra]	Site France Énergie Éolienne, Février 2009 à : <u>www.enr.fr</u> - <u>www.fee.asso.fr</u>
[Fré 2003]	Frédéric. Poitiers, « Etude et commande de génératrices asynchrones pour l'utilisation de l'énergie éolienne (machine asynchrone à cage autonome, machine asynchrone à double alimentation reliée au réseau) », Thèse de Doctorat de génie électrique, Université Nantes, France, 2003.
[Jea 1991]	Jean-Luc DEMAGNE, «commande adaptative d'un positionneur en présence d'un frottement sec», ESSTIN.Nancy, Thèse doctorat, 15 Janvier 1991.
[Had 2007]	Hadj Abdelkader.A « Identification des Systèmes Linéaires », Octobre 2007.
[inf]	Site info-éolien, à : <u>http://www.info-eolien.com/</u>
[Gui 2009]	Guide de l'énergie éolienne, Dans l'air du temps, Février 2009.
[Gou 1892]	D. Le GOURIERE, « Energie éolienne, Théorie, Conception et calcul pratique des installations », édition EYROLLES, Paris 1982.
[Keb 2009]	KEBAIRI A., BOSCHE J. et EL HAJJAJI A. « Commande non linéaire d'une grande eolienne », International Renewable Energy Congress, November 5-7, 2009 - Sousse Tunisia.

- [Lan 1986] I.D.LANDAU et L.DUGARD, « Commande adaptative Aspect pratiques et théorique », Edition MASSON .Paris, New York, Barcelone, Milan, Mexico et Sao Paulo, (1986).
- [Lan 2002] I.D.LANDAU « Commande des systèmes », Hermes, Paris 2002.
- [Leh 2013] Lehouche .HOCINE, « Commande supervisée des Systèmes Hybrides », Thèse de Doctorat en Automatique et traitement signal, 2013.
- [Mar] J. Martin, « Energies éoliennes », Techniques de l'Ingénieur, traité de Génie énergétique, pp. B 8 585 1- B 8 585 21.
- [Pat 1996] PTRICK BOUCHER, « La commande prédictive », Edition Technip.27 rue Ginoux 75737; Paris cedex 15, (1996).
- [Ped 2010] Pedro Neiva Kvieska, « Contribution à la commande des réseaux électriques embarquées par des techniques à gain programmés », Thèse de Doctorat de l'École Centrale de Nantes, Mai 2010.
- [Phi 2002] Phillipe de larminat « Commande des systèmes linéaire » Lavoisier, 2002.
- [Poi 2003] Poitiers F., Machmoum M., and Le Doeuff R. "Simulation of wind energy conversion system based on a doubly-fed induction generator". In 10th European Conference on Power Electronics and Applications, Toulouse, France, Septembre 2003.
- [Red 2009] REDJEM Radia, « Étude d'une chaîne de conversion d'énergie éolienne », thèse de magistère en Electrotechnique, université Mentouri de Constantine, 2009
- [Rod 2002] P. Rodríguez, D. Dumur, "Robustification of GPC controlled system by convex optimization of the Youla parameter", Proceedings IEEE Conference on Control Applications, Glasgow, Septembre 2002.
- [Sal 2004] Salma EL AIMANI. « Modélisation de différentes technologies d'éoliennes intégrées dans un réseau de moyen tension », Thèse de Doctorat de l'Ecole Central de Lille en Génie Electrique, juin 2004.
- [Sor 2005] Sorin Olaru, « contribution à l'étude de la commande prédictive sous contraintes par approche géométrique », UFR scientifique d'orsay, These
- [Zio 2008] N. ZIOUI, " Conception, modélisation et commande d'une éolienne à axe vertical ", mémoire de magister, ENSP, 2008.

# Annexes

#### Annexe [A]

Rayon du rotor	21.65 m
Diamètre du rotor	43.3 m
Puissance électrique nominale	600 kW
Vitesse nominale du rotor	42 tr/min
Couple maximal du générateur	162 kN.m
Maximum de l'angle de calage	30°
Minimum de l'angle de calage	-5°

#### A.1. Paramètres de l'éolienne à axe horizontal



ρ	1 kg/m3
Jr	3.25*10 5 kg.m <sup>2</sup>
$J_g$	34.4 kg.m <sup>2</sup>
$B_{ls}$	9500 N.m/rad/s
$B_r$	27.36 N.m/rad/s
$B_g$	0.2 N.m/rad/s
K <sub>ls</sub>	2.691*10 <sup>5</sup> N.m/rad
$n_g$	43.165

#### TAB. A.1 Paramètres du modèle à deux masses

#### Annexe [B]

B.1. Algorithme des moindres carrés récursif (MCR) avec facteur d'oubli

#### <u>Algorithme</u>

**Données:** l'entrée et la sortie du système u(k), y(k)

**Spécification :**  $0 < \lambda \le 1$ ;

Degré des polynômes A et B;

Initialisation:  $P(\mathbf{0}) = \frac{1}{\delta}I$ ,  $\mathbf{0} < \delta \ll 1$ ;

 $\varphi(\mathbf{0})$  : vecteur nul

 $\vartheta(\mathbf{0})$  : vecteur quelconque

**Etape 1 :** On extrait les valeurs de  $\varphi$ ,  $\vartheta$  et *P* , puis on calcule :

 $\hat{y}(k) = \varphi^{T}(k-1)\vartheta(k-1);$   $P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1)\varphi(k-1)\varphi^{T}(k-1)P(k-1)}{\lambda I + \varphi^{T}(k-1)P(k-1)\varphi(k-1)};$ 

**Etape 2 :** on fait l'acquisition de y(k) et on calcule :

$$\varepsilon(k) = (y(k) - \hat{y}(k);$$
  
$$\vartheta(k) = \vartheta(k - 1) + P(k)\varphi(k - 1)\varepsilon(k);$$

### **B.2.** Aspect pratique de l'identification, Acquisition des entrées sorties, sous protocole d'expérimentation

Cette étape de l'identification comprend :

- ➤ Le choix du signal d'excitation.
- Le prétraitement des données en vue de l'identification

Pour le signal d'excitation qui a pour rôle d'exciter tous les modes du système, on utilise des séquences binaires pseudo aléatoires qui sont des successions d'impulsions rectangulaires modulées en largeur, qui approche un bruit blanc discret, et donc qui a un contenu riche en fréquence

#### Annexes[C]

C.1. prise en compte des incertitudes sur les paramètres physiques



Fig. C.1 Schéma bloc présentant les incertitudes sur le paramètre



Fig. C.2 Schéma bloc présentant les incertitudes sur les paramètres  $B_{ls}$  et  $K_{ls}$ 

#### C.2. Calcul récursif des polynômes $J_{ji}F_{ji}G_j$ et $H_j$

Un prédicteur peut être construit sous la forme :

$$y_{t+j} = \underbrace{F_j(q^{-1})y_t + H_j(q^{-1})\Delta u_{t-1}}_{r \neq ponse \ libre} + \underbrace{G_j(q^{-1})\Delta u_{t+j-1} + J_j(q^{-1})\varepsilon_{t+j}}_{r \neq ponse \ forc \neq e}$$
(C.1)

- Avec :  $F_j$ ,  $G_j$ ,  $H_j$ ,  $J_j$ ; polynômes solutions uniques des équations diophantiennes suivantes :

$$\begin{cases} \Delta(q^{-1})A(q^{-1})J_j(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}) = 1 \\ G_j(q^{-1}) + q^{-j}H_j(q^{-1}) = B(q^{-1})J_j(q^{-1}) \end{cases}$$
(C.2)

- Le prédicteur optimal déduit de la considération que la meilleure estimée du signal perturbateur dans le futur est égale à sa moyenne, nulle ici, prend la forme :

$$\hat{y}_{t+j} = \underbrace{F_j(q^{-1})y_r + H_j(q^{-1})\Delta u_{t-1}}_{reponse \ libre} + \underbrace{G_j(q^{-1})\Delta u_{t+j-1}}_{reponse \ forcee}$$
(C.3)

Evaluations des polynômes solutions uniques des équations diophantiennes  

$$a(\mathbf{q}^{-1}) = \sum_{l=0}^{n_a+1} a_i q^{-l} \quad avec; \begin{cases} \alpha_0 = \mathbf{1} \\ \alpha_i = a_i - a_{i-1} \\ \alpha_{n_a+1} = -a_{n_a} \end{cases} \quad pour \ 1 \le i \le n_a$$

$$F_j(\mathbf{q}^{-1}) = \sum_{l=0}^{n_a} f_l^{j} q^{-l} \quad avec; \begin{cases} f_l^{i} = -\alpha_{l+1} \\ \beta_l^{j-1} = f_l^{j-1} - f_0^{j-1} \alpha_{l+1} \\ \beta_{n_a}^{j} = -f_0^{j-1} \alpha_{n_a+1} \end{cases} \quad pour \ 0 \le i \le n_a$$

$$J_j(\mathbf{q}^{-1}) = \sum_{l=0}^{j-1} \gamma_l^{j} q^{-l} \quad avec; \begin{cases} \gamma_0^{1} = \mathbf{1} \\ \gamma_l^{j} = \gamma_l^{j-1} \\ \gamma_{j-1}^{j-1} = f_0^{j-1} \end{cases} \quad pour \ 0 \le i \le n_b - \mathbf{2}$$

$$H_j(\mathbf{q}^{-1}) = \sum_{l=0}^{n_b d^{-2}} h_l^{j} q^{-l} \quad avec; \begin{cases} h_l^{1} = b_{d_{l+2}} \\ h_l^{1} = h_{l+1}^{j-1} + f_0^{j-1} b_{d_{l+2}} \\ h_{n_{bd-2}}^{j} = f_0^{j-1} b_{d_{n_{bd}}} \end{cases} \quad pour \ 0 \le i \le n_{bd} - \mathbf{3}$$

$$G_{dj}(\mathbf{q}^{-1}) = \sum_{l=0}^{i} g_{dl}^{l} q^{-l} \quad avec; \begin{cases} g_{a0}^{1} = b_{d_0} \\ g_{a1}^{1} = g_{d1}^{j-1} \\ g_{d1}^{j-1} = g_{d1}^{j-1} + f_0^{j-1} b_{d_0} \\ g_{d1}^{j} = h_0^{j-1} + f_0^{j-1} b_{d_1} \end{cases} \quad pour \ 0 \le i \le j - \mathbf{2}$$

Annexe [D]



Fig. D Bloc Simulink de la commande prédictive robuste