

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Abderrahmane Mira - Béjaïa

Faculté de la Technologie  
*Département de Génie Mécanique*  
*Laboratoire de physique théorique*

## MÉMOIRE

*En vue de l'obtention du diplôme de Magister en*  
*Génie Mécanique*

**Option :** *Énergétique et Rhéologie*

Réalisé par :

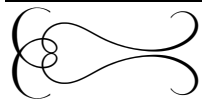
**AMOURA Tarik**

## Thème

*Etude numérique d'un système de  
refroidissement par plaque munie d'une  
ailette rectangulaire en régime de  
convection naturelle laminaire*

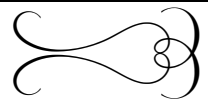
**Devant le jury composé de :**

Président :	ATI Abdelaziz	Professeur Université A. MIRA Béjaïa
Examineur :	MANSOURI Kacem	Professeur Université M. BOUGUERA Boumerdès
Examineur :	MEZIANI Bachir	Maître de Conférences Université A. MIRA Béjaïa
Rapporteur :	SADAoui Djamel	Maître de Conférences Université A. MIRA Béjaïa



---

# DÉDICACE



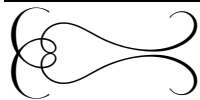
*Je dédie ce travail ...*

*A ...*



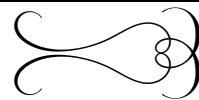
*La mémoire de ma très chère grand mère et ma  
tante, Que dieu ait leurs âmes  
Mes très chers parents qui ont toujours été la  
pour moi et qui m'ont donné un magnifique modèle  
de labeur et de persévérance. J'espère qu'ils  
trouveront dans ce travail toute ma reconnaissance  
et tout mon amour  
Mon cher frère et mon adorable sœur  
Rachid et Nadia  
Mes charmantes nièces  
Lyliane et Sabrina  
Ma très chère belle sœur Sabiha  
Ma demi sœur Nadia et à ses deux charmants  
enfants Clément et Margot  
Une personne exceptionnelle  
F. Hassiba  
Tout mes amis (es).*





---

# REMERCIEMENTS



C'est avec la crainte d'oublier quelqu'un que j'écris cette partie consacrée à ceux que je souhaite remercier.

Je voudrais remercier tout d'abord le Professeur A. ATI qui m'a fait l'honneur de présider mon jury et d'avoir assuré si bien les cours durant mon cursus. Je remercie également le maître de conférences D. SADAoui pour sa lecture et sa lourde tâche de rapporteur. J'adresse aussi mes remerciements au professeur K. MANSOURI de l'université M. BOUGUERA de Boumerdès et à B. MEZIANI maître de conférences de l'université de Béjaïa, qui ont examiné mon travail, pour leurs remarques constructives.

Mes remerciements vont également à tous les enseignants du département génie mécanique pour leur contribution à cette formation.

Je dois remercier chaleureusement Mr Abderrahamane DJERRADA pour ses encouragements et conseils.

Je remercie vivement le professeur P. VASSEUR de l'école polytechnique de Montréal (Canada) de m'avoir aidé avec une documentation très vaste.

Un grand merci pour *M<sup>lle</sup>* N. CHIBANE enseignante à l'université de Béjaïa pour son soutien moral et ses encouragements.

Mes remerciements s'adressent aussi à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Je tiens enfin à exprimer toute ma gratitude à ma chère famille dont le soutien a été essentiel tout au long de mes études.

---

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Table des matières</b>	<b>i</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>iii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>x</b>
<b>Nomenclature</b>	<b>xi</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>3</b>
<b>1 Généralités et synthèse bibliographique</b>	<b>4</b>
1.1 Notions générales . . . . .	4
1.2 La convection dans les cavités . . . . .	5
1.2.1 Cavité avec gradient de température vertical . . . . .	5
1.2.2 Cavité avec gradient de température horizontal . . . . .	6
1.3 Synthèse bibliographique : convection naturelle dans les cavités verticales . .	7
1.3.1 Cavités rectangulaires vides . . . . .	7
1.3.2 Cavités rectangulaires avec obstacles . . . . .	10
<b>2 Formulation générale</b>	<b>14</b>
2.1 Configurations étudiées . . . . .	15
2.2 Hypothèses simplificatrices . . . . .	15
2.3 Etablissement du modèle mathématique à l'étude . . . . .	17
2.3.1 Approximation de Boussinesq . . . . .	17
2.3.2 Adimensionnement des équations de conservation . . . . .	18
2.3.3 Conditions aux limites . . . . .	19
2.4 Coefficient d'échange convectif et nombre de Nusselt . . . . .	21

---

2.5	Procédure de simulation numérique . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Résultats et discussion</b>	<b>23</b>
3.1	Génération de la grille ou maillage . . . . .	23
3.2	Cavité carrée avec obstacle chauffant . . . . .	24
3.3	Cavité carrée avec obstacle chauffant muni d'ailette . . . . .	30
3.3.1	Plaque mince horizontale avec une ailette . . . . .	32
3.3.1.1	Ailette orientée vers le haut (Influence du nombre de Rayleigh et des paramètres de l'ailette : $L_a$ et $H_a$ ) . . . . .	33
3.3.1.2	Ailette orientée vers le bas (Influence du nombre de Rayleigh et des paramètres de l'ailette : $L_a$ et $H_a$ ) . . . . .	39
3.3.1.3	Influence du rapport d'aspect (longueur de la plaque mince)	46
3.3.2	Plaque mince verticale avec une ailette . . . . .	50
3.3.2.1	Influence du nombre de Rayleigh et des paramètres de l'ailette	50
3.3.2.2	Influence du rapport d'aspect $A$ (longueur de la plaque) . .	59
	<b>Conclusion générale</b>	<b>61</b>
	<b>Références bibliographiques</b>	<b>63</b>
	<b>A Méthode numérique : Méthode des volumes finis</b>	<b>65</b>
	<b>B Autres résultats de simulations</b>	<b>75</b>

---

# TABLE DES FIGURES

1.1	Convection naturelle dans une cavité avec un gradient de température vertical	6
1.2	Rouleaux de la convection de Rayleigh-Bénard . . . . .	6
1.3	Convection naturelle dans une cavité avec un gradient de température horizontal	7
1.4	Ecoulement dans une cavité fermée (Tian et Karayiannis (2000)) . . . . .	8
1.5	Surfaces ailettées utilisées pour le refroidissement électronique . . . . .	11
1.6	Profils des ailettes : <b>1. Longitudinales</b> : (a) rectangulaire, (b) trapézoïdale, (c) triangulaire, (d) parabolique concave et (e) parabolique convexe. <b>2. Radiales</b> : (a) rectangulaire, (b) triangulaire et (c) hyperbolique. <b>3. Les épines</b> : (a) cylindrique, (b) conique, (c) parabolique concave et (d) parabolique convexe . . . . .	12
2.1	Différentes configurations étudiées . . . . .	16
3.1	Différents maillages utilisés pour les simulations . . . . .	24
3.2	Géométrie de l'enceinte avec la plaque mince . . . . .	25
3.3	Maillage du domaine numérique . . . . .	26
3.4	Comparaison des lignes des isothermes et champs de vitesse pour une plaque horizontale ( $A = 0.5$ , $A_1 = 0.5$ et $Ra = 10^4$ ), a) présent résultat, b) référence [11] . . . . .	28
3.5	Comparaison des lignes des isothermes et champs de vitesse pour une plaque verticale ( $A = 0.5$ , $A_2 = 0.5$ et $Ra = 10^4$ ), a) présent résultat, b) référence [11]	28
3.6	Lignes de courant pour une plaque mince placée : a) horizontalement b) verticalement pour différents nombres de Rayleigh $Ra$ et différents rapports de forme . . . . .	29
3.7	Géométrie de l'enceinte en présence d'une plaque mince munie d'une ailette (différentes configurations de l'étude) . . . . .	30

3.8	Fonction de courant maximale en fonction du maillage . . . . .	32
3.9	Maillage du domaine numérique . . . . .	32
3.10	Lignes de courant dans la cavité carrée en présence d'une plaque mince ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ). a) $Ra = 10^4$ et b) $Ra = 10^6$ . . . . .	34
3.11	Lignes d'isothermes dans la cavité carrée en présence d'une plaque mince ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ). a) $Ra = 10^4$ et b) $Ra = 10^6$ . . . . .	35
3.12	Nombre de Nusselt local sur la paroi froide (gauche) de l'enceinte ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) : a) $Ra = 10^4$ et b) $Ra = 10^6$ . . . . .	37
3.13	Nusselt moyen sur la paroi froide (gauche) de l'enceinte ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) en fonction de : a) $L_a$ avec $Ra = cte$ , b) $Ra$ avec $L_a = cte$ . . . . .	38
3.14	Lignes de courant dans une cavité carrée en présence d'une plaque mince avec une ailette orientée vers le bas ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) : a) $Ra = 10^4$ , b) $Ra = 10^6$ . . . . .	40
3.15	Lignes d'isothermes dans une cavité carrée en présence d'une plaque mince avec une ailette orientée vers le bas ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) : a) $Ra = 10^4$ , b) $Ra = 10^6$ . . . . .	41
3.16	Nombre de Nusselt local sur la paroi froide (gauche) de l'enceinte ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) : a) $Ra = 10^4$ , b) $Ra = 10^6$ . . . . .	43
3.17	Nusselt moyen sur la paroi froide (gauche) de l'enceinte ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) en fonction de : a) $L_a$ avec $Ra = cte$ , b) $Ra$ avec $L_a = cte$ . . . . .	44
3.18	Nusselt moyen sur la paroi froide (gauche) de l'enceinte ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) en fonction de la position $H_a$ : a) ailette orientée vers le haut, b) ailette orientée vers le bas . . . . .	45
3.19	Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans le cas d'une ailette orientée vers le haut, ( $A_1 = 0.5$ et $Ra = 10^5$ ) : a) $A = 0.2$ ; b) $A = 0.4$ , c) $A = 0.6$ . . . . .	47
3.20	Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans le cas d'une ailette orientée vers le bas, ( $A_1 = 0.5$ et $Ra = 10^5$ ) : a) $A = 0.2$ ; b) $A = 0.4$ et c) $A = 0.6$ . . . . .	48
3.21	Nombre de Nusselt moyen sur la paroi gauche de la cavité ( $L_a = 0.5$ , $H_a = 0.5$ et $Ra = 10^5$ ) pour une ailette orientée; noir : vers le haut et rouge : vers le bas	49
3.22	Influence de la longueur de l'ailette sur les lignes de courant dans la cavité carrée avec ( $A = 0.5$ et $A_2 = 0.5$ ) : a) $Ra = 10^4$ b) $Ra = 10^6$ . . . . .	52
3.23	Influence du rapport $L_a$ sur les lignes d'isotherme dans une cavité pour ( $A = 0.5$ et $A_2 = 0.5$ ) : a) $Ra = 10^4$ b) $Ra = 10^6$ . . . . .	53
3.24	Nusselt moyen sur les parois froides (gauche et droite) de l'enceinte en présence d'une plaque mince munie d'une ailette ( $A = 0.5$ et $A_2 = 0.5$ ) en fonction de la longueur $L_a$ . . . . .	56



3.25	Nusselt moyen sur les parois froides (gauche et droite) de l'enceinte en présence d'une plaque mince munie d'une ailette ( $A = 0.5$ et $A_2 = 0.5$ ) en fonction du nombre de Rayleigh . . . . .	57
3.26	Nusselt moyen sur la paroi froide (gauche) de l'enceinte ( $A = 0.5$ et $A_2 = 0.5$ ) en fonction de la position $H_a$ . . . . .	58
3.27	Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans le cas d'une plaque verticale, ( $A_2 = 0.5$ et $Ra = 10^5$ ). a) $A = 0.2$ ; b) $A = 0.4$ et c) $A = 0.6$ . . . . .	59
3.28	Influence du rapport d'aspect ( $A$ ) sur le nombre de Nusselt moyen estimé sur les deux parois verticales de l'enceinte ( $A_2 = 0.5$ ; $L_a = 0.5$ ; $H_a = 0.5$ et $Ra = 10^5$ ) . . . . .	60
A.1	Volume de contrôle bidimensionnel . . . . .	66
A.2	Schéma représentant le maillage décalé . . . . .	67
B.1	Confrontation des champs de vitesse et des lignes d'isothermes pour $A = 0.5$ , $A_1 = 0.5$ ( $Ra = 10^5$ ) : a) Présent travail b) Référence [11] . . . . .	76
B.2	Confrontation des champs de vitesse et des lignes d'isothermes pour $A = 0.5$ , $A_1 = 0.5$ ( $Ra = 10^6$ ) : a) Présent travail b) Référence [11] . . . . .	77
B.3	Confrontation des champs de vitesse et des lignes d'isothermes pour $A = 0.2$ , $A_1 = 0.5$ ( $Ra = 10^5$ ) : a) Présent travail b) Référence [11] . . . . .	77
B.4	Confrontation des champs de vitesse et des lignes d'isothermes pour $A = 0.5$ , $A_1 = 0.8$ ( $Ra = 10^5$ ) : a) Présent travail b) Référence [11] . . . . .	78
B.5	Confrontation des champs de vitesse et des lignes d'isothermes pour $A = 0.5$ , $A_1 = 0.2$ ( $Ra = 10^5$ ) : a) Présent travail b) Référence [11] . . . . .	78
B.6	Confrontation des champs de vitesse et des lignes d'isothermes pour $A = 0.5$ , $A_2 = 0.5$ ( $Ra = 10^5$ ) : a) Présent travail b) Référence [11] . . . . .	79
B.7	Confrontation des champs de vitesse et des lignes d'isothermes pour $A = 0.5$ , $A_2 = 0.5$ ( $Ra = 10^6$ ) : a) Présent travail b) Référence [11] . . . . .	80
B.8	Confrontation des champs de vitesse et des lignes d'isothermes pour $A = 0.2$ , $A_2 = 0.5$ ( $Ra = 10^5$ ) : a) Présent travail b) Référence [11] . . . . .	80
B.9	Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ; $0.5$ et $0.75$ ) et différentes positions ( $H_a = 0.25$ et $0.75$ ), ( $Ra = 10^3$ ) . . . . .	82
B.10	Lignes d'isothermes dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ; $0.5$ et $0.75$ ) et différentes positions ( $H_a = 0.25$ et $0.75$ ), ( $Ra = 10^3$ ) . . . . .	83

B.11 Lignes de courant dans une cavité carrée contenant une plaque mince ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une seule ailette orientée vers le haut pour différentes longueurs et différentes positions ( $R_a = 10^5$ ) . . . . .	84
B.12 Lignes d'isothermes dans une cavité carrée contenant une plaque mince ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) avec ailette orientée vers le haut pour différentes longueurs et différentes positions ( $R_a = 10^5$ ) . . . . .	85
B.13 Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette de position ( $H_a = 0.375$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25; 0.5$ et $0.75$ ) et différents régimes ( $R_a = 10^4; 10^5$ et $10^6$ ) . . . . .	86
B.14 Lignes d'isothermes dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette de position ( $H_a = 0.375$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25; 0.5$ et $0.75$ ) et différents régimes ( $R_a = 10^4; 10^5$ et $10^6$ ) . . . . .	87
B.15 Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25; 0.5$ et $0.75$ ) et différentes positions ( $H_a = 0.25$ et $0.75$ ), ( $R_a = 10^3$ ) . . . . .	88
B.16 Lignes d'isothermes dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25; 0.5$ et $0.75$ ) et différentes positions ( $H_a = 0.25$ et $0.75$ ), ( $R_a = 10^3$ ) . . . . .	89
B.17 Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque mince ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) avec une ailette orientée vers le bas pour différentes longueurs et différentes positions ( $R_a = 10^5$ ) . . . . .	90
B.18 Lignes d'isothermes dans une cavité carrée contenant une plaque mince ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) avec une ailette orientée vers le bas pour différentes longueurs et différentes positions ( $R_a = 10^5$ ) . . . . .	91
B.19 Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette de position ( $H_a = 0.375$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25; 0.5$ et $0.75$ ) et différents régimes ( $R_a = 10^4; 10^5$ et $10^6$ ) . . . . .	92
B.20 Lignes d'isothermes dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette de position ( $H_a = 0.375$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25; 0.5$ et $0.75$ ) et différents régimes ( $R_a = 10^4; 10^5$ et $10^6$ ) . . . . .	93

B.21	Nombre de Nusselt local sur la paroi froide (gauche) de l'enceinte ( $A = 0.5$ et $A_1 = 0.5$ ) pour $Ra = 10^5$ : a) Ailette orientée vers le haut b) Ailette orientée vers le bas . . . . .	94
B.22	Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.2$ et $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.5$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ; $0.5$ et $0.75$ ) et différents régimes ( $Ra = 10^3$ ; $10^4$ et $10^6$ ) . . . . .	96
B.23	Lignes d'isothermes dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.2$ et $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.5$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ; $0.5$ et $0.75$ ) et différents régimes ( $Ra = 10^3$ ; $10^4$ et $10^6$ ) . . . . .	97
B.24	Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.4$ et $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.5$ ) de longueur ( $L_a = 0.5$ ) pour différents régimes ( $Ra = 10^3$ ; $10^4$ et $10^6$ ) . . . . .	98
B.25	Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.6$ et $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.5$ ) de longueur ( $L_a = 0.5$ ) pour différents régimes ( $Ra = 10^3$ ; $10^4$ et $10^6$ ) . . . . .	99
B.26	Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.2$ et $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.5$ ) de longueur ( $L_a = 0.5$ ) pour différents régimes ( $Ra = 10^3$ ; $10^4$ et $10^6$ ) . . . . .	100
B.27	Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.4$ et $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.5$ ) de longueur ( $L_a = 0.5$ ) pour différents régimes ( $Ra = 10^3$ ; $10^4$ et $10^6$ ) . . . . .	101
B.28	Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.6$ et $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.5$ ) de longueur ( $L_a = 0.5$ ) pour différents régimes ( $Ra = 10^3$ ; $10^4$ et $10^6$ ) . . . . .	102
B.29	Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.5$ et $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ; $0.5$ et $0.75$ ) et différentes positions ( $H_a = 0.25$ et $0.75$ ), ( $Ra = 10^3$ ) . . . . .	104

B.30	Lignes d'isothermes dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.5$ et $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ; $0.5$ et $0.75$ ) et différentes positions ( $H_a = 0.25$ et $0.75$ ), ( $R_a = 10^3$ ) . . . . .	105
B.31	Lignes de courant dans une cavité carrée contenant une plaque mince ( $A = 0.5$ et $A_2 = 0.5$ ) avec une ailette pour différentes longueurs et positions ( $R_a = 10^5$ ) . . . . .	106
B.32	Lignes d'isothermes dans une cavité carrée contenant une plaque mince ( $A = 0.5$ et $A_2 = 0.5$ ) avec une ailette pour différentes longueurs et différentes positions ( $R_a = 10^5$ ) . . . . .	107
B.33	Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.5$ et $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.375$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ; $0.5$ et $0.75$ ) et différents régimes ( $R_a = 10^4$ ; $10^5$ et $10^6$ ) . . . . .	108
B.34	Lignes d'isothermes dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.5$ et $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.375$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ; $0.5$ et $0.75$ ) et différents régimes ( $R_a = 10^4$ ; $10^5$ et $10^6$ ) . . . . .	109
B.35	Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.5$ et $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.625$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ; $0.5$ et $0.75$ ) et différents régimes ( $R_a = 10^4$ ; $10^5$ et $10^6$ ) . . . . .	110
B.36	Lignes d'isothermes dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.5$ et $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.625$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ; $0.5$ et $0.75$ ) et différents régimes ( $R_a = 10^4$ ; $10^5$ et $10^6$ ) . . . . .	111
B.37	Nombres de Nusselt locaux sur les parois froides (gauche et droite) de l'enceinte contenant une plaque mince ( $A = 0.5$ et $A_2 = 0.5$ ) avec une ailette pour différentes longueurs et différentes positions, $R_a = 10^4$ . . . . .	112
B.38	Nombres de Nusselt locaux sur les parois froides (gauche et droite) de l'enceinte contenant une plaque mince ( $A = 0.5$ et $A_2 = 0.5$ ) avec une ailette pour différentes longueurs et différentes positions, $R_a = 10^5$ . . . . .	113
B.39	Nombres de Nusselt locaux sur les parois froides (gauche et droite) de l'enceinte contenant une plaque mince ( $A = 0.5$ et $A_2 = 0.5$ ) avec une ailette pour différentes longueurs et différentes positions, $R_a = 10^6$ . . . . .	114

- 
- B.40 Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.2$  et  $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.5$ ) de longueur ( $L_a = 0.5$ ) pour différents régimes ( $R_a = 10^3; 10^4$  et  $10^6$ ) . . . . . 115
- B.41 Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.4$  et  $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.5$ ) de longueur ( $L_a = 0.5$ ) pour différents régimes ( $R_a = 10^3; 10^4$  et  $10^6$ ) . . . . . 116
- B.42 Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.6$  et  $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.5$ ) de longueur ( $L_a = 0.5$ ) pour différents régimes ( $R_a = 10^3; 10^4$  et  $10^6$ ) . . . . . 117

---

# LISTE DES TABLEAUX

2.1	Conditions aux limites pour une cavité carrée avec plaque mince . . . . .	20
2.2	Conditions aux limites pour une cavité carrée avec plaque mince munie d'ailette	20
3.1	Comparaison du nombre de Nusselt moyen entre simulation et référence [11] :	
	a) plaque horizontale, b) plaque verticale . . . . .	26
3.2	Influence de la taille du maillage sur $ \Psi_{max} $ . . . . .	31
3.3	Exemple du Nombre de Nusselt moyen optimal sur les deux parois latérales froides . . . . .	55
A.1	Présentation des différents termes de l'équation de Poisson pour la fonction de courant . . . . .	71

---

# NOMENCLATURE

Symboles	Définition		Unité (SI)
$A$	Rapport de forme	$A = h/H$	
$C_p$	Chaleur massique à pression constante		$J kg^{-1} K^{-1}$
$H$	Longueur de la cavité		$m$
$p$	Pression		$N/m^2$
$h$	Longueur de la plaque mince		$m$
$\bar{h}$	Coefficient d'échange par convection		$W m^{-2} K^{-1}$
$h_a$	Position de l'ailette sur la plaque mince		$m$
$H_a$	Position adimensionnelle de l'ailette sur la plaque mince	$H_a = h_a/H$	
$h_{1,2}$	Positions de la plaque mince par rapport aux parois de l'enceinte		$m$
$\ell$	Longueur de l'ailette		$m$
$L$	Longueur dimensionnelle		$m$
$L_a$	Longueur adimensionnelle de l'ailette	$L_a = \ell/h_1$	
$g$	Accélération de pesanteur		$m s^{-2}$
$q$	Flux de chaleur		$W m^{-2}$
$S$	Surface		$m^2$
$T$	Température		$K$
$T_h$	Température de la paroi chaude		$K$
$T_c$	Température de la paroi froide		$K$
$u, v$	Composantes de la vitesse suivant l'axe $x$ et $y$		$m s^{-1}$
$U, V$	Composantes adimensionnelles de la vitesse suivant les axes $X$ et $Y$		
$x, y$	Coordonnées cartésiennes		
$X, Y$	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles		

---

Symboles grecs		Unité (SI)
$\alpha$	Diffusivité thermique	$m^2 s^{-1}$
$\beta$	Coefficient de dilatation du fluide à pression constante	$K^{-1}$
$\Gamma$	Coefficient de diffusion	$m^2 s^{-1}$
$\mu$	Viscosité dynamique	$m^{-1} kg s^{-1}$
$\nu$	Viscosité cinématique	$m^2 s^{-1}$
$\rho$	Masse volumique de l'air	$kg m^{-3}$
$\lambda$	Conductivité thermique	$W m^{-1} K^{-1}$
Indices		
$a$	relatif à l'ailette	
1, 2	relatif à la position de la plaque mince dans l'enceinte (horizontale, verticale)	
$ref$	relatif à référence	
$G$	relatif à la paroi gauche	
$D$	relatif à la paroi droite	
Nbres adimensionnels		
$Nu$	Nombre de Nusselt	$Nu = \frac{\bar{h} L_{ref}}{\lambda}$
$Pr$	Nombre de Prandtl	$Pr = \nu/\alpha$
$Ra_L$	Nombre de Rayleigh	$Ra_L = \frac{g\beta(T_i - T_0)L_{ref}^3}{\nu\alpha}$
$Gr$	Nombre de Grashof	$Gr = Ra/Pr$



---

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

*...une petite anecdote,*

*La convection fut découverte par le comte Rumford, qui, parmi bien d'autres études scientifiques, s'était demandé pourquoi sa sauce aux pommes restait chaude longtemps après que sa soupe avait refroidi.*

*Nous savons maintenant que la convection est d'autant plus active que le milieu est peu visqueux : dans un milieu visqueux, le liquide circule difficilement.*

*Dans la soupe peu visqueuse de Rumford, la convection échangeait rapidement la chaleur avec le bol et l'air, tandis que la chaleur de la sauce, visqueuse, ne pouvait s'échapper que par conduction, donc lentement. La sauce restait plus longtemps chaude que la soupe.*

Le transfert de chaleur est un processus d'une grande importance dans le domaine de l'industrie et des technologies. Bien qu'il se manifeste sous diverses formes (rayonnement, conduction et convection), cette dernière est la plus rencontrée dans certains domaines bien spécifiés tel que le refroidissement des processeurs et des composants électroniques, les radiateurs et les échangeurs de chaleurs des procédés industriels, etc.

Ce mode de transfert (par convection) se produit uniquement entre un fluide et une paroi solide. C'est un transport d'énergie dû à des mouvements macroscopiques et à un processus de diffusion thermique. On distingue habituellement trois formes de convection : la convection forcée, la convection naturelle et la convection dite "mixte" pour laquelle les deux formes de convection coexistent. La terminologie convection libre est parfois utilisée dans la littérature pour qualifier la convection naturelle. La différence entre la convection naturelle et la convection forcée est à la fois d'ordre thermodynamique et d'ordre mathématique. Au plan thermodynamique, le transfert d'énergie d'une région à l'autre du fluide est dû, pour la convection naturelle à un écoulement de fluide par gradient de densité qui prend naissance du fait de la présence simultanée de l'accélération gravitationnelle et d'inhomogénéités spatiales des températures dans le fluide. Pour la convection forcée, l'écoulement est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur "puissance mécanique externe". Sur le plan mathématique, en convection naturelle, le champ de vitesse dans le fluide est étroitement lié au champ de température qui y existe alors que dans le cas de la convection forcée, ces deux champs sont en général découplés. On distingue habituellement deux formes de convection naturelle : convection externe dans laquelle le fluide n'est pas confiné dans un espace fermé et convection interne dans laquelle le fluide est confiné soit entre deux parois, ou dans une conduite ou encore dans une enceinte fermée. Dans la convection, l'intervention du poids a pour effet de donner à la gravité un rôle privilégié. La définition de la géométrie d'un système convectif doit donc faire intervenir la forme et les dimensions ainsi que la disposition par rapport à la verticale. Les effets de la convection naturelle sont familiers. On peut les observer quotidiennement dans l'eau que l'on chauffe dans un récipient, dans les panaches de certaines cheminées d'usines, la circulation atmosphérique, les vents, les tempêtes sont aussi des effets de la convection naturelle. Pour formaliser la convection naturelle, il faut décrire le couplage des champs de température, de pression et de vitesse à partir des équations de conservation de la quantité de mouvement, de la masse et de l'énergie.

De ce fait, depuis plusieurs années, la configuration de la cavité avec obstacle chauffant fait l'objet de nombreuses études. De plus, de par son bas coût et sa simplicité, la convection naturelle à toujours été un mode de transfert attrayant dans l'ingénierie thermique. En effet, un grand nombre d'études sur des cavités rectangulaires, inclinées, minces et peu profondes avec différentes conditions aux limites ont été intensivement considérées par des chercheurs.

De nos jours, la demande d'une plus grande amélioration des performances des systèmes thermiques est accompagnée d'une augmentation de la puissance thermique à dissiper. Donc, il faut choisir en plus de la configuration de la cavité et avec l'introduction d'ailettes fixées au niveau de l'obstacle chauffant, leurs longueurs et leurs positions afin de rendre le transfert thermique maximal.

L'étude présente, s'inscrit dans le cadre de l'étude de la convection naturelle dans une cavité remplie d'air avec obstacle chauffant muni d'une ailette. Dans notre cas on considérera en particulier l'influence de certains paramètres à savoir : la position (horizontale/verticale) de l'obstacle dans la cavité, l'orientation de l'ailette, le rapport d'aspect de l'obstacle, le gradient de température appliqué, la longueur et la position de l'ailette sur les champs dynamiques et thermiques ainsi que sur le nombre de Nusselt.

Le chapitre 1 est consacré à des généralités et une synthèse bibliographique des travaux théoriques, expérimentaux et numériques ayant trait à la convection naturelle dans des cavités rectangulaires en présence d'obstacles chauffants munis d'ailettes.

Dans le chapitre 2, les différentes configurations étudiées, le modèle mathématique gouvernant ce mode de transfert et les conditions aux limites associées ainsi que la procédure de simulation sont présentés.

On a rassemblé dans le chapitre 3 la validation du modèle mathématique sous "Fluent" qu'on a utilisé dans le cadre de ce mémoire ainsi que les principaux résultats numériques de cette étude. Les commentaires, interprétations et analyses des divers résultats suivant la position de l'obstacle dans la cavité, l'orientation de l'ailette et les paramètres géométriques de l'ailette (longueur et position) sont également présentés.

Enfin, une conclusion générale résumant les principaux résultats obtenus au cours de cette étude de même que quelques perspectives est donnée à la fin du mémoire.

*La théorie, c'est quand on sait tout et que rien ne fonctionne.  
La pratique, c'est quand tout fonctionne et que personne ne sait  
pourquoi. Ici, nous avons réuni théorie et pratique : Rien ne  
fonctionne... et personne ne sait pourquoi !.*

[Albert Einstein]

---

---

# CHAPITRE 1

---

## GÉNÉRALITÉS ET SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE

### 1.1 Notions générales

La convection est un mode de transfert d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. C'est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un fluide (liquide ou gaz). Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes. D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux particules adjacentes. L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces particules. Ensuite ces particules vont se mélanger avec d'autres particules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leurs énergies, celles-ci sont à présent emmagasinées dans les particules fluides et elles sont transportées sous l'effet de leurs mouvements. Dans ce qui va suivre on s'intéressera à la convection dite naturelle dans les cavités, dont le mouvement du fluide est provoqué par un gradient de densité dû à la non uniformité du champ de température. Les couches chaudes, de poids spécifique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, suivant un mécanisme analogue à celui de la poussée d'Archimède. Dans les régions à température élevée, le fluide prend un mouvement ascendant. Le phénomène inverse de courants descendants se produit pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud. Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de poids spécifique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre.

Le phénomène de convection dans les cavités est aussi varié qu'il existe de géométries, de conditions aux limites thermiques, d'orientation des enceintes. Selon les sollicitations thermiques dans l'enceinte deux catégories d'études se distinguent : celles relatives aux enceintes chauffées par en dessous et celles chauffées latéralement. Dans ce présent travail, notre attention se limitera surtout aux études concernant les enceintes chauffées latéralement et un seul type de géométrie est particulièrement traité, soit l'enceinte cartésienne qui constitue une configuration de référence pour comparer les algorithmes numériques développés pour étudier la convection naturelle dans d'autres types de configurations.

## 1.2 La convection dans les cavités

L'étude de la convection naturelle dans les cavités a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de telles études réside dans leurs implications dans de nombreuses applications industrielles telles que le refroidissement des composants électroniques, la thermique des bâtiments, l'industrie métallurgique, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi-conducteurs ...etc. La cavité rectangulaire continue à être la géométrie qui présente le plus d'intérêt. Dans ce type de cavité, généralement deux parois sont maintenues à des températures différentes tandis que les autres sont isolées (adiabatiques). On distingue principalement deux configurations, la première et celle d'une enceinte soumise à un gradient vertical de température, la seconde étant celle d'une cavité avec un gradient horizontal de température.

### 1.2.1 Cavité avec gradient de température vertical

Le gradient de température est parallèle au vecteur gravité quand les deux parois horizontales de la cavité sont maintenues à des températures différentes et les autres parois sont adiabatiques (figure 1.1). Dans ce genre de cavité, la présence d'un gradient de température dans un fluide soumis à la force de gravité n'assure pas nécessairement l'existence d'un phénomène de convection naturelle. Deux scénarios sont alors envisageables ; dans le premier cas, où la température de la paroi inférieure ( $T_2$ ) est plus élevée que celle de la paroi supérieure ( $T_1$ ),  $T_1 < T_2$ , le gradient de densité est parallèle mais opposé au vecteur gravité (figure 1.1-(a)). Si la différence de température dépasse une valeur critique, il y a naissance de la convection naturelle. La force de gravité exercée sur le fluide plus dense des couches supérieures excède celle qui agit sur le fluide plus léger des couches inférieures. Le fluide plus lourd descendra, alors que le fluide plus léger s'élèvera. Ce type d'écoulement est appelé "convection instable".

Dans le second cas, la condition de décroissance de la masse dans la direction de la gravité n'est pas vérifiée (figure 1.1-(b)). La paroi inférieure de la cavité est plus froide ( $T_1 > T_2$ ). Les conditions sont maintenant stables, le transfert thermique se produit alors uniquement par conduction. On est en présence de couches de fluide immobiles de plus en plus chaudes à mesure qu'on monte, on parle de stratification thermique.

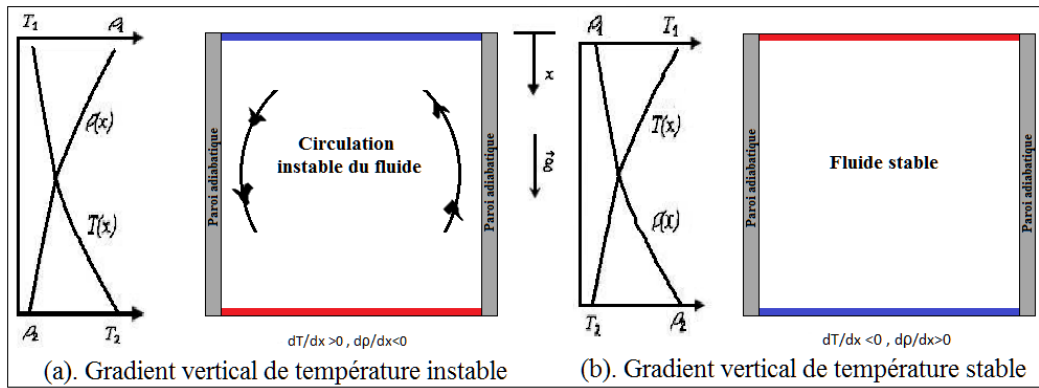


FIGURE 1.1 – Convection naturelle dans une cavité avec un gradient de température vertical

Le phénomène représenté sur la figure (1.1-(a)) correspond à la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard qui a traité la stabilité hydrodynamique. On observe au-delà de la valeur critique de l'écart de température appliqué des rouleaux contra-rotatifs (figure 1.2).

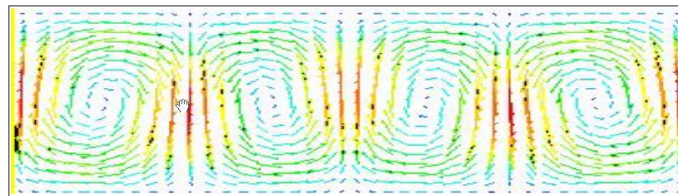


FIGURE 1.2 – Rouleaux de la convection de Rayleigh-Bénard

### 1.2.2 Cavité avec gradient de température horizontal

Dans cette configuration, l'une des parois verticales est chauffée tandis que l'autre est refroidie, les parois horizontales étant considérées adiabatiques (figure 1.3). Dans ce cas, le gradient de densité est perpendiculaire au champ de pesanteur. La convection démarre sans seuil et le fluide est alors ascendant le long de la paroi chaude, et descendant le long de la paroi froide. L'écoulement est appelé "convection conventionnelle".

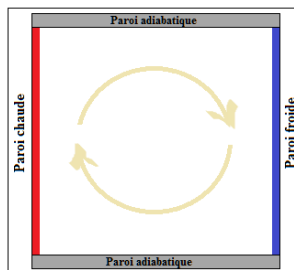


FIGURE 1.3 – Convection naturelle dans une cavité avec un gradient de température horizontal

## 1.3 Synthèse bibliographique : convection naturelle dans les cavités verticales

La convection naturelle dans les cavités a été étudiée dans la littérature en raison de sa pertinence par rapport à de nombreux domaines de la science et de la technologie. Il existe de nombreuses études tant expérimentales, analytiques que numériques concernant ce type de convection dans les cavités (rectangulaires, cylindriques, trapézoïdales . . .). Toutefois, les cavités de géométries rectangulaires et carrées sont les plus abondantes vu qu'elles ont été considérées comme les plus appropriées dans la compréhension de la convection naturelle à travers les différentes analyses et modélisations. Les fluides de travail dans la littérature sont principalement l'air ou l'eau. En outre, en raison de l'intérêt dans les processus de fonderie et dans les systèmes de réacteurs nucléaires, des métaux liquides ont été également étudiés. Vu l'abondance de travaux sur la convection naturelle se rapportant aux différents aspects cités ci-dessus, il serait donc difficile et prétentieux de vouloir les citer exhaustivement. Ainsi, dans cette recherche, on ne s'intéressera qu'aux travaux relatifs à la convection naturelle dans les enceintes carrées ou rectangulaires en présence d'un fluide convectif qui est l'air. Cependant on distinguera les cavités rectangulaires vides des cavités rectangulaires avec obstacles.

### 1.3.1 Cavités rectangulaires vides

Dans la littérature, on trouve un nombre appréciable d'investigations sur la convection naturelle dans les enceintes vides. En 1971 dans une étude expérimentale sur la convection naturelle au sein d'une cavité carrée bidimensionnelle, Oshima [1] a remarqué que si le niveau d'énergie transféré au fluide dépasse un seuil critique, l'instabilité thermique dans le fluide crée une instabilité dans l'écoulement qui passe d'un régime de convection laminaire à un régime de convection turbulent.



De vahl Davis [2] dans une étude numérique menée en 1983 sur la même configuration d'écoulement (parois horizontales isolées et celles verticales chauffées différemment) a raffiné plus en détail les résultats de ses prédécesseurs et a fourni un ensemble de solutions de références stables pour un nombre de Rayleigh allant de  $10^3$  à  $10^6$ . Depuis, ses résultats sont utilisés comme référence. En 1991 Le Quéré [3] a repris les travaux de De Vahl Davis et a étendu l'analyse jusqu'à  $Ra = 10^8$  en utilisant une méthode de résolution plus performante.

D'autres études expérimentales ont mis en évidence l'émergence d'une cellule de recirculation primaire, puis de cellules secondaires et tertiaires. Ainsi en 2000, Tian et Karayiannis [4] dans une étude expérimentale pour un régime légèrement turbulent ( $Ra = 1.58 \cdot 10^9$ ), ont mis en évidence l'existence de deux types d'écoulements, le premier représente une grande boucle de recirculation très proche des parois, le deuxième constitué de petites boucles de recirculations situées entre les couches limites (au niveau des parois) et le centre de la cavité (région loin des couches limites), (figure 1.4).

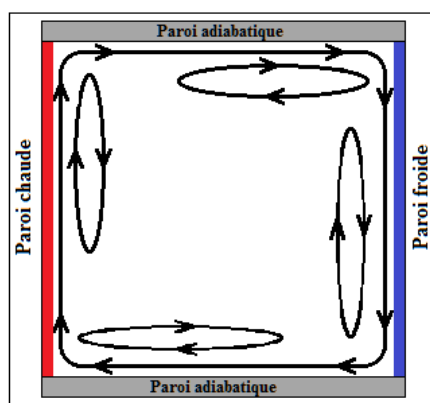


FIGURE 1.4 – Écoulement dans une cavité fermée (Tian et Karayiannis (2000))

En 2006 Eckert et Carlson [5] ont étudié expérimentalement le transfert de chaleur en convection naturelle au niveau des parois verticales isothermes d'une cavité rectangulaire remplie d'air pour différents rapports de forme ( $F = 2.5, 10$  et  $20$ ). Ils ont observé qu'en dehors des couches limites, la température est uniforme suivant des plans horizontaux et croît suivant la direction verticale ascendante. Une corrélation a été proposée pour le nombre de Nusselt moyen pour les différents rapports de forme étudiés. Par contre, aucune mesure de vitesse n'a été réalisée dans cette étude.

### ✂ Corrélations pour le nombre de Nusselt

A la différence de la plaque verticale soumise à une température de paroi constante et uniforme pour laquelle la corrélation du nombre de Nusselt peut être donnée par :

- Mc Adams [6] :  $Nu_H = 0,59 Ra_H^{0,25}$  pour  $10^4 < Ra_H < 10^9$ .
- Churchill et al. [7] :  $Nu_H = 0,68 + \frac{0,67 Ra_H^{0,25}}{\left(1 + \left(\frac{0,492}{Pr}\right)^{9/16}\right)^{4/9}}$  pour  $10^4 < Ra_H < 10^9$ .

Le coefficient de transfert thermique par convection dans une enceinte rectangulaire doit intégrer l'influence du rapport de forme  $F$ , du nombre de Prandtl et du nombre de Grashof ou du nombre de Rayleigh. Ce coefficient est rapporté sous forme du nombre de Nusselt par plusieurs études sous la forme de corrélations qui traduisent la contribution de ces différents paramètres, on citera notamment celles de :

- Mull et Reiher [8] pour  $0,5 < Pr < 2$  et  $3 < F < 42$

– Si  $Ra_H < 2 \cdot 10^3$

$$\boxed{Nu_H = 1} \quad (1.1)$$

– Si  $6 \cdot 10^3 < Ra_H < 2 \cdot 10^5$  :

$$\boxed{Nu_H = 0,197 Ra_H^{1/4} F^{-1/9}} \quad (1.2)$$

– Si  $2 \cdot 10^5 < Ra_H < 1,1 \cdot 10^7$  :

$$\boxed{Nu_H = 0,073 Ra_H^{1/3} F^{-1/9}} \quad (1.3)$$

- Seiki et al. [9]

– Dans le régime de convection :

$$\boxed{Nu_H = 0,36 Pr^{0,051} F^{-0,11} Ra_H^{0,25}} \quad (1.4)$$

– Dans le régime de transition :

$$\boxed{Nu_H = 0,96 Pr^{0,051} Ra_H^{0,30}} \quad (1.5)$$

Martynenko et Khramtsov [10] ont rassemblé et exposé plusieurs corrélations du nombre de Nusselt pour des études faites sur la convection naturelle dans les cavités rectangulaire verticales vides ; dont voici quelques unes :

- Catton (1978) :  $1 < F < 2$ ,  $10^{-3} < Pr < 10^5$  et  $10^3 < \frac{Ra_H Pr}{0.2 + Pr}$

$$\boxed{Nu_H = 0,18 \left( \frac{Pr}{0,2 + Pr} \right)^{0,29}} \quad (1.6)$$

- Catton (1978) :  $2 < F < 10$ ,  $Pr < 10^5$  et  $10^3 < Ra_H < 10^{10}$

$$\boxed{Nu_H = 0,22 \left( \frac{Pr}{0,2 + Pr} Ra_H \right)^{0,28} F^{-1/4}} \quad (1.7)$$

- Mac Gregor et Emery (1959) :  $10 < F < 40$ ,  $1 < Pr < 2 \cdot 10^4$  et  $10^4 < Ra_H < 10^7$

$$\boxed{Nu_H = 0;42 Ra_H^{1/4} Pr^{0,012} F^{-0,3}} \quad (1.8)$$

- Mac Gregor et Emery (1959) :  $1 < F < 40$ ,  $1 < Pr < 20$  et  $10^6 < Ra_H < 10^9$

$$\boxed{Nu_H = 0,046 Ra_H^{1/3}} \quad (1.9)$$

- Ramesh et Venkateshan (2001) :  $F = 1$ ,  $Pr = 0.72$  et  $5 \cdot 10^4 < Gr < 2 \cdot 10^6$

$$\boxed{Nu_H = 0,560 Gr^{0,195}} \quad (1.10)$$

### 1.3.2 Cavités rectangulaires avec obstacles

La présence d'obstacles dans la cavité, modifie considérablement la nature et le régime de l'écoulement de même que la qualité des échanges dans l'enceinte.

Oztop H. F. et al. [11] ont réalisé une étude numérique sur la convection naturelle autour d'une plaque mince rectangulaire maintenue à une température constante chaude placée dans une cavité carrée de parois horizontales adiabatiques et de parois verticales froides. Cette étude est réalisée dans le but de voir l'impact de la position de la plaque chauffée sur les performances du transfert thermique. L'étude leur a permis de constater que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh (entre  $10^4$  et  $10^6$ ) quelque soit la position de la plaque dans l'enceinte. De même, qu'à mesure qu'on étire la plaque, le transfert de chaleur s'améliore et le nombre de Nusselt aussi. En revanche, la position verticale de la plaque donne des résultats en termes d'échange de chaleur meilleurs que dans le cas de la position horizontale. En (2009), Altaç Z. et Konrat S. [12] considèrent

une plaque mince horizontale et isotherme dans une enceinte rectangulaire remplie d'air. La paroi latérale droite de la cavité est à la température froide  $T_c$ , tandis que le reste des parois sont adiabatiques. L'étude porte sur l'analyse de l'effet de la longueur de la plaque mince, de sa position et de l'allongement de l'enceinte sur les caractéristiques du transfert thermique. Ce qui leur a permis de trouver une corrélation pour le nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Rayleigh ( $Ra$ ), de la longueur de la plaque mince ( $\ell$ ), de sa position ( $Y_0$ ) et de l'allongement de l'enceinte ( $A$ ) sous la forme :

$$Nu = 0.2345 Ra^{0.2085} A^{0.752} Y_0^{-0.223} \left(\frac{L}{\ell}\right)^{0.543} \quad (1.11)$$

Dans certains cas, pour le refroidissement, on ajoute des ailettes aux parois afin d'augmenter les surfaces d'échanges et améliorer les performances thermiques. Un exemple très contemporain de ce type d'application est le refroidissement des microprocesseurs modernes, dont la tendance à l'échauffement est palliée par un abaissement de la tension de fonctionnement, d'une part, et par des radiateurs à ailettes, d'autre part.

L'ailette a pour fonction d'amplifier les échanges de chaleur entre une paroi et un fluide extérieur par augmentation de la surface d'échange. On peut distinguer des ailettes dites longitudinales, radiales ou encore les épines, (figures (1.5) et (1.6)).

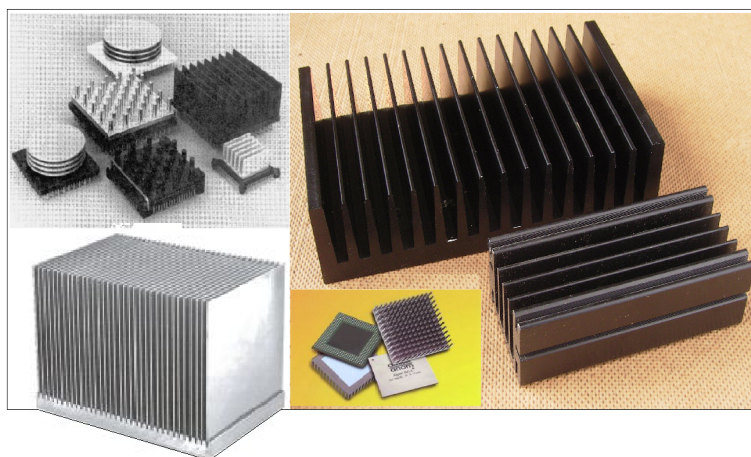


FIGURE 1.5 – Surfaces ailettées utilisées pour le refroidissement électronique

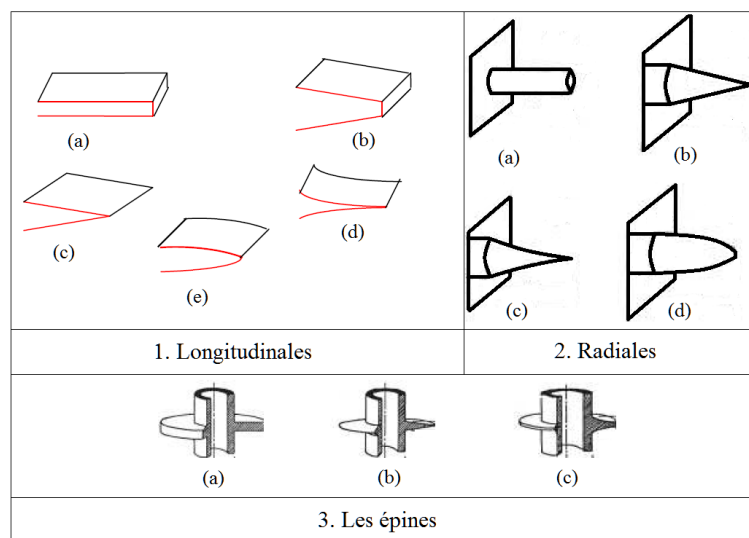


FIGURE 1.6 – Profils des ailettes : **1. Longitudinales** : (a) rectangulaire, (b) trapézoïdale, (c) triangulaire, (d) parabolique concave et (e) parabolique convexe. **2. Radiales** : (a) rectangulaire, (b) triangulaire et (c) hyperbolique. **3. Les épines** : (a) cylindrique, (b) conique, (c) parabolique concave et (d) parabolique convexe

Dans ce contexte, en (2005) Bilgen E. [13] a mené une étude paramétrique en fonction d'un nombre de Rayleigh ( $Ra = 10^4$  à  $5 \cdot 10^9$ ), de la longueur adimensionnelle de l'ailette (0.1 à 0.9), de sa position adimensionnelle (0 à 0.9), du rapport des conductivités thermiques ailette/fluide (0 et 60). Ces résultats ont montrés qu'il y a une réduction du transfert thermique d'environ 38% à la paroi chaude par rapport au cas de la cavité sans ailettes. Suivant le même cheminement, en (2006) Nada S. A. [14] réalise une étude expérimentale sur l'optimisation d'une rangée d'ailettes rectangulaires dans des cavités étroites verticales pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. Elle a mis l'accent en particulier sur la longueur des ailettes et leurs espacements. Elle a permis de remarquer qu'une augmentation de la longueur de l'ailette fait croître l'efficacité de la surface ailettée de même que l'accroissement du nombre de Rayleigh fait augmenter le nombre de Nusselt moyen pour n'importe quelle géométrie d'ailettes.

Saravanan et al. [15], ont étudié numériquement le phénomène de convection autour de deux plaques minces (chaudes) en position croisées placées dans une cavité carrée dont les quatre parois sont isothermes (froides). Plusieurs configurations selon les conditions aux limites sur les plaques (isotherme ou isoflux) ainsi que leurs positions relatives ont été considérées. Les résultats montrent un meilleur échange thermique dans le cas où l'une des plaques est placée le plus loin du centre de la cavité pour l'état de frontière isotherme et en se rapprochant du centre pour l'état de frontière d'isoflux. De la même façon, dans le cas de condition isotherme, le transfert thermique augmente rapidement lorsque l'une des plaques

est à proximité de la paroi de la cavité, par contre une baisse soudaine est observée dès que l'une des deux plaques est en contact avec la paroi de la cavité.

Benseghir C. [16], a réalisé une étude qui s'inscrit dans le cadre de l'étude de la convection naturelle dans une cavité carrée dont une paroi est munie d'une ailette. Le but de cette étude étant de trouver la conception optimale qui permet un contrôle thermique adéquat et une performance énergétique maximale. Il a abordé l'influence de certains paramètres comme le rapport d'aspect de la cavité, le gradient de température appliqué, la longueur et la position de l'ailette sur les champs dynamiques et thermiques ainsi que le nombre de Nusselt. Il a déduit que l'existence de l'ailette sur la paroi chaude réduit le transfert thermique sur cette paroi comparativement à la paroi sans ailette. De même que l'augmentation du nombre d'ailettes au même titre que leurs longueurs fait croître le nombre de Nusselt moyen (le taux de transfert de chaleur) au niveau de la paroi froide.

*Un problème créé ne peut être résolu en réfléchissant de la même manière qu'il a été créé.*

*Ne t'inquiète pas si tu as des difficultés en maths, je peux t'assurer que les miennes sont bien plus importantes.*

[Albert Einstein]

---

---

# CHAPITRE 2

---

## FORMULATION GÉNÉRALE

### FORMULATION GENERALE D'UN PROBLEME DE CONVECTION NATURELLE DANS LES CAVITES ET PROCEDURE DE SIMULATION NUMERIQUE

#### Introduction

Dans une enceinte verticale contenant un fluide dont les parois actives (latérales) sont soumises à des températures différentes, la condition de non-glissement implique qu'à la paroi le fluide reste immobile et que le transfert de chaleur s'effectue par conduction. Une particule fluide, située au voisinage de la paroi chaude sera soumise d'un côté à son poids de l'autre côté à une force verticale dite "poussée d'Archimède". Ainsi, à la paroi la masse de fluide s'élève en enlevant de la chaleur à celle-ci. Puis elle est remplacée par une masse de fluide froide qui au contact de la paroi chaude s'échauffe à son tour et ainsi de suite. Le même phénomène a lieu sur la paroi froide mais le mouvement du fluide est descendant du fait que la masse volumique du fluide est plus élevée près de cette paroi froide que plus loin.

La résolution complète d'un tel problème de convection naturelle dans l'enceinte revient à déterminer en tous points et à tout instant les grandeurs caractéristiques du fluide ( $V$ ,  $\rho$ ,  $p$  et  $T$ ). Globalement les équations qui permettent de calculer ces paramètres sont celles dites "équations de Navier Stokes" qui forment un système d'équations couplées qui expriment la conservation de la masse et de la quantité de mouvement associées à l'équation de l'énergie.



## 2.1 Configurations étudiées

L'étude porte sur la convection naturelle dans une enceinte de type cavité rectangulaire ou carrée (avec obstacle muni d'ailettes), en géométrie bidimensionnelle. La figure (2.1) illustre la géométrie de l'enceinte et le système de coordonnées cartésiennes associé pour les différentes configurations considérées. L'espace confiné occupé par un fluide (air) ; est délimité horizontalement par deux parois isolées (adiabatiques) et latéralement par deux parois isothermes froides ( $T_c$ ), et un obstacle chauffant isotherme ( $T_h$ ), placé au cœur de l'enceinte, tel que ( $T_h > T_c$ ). La première configuration correspond à celle d'une cavité avec une plaque mince, et servira à la validation du modèle. La seconde configuration est celle d'une plaque mince munie d'une ailette placée au coeur d'une cavité carrée pour laquelle on étudiera l'influence de certains paramètres. L'ailette supposée courte, de même type que la plaque mince et rectangulaire de longueur  $\ell$ .

## 2.2 Hypothèses simplificatrices

Les hypothèses qui permettent une description mathématique relativement simple du phénomène étudié sont :

- ✓ L'écoulement est celui d'un fluide monophasique, Newtonien en régime laminaire, permanent et stationnaire.
- ✓ La densité du fluide est considéré constante excepté dans le terme des forces de volume contenu dans l'équation de conservation de quantité de mouvement. Cette hypothèse est justifiée en convection naturelle et constitue une des hypothèses de l'approximation de Oberbeck-Boussinesq.
- ✓ Les propriétés thermodynamiques du fluide, respectivement la chaleur spécifique et la conductivité thermique sont considérées constantes dans la plage de température considérée.

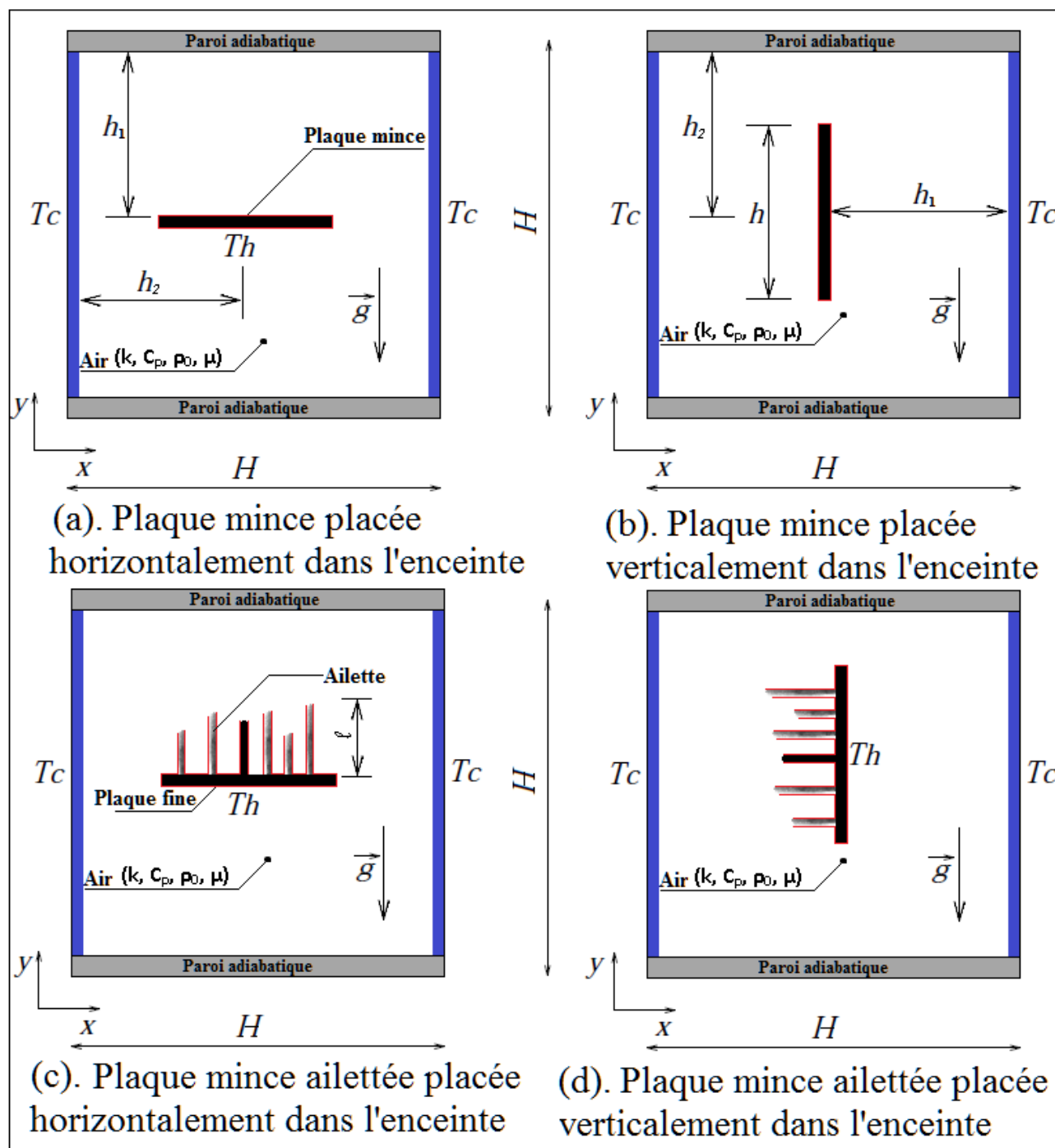


FIGURE 2.1 – Différentes configurations étudiées

## 2.3 Etablissement du modèle mathématique à l'étude

Les équations gouvernant ce type de problème de convection naturelle, sont celles de Navier-Stokes pour un fluide incompressible à propriétés physiques constantes associées à l'équation de l'énergie. On admet que les vitesses mises en jeu sont relativement faibles de sorte que la fonction de dissipation visqueuse dans l'équation d'énergie peut être légitimement négligée. Ces équations descriptives sont des équations aux dérivées partielles, paraboliques et couplées, qui dans le système d'axes cartésiens  $(x, y)$  s'écrivent :

### 1. Equation de conservation de la masse (Equation de continuité)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

### 2. Equation de conservation de quantité de mouvement

$$/ox \quad \rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.2)$$

$$/oy \quad \rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \rho g \quad (2.3)$$

### 3. Equation de l'énergie

$$\rho C_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.4)$$

$u$  et  $v$  sont respectivement la composante horizontale et verticale du vecteur vitesse,  $p$  la pression,  $\rho$  la masse volumique,  $g$  l'accélération de la pesanteur et  $\lambda$  la conductivité thermique.

### 2.3.1 Approximation de Boussinesq

L'approximation de Boussinesq permet de réduire la non-linéarité et le niveau de couplage du système générale d'équations. Dumas [17] a montré théoriquement que la validité des hypothèses de Boussinesq ne peut strictement être obtenue dans le cas de l'eau que dans les conditions suivantes :

$$T_h - T_c \leq 4^\circ C \quad (2.5)$$

$$T_h - T_c \ll T_{ref} \quad (2.6)$$

Toutefois, selon le même auteur [17], les hypothèses de Oberbeck-Boussinesq peuvent s'appliquer avec une précision acceptable lorsque  $T_h - T_c \leq 59^\circ C$ . Dans ce cas cependant,

la viscosité du fluide ne peut être considérée constante dans les équations descriptives. La présente étude se situe dans cette catégorie où l'écart maximum de température entre la paroi chaude et la paroi froide est largement inférieur à  $59^\circ C$ .

Compte tenu de toutes ces hypothèses, si l'écart de température à l'origine du mouvement est petit, on considère que la masse volumique  $\rho$  est constante partout sauf dans le terme de poussée d'Archimède où on effectue un développement de  $\rho$  au premier ordre en température ;

$$\rho = \rho_0 \left( 1 - \beta (T - T_0) + \dots \right) \quad (2.7)$$

avec ;

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)$$

$\beta$ ,  $\rho_0$  et  $T_0$  étant respectivement le coefficient d'expansion thermique, la masse volumique de référence (à la température  $T_0$ ) et la température de référence.

Les équations s'écrivent alors en introduisant  $\nu = \frac{\mu}{\rho_0}$  et  $\alpha = \frac{\lambda}{\rho_0 C_p}$  :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.8)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.9)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g \beta (T - T_0) \quad (2.10)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.11)$$

Ces équations forment les équations dites de Boussinesq, modélisant les écoulements de convection naturelle sous l'hypothèse de faibles écarts de température.

### 2.3.2 Adimensionnement des équations de conservation

L'emploi des variables adimensionnelles dans les équations permet une meilleure approche de la réalité des phénomènes physiques, car elles sont indépendantes du système d'unités de mesure utilisé pour les étudier. On peut dire aussi que ces variables permettent d'obtenir des informations générales, qui jouent un rôle prépondérant dans les simulations.

Pour ramener les équations précédentes à une forme adimensionnelle, il est nécessaire de définir des changements de variables en utilisant les grandeurs de références suivantes :

$H$ : Longueur de référence $T_0$ : Température de référence $V_0 = \frac{\alpha}{H}$ : Vitesse de référence
--

Variables réduites :

$(X, Y) = \frac{(x, y)}{H}$ $(U, V) = (u, v) \frac{H}{\alpha}$ $\Theta = \frac{(T, T_0)}{\Delta T}$ $\Delta T = T_h - T_c$ $P = \frac{p H^2}{(\rho \alpha^2)}$	(2.12)
--	--------

Le système d'équations définissant le problème s'écrit alors sous la forme adimensionnelle :

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.13)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2.14)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Pr Ra \Theta \quad (2.15)$$

$$U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right) \quad (2.16)$$

La mise sous forme adimensionnée des équations de conservation fait apparaître les nombres adimensionnels caractéristiques du problème, le nombre de Prandtl et le nombre de Rayleigh. Le nombre de Prandtl traduit le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement et la diffusivité thermique dans le fluide. Alors que le nombre de Rayleigh caractérise les conditions thermiques aux parois de l'enceinte, il est basé sur la différence de température entre les parois latérales chaude et froide.

$P_r = \frac{\nu}{\alpha}$ $R_a = \frac{g \beta \Delta T H^3}{\nu \alpha}$	(2.17)
---	--------

### 2.3.3 Conditions aux limites

Les conditions aux limites du problème sont des conditions aux limites de type Dirichlet en température qui sont imposées sur les parois verticales ( $T_c$ ) et la plaque mince ( $T_h$ ), tandis que les parois horizontales sont adiabatiques (conditions de type Neumann). Ces différentes

conditions sont résumées dans les tableaux (2.1) et (2.2) suivant les deux configurations de l'étude.

Conditions	U	V	$\Theta$
Paroi haute	0	0	$\partial\Theta/\partial Y = 0$
Paroi basse	0	0	$\partial\Theta/\partial Y = 0$
Paroi gauche	0	0	0
Paroi droite	0	0	0
plaque mince	0	0	1

TABLE 2.1 – Conditions aux limites pour une cavité carrée avec plaque mince

Conditions	U	V	$\Theta$
Paroi haute	0	0	$\partial\Theta/\partial Y = 0$
Paroi basse	0	0	$\partial\Theta/\partial Y = 0$
Paroi gauche	0	0	0
Paroi droite	0	0	0
plaque mince	0	0	1
aillette minces	0	0	1

TABLE 2.2 – Conditions aux limites pour une cavité carrée avec plaque mince munie d'aillette

## 2.4 Coefficient d'échange convectif et nombre de Nusselt

Dans tout processus où intervient le phénomène de convection on a besoin de quantifier la quantité de chaleur échangée entre le fluide et la paroi qui le délimite. Ce qui nécessite la détermination du coefficient de transfert thermique. Quoiqu'une représentation exacte du processus de transfert thermique par convection à l'interface entre une paroi et un fluide soit très complexe, par analogie avec les transferts thermiques par conduction, le coefficient d'échange thermique superficiel ( $\bar{h}$ ) est définie tel que :

$$\bar{h} = \frac{q}{T_p - T_{ref}} \quad (2.18)$$

Avec ( $q$ ) la densité du flux de chaleur à travers un élément de surface de la paroi.  $T_p$  et  $T_{ref}$  étant respectivement la température de cet élément de surface et la température de référence du fluide en dehors de la couche limite thermique. Le concept de température de référence permet de considérer les propriétés du fluide à cette température pour calculer les paramètres caractéristiques de l'écoulement tels que les nombres  $Ra$  et  $Pr$ . Cependant, il n'y a pas de base unanime de choix de la température de référence d'une étude à l'autre. Ainsi, dans la littérature on trouve ceux qui utilisent simplement comme température de référence la température de la paroi chaude, ou la moyenne entre la température de la paroi et du mélange fluide ou bien la moyenne arithmétique des températures des parois chaudes et froides. Par ailleurs, Zhong [18] propose la relation  $T_{ref} = T_c + 0,25 (T_h - T_c)$  qui prend en compte l'effet de la variation des propriétés du fluide avec la température.

Dans les enceintes fermées, la difficulté de calcul du coefficient de transfert de chaleur réside surtout dans la mesure de la température de référence du mélange. Cette difficulté est liée entre autres à l'inaccessibilité du fluide confiné dans l'enceinte et aux inconvénients associés aux méthodes de mesures expérimentales. Pour contourner cette difficulté, on utilise une formulation qui intègre la différence de température entre les parois actives chaude ( $T_h$ ) et froide ( $T_c$ ) exprimée sous la forme :

$$\bar{h} = \frac{q}{T_h - T_c} \quad (2.19)$$

En définissant une grandeur caractéristique appropriée ( $L_c$ ) de l'enceinte, le coefficient de transfert thermique défini par les équations précédentes (2.18) et (2.19) peut être exprimé sous la forme d'un nombre de Nusselt tel que :

$$Nu_{L_c} = \frac{\bar{h} L_c}{\lambda} \quad (2.20)$$

Le coefficient de transfert thermique exprimé sous forme du nombre de Nusselt est plus utilisé dans la littérature pour traduire les corrélations de transfert thermique. Cet usage s'explique par le fait que le nombre de Nusselt n'est pas tributaire d'un système d'unité mais aussi en raison de son interprétation physique qui traduit le rapport de la quantité de chaleur échangée par convection à la quantité de chaleur qui aurait été échangée par conduction à travers une épaisseur  $L_c$  de fluide.

## 2.5 Procédure de simulation numérique

Après avoir développé les équations dynamiques et thermiques, ainsi que les conditions associées aux différentes configurations à étudier, la procédure de résolution numérique est basée sur la méthode des volumes finis.

Le principe de simulation par la méthode des volumes finis, consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles, décrites précédemment sur des volumes de contrôle obtenus en divisant le domaine de calcul en un nombre fini de sous-domaines élémentaires. Un exemple de discrétisation est traité en annexe (Annexe A).

Les codes de champs, ou codes de CFD (Computational Fluid Dynamics), résolvent les équations régissant le mouvement d'un fluide. Certains codes sont aussi en mesure de décrire le transport de polluants ou les réactions chimiques au sein d'un fluide. Il existe plus d'une centaine de codes de CFD disponibles, qu'ils soient commerciaux, du domaine public ou encore propres à certaines institutions. Pour notre travail nous utiliserons le code de CFD Fluent, commercialisé par Fluent Incorporated dont nous disposons de la version 6.2, sur PC.



---

---

# CHAPITRE 3

---

## RÉSULTATS ET DISCUSSION

### Introduction

Ce chapitre présente une série de résultats obtenus par simulation numérique 2D que nous avons mené à l'aide du code de calcul en volume fini « **Fluent** », pour caractériser l'écoulement de l'air au sein de cavités carrées de section  $H \times H$  (avec ou sans présence d'obstacle).

A l'aide du progiciel « **Gambit** », on a réalisé la géométrie ainsi qu'un maillage adéquat pour nos différentes configurations à étudier. Les principaux résultats obtenus reflétant le comportement des champs dynamiques et thermiques pour les configurations étudiées sont exposés dans ce chapitre. La première étape consiste à valider notre simulation en comparant nos résultats avec ceux existants dans la littérature. Pour cela, la validation concernera le cas d'une cavité carrée en présence d'une plaque mince isotherme, les résultats seront confrontés à ceux de Oztop [11].

### 3.1 Génération de la grille ou maillage

Dans notre étude, les deux configurations utilisées sont des domaines rectangulaires. La figure (3.1) présente les différents maillages à utiliser pour la résolution des problèmes d'écoulement ou de transfert thermique dans les cavités.

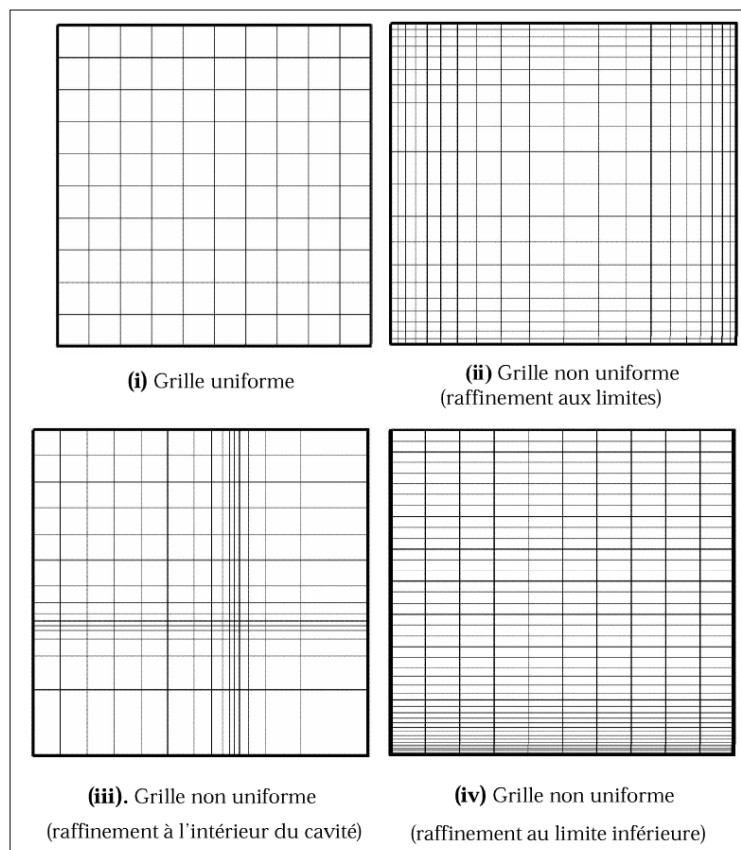


FIGURE 3.1 – Différents maillages utilisés pour les simulations

Pour le cas d'une plaque mince dépourvue d'ailette, l'auteur [11] a utilisé une grille uniforme (3.1.(i)). Dans notre cas, on utilisera la même grille pour le maillage des deux configurations à étudier.

## 3.2 Cavité carrée avec obstacle chauffant

### ✓ Géométrie et propriétés physiques

La plaque chauffante (mince et rectangulaire), maintenue à la température  $T_h = 327K$ , est placée dans une enceinte carrée de parois horizontales adiabatiques et de parois verticales isothermes  $T_c = 273K$  (figure(3.2)). Le fluide considéré est de l'air, dont les constantes thermophysiques sont les suivantes :

masse volumique $\rho_0$	$1.177 \text{ kg m}^{-3}$
température de référence $T_0$	300 K
viscosité dynamique $\mu$	$1.85 \cdot 10^{-5} \text{ Pl (kg m}^{-1} \text{ s}^{-1})$
conductivité thermique $\lambda$	$0.0262 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$
chaleur spécifique $C_p$	$1.006 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
coefficient d'expansion thermique $\beta$	$3.4904 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$
constante de gravitation $g$	$9.81 \text{ m s}^{-2}$
diffusivité thermique $\alpha$	$2.22 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$

Ces valeurs correspondent à un nombre de Prandtl  $Pr = 0.71$ .

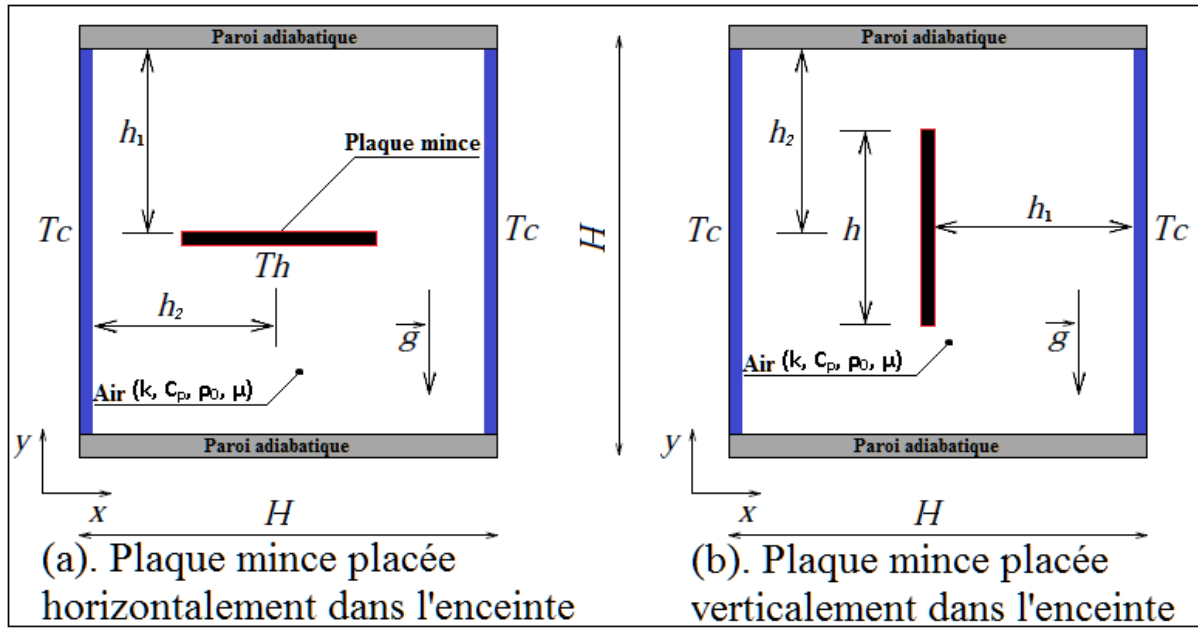


FIGURE 3.2 – Géométrie de l'enceinte avec la plaque mince

Dans cette étude dont le but est de voir les performances du transfert thermique de la plaque mince pour les deux positions (horizontale et verticale) dans la cavité, et en vu de comparer les résultats avec ceux d'Oztop [11] on a défini les paramètres adimensionnels géométriques suivant :

$$A = \frac{h}{H}, \quad A_1 = \frac{h_1}{H} \text{ et } A_2 = \frac{h_2}{H}$$

Les simulations numériques sont effectuées pour des nombres de Rayleigh variant de  $10^4$  à  $10^6$ , correspondant aux cas proposés dans la littérature [11], avec un maillage uniforme ( $50 \times 50$ ) comme le montre la figure (3.3).

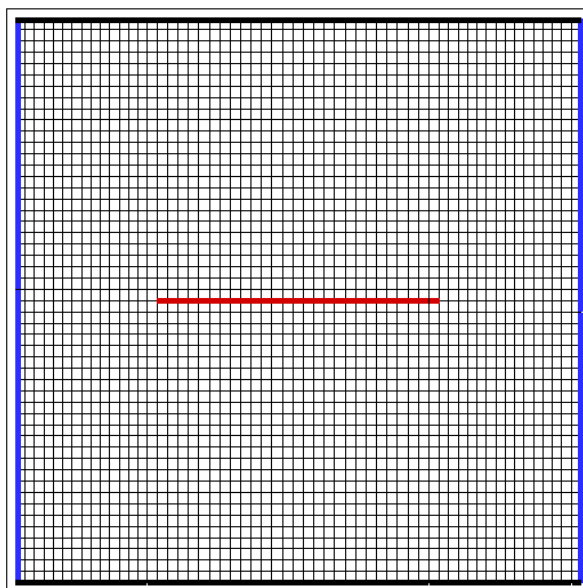


FIGURE 3.3 – Maillage du domaine numérique

Dans les tableaux ci-dessous, sont reportés pour différents nombres de Rayleigh, les valeurs du nombre de Nusselt moyen selon Oztop [11] et selon nos simulations pour les deux positions horizontale et verticale de la plaque mince (rapport de forme  $A$ ,  $A_1$  et  $A_2$ ).

<b>a). Nusselt moyen pour le cas d'une plaque horizontale</b>									
	$A = 0.2$ et $A_1 = 0.5$			$A = 0.4$ et $A_1 = 0.5$			$A = 0.6$ et $A_1 = 0.5$		
$Ra$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^4$	$10^5$	$10^6$
<b>Référence[11]</b>	1.06	1.62	2.36	1.46	2.06	3.82	2.04	2.5	5.03
<b>Simulation</b>	1.07	1.577	2.383	1.456	1.975	3.83	2.035	2.54	5.04
<b>Erreur (%)</b>	0.943	3.08	0.84	0.68	2.47	0.26	0.24	1.6	0.19
<b>b). Nusselt moyen pour le cas d'une plaque verticale</b>									
	$A = 0.2$ et $A_1 = 0.5$			$A = 0.4$ et $A_1 = 0.5$			$A = 0.6$ et $A_1 = 0.5$		
$Ra$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^4$	$10^5$	$10^6$
<b>Référence[11]</b>	1.111	1.81	3.19	1.49	2.56	5.20	1.75	3.08	6.40
<b>Simulation</b>	1.110	1.833	3.280	1.492	2.572	5.208	1.751	3.086	6.398
<b>Erreur (%)</b>	0.09	1.10	2.82	0.13	0.46	0.15	0.05	0.19	0.03

TABLE 3.1 – Comparaison du nombre de Nusselt moyen entre simulation et référence [11] :  
a) plaque horizontale, b) plaque verticale

Ci-dessous, sur les figures (3.4) et (3.5) représentant les lignes d'isothermes et les champs de vitesse; on a fait une comparaison entre nos résultats avec ceux de la référence [11]. Alors que la figure (3.6) présente quelques lignes de courant, obtenues par simulation et qu'on n'a pas pu confronter avec celles de Oztop [11] vu la non disponibilité des résultats correspondants.

## Conclusion

On remarque la bonne concordance de nos résultats avec ceux déjà existant dans la littérature que ce soit pour le nombre de Nusselt moyen ou alors les lignes d'isothermes et les champs de vitesses.

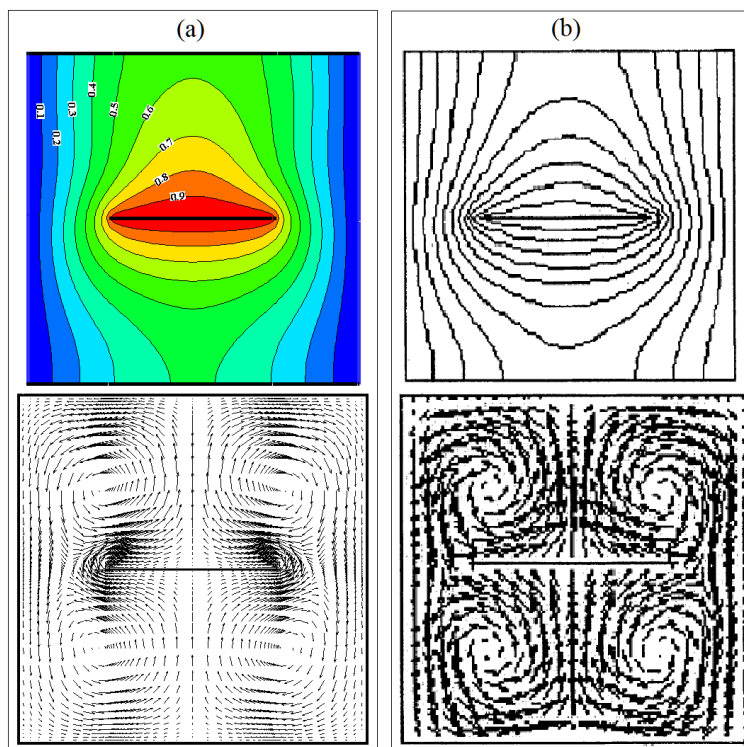


FIGURE 3.4 – Comparaison des lignes des isothermes et champs de vitesse pour une plaque horizontale ( $A = 0.5$ ,  $A_1 = 0.5$  et  $Ra = 10^4$ ), a) présent résultat, b) référence [11]

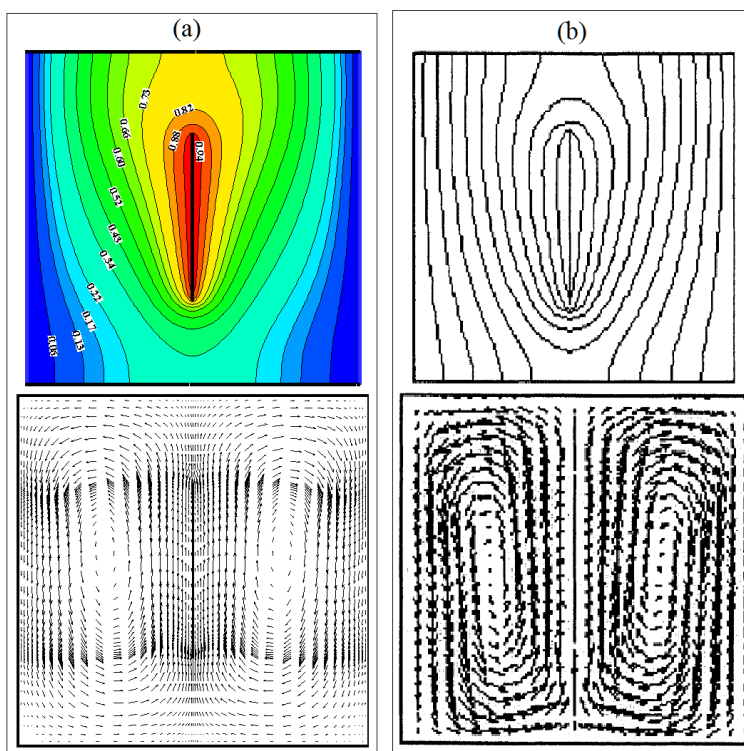


FIGURE 3.5 – Comparaison des lignes des isothermes et champs de vitesse pour une plaque verticale ( $A = 0.5$ ,  $A_2 = 0.5$  et  $Ra = 10^4$ ), a) présent résultat, b) référence [11]

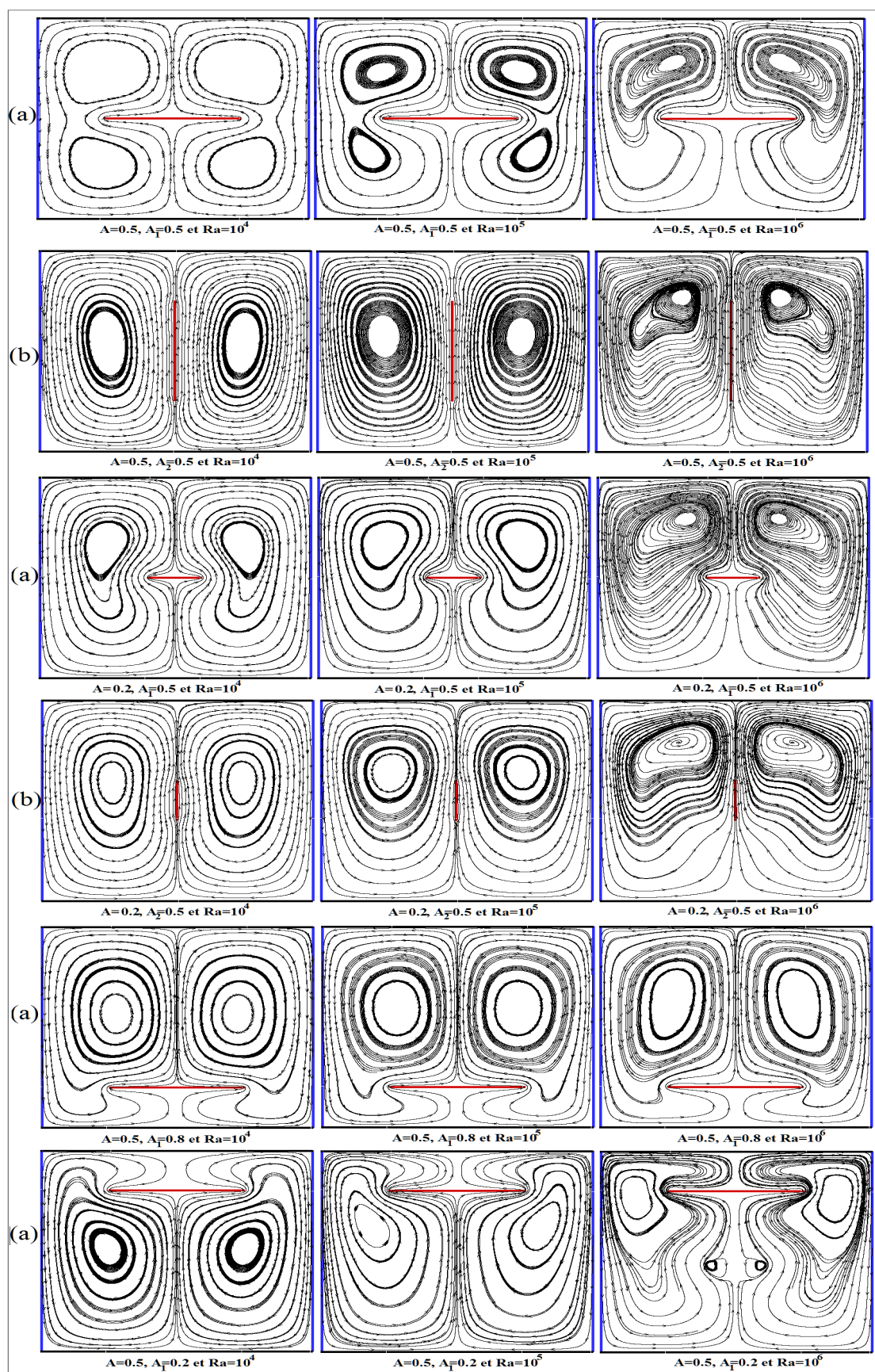


FIGURE 3.6 – Lignes de courant pour une plaque mince placée : a) horizontalement b) verticalement pour différents nombres de Rayleigh  $Ra$  et différents rapports de forme

### 3.3 Cavité carrée avec obstacle chauffant muni d'ailette

Dans la partie précédente, on a pu valider le modèle adopté dans le cas d'une cavité en présence d'un obstacle chauffant. Dans ce qui va suivre on analysera le cas de la convection naturelle dans une cavité carrée autour d'une plaque mince chaude munie d'une ailette. La figure (3.7) illustre les trois configurations de l'étude (plaque horizontale ou verticale, ailette vers le haut ou vers le bas). Les différentes conditions aux limites sont exposées dans le chapitre 2.

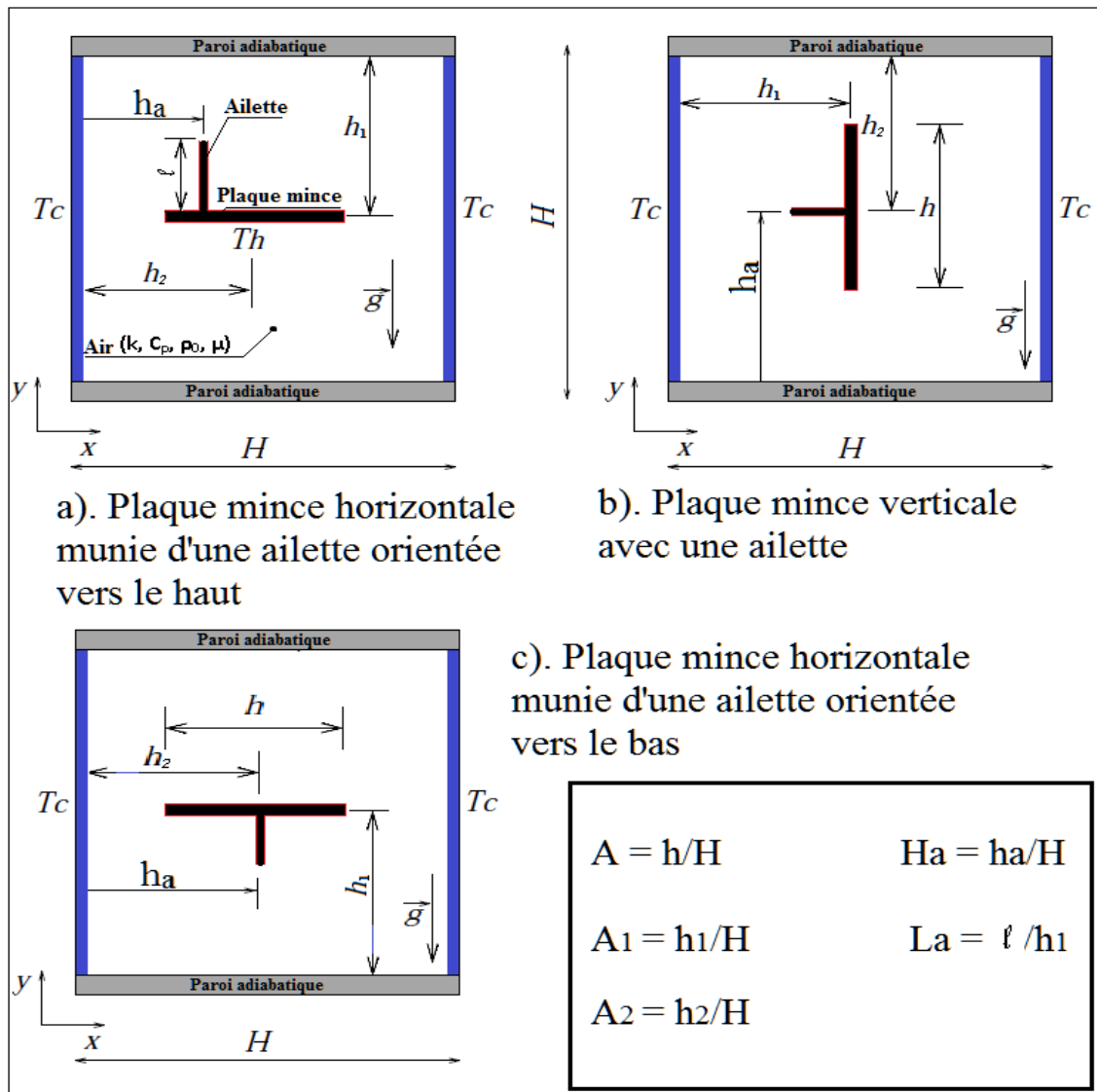


FIGURE 3.7 – Géométrie de l'enceinte en présence d'une plaque mince munie d'une ailette (différentes configurations de l'étude)



### ✓ Géométrie et propriétés physiques

Les dimensions et la géométrie de la cavité (enceinte + obstacle ailetté) sont les mêmes que dans le cas précédemment étudié. On se placera dans le cas d'une ailette mince isotherme à la même température que la plaque mince ( $T_h = 327K$ ). Le fluide considéré, de même que ces propriétés thermophysiques sont déjà définis dans l'étude précédente. En plus des paramètres adimensionnels déjà utilisés précédemment ( $A$ ,  $A_1$  et  $A_2$ ) définissant les dimensions de la plaque mince et sa position dans l'enceinte, on ajoute deux autres grandeurs adimensionnelles, à savoir :

<p>La position de l'ailette (<math>H_a</math>) : <math>H_a = \frac{h_a}{H}</math></p> <p>La longueur de l'ailette (<math>L_a</math>) : <math>L_a = \frac{\ell}{h_1}</math></p>
--

### ✓ Simulation et résultats

La simulation numérique est effectuée pour des nombres de Rayleigh thermiques variés, allant de  $Ra = 10^3$  à  $Ra = 10^6$ . Pour le choix du maillage optimal permettant d'avoir des résultats stables et précis, on a étudié l'influence de la taille et la répartition des nœuds sur la fonction de courant  $|\Psi_{max}|$ . Les résultats de cette étude sont exposés dans le tableau (3.2) et la figure (3.8). Pour cela une répartition uniforme des nœuds a été utilisée. On a considéré le cas d'une ailette positionnée au milieu d'une plaque mince horizontale se trouvant au milieu de l'enceinte ( $L_a = 0.5$ ,  $H_a = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) et ce pour un nombre de Rayleigh de  $10^5$ .

$Ra = 10^5$								
Maillage	20×20	40×40	60×60	80×80	100×100	120×120	140×140	160×160
$ \Psi_{max} $	0.0318	0.0762	0.2042	0.3678	0.4820	0.4820	0.4820	0.4820

TABLE 3.2 – Influence de la taille du maillage sur  $|\Psi_{max}|$

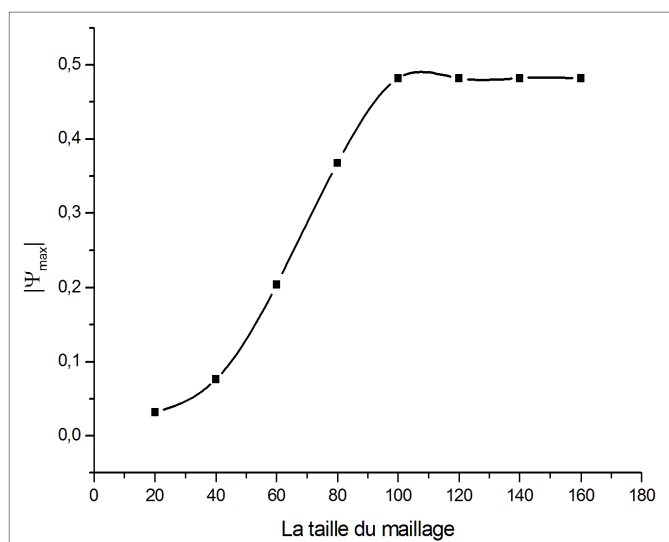


FIGURE 3.8 – Fonction de courant maximale en fonction du maillage

On constate que la fonction de courant maximale  $|\Psi_{max}|$  devient insensible au nombre de nœuds à partir de la grille  $100 \times 100$ . Pour cela, pour des raisons de compromis précision/temps de calcul, on adoptera un maillage  $120 \times 120$  (14400 nœuds) (figure (3.9)).

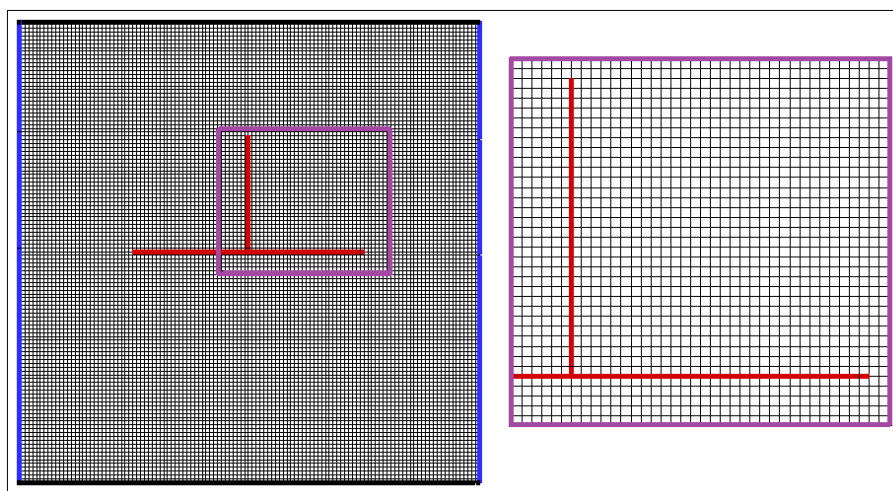


FIGURE 3.9 – Maillage du domaine numérique

### 3.3.1 Plaque mince horizontale avec une ailette

Les résultats présentés sont ceux relatif à une plaque mince horizontale avec une ailette dirigée vers le haut dont les paramètres adimensionnels sont :  $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$  (voir figure (3.7-(a))). Dans ce qui va suivre, on étudiera l'influence de certains paramètres sur le comportement du fluide et les échanges thermiques induits aux parois.

### 3.3.1.1 Ailette orientée vers le haut (Influence du nombre de Rayleigh et des paramètres de l'ailette : $L_a$ et $H_a$ )

Les figures (3.10.a)) et (3.10.b)) montrent les lignes de courant pour des rapports de formes ( $L_a = 0.25; 0.5$  et  $0.75 - H_a = 0.25; 0.5; \text{ et } 0.75$ ) et ce pour  $Ra = 10^4$  et  $Ra = 10^6$ . Le champ d'écoulement est similaire à celui obtenu par [11] (plaque mince sans ailette), il présente en deux grandes cellules divisant la cavité en deux, tournant en sens opposés (sens des aiguilles d'une montre : côté droit et sens inverse : côté gauche). Le phénomène est observé quelque soit la position de l'ailette et sa longueur sur la plaque mince chaude. Pour des faibles nombres de  $Ra$ , on observe la formation de quatre cellules de recirculation. Ce résultat est identique à celui observé par [11] pour  $H_a = 0.5$  et  $L_a < 0.25$ . Le mouvement du fluide est symétrique lorsque l'ailette est positionnée avec  $H_a = 0.5$  et cela quelque soit sa longueur et le régime imposé. Le déplacement de l'ailette vers les bords de la plaque mince réduit la cellule formée entre ces deux derniers.

A mesure que le nombre de  $Ra$  augmente, la convection se renforce dans la partie haute au dessus de la plaque, et les lignes de courant se resserrent à côté des parois latérales froides pour  $H_a = 0.25$  et  $H_a = 0.75$ . Ce phénomène s'intensifie avec l'augmentation de la longueur de l'ailette. Des couches limites descendantes se forment le long des parois latérales, ainsi qu'au niveau de l'ailette. Sur les parois verticales de l'enceinte, ces couches limites sont semblables à celles qui se développent lorsque la plaque est dépourvue d'ailette [11].

Les figures (3.11.a)) et (3.11.b)) montrent la distribution des températures dans l'enceinte carrée pour différentes valeurs de  $L_a$  et  $H_a$  et différents régimes d'écoulement ( $Ra = 10^4$  et  $Ra = 10^6$ ). On a pas présenté le cas  $H_a = 0.75$  le phénomène étant semblable à celui observé sur la paroi de gauche pour  $H_a = 0.25$ .

On observe un phénomène de stratification thermique qui s'établit à mesure que la convection augmente  $Ra = 10^6$ . Ce qui est dû à la décharge horizontale du fluide plus chaud provenant de la couche limite. En effet le fluide chaud se déplace de la plaque mince chaude munie d'ailette vers la paroi latérale froide en se mettant au dessus du fluide froid sous forme de couche horizontale. L'écoulement et la répartition de la température montre un comportement symétrique pour  $H_a = 0.5$  et quelque soit  $L_a$ . Par contre on observe une dissymétrie dès que la position de l'ailette dévie de la valeur  $H_a = 0.5$ . Au-delà d'un nombre de Rayleigh de  $10^4$  un panache thermique se forme et se déplace avec la position de l'ailette.

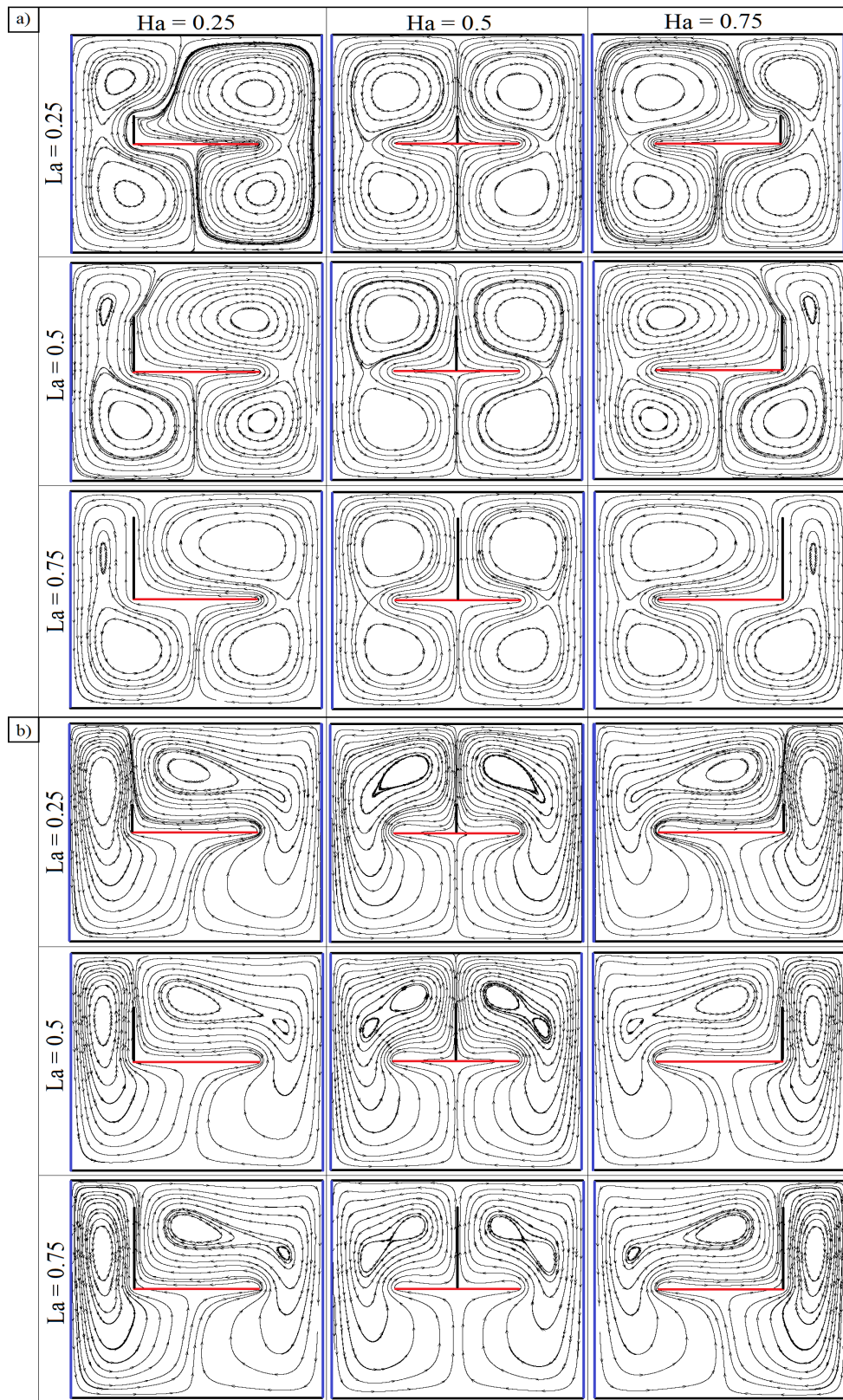


FIGURE 3.10 – Lignes de courant dans la cavité carrée en présence d’une plaque mince ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ). a)  $Ra = 10^4$  et b)  $Ra = 10^6$

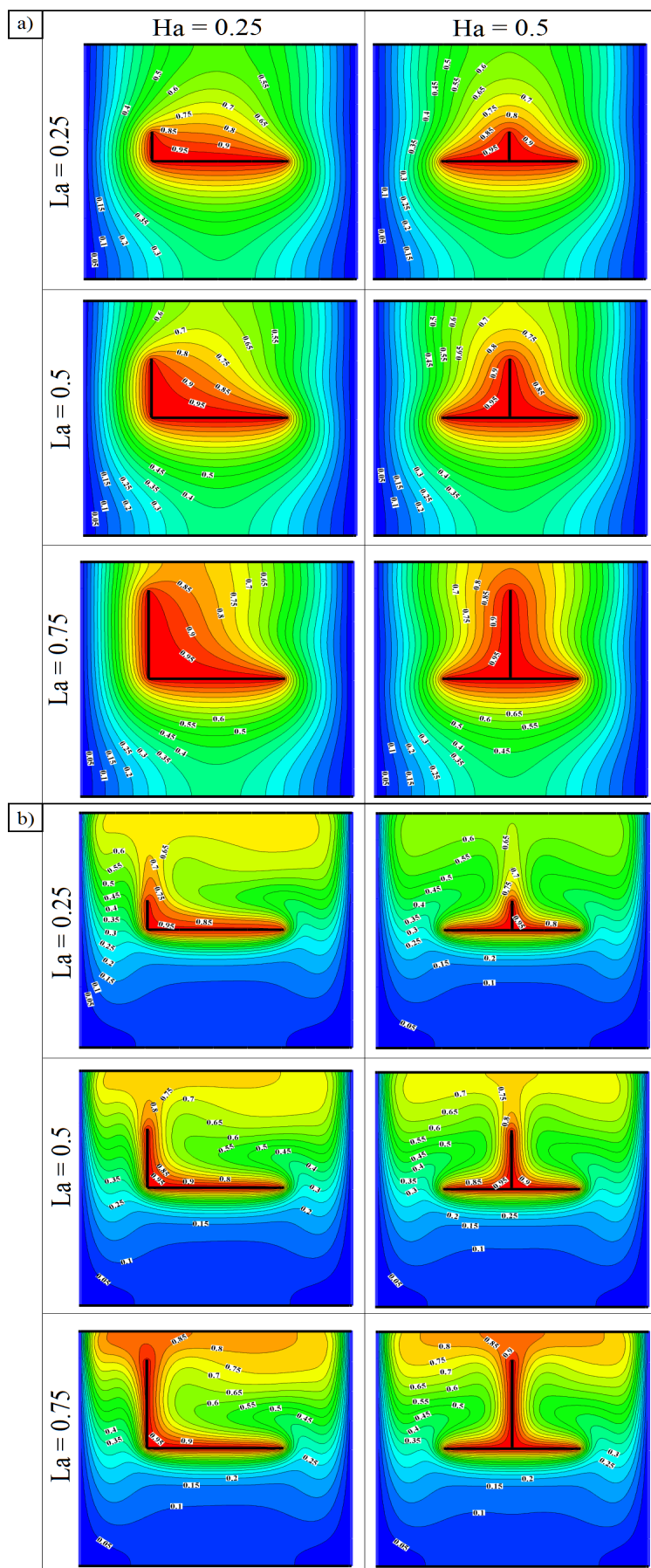


FIGURE 3.11 – Lignes d'isothermes dans la cavité carrée en présence d'une plaque mince ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ). a)  $Ra = 10^4$  et b)  $Ra = 10^6$

L'évaluation de l'intensité des échanges thermiques sur les parois est mise en évidence à travers un nombre spécifique dit nombre de Nusselt. Il est défini localement le long de la paroi de gauche (celui de la partie droite s'obtient de la même façon) comme suit :

$$Nu_Y = - \left. \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right|_{X=0} \quad (3.1)$$

Pour mettre en évidence l'influence de l'ailette et en guise de comparaison on a représenté sur les mêmes figures le nombre de Nusselt local le long de la même paroi avec les mêmes conditions de simulation dans le cas d'une plaque sans ailette (courbe en noir).

Ainsi les figures (3.12.a)) et (3.12.b)) montrent les variations du nombre de Nusselt local le long de la paroi froide gauche de l'enceinte pour différentes valeurs de  $H_a$  et  $L_a$  et pour un nombre de Rayleigh de  $10^4$  et  $10^6$ . On peut constater que la courbe du nombre de Nusselt local le long de la paroi latérale de l'enceinte (gauche ou droite) se situe au dessus de la courbe noire (plaque sans ailette). Ceci est d'autant plus vérifié que le nombre de Rayleigh est important. Ce qui signifie qu'une ailette attachée à la plaque chaude favorise toujours l'échange thermique sur cette paroi. Au même titre, le nombre de Nusselt augmente avec l'accroissement du nombre de Rayleigh quelque soit les paramètres  $L_a$  et  $H_a$ . Le transfert de chaleur est meilleur pour des rapports de  $H_a$  de plus en plus faibles.

Pour une meilleure compréhension, on discutera en fonction d'un nombre de Nusselt moyen calculé en intégrant le nombre de Nusselt local le long de la paroi. Les figures (3.13.a)) et (3.13.b)) représentent respectivement l'influence des paramètres  $H_a$  et  $L_a$  de même que le régime d'écoulement sur le nombre de Nusselt moyen estimé sur la paroi latérale gauche de l'enceinte. Ce qui nous permet de constater que la présence d'une ailette sur la plaque augmente toujours le transfert thermique sur la paroi latérale de la cavité. L'intensité du transfert est proportionnelle à la longueur de l'ailette ( $L_a$ ) et inversement proportionnel à sa position sur la plaque ( $H_a$ ). Ainsi pour  $H_a = 0.25$ , on obtient un nombre de Nusselt moyen important par rapport aux deux autres positions ( $H_a = 0.5$  et  $H_a = 0.75$ ) et cela quelque soit le régime thermique imposé ( $Ra$ ) et la longueur de l'ailette ( $L_a$ ). Le phénomène inverse est observé sur la paroi droite (non représenté par raison de symétrie,  $H_a = 0.5$ ), c'est-à-dire le transfert thermique est proportionnel à  $H_a$ , alors que le paramètre  $L_a$  a le même effet que précédemment.

La configuration optimale correspondant à un nombre de Nusselt moyen important est celle où l'ailette est positionnée tout près de la paroi ( $H_a = 0.25$  pour la paroi de gauche et  $H_a = 0.75$  pour la paroi de droite). L'échange devient de plus en plus intense avec

l'augmentation de la longueur de l'ailette atteignant un nombre de Nusselt moyen de 6.806 pour  $Ra = 10^6$  et  $L_a = 0.75$ .

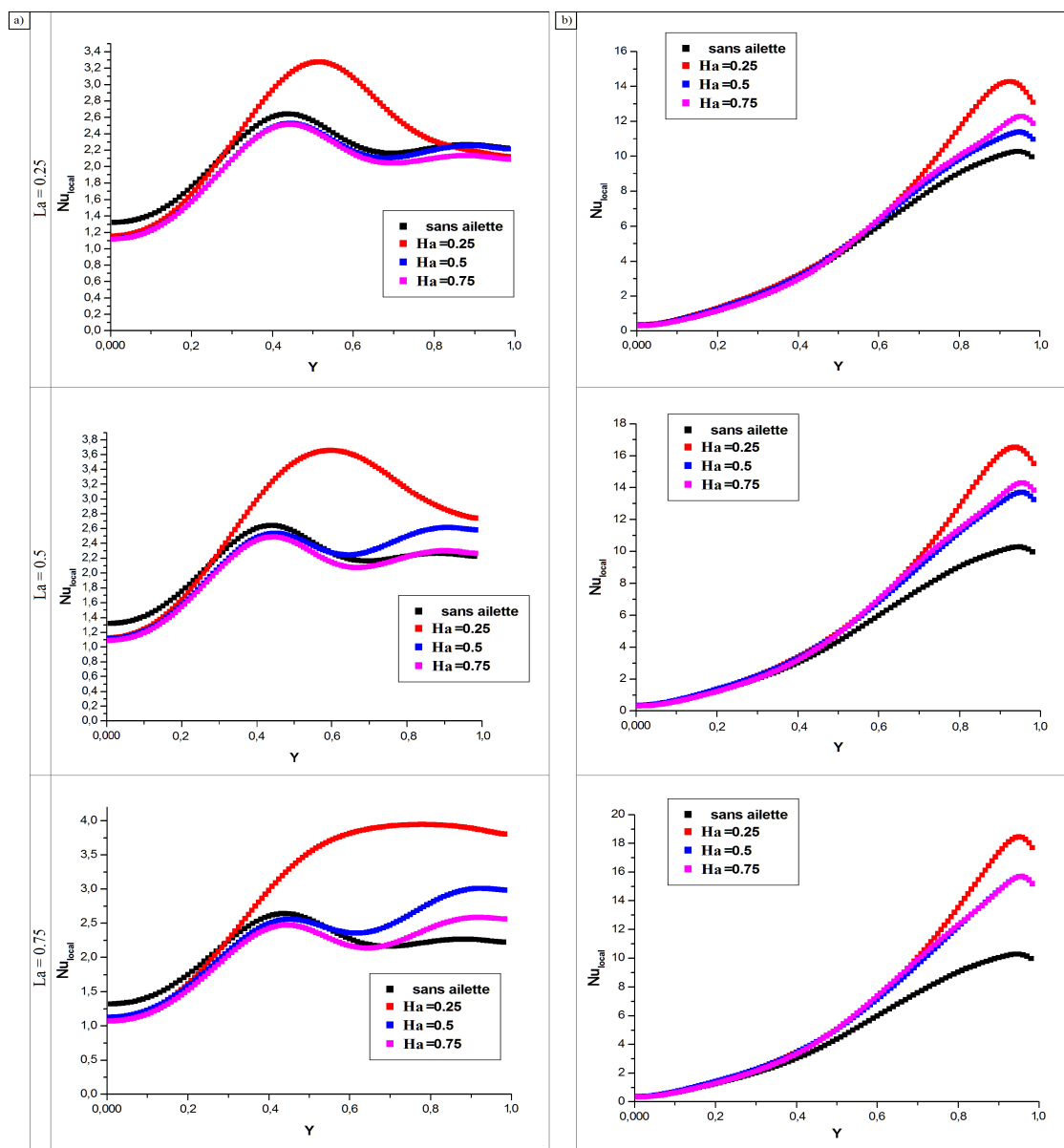


FIGURE 3.12 – Nombre de Nusselt local sur la paroi froide (gauche) de l'enceinte ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) : a)  $Ra = 10^4$  et b)  $Ra = 10^6$

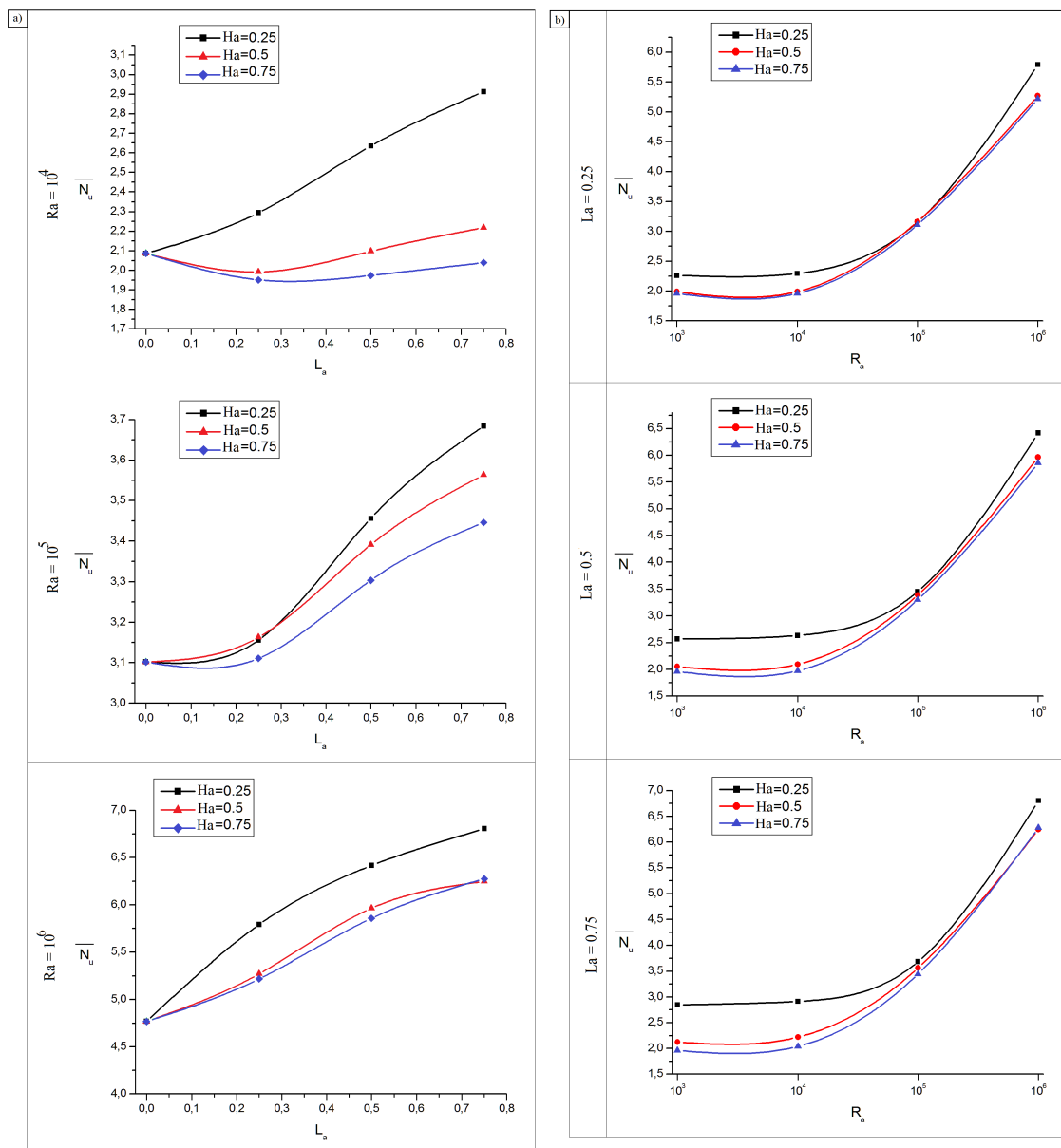


FIGURE 3.13 – Nusselt moyen sur la paroi froide (gauche) de l’enceinte ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) en fonction de : a)  $L_a$  avec  $Ra = cte$ , b)  $Ra$  avec  $L_a = cte$



### 3.3.1.2 Ailette orientée vers le bas (Influence du nombre de Rayleigh et des paramètres de l'ailette : $L_a$ et $H_a$ )

Les figures (3.14.a)) et (3.14.b)) montrent les lignes de courant dans le cas de la configuration (3.7-(c)), c'est à dire pour une ailette orientée vers le bas avec des rapports  $L_a$  respectivement  $H_a$  de 0.25; 0.5 et 0.75 pour différents régimes d'écoulement ( $Ra = 10^4$  et  $Ra = 10^6$ ).

La structure de l'écoulement observée lorsque l'ailette est orientée vers le bas est la même que celle d'une ailette orientée vers le haut. On constate la formation de cellules dans l'enceinte pour tous les régimes d'écoulement avec une symétrie pour une géométrie correspondant à  $H_a = 0.5$ .

Pour les deux autres positions ( $H_a = 0.25$  et  $H_a = 0.75$ ) le même type d'écoulement du fluide est observé du côté paroi gauche que paroi droite avec inversion du sens.

A mesure que le nombre de Rayleigh augmente on remarque la formation de zones de recirculation côté supérieur de la plaque (02 cellules pour  $H_a = 0.5$  et 01 cellule pour  $H_a = 0.25$  et  $H_a = 0.75$ ). Ces zones s'intensifient avec l'allongement de l'ailette. Ainsi la présence d'une ailette dans la partie inférieure de l'enceinte fait renforcer la convection et la rotation du fluide, chose qu'on n'obtient pas lorsque l'ailette est orientée vers le haut.

Les figures (3.15.a)) et (3.15.b)) montrent les lignes d'isothermes pour cette même configuration et pour deux régimes d'écoulement  $Ra = 10^4$  et  $10^6$ . Le comportement dissymétrique est également observé pour  $H_a \neq 0.5$ , et des gradients de température plus au moins importants sont observés du côté inférieur des parois latérales. De même le phénomène de stratification thermique est observé côté inférieur de l'enceinte pour les régimes thermiques plus intenses  $Ra > 10^4$ . Comme pour le cas d'une ailette orientée vers le haut, un panache thermique se forme à partir de  $Ra = 10^4$  suivant le sens et la position de l'ailette (la dissymétrie s'installe pour  $H_a = 0.25$  et 0.75).

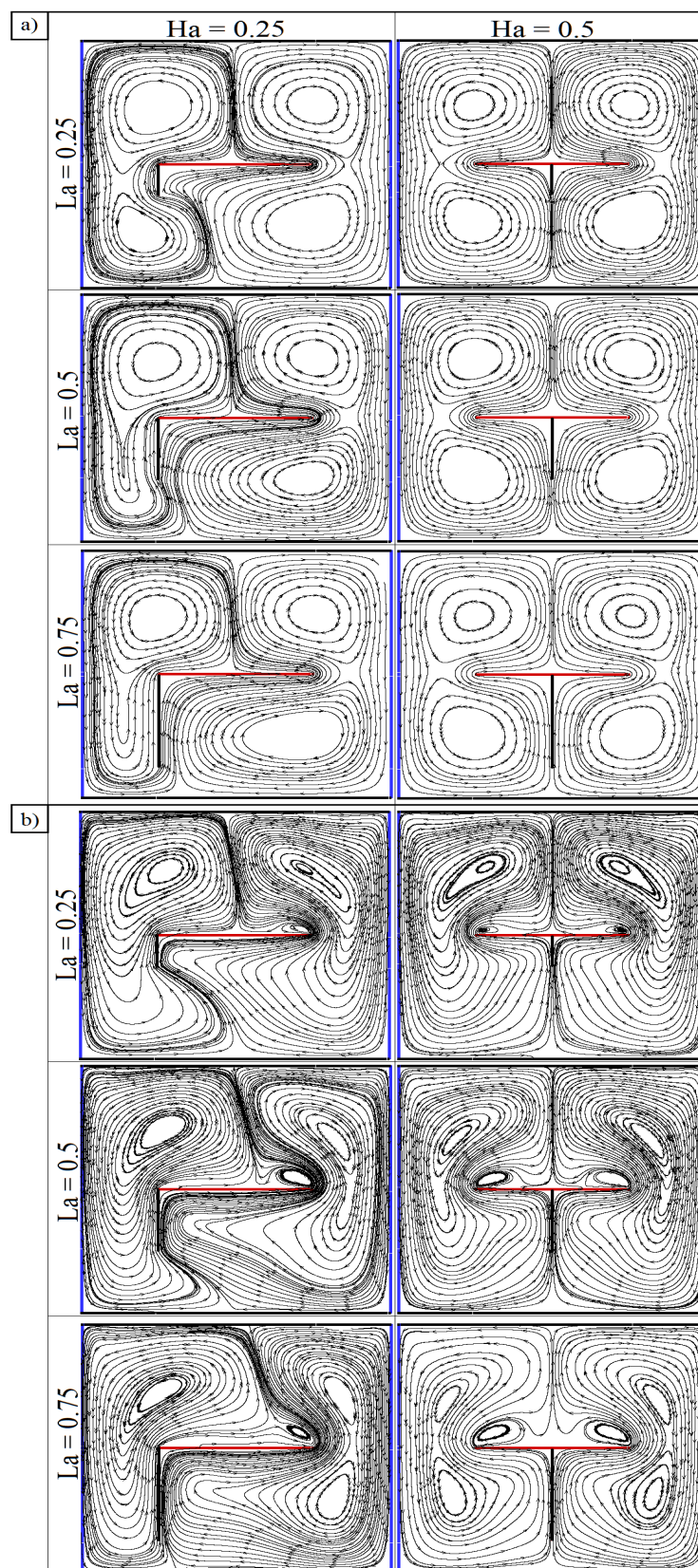


FIGURE 3.14 – Lignes de courant dans une cavité carrée en présence d’une plaque mince avec une ailette orientée vers le bas ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) : a)  $Ra = 10^4$ , b)  $Ra = 10^6$

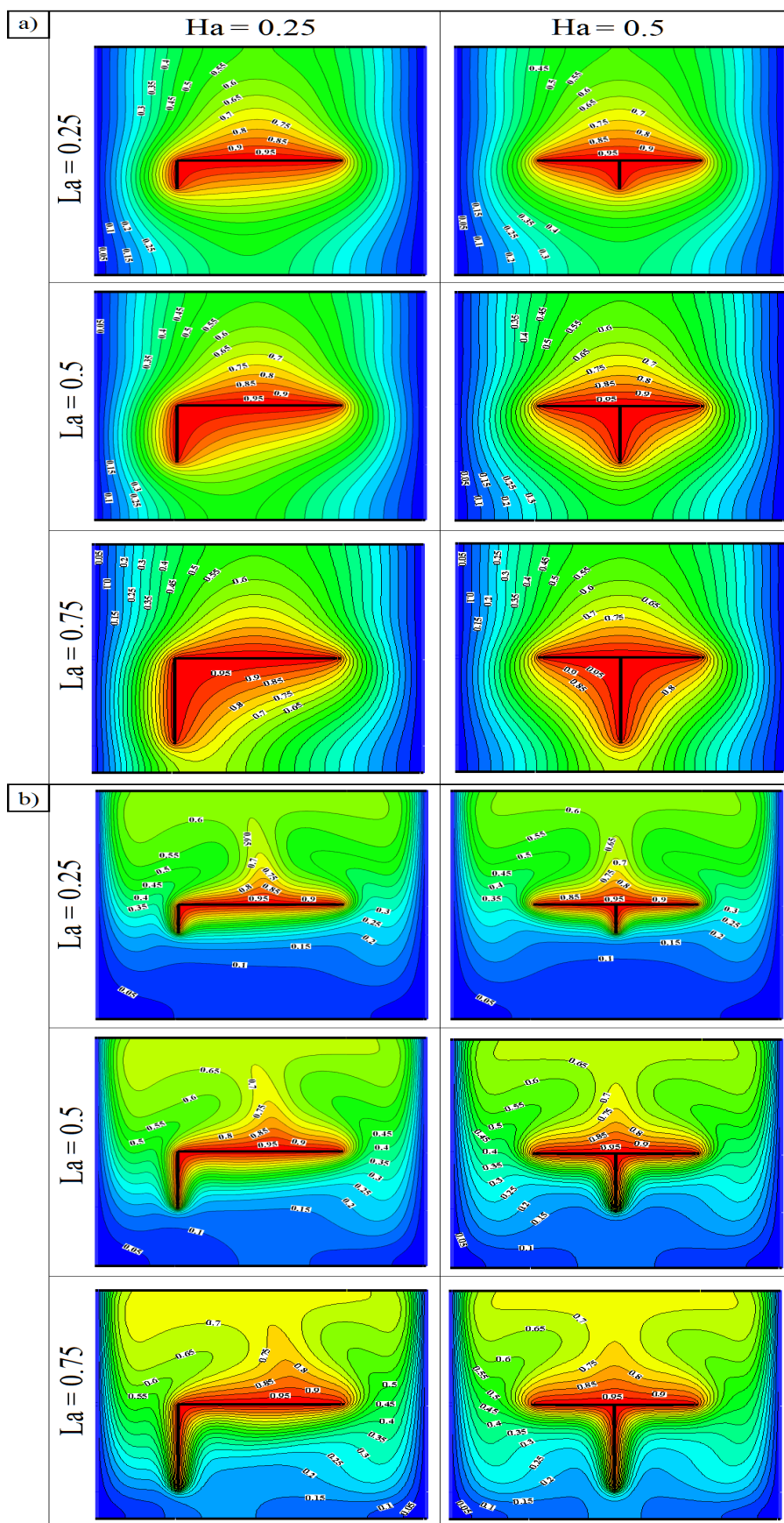


FIGURE 3.15 – Lignes d’isothermes dans une cavité carrée en présence d’une plaque mince avec une ailette orientée vers le bas ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) : a)  $Ra = 10^4$ , b)  $Ra = 10^6$

Pour l'analyse des transferts thermique dans la cavité, on utilisera le nombre de Nusselt (local ou moyen) qu'on a calculé de la même façon que précédemment.

Les figures (3.16.a)) et (3.16.b)) montrent la variation du nombre de Nusselt local le long de la paroi gauche de l'enceinte pour différentes valeurs de  $H_a$ ,  $L_a$  et pour des régimes d'écoulement définis par  $Ra = 10^4$  et  $Ra = 10^6$ . L'allure des courbes obtenues sont semblables aux cas étudiés précédemment (ailette orientée vers le haut). La présence de cette ailette (surtout pour  $H_a = 0.25$ ) influence plus les échanges sur la partie inférieure de la paroi latérale gauche de l'enceinte. Et à mesure que le nombre de Rayleigh augmente les échanges thermiques sont plus intenses par rapport au cas sans ailette ( $Ra = 10^6$  et  $L_a = 0.75$ ).

Les figures (3.17.a)) et (3.17.b)) représentent le nombre de Nusselt moyen respectivement pour différentes longueurs de l'ailette et différents régimes d'écoulement. On remarque que le transfert de chaleur est proportionnel à la longueur de l'ailette ( $L_a$ ) et inversement proportionnel à sa position sur la plaque ( $H_a$ ). Pour tous les régimes d'écoulement ( $Ra = 10^3$  à  $10^6$ ), déplacer l'ailette vers la droite  $H_a > 0.25$  influence peu les échanges thermiques et le nombre de Nusselt d'une manière générale (pour  $H_a = 0.5$  et  $0.75$  :  $\overline{Nu} = 7$  pour  $Ra = 10^6$ ).

Ces différentes remarques permettent de déduire que la position optimale de l'ailette correspond à  $H_a = 0.25$  ( $\overline{Nu} = 7.392$  pour  $Ra = 10^6$  et  $L_a = 0.75$ ).

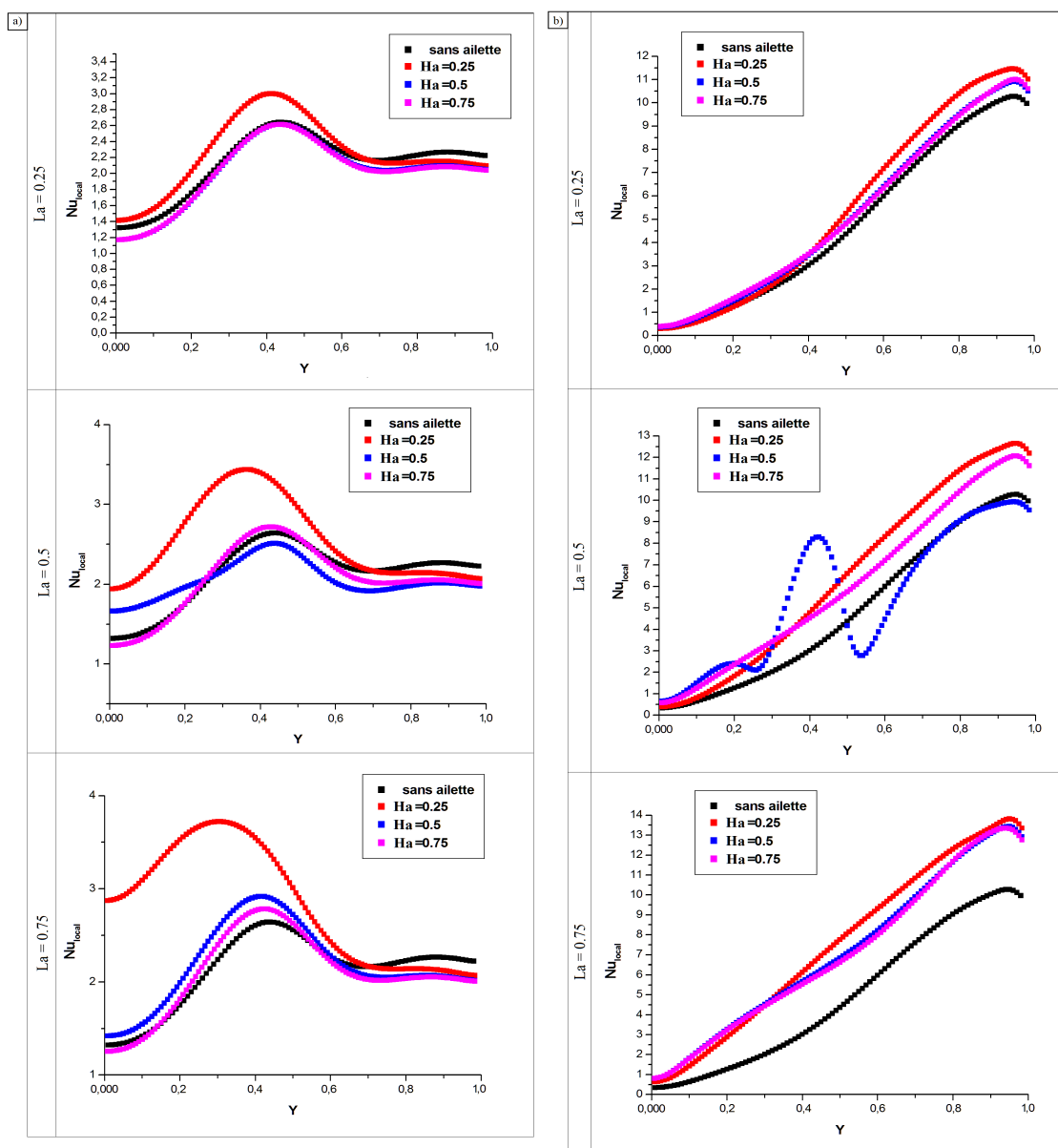


FIGURE 3.16 – Nombre de Nusselt local sur la paroi froide (gauche) de l’enceinte ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) : a)  $Ra = 10^4$ , b)  $Ra = 10^6$

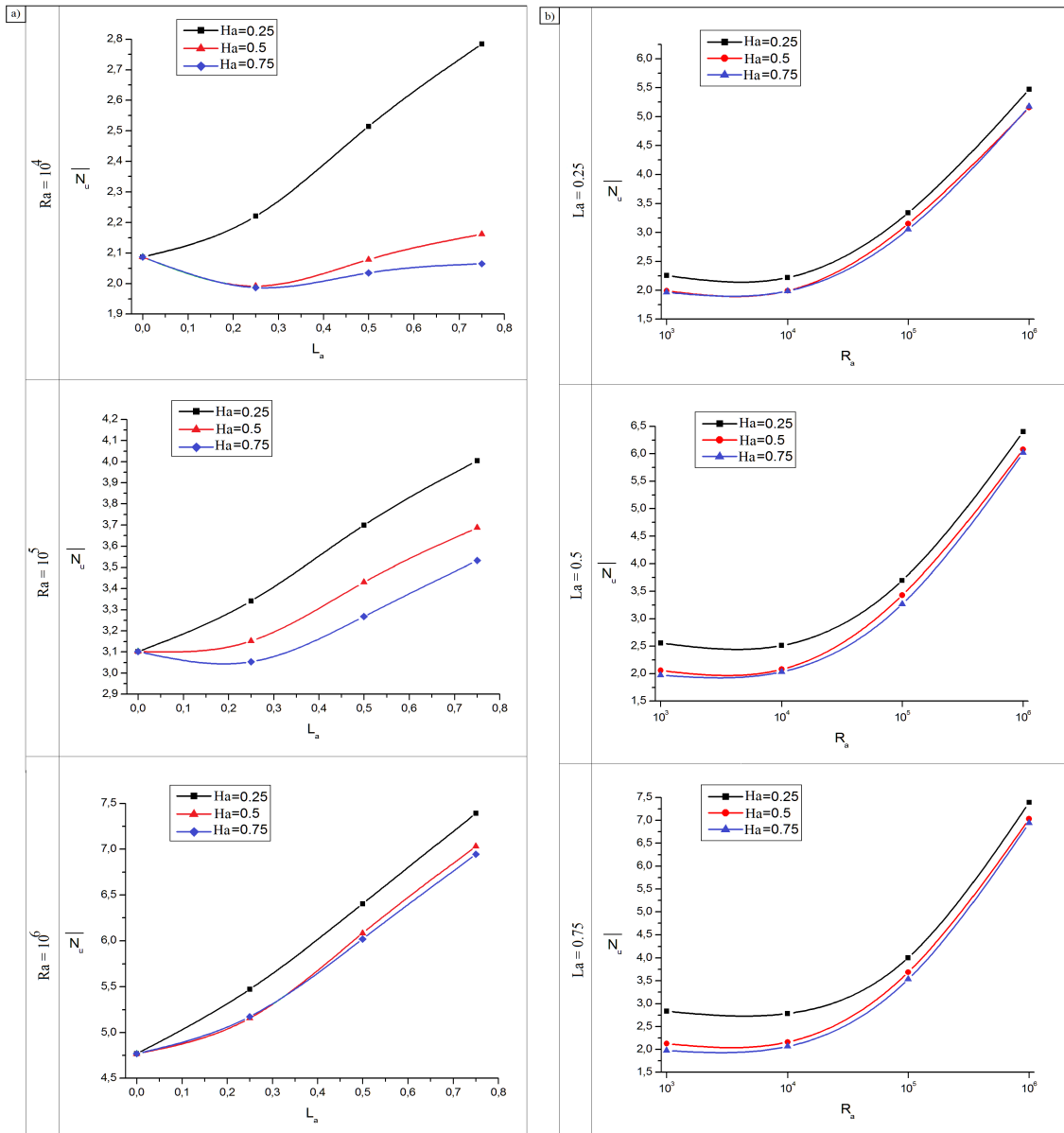


FIGURE 3.17 – Nusselt moyen sur la paroi froide (gauche) de l’enceinte ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) en fonction de : a)  $L_a$  avec  $Ra = cte$ , b)  $Ra$  avec  $L_a = cte$

La figure (3.18) montrant le nombre de Nusselt moyen pour la configuration horizontale avec une ailette orientée vers le haut (3.18.a)) ou orientée vers le bas (3.18.b)), met en évidence l’importance du régime d’écoulement ( $Ra$ ). Ainsi, pour des nombres de Rayleigh modérés ( $Ra \leq 10^4$ ) le régime de conduction est dominant alors que pour  $Ra > 10^4$  c’est le régime de convection qui domine.

De même qu’on constate la faible influence de l’orientation de l’ailette sur les échanges thermiques pour une ailette de plus en plus petite ( $L_a$  petit).

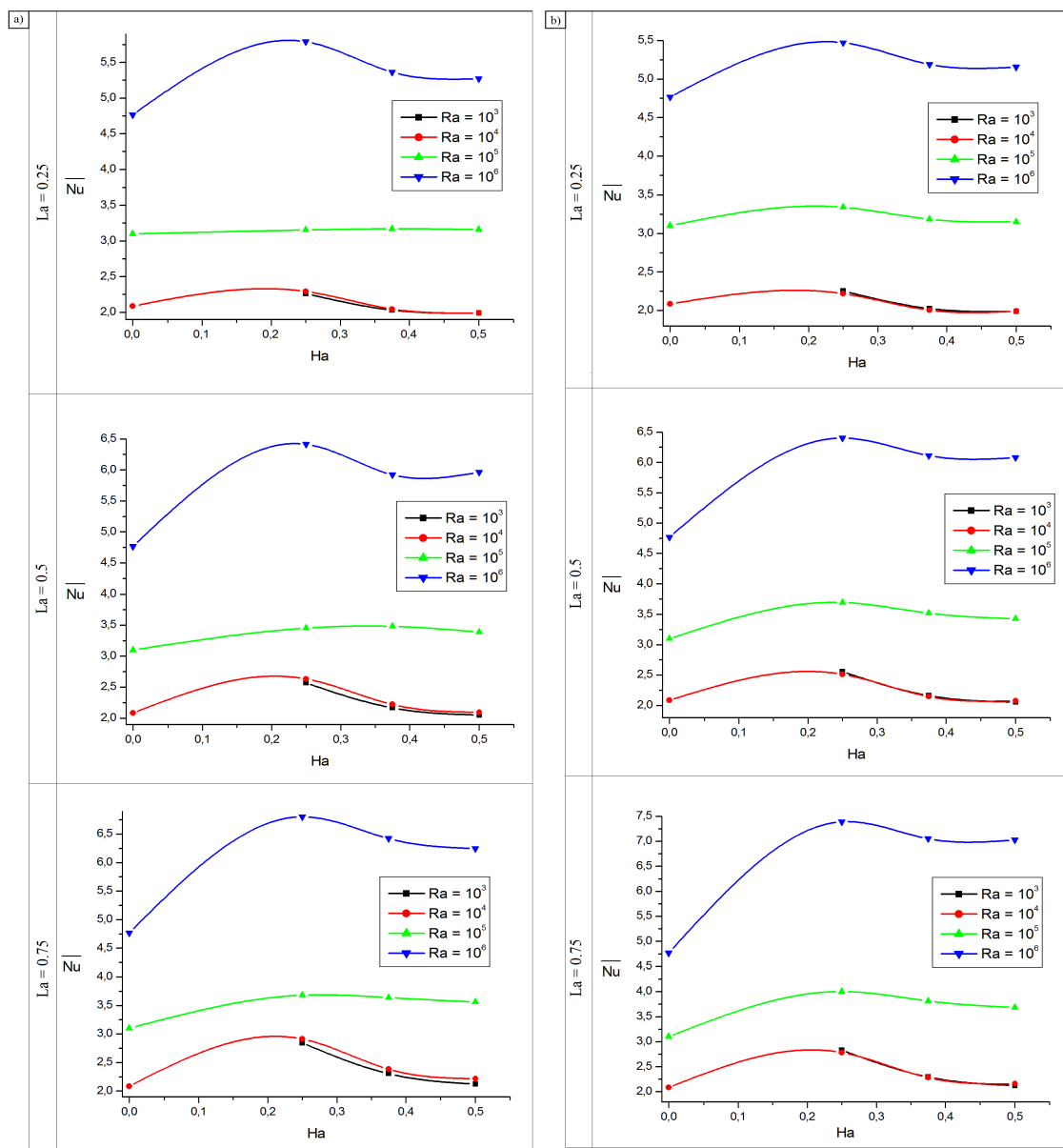


FIGURE 3.18 – Nusselt moyen sur la paroi froide (gauche) de l’enceinte ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) en fonction de la position  $H_a$  : a) ailette orientée vers le haut, b) ailette orientée vers le bas

### 3.3.1.3 Influence du rapport d'aspect (longueur de la plaque mince)

Pour l'étude qui suit, on a considéré un nombre de Rayleigh  $Ra = 10^5$ , une ailette placée sur une plaque mince horizontale pour des rapports ( $L_a = 0.5$ ,  $H_a = 0.5$ ,  $A_1 = 0.5$ ) et on a fait varier le rapport d'aspect  $A$  (longueur de la plaque) :  $A = 0.2$ ,  $A = 0.4$  et  $A = 0.6$ .

Les figures (3.19) et (3.20) représentent les lignes de courant et les lignes d'isothermes pour différentes longueurs de la plaque ( $A$ ) respectivement pour une ailette orientée vers le haut et une ailette orientée vers le bas. Pour les deux orientations de l'ailette, on observe la formation de zones de recirculation dans l'espace confiné, leur nombre augmente à mesure que le rapport  $A$  croît ( $A > 0.2$ ). Ceci est plus nuancé dans le cas où l'ailette est orientée vers le bas. Ce constat est valable pour tous les régimes d'écoulement étudiés (voir Annexe B). La différence entre les deux configurations considérées, réside dans l'apparition de cellules de recirculation. Ces dernières apparaissent dans la partie supérieure de la cavité pour le premier cas, alors que dans le second cas elles prennent naissance dans la partie médiane de la cavité.

Les lignes d'isothermes dans la cavité montrent le comportement symétrique du phénomène pour tous les régimes d'écoulement étudiés. Le phénomène de stratification thermique est aussi observé surtout pour des rapports d'aspect ( $A$ ) de plus en plus grand. De la même façon, le panache thermique apparaît et s'accroît à mesure que le rapport  $A$  devient important.



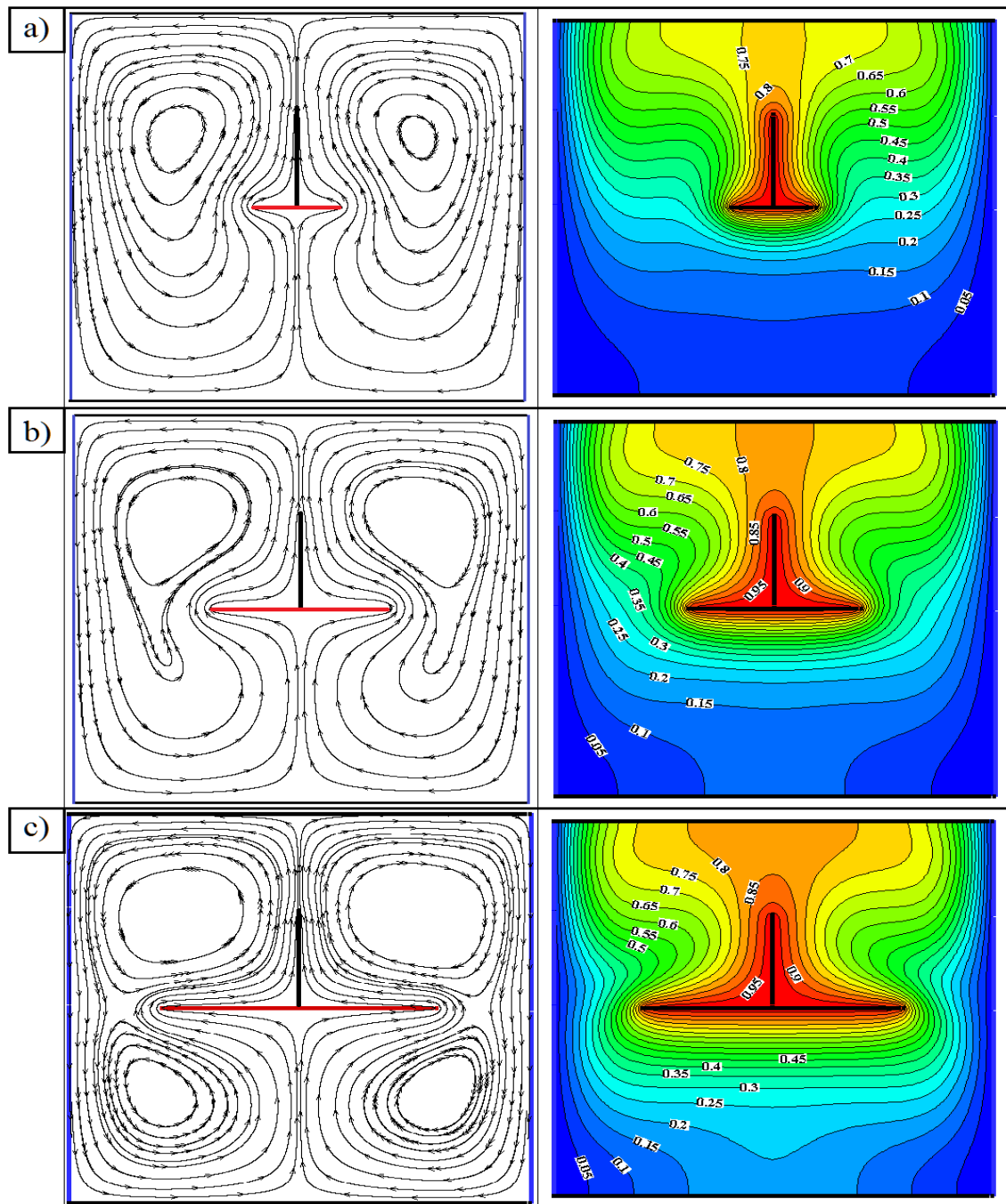


FIGURE 3.19 – Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans le cas d'une ailette orientée vers le haut, ( $A_1 = 0.5$  et  $Ra = 10^5$ ) : a)  $A = 0.2$ ; b)  $A = 0.4$ , c)  $A = 0.6$

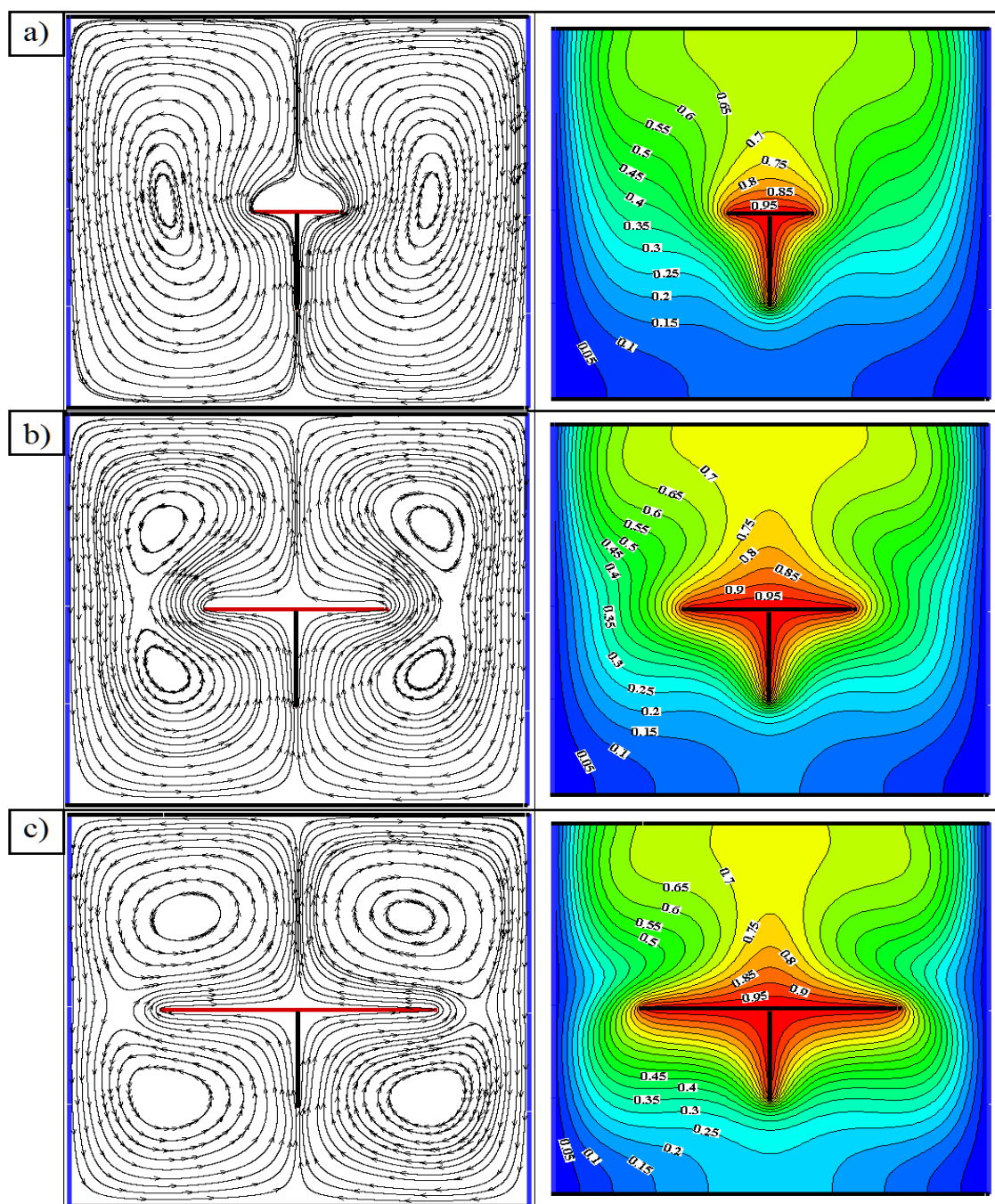


FIGURE 3.20 – Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans le cas d'une ailette orientée vers le bas, ( $A_1 = 0.5$  et  $Ra = 10^5$ ) : a)  $A = 0.2$ ; b)  $A = 0.4$  et c)  $A = 0.6$

La figure (3.21) représente le nombre de Nusselt moyen sur la paroi gauche de l'enceinte selon les deux orientations de l'ailette pour les mêmes paramètres déjà considérés ( $L_a = 0.5$ ,  $H_a = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ).

D'après cette figure, on constate qu'à partir d'une certaine longueur de la plaque ( $A > 0.4$ ) l'orientation de l'ailette n'a pas un effet significatif sur les transferts thermiques (ailette vers le bas :  $\overline{Nu} = 3.671$ ; ailette vers le haut  $\overline{Nu} = 3.657$ ). Par contre pour un rapport d'aspect  $A \leq 0.4$ , orienter l'ailette vers le bas induit un meilleur transfert de chaleur sur la paroi verticale de l'enceinte.

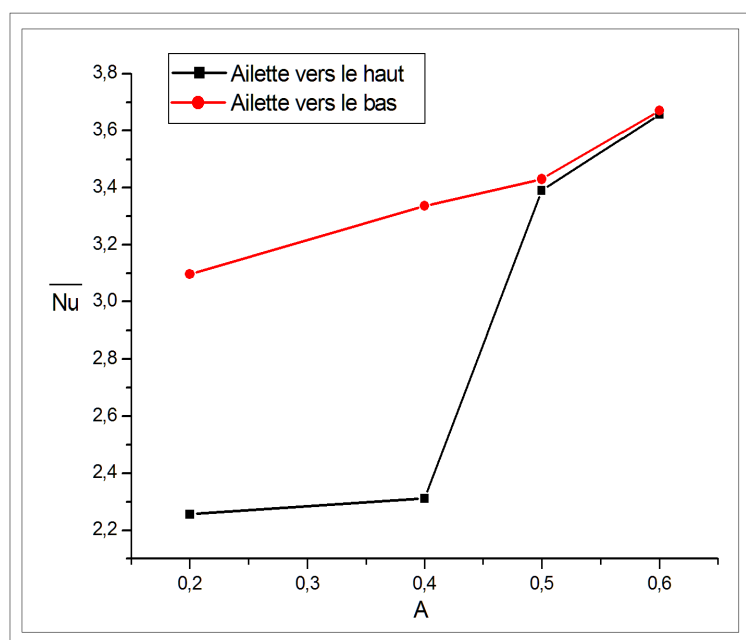


FIGURE 3.21 – Nombre de Nusselt moyen sur la paroi gauche de la cavité ( $L_a = 0.5$ ,  $H_a = 0.5$  et  $Ra = 10^5$ ) pour une ailette orientée; noir : vers le haut et rouge : vers le bas

### 3.3.2 Plaque mince verticale avec une ailette

On se placera dans le cas d'une plaque mince ailettée, figure (3.7-(b)), dont les différents paramètres sont :  $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ .

#### 3.3.2.1 Influence du nombre de Rayleigh et des paramètres de l'ailette

Les figures (3.22.a)) et (3.22.b)) montrent les lignes de courant dans le cas de la configuration (b) de la figure (3.7), pour différents rapports  $L_a$  et  $H_a$  avec  $A = 0.5$ ;  $A_2 = 0.5$  et des nombres de Rayleigh de  $Ra = 10^4$  et  $Ra = 10^6$ .

La présence d'une ailette sur la plaque mince chaude placée verticalement dans l'enceinte induit un écoulement dissymétrique pour tous les rapports  $L_a$  et  $H_a$  et pour tous les régimes d'écoulements. Pour les nombres de  $Ra$  petits, le mécanisme de transfert par conduction est dominant, ce qui justifie l'obtention d'une structure d'écoulement formée par une cellule concentrique dans la partie droite de l'enceinte. Cette concentricité est perdue avec l'accélération du régime ( $Ra$ ) induisant un écoulement convectif stable à partir  $Ra = 10^6$ . Ces observations sont constatées quelque soit la position et la longueur de l'ailette. L'augmentation du régime thermique convectif ( $Ra$ ) fait intensifier la recirculation du fluide engendrant une restructuration de l'écoulement.

Les figures (3.23.a)) et (3.23.b)) montrent les lignes d'isothermes dans la cavité (configuration (3.7-(b))) pour les même paramètres déjà cités au dessus.

Le gradient de température est de plus en plus important sur le côté supérieur des murs latéraux et sur la face libre de la plaque mince chaude dépourvue d'ailette. Cette observation est obtenue par [11] pour une plaque mince chaude dépourvue d'ailette est placée verticalement dans l'enceinte. Lorsque l'ailette est placée plus près de la paroi adiabatique inférieure, le gradient de température est moins important.

A partir d'un nombre de Rayleigh de  $Ra = 10^5$ , un panache thermique ascendant se forme et s'accroît à mesure que le régime d'écoulement s'accélère ( $Ra = 10^6$ ), mettant en évidence la dominance du régime convectif. La symétrie du panache ascendant est perdue, à mesure que l'ailette est déplacée vers le haut ou encore en augmentant sa longueur.

Un phénomène de stratification thermique apparaît pour des régimes d'écoulement de plus en plus accélérés  $Ra \geq 10^5$ . Ce phénomène est observé de part et d'autre de la plaque et surtout au dessous de l'ailette ( $H_a = 0.75$ ). On notera que sur l'autre face libre de la plaque mince, les isothermes sont semblables à celles obtenues par [11]. Cette stratification

des isothermes est due à l'importante influence du mécanisme de convection sur le transfert thermique dans ce cas de configuration pour des nombres de Rayleigh élevés.

□ **Variation du nombre de Nusselt local**

Le nombre de Nusselt local le long des deux parois froides (gauche et droite) de l'enceinte est définis comme suit :

- Pour la paroi froide gauche de l'enceinte :

$$Nu_Y = - \left. \frac{\partial T}{\partial X} \right|_{X=0} \quad (3.2)$$

- Pour la paroi froide droite de l'enceinte :

$$Nu_Y = - \left. \frac{\partial T}{\partial X} \right|_{X=1} \quad (3.3)$$

Les figures montrant l'évolution du nombre de Nusselt local sur les différentes parois de l'enceinte sont en Annexe (Annexe B).

Les courbes obtenues ont la même allure que celles correspondant à la plaque mince horizontale munie d'ailette placée dans la cavité carrée ( $A = 0.5$ , et  $A_1 = 0.5$ ).

Pour différents nombres de Rayleigh, les courbes du nombre de Nusselt local le long des parois froides, pour les différentes positions et différentes longueurs de l'ailette sont au dessous de celles où la plaque mince est dépourvue d'ailette (courbe noir).

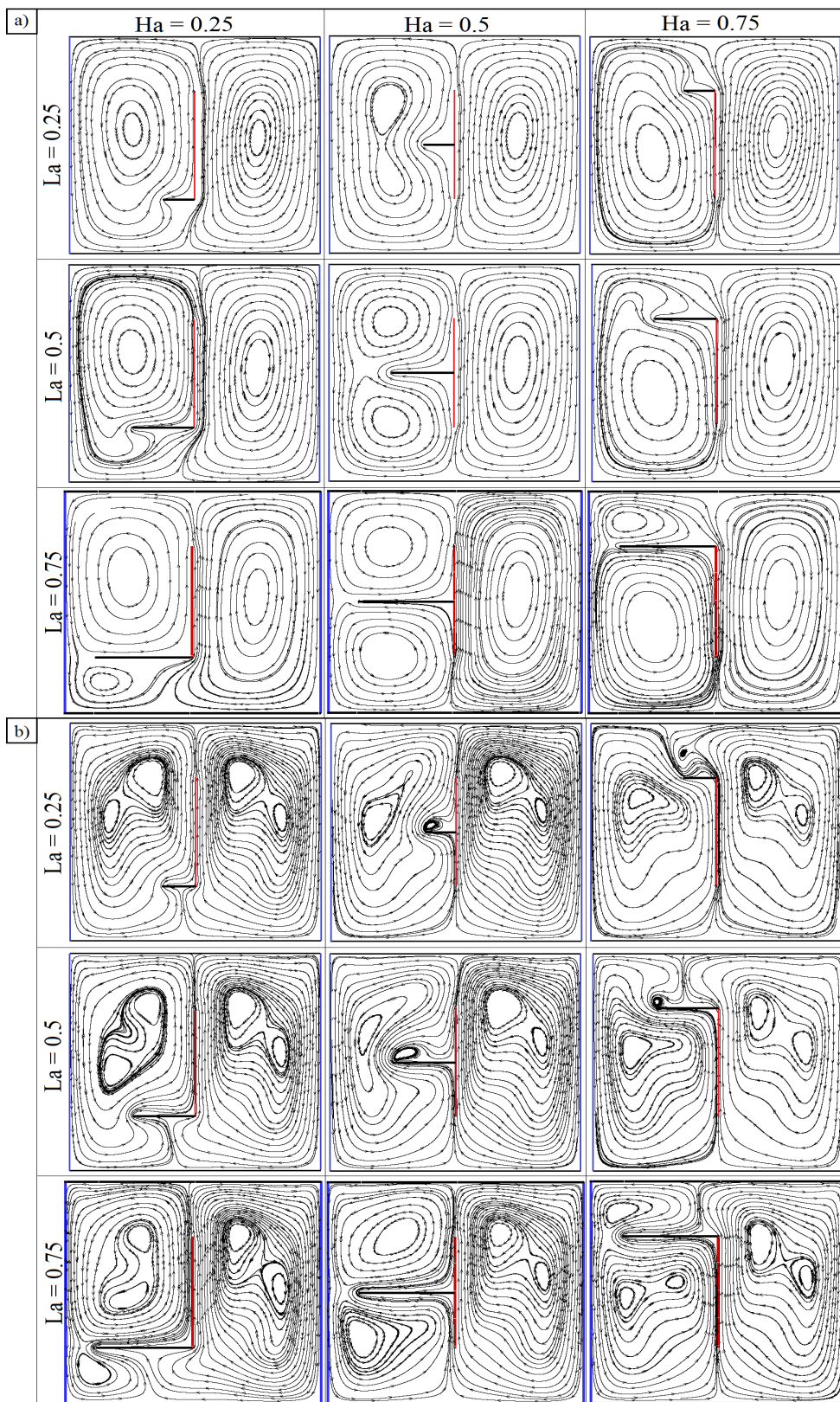


FIGURE 3.22 – Influence de la longueur de l’ailette sur les lignes de courant dans la cavité carrée avec ( $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ ) : a)  $Ra = 10^4$  b)  $Ra = 10^6$

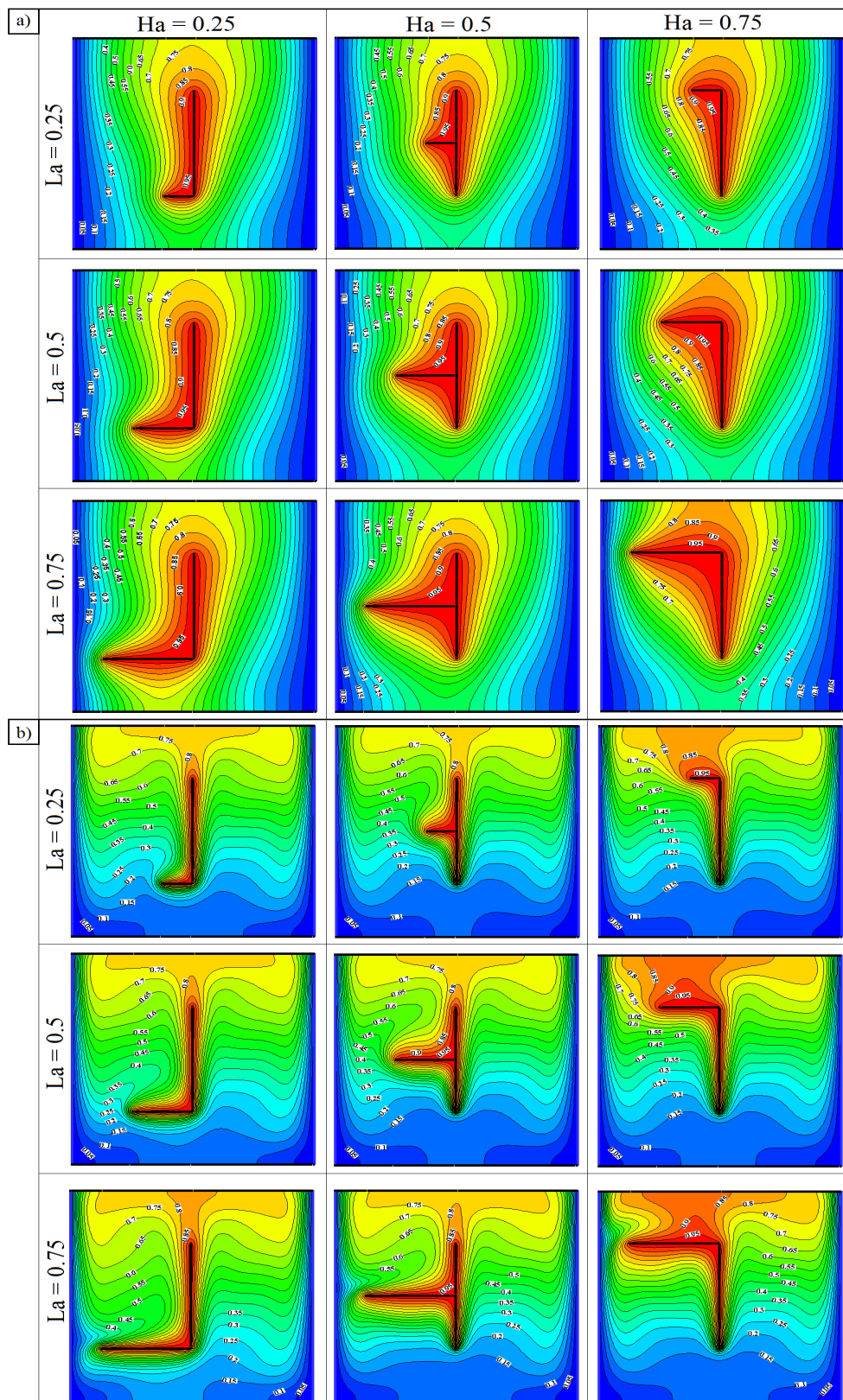


FIGURE 3.23 – Influence du rapport  $L_a$  sur les lignes d’isotherme dans une cavité pour ( $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ ) : a)  $Ra = 10^4$  b)  $Ra = 10^6$

□ **Variation du nombre de Nusselt moyen**

Le nombre de Nusselt moyen est calculé en intégrant le nombre de Nusselt local le long de la paroi latérale de l'enceinte gauche (ou droite), comme suit :

$$\overline{Nu} = \int_0^1 Nu_Y \Big|_{X=0} dX \quad (3.4)$$

$$\overline{Nu} = \int_0^1 Nu_Y \Big|_{X=1} dX \quad (3.5)$$

La figure (3.24) montre que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'allongement de l'ailette, et cela quelque soit sa position sur la plaque mince et quelque soit le régime imposé ( $Ra$ ).

Pour  $Ra = 10^4$ , les deux positions de l'ailette ( $H_a = 0.25$  et  $H_a = 0.75$ ) donnent presque un transfert thermique similaire quand leur allongement est entre  $0 < L_a < 0.25$  pour la paroi latérale gauche de l'enceinte. Quand l'allongement  $L_a \geq 0.25$  la position  $H_a = 0.75$  favorise l'échange thermique.

Pour une position de l'ailette  $H_a = 0.5$  et une longueur petite ( $L_a \leq 0.25$ ), le nombre de Nusselt moyen est semblable à celui obtenu par [11] (plaque mince verticale sans ailette).

Pour  $Ra = 10^5$ , c'est la position  $H_a = 0.25$  qui donne un nombre de Nusselt moyen optimal, cela est constaté quelque soit l'allongement de l'ailette.

Pour  $Ra = 10^6$ , la position  $H_a = 0.75$  offre un nombre de Nusselt moyen optimal sur la paroi gauche ( $L_a \leq 0.45$ ), alors que pour la paroi droite la position  $H_a = 0.25$  favorise le transfert quelque soit  $L_a$

Sur les deux parois froides latérales de l'enceinte, l'échange thermique est proportionnel au régime imposé pour les trois positions de l'ailette. Par contre, la position  $H_a = 0.25$  correspond au nombre de Nusselt moyen le plus optimal et qui augmente avec l'allongement de l'ailette. Le tableau ci-dessous présente un exemple de nombre de Nusselt moyen optimal obtenu sur les deux parois latérales pour une position de l'ailette  $H_a = 0.25$ , d'allongement  $L_a = 0.75$  et pour différents régimes d'écoulement.



$Ra$	$\overline{Nu}_G$	$\overline{Nu}_D$
$10^4$	3.066	1.976
$10^5$	4.821	4.072
$10^6$	7.754	7.461

TABLE 3.3 – Exemple du Nombre de Nusselt moyen optimal sur les deux parois latérales froides

La figure (3.25) montre qu'à mesure que l'ailette s'allonge, l'échange thermique est meilleur pour tous les régimes d'écoulement. De même que la pente  $H_a = 0.25$  donne des nombres de Nusselt meilleurs, ceci est d'autant plus nuancé que le nombre de Rayleigh ( $Ra$ ) est grand.

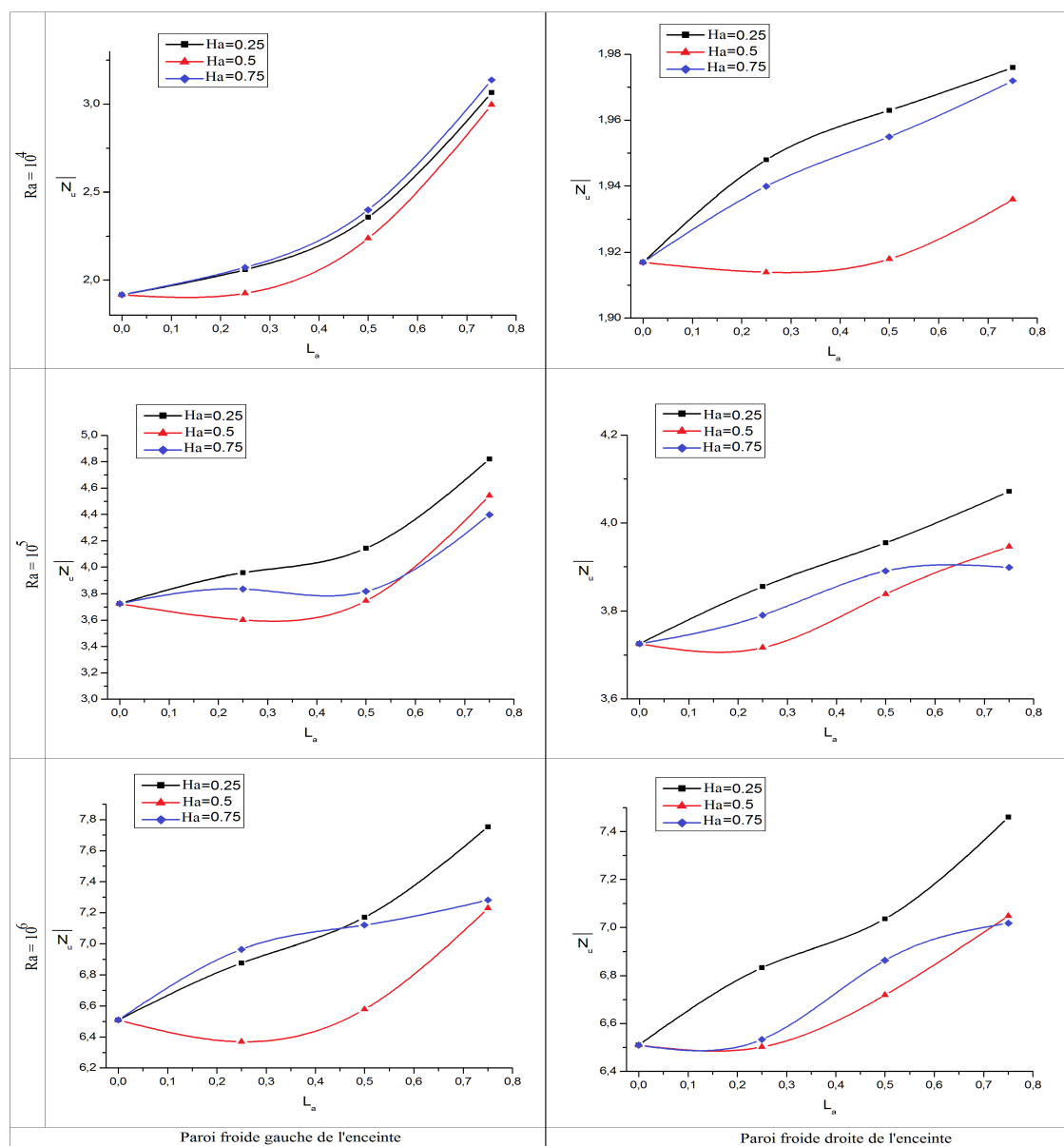


FIGURE 3.24 – Nusselt moyen sur les parois froides (gauche et droite) de l'enceinte en présence d'une plaque mince munie d'une ailette ( $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ ) en fonction de la longueur  $L_a$

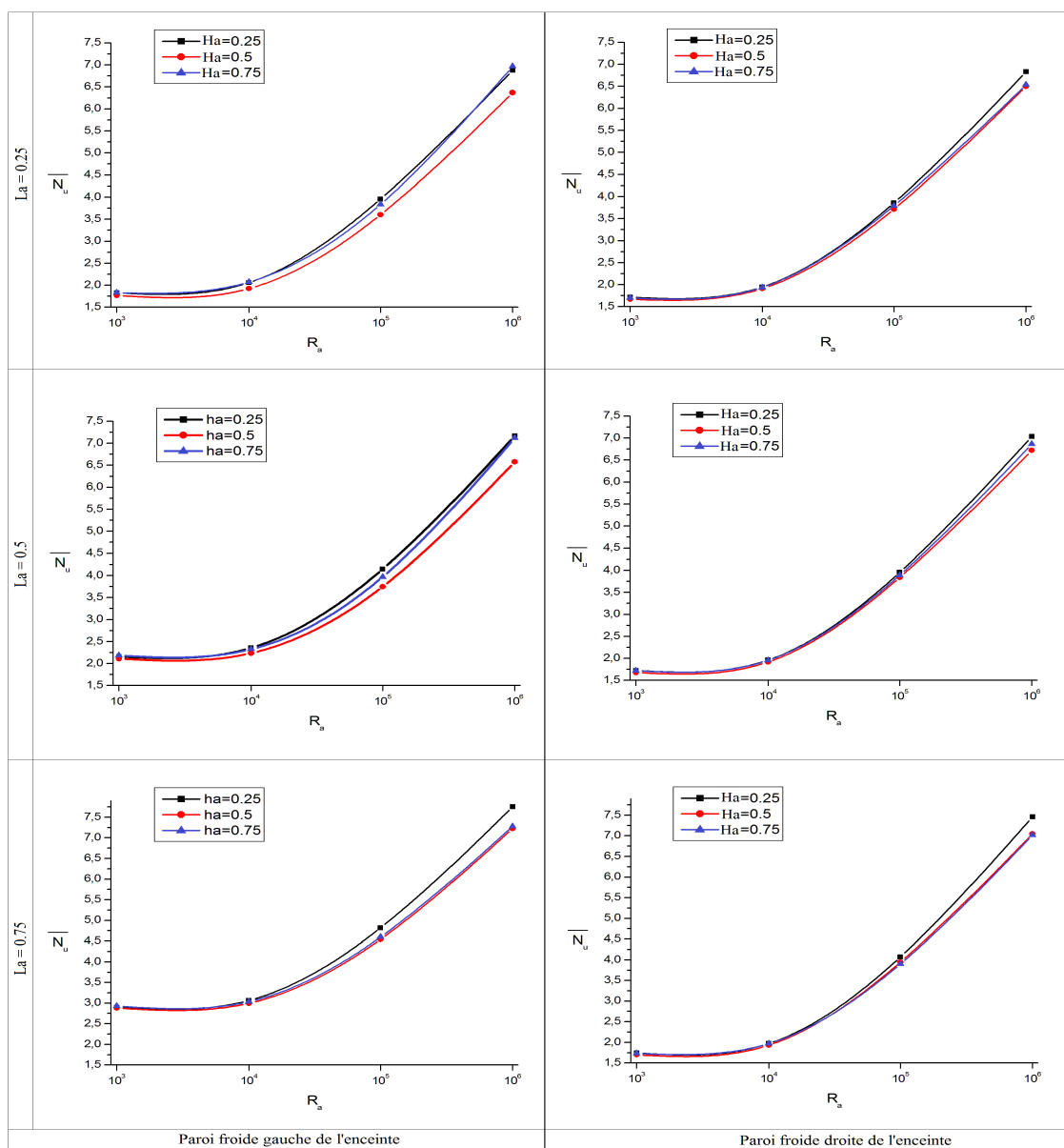


FIGURE 3.25 – Nusselt moyen sur les parois froides (gauche et droite) de l'enceinte en présence d'une plaque mince munie d'une ailette ( $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ ) en fonction du nombre de Rayleigh

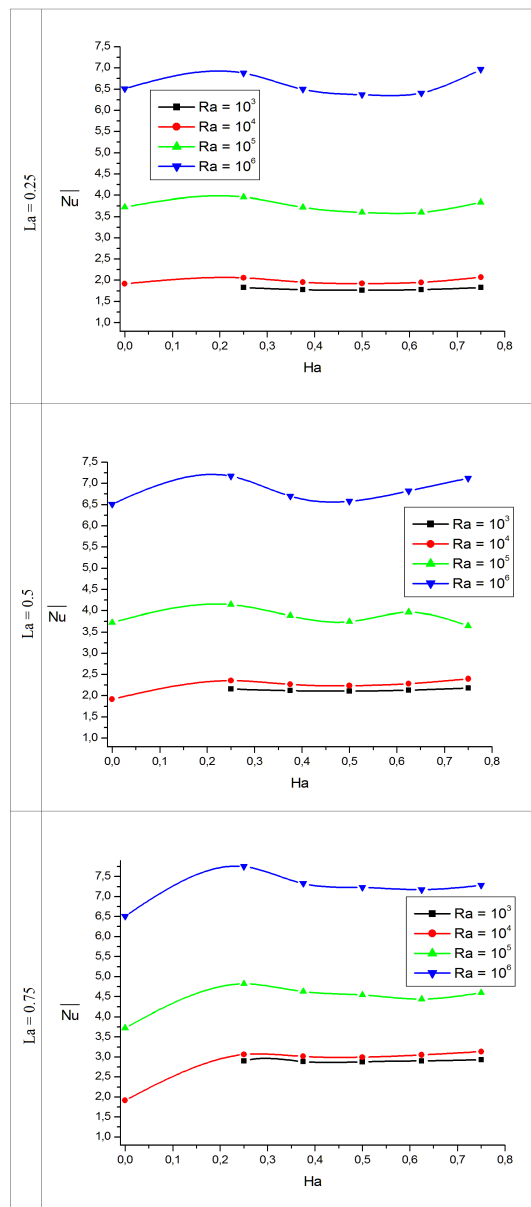


FIGURE 3.26 – Nusselt moyen sur la paroi froide (gauche) de l'enceinte ( $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ ) en fonction de la position  $H_a$

La figure ci-contre montrant le nombre de Nusselt moyen, met en évidence l'influence du régime d'écoulement sur les échanges thermiques.

Pour  $Ra \leq 10^4$ , le régime dominant est celui de transfert par conduction alors que pour  $Ra > 10^4$  c'est le régime de convection qui prend le dessus. Le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du nombre de  $Ra$ . De même qu'il augmente avec l'allongement de l'ailette.

### 3.3.2.2 Influence du rapport d'aspect $A$ (longueur de la plaque)

Dans cette partie de l'étude, on a considéré un nombre de Rayleigh de  $10^5$  avec des rapports caractéristiques :  $L_a = 0.5$ ;  $H_a = 0.5$ ;  $A_2 = 0.5$  et on a fait varier le rapport d'aspect (longueur de la plaque) de  $A = 0.2$  à  $A = 0.6$ .

La figure (3.27) représente les lignes de courant et les lignes d'isothermes pour différentes longueurs de la plaque ( $A$ ) dans le cas d'une plaque verticale. On observe la formation de zones de recirculation de part et d'autre de l'aillette à mesure que le rapport  $A$  augmente et d'une zone sur le dos de la plaque. L'analyse des lignes d'isothermes, montre la formation d'un panache thermique s'accroissant à mesure que le rapport ( $A$ ) devient important.

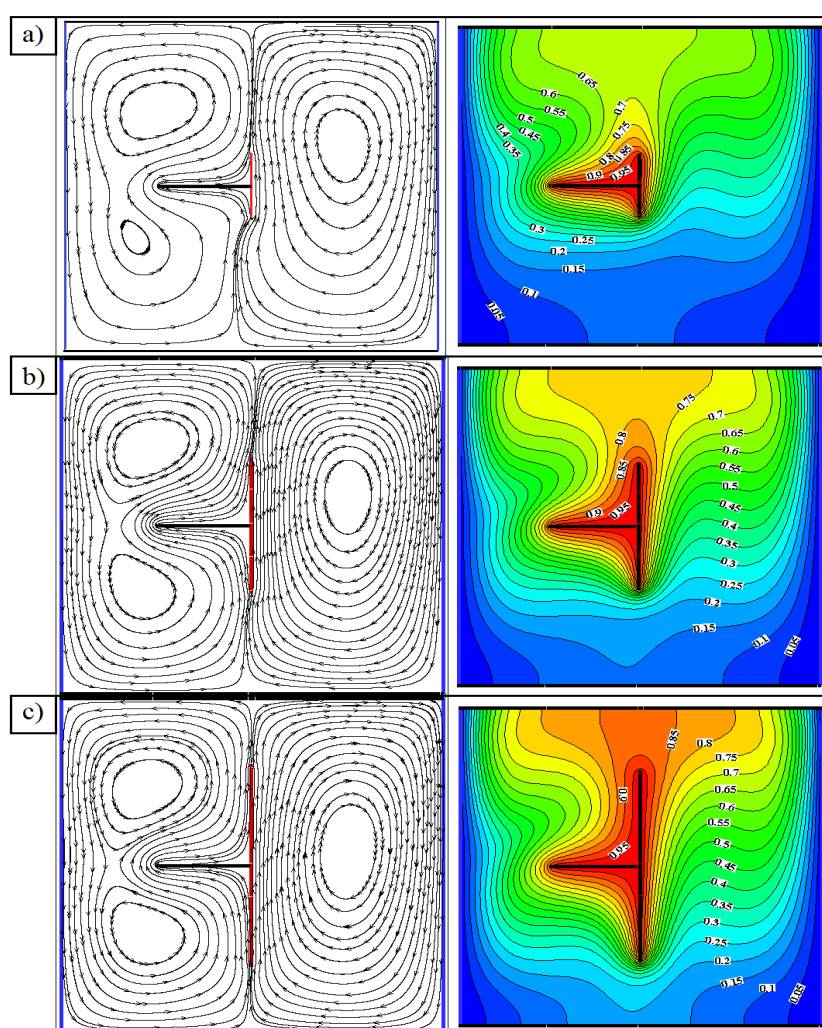


FIGURE 3.27 – Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans le cas d'une plaque verticale, ( $A_2 = 0.5$  et  $Ra = 10^5$ ). a)  $A = 0.2$ ; b)  $A = 0.4$  et c)  $A = 0.6$

L'analyse du nombre de Nusselt moyen sur les parois verticales de l'enceinte, comme montré sur la figure (3.28), indique une proportionnalité entre les transferts thermiques et le rapport d'aspect dans les deux cas.

Cependant, on remarquera que ce transfert de chaleur est plus nuancé sur la paroi droite, phénomène qui est inversé dans le cas où l'ailette change de direction (vers la droite).

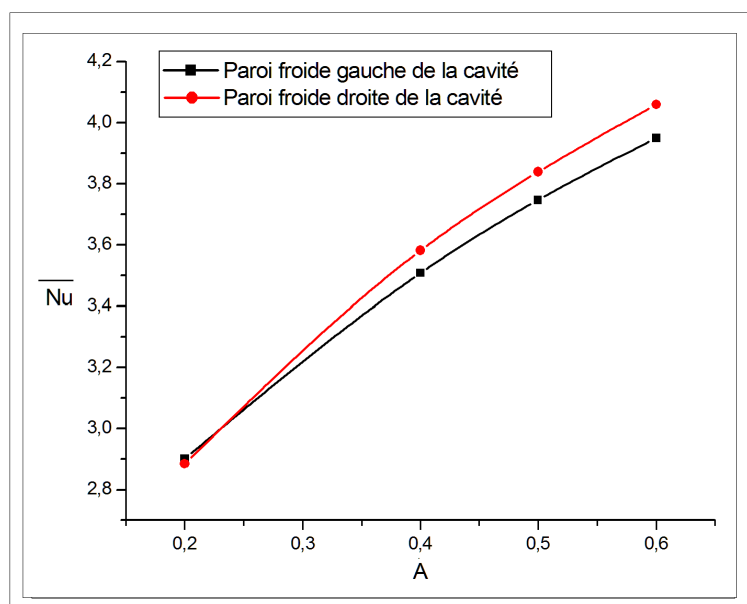


FIGURE 3.28 – Influence du rapport d'aspect ( $A$ ) sur le nombre de Nusselt moyen estimé sur les deux parois verticales de l'enceinte ( $A_2 = 0.5$ ;  $L_a = 0.5$ ;  $H_a = 0.5$  et  $Ra = 10^5$ )

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés aux principaux résultats de simulation pour le cas d'une cavité carrée en présence d'une plaque mince chaude munie d'une ailette. On a analysé l'influence de certains paramètres sur l'échange thermique aux parois froides de l'enceinte et on a pu voir que les paramètres géométriques associés à l'ailette à savoir ; sa longueur, son orientation ainsi que sa position sur la plaque mince chaude influent sur la qualité de l'échange thermique dans l'enceinte. A ce titre, augmenter l'allongement de l'ailette fait améliorer l'échange thermique quelque soit sa position et un nombre de Nusselt moyen optimal est enregistré. Comme dans l'étude faite par [11], la position verticale de la plaque mince reste la meilleure en qualité d'échange thermique, ainsi, placer une ailette de position  $Ha = 0.25$  donne un nombre de Nusselt moyen le plus optimal qu'on a pu obtenir durant toute notre étude. Dans le cas de la position horizontale de la plaque mince, orienter une ailette vers le bas est plus favorable aux échanges thermiques que celle vers le haut. Par ailleurs, la convection naturelle est évidemment très sensible à la variation du régime d'écoulement tel que, l'augmentation du nombre de Rayleigh est une conséquence directe sur l'amélioration de l'échange thermique dans l'enceinte.

*Cherchons comme cherchent ceux qui doivent trouver  
et trouvons comme trouvent ceux qui doivent chercher  
encore. Car il est écrit : celui qui est arrivé au terme  
ne fait que commencer.*

[Saint Augustin]

---

## CONCLUSION GÉNÉRALE

Vu son importance dans de nombreuses applications industrielles, la convection dans les espaces confinés (cavités) a poussé un très grand nombre de chercheurs à investir ce domaine tant théoriquement, expérimentalement que numériquement.

Cet intérêt nous a motivé pour modéliser et simuler un système de refroidissement par plaque mince munie d'une ailette, confinée dans un espace (ou cavité rectangulaire) en régime de convection naturelle. Cette investigation est dictée par le besoin de comprendre les mécanismes qui régissent ce type d'écoulement d'une part, et cerner les facteurs influents directement sur les échanges thermiques d'autres part. La configuration étudiée est celle d'une cavité carrée en présence d'une plaque mince chauffante horizontale ou verticale, pourvue d'une ailette. Les parois verticales de la cavité sont considérées isotherme (température constante), alors que les parois horizontales sont isolées (adiabatiques).

Les équations gouvernantes sont basées sur l'approximation de Boussinesq et la résolution numérique est basée sur la discrétisation par la méthode des volumes finis.

Après une validation portant sur le cas d'une plaque mince dépourvue d'ailettes, correspondant au travail mené par Oztop [11], on a introduit une ailette sur la plaque chauffante. Par la suite, une étude paramétrique est menée en se basant sur l'influence du régime d'écoulement, le rapport d'aspect géométrique de la plaque mince, celui de l'ailette ainsi que sa position sur les transferts de chaleur sur les parois de la cavité.

Les différents résultats obtenus montrent que la présence d'une seule ailette sur la plaque mince améliore toujours le transfert de chaleur, comparativement au cas d'une plaque seule, d'environ :



- 43% (position horizontale de la plaque + ailette orientée vers le haut).
- 55% (position horizontale de la plaque + ailette orientée vers le bas).
- 20% (position verticale de la plaque).

Cette amélioration est aussi observée si on étire (allonge) l'ailette ou encore à régime d'écoulement modéré. Enfin, la position de la plaque mince dans l'enceinte ainsi que l'orientation de l'ailette influencent aussi le nombre de Nusselt moyen sur les parois froides tel que :

- Suivant l'orientation de l'ailette (vers le haut ou vers le bas) : le transfert thermique est amélioré d'environ 8.61% (ailette vers le bas).
- Suivant la position de la plaque placée verticalement dans l'enceinte : le transfert thermique est amélioré d'environ 14% (par rapport à la plaque horizontale + ailette vers le haut) et d'environ 5% (par rapport à la plaque horizontale + ailette vers le bas).

En perspective, il nous semble intéressant de mener des études en 3D et en régime d'écoulement turbulent pour compléter l'investigation.

Comme il conviendra aussi de considérer d'autres formes d'ailettes, et tenir compte de la variation des propriétés thermophysiques du fluide en fonction de la température.

Il sera également possible d'étudier le cas d'un écoulement en présence d'un flux magnétique : magnétohydrodynamique.

---

# BIBLIOGRAPHIE

- [1] Oshima Y., "*Experimental studies of free convection in a rectangular cavity*". J. of Phys, Soc. Japan, Vol.30, pp. 872-882 (1971).
- [2] De Vahl Davis G., "*Natural convection of air in a square cavity : a benchmark numerical solution*". Int. J. for Numerical Methods in Fluids, vol. 3,pp. 249-264, (1983).
- [3] Le Quéré P., "*Accurate solutions to the square thermally driven cavity at high Rayleigh number*". Compus. Fluids 20, pp 29-42, (1991).
- [4] Tian Y. S. et Karayiannis T. G., "*Low turbulence natural convection in an air filled square cavity*". Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 43,p. 849-886. (2000).
- [5] Eckert E. R. G. et Carlson W. O., "*Natural convection in an air layer enclosed between two vertical plates with different temperature*". Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 2, pp.106-120, (2006).
- [6] Mc Adams W. H., "*Transmission de la chaleur*". Dunod. (1961).
- [7] Churchill S. W. et Chu H. H. S., "*Correlating équations for laminar and turbulent free convection from a vertical plate*". Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 18, pp 1323, (1975).
- [8] Huetz J. et Petit J. P., "*Notions de transfert thermique par convection*". Techniques de l'ingenieur, ref A1540.
- [9] Seiki N., Fukusako S. et Inaba H., "*Visual observation of natural convection flows in a narrow vertical cavity*". J. Fluid Mech, Vol. 84,pp. 695-704 (1978).
- [10] Oleg G., Martynenko et Pavel P. Khramtsov., "*Free-convective heat transfer*". Springer Berlin Heidelberg New York, (2005). Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 18,pp. 1333-1336, (1975).
- [11] Oztop H. F., Dagtekin I. et Bahloul A., "*Comparison of position of a heated thin plate located in a cavity for natural convection*". Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 31,No. 1, pp. 121-132, (2004).
- [12] Ataç Zekeriya et Konrat Seda., "*Natural convection heat transfer from a thin horizontal isothermal plate in air-filled rectangular enclosures*". J. of Thermal Science and Technology, 1st Bilimi ve Tekniği Dergisi, 29, 1, 55-65, (2009).
- [13] Bilgen E., "*Natural convection in cavities with a thin fin on the hot wall*". International Journal of Heat and Mass Transfer, 48, 3493-3505, (2005).
- [14] Nada S. A., "*Natural convection heat transfer in horizontal and vertical closed narrow enclosures with heated rectangular finned base plate*". International Journal of Heat and Mass Transfer, 50, 667-679, (2007).

- [15] Saravanan S., Abdul Hakeem A. K., Kandaswamy P. et Lee J., "*Buoyancy convection in a cavity with mutually orthogonal heated plates*". An International Journal Computers and Mathematics with Applications 55, 2903-2912, (2008).
- [16] Benseghir C., "*Etude de la convection naturelle dans une cavité ayant une paroi ailettée*". Mémoire de magister en mécanique, Université de Batna, Algérie (2009).
- [17] Dumas G., "*Simulation par éléments finis d'écoulements bi-dimensionnels avec transfert thermique*". Thèse de maîtrise (M.Sc.), Génie Mécanique, Université Laval, Québec, (1985).
- [18] Zhong Z. Y., Yang K. T. et Lloyd J. R., "*Variable property effects in laminar natural convection in a square enclosure*". J. Heat Transfer, Transactions of the ASME, Vol. 107,pp. 103-138, (1985).

---

---

# ANNEXE A

---

## MÉTHODE NUMÉRIQUE : MÉTHODE DES VOLUMES FINIS

A.1	Principe de la méthode des volumes finis . . . . .	66
A.2	Maillage . . . . .	66
A.3	La discrétisation . . . . .	67
A.3.1	Discrétisations des différents termes de l'équation de transport . . . . .	68
A.3.2	Schéma hybride (HDS) . . . . .	70
A.3.3	Discrétisation de l'équation de Poisson . . . . .	71
A.4	Calcul de l'écoulement . . . . .	72
A.4.1	Algorithme SIMPLE . . . . .	72
A.4.2	Méthode de résolution . . . . .	73

Dans cette annexe, un exemple de discrétisation des équations gouvernantes (équations dynamiques, thermiques et les conditions aux limites) ainsi que les équations relatives à la technique de résolution par la méthode des volumes finis, le choix du maillage sont également présentés.

## A.1 Principe de la méthode des volumes finis

Dans la simulation par la méthode des volumes finis, le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volumes de contrôle ( $V_c$ ). La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles, décrites précédemment, sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers (volume de contrôle) contenant un nœud dit : "nœud principal". Un exemple de volume de contrôle est montré dans la figure (A.1). Pour un nœud principal ( $P'$ ), les points E et W (E : Est, W : West (Ouest)) sont des voisins dans la direction X, tandis que N et S (N : Nord, S : sud) sont ceux dans la direction Y. Le volume de contrôle entourant ( $P'$ ) est montré par les lignes discontinues. Les faces du volume de contrôle sont localisées aux points (e) et (w) dans la direction X, (n) et (s) dans la direction Y.

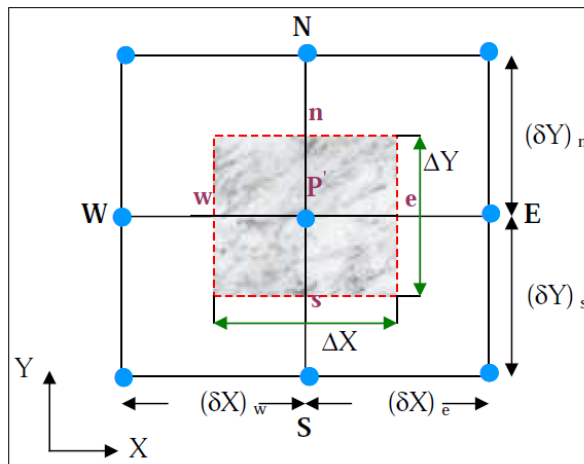


FIGURE A.1 – Volume de contrôle bidimensionnel

## A.2 Maillage

Le maillage est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont l'intersection représente un nœud. La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage constitué d'un réseau de points (nœuds). Ainsi un élément de volume (volume de

contrôle) est défini autour de chaque nœud.

Les grandeurs scalaires (pression, température) sont stockées dans le nœud (P') du maillage, tandis que les grandeurs vectorielles (U et V) sont stockées au milieu des segments reliant les nœuds. L'équation générale de transport est intégrée sur le volume de contrôle associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur le volume de contrôle associé aux composantes de la vitesse.

Le volume de contrôle de la composante longitudinale (U) est décalé suivant la direction (X) par rapport au volume de contrôle principal, celui de la composante transversale (V) est décalé suivant la direction (Y). Ce type de maillage est appelé : "maillage décalé" permet une bonne approximation des flux convectifs et une meilleure évaluation des gradients de pression ainsi qu'une stabilisation numérique de la solution.

La construction des volumes de contrôle et le maillage décalé sont montrés dans le schéma suivant :

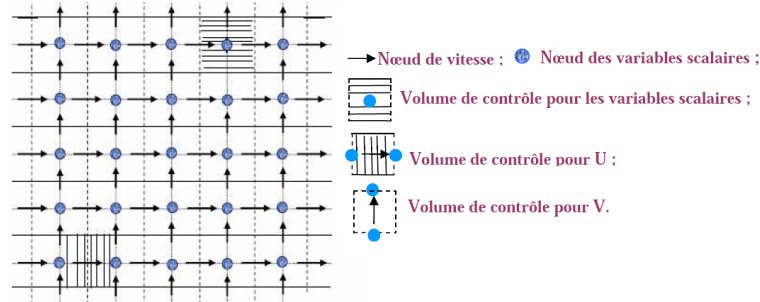


FIGURE A.2 – Schéma représentant le maillage décalé

### A.3 La discrétisation

Les équations de conservations présentées précédemment peuvent être écrites sous une forme commune. Cette formulation permet de ne pas répéter le travail de discrétisation pour chaque équation. Si on note  $\Phi$  la variable étudiée, chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme :

$$\underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \Phi)}_I = \underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right)}_{II} + \underbrace{S_\Phi}_S \quad (\text{A.1})$$

Où,

I : Terme convectif.

II : Terme diffusif.

S : Terme source.

$\Gamma_\Phi$  : Coefficient de diffusion.

Dans notre cas, le tableau suivant résume les valeurs que prend la valeur de  $\Phi$ ,  $\Gamma_\Phi$  et de  $S_\Phi$  dans les différentes équations ;

Grandeur	$\Phi$	$\Gamma_\Phi$	$S_\Phi$
Conservation de masse	1	0	0
Quantité de mouvement selon l'axe ( $x_i$ )	$u_i$	$\nu$	$-\frac{\partial P}{\partial x_i} + g_i \beta (T - T_0)$
Energie	T	$\alpha$	0

L'évaluation des différentes intégrales de l'équation de transport ci-dessous demande que l'on fasse un certain nombre d'approximations de façon à former un système d'équation linéaires reliant entre elles les valeurs de la fonction  $\Phi$  aux points de maillage ( $P'_{i,j}$ ).

$$\int_{V_c} \left[ \frac{\partial}{\partial X} (U\Phi) + \frac{\partial}{\partial Y} (V\Phi) \right] dV_c = \int_{V_c} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right) + S_\Phi \right] dV_c \quad (\text{A.2})$$

Avec ;

$$dV_c = 1 dXdY$$

### A.3.1 Discrétisations des différents termes de l'équation de transport

#### ✦ Terme convectif suivant X

$$\int_{V_c} \left( \frac{\partial U\Phi}{\partial X} \right) dV_c = (U\Phi) \Big|_w^e \Delta Y = \left[ (U\Phi)_e - (U\Phi)_w \right] \Delta Y = (F_e \Phi_e - F_w \Phi_w) \quad (\text{A.3})$$

Avec ;

$$F_e = U_e \Delta Y, F_w = U_w \Delta Y$$

#### ✦ Terme convectif suivant Y

$$\int_{V_c} \left( \frac{\partial V\Phi}{\partial Y} \right) dV_c = (V\Phi) \Big|_s^n \Delta X = \left[ (V\Phi)_n - (V\Phi)_s \right] \Delta X = (F_n \Phi_n - F_s \Phi_s) \quad (\text{A.4})$$

Avec ;

$$F_n = V_n \Delta X, F_s = V_s \Delta X$$

✂ Terme diffusif suivant X

$$\begin{aligned} \int_{V_c} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right) \right] dX dY &= \left( \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right) \Big|_w^e \Delta Y = \left( \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial X} \Big|_e - \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial X} \Big|_w \right) \Delta Y \\ &= \left( \Gamma_e \frac{\Phi_E - \Phi_{P'}}{\delta X_{P'E}} - \Gamma_w \frac{\Phi_{P'} - \Phi_W}{\delta X_{WP'}} \right) \Delta Y \\ &= \left( \frac{\Gamma_e \Delta Y}{\delta X_{P'E}} (\Phi_E - \Phi_{P'}) - \frac{\Gamma_w \Delta Y}{\delta X_{WP'}} (\Phi_{P'} - \Phi_W) \right) \\ &= \left( D_e (\Phi_E - \Phi_{P'}) - D_w (\Phi_{P'} - \Phi_W) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Avec,

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta Y}{\delta X_{P'E}}, D_w = \frac{\Gamma_w \Delta Y}{\delta X_{WP'}}$$

✂ Terme diffusif suivant Y

$$\begin{aligned} \int_{V_c} \left[ \frac{\partial}{\partial Y} \left( \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right) \right] dX dY &= \left( \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right) \Big|_s^n \Delta X = \left( \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \Big|_n - \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \Big|_s \right) \Delta X \\ &= \left( \Gamma_n \frac{\Phi_N - \Phi_{P'}}{\delta Y_{P'N}} - \Gamma_s \frac{\Phi_{P'} - \Phi_S}{\delta Y_{SP'}} \right) \Delta X \\ &= \left( \frac{\Gamma_n \Delta X}{\delta Y_{P'N}} (\Phi_N - \Phi_{P'}) - \frac{\Gamma_s \Delta X}{\delta Y_{SP'}} (\Phi_{P'} - \Phi_S) \right) \\ &= \left( D_n (\Phi_N - \Phi_{P'}) - D_s (\Phi_{P'} - \Phi_S) \right) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Avec,

$$D_n = \frac{\Gamma_n \Delta X}{\delta Y_{P'N}}, D_s = \frac{\Gamma_s \Delta X}{\delta Y_{SP'}}$$

✂ Terme source

$$\int_{V_c} \left( S_\Phi \right) dV_c = \overline{S_\Phi} \Delta X \Delta Y = \left( S_{P'} \Phi_{P'} + S_c \right) \Delta X \Delta Y \quad (\text{A.7})$$

Où,

$\overline{S_\Phi}$  : est la valeur moyenne du terme source.



Suite à la résolution des équations algébriques adoptées, le terme source est linéarisé de façon à forcer la convergence, de sorte que :

$$\overline{S_\Phi} = S_c + S_{P'} S_\Phi$$

Où ;

$S_c$ , est la partie constante qui ne dépend pas explicitement de  $\Phi_{P'}$ .

$S_{P'}$ , étant la pente de  $\Phi_{P'}$ .

Il est nécessaire que le coefficient  $S_{P'}$  soit inférieur à zéro pour que la solution soit numériquement stable et que la convergence soit plus rapide.

Après une substitution dans l'équation de transport on obtient la forme discrétisée suivante :

$$\begin{aligned} \left( F_e \Phi_e - F_w \Phi_w \right) + \left( F_n \Phi_n - F_s \Phi_s \right) = & \left[ D_e \left( \Phi_E - \Phi_E \right) - D_w \left( \Phi_{P'} - \Phi_W \right) \right] \\ & + \left[ D_n \left( \Phi_N - \Phi_{P'} \right) - D_s \left( \Phi_{P'} - \Phi_S \right) \right] \\ & + \left( S_{P'} \Phi_{P'} + S_c \right) \Delta X \Delta Y \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Pour aboutir à une forme finale, on doit choisir un schéma de discrétisation des termes convectifs, le schéma employé pour la discrétisation étant le schéma hybride.

### A.3.2 Schéma hybride (HDS)

Ce schéma mis au point par Spalding (1972), dont la précision spatiale est réduite au premier ordre, possède les propriétés de transport et de conservation. Il est la combinaison des deux schémas aux différences centrées et Upwind. Il utilise une formule basée sur le nombre de Peclet ( $P_e$ ) qui est le rapport entre le flux convectif et le flux diffusif :

$$P_{e_i} = \frac{F_i}{D_i} = \frac{U_i \left( \delta X_i \right)}{\Gamma_i}, \quad \left( i = w, e, s \text{ et } n \right) \quad (\text{A.9})$$

Le schéma hybride se réduit à l'approximation du schéma centré (CSD) lorsque  $|P_{e_i}| < 2$  mais il devient identique au schéma Upwind (UDS) lorsque  $|P_{e_i}| \geq 2$ .

Après un arrangement de l'équation (A.8) on aura :

$$\alpha_{P'} \Phi_{P'} = \alpha_w \Phi_W + \alpha_e \Phi_E + \alpha_s \Phi_S + \alpha_n \Phi_N + S_c \Delta X \Delta Y \quad (\text{A.10})$$

Les coefficients  $\alpha_i$ , ( $i = w, e, s, n$ ) sont donnés par :

$$\alpha_w = \max\left(F_w, D_w + \frac{F_w}{2}, 0\right) \quad (\text{A.11})$$

$$\alpha_e = \max\left(-F_e, D_e - \frac{F_e}{2}, 0\right) \quad (\text{A.12})$$

$$\alpha_n = \max\left(-F_n, D_n - \frac{F_n}{2}, 0\right) \quad (\text{A.13})$$

$$\alpha_s = \max\left(F_s, D_s + \frac{F_s}{2}, 0\right) \quad (\text{A.14})$$

Il est à noter que cette formulation est valable pour n'importe quelle localisation des interfaces entre les mailles.

### A.3.3 Discrétisation de l'équation de Poisson

L'équation de fonction de courant ( $\Psi$ ) a une forme générale de l'équation de Poisson :

$$\frac{\partial}{\partial X} \left[ \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[ \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right] + S_\Phi = 0 \quad (\text{A.15})$$

Le tableau ci-dessous représente les différents termes de l'équation de Poisson pour la fonction de courant.

Grandeur	$\Phi$	$\Gamma$	$S_\Phi$
Equation de fonction de courant	$\Psi$	1	$-\Omega$

TABLE A.1 – Présentation des différents termes de l'équation de Poisson pour la fonction de courant

Où ;

$\Omega$  : La vorticité adimensionnelle ; Avec ;

$$\Omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} = -\left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{A.16})$$

L'intégration sur le volume de contrôle définie précédemment donne :

$$\int_{V_c} \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right) + S_\Phi \right] dV_c = 0 \quad (\text{A.17})$$

D'où sa forme discrétisée :

$$\alpha_{P'} \Phi_{P'} = \alpha_w \Phi_W + \alpha_e \Phi_E + \alpha_s \Phi_S + \alpha_n \Phi_N + S_c \Delta X \Delta Y \quad (\text{A.18})$$

Où les différents coefficients sont donnés par :

$$\alpha_w = D_w \quad (\text{A.19})$$

$$\alpha_e = D_e \quad (\text{A.20})$$

$$\alpha_n = D_n \quad (\text{A.21})$$

$$\alpha_s = D_s \quad (\text{A.22})$$

$$\alpha_{P'} = D_w + D_e + D_n + D_s - S_{P'} \Delta X \Delta Y \quad (\text{A.23})$$

## A.4 Calcul de l'écoulement

Les équations de quantité de mouvement sont couplées entre elles par l'intermédiaire du champ de pression. Cette difficulté de couplage vitesse-pression vient de l'absence d'équations explicites qui gouvernent le champ de pression. Pour cette raison, on utilise des méthodes indirectes dont la plus répandue est l'algorithme "SIMPLE".

### A.4.1 Algorithme SIMPLE

Algorithme SIMPLE de Spalding D.B. (1972) (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations) a été adopté dans cette étude pour sa simplicité et son efficacité sur la stabilité de la solution. L'idée générale de cet algorithme est de corriger petit à petit la pression ainsi que les composantes de la vitesse afin que ces variables vérifiant les équations de la quantité de mouvement vérifient également l'équation de continuité. Il en résulte un processus itératif qui est intégré au sein de la résolution générale des équations discrétisées précédemment. Ceci est corrigé d'une manière continue en se référant aux résiduels de masse locales qui sont employées pour orienter le champ de pression vers le niveau correct. La stabilité de cet ordre itératif se base largement sur la rétention d'un couplage fort entre les perturbations dans le gradient de pression et les perturbations de vitesse. On peut résumer ce qu'on a décrit au-dessus par les étapes suivantes :

1. Tous les champs sont estimés en tous les points du maillage ;
2. A l'aide de ces valeurs, les coefficients des équations sont calculés ;
3. Les coefficients étant fixes, un solveur linéaire est introduit pour résoudre tout d'abord les deux équations de la quantité de mouvement et fournir les composantes de vitesse  $U^*$  et  $V^*$ , la pression  $P^*$  correspondante demeurant celle utilisée pour calculer les coefficients de la deuxième étape. Des corrections  $P'$ ,  $U'$ ,  $V'$  sont ensuite apportées à ces champs afin que les nouveaux champs  $P$ ,  $U$ ,  $V$ , soient les champs qui vérifient à la

fois les équations de la quantité de mouvement et l'équation de continuité.

$$P = P^* + P' \quad (\text{A.24})$$

$$U = U^* + U' \quad (\text{A.25})$$

$$V = V^* + V' \quad (\text{A.26})$$

$$(\text{A.27})$$

Les nouvelles valeurs P, U, V sont alors réintégrées dans les équations de quantité de mouvement, ce qui permet d'obtenir trois relation fonctionnelles entre les différentes corrections (les champs  $P^*$ ,  $U^*$  et  $V^*$  étant connus).

$$U' = f_1(P') \quad (\text{A.28})$$

$$V' = f_2(P') \quad (\text{A.29})$$

$$(\text{A.30})$$

Les champs U, V sont ensuite reconstitués à l'aide des relations (A.24) à (A.29) et n'ont plus que pour seule inconnue commune  $P'$ . La substitution de leurs valeurs dans l'équation de continuité donne une relation unique sur  $P'$  qui est résolue par le solveur.  $P'$  étant connu, les champs exactes P, U, V vérifiant à la fois les équations de quantité de mouvement et l'équation de continuité, le sont également, ce qui était notre objectif de départ. Toutes les autres équations du problème sont résolues par le solveur.

4. Si les critères de convergences sont vérifiés, les champs ainsi déterminés sont les champs solutions du problème considéré. Si ce n'est pas le cas, le processus est réitéré à partir de la deuxième étape les coefficients sont recalculés à partir des nouvelles valeurs des champs.

## A.4.2 Méthode de résolution

Une fois les équations algébriques décrivant l'évolution des variables de l'écoulement dans le domaine de calcul sont établies, une méthode numérique de résolution est choisie en fonction du type de ces équations. La forme de l'équation de discrétisation de l'équation générale de transport sous la forme indicelle est :

$$\alpha_{P'} \Phi_{i,j} = \alpha_w \Phi_{i-1,j} + \alpha_e \Phi_{i+1,j} + \alpha_s \Phi_{i,j-1} + \alpha_n \Phi_{i,j+1} + b_{i,j} \quad (\text{A.31})$$

Ou sous la forme matricielle ;

$$\left\{ \alpha \right\} \left[ \Phi \right] = \left[ S \right] \quad (\text{A.32})$$

La matrice  $\{\alpha\}$  est une matrice à bande diagonale.

### ✂ Méthode de Stone

La méthode de Stone proposé en 1968, ou SIP (Strongly Implicit Procedure), est utilisée pour résoudre les système d'équations correspondant aux variables  $U$ ,  $V$ ,  $P'$  et  $P$ . Cette méthode est un algorithme conçu spécialement pour résoudre les matrices linéaires creuses, elle utilise une approximation de la décomposition LU pour obtenir une solution itérative du problème. La décomposition LU est une excellente méthode de résolution de systèmes linéaires mais n'exploite pas la structure des matrices creuses. Dans une méthode itérative, elle peut exiger une quantité prohibitive de mémoire et des opérations arithmétiques.

$$M = LU = A + N \quad (\text{A.33})$$

Si  $M$  est une bonne approximation de  $A$ , il y a une convergence rapide. Ces observations nous amènent à utiliser une approximation de la factorisation LU de  $A$  comme matrice d'itération  $M$ .

La méthode est aussi appelée fortement implicite (SIP), est conçue spécialement pour des équations algébriques résultants de la discrétisation des équations aux dérivées partielles.

### ✂ Méthode de Jacobi

Afin de décrire l'équation de transport et de Poisson, on a la relation générale ayant la forme (A.31) ;

La méthode de Jacobi consistet à estimer une solution  $(\Phi_{i,j}^r)$  dans l'itération  $r$  pour calculer  $\Phi_{i,j}^{r+1}$  comme suit :

$$\Phi_{i,j}^{r+1} = \left( \alpha_w \Phi_{i-1,j}^r + \alpha_e \Phi_{i+1,j}^r + \alpha_s \Phi_{i,j-1}^r + \alpha_n \Phi_{i,j+1}^r + b_{i,j} \right) / \alpha_{P'} \quad (\text{A.34})$$

La condition de convergence est :

$$\left| \Phi_{i,j}^{r+1} - \Phi_{i,j}^r \right| < 10^{-3} \quad (\text{A.35})$$

Si la condition (A.35) n'est pas encore satisfaite, on pose que  $\Phi_{i,j}^r = \Phi_{i,j}^{r+1}$  et on recalcule la même formul jusqu'à ce qu'elle vérifie la condition de convergence.

---

---

# ANNEXE B

---

## AUTRES RÉSULTATS DE SIMULATIONS

B.1	Convection naturelle dans une cavité carrée avec obstacle . . . . .	76
B.1.1	Plaque mince dépourvue d'ailette . . . . .	76
B.1.2	Plaque mince horizontale avec une ailette . . . . .	81
B.1.2.1	Les lignes de courant et les isothermes . . . . .	81
B.1.2.2	Variation du nombre de Nusselt local . . . . .	94
B.1.2.3	Influence du rapport d'aspect (longueur de la plaque mince)	95
B.1.3	Plaque mince verticale avec une ailette . . . . .	103
B.1.3.1	Les lignes de courant et les isothermes . . . . .	103
B.1.3.2	Variation du nombre de Nusselt local . . . . .	112
B.1.3.3	Influence du rapport d'aspect (longueur de la plaque mince)	115

## B.1 Convection naturelle dans une cavité carrée avec obstacle

### B.1.1 Plaque mince dépourvue d'ailette

□ Position horizontale

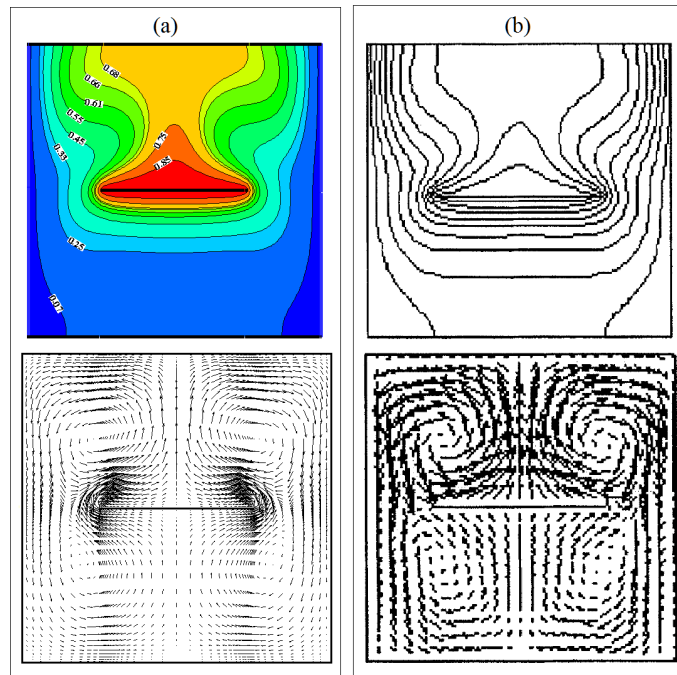


FIGURE B.1 – Confrontation des champs de vitesse et des lignes d'isothermes pour  $A = 0.5$ ,  $A_1 = 0.5$  ( $R_a = 10^5$ ) : a) Présent travail b) Référence [11]

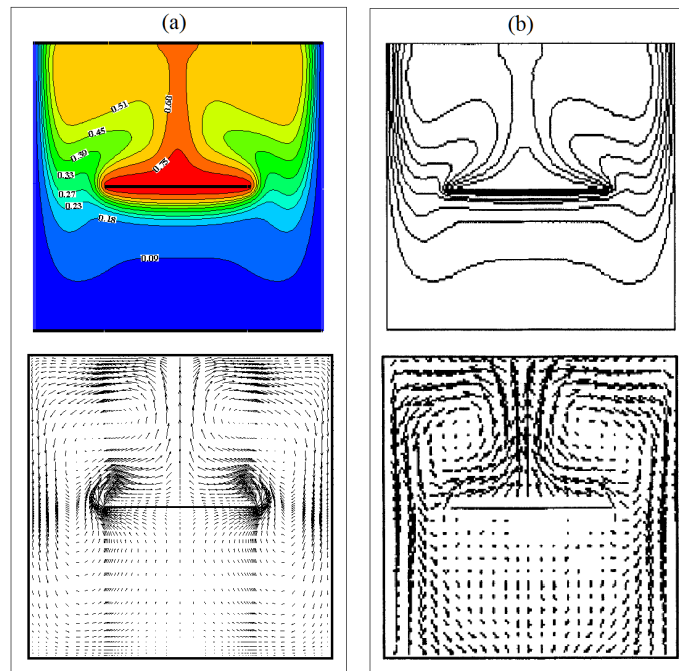


FIGURE B.2 – Confrontation des champs de vitesse et des lignes d'isothermes pour  $A = 0.5$ ,  $A_1 = 0.5$  ( $R_a = 10^6$ ) : a) Présent travail b) Référence [11]

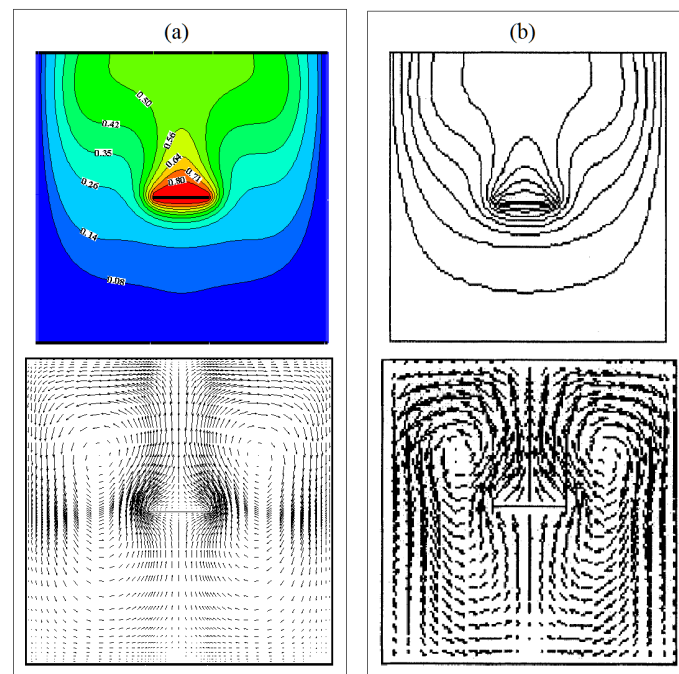


FIGURE B.3 – Confrontation des champs de vitesse et des lignes d'isothermes pour  $A = 0.2$ ,  $A_1 = 0.5$  ( $R_a = 10^5$ ) : a) Présent travail b) Référence [11]



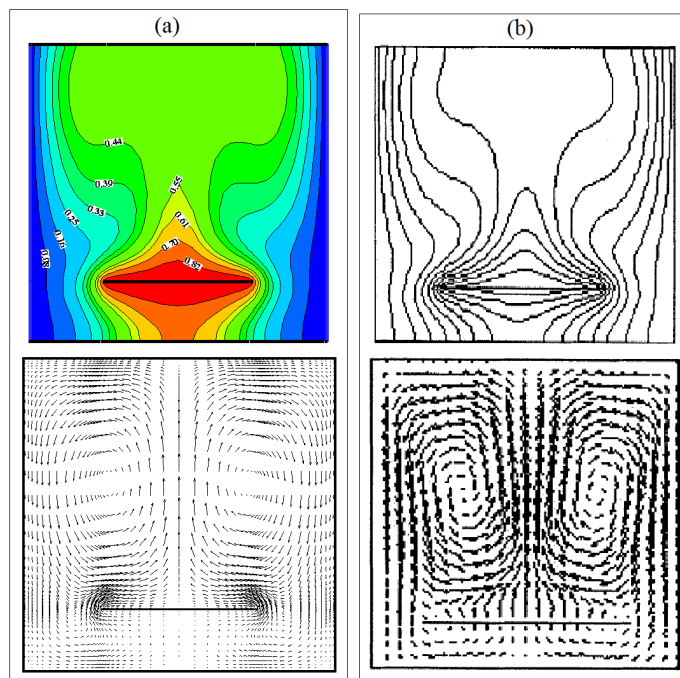


FIGURE B.4 – Confrontation des champs de vitesse et des lignes d'isothermes pour  $A = 0.5$ ,  $A_1 = 0.8$  ( $R_a = 10^5$ ) : a) Présent travail b) Référence [11]

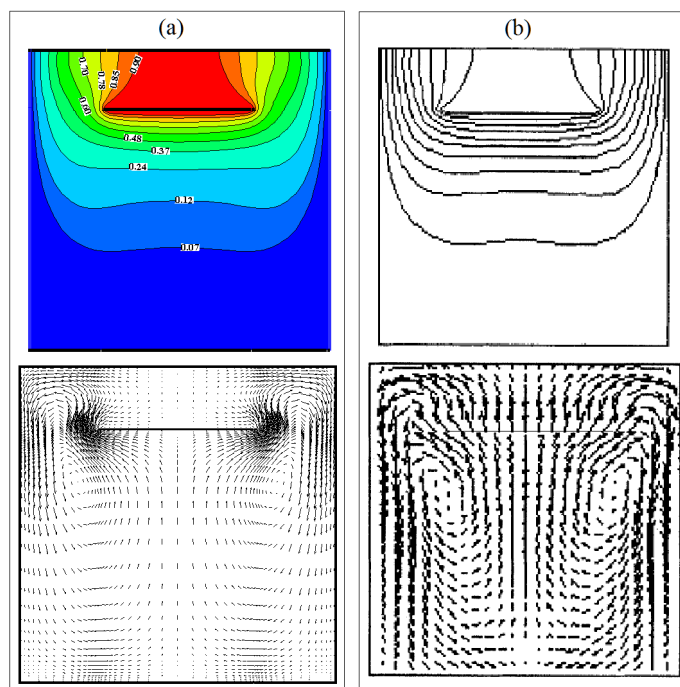


FIGURE B.5 – Confrontation des champs de vitesse et des lignes d'isothermes pour  $A = 0.5$ ,  $A_1 = 0.2$  ( $R_a = 10^5$ ) : a) Présent travail b) Référence [11]

## □ Position verticale

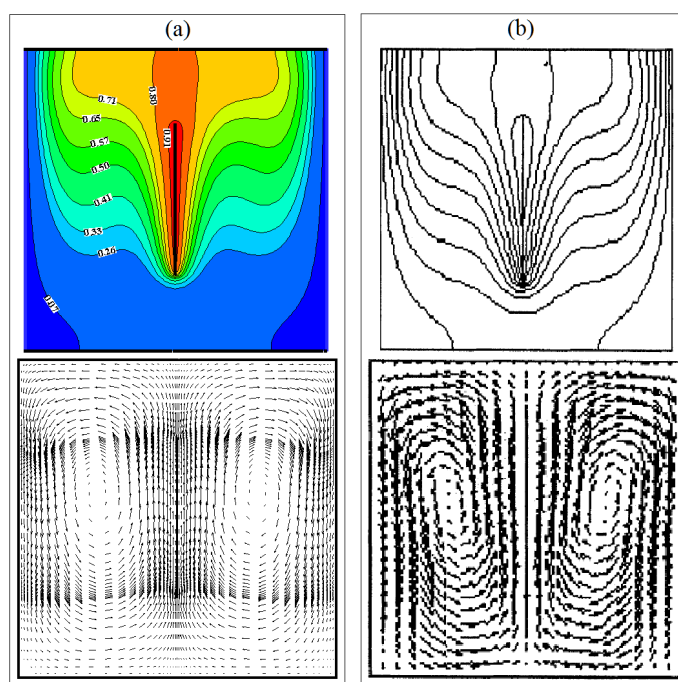


FIGURE B.6 – Confrontation des champs de vitesse et des lignes d'isothermes pour  $A = 0.5$ ,  $A_2 = 0.5$  ( $R_a = 10^5$ ) : a) Présent travail b) Référence [11]

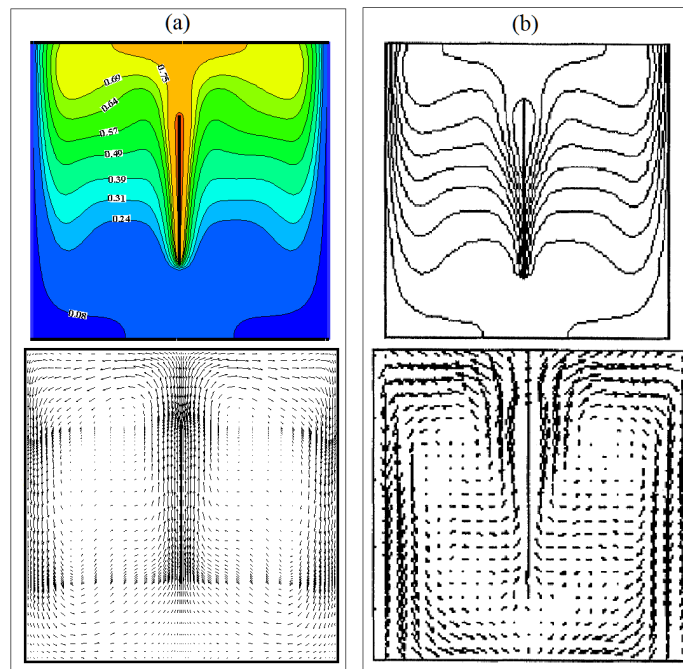


FIGURE B.7 – Confrontation des champs de vitesse et des lignes d'isothermes pour  $A = 0.5$ ,  $A_2 = 0.5$  ( $R_a = 10^6$ ) : a) Présent travail b) Référence [11]

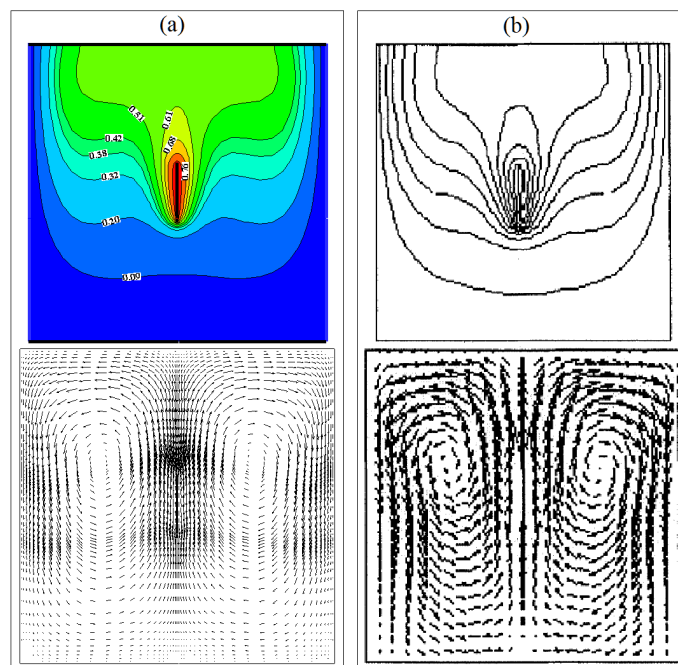


FIGURE B.8 – Confrontation des champs de vitesse et des lignes d'isothermes pour  $A = 0.2$ ,  $A_2 = 0.5$  ( $R_a = 10^5$ ) : a) Présent travail b) Référence [11]

## B.1.2 Plaque mince horizontale avec une ailette

### B.1.2.1 Les lignes de courant et les isothermes

#### □ Ailette orientée vers le haut

Les figures (B.9) et (B.11) montrent les lignes de courant pour une ailette orientée vers le haut de rapports  $L_a$  respectivement  $H_a$  de 0.25; 0.5 et 0.75 pour deux régimes d'écoulement  $R_a = 10^3$  et  $R_a = 10^5$ .

Les figures (B.10) et (B.12) montrent les lignes d'isotherme pour une ailette orientée vers le haut de rapports  $L_a$  respectivement  $H_a$  de 0.25; 0.5 et 0.75 pour deux régimes d'écoulement  $R_a = 10^3$  et  $R_a = 10^5$ .

Les figures (B.13) et (B.14) montrent respectivement les lignes de courant et celles d'isotherme pour une ailette orientée vers le haut de rapports  $L_a = 0.25; 0.5$  et 0.75 pour une position  $H_a = 0.375$  pour les trois régimes d'écoulement  $R_a = 10^4$ ,  $R_a = 10^5$  et  $R_a = 10^6$

#### □ Ailette orientée vers le bas

Les figures (B.15) et (B.17) montrent les lignes de courant pour une ailette orientée vers le haut de rapports  $L_a$  respectivement  $H_a$  de 0.25; 0.5 et 0.75 pour deux régimes d'écoulement  $R_a = 10^3$  et  $R_a = 10^5$ .

Les figures (B.16) et (B.18) montrent les lignes d'isotherme pour une ailette orientée vers le haut de rapports  $L_a$  respectivement  $H_a$  de 0.25; 0.5 et 0.75 pour deux régimes d'écoulement  $R_a = 10^3$  et  $R_a = 10^5$ .

Les figures (B.19) et (B.20) montrent respectivement les lignes de courant et celles d'isotherme pour une ailette orientée vers le haut de rapports  $L_a = 0.25; 0.5$  et 0.75 pour une position  $H_a = 0.375$  pour les trois régimes d'écoulement  $R_a = 10^4$ ,  $R_a = 10^5$  et  $R_a = 10^6$

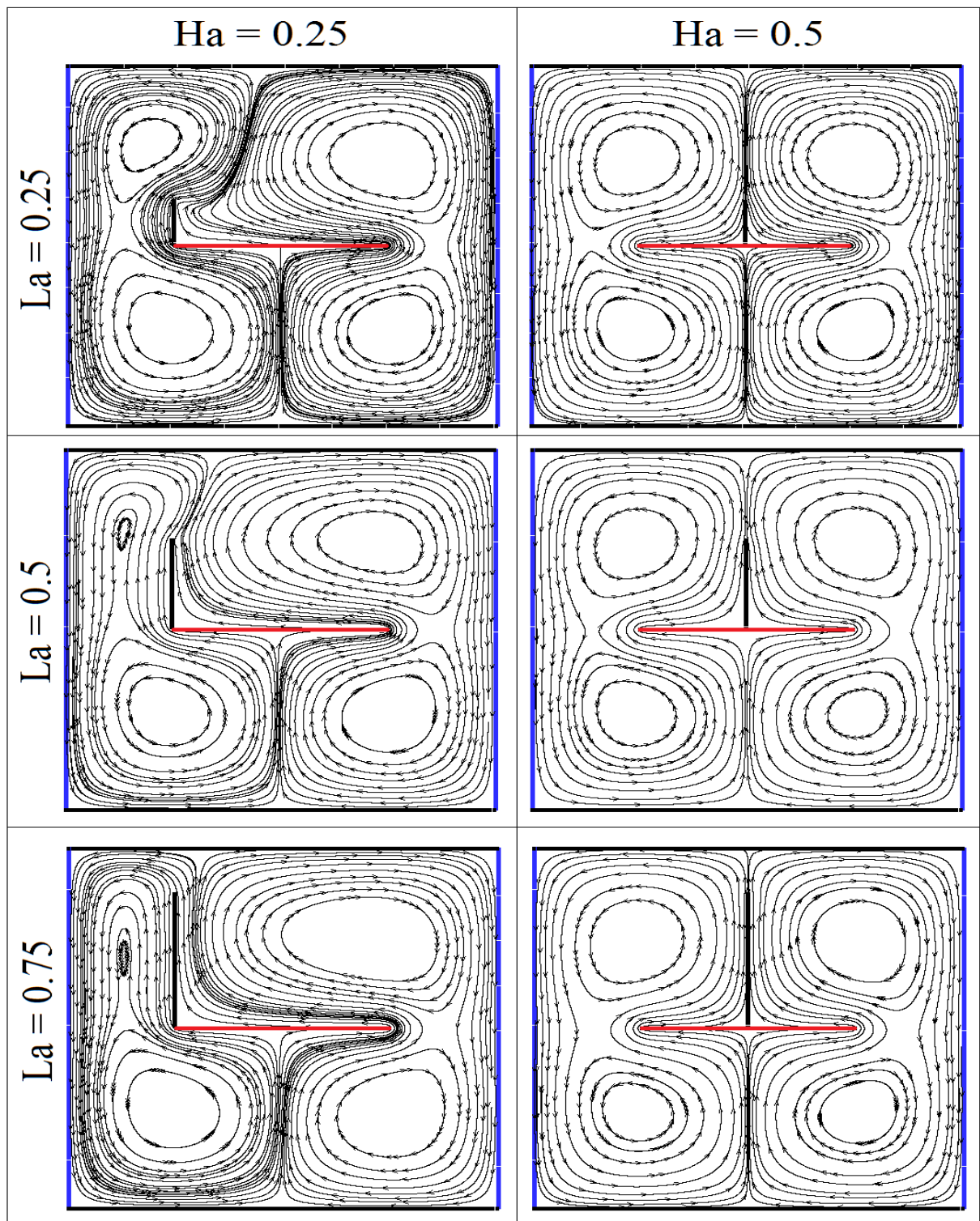


FIGURE B.9 – Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ;  $0.5$  et  $0.75$ ) et différentes positions ( $H_a = 0.25$  et  $0.75$ ), ( $R_a = 10^3$ )

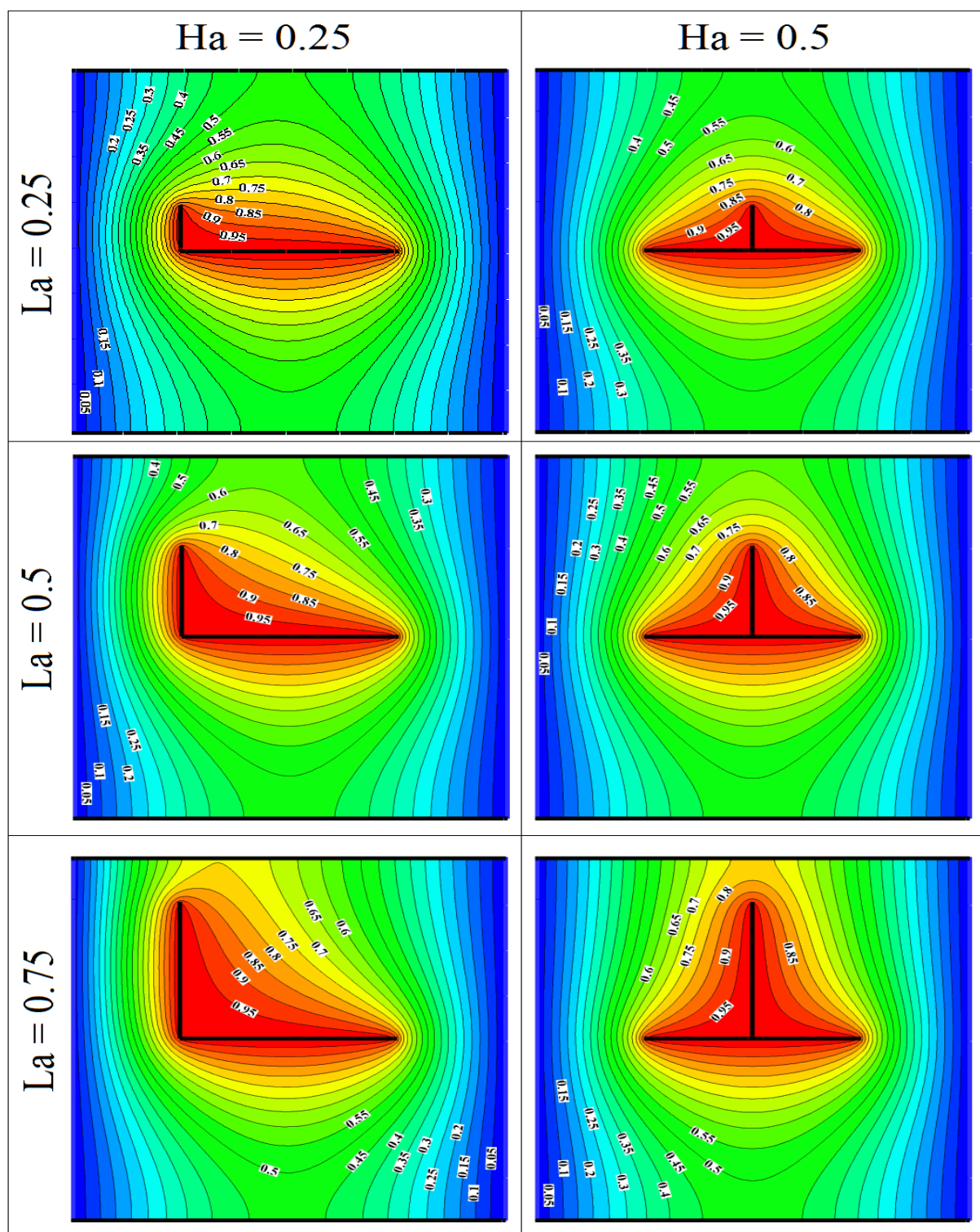


FIGURE B.10 – Lignes d'isothermes dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette pour différentes longueurs ( $La = 0.25$ ;  $0.5$  et  $0.75$ ) et différentes positions ( $Ha = 0.25$  et  $0.75$ ), ( $Ra = 10^3$ )

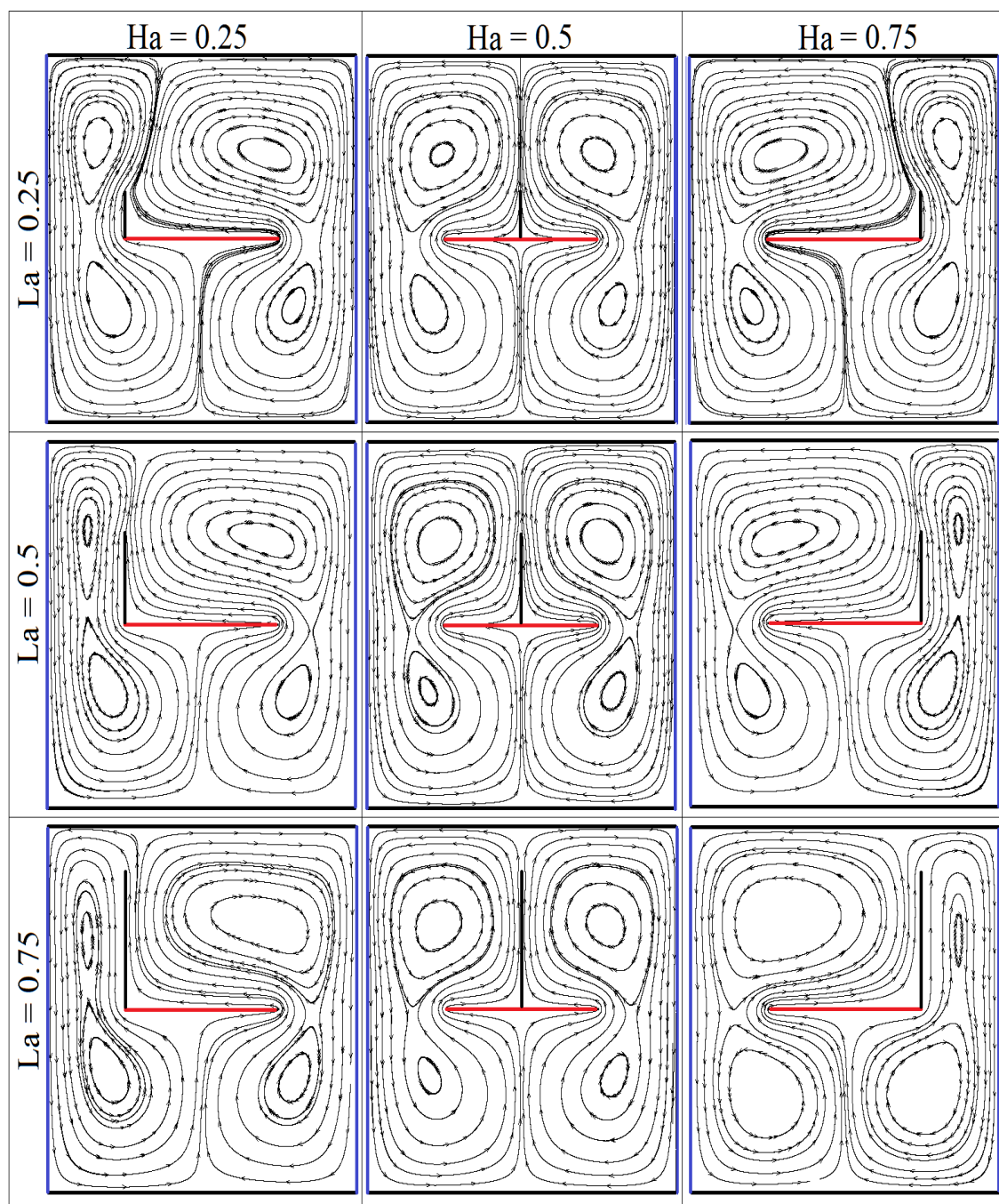


FIGURE B.11 – Lignes de courant dans une cavité carrée contenant une plaque mince ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une seule ailette orientée vers le haut pour différentes longueurs et différentes positions ( $R_a = 10^5$ )

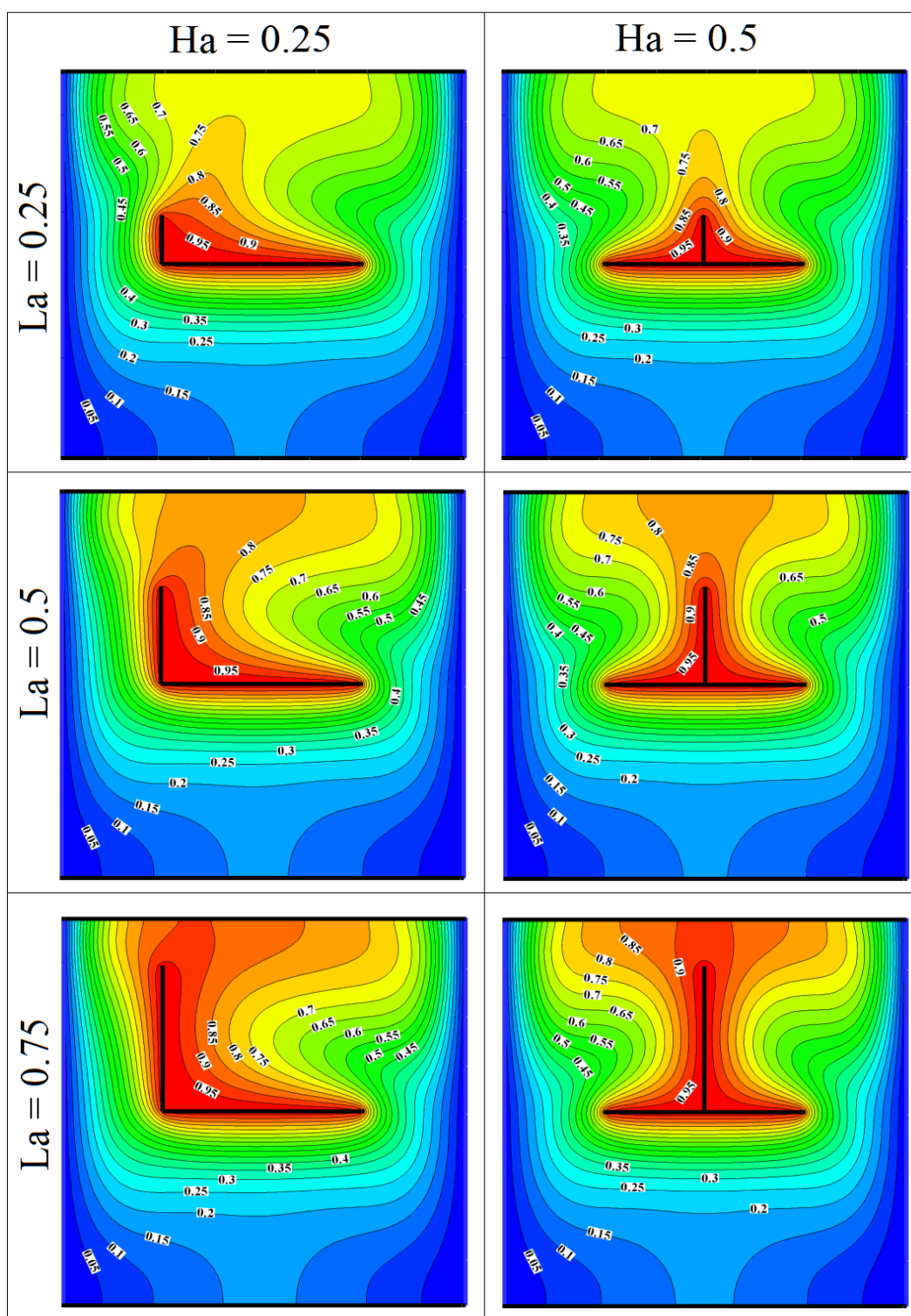


FIGURE B.12 – Lignes d'isothermes dans une cavité carrée contenant une plaque mince ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) avec ailette orientée vers le haut pour différentes longueurs et différentes positions ( $Ra = 10^5$ )



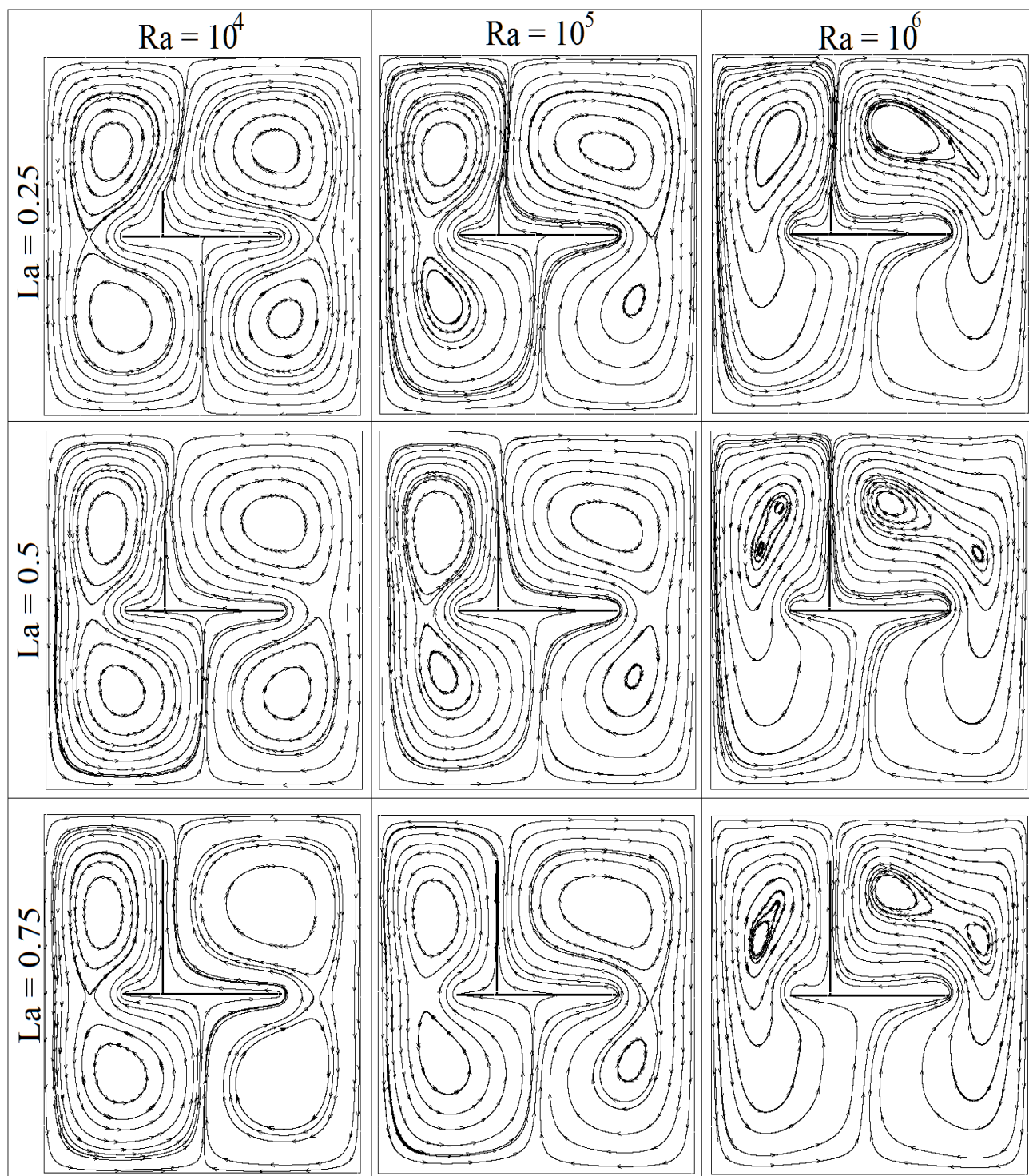


FIGURE B.13 – Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette de position ( $H_a = 0.375$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ;  $0.5$  et  $0.75$ ) et différents régimes ( $Ra = 10^4$ ;  $10^5$  et  $10^6$ )

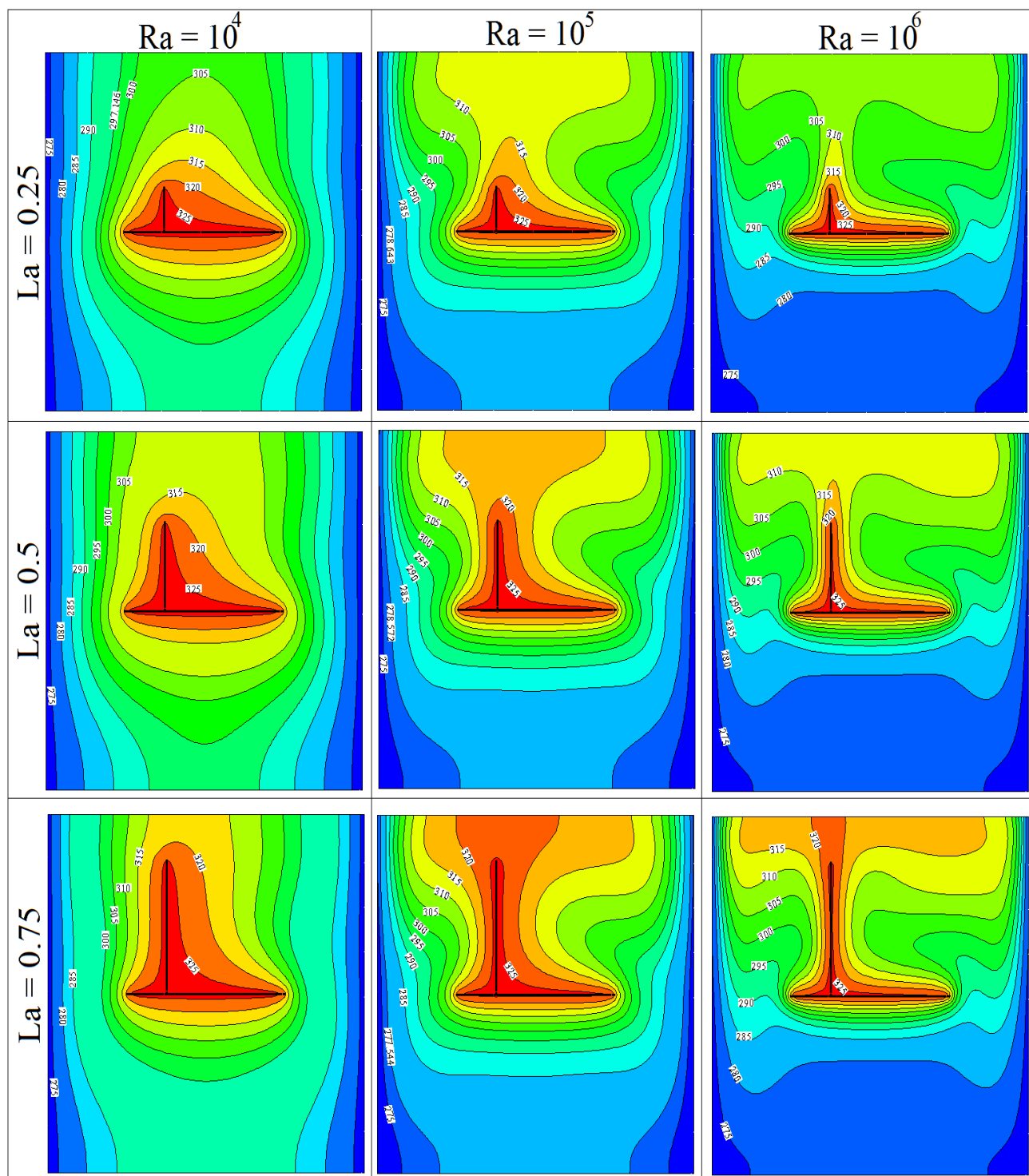


FIGURE B.14 – Lignes d'isothermes dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette de position ( $H_a = 0.375$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ;  $0.5$  et  $0.75$ ) et différents régimes ( $Ra = 10^4$ ;  $10^5$  et  $10^6$ )

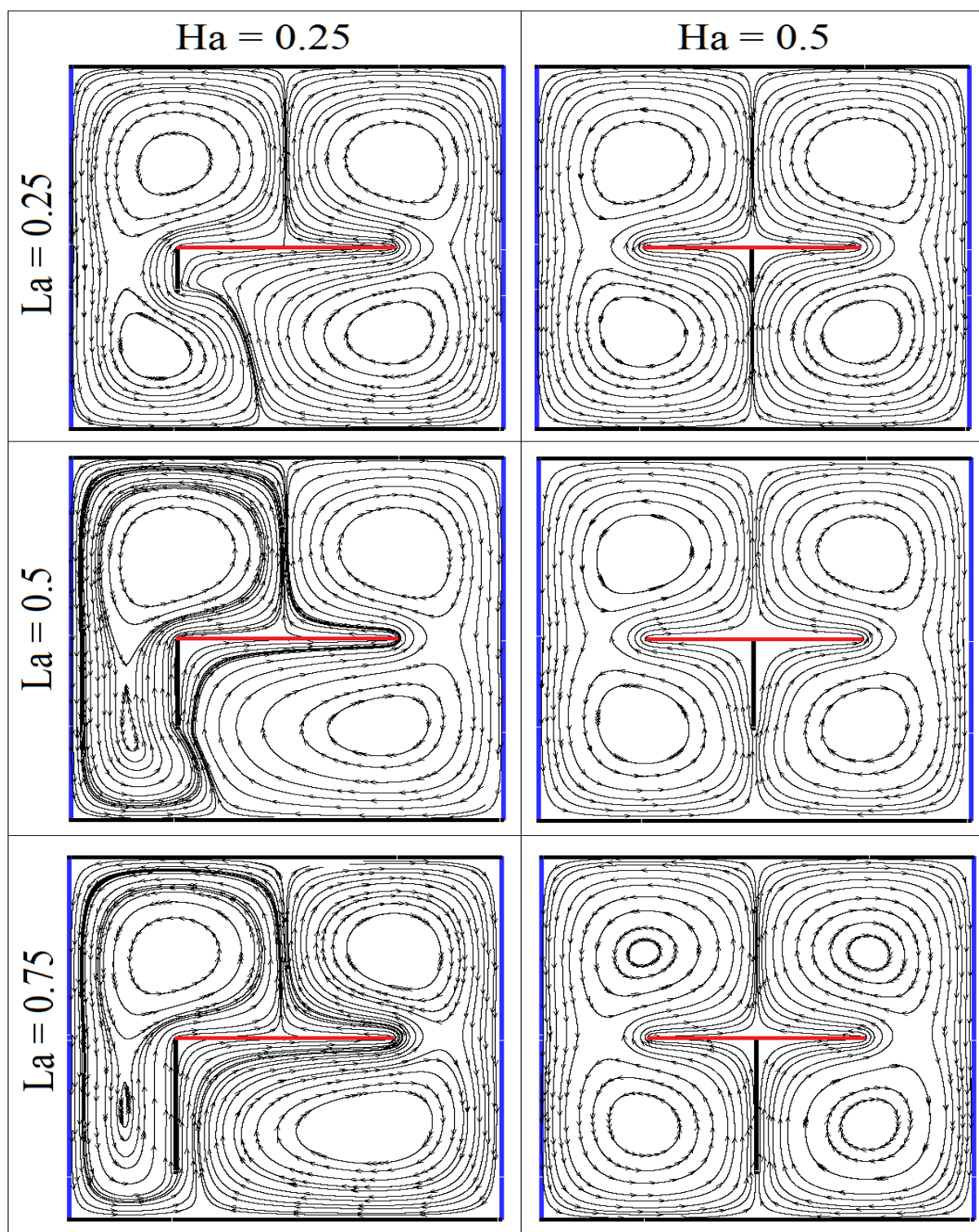


FIGURE B.15 – Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ;  $0.5$  et  $0.75$ ) et différentes positions ( $H_a = 0.25$  et  $0.75$ ), ( $R_a = 10^3$ )

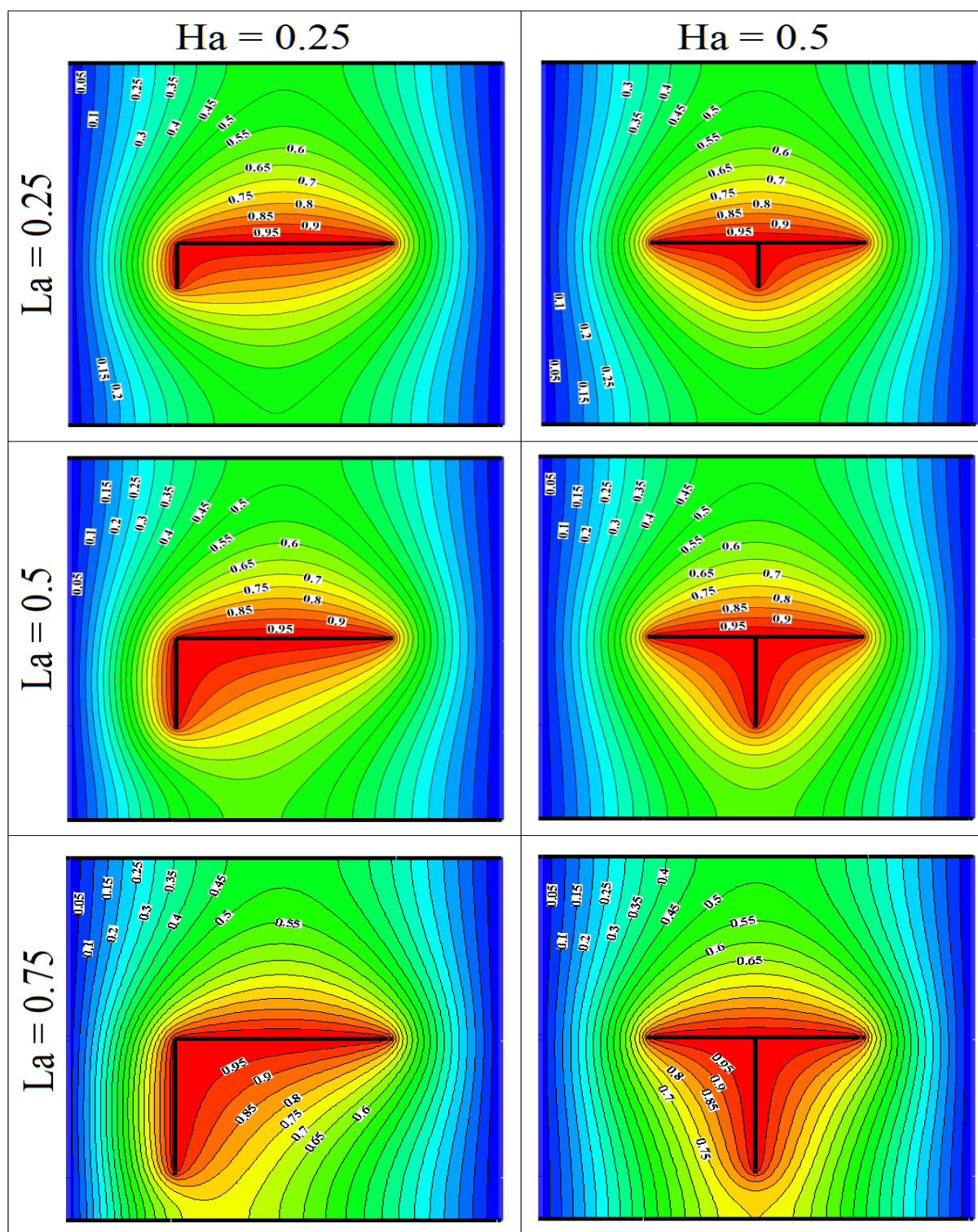


FIGURE B.16 – Lignes d'isothermes dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette pour différentes longueurs ( $La = 0.25$ ;  $0.5$  et  $0.75$ ) et différentes positions ( $Ha = 0.25$  et  $0.75$ ), ( $Ra = 10^3$ )

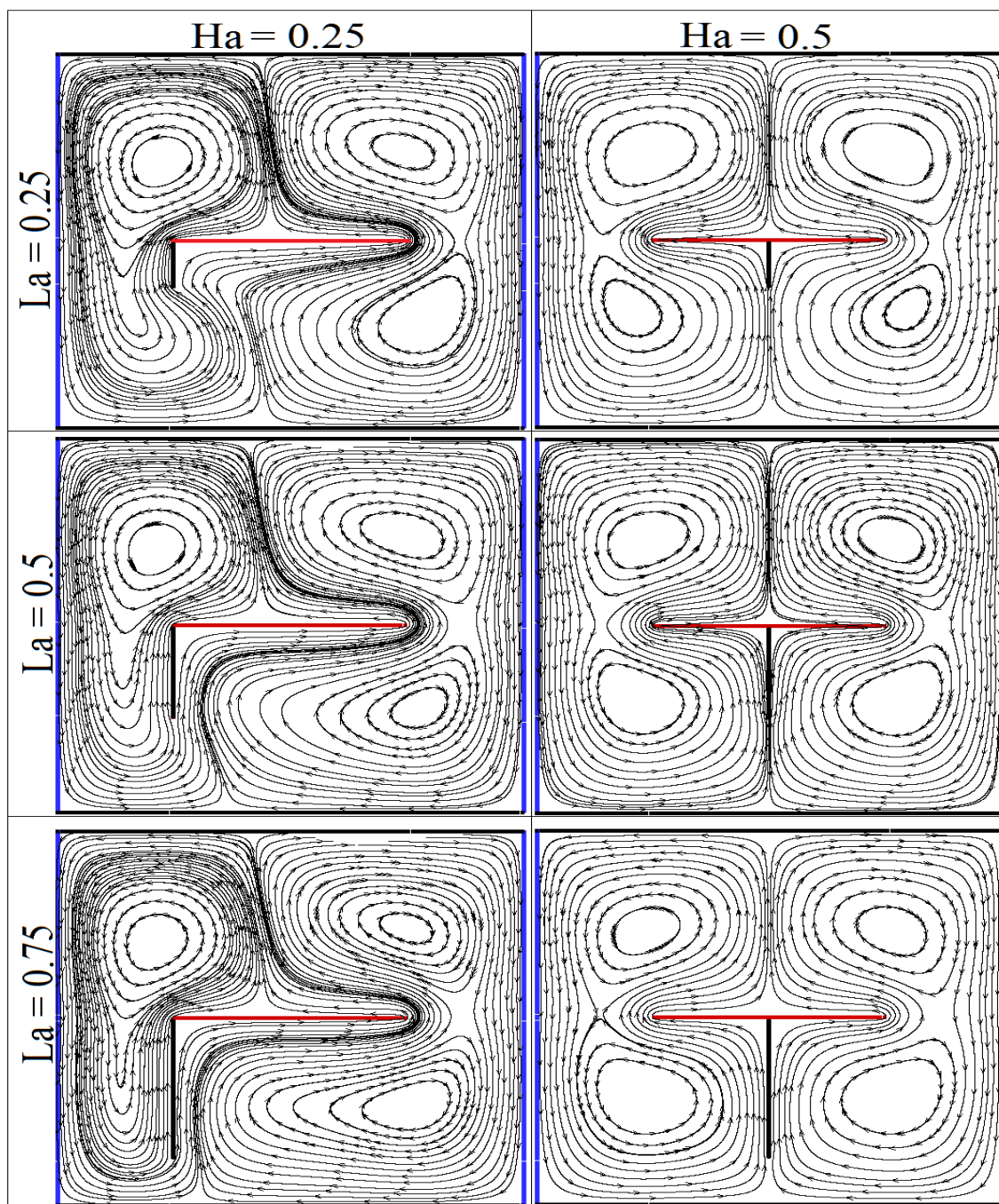


FIGURE B.17 – Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque mince ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) avec une ailette orientée vers le bas pour différentes longueurs et différentes positions ( $R_a = 10^5$ )

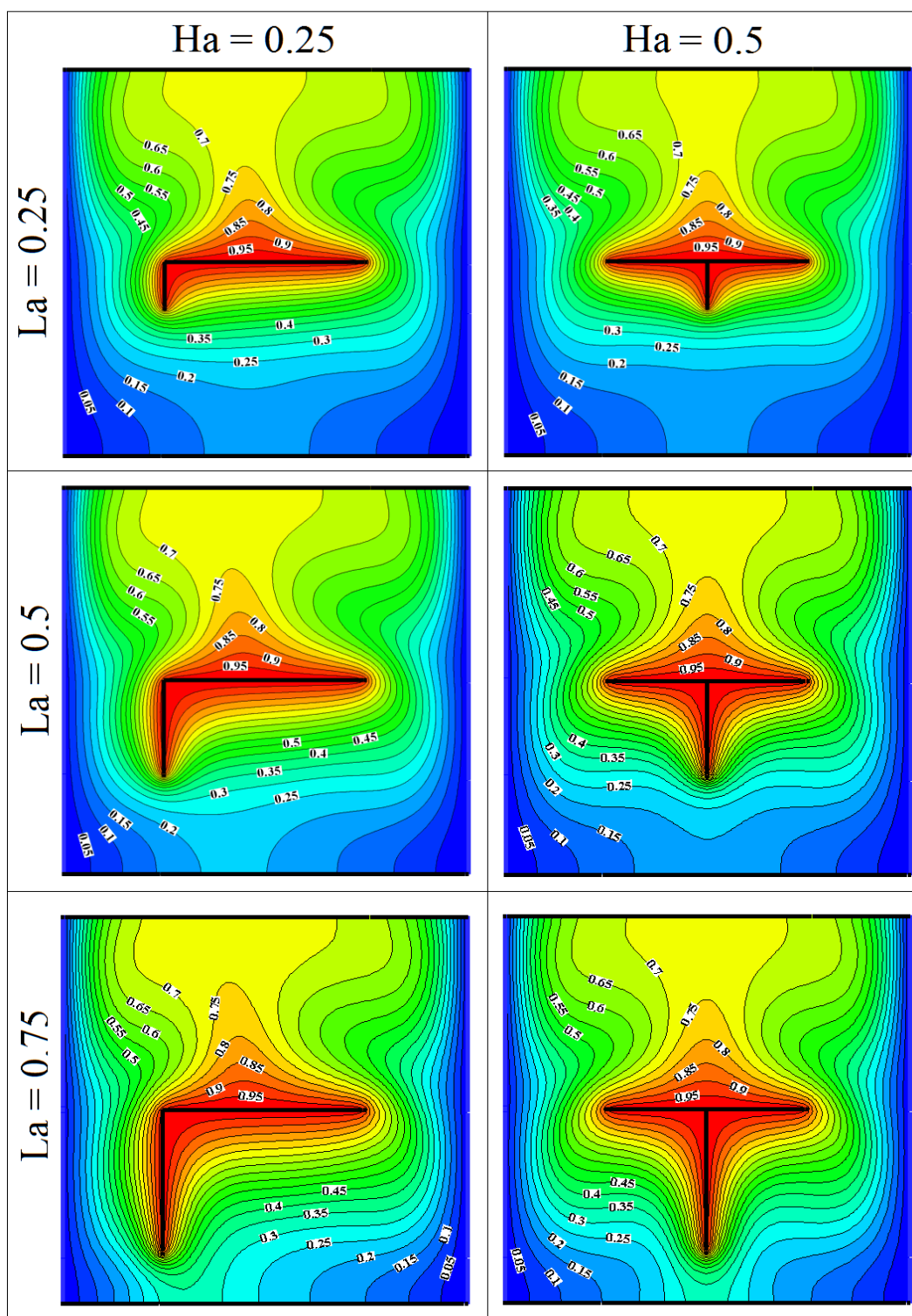


FIGURE B.18 – Lignes d'isothermes dans une cavité carrée contenant une plaque mince ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) avec une ailette orientée vers le bas pour différentes longueurs et différentes positions ( $Ra = 10^5$ )

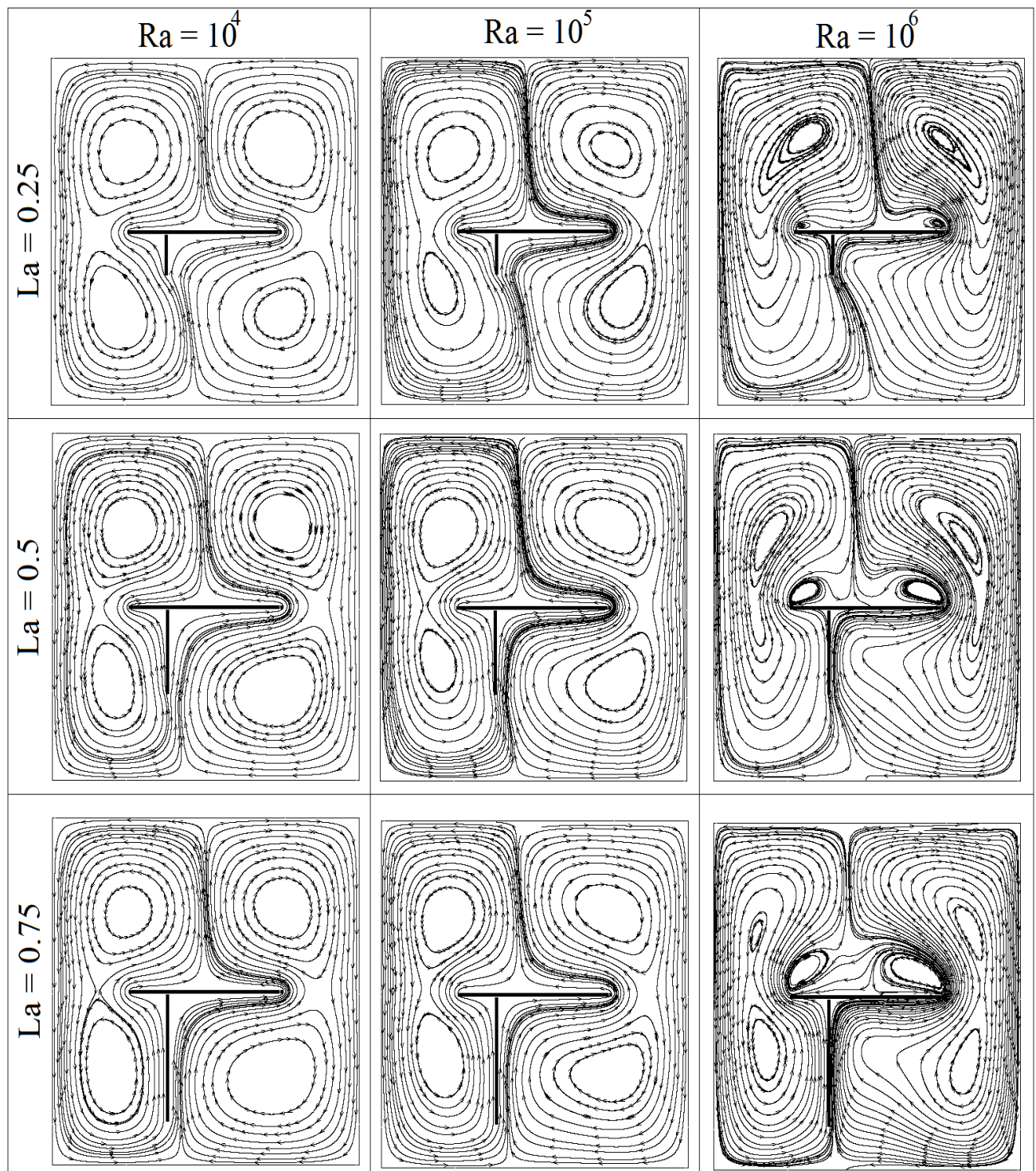


FIGURE B.19 – Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette de position ( $H_a = 0.375$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ;  $0.5$  et  $0.75$ ) et différents régimes ( $Ra = 10^4$ ;  $10^5$  et  $10^6$ )

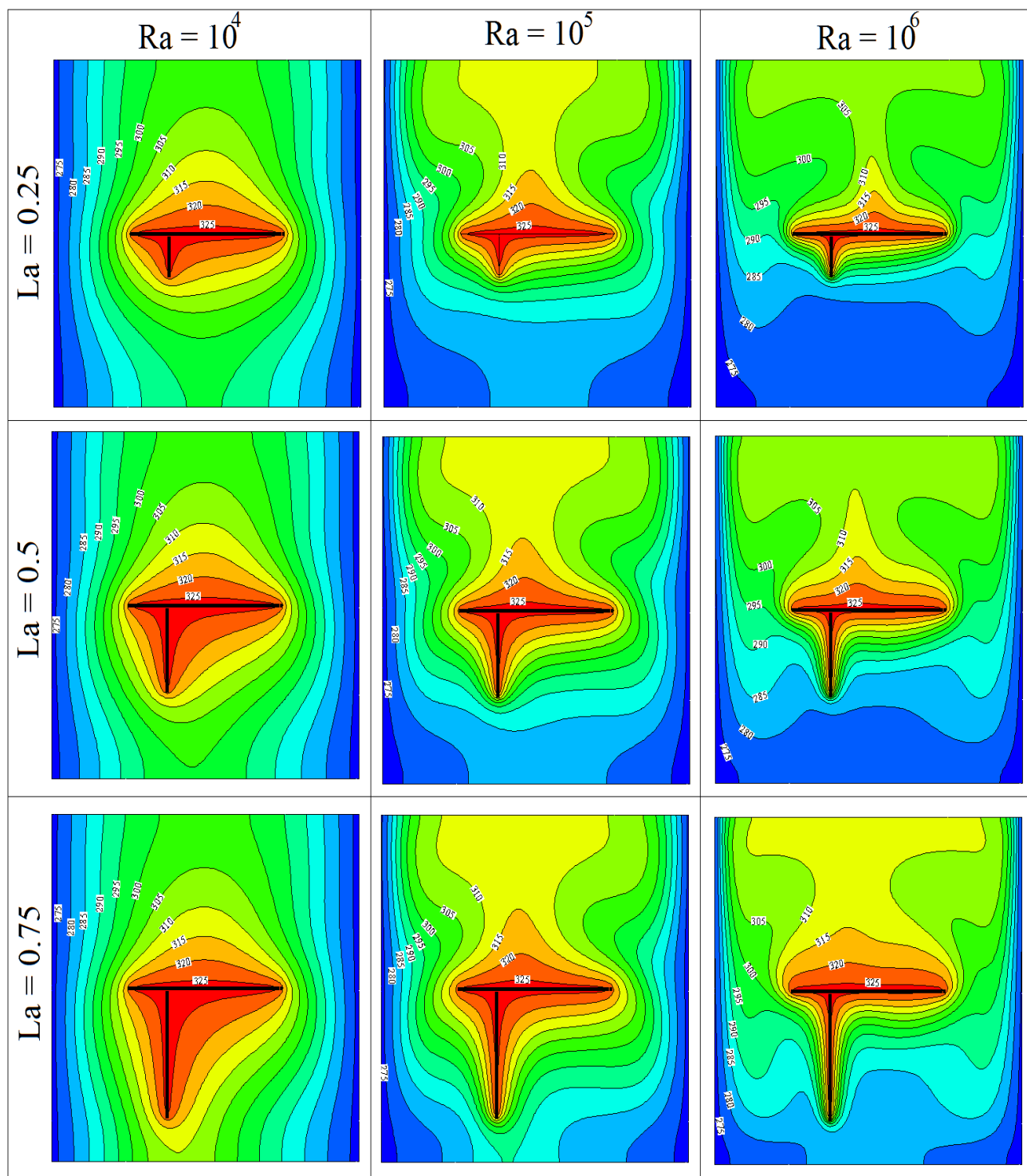


FIGURE B.20 – Lignes d'isothermes dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette de position ( $H_a = 0.375$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ;  $0.5$  et  $0.75$ ) et différents régimes ( $Ra = 10^4$ ;  $10^5$  et  $10^6$ )



### B.1.2.2 Variation du nombre de Nusselt local

Les figures (B.21.a)) et (B.21.b)) montrent la variation des nombres de Nusselt local le long de la paroi gauche de l'enceinte pour différentes valeurs de  $H_a$ ,  $L_a$  et pour un régime d'écoulement défini par  $Ra = 10^5$  dans le cas où l'ailette est orientée vers le haut et vers le bas respectivement.

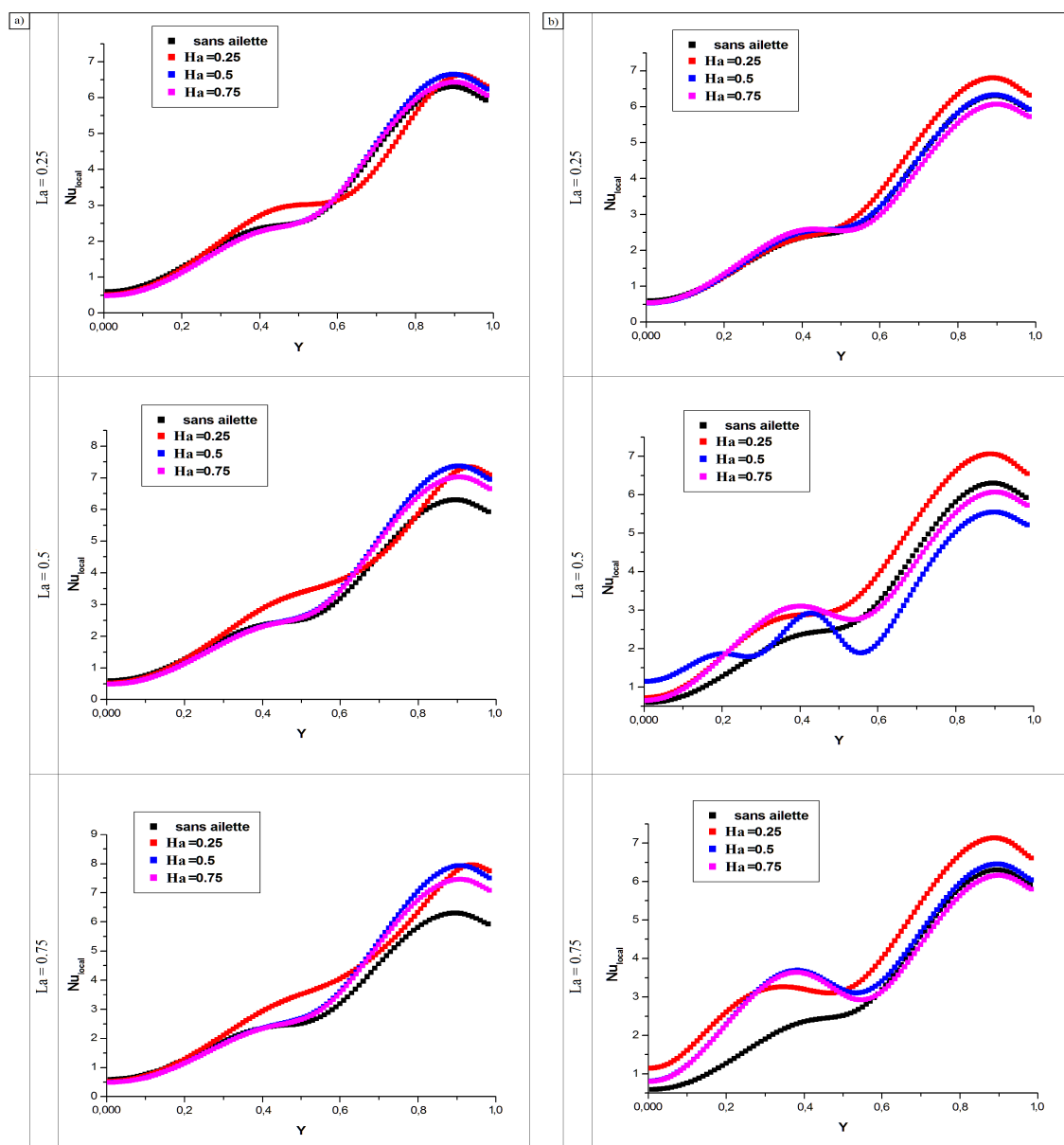


FIGURE B.21 – Nombre de Nusselt local sur la paroi froide (gauche) de l'enceinte ( $A = 0.5$  et  $A_1 = 0.5$ ) pour  $Ra = 10^5$  : a) Ailette orientée vers le haut b) Ailette orientée vers le bas

### B.1.2.3 Influence du rapport d'aspect (longueur de la plaque mince)

#### □ Ailette orientée vers le haut

Les deux figures (B.22) et (B.23) représentent, respectivement, les lignes de courant et les lignes d'isothermes pour une longueur de la plaque ( $A = 0.2$ ) suivant les régimes d'écoulement définis par  $Ra = 10^3$ ,  $Ra = 10^4$  et  $Ra = 10^6$ .

Les figures (B.24) et (B.25) représentent, respectivement, les lignes de courant (à gauche) et les lignes d'isothermes (à droite) pour les longueurs de la plaque ( $A = 0.4$  et  $A = 0.6$ ) suivant les régimes d'écoulement définis par  $Ra = 10^3$ ,  $Ra = 10^4$  et  $Ra = 10^6$  lorsque l'ailette est orientée vers le haut.

#### □ Ailette orientée vers le bas

Les figures (B.26), (B.27) et (B.28) représentent, respectivement, les lignes de courant (à gauche) et les lignes d'isothermes (à droite) pour différentes longueurs de la plaque ( $A$ ) suivant les régimes d'écoulement définis par  $Ra = 10^3$ ,  $Ra = 10^4$  et  $Ra = 10^6$  lorsque l'ailette est orientée vers le bas.

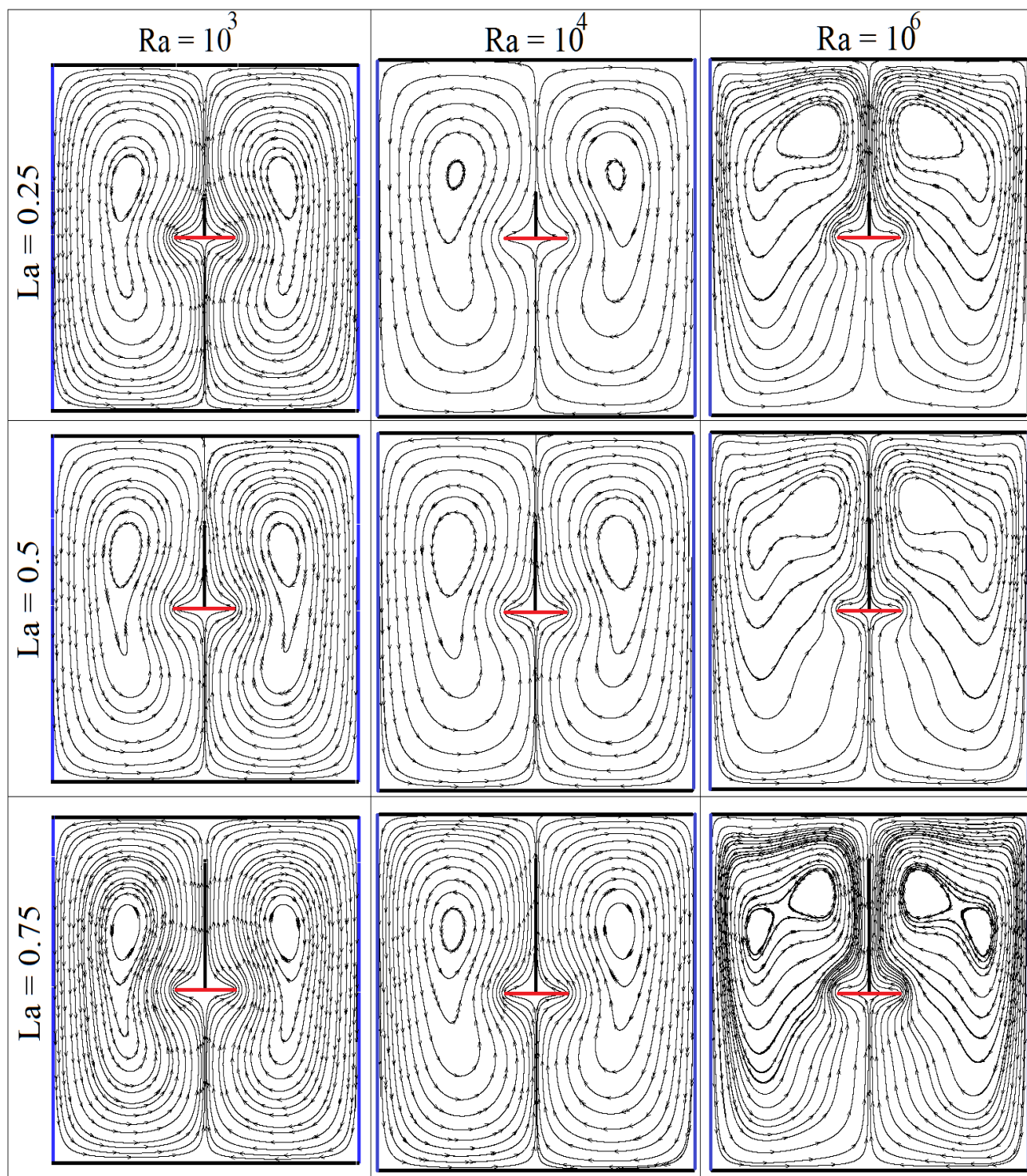


FIGURE B.22 – Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.2$  et  $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.5$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ;  $0.5$  et  $0.75$ ) et différents régimes ( $R_a = 10^3$ ;  $10^4$  et  $10^6$ )

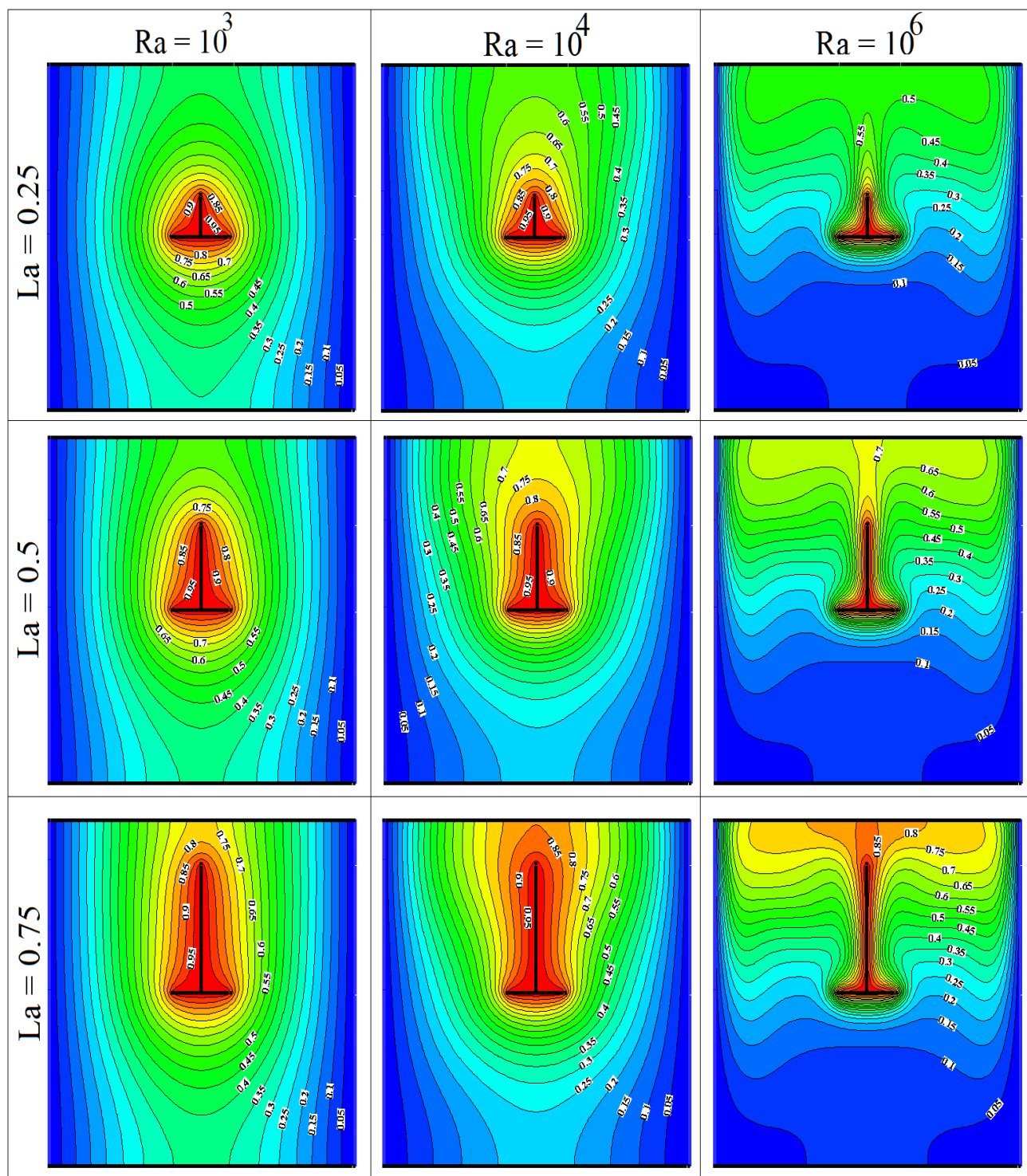


FIGURE B.23 – Lignes d'isothermes dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.2$  et  $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.5$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ;  $0.5$  et  $0.75$ ) et différents régimes ( $Ra = 10^3$ ;  $10^4$  et  $10^6$ )

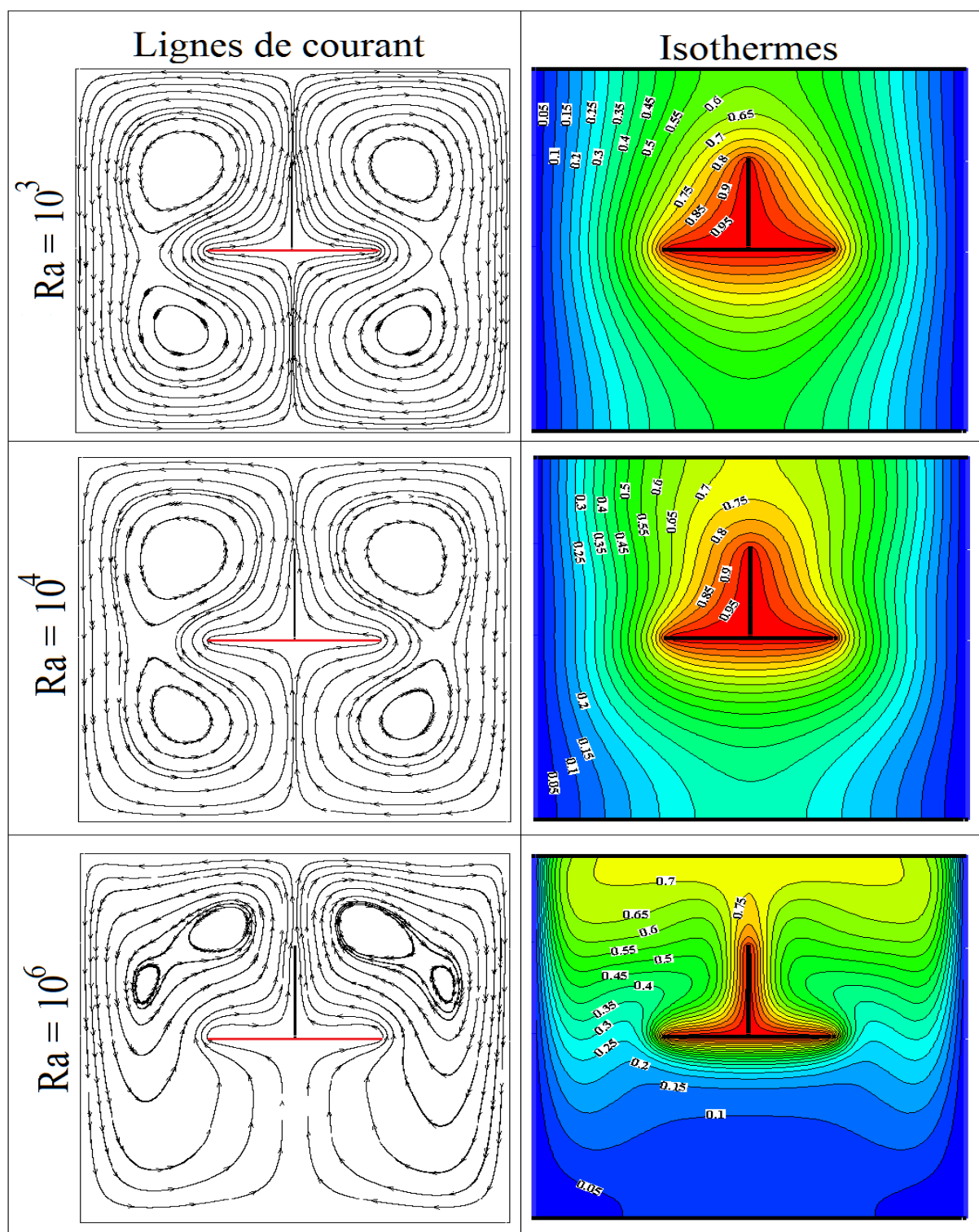


FIGURE B.24 – Lignes de courant (à gauche) et lignes d’isothermes (à droite) dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.4$  et  $A_1 = 0.5$ ) en présence d’une ailette ( $H_a = 0.5$ ) de longueur ( $L_a = 0.5$ ) pour différents régimes ( $Ra = 10^3$ ;  $10^4$  et  $10^6$ )

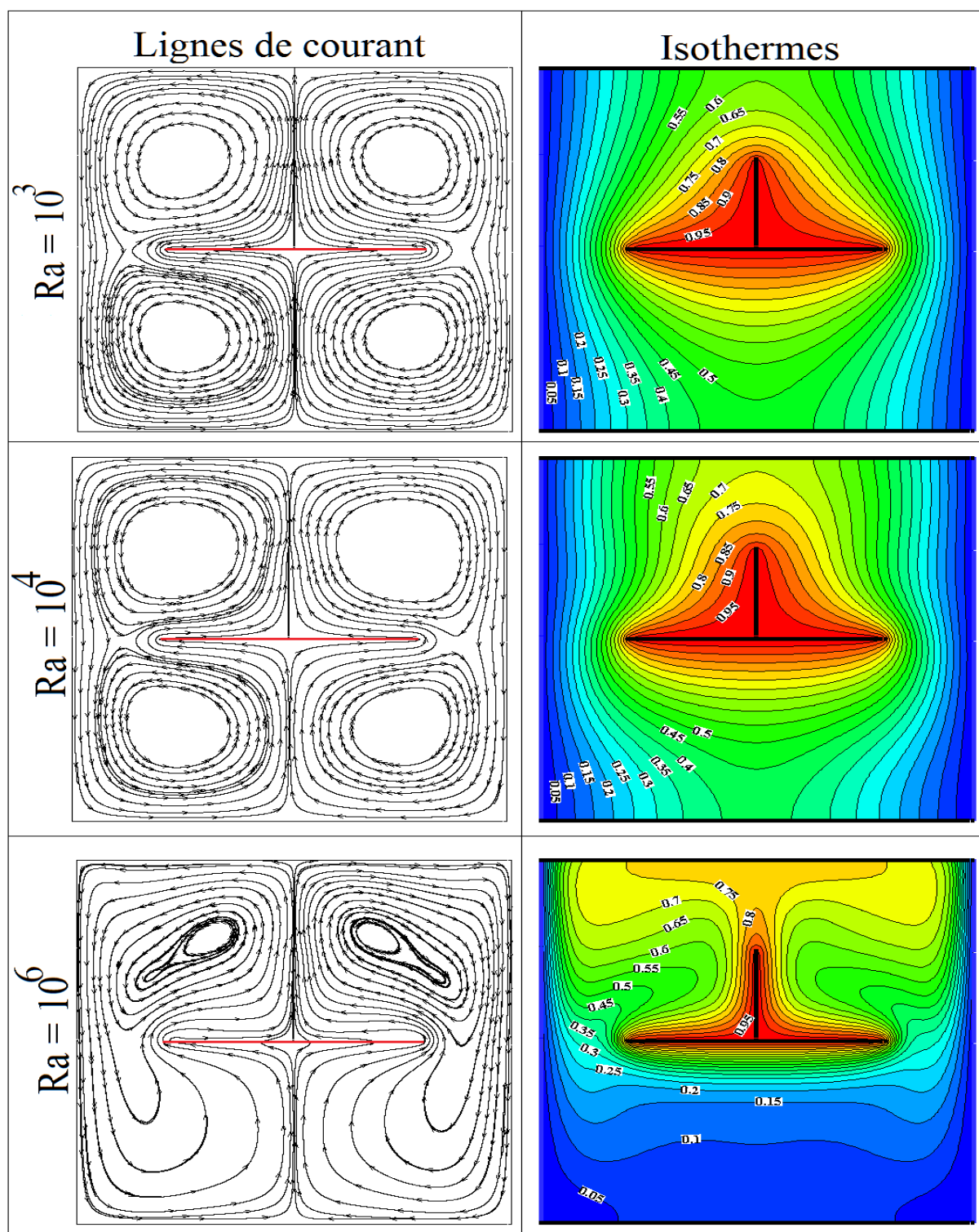


FIGURE B.25 – Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.6$  et  $A_1 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.5$ ) de longueur ( $L_a = 0.5$ ) pour différents régimes ( $Ra = 10^3$ ;  $10^4$  et  $10^6$ )

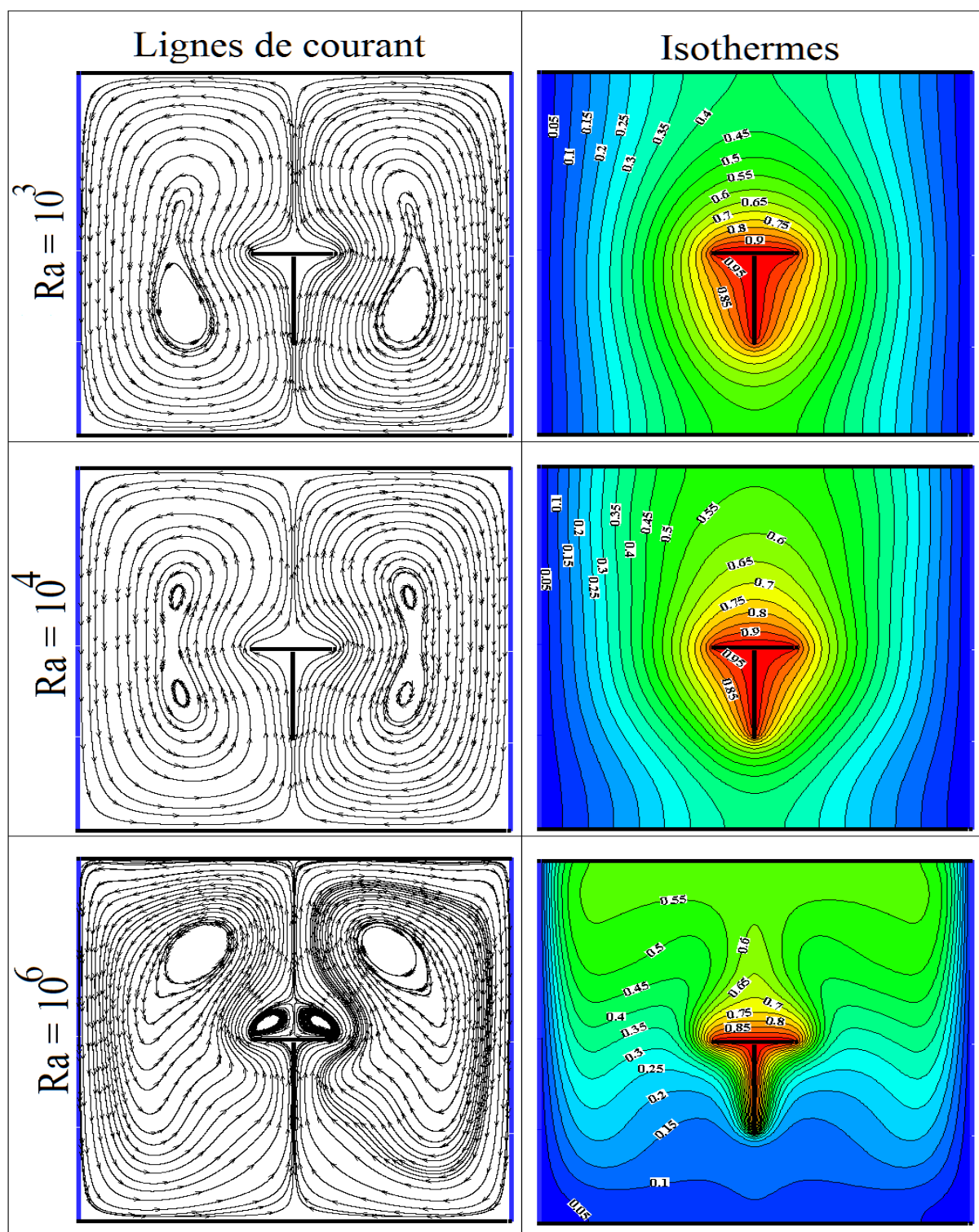


FIGURE B.26 – Lignes de courant (à gauche) et lignes d’isothermes (à droite) dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.2$  et  $A_1 = 0.5$ ) en présence d’une ailette ( $H_a = 0.5$ ) de longueur ( $L_a = 0.5$ ) pour différents régimes ( $Ra = 10^3$ ;  $10^4$  et  $10^6$ )

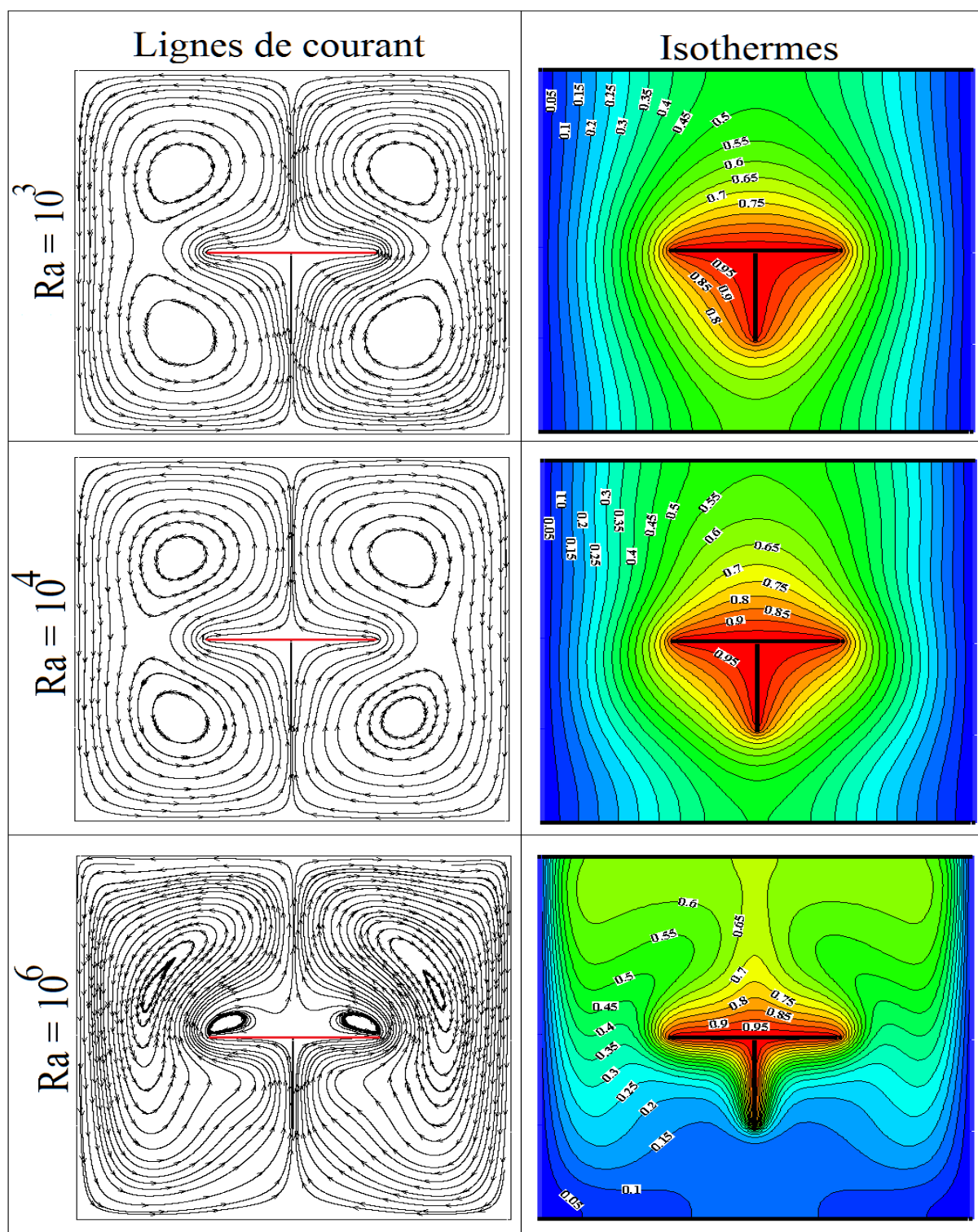


FIGURE B.27 – Lignes de courant (à gauche) et lignes d’isothermes (à droite) dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.4$  et  $A_1 = 0.5$ ) en présence d’une ailette ( $H_a = 0.5$ ) de longueur ( $L_a = 0.5$ ) pour différents régimes ( $Ra = 10^3$ ;  $10^4$  et  $10^6$ )



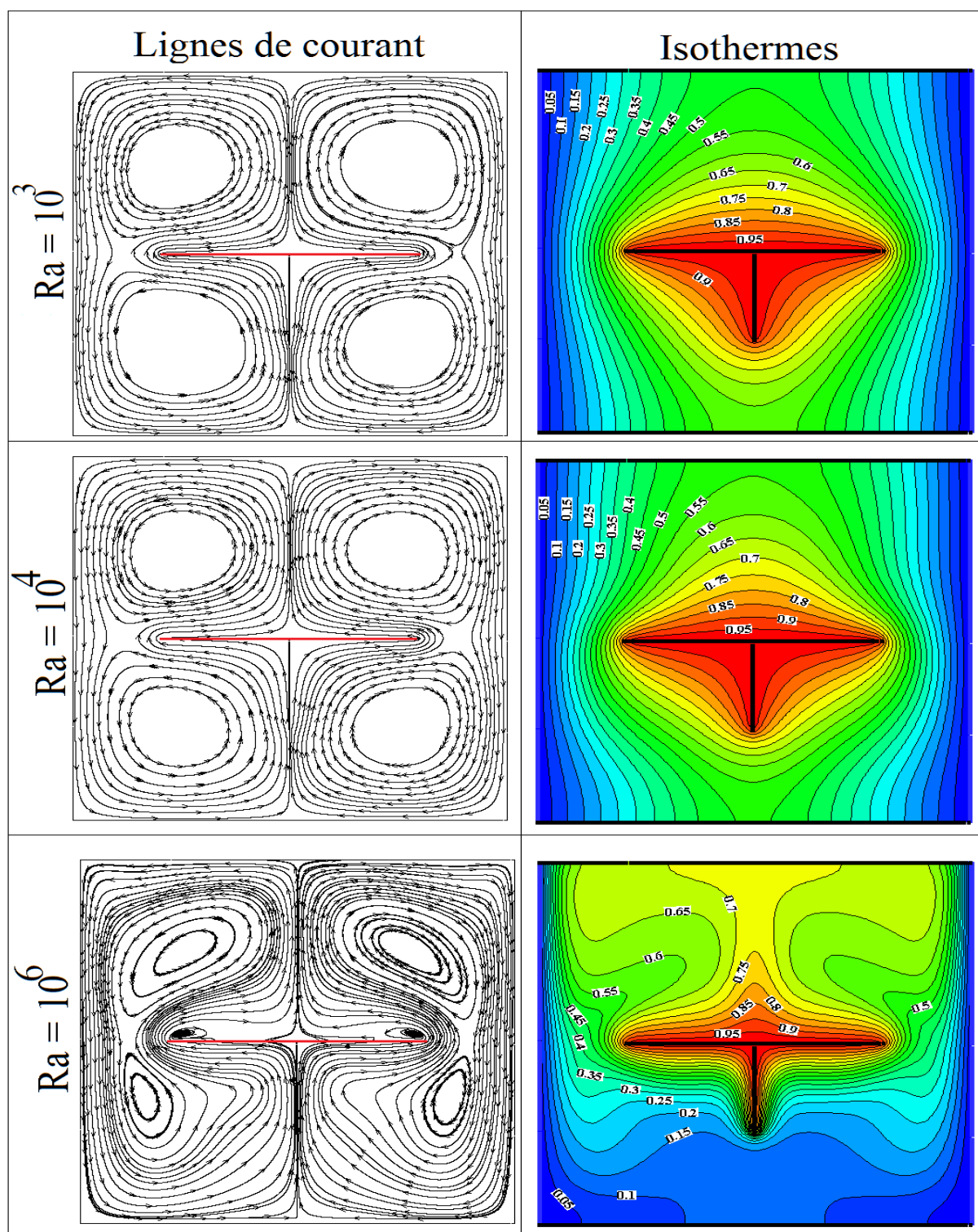


FIGURE B.28 – Lignes de courant (à gauche) et lignes d’isothermes (à droite) dans une cavité contenant une plaque fine placée horizontalement ( $A = 0.6$  et  $A_1 = 0.5$ ) en présence d’une ailette ( $H_a = 0.5$ ) de longueur ( $L_a = 0.5$ ) pour différents régimes ( $Ra = 10^3$ ;  $10^4$  et  $10^6$ )

### B.1.3 Plaque mince verticale avec une ailette

#### B.1.3.1 Les lignes de courant et les isothermes

Les figures (B.29) et (B.31) montrent les lignes de courant pour la plaque mince placée verticalement dans l'enceinte en présence d'une ailette de rapports  $L_a$  respectivement  $H_a$  de 0.25; 0.5 et 0.75 pour deux régimes d'écoulement  $R_a = 10^3$  et  $R_a = 10^5$ , et les deux figures (B.30) et (B.32) représentent leurs lignes d'isotherme respectives.

Les figures (B.33) et (B.34) montrent respectivement les lignes de courant et celles d'isotherme pour une ailette de position  $H_a = 0.375$  et de rapports  $L_a = 0.25; 0.5$  et  $0.75$  suivant les trois régimes d'écoulement  $R_a = 10^4$ ,  $R_a = 10^5$  et  $R_a = 10^6$

Les figures (B.35) et (B.36) représentent respectivement les lignes de courant et celles d'isotherme pour une ailette de position  $H_a = 0.625$  et de rapports  $L_a = 0.25; 0.5$  et  $0.75$  suivant les trois régimes d'écoulement  $R_a = 10^4$ ,  $R_a = 10^5$  et  $R_a = 10^6$

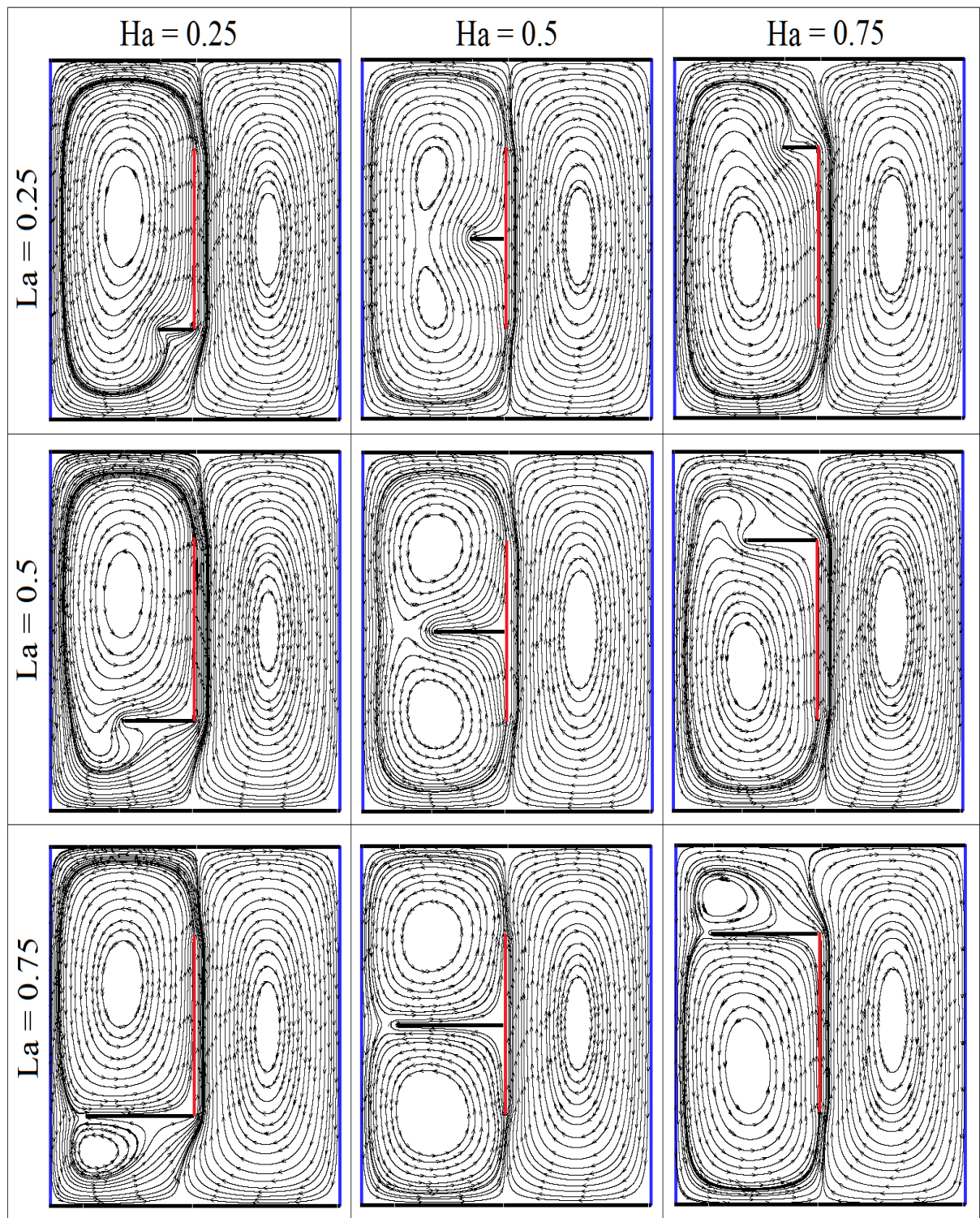


FIGURE B.29 – Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ;  $0.5$  et  $0.75$ ) et différentes positions ( $H_a = 0.25$  et  $0.75$ ,) ( $R_a = 10^3$ )

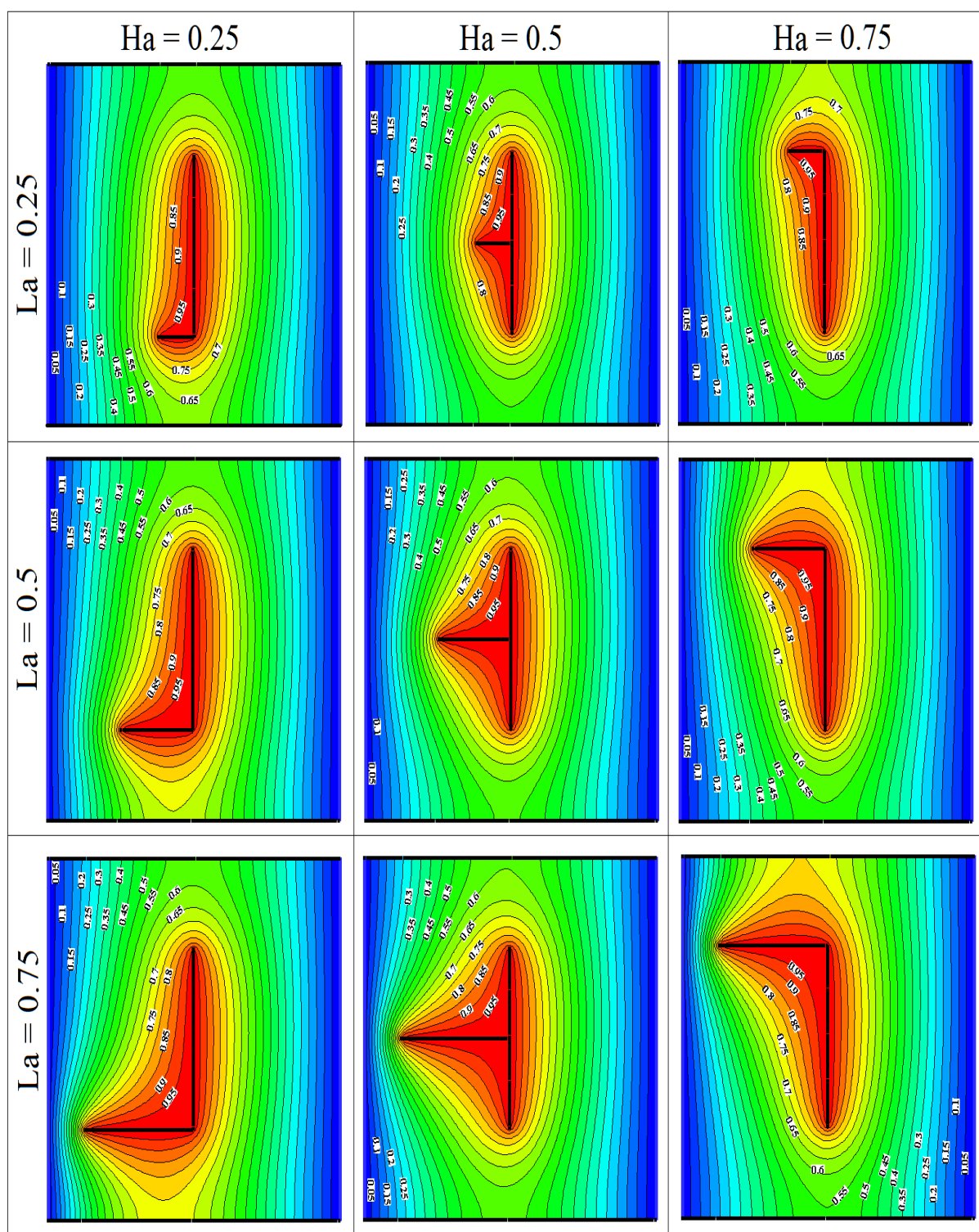


FIGURE B.30 – Lignes d'isothermes dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ;  $0.5$  et  $0.75$ ) et différentes positions ( $H_a = 0.25$  et  $0.75$ ), ( $R_a = 10^3$ )

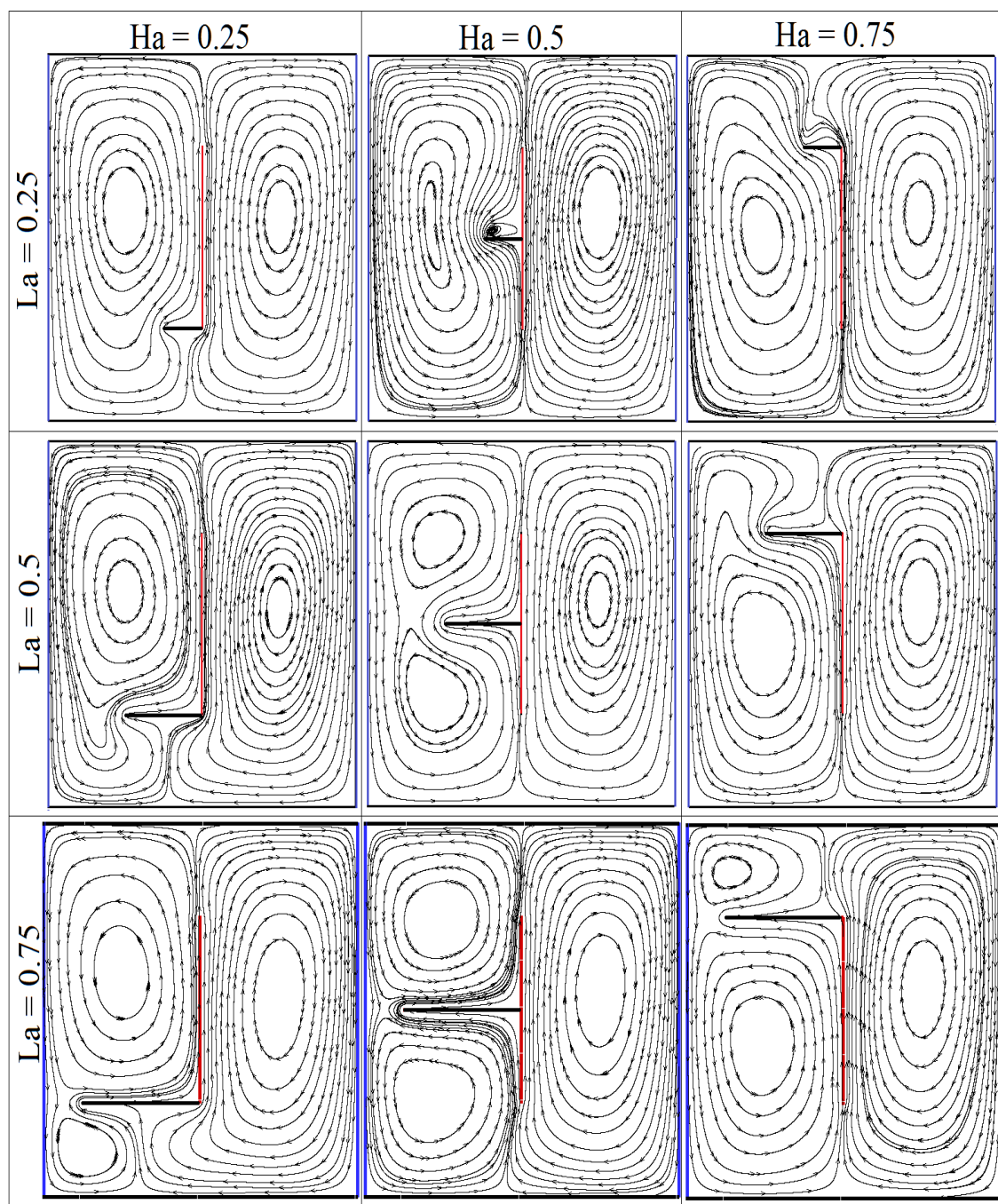


FIGURE B.31 – Lignes de courant dans une cavité carrée contenant une plaque mince ( $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ ) avec une ailette pour différentes longueurs et positions ( $R_a = 10^5$ )

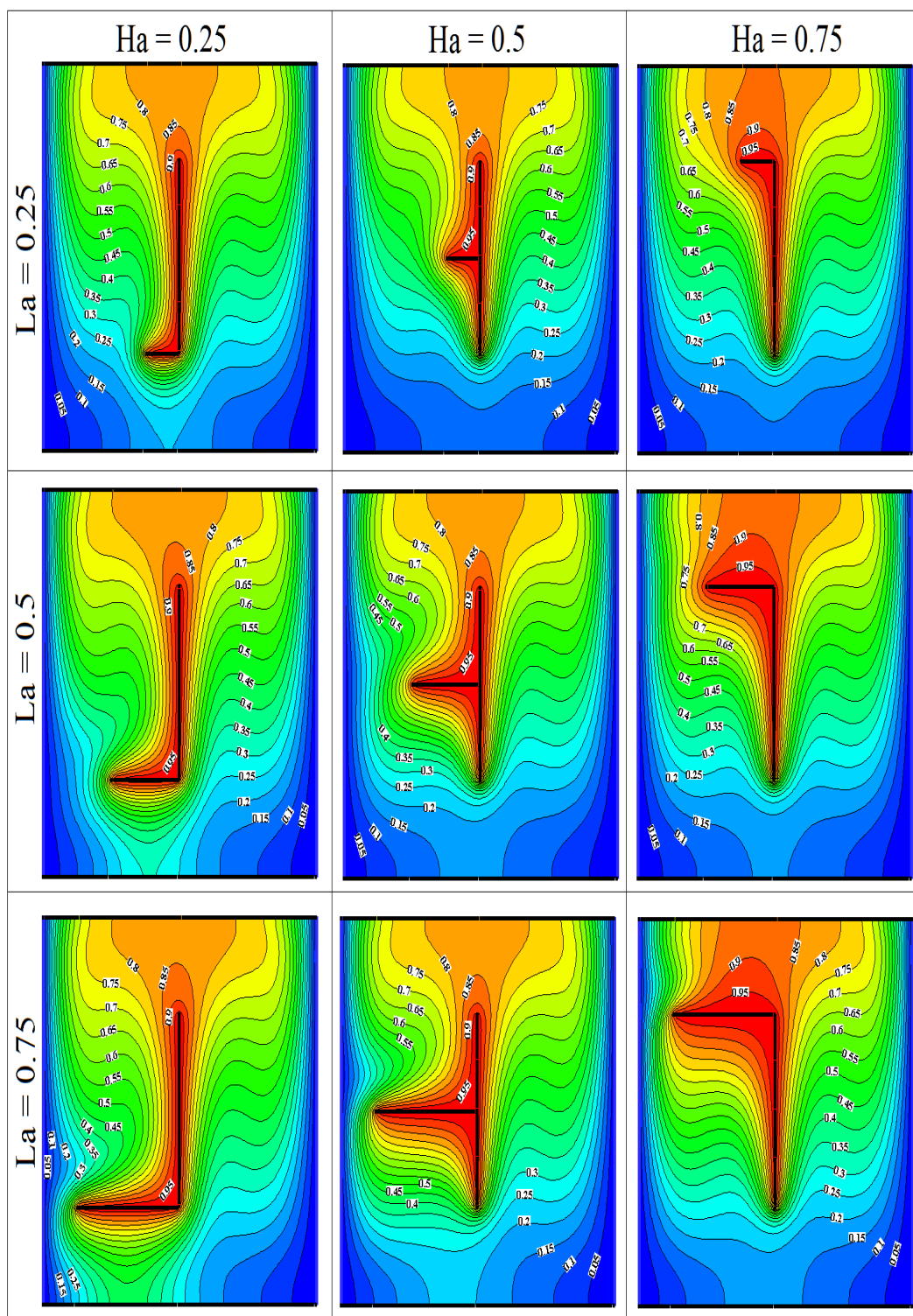


FIGURE B.32 – Lignes d'isothermes dans une cavité carrée contenant une plaque mince ( $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ ) avec une ailette pour différentes longueurs et différentes positions ( $Ra = 10^5$ )

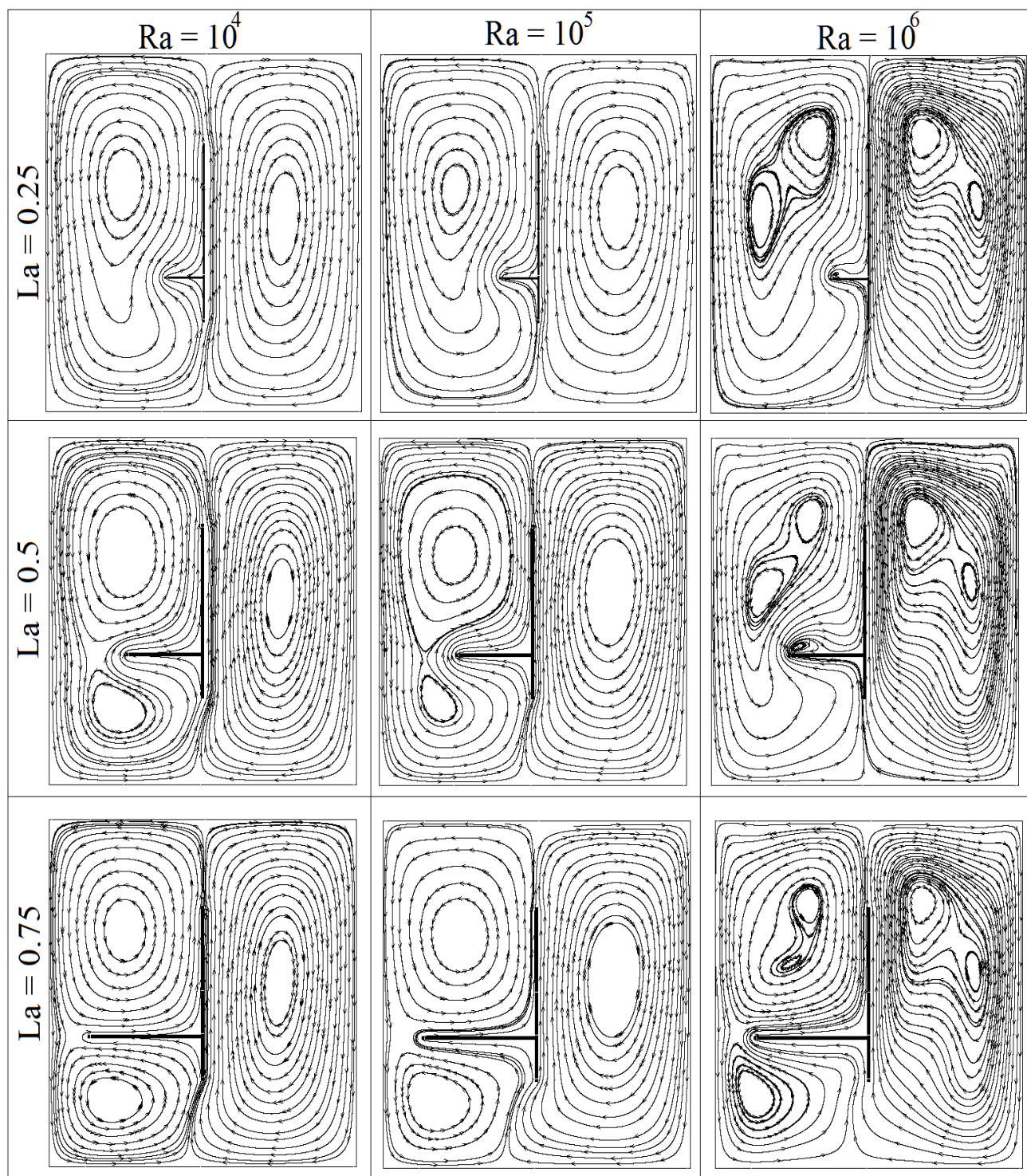


FIGURE B.33 – Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.375$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ;  $0.5$  et  $0.75$ ) et différents régimes ( $Ra = 10^4$ ;  $10^5$  et  $10^6$ )

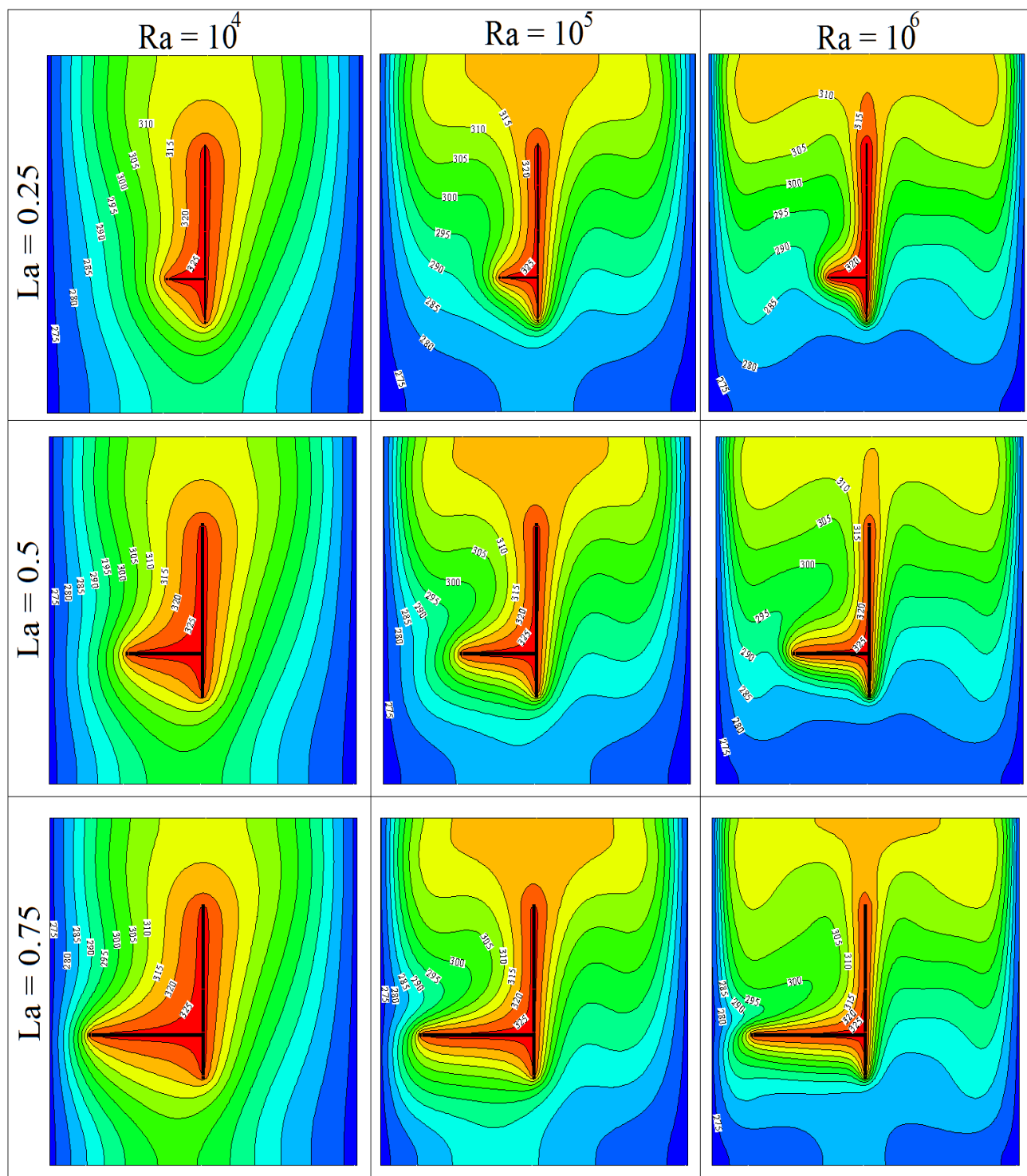


FIGURE B.34 – Lignes d'isothermes dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.375$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ;  $0.5$  et  $0.75$ ) et différents régimes ( $R_a = 10^4$ ;  $10^5$  et  $10^6$ )



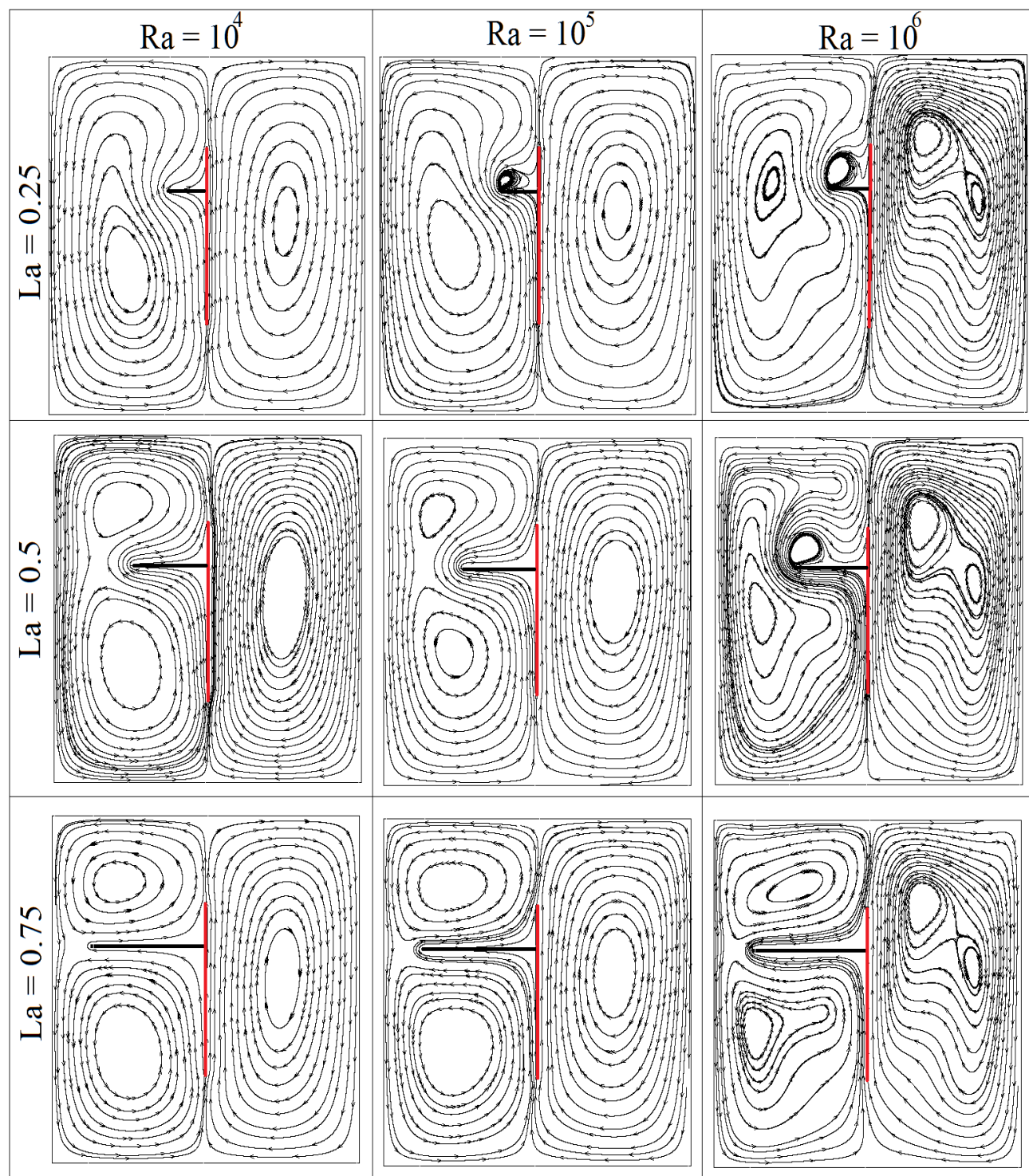


FIGURE B.35 – Lignes de courant dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.625$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ;  $0.5$  et  $0.75$ ) et différents régimes ( $Ra = 10^4$ ;  $10^5$  et  $10^6$ )

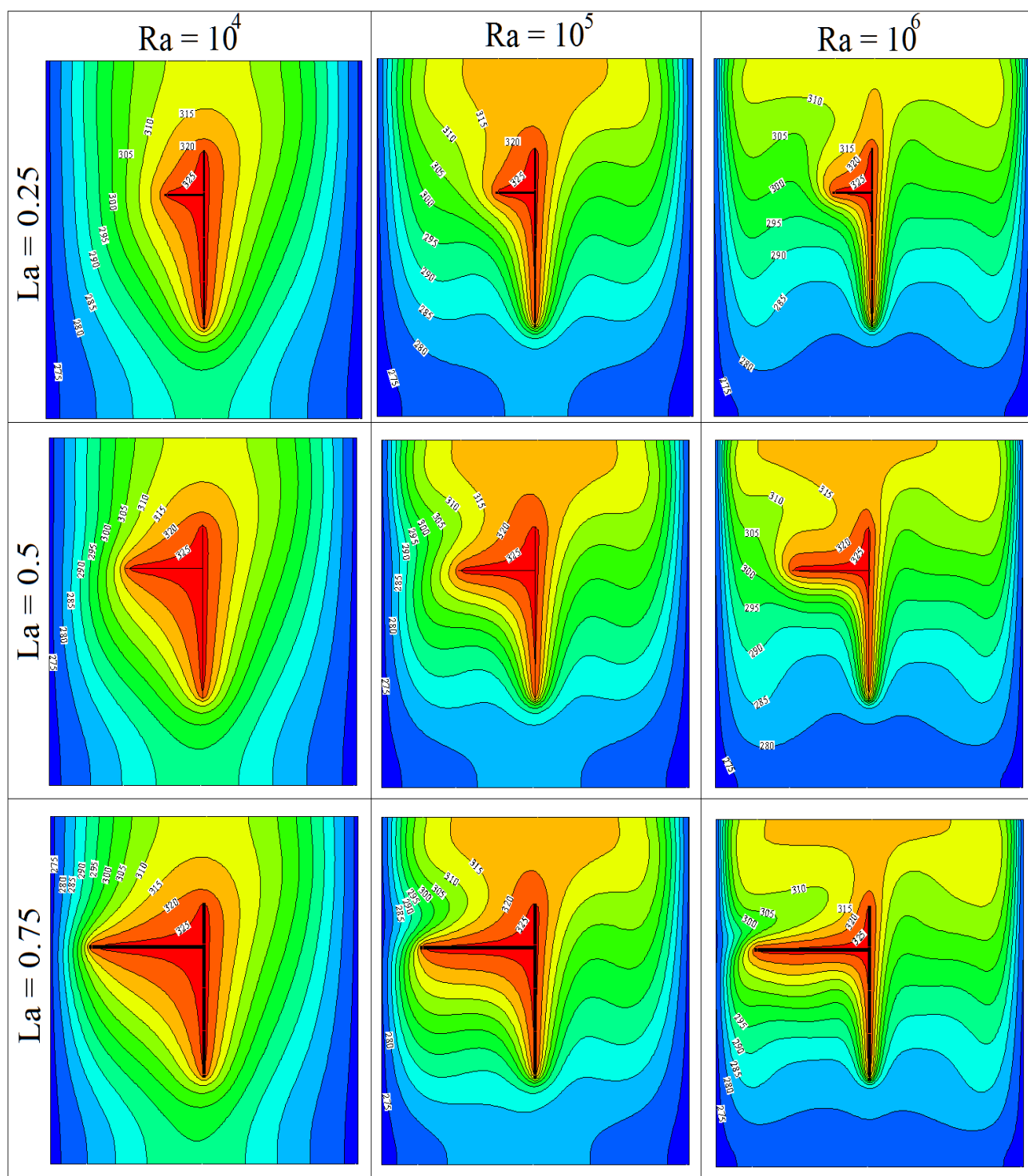


FIGURE B.36 – Lignes d'isothermes dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.625$ ) pour différentes longueurs ( $L_a = 0.25$ ;  $0.5$  et  $0.75$ ) et différents régimes ( $R_a = 10^4$ ;  $10^5$  et  $10^6$ )

### B.1.3.2 Variation du nombre de Nusselt local

Les figures (B.37), (B.38) et (B.39) montrent respectivement la variation des nombres de Nusselt local le long des deux parois verticales froides de l'enceinte pour différentes valeurs de  $H_a$ ,  $L_a$  et pour les régimes d'écoulement définis par  $R_a = 10^4$ ,  $R_a = 10^5$  et  $R_a = 10^6$ .

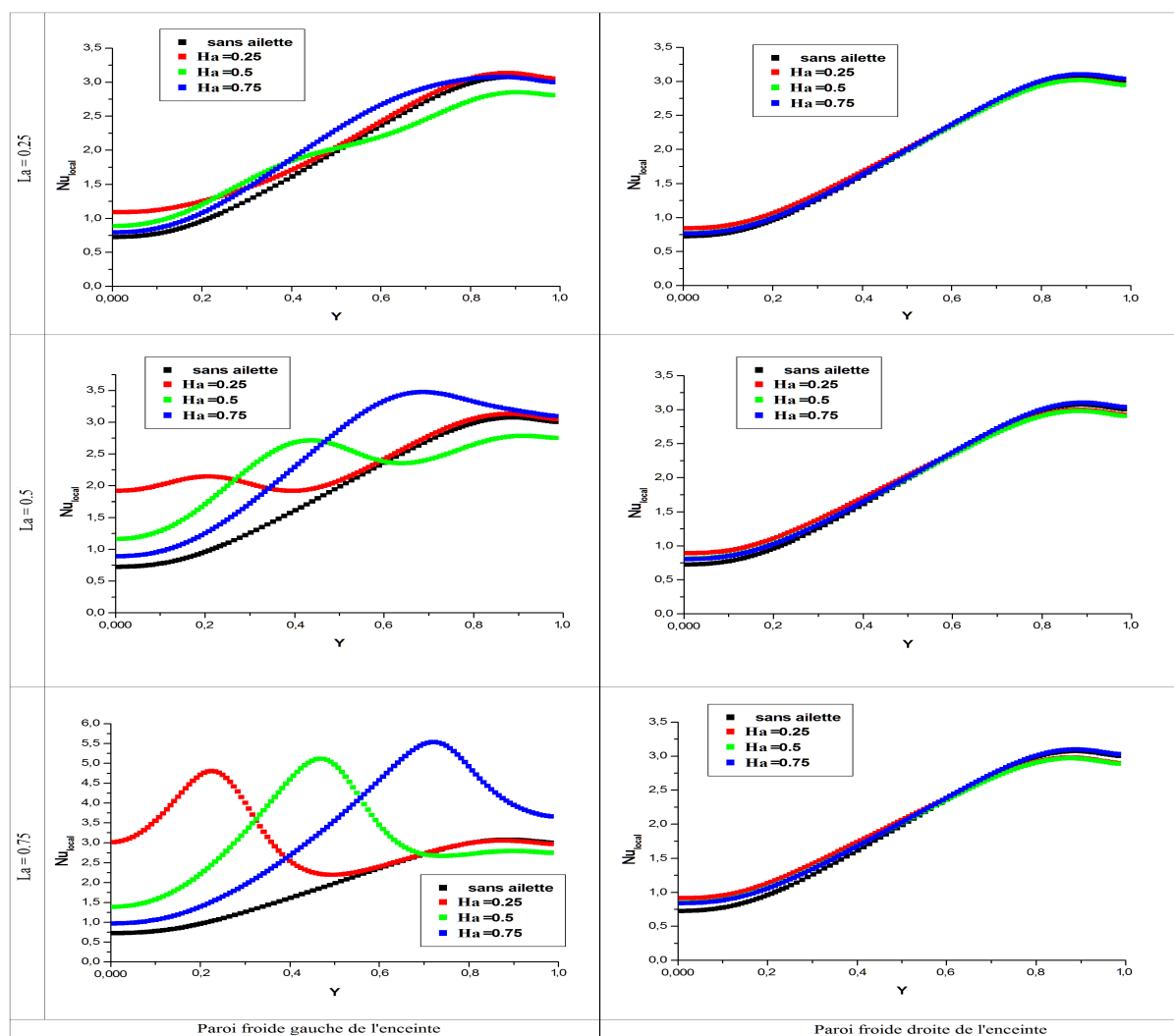


FIGURE B.37 – Nombres de Nusselt locaux sur les parois froides (gauche et droite) de l'enceinte contenant une plaque mince ( $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ ) avec une ailette pour différentes longueurs et différentes positions,  $R_a = 10^4$

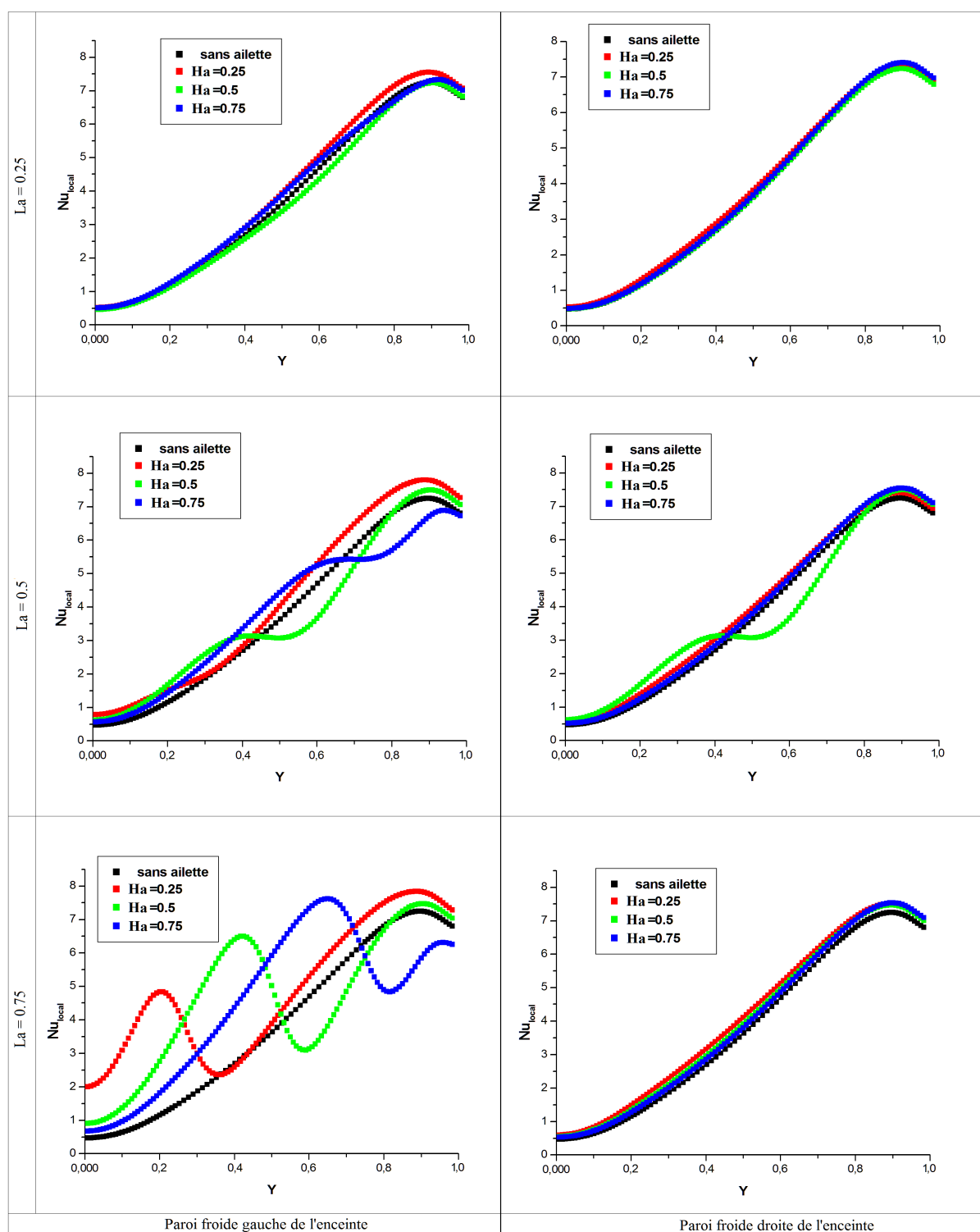


FIGURE B.38 – Nombres de Nusselt locaux sur les parois froides (gauche et droite) de l'enceinte contenant une plaque mince ( $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ ) avec une ailette pour différentes longueurs et différentes positions,  $Ra = 10^5$

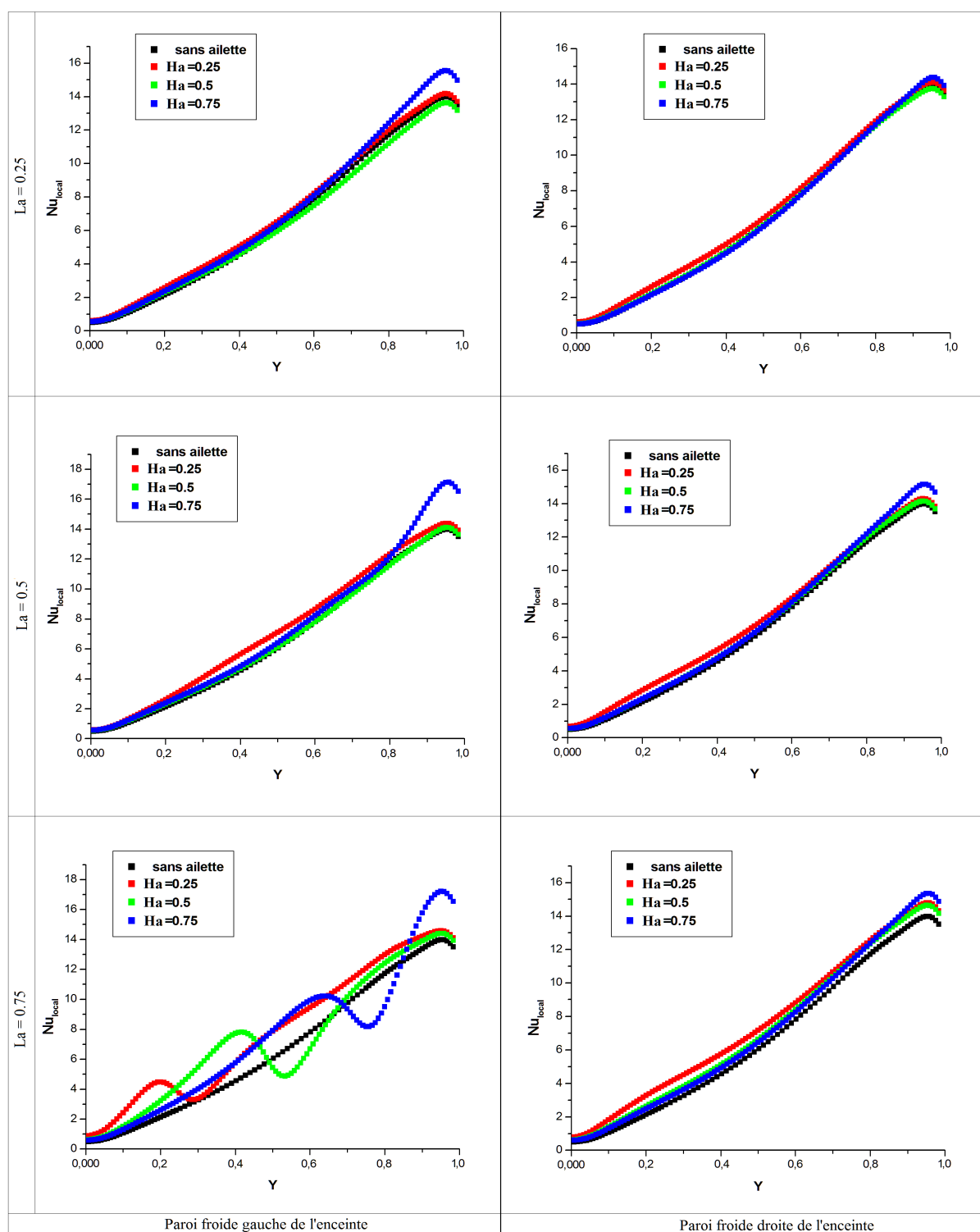


FIGURE B.39 – Nombres de Nusselt locaux sur les parois froides (gauche et droite) de l'enceinte contenant une plaque mince ( $A = 0.5$  et  $A_2 = 0.5$ ) avec une ailette pour différentes longueurs et différentes positions,  $Ra = 10^6$

### B.1.3.3 Influence du rapport d'aspect (longueur de la plaque mince)

Les figures (B.40), (B.41) et (B.42) représentent, respectivement, les lignes de courant (à gauche) et les lignes d'isothermes (à droite) pour différentes longueurs de la plaque ( $A$ ) suivant les régimes d'écoulement définis par  $Ra = 10^3$ ,  $Ra = 10^4$  et  $Ra = 10^6$ .

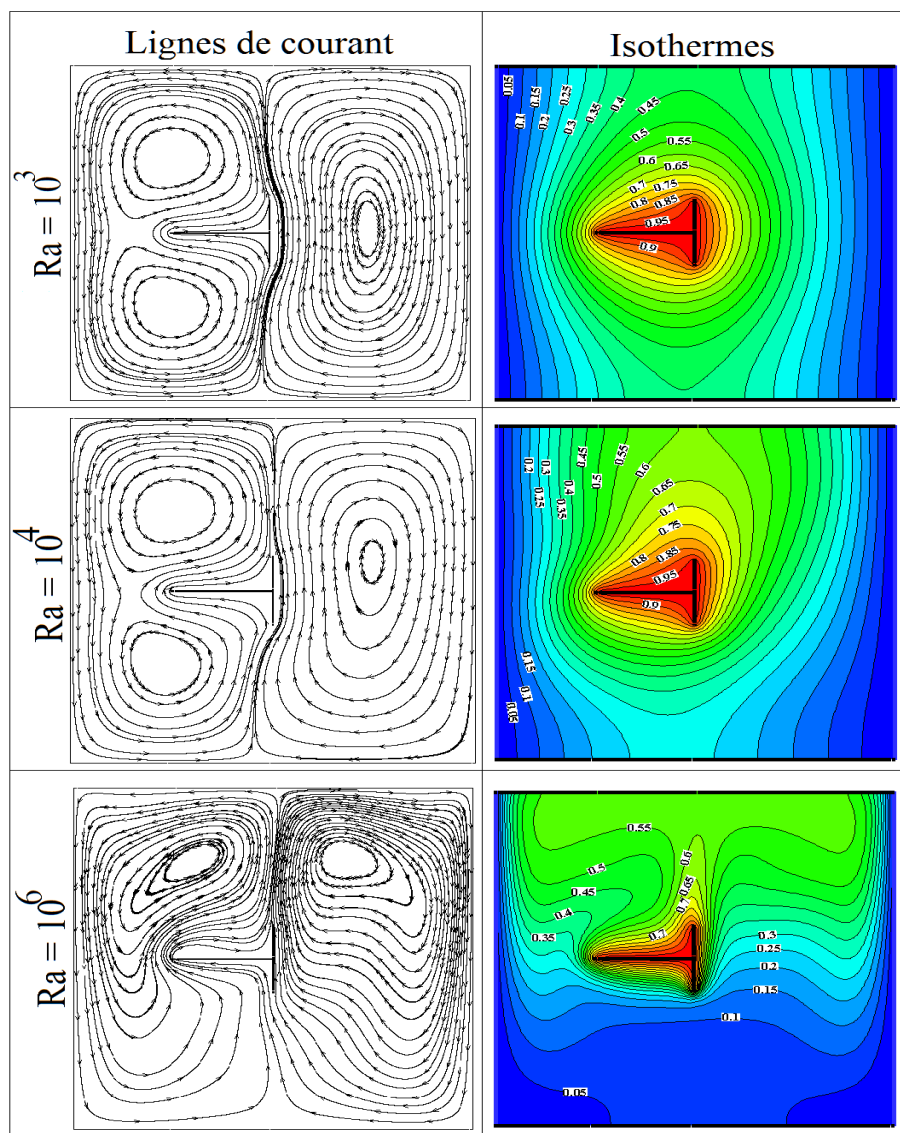


FIGURE B.40 – Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.2$  et  $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.5$ ) de longueur ( $L_a = 0.5$ ) pour différents régimes ( $Ra = 10^3$ ;  $10^4$  et  $10^6$ )

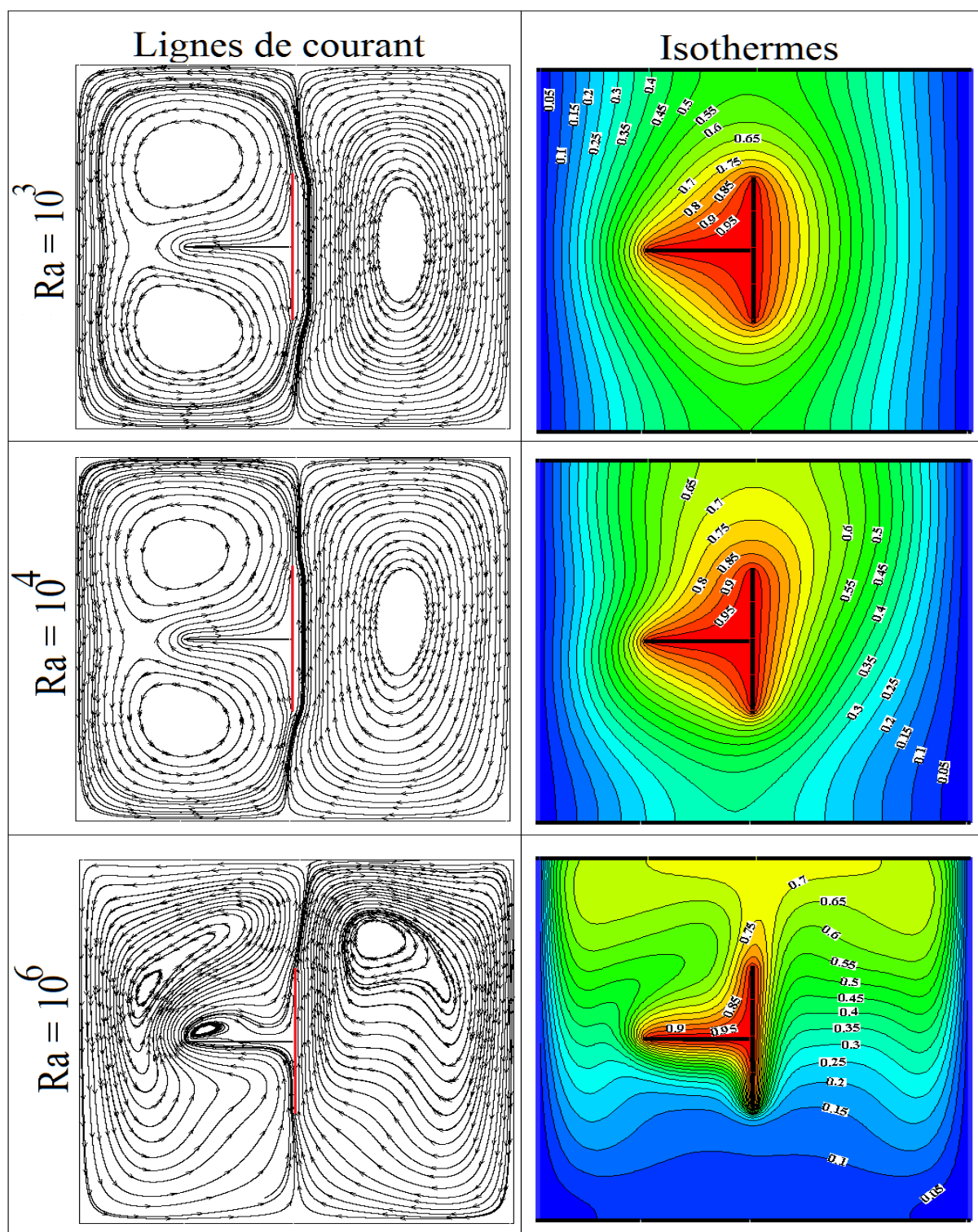


FIGURE B.41 – Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.4$  et  $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.5$ ) de longueur ( $L_a = 0.5$ ) pour différents régimes ( $Ra = 10^3$ ;  $10^4$  et  $10^6$ )

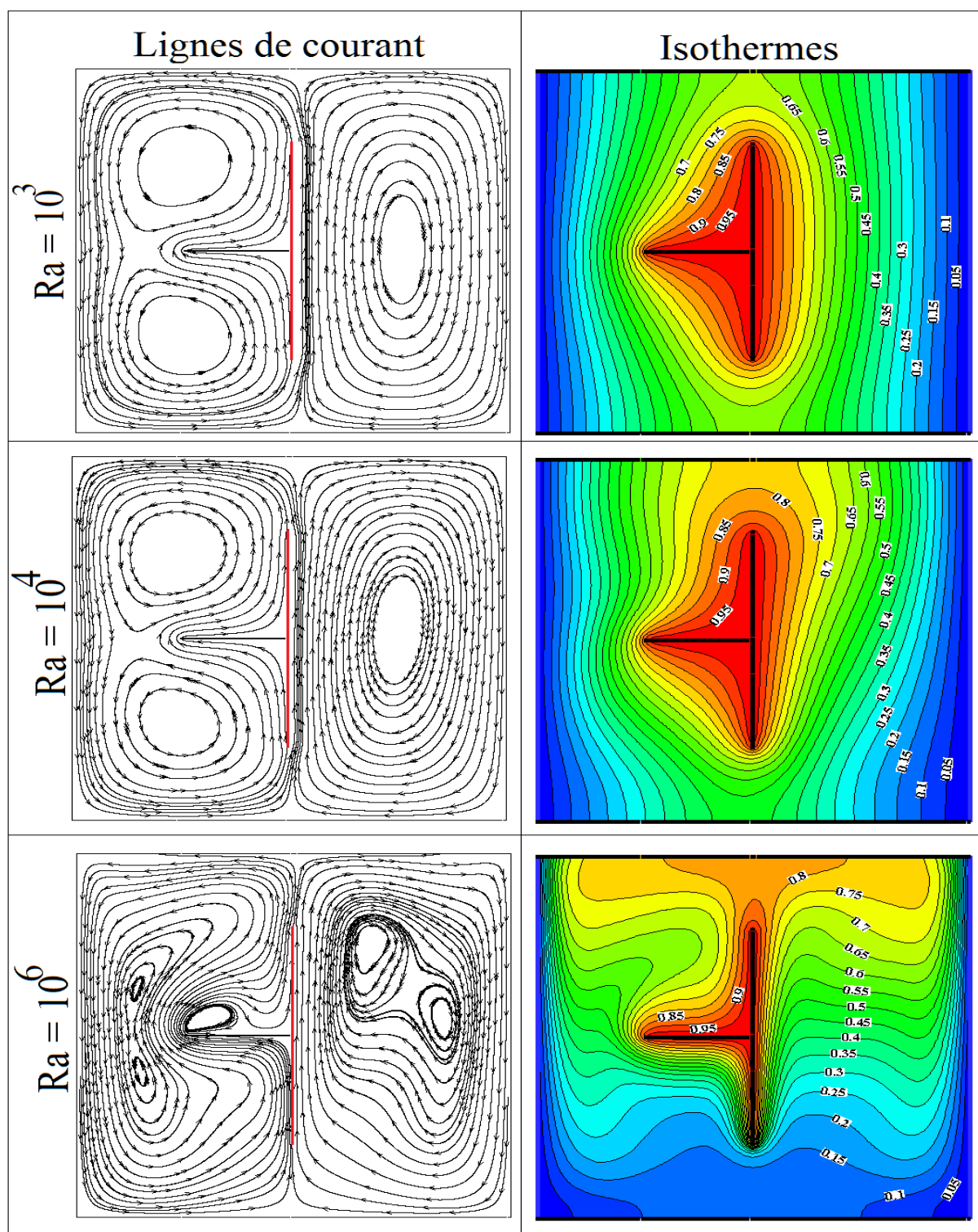


FIGURE B.42 – Lignes de courant (à gauche) et lignes d'isothermes (à droite) dans une cavité contenant une plaque fine placée verticalement ( $A = 0.6$  et  $A_2 = 0.5$ ) en présence d'une ailette ( $H_a = 0.5$ ) de longueur ( $L_a = 0.5$ ) pour différents régimes ( $Ra = 10^3$ ;  $10^4$  et  $10^6$ )



# Résumé

Ce travail consiste en la modélisation des phénomènes de convection dans un espace confiné rectangulaire, carré, rempli d'air contenant un obstacle de type plaque mince. Une ailette a été placée sur cette plaque mince, l'ensemble est maintenu à une température imposée constante durant l'étude.

Les phénomènes de convection dans la cavité sont induits par la différence de température entre l'obstacle et les deux parois verticales de l'enceinte maintenues à la température ambiante. Pour ce type de problème, on se base sur l'hypothèse dite de « Boussinesq », valable pour un gradient de température ne dépassant les 100°C. Les équations gouvernantes ont été discrétisées par la méthode des volumes finis.

Notre procédure de simulation a été validée par comparaison des résultats avec ceux de la littérature correspondant au cas d'une cavité en présence d'une plaque mince chauffante dépourvue d'ailettes.

Notre investigation en régime stationnaire, laminaire et pour une plage de nombre de Rayleigh comprise entre  $10^3$  et  $10^6$ , a permis de caractériser la distribution de température, des lignes de courant dans l'enceinte ainsi que le nombre de Nusselt à la paroi froide de la cavité. L'influence des certains paramètres dont l'orientation de l'ailette sur le transfert de chaleur sur les parois verticales de l'enceinte a été aussi l'objet de cette étude.

**Mots clés:** convection naturelle, transfert de chaleur, cavité, ailette, méthode des volumes finis.

## Abstract

This work involves the modeling of convection in a confined space, rectangular, square, filled with air containing a barrier of thin plate. One fins was placed on this thin plate, the whole is maintained at a constant temperature imposed during the study.

The convection in the cavity is induced by the temperature difference between the obstacle and the two vertical walls of the chamber maintained at ambient temperature. For this type of problem, based on the assumption called "Boussinesq", valid for a temperature gradient not exceeding 100 °C. The governing equations were discretized by the finite volume method.

Our simulation procedure was validated by comparing results with those of the literature relevant to the case of a cavity in the presence of a thin plate without heating fins.

Our investigation into the steady, laminar and for a range of Rayleigh number between  $10^3$  and  $10^6$ , was used to characterize the distribution of temperature, current lines in the enclosure and the Nusselt number at the cold wall of cavity. The influence of certain parameters, the orientation of the fins on the heat transfer on vertical walls of the enclosure was also the subject of this study.

**Keywords:** natural convection, heat transfer, cavity, finite volume method.

## ملخص

هذا العمل ينطوي على نمذجة الحراري في مكان ضيق ، مستطيلة ، مربعة ، ملبنة الجوية التي تحتوي على حاجز لوحة رقيقة. وضعت واحد أو أكثر على هذا زعانف لوحة رقيقة، والحفاظ على الجامعة في درجة حرارة ثابتة فرضت أثناء الدراسة.

وأشعل الحراري في تجويف من الفرق في درجة الحرارة بين العقبة والجدران اثنين الرأسي للغرفة في الحفاظ على درجة حرارة صالحة لمدة التدرج درجة حرارة لا تزيد على 100 درجة مئوية. والمعادلات التي الغرفة لهذا النوع من المشكلة، على أساس افتراض يسمى « Boussinesq » تحكم بواسطة الأسلوب حجم محدود.

تم التحقق من صحة إجراء محاكاة لدينا من خلال مقارنة النتائج مع تلك الكتابات ذات الصلة بالقضية من تجويف في وجود لوحة رقيقة من دون تدفئة زعانف.

وقد استخدم تحقيقنا في الصفحي، ثابتة ولمجموعة من عدد رابيليلوصف توزيع درجات الحرارة، وخطوط الحالية في العلبة وعدد نسلت على الجدار البارد تجويف. تأثير معايير معينة، وكان اتجاه زعانف على نقل الحرارة على جدران عمودية من العلبة أيضا موضوع هذه الدراسة.

**الكلمات المفتاحية:** الانتقال الحراري الطبيعي، حيز، طريقة الحجم المنتهية.