

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Abderrahmane Mira-Béjaïa

Faculté de la Technologie
Département de Génie Civil

MÉMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Magister en Génie civil**

Option : **Matériaux et structures**

Par : **GUECHARI Lounis**

Thème

Réponse sismique des tours de prise d'eau

Devant le jury composé de :

Président	DAHMANI Abdelnasser	Professeur	Univ. de Béjaïa
Examineur	CHERRARED Merzouk	Maitre de conférences/A	Univ. de Béjaïa
Examineur	KADRI Mohamed	Maitre de conférences/A	Univ. de Boumerdès
Rapporteur	TAHAKOURT Abdelkader	Professeur	Univ. de Béjaïa
Invité	SEGHIR Abdelghani	Maitre assistant/A	Univ. de Béjaïa

Résumé

La réponse sismique d'une tour de prise d'eau présente des caractéristiques tout à fait complexes à cause des effets d'interaction fluide-structure qui modifie son comportement dynamique. La détermination des modes et des fréquences propres d'un système couplé tour-eau constitue généralement une tâche très difficile.

Dans le présent travail, une brève description des tours et des modèles d'analyse de leur comportement sismique est d'abord exposée. Ensuite, la modélisation en éléments finis de la structure, de l'eau et du système couplé tour-eau est donnée en détails. Les résultats de comparaison entre différents modèles ont montré principalement que le fluide allonge les périodes propres de la structure et les modèles à masse concentrée issue d'abaques et du programme basé sur la formule de Westergaard donnent des résultats acceptables.

Mots clés: Masse ajoutée, Tour de prise, Comportement sismique.

الملخص

ان الاستجابة الزلزالية لبرج تناول المياه ذات خصائص معقدة جدا بسبب آثار تفاعل السائل و الهيكل و بالتالي يعدل هذا سلوكه الديناميكي، ولذا فان تحديد الوسائط والترددات من برج المياه عادة ما يكون مهمة صعبة للغاية.

في هذا العمل المقدم يتم أولا وصف موجز للأبراج ونماذج لتحليل الزلازل من سلوكها. ثم تتم نمذجة العانصر المحدودة لهيكل الماء و نظام برج المياه وقدم هذا بالتفصيل. وقد أظهرت نتائج المقارنة بين مختلف النماذج أن السائل يمتد أساسا إلى فترات أطول من الهيكل و أن النموذج الشامل للمخططات و كذا المترکز على نظرية Westergaard يعطي نتائج مقبولة.

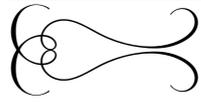
الكلمات المفتاحية: الكتلة المضافة, برج تناول المياه, السلوك الزلزالي

Abstract

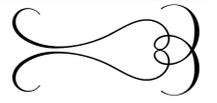
The seismic response of a water intake tower has characteristics quite complex because of the effects of fluid-structure interaction that modifies its dynamic behavior. The determination of the modes and frequencies of a coupled water tower is usually a very difficult task.

In this work, a brief description of the towers and models for seismic analysis of their behavior is first exposed. Then, finite element modeling of the structure, water and water-tower coupled system is given in detail. The results of comparison between different models showed that the fluid mainly to longer periods of the structure and the models with concentrated mass resulting from abacuses and the program based on the formula of Westergaard give acceptable results.

Keywords: Added mass, intake tower, seismic behavior



DÉDICACE



Je dédie ce travail ...

A ...



La mémoire de ma belle sœur Fatima,

Que Dieu ait son âme

Mon adorable neveu Manil

*Mes très chers parents qui ont toujours été là
pour moi et qui m'ont donné un magnifique modèle
de labeur et de persévérance. J'espère qu'ils
trouveront dans ce travail toute ma reconnaissance
et tout mon amour*

Mes chers frères et mes chères sœurs

M^d Tahar, Elhacene, Malek, Hassina et saliha

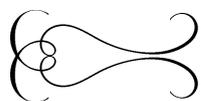
Ma chère belle sœur Nawel

Ma bien aimée

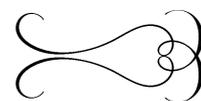
G. Mounira

Tout mes amis (es) sans exception.





REMERCIEMENTS



C'est avec la crainte d'oublier quelqu'un que j'écris cette partie consacrée à ceux que je souhaite remercier.

Je voudrais remercier tout d'abord Mr A.DAHMANI, Professeur à l'université de Béjaia qui m'a fait l'honneur de présider mon jury. J'adresse aussi mes remerciements à Mr M.CHERRARED, M.C.A à l'université de Béjaia et à Mr M.KADRI, M.C.A à l'université M. BOUGUERA de Boumerdès, qui ont examiné mon travail et pour leurs remarques constructives.

J'exprime mes profonds remerciements à mon directeur de thèse, Mr A. TAHAKOURT, Professeur à l'université de Béjaia pour sa lecture et sa lourde tâche de rapporteur, ses encouragements, ses conseils et surtout sa patience tout au long de cette thèse.

J'exprime de sincères remerciements à Mr A.SEGHIR, M.A.A pour son co-encadrement, ses conseils et sa disponibilité. La clarté de ses raisonnements scientifiques et ses qualités pédagogiques ont été pour moi très enrichissantes.

Mes remerciements vont également à tous les enseignants du département génie civil pour leur contribution à ma formation.

Mes remerciements s'adressent aussi à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Je tiens enfin à exprimer toute ma gratitude à ma chère famille dont le soutien a été essentiel tout au long de mes études.

TABLE DES MATIÈRES

Table des matières	i
Liste des figures	iv
Liste des tableaux	vi
Nomenclature	vii
Introduction générale	1
1 Généralités sur les tours de prise d'eau	3
1.1 Définition	3
1.2 Rôle des tours de prise d'eau	4
1.2.1 Structures de prise	5
1.2.2 Types de structures de prise	5
1.3 Conception de tour de prise d'eau	7
1.3.1 Généralités :	7
1.3.2 Critères de conception	8
1.3.3 Etudes structurales de conception	8
1.3.4 Localisation	9
1.3.5 Les prises d'eau	9
1.4 Forme des tours de prise d'eau	9
1.4.1 Forme rectangulaire	9

1.4.2	Forme circulaire	10
1.4.3	Forme irrégulière	10
1.5	Etudes architecturales de base	10
1.5.1	La conception fonctionnelle	10
1.5.2	La conception esthétique	11
2	Modèles d'analyse numérique des systèmes couplés fluide-structure	12
2.1	Introduction	12
2.2	Réponse sismique des tours de prise d'eau	13
2.3	Modèles d'analyse simplifiés	14
2.3.1	Modélisation en masses concentrées	14
2.3.2	Modèles semi analytiques	16
2.3.3	Modèles numériques	23
2.3.4	Prise en compte de l'interaction sol-structure	26
3	Modélisation du système couplé tour-fluide	29
3.1	Introduction	29
3.2	Modélisation du système couplé en éléments finis	30
3.2.1	Description du système	30
3.2.2	Modélisation de la tour	31
3.3	Modélisation du fluide en éléments finis	35
3.3.1	Formulation en déplacement et pression	35
3.3.2	Formulation mixte en pression et potentiel des déplacements	39
4	Discrétisation par éléments finis	44
4.1	Introduction	44
4.2	Discrétisation des domaines	45
4.3	Discrétisation des formes intégrales	46
4.3.1	Discrétisation de la formulation (u,p)	47
4.3.2	Discrétisation de la formulation (u,ϕ,p)	51
4.4	Interaction fluide-structure	53
4.4.1	Cas de la formulation déplacement-pression	53
4.4.2	Cas de la formulation mixte	54
4.5	Problèmes des vibrations libres pour le cas des matrices symétriques	55

4.6	Analyse du système couplé	56
4.6.1	Méthodes de symétrisation pour la formulation (u,p)	56
4.6.2	Cas de la formulation (u,ϕ,p)	58
5	Couplage fluide-structure et applications	60
5.1	Introduction	60
5.2	Présentation du système analysé	61
5.3	Modèle analytique	62
5.3.1	Calcul statique	62
5.3.2	Calcul dynamique	63
5.4	Analyse des vibrations libres du système	65
5.5	Analyse de la réponse sismique	67
5.5.1	Excitation sismique considérée	67
5.5.2	Histoires de la réponse	68
5.6	Modèle de masses concentrées	68
5.6.1	Masses hydrodynamiques ajoutées internes et externes	68
5.6.2	Masses hydrodynamiques ajoutées de Westergaard	70
5.7	Modèle éléments finis	71
	Conclusion générale	74
	Bibliographie	76
A	Détermination des masses ajoutées concentrées	80

TABLE DES FIGURES

1.1	Représentation d'une tour de prise d'eau [4]	4
1.2	intérieur d'une tour	5
1.3	structure libre	6
1.4	structure inclinée	7
2.1	Masse hydrodynamique ajoutée $m_a^o(z)$ et $m_a^i(z)$ [8]	15
2.2	Présentation de la masse ajoutée de Westergaard	20
3.1	Domaine sol-tour-fluide	30
4.1	Rapport entre la constante d'amortissement de Rayleigh et la fréquence	49
5.1	caractéristiques géométriques de la tour	62
5.2	Système à un degré de liberté	63
5.3	Chargement harmonique $P(t)$	64
5.4	Effet de la hauteur de remplissage sur les périodes du système	66
5.5	Accélérations sismiques Dar Elbeida	67
5.6	Accélérations sismiques Loma Preita	67
5.7	Modèle de masses concentrées	69
5.8	Déplacements au sommet de la tour : cas Dar Elbeida	69
5.9	Déplacements au sommet de la tour : cas Loma Preita	70
5.10	Déplacements au sommet de la tour : cas Dar Elbeida	70
5.11	Déplacements au sommet de la tour : cas Loma Preita	71

5.12 modèle 3D de Abaqus	71
A.1 Masse hydrodynamique ajoutée due à l'eau environnante d'une tour élancée.	81
A.2 Masse hydrodynamique ajoutée normalisée due à l'eau environnante.	82
A.3 Masse hydrodynamique ajoutée normalisée due à l'eau intérieure.	82
A.4 Aire équivalente circulaire extérieure	83
A.5 Aire équivalente circulaire intérieure	83

LISTE DES TABLEAUX

5.1	Caractéristiques mécaniques	61
5.2	Caractéristiques géométriques	61
5.3	Périodes propres de la tour (modèle poutre)	65
5.4	Périodes du système en fonction de la position de la limite de troncature	66
5.5	La masse totale pour des mouvements sismiques	68
5.6	Périodes propres (sec) pour une tour vide	72
5.7	Périodes propres (sec) pour une tour avec l'eau intérieure	72
5.8	Périodes propres (sec) pour une tour avec l'eau intérieure et environnante	72
A.1	Calcul des masses hydrodynamiques approximatives, eau environnante	85
A.2	Calcul des masses hydrodynamiques approximatives, eau intérieure	86
A.3	Propriétés et masse de la tour	87

NOMENCLATURE

Symboles	Définitions
Ω	Domaine
Γ	Contour ou limite
σ	Tenseur des contraintes en vecteur colonne
f	Vecteur des forces de volume
ρ_t	Masse volumique de la structure
ρ_f	Masse volumique du fluide
u	Vecteur du champ des déplacements continus
n	Vecteur normale unitaire
p	Champ des pressions hydrodynamiques continus
ε	Tenseur des déformations en vecteur colonne
$_{,i}$	Dérivée partielle par rapport à x_i
D	Matrice d'élasticité
E	Module de Young
ν	Coefficient de Poisson
S	Opérateur de dérivées de déplacements
∂	Opérateur de dérivée partielle
δ	Fonction de Dirac
W	Fonction potentielle ou énergie

Suite page suivante . . .

v	Vitesse de fluide
∇	Opérateur gradient
ϕ	potentiel des déplacement dans le fluide
k	Module de compressibilité volumique
C	Célérité des ondes de compression dans le fluide
Δ	Opérateur Laplacien
$(\dot{})$	Dérivée par rapport au temps
g	Accélération due à la pesanteur
U	Vecteur des valeurs discrètes des déplacements
P	Vecteur des valeurs discrètes des pressions
φ	Vecteur des valeurs discrètes du potentiel
N	Fonction de forme
M	Matrice masse
C	Matrice d'amortissement
K	Matrice de rigidité
F	Vecteur chargement

Le peu que je sache, je veux néanmoins le faire connaître afin qu'un autre, meilleur que je ne suis, découvre la vérité et que l'oeuvre qu'il poursuit sanctionne mon erreur. Je m'en réjouirai pour avoir été, malgré tout, cause que cette vérité se fasse jour.

[Albert Dürer]

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Dans le cas d'un séisme, il est extrêmement important que la rupture d'un barrage et le déversement soudain d'eau du réservoir soit empêché. Une importance de la prévention d'un tel échec est le maintien de la capacité de gestion de l'écoulement de l'eau après le tremblement de terre. Si un barrage est endommagé, l'abaissement rapide et contrôlé du niveau d'eau diminuera la pression hydrostatique qui à son tour aidera à empêcher la propagation des dommages. La survie fonctionnelle de telles tours est donc très importante et est l'objectif principal de tout effort de recherches dans ce domaine.

La réponse dynamique d'une tour de prise pendant un tremblement de terre peut présenter des caractéristiques tout à fait complexes dues à beaucoup de facteurs. L'eau, intérieure et extérieure de la tour, joue un rôle important dans la modification de la réponse de la structure. En outre, la complexité de l'analyse est augmentée par des effets importants d'interaction sol-structure.

Les systèmes représentant le solide et le fluide doivent souvent être considérés simultanément, ils sont dits couplés, de telle sorte qu'à n'importe quel moment, le comportement de l'un des constituants influence celui des autres et vice versa[1, 2].

L'objectif principal de ce travail est de calculer la réponse dynamique de la tour de prise sous des excitations sismiques, donnant la considération appropriée aux phénomènes d'interaction fluide-structure. Plusieurs méthodes alternatives ont été employées pour les analyses dans le but de comparer les résultats obtenus d'un modèle simplifié du système de tour-réservoir avec ceux en utilisant des modèles d'éléments finis plus raffinés. Il est avantageux de montrer que les résultats d'un modèle simplifié sont comparables à ceux d'un modèle d'éléments finis plus précis.

Dans cette étude, des propriétés élastiques linéaires sont supposées pour la structure de la tour et l'eau du réservoir. Le mouvement du système couplé est considéré restreint aux petites amplitudes. Le fluide est supposé sans écoulement s'étendant à l'infini dans les deux directions de manière à isoler la tour. Cependant, les effets des ondes de surface et de la compressibilité de l'eau sont considérés.

Ce présent travail consiste en l'étude de la réponse sismique d'une tour de prise d'eau rectangulaire avec la prise en compte de l'interaction fluide structure. Basé sur la masse ajoutée de Westergaard, un programme MATLAB calcul les périodes ainsi que la réponse à une excitation sismique d'une tour modélisée en brochette. Un autre modèle tridimensionnel, se basant sur la formulation mixte déplacements–pressions–potentiel de déplacement, est élaboré avec le logiciel ABAQUS. Le système est modélisé par des éléments hexaédriques isoparamétriques linéaires.

Le présent manuscrit est développé en cinq chapitres plus une introduction et une conclusion générale. Une synthèse bibliographique sur les tours de prise d'eau est réalisée au chapitre 1, elle traite leurs types, formes et rôles. Le chapitre 2 présente des modèles d'analyse de la structure prenant en charge l'effet du fluide sur cette dernière. Le chapitre 3 est consacré à la modélisation de la structure de la tour et du fluide en éléments finis et l'écriture intégrale des équations avec prise en compte des conditions aux limites appropriées. La discrétisation et l'écriture matricielle de ces équations font l'objet du chapitre 4 et enfin, dans le dernier chapitre sont présentés les principaux résultats numériques de cette étude.

CHAPITRE 1

GÉNÉRALITÉS SUR LES TOURS DE PRISE D'EAU

1.1 Définition

Dans beaucoup de barrages, on peut voir des tours partiellement submergées dans le réservoir. Ces tours s'appellent les tours de " prise " ou de " sortie ", ce sont les structures grandes et minces. Elles se tiennent au-dessus des entrées des conduits de sortie dans le réservoir, et des chambres de contrôles qui règlent l'écoulement de l'eau par les canalisations. Les conduites transportent des milliers de mètres cubes d'eau vers des stations de traitement d'eau, par exemple.

Le dommage de l'une de ces tours dû à un tremblement de terre peut causer une catastrophe, car le control du transfert d'eau à partir du réservoir peut être perdu, et au pire, le barrage peut également être très endommagé[3]. Si l'eau retenue derrière ne pourrait pas être relâchée du réservoir, le barrage pourrait s'effondrer entraînant des inondations, une perte de vies et des dommages de propriétés. Un autre problème peut être la rupture du canal de fuite en aval du barrage, avec de vastes quantités d'eau jaillissant hors de lui. Si cette quantité non contrôlée de l'eau ne pourrait pas être refoulée, encore les inondations et les dommages s'ensuivraient.

Pour éviter de tels problèmes, les concepteurs ou réalisateurs de barrage devraient s'assurer que ces tours sont sûres. Ils peuvent faire ceci en contrôlant que les tours existantes sont assez fortes pour résister à tous les tremblements de terre significatifs dans la zone, et en concevant de nouvelles tours convenablement. Les concepteurs ou réalisateurs emploient les ingénieurs pour faire ces évaluations. Les ingénieurs ont besoin d'une compréhension de la façon dont les tours pourraient se comporter pendant les tremblements de terre, de sorte qu'ils puissent faire des calculs appropriés pour évaluer leur capacité.



FIGURE 1.1 – Représentation d'une tour de prise d'eau [4]

1.2 Rôle des tours de prise d'eau

Les ouvrages de vidange se composent d'une combinaison des structures conçues pour contrôler la sortie de l'eau dans le réservoir de sorte à satisfaire le but et le fonctionnement du projet.

Ces ouvrages sont fréquemment employés pour réussir des détournements des écoulements pendant la construction, régler les courants des inondations, aider à la vidange du réservoir dans un état d'urgence et de permettre l'abaissement du niveau du réservoir pour les inspections et les réparations spéciales.

La fiabilité de secours dans des états d'inondation est une condition opérationnelle fondamentale des structures de prise.



FIGURE 1.2 – intérieur d'une tour

1.2.1 Structures de prise

La structure de prise d'eau peut remplir plusieurs et différentes fonctions dans le système de travaux de sortie. Outre le rôle de l'entrée, elle peut inclure (1) un bloc de trashrack grilles pour bloquer des débris, (2) des entrées de poissons, (3) ports ou déversoirs à multi-niveaux pour le contrôle de température de l'eau, (4) ouvertures de déviation provisoires, (5) prises d'approvisionnement et d'irrigation en eau, (6) cloison étanche ou batardeaux pour la fermeture et (7) les portes et les dispositifs de contrôle.

1.2.2 Types de structures de prise

Il n'existe aucune conception standard pour les structures de prise d'eau, chaque conception est unique et peut prendre différentes formes et variations[5]. Les structures de prise peuvent être séparées en deux larges catégories : position libre et inclinée. La sélection du type approprié dépend d'un certain nombre de facteurs comprenant l'état du site, l'économie et l'efficacité de satisfaire aux exigences du projet. Une structure de prise peut être submergée ou peut s'étendre au-dessus de la surface de l'eau du réservoir, selon sa fonction.

Les structures de prise d'au-dessus-réservoir sont nécessaires quand les contrôles des vannes sont situés sur la structure, l'accès à une salle de commande interne de vannes est par le dessus de la structure, ou lorsque des opérations telles que le ratissage des débris, installation de batardeaux ou de cloison étanche et le nettoyage d'écran de poissons sont

exigés du pont de la structure. La structure de prise submergée est principalement sise au bas-tête des projets de contrôle des crues là où la submersion se produit seulement pendant des périodes d'inondations ou aux projets où le nettoyage de débris n'est pas nécessaire. Les structures de prise submergées peuvent également se composer de puits submergés simples et des prises horizontales équipés d'une structure de débris et des cloisons étanches.

1.2.2.1 Structure à position libre

Le type le plus commun de structure de prise est la structure verticale, généralement désignée sous le nom d'une tour de prise autonome. La tour verticale est généralement plus économique et plus facile à mettre en oeuvre que la structure de la prise inclinée. Les conduits et les ouvertures, le matériel de fonctionnement, et les dispositifs d'accès se prêtent plus aisément à l'agencement dans la structure verticale. Une passerelle de service permet d'accéder au dessus de la structure.

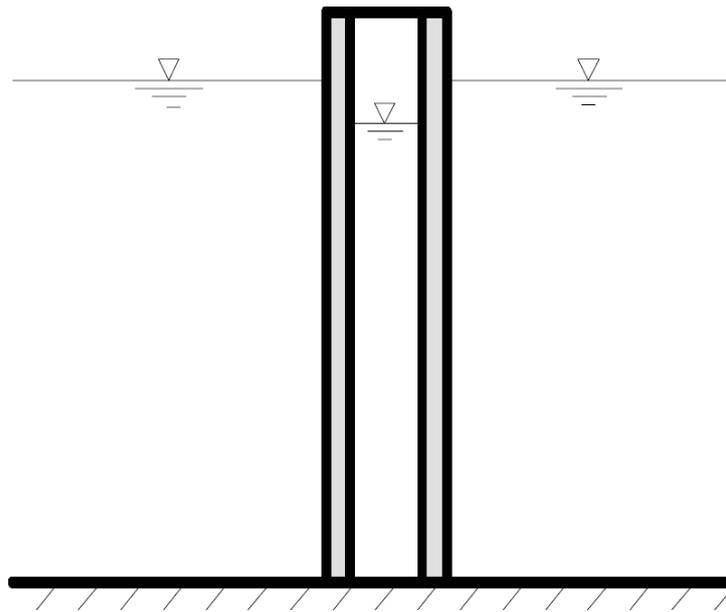


FIGURE 1.3 – structure libre

1.2.2.2 Structure à position inclinée

Pour de plus hauts barrages de remblai dans des zones de risques sismiques élevés où une structure verticale peut ne pas être faisable, une structure de prise inclinée supportée contre la butée est une alternative à considérer. Une structure inclinée a l'avantage de la stabilité beaucoup plus qu'une structure verticale. Dans les zones de gros risques sismiques et sur les

pentés du contrefort escarpés, l'ancrage de la structure à la butée pour mettre à jour la stabilité et pour empêcher le soulèvement devrait être étudié.

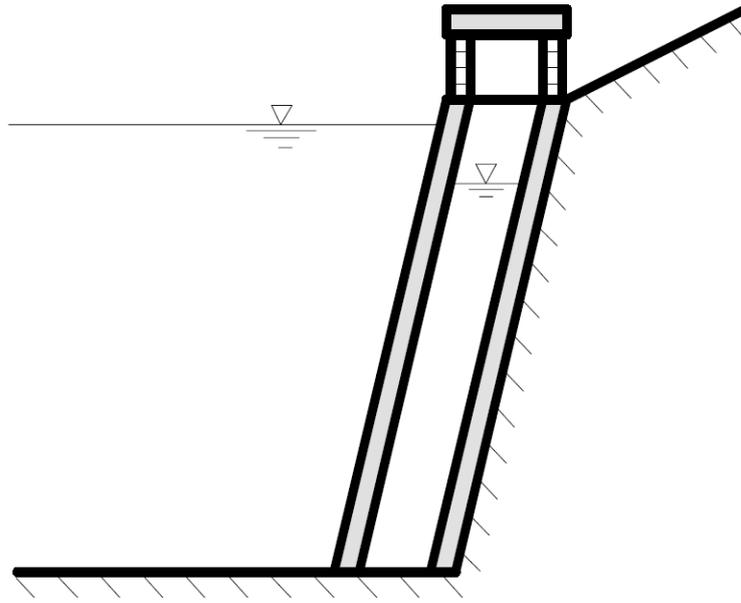


FIGURE 1.4 – structure inclinée

1.3 Conception de tour de prise d'eau

1.3.1 Généralités :

L'ouvrage de vidange est une partie intégrale d'un projet qui inclut un barrage et évacuateur de crue. Sa disposition et configuration devraient donc être associées à la planification et au développement du projet complet. Dans tous les cas, la sélection du meilleur plan global pour les ouvrages de vidange devrait être faite après des études comparatives soigneuses des plans alternatifs et la considération des conditions de site. Des exigences fonctionnelles et du service, corrélations et compatibilité des composantes, économie, sécurité, sûreté, et des besoins de réparation et d'entretien devraient tout être considérés dans les études. Les états de site incluent la topographie, le climat, la base, la géologie, et la sismicité. L'hydrologie et les conditions minimum d'écoulement sont importantes pour déterminer l'intervalle des types de conception pour les conditions de vidange et de transfert. Tous les besoins de fonctionnement et d'entretien doivent être identifiés pour que sûreté, fiabilité, et économie des travaux de sortie soient conçus. Après que tous les buts du projet soient établis et les fonctions et les critères pour les travaux de sortie ont été clairement définis, la géométrie et

la disposition de la tour de prise peuvent procéder. Des alternatives multiples devraient être développées et évaluées pour déterminer le plan optimum.

1.3.2 Critères de conception

La dimension et la configuration de la structure de la prise sont basées sur la dimension des entrées et des puits de collection, conduit de vanne de control, passages de sortie, dimensions des éléments structuraux, et de l'espace et de dégagement requis pour l'appareillage électrique et mécanique. La structure de prise peut prendre la nombreuses formes pour chaque alternatif potentiel. La configuration finale prendra l'effort d'une équipe entièrement coordonnée d'ingénieurs structural, de mécanique, de l'électricité, de matériel, de coût, et de la géotechnique, d'un géologue ; et d'ingénieurs hydrologiques et hydrauliques pour veiller à ce que toutes les ingénierie et considérations géologiques sont correctement intégrées dans la conception globale. Quand la qualité de l'eau est un objectif, l'hydrodynamique de réservoir et les études environnementales sont importantes dans le processus de conception. Un modèle hydraulique mathématique et/ou physique peut être exigé pour appuyer la conception hydraulique et environnementale.

1.3.3 Etudes structurales de conception

Après que la disposition de conception ait été choisie, l'ingénieur structural devrait évaluer l'intégrité structurale. Une fondamentale responsabilité de l'ingénieur structural est de s'assurer que la conception structurale répond à l'objectif de transmettre les charges calculées à partir du sommet de la structure à sa base. Des pertuis humides avec les ports et les déversoirs à multi-niveaux doivent être examinés pour assurer la stabilité structurale, les matériaux, les détails de connexion, la disposition de renfort et la compatibilité géométrique avec les dispositifs adjacents. Les objectifs de la planification structurale pertinente sont de maintenir la symétrie, réduire au minimum les effets de torsion, prévoir des trajectoires verticales directes des forces latérales, et fournir une fondation appropriée. Une trajectoire de la charge continue ou trajectoires avec force appropriée et raideur qui transféreront toutes les forces du point d'application au point définitif de résistance doivent être fournies.

1.3.4 Localisation

La sélection de l'emplacement pour une structure de prise dépend de multiples facteurs, y compris des états du sol de fondation, l'alignement des conduites et accès de tunnel. L'emplacement et la configuration de la structure dépendront également de si la structure sera verticale ou inclinée. Pour une structure de prise verticale, l'emplacement sera déterminé en grande partie par la disposition de conception du reste des dispositifs de sortie et du barrage. Cependant, des informations adéquates sur le type de fondation devraient être obtenues avant la sélection de site final pour s'assurer que la fondation conviendra. Pour une structure inclinée, la sélection de l'emplacement de la base et l'angle d'inclinaison sont déterminées principalement par le profil du sol et les propriétés des matériaux de la fondation.

1.3.5 Les prises d'eau

Les prises de l'eau sont fondamentalement placées par rapport aux niveaux du réservoir et pour satisfaire des fonctions particulières de fonctionnement. L'évacuation de bas niveau du réservoir, les niveaux de dépôt des sédiments, et la production minimale d'électricité sont d'autres critères à considérer. Une structure de détritrus est exigée pour la plupart des prises pour protéger les portes, les valves et les turbines. Les tailles des ouvertures des grilles sont régies par l'ouverture minimale des conduites d'eau et la taille de porte.

1.4 Forme des tours de prise d'eau

Il y a de nombreuses formes géométriques et combinaisons qui peuvent être développées dans la conception d'une structure de prise. Le profil en élévation peut être uniforme ou conique, et le plan peut être rectangulaire, circulaire, ou irrégulier.

1.4.1 Forme rectangulaire

Les structures de prise rectangulaires sont plus fonctionnelles pour les réservoirs conçus pour de grandes décharges. Une forme rectangulaire prévoit une disposition plus efficace des entrées et des ouvertures, les portes et l'équipement de fonctionnement, et d'autres dispositifs. Les structures rectangulaires de prise sont habituellement plus facilement constructible et adaptables aux sites.

1.4.2 Forme circulaire

Les structures de prise circulaires sont structurellement plus efficaces, fournissant l'épargne économique, en particulier dans des projets à hautes décharges. Les besoins hydrauliques et d'accès peuvent aisément être adaptés à la forme circulaire. La section inférieure de la structure peut être rectangulaire pour prévoir l'arrangement des prises, des grilles et des cloisons étanches à l'eau.

1.4.3 Forme irrégulière

Une conception irrégulière peut résulter du développement de formes usuelles et très complexes. Les structures avec les puits secs et humides, les prises à niveau élevé, les puits humides multiples, les entrées de poissons, et d'autres usages spéciaux résultent de nombreuses différentes et inusuelles configurations.

1.5 Etudes architecturales de base

1.5.1 La conception fonctionnelle

La conception architecturale devrait focaliser sur la satisfaction des demandes opérationnelles, sécuritaires, et des moyens matériels pour y inclure les éléments suivants :

- ✓ Accès/sortie de la structure et du mouvement dans le service sera conforme au code de sûreté de la vie. Cela inclut la conception d'éléments tels que garde-corps, murs, cloisons, couloirs, escaliers, portes, etc. Les échelles, les compartiments de stockage ou d'autres éléments d'espace spécialisés doivent être conçus conformément aux règles de construction.
- ✓ Le choix du système et des matériaux devraient être basé sur la longévité, l'entretien, l'économie et l'esthétique. Les matériaux doivent être conformes aux spécifications des normes standardisées. Le choix doit considérer la disponibilité et le remplacement futur pour réduire au minimum les frais et les coûts liés à l'entretien et à la réparation. Des composants extérieurs doivent être choisis, localisés où des dommages par des vandales seront écartés.

1.5.2 La conception esthétique

L'endroit doit être considéré en déterminant la conception visuelle extérieure d'une tour de prise. Des effets géographiques tels que les conditions météorologiques en vigueur doivent être pris en compte dans la localisation et la protection des points d'accès ou d'autres ouvertures. La relation de la tour à d'autres structures existantes ou proposées doit être considérée et un style compatible ou détail doit être élaboré. Les lieux dont l'accès au public et la vue sont limités exigent moins de traitement architectural que des emplacements où la tour peut facilement être vue ou visitée par le public.

Conclusion

La revue littérature montre l'importance des tours de prise d'eau vu qu'elles assurent la vie d'un barrage dans les cas d'urgences (séismes, inondations, ...etc). Leurs variétés en types et en formes géométriques, offrent des facilités de construction selon les conditions du site.

Dans notre travail, la tour considérée est de forme rectangulaire à position libre. Elle est considérée suffisamment loin du barrage et sans pont d'accès. Dans le chapitre suivant, des modèles d'analyse de la structure prenant en charge l'effet du fluide seront exposés.

CHAPITRE 2

MODÈLES D'ANALYSE NUMÉRIQUE DES SYSTÈMES COUPLÉS FLUIDE-STRUCTURE

2.1 Introduction

Une structure hydraulique et l'eau interagissent à travers les pressions hydrodynamiques à l'interface structure-eau. Dans le cas des barrages en béton, les pressions hydrodynamiques sont affectées par la déperdition d'énergie à la frontière du réservoir. Produites par les mouvements de la structure et du sol de fondation, les pressions hydrodynamiques affectent les déformations de la structure, qui influencent à leur tour les pressions. La formulation complète de l'interaction fluide-structure produit des pressions hydrodynamiques dépendantes de la fréquence qui peuvent être interprétées en tant qu'une force supplémentaire, une masse ajoutée et amortissement additionnel [6, 7, 8]. La masse hydrodynamique ajoutée influence la réponse de la structure en augmentant la période de vibration, qui change alternativement l'ordonnée de spectre de réponse et ainsi les forces sismiques. L'amortissement hydrodynamique supplémentaire résulte de la propagation des ondes de pression et, pour des barrages, aussi de la réflexion ou l'absorption de la pression au fond de réservoir. L'amortissement supplémentaire réduit l'amplitude de la réponse de structure particulièrement aux modes plus élevés.

2.2 Réponse sismique des tours de prise d'eau

La réponse d'une tour de prise sous un chargement dynamique peut être fortement influencée par son interaction avec de l'eau environnante extérieure et intérieure. Il est bien accepté que l'eau environnante modifie les propriétés dynamiques de la tour et cause les forces dynamiques additionnelles. L'un des principaux chercheurs ayant travaillé sur le sujet, prof. Anil Chopra (cité par[8]), a démontré que l'eau agit en tant que fluide incompressible dans les premiers modes de vibration de la tour. Les effets hydrodynamiques d'interaction peuvent alors être représentés par des masses ajoutées équivalentes sur la longueur de la tour. L'eau environnante tend à abaisser les fréquences de vibration et à modifier la forme de mode. L'approche simple basée sur les masses ajoutées peut présenter des erreurs à des modes plus élevés de vibration, mais pour une réponse dominée par les modes fondamentaux de vibration, il est adéquat d'adopter cette procédure simplifiée.

Dans les deux cas de tours, courtes ou élancées, l'eau se trouvant à l'intérieur tend à abaisser les fréquences naturelles du système comparées à celles prévues en incluant uniquement l'eau environnante extérieure. La prise en compte appropriée des effets d'interaction de fluide-structure est importante pour comprendre le comportement des tours de prise pendant l'événement d'un tremblement de terre.

La réponse sismique des tours de prise peut être calculée avec assez d'exactitude en considérant uniquement la contribution des premiers modes normaux de vibration. Les effets d'interaction sol-structure constituent un autre facteur important qui peut avoir une influence significative sur la réponse sismique des tours de prise d'eau. L'interaction sol-fondation de la tour augmente la période naturelle fondamentale et l'amortissement effectif à cette période. Ces effets sont la conséquence de la flexibilité et la dissipation de l'énergie dans la région sol-fondation.

En examinant la supposition de la structure rigide, il a été constaté que la magnitude et distribution de la masse additionnelle dépend de la forme déviée pendant la vibration, ainsi une méthode qui inclue la forme du mode de vibration à la masse ajoutée a été développé par Goyal et Chopra[9]. Néanmoins, un seul mode a dû être considéré pour déterminer la nouvelle masse ajoutée, il est impossible de relever tout les modes de vibration importants de la tour.

2.3 Modèles d'analyse simplifiés

La réponse sismique des structures submergées ou partiellement entourées d'eau est influencée par l'eau qui l'entoure. L'interaction avec l'eau impose des forces dynamiques additionnelles sur la structure et aussi modifie ses propriétés dynamiques. La réduction des fréquences de résonance (l'augmentation dans la période de résonance) est l'une des conséquences de la présence de l'eau à l'intérieur et l'extérieur de la tour spécialement au mode le plus élevé. Aussi dans quelques cas d'étude, l'interaction hydrodynamique affecte les déplacements de la tour. En conséquence, le moment maximal de cisaillement et de flexion le long de la hauteur de la tour augmente. Si on considère que l'eau est incompressible, l'interaction fluide-structure pour une structure hydraulique peut être représentée par une masse ajoutée équivalente de l'eau. Cette prétention est généralement valide dans les cas où les réponses liquides sont aux fréquences beaucoup plus grandes que la fréquence fondamentale de la structure.

2.3.1 Modélisation en masses concentrées

L'analyse d'un problème dynamique est complexe du fait que les forces d'inertie proviennent des déplacements de la structure qui sont eux-mêmes reliés aux forces d'inertie. Il en résulte que l'équation d'équilibre dynamique est régie par un système d'équations différentielles, du 2^{ème} ordre. Si de plus la masse du système est répartie continûment, les déplacements et accélérations doivent être calculés en tout point ; l'équilibre dynamique est régi par un système d'équations aux dérivées partielles qui est obtenu, par exemple, à partir de la formulation du principe des puissances virtuelles. Toutefois, la modélisation d'une structure peut permettre des simplifications importantes représentant une approximation suffisante d'un point de vue pratique de la solution exacte du problème.

2.3.1.1 Modèle discrétisé en masses concentrées

(a) Un concept de masse ajoutée est employé pour simuler les effets hydrodynamiques de la masse de l'eau dans la tour et de l'eau entourant la tour. Établir toutes les discontinuités dans la longueur, la rigidité, la masse, et la masse ajoutée. Pour chaque segment continu, déterminer le moment d'inertie I de la section droite dans les directions principales, la masse de la structure par unité de longueur m_d , la masse ajoutée de l'eau par unité de longueur en dehors de la tour m_a^o , la masse ajoutée de l'eau par unité de longueur à l'intérieur de tour

m_a^i et la masse totale par unité de longueur $m(z)$ de la tour à n'importe quelle position z/L (figure 5.1), où L est la longueur totale de la tour. La masse totale par unité de longueur de la tour est la somme des différentes masses :

$$m(z) = m_d(z) + m_a^o(z) + m_a^i(z) \tag{2.1}$$

où : z : coordonnée mesurée suivant la hauteur de la tour ;

$m_d(z)$: masse réelle de la tour ;

$m_a^o(z)$: masse hydrodynamique ajoutée due à l'eau environnante ;

$m_a^i(z)$: masse hydrodynamique ajoutée due à l'eau intérieure.

(b) La masse hydrodynamique ajoutée $m_a^o(z)$ et la masse $m_a^i(z)$ peuvent être calculées à partir de la figure (2.1). L'usage de ces deux abaques pour l'obtention des masses hydrodynamiques ajoutées est illustré dans l'annexe (Annexe A). La masse totale M_n de chaque segment n est alors calculée par :

$$M_n = m(z)(\Delta L) \tag{2.2}$$

tel que ΔL est la longueur du segment n .

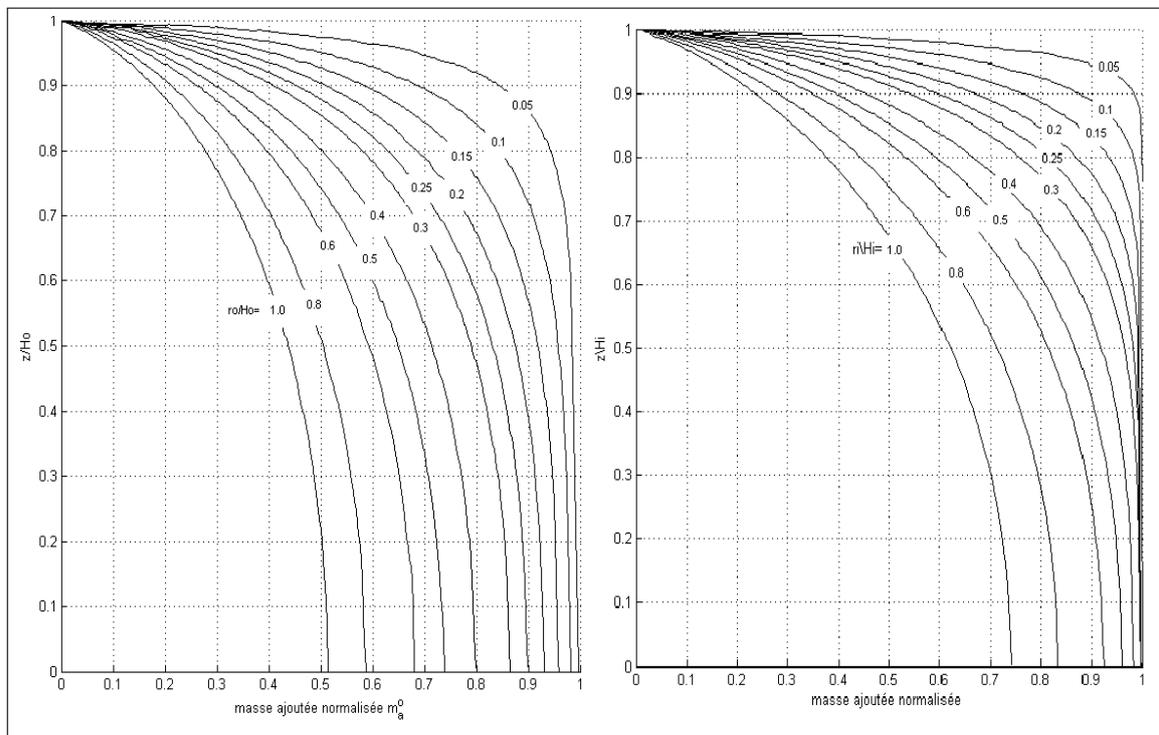


FIGURE 2.1 – Masse hydrodynamique ajoutée $m_a^o(z)$ et $m_a^i(z)$ [8]

2.3.2 Modèles semi analytiques

2.3.2.1 Cas de la structure

Tout problème physique est régi par des lois de conservation, des lois de comportement et les conditions aux limites exprimées par des relations mathématiques avec lesquelles le problème est posé en équations qu'il faut résoudre.

Le système couplé tour-réservoir étant constitué par deux milieux continus solide et fluide obéit à la loi fondamentale de la dynamique "loi de Newton" dont découlent les équations gouvernantes de chaque milieu. La discrétisation du système solide aboutit au système d'équation différentielle :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F \quad (2.3)$$

qui définit un équilibre entre les forces d'inertie, de dissipation, de réactions internes et des forces extérieures. M , C et K représentent respectivement la matrice de masse, d'amortissement et de rigidité, F est le vecteur chargement. La résolution analytique de ces équations différentielles entraîne parfois de sérieuses difficultés à cause de la forme non symétrique des matrices résultantes. La réponse sismique, par contre, peut être évaluée au prix d'un plus lent temps de calcul, en utilisant le schéma d'intégration pas à pas qui permet de prendre en compte d'une part, la non symétrie du système d'équations algébriques et d'autre part, la non proportionnalité de l'amortissement global.

2.3.2.2 Cas du fluide

L'analyse du comportement dynamique des structures hydrauliques présente un certain nombre de traits indépendants du type de la structure. Il dépend tout d'abord des propriétés de la fondation d'où il y résulte un couplage dynamique, lors d'un séisme, entre la structure et la fondation. La deuxième particularité de ces structures est la présence d'un réservoir. Il est encore nécessaire de prendre en compte l'interaction dynamique entre l'eau du réservoir et la structure. Ce phénomène est particulièrement significatif pour les barrages en béton et les structures submergées mais généralement négligeable pour l'étude des barrages en remblais. L'interaction entre l'eau du réservoir et la structure fut le sujet d'étude de plusieurs chercheurs, on cite entre autres Westergaard [10] qui a montré que les pressions hydrodynamiques pouvaient être quantifiées comme des forces d'inertie équivalentes. D'autres auteurs élaborèrent ultérieurement des études approfondies permettant de mettre en évidence l'influence non négligeable de [6] :

- ◇ La compressibilité de l'eau.
- ◇ La déformabilité de la structure et du contour.
- ◇ La direction de la vitesse de propagation de l'onde sismique.
- ◇ La dissipation d'énergie dans le fluide.
- ◇ La génération d'ondes gravitaires de surface.
- ◇ Et du mouvement vertical du sol pour les barrages de dimensions moyennes.

✂ Solution analytique

Les pressions hydrodynamiques entrant dans les calculs de structures hydrauliques sont généralement évaluées en utilisant le concept de masse ajoutée de Westergaard. Basée sur l'hypothèse de structure rigide à parement vertical, la solution harmonique de Westergaard est limitée pour la gamme des fréquences d'excitation inférieures à celle du mode fondamentale du réservoir. Zangar [11] a exécuté des expériences au laboratoire et a obtenu des pressions hydrodynamiques agissant sur des barrages dus aux séismes horizontaux, elles sont été comparées à celles de Westergaard. Une méthode applicable pour toute la gamme des fréquences d'excitation a été développé par Chopra [12], puis il a montré que des erreurs importantes sont introduites en ignorant la compressibilité de l'eau, ainsi pour inclure les déformations de la structure, la restriction d'hypothèse de structure rigide a été levée dans une autre solution semi-analytique qui utilise la superposition modale. Chwang et Housner [13] ont présenté des solutions approximatives pour la distribution des pressions hydrodynamiques agissant sur une face inclinée d'un barrage en supposant une accélération de courte durée pour négliger la compressibilité du fluide. D'autre solutions ont par la suite été proposées, apportant chacune une contribution et une amélioration de la solution ou traitant un aspect particulier du problème.

✂ Solution de Westergaard

Cette solution simplifiée et efficace s'appuie sur la solution analytique en déplacement du problème de vibrations du réservoir sous hypothèses d'une structure infiniment rigide, de réservoir rectangulaire semi-infini et d'excitation sismique harmonique et horizontale d'expression :

$$\ddot{u}_x = a g \cos\left(\frac{2 \pi}{T} t\right) \quad \text{à } x = 0 \quad (2.4)$$

dans laquelle a est le coefficient d'accélération sismique, g est la constante de gravité qui rapporte le taux de d'accélération, $2\pi/T$ est la pulsation du signal et t désigne le temps. La pression hydrodynamique est supposée nulle au niveau de la surface libre et dans tout le domaine loin de l'interface structure-réservoir. De plus, le fond du réservoir est supposé sans déplacement vertical. Ces conditions s'expriment comme suit :

$$\begin{cases} p(x, y = H) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow \infty} p(x, y) = 0 \\ u_y(x, y = 0) = 0 \\ u_x(x = 0, y) = -agT^2/(4\pi^2)\cos(2\pi t/T) \end{cases} \quad (2.5)$$

La solution du problème donne l'évolution dans le temps des deux composantes du champs des déplacements $u_x(x, y, t)$ et $u_y(x, y, t)$. La pression hydrodynamique est ensuite évaluée à l'aide de la relation de compressibilité linéaire $p = K(\partial u_x/\partial x + \partial u_y/\partial y)$, elle est donnée par l'expression suivante :

$$p(x, y, t) = \frac{8a\rho gH}{\pi^2} \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2 c_n} e^{-q_n x} \sin\left(n\pi \frac{H-y}{2H}\right) \right) \quad (2.6)$$

q_n et c_n sont définis comme suit :

$$q_n = \frac{n\pi c_n}{2H} \quad ; \quad c_n = \sqrt{1 - \frac{16H^2}{n^2 c^2 T^2}}$$

$c = \sqrt{K/\rho}$ est la célérité des ondes de pressions dans l'eau. La solution de Westergaard (2.6) est valide si les valeurs de c_n sont réelles, soit :

$$1 - \frac{16H^2}{n^2 c^2 T^2} \geq 0$$

qui donne :

$$T > \frac{4H}{nc} \quad ; \quad n = 2i - 1, i = 1, 2, 3, \dots$$

Le terme

$$T_i = \frac{4H}{(2i-1)c} \quad (2.7)$$

correspond à la $i^{\text{ème}}$ période propre du réservoir. Par conséquent la solution de Westergaard n'est valide que lorsque la période de l'excitation sismique est supérieure la période fondamentale du réservoir $T_1 = 4H/c$.

La pression au niveau de l'interface structure-réservoir ($x = 0$) est maximale lorsque $t = kT$, k entier. Elle s'exprime par :

$$p_{\max}(y) = p(0, y, kT) = \frac{8a\rho gH}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2 c_n} \sin\left(n\pi \frac{H-y}{2H}\right) \right) \quad (2.8)$$

Cette expression est de forme parabolique, elle atteint sa valeur maximale au fond et s'annule à la surface. En notant à partir de l'équation (2.6) que la pression possède la même pulsation et la même phase que le signal sismique, Westergaard a proposé de remplacer l'expression (2.8) par une autre plus simple qui donnerai un effet d'inertie équivalent en considérant une certaine masse d'eau qui vibre d'une manière solidaire avec le parement amont, d'où l'introduction du concept de masse ajoutée. La largeur b de cette masse varie en fonction de la hauteur comme suit :

$$b = \frac{7}{8} \sqrt{H(H-y)} \quad (2.9)$$

Le concept de masse ajoutée de Westergaard est très utilisé dans les calculs pratiques des problèmes d'interaction fluide-structure. L'expression (2.9) est d'une grande simplicité, elle permet de prendre en compte l'effet du réservoir sur le comportement dynamique du barrage en ajoutant une masse fictive sans rigidité.

□ Masse ajoutée de Westergaard

Selon Westergaard, les forces hydrodynamiques exercées sur une structure dues au mouvement du sol d'un séisme sont équivalentes aux forces d'inertie d'un volume d'eau lié à la structure et se déplaçant dans les deux sens avec la tour tandis que le reste de l'eau de réservoir demeure inactif. Pour l'analyse des structures idéalisés en monolithes rigides en deux dimensions avec la face amont verticale, Westergaard a proposé une forme parabolique pour cette eau superficielle comme représenté sur la figure (2.2). La masse ajoutée de l'eau à l'endroit (m_{ai}) est donc obtenue en multipliant la densité de masse de l'eau (ρ_w) par le volume d'eau tributaire au noeud i :

$$m_{ai} = \frac{7}{8} \rho_w \sqrt{H(H-z_i)} A_i \quad (2.10)$$

avec :

H : profondeur de l'eau.

z_i : distance à partir de la base.

A_i : surface tributaire au point i .

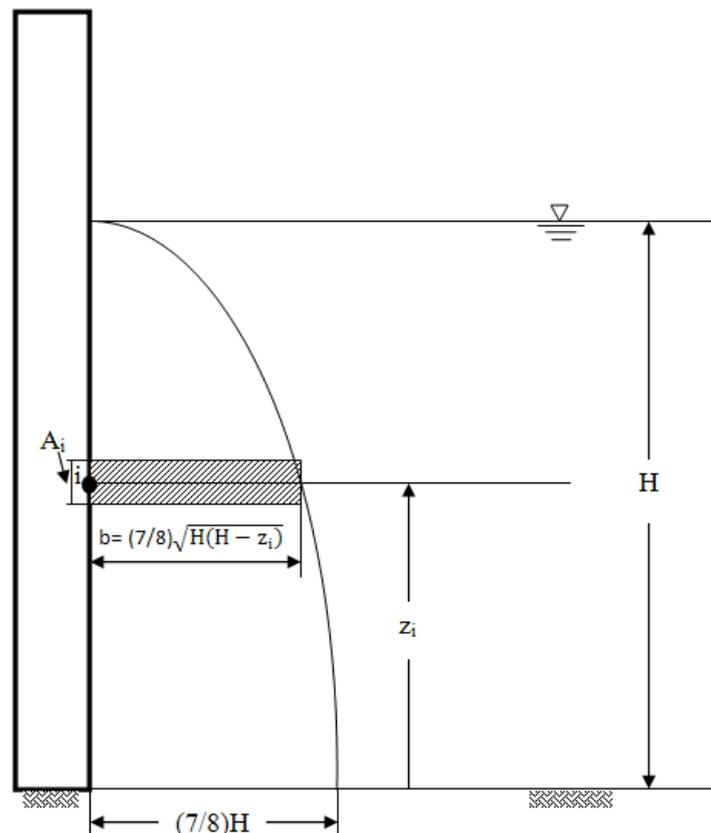


FIGURE 2.2 – Présentation de la masse ajoutée de Westergaard

□ Masse ajoutée généralisée de Westergaard

Le concept original de masse ajoutée de Westergaard décrit ci-dessus est directement applicable à l'analyse sismique des barrages poids et d'autres structures hydrauliques ayant une surface de contact verticale planaire avec de l'eau. Pour des structures ayant des surfaces de contact inclinées ou incurvées, une formulation généralisée de la masse ajoutée devrait être utilisée. La formulation généralisée suppose que la pression est encore exprimée par la forme parabolique originale de Westergaard, mais du fait que l'orientation de la pression est normale à la surface de la structure et que sa grandeur est proportionnel à toute l'accélération normale à ce point est reconnu. En général, l'orientation des pressions sur une surface à trois dimensions change d'un point à un autre ; et si exprimée en composants des coordonnées cartésiennes, elle produirait des termes de masse ajoutée associés avec les trois axes orthogonaux. Suivant ces descriptions, la masse ajoutée généralisée de Westergaard en un point (i) appartenant à une surface d'une structure à trois dimensions est exprimée par :

$$m_{ai} = \alpha_i A_i \lambda_i^T \lambda_i = \alpha_i A_i \begin{bmatrix} \lambda_x^2 & & sym. \\ \lambda_y \lambda_x & \lambda_y^2 & \\ \lambda_z \lambda_x & \lambda_z \lambda_y & \lambda_z^2 \end{bmatrix}_i \quad (2.11)$$

Où : A_i : Aire tributaire du noeud i .

$\lambda_i = \langle \lambda_x, \lambda_y, \lambda_z \rangle$ est le vecteur cosinus de la direction normale.

α_i : coefficient de pression de Westergaard donné par :

$$\alpha_i = \frac{7}{8} \rho_w \sqrt{H(H - z_i)} \quad (2.12)$$

Pour une surface à trois dimensions telle que les barrages voûte courbé dans le plan et l'altitude, les termes de la masse ajoutée associés à un noeud particulier forme une matrice pleine de 3x3. Cependant, des matrices pour différents noeuds ne sont pas couplées.

✠ Solution de Chopra

Chopra a proposé une autre solution proche de celle de Westergaard pour le cas d'une structure rigide à parement vertical soumise aux deux composantes horizontale et verticale du mouvement sismique. Dans le cas des fréquences d'excitation inférieures à la fréquence fondamentale du réservoir, les deux solutions sont les mêmes. Par contre pour les hautes fréquences, qui cause des déphasages dans la réponse, les pressions hydrodynamiques ne peuvent être représentées par des effets d'inertie d'une masse ajoutée fictive. La solution de Chopra s'appuie sur la résolution de l'équation d'onde de pression avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} p(x, y = H) = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial y}(x, y = 0) = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial x}(x = 0, y) = -\rho \ddot{u}_g \end{cases} \quad (2.13)$$

Pour une excitation sismique harmonique : $\ddot{u}_g = e^{i\omega t}$ avec $i = \sqrt{-1}$, la pression hydrodynamique est donnée par

$$p(x, y, t) = \frac{4\rho}{\pi} e^{i\omega t} \sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{k_n}{\mu_n} e^{-\mu_n x} \cos(\lambda_n y) \quad (2.14)$$

avec :

$$k_n = \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \quad ; \quad \mu_n = \sqrt{\lambda_n^2 - (\omega/c)^2} \quad ; \quad \lambda_n = \frac{\omega_n}{c} = (2n-1) \frac{\pi}{2H} \quad (2.15)$$

En comparant à la solution de Westergaard, pour une excitation d'amplitude ag

$$\ddot{u}_g = ag e^{i\omega t} = ag \cos(\omega t) + i ag \sin(\omega t) \quad ; \quad \omega = 2\pi/T \quad ; \quad i = \sqrt{-1}$$

La pression au niveau de l'interface structure-réservoir ($x = 0$) s'obtient en prenant la partie réelle de la solution

$$\begin{aligned} p(0, y, t) = & \frac{4a\rho g}{\pi} \sin(\omega t) \sum_{n=1}^{N_m} \frac{k_n}{\sqrt{(\omega/c)^2 - \lambda_n^2}} \cos(\lambda_n y) \\ & + \frac{4a\rho g}{\pi} \cos(\omega t) \sum_{n=N_m}^{\infty} \frac{k_n}{\sqrt{\lambda_n^2 - (\omega/c)^2}} \cos(\lambda_n y) \end{aligned} \quad (2.16)$$

dans laquelle N_m est la valeur minimale de n qui donnerait $\lambda_n > \omega/c$. Cette valeur correspond au nombre de modes dont les fréquences propres sont inférieures à celle de l'excitation sismique ($\omega > \omega_n$)

Si la fréquence du signal sismique est inférieure à celle du mode fondamental du réservoir ($\omega < \omega_1$) alors $\lambda_1 > \omega/c$ et $N_m = 1$, d'où le premier terme de l'expression (2.16) s'annule, on retrouve la solution de Westergaard.

Il suffit que $\omega > \omega_1$ pour que le terme induisant $\sin \omega t$ ne soit pas nul, il donne la partie de la pression hydrodynamique en phase opposée à celle de l'excitation. Cette solution couvre ainsi toute les gammes de fréquences.

Toutefois, il est à noter dans la variation de la pression en fonction de x , le terme $e^{-\mu_n x}$ ne s'annule pas lorsque $x \rightarrow \infty$ pour $\omega > \omega_1$. La condition de radiation à l'infinie n'est vérifiée pour tous les modes propres. Lorsque $\omega_n < \omega < \omega_{n+1}$, les n premiers modes ne seront pas amortis par les effets de radiation.

La solution de l'équation d'onde de pression à la composante verticale de l'excitation sismique $\ddot{u}_y = ag \cos(\omega t)$ est donnée par l'expression suivante :

$$p(y, t) = \frac{\rho a g}{\omega/c} \frac{\sin((H-y)\omega/c) - \frac{g}{\omega c} \cos((H-y)\omega/c)}{\cos(H\omega/c) + \frac{g}{\omega c} \sin(H\omega/c)} \cos(\omega t) \quad (2.17)$$

Cette solution indépendante de x suppose un mouvement sismique uniforme, appliqué au fond du réservoir via la condition au limite :

$$\frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\rho \ddot{u}_y$$

De plus, elle tient compte des fluctuations de la surface libre par satisfaction de la condition d'ondes de surface linéarisée qui s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial p}{\partial y} \Big|_{y=H} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

Le facteur $g/(\omega c)$ représente la contribution à la solution totale des fluctuations de la surface libre (ou ondes de surface). Sa valeur est petite compte tenu de la valeur de c et de la gamme des fréquences des enregistrements sismiques qui descend rarement au dessous de 1 rad/s (une période de plus 6.3 s). Exemple, pour un réservoir de hauteur $H = 100\text{m}$, la période fondamentale est de $T_1 = 4H/c = 0.27 \text{ s}$, $c = 1440 \text{ m/s}$, la pulsation de l'excitation qui donnerai une résonance est $\omega = 23.27\text{s}$, ce qui donne la valeur de $g/(\omega c) \approx 3 \times 10^{-4}$ qui une faible valeur devant celles des pressions hydrodynamiques[14].

L'erreur induite en négligeant les ondes de surface est petite, l'expression (2.17) peut être remplacée par :

$$p(y, t) = \frac{\rho a g}{\omega/c} \frac{\sin((H - y)\omega/c)}{\cos(H\omega/c)} \cos(\omega t) \quad (2.18)$$

Remarque

Le cas du réservoir incompressible s'obtient en prenant la limite de p lorsque c tend vers l'infini. Les deux expressions précédentes se réduisent à

$$p(y, t) = \rho a g \left(H - y - \frac{g}{\omega^2} \right) \cos(\omega t) \quad \text{avec ondes de surface}$$

$$p(y, t) = \rho a g (H - y) \cos(\omega t) \quad \text{sans ondes de surface}$$

Ce qui donne comme réponse à une l'excitation sismique verticale, une distribution linéaire de la pression maximale le long du parement amont. Cette distribution est indépendante de la fréquence d'excitation si les ondes de surface sont négligés. Il peut être aussi vérifier que pour l'excitation horizontale, la solution de Westergaard (2.6) et celle de Chopra (2.14), donnent toutes les deux la même pression maximale indépendante de ω .

2.3.3 Modèles numériques

L'analyse statique ou dynamique des structures a de multiples applications dans la technologie pour diverses branches comme, par exemple, le génie aéronautique, le génie civil, la construction automobile, la construction navale, la technologie nucléaire. L'industrie fait appel de plus en plus souvent à la modélisation numérique pour réduire le temps nécessaire aux études, diminuer le nombre d'essais expérimentaux, coûteux par rapport aux simulations, et pour optimiser les procédés de fabrication. La modélisation est devenue désormais une étape incontournable dans les phases de conception et de développement de nouveaux produits.

Les activités de la modélisation en dynamique des structures sont articulées autour de la modélisation numérique en mécanique, linéaire ou non linéaire, statique ou dynamique.

2.3.3.1 Modélisation des structures par éléments finis

De nos jours la méthode des éléments finis possède un champ d'application très étendu, comprenant notamment les problèmes à fortes non linéarités, inhomogénéité, etc. Néanmoins, le fait de devoir discrétiser tout le domaine étudié peut à l'occasion rendre complexe la définition de la géométrie étudiée. Ainsi, la détermination de la réponse dynamique d'une structure revient à la résolution d'un système d'équations différentielles du second ordre. Pour cela, les méthodes les plus réputées sont la méthode de superposition modale et les méthode d'intégration directe pas à pas. La première est généralement utilisée dans le cas des systèmes à comportement linéaire et à amortissement proportionnel vu les gains importants en terme de calculs.

Alors que même si elles demandent un temps important pour l'exécution, les méthodes d'intégration directe pas à pas, dont on cite la méthode de l'accélération moyenne constante, méthode de Wilson θ et celle de Newmark, s'imposent si le comportement est non linéaire, ou si l'amortissement du système n'est pas proportionnel ou encore si les matrices ne sont pas symétriques.

2.3.3.2 Modélisation des fluides par éléments finis

D'une façon analogue à celle décrite pour la structure de la tour, le comportement en oscillations libres du fluide du réservoir peut être défini comme l'ensemble des valeurs des pressions ou du champ des déplacements en variations harmoniques d'amplitude ϕ_i et de pulsation ω_i . L'étude d'un tel comportement a pour but de déterminer d'une part, la position de la limite de troncature à laquelle il faut mettre, soit la condition de radiation pour le modèle d'éléments finis, soit utiliser les éléments infinis pour le modèle de couplage éléments finis-éléments infinis, d'autre part, le maillage optimal à utiliser pour le domaine de discrétisation.

La caractérisation du problème par des équations différentielles correspondantes à la formulation en pression et potentiel de déplacements, conduit à un système matriciel comportant des éléments nuls en diagonale et donc à des difficultés numériques. Il est, par conséquent, préférable de résoudre le problème vibratoire découlant de la formulation en

champ de pression seulement. En omettant les termes du chargement et de dissipation et en mettant les pressions sous la forme des solutions harmoniques, l'équation en oscillations libres s'écrit par :

$$K_f \phi - \omega^2 M_f \phi = 0 \quad (2.19)$$

Les vecteurs propres solution ϕ_i représentent maintenant des valeurs de pressions. La solution de cette équation ne peut être réalisée que dans la cas où les ondes de surface sont ignorées et les matrices rigidité K_f et masse M_f du fluide sont rendues définies positives par la suppression des lignes et colonnes correspondantes aux noeuds de la surface libre.

2.3.3.3 Éléments de frontière et couplage avec élément finis

De son côté, la méthode des éléments de frontière repose sur la discrétisation d'équations intégrales de frontière, dont la formulation s'appuie sur le théorème de réciprocité et la connaissance d'une solution fondamentale satisfaisant les équations de l'élasticité linéaire à l'intérieur du domaine. Elle permet de poser et résoudre des problèmes linéaires sur la frontière du domaine considéré, ce qui offre un gain d'une dimension d'espace, et trouve son efficacité maximale quand le domaine est non borné ou présente un rapport volume/surface important.

Le principe de la méthode des éléments de frontière consiste à transformer des équations intégrales sur le contour. En élasticité linéaire, on ramène ainsi l'étude d'une structure à l'étude de son comportement en surface. La discrétisation de celle-ci permet de transformer l'équation intégrale en un système d'équations linéaires et de déterminer les déplacements en contraintes à l'intérieur de la pièce à l'aide de relations intégrales simples.

La formulation des équations intégrales en utilisant la méthode directe est basée sur le théorème de réciprocité de Maxwell-Betti[15], Après discrétisation de l'équation intégrale en déplacement, on obtient le système suivant :

$$[A] \{u\} = [B] \{t\} \quad (2.20)$$

où $\{u\}$ est le champ de déplacement et $\{t\}$ est le champ de tension.

Le système (2.20) peut être organisé sous la forme $[K] \{x\} = \{y\}$ où $\{x\}$ (respectivement $\{y\}$) est le vecteur des déplacements et tensions inconnus, (respectivement connus). La matrice $[K]$ du système précédent est une matrice pleine, non symétrique et à diagonale dominante, ce qui est une différence notable par rapport aux méthodes des éléments finis, pour lesquelles la matrice de rigidité est symétrique et bande.

2.3.4 Prise en compte de l'interaction sol-structure

Le couplage sol-structure est assuré par la continuité des déplacements aux noeuds de contact entre les deux domaines selon la description présentée dans la référence [16, 17]. La formulation du problème est basée sur la notion des déplacements ajoutés "added motion" [18] qui est mathématiquement simple, théoriquement correcte, et surtout elle ne pose pas trop de problèmes dans la programmation. Il est à noter que cette formulation est applicable pour les cas d'excitations sismiques à la base.

La géométrie du système est divisée en trois parties : la première notée "t" contient les noeuds de la tour, la seconde désignée par "c" représente les noeuds communs entre le sol et la structure, la dernière partie notée "s" représente les noeuds du sol. L'ISS est donnée en terme de déplacement absolu par le système matriciel d'équilibre dynamique suivant :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_{tt} & 0 & 0 \\ 0 & M_{cc} & 0 \\ 0 & 0 & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_t \\ \ddot{U}_c \\ \ddot{U}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{tt} & C_{tc} & 0 \\ C_{ct} & C_{cc} & C_{cs} \\ 0 & C_{sc} & C_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}_t \\ \dot{U}_c \\ \dot{U}_s \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} K_{tt} & K_{tc} & 0 \\ K_{ct} & K_{cc} & K_{cs} \\ 0 & K_{sc} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_t \\ U_c \\ U_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Les matrices masse M_{cc} , amortissement C_{cc} et rigidité K_{cc} sont obtenues par l'assemblage des degrés de liberté correspondant aux noeuds de contact sol-structure, Le déplacement absolu U peut être exprimé en terme de déplacement relatif u et de déplacement du champ libre v qui correspond à l'excitation sismique imposée.

Si le déplacement du champ libre v_c est constant le long de la base de la structure, le terme v_t représente le mouvement du corps rigide de la structure. Après remplacement et simplification, on aboutit à la forme condensée suivante :

$$M_{st}\ddot{U}_{st} + C_{st}\dot{U}_{st} + K_{st}U_{st} = -M_tI\ddot{V} \quad (2.22)$$

M_{st} , C_{st} et K_{st} représentent respectivement les matrices classiques masse, amortissement et rigidité du système couplé. I est le vecteur de couplage dynamique permettant d'appliquer aux noeuds de la structure les forces d'inertie dues aux accélérations sismiques \ddot{V} de la base.

2.3.4.1 Taille des éléments finis et pas d'intégration temporelle

Dans les modèles bi- et tridimensionnel construits avec une discrétisation en éléments finis, le sol est représenté par un ensemble d'éléments dont la taille doit être assez petite pour pouvoir représenter correctement la transmission d'ondes. Il est souvent reconnu qu'une dizaine de noeuds d'interpolation par longueur d'onde λ sont suffisants, soit une taille d'éléments Δh telle que

$$\Delta h \leq \frac{\lambda}{10} = \frac{v}{10f_{max}} \quad (2.23)$$

où v est la plus petite vitesse de propagation d'onde dans le modèle, elle correspond en général à la vitesse des ondes de cisaillement $v = V_s$. La fréquence f_{max} est la plus grande fréquence contenue dans le signal de l'excitation sismique. Cette fréquence peut être obtenue par le calcul du spectre de Fourier du signal. En choisissant de représenter avec 10 noeuds ($10\Delta h$) une longueur d'onde λ qui correspond à une fréquence donnée f , la plus petite longueur pouvant être capturée dans le maillage est $\lambda_{min} = 2\Delta h$, elle correspond à une fréquence maximale $f_{max} = 5f$. En général, la fréquence maximale de l'excitation sismique est de l'ordre de $50Hz$, si on veut alors capturer cette fréquence il faut prendre $f_{max} = 10Hz$ dans l'équation (2.23).

Par ailleurs, la précision et la stabilité de la solution dynamique temporelle d'un problème de propagation d'ondes dans le sol modélisé par éléments finis est contrôlée non seulement par la taille des éléments Δh mais aussi par le pas de temps Δt utilisé dans les méthodes d'intégration directe du système d'équations matriciel. Ce pas de temps doit être limité pour deux raisons essentielles, liées à la stabilité du schéma d'intégration et à la précision des résultats auxquels la solution a convergé. Les exigences de stabilité dépendent fortement des procédures d'intégration mais il est souvent admis que :

$$\frac{\Delta t}{T_n} \leq 0.1 \quad (2.24)$$

où T_n la plus petite période fondamentale du système étudié .

D'une manière similaire à la discrétisation spatiale (2.23), la discrétisation temporelle préconise avec cette condition (2.24) une dizaine de pas de temps pour inclure la plus petite période fondamentale T_n . Un deuxième critère de stabilité résulte de la nature de la méthode des éléments finis. Lorsque le front d'onde progresse dans l'espace, il doit toucher les points du maillage l'un après l'autre. Dans un pas de temps trop grand, le front peut toucher deux éléments consécutifs à la fois voir plus, ce qui brise le caractère de propagation du mouvement

et peut engendrer une instabilité dans la solution. Le pas de temps doit donc être limité par la taille des éléments Δh et à la plus grande vitesse de propagation d'onde.

$$\Delta t < \frac{\Delta h}{v} \quad (2.25)$$

Les considérations précédentes concernant la stabilité et la précision de la solution temporelle ne demeurent pas nécessairement valables lorsque le comportement non linéaire est pris en compte dans la modélisation. Le pas de temps à choisir afin d'assurer la stabilité doit être plus petit que celui d'une analyse élastique linéaire. Il reste cependant très difficile à prédire puisqu'il dépend de plusieurs facteurs tel que le modèle de comportement, le chargement appliqué, la méthode de résolution, ... etc. Mais il a été, tout de même, suggéré de prendre un pas de temps égal à celui de l'analyse élastique réduit de 60% ou plus. Il reste la manière la plus sûre pour s'assurer d'un bon choix du pas de temps qui consiste à refaire les calculs, lorsque c'est possible, avec un autre pas plus petit.

Conclusion

Les modèles simplifiés décrits dans ce chapitre offrent des solutions en pression des équations différentielles du système couplé fluide-structure découlant de la loi fondamentale de la dynamique.

Le modèle en masse concentrée sera investi pour déterminer à partir d'abaques la masse de l'eau qui agit avec la structure. Un programme à base de la masse ajoutée de Westergaard est développé pour le calcul des modes de la structure.

Le prochain chapitre est consacré à la modélisation de la structure de la tour et du fluide en éléments finis et l'écriture intégrale des équations avec prise en compte des conditions aux limites.

CHAPITRE 3

MODÉLISATION DU SYSTÈME COUPLÉ TOUR-FLUIDE

3.1 Introduction

La possibilité d'échec des barrages maintenant de grandes quantités d'eau, sous l'effet des séismes, est en général accompagnée par des conséquences dramatiques sur le double plan, humain et matériel. En outre, les dommages structuraux aux barrages eux-mêmes peuvent poser une perte économique considérable. La sûreté d'autres structures importantes, telles que des tours de prise et des réservoirs de stockage des liquides, est également de grande importance. Ceci a concentré une attention considérable sur les analyses dynamiques de ces systèmes fluide-structure.

Pendant un tremblement de terre, la secousse de la terre donne le mouvement aux structures qui à leurs tours aux éléments structuraux. Quand la structure est en contact avec un volume de fluide, elle subit des forces additionnelles du fluide. Le mouvement horizontal du sol ne donne pas le mouvement significatif au fluide ainsi la structure doit se déplacer physiquement vers et loin du fluide qui exerce de ce fait des pressions dynamiques. La structure peut également subir des pressions additionnelles résultant des modifications de son mouvement de déformation[6]. En général, l'interaction du fluide peut avoir un effet significatif sur les propriétés dynamiques d'une structure comme sur sa réponse au mouvement du sol de base dû au séisme.

La réponse dynamique d'une tour de prise pendant un tremblement de terre peut présenter des caractéristiques tout à fait complexes dues à beaucoup de facteurs. L'eau, intérieure et extérieure de la tour, joue un rôle important dans la modification de la réponse de la structure [19, 20]. En outre, la complexité de l'analyse est augmentée par des effets importants d'interaction de sol-structure. De plus, bien que cet effet soit généralement négligé, la structure de prise est soumise réellement à différentes excitations de la base.

3.2 Modélisation du système couplé en éléments finis

3.2.1 Description du système

La figure (3.1), montre les différents domaines sol-tour-fluide utilisés dans la formulation du problème. La structure de la tour Ω_t de forme quelconque à deux ou à trois dimensions est ancrée dans la partie du sol modélisée Ω_s sur la frontière Γ_c , la frontière du sol Γ_s est en contact direct avec l'eau et Σ_s encastrée. La tour est entourée d'un domaine liquide Ω_{Le} de surface libre Γ_{surfe} et renferme un domaine liquide Ω_{Li} avec une surface Γ_{surfi} considérée aussi libre, l'interaction fluide-structure se fait sur la frontière Γ_{int} ainsi que Γ_{ext} .

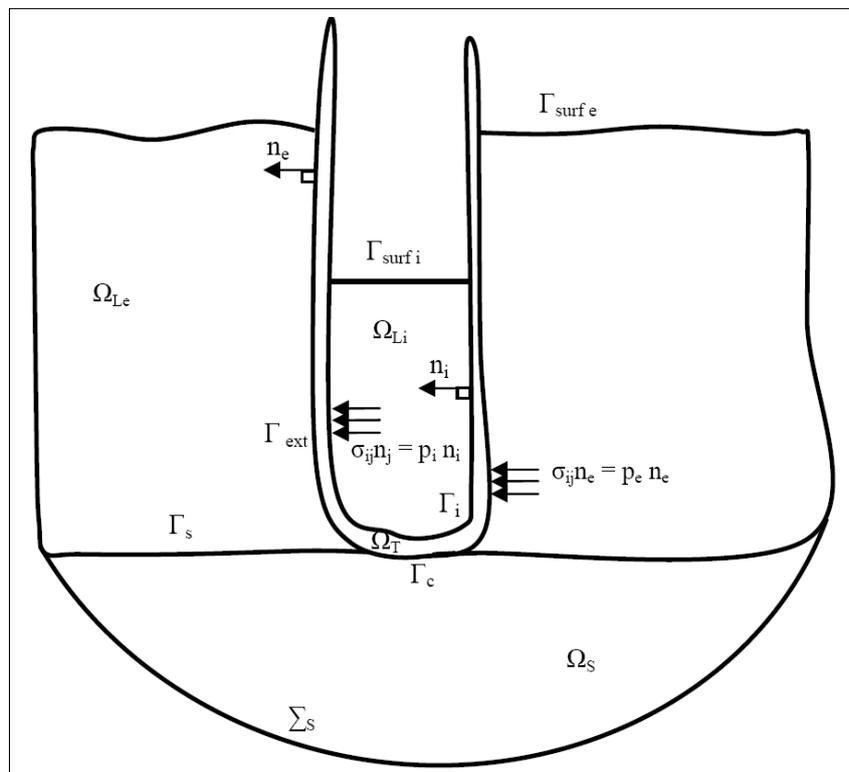


FIGURE 3.1 – Domaine sol-tour-fluide

Les notations utilisées dans la formulation du problème sont comme suit : Ω_t et Σ_t : la tour et son contour à l'équilibre.

Ω_s et Σ_s : partie de sol modélisé et son contour à l'équilibre.

Ω_{Li} et Ω_{Le} : domaine du liquide à l'intérieur et extérieur de la tour respectivement.

$\Gamma_{surfi} = \Gamma_1$ et $\Gamma_{surfe} = \Gamma_2$: surface libre du fluide à l'intérieur et l'extérieur de la tour.

$\Gamma_i = \Gamma_3$: interface intérieure fluide-structure.

$\Gamma_{ext} = \Gamma_4$: interface extérieure fluide-structure.

$\Gamma_{tronc} = \Gamma_5$: limite de troncature.

Γ_c : interface sol-structure.

Γ_s : surface de contact fluide-sol.

p_i : pression hydrostatique due à l'eau intérieure.

p_e : pression hydrodynamique due à l'eau environnante.

ρ_t, ρ_f : masses volumiques de la structure de la tour et du fluide.

u_i, \ddot{u}_i : déplacement et accélération d'un point de la structure dans la direction i .

n_i : la composante i du vecteur normal unitaire n .

f_i : force de volume dans la direction i .

σ_{ij} : composante (i,j) du tenseur des contraintes.

3.2.2 Modélisation de la tour

En se basant sur les hypothèses simplificatrices de l'élasticité linéaire isotrope qui sont :

- Le solide déformable est supposé homogène et isotrope ;
- Les déformations sont supposées très petites (linéarité géométrique) ;
- La loi de comportement contrainte-déformation est supposée linéaire (linéarité matérielle).

L'équation d'équilibre aux dérivées partielles en champs continus de la tour détaillée en deux dimensions afin d'alléger son expression s'écrit sous la forme indicelle suivante :

$$\sigma_{ij,j} + f_i = \rho_t \ddot{u}_i \quad |\Omega_t \quad (3.1)$$

3.2.2.1 Conditions aux limites

L'équation (3.1) est résolue en utilisant la technique des éléments finis et avec les conditions aux limites indépendantes du temps comme suit :

- ◆ La condition d'équilibre dynamique entre les contraintes et le chargement dû à la pression hydrodynamique sur la face interne de la tour :

$$\sigma_{ij}n_j = p_i n_i \quad |\Gamma_3 \quad (3.2)$$

- ◆ La condition d'équilibre dynamique entre les contraintes et le chargement dû à la pression hydrodynamique sur la face extérieure de la tour :

$$\sigma_{ij}n_j = p_e n_e \quad |\Gamma_4 \quad (3.3)$$

- ◆ Les déplacements relatifs sont nuls à la base. La liaison entre le corps de la tour et le rocher de fondation supposé rigide est parfaite; l'interaction sol-structure étant simplifiée dans cette étude :

$$u_i = 0 \quad |\Gamma_c \quad (3.4)$$

- ◆ Sur le reste du contour de la tour, les contraintes sont nulles :

$$\sigma_{ij}n_j = 0 \quad |\Sigma t - \Gamma_4 - \Gamma_c - \Gamma_3 \quad (3.5)$$

Il est ainsi à noter les équations suivantes :

Equations d'élasticité linéaire Ce sont les relations et les équations usuelles d'un milieu élastique continu qui sont :

- ✓ Relation déformation-déplacement :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3.6)$$

avec : u_i est le déplacement suivant la direction x_i .

- ✓ Relation contraintes-déformations :

$$\sigma = D\varepsilon \quad (3.7)$$

avec : D , matrice d'élasticité qui s'écrit dans le cas d'élasticité plane par :

$$D = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & 0 \\ d_2 & d_1 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{bmatrix}$$

avec, pour le cas d'un problème en contraintes planes :

$$d_1 = \frac{E}{1 - \nu^2}; \quad d_2 = \nu d_1$$

et pour le cas d'un problème en déformations planes :

$$d_1 = \frac{E(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}; \quad d_2 = \frac{\nu d_1}{1 - \nu}$$

pour les deux cas, de contraintes ou de déformations planes, d_3 est défini par :

$d_3 = \frac{1}{2}(d_1 - d_2) E$ et ν sont respectivement le module d'élasticité et le coefficient de Poisson du matériau.

L'expression du tenseur des contraintes peut être réduite, du fait de la symétrie, à un vecteur :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} ; \quad \sigma_{xy} = \sigma_{yx}$$

de même pour le tenseur des déformations :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{1}{2}\gamma_{xy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_{yy} \end{bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} ; \quad \gamma_{xy} = \gamma_{yx}$$

La relation déformations-déplacements s'écrit alors en tenant compte des expressions précédentes :

$$\varepsilon = Su \tag{3.8}$$

Avec S opérateur de différenciation dont l'expression est :

$$S = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}$$

3.2.2.2 Formulation intégrale

L'application de la formulation variationnelle faible de type Galerkin aux équations d'équilibre (3.1) avec les conditions aux limites (3.2),(3.3),(3.4) et(3.5) conduit, en prenant la fonction $w = \delta u$ comme fonction de pondération sur les déplacements, à l'expression suivante :

$$\int_{\Omega_t} \delta u(\sigma_{ij,j} + f_i - \rho_t \ddot{u}_i) d\Omega = 0 \quad |\Omega_t \quad (3.9)$$

La forme faible de cette écriture est obtenue en faisant intervenir les expressions simplificatrices suivantes :

$$\int_{\Omega_t} \delta u_i \sigma_{ij,j} d\Omega = \int_{\Omega_t} (\delta u_i \sigma_{ij})_{,j} d\Omega - \int_{\Omega_t} \delta u_{i,j} \sigma_{ij} d\Omega \quad (3.10)$$

Le théorème de divergence pour le deuxième terme nous donne :

$$\int_{\Omega_t} (\delta u_i \sigma_{ij})_{,j} d\Omega = \int_{\Gamma} \delta u_i \sigma_{ij} n_j d\Gamma = \int_{\Gamma} \delta u_i T_i d\Gamma \quad (3.11)$$

ou, T_i est le vecteur contrainte égale au chargement surfacique à la frontière de la tour Γ .

Pour le troisième terme :

$$- \int_{\Omega_t} \delta u_{i,j} \sigma_{ij} d\Omega = \int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega = \int_{\Omega} \text{trace}(\sigma \delta \varepsilon) d\Omega = - \int_{\Omega} \delta \varepsilon^T \sigma d\Omega \quad (3.12)$$

En remontant à l'expression de la forme forte, on aura :

$$- \int_{\Omega} \delta \varepsilon_{ij}^T \sigma_{ij} d\Omega + \int_{\Gamma} \delta u_i T_i d\Gamma + \int_{\Omega} \delta u_i f_i d\Omega - \int_{\Omega_t} \rho_t \ddot{u}_i d\Omega = 0 \quad (3.13)$$

L'équation (3.13) est l'expression des travaux virtuels dont on distingue quatre termes :

$$W_i = \int_{\Omega} \delta \varepsilon_{ij}^T \sigma_{ij} d\Omega \quad \text{travail virtuel intérieur ;} \quad (3.14)$$

$$W_i = \int_{\Gamma} \delta u_i T_i d\Gamma \quad \text{travail virtuel des forces de surface ;} \quad (3.15)$$

$$W_i = \int_{\Omega} \delta u_i f_i d\Omega \quad \text{travail virtuel des forces de volume ;} \quad (3.16)$$

$$W_i = \int_{\Omega_t} \rho_t \ddot{u}_i d\Omega \quad \text{travail virtuel des forces d'inertie ;} \quad (3.17)$$

En se basant sur les relations d'élasticité linéaire précédentes et en tenant compte des conditions aux limites, l'équation (3.13) pour le cas de la tour devienne :

$$-\int_{\Omega_t} S \delta u D S u d\Omega + \int_{\Gamma} \delta u_i p n d\Gamma + \int_{\Omega_t} \delta u f d\Omega - \int_{\Omega_t} \delta u \rho_t \ddot{u} d\Omega = 0 \quad (3.18)$$

Il est à noter que l'équation (3.18) est une écriture du principe des travaux virtuels exprimant l'égalité entre le travail des charges externes s'exerçant sur un système physique et le travail des contraintes développées par le système.

3.3 Modélisation du fluide en éléments finis

Le domaine qui entoure la tour est modélisé sous deux formulations ; la formulation en pression et la formulation mixte en pression et potentiel de déplacement.

3.3.1 Formulation en déplacement et pression

3.3.1.1 Hypothèses fondamentales

En considérant les différents facteurs qui affectent le mouvement du fluide [6, 21], les suppositions conventionnelles suivantes sont faites :

- ✓ Le fluide est homogène, non visqueux et linéairement compressible ;
- ✓ Le champ d'écoulement est irrotationnel ;
- ✓ Aucune source, vide ou cavité ne sont n'importe où dans le domaine d'écoulement ;
- ✓ Les déplacements et de leurs dérivées spatiales sont de petite taille.

3.3.1.2 Equations régissant

Conformément à la section précédente, ces équations s'applique aussi bien dans le cas 2D et 3D. Selon les hypothèses faites sur le fluide, l'équation de Naviers–Stokes exprimant l'équilibre dynamique des fluides en mouvement se réduit à l'expression suivante :

$$\frac{\partial(\rho_f v)}{\partial t} \approx \rho_f \frac{\partial v}{\partial t} = \nabla p \quad (3.19)$$

avec $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right)^T$ est l'opérateur tridimensionnel de Laplace en coordonnées cartésiennes. v est la vitesse du fluide, ρ_f est sa densité et p la pression. Associant l'équation de conservation de la masse ainsi que l'équation d'état qui s'écrivent respectivement par :

$$\dot{\rho}_f + \rho_f \nabla v = 0 \quad (3.20)$$

$$d\rho_f = \frac{\rho_f}{k} dp \quad ; \quad \dot{\rho}_f = \frac{\rho_f}{k} \dot{p} \quad (3.21)$$

k étant le module de compressibilité de l'eau. La réécriture de (3.20) tenant compte de (3.21) donne :

$$\frac{\rho_f}{k} \dot{p} + \rho_f \nabla v = 0 \quad (3.22)$$

La multiplication de (3.22) par ∇ et la dérivation de (3.21) par rapport au temps conduit au système d'équations d'équilibre dynamique suivant :

$$\rho_f \nabla \dot{v} + \nabla^2 p = 0 \quad (3.23)$$

$$\rho_f \nabla \dot{v} + \frac{1}{C^2} \ddot{p} = 0 \quad (3.24)$$

Dans lequel

$$C = \sqrt{\frac{k}{\rho}} \quad (3.25)$$

désigne la célérité des ondes de compression dans le fluide. Pour le cas de l'eau ; $C \approx 1440 m/s$. L'élimination de la variable v du système d'équations (3.23) et (3.24) conduit à l'équation d'onde régissant le comportement de la perturbation des pressions :

$$\nabla^2 p - \frac{1}{C^2} \ddot{p} = 0 \quad (3.26)$$

Dans le cas d'hypothèse d'un fluide incompressible, cette équation se réduit à l'équation de Laplace suivante :

$$\nabla^2 p = 0 \quad (3.27)$$

3.3.1.3 Conditions aux limites

◆ Interface fluide structure (Γ_3 et Γ_4) :

L'hypothèse d'une liaison parfaite entre les deux milieux lie les déplacements des particules fluides et ceux des particules solides. L'équation dynamique (3.19) pour cette interface s'écrit par :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho_f \dot{v}_n = -\rho_f \ddot{u}_n \quad (3.28)$$

où : \ddot{u}_n désigne la projection des accélérations des particules solides sur la normale n sortante vers le fluide.

◆ Au fond du réservoir (Γ_s) :

Si le fond ou le chargement sismique d'accélération \ddot{u}_g ou les deux au même temps ne sont pas horizontaux, l'écriture de l'équation dynamique devient :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho_f \ddot{u}_g n \quad (3.29)$$

Dans notre cas, le fond et la composante du séisme sont horizontaux ce qui réduit cette condition à :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (3.30)$$

◆ Sur la surface libre ($\Gamma_{1,2}$) :

La condition la plus simple est de considérer une pression nulle $p = 0$ et de négliger les ondes de surface. Toutefois, les variations de pressions à l'intérieur du réservoir engendrent des fluctuations de la surface libre. Une idée approximative pour inclure les effets des ondes de surface consiste en la considération d'une surface moyenne pour laquelle toute élévation ou abaissement de la surface actuelle d'une hauteur h se traduit par une variation de pression pouvant être prise isostatique[21] :

$$p = \rho_f g h \quad (3.31)$$

l'application de l'équation dynamique pour ce cas donne :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho_f \ddot{h} \quad (3.32)$$

compte tenu de l'équation (3.31) avec deux dérivations par rapport au temps, cette condition devient :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{1}{g} \ddot{p} \quad (3.33)$$

avec g : Accélération due à la pesanteur.

Cette condition est connue sous le nom de condition d'ondes de surface linéarisée.

◆ La limite de troncature (Γ_5) :

Le domaine fluide est physiquement non borné. Une condition prenant en compte cet effet est donc nécessaire pour le délimiter. Le principal effet dynamique dans cette région est dû à la propagation d'ondes de pression voyageant à partir de l'interface

fluide–structure vers l’amont du réservoir supposé étendu assez loin pour être infini et sans source de réflexion d’ondes. La solution générale de l’équation (3.26) est donnée par d’Alembert :

$$p = f_1(x - Ct) + f_2(x + Ct) \quad (3.34)$$

Dans l’équation (3.34), f_1 représente une perturbation voyageant dans le sens positif de x et f_2 une perturbation dans la direction négative de x , et C est la vitesse d’onde [2, 21, 22, 23]. La condition de radiation cherche à éliminer f_2 car il n’y a pas de réflexion d’onde dans le milieu. L’équation (3.34) devient :

$$p = f_1(x - Ct) \quad (3.35)$$

La dérivation de la condition (3.35) par rapport au temps et par rapport à la normale permet de définir la condition appropriée comme suit :

$$\frac{\partial p}{\partial n} \equiv \frac{\partial p}{\partial x} = f_1' \quad \text{et} \quad \frac{\partial p}{\partial t} = -C f_1' \quad (3.36)$$

f_1' peut maintenant être éliminée de l’équation (3.36) pour donner la condition de radiation de Sommerfield :

$$\dot{p} + C \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (3.37)$$

3.3.1.4 Formulation intégrale

Pour les deux parties du système couplé, une forme forte doit être écrite. En conséquence, pour le fluide on peut écrire l’équation différentielle en prenant $w = \delta p$ perturbation sur les valeurs de la pression p comme suit :

$$\int_{\Omega_L} \delta p (\nabla^2 p - \frac{1}{C^2} \ddot{p}) = 0 \quad (3.38)$$

La formulation faible associée à l’équation (3.38) est obtenue en utilisant l’intégration par partie :

$$- \int_{\Omega_L} \nabla \delta p \nabla p d\Omega - \int_{\Omega_L} \delta p \frac{1}{C^2} \ddot{p} d\Omega + \int_{\Gamma} \delta p \frac{\partial p}{\partial n} d\Gamma = 0 \quad (3.39)$$

En introduisant les conditions aux limites pour remplacer l’intégrale sur Γ par la somme des intégrales sur les différentes limites constituant le contour, l’expression finale de la for-

mulation variationnelle devient :

$$\int_{\Omega_L} \nabla \delta p \nabla p \, d\Omega + \int_{\Omega_L} \delta p \frac{1}{C^2} \ddot{p} \, d\Omega + \int_{\Gamma_{3,4}} \delta p \rho_f \ddot{u}_n \, d\Gamma + \int_{\Gamma_{1,2}} \delta p \frac{1}{g} \ddot{p} \, d\Gamma + \int_{\Gamma_5} \delta p \frac{1}{C} \dot{p} \, d\Gamma = 0 \quad (3.40)$$

3.3.2 Formulation mixte en pression et potentiel des déplacements

Elle est appréciée par les résultats qu'elle fournit en matière de matrices symétriques, la formulation mixte est utilisée par beaucoup de logiciels, on cite entre autre Abaqus et le code CASTEM. Dans cette formulation, le modèle mathématique développé pour la description de la tour reste valable et l'expression variationnelle (3.18) est toujours applicable. Par contre, le comportement de l'eau du réservoir est décrit par deux variables : la pression hydrodynamique p et le potentiel de déplacements ϕ . Les déplacements u_f des particules fluides dérivent d'un potentiel soit :

$$u_f = \nabla \phi \quad (3.41)$$

Par conséquent, le champ des vitesses est donné par :

$$v_f = \nabla \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (3.42)$$

L'équation de Naviers-Stockes exprimant l'équilibre dynamique des fluides en mouvement (3.19) est réécrite en fonction de ϕ et p par :

$$\rho_f \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \nabla p \quad (3.43)$$

Pour une description complète, l'équation de conservation de la masse ainsi que l'équation d'état doivent être associées à l'équation du mouvement précédente. Elles s'écrivent respectivement par :

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \rho_f \nabla v = 0 \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} = \frac{\rho_f}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (3.45)$$

En remplaçant (3.45) dans (3.44) et en simplifiant ρ_f , on aura :

$$\frac{1}{k} \frac{\partial p}{\partial t} + \Delta \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (3.46)$$

Les deux équations (3.43) et (3.46), associées à des conditions aux limites appropriées, permettent de décrire convenablement le comportement du fluide. Toutefois leur utilisation

directe afin de développer un modèle d'éléments finis conduit, d'une part, à des matrices non symétriques, ce qui peut être vérifié par l'écriture des formulations variationnelles associées, et introduit, d'autre part, des termes de couplage dans la matrice d'amortissement du système complet, ce qui complique d'avantage, par rapport à la formulation en pression, le calcul des modes de vibrations du système complet fluide-structure. Il convient donc de réécrire l'équation du mouvement sous d'autres formes, soit par différentiation par rapport à l'espace.

$$\Delta p + \rho_f \Delta \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (3.47)$$

Une autre possibilité consiste à intégrer les deux équations, l'une par rapport à l'espace et l'autre par rapport au temps.

$$p + \rho_f \frac{\partial^2 (\phi)}{\partial t^2} = 0 \quad (3.48)$$

$$p + \rho_f C^2 \Delta \phi = 0 \quad (3.49)$$

L'équation (3.47) conduit à une intégrale nulle sur le contour dans l'expression de la formulation variationnelle, (3.48) elle est l'équation d'équilibre des moments, elle nécessite une approximation en élément finis de type constant ainsi que l'utilisation des contraintes de type Lagrange dans la forme intégrale associée pour inclure les conditions aux limites.

À partir de ces équations, on peut obtenir une équation d'onde pour le potentiel ϕ en éliminant p .

$$\Delta \phi - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (3.50)$$

Cette équation pose exactement le même problème que celui de la formulation en pression, elle n'est d'aucun apport vis-à-vis de la symétrie de la formulation de l'interaction fluide-structure. Finalement, pour décrire le réservoir avec une formulation mixte (ϕ, p) symétrique, on retient les équations (3.47) et (3.49).

3.3.2.1 Les conditions aux limites

◆ Contour du reservoir

Sur tout le contour du réservoir l'équation (3.43) s'écrit come suit :

$$\frac{\partial p}{\partial n} + \rho_f \frac{\partial \ddot{\phi}}{\partial n} = 0, \quad \text{tel que : } \ddot{\phi} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (3.51)$$

Cette condition au limite permet d'annuler l'intégrale de surface intervenant dans la forme variationnelle faible de l'équation (3.47).

◆ Face de contact fluide-structure

L'égalité des déplacements sur le parement, compte tenu de (3.41), permet d'écrire pour la formulation mixte $(\phi; p)$:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = u \cdot n \quad (3.52)$$

Le vecteur u étant les déplacements couplés des particules solides et fluides à l'interface. Cette condition s'appuie sur la continuité des déplacements ou du moins sur celle du potentiel ϕ .

◆ Surface libre

La condition la plus simple consiste à prendre une pression hydrodynamique nulle sur la surface de l'eau, ce qui revient à négliger les fluctuations de la surface libre et par conséquence le potentiel aussi est nul .

$$p = 0; \quad \phi = 0 \quad (3.53)$$

Cette condition est utilisée dans la plus part des travaux traitant le problème de la réponse sismique des barrages. De plus il a été montré que les effets de ballottements ou de fluctuations de la surface libre de l'eau sur le comportement dynamique de l'ensemble fluide-structure sont négligeables surtout pour une courte durée d'accélération[24, 25, 26, 27, 28, 29].

Toutefois le concept de surface moyenne consiste à interpréter par une pression hydrostatique toute élévation ou abaissement de hauteur h de la surface libre par rapport à sa position initiale. L'équation (3.41) s'écrit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = h = \frac{p}{\rho_f g} \quad (3.54)$$

L'application de l'équation dynamique (3.19) permet de relier la hauteur h à la pression p par le biais de la vitesse à la surface libre ($v = \partial h / \partial t$) :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho_f \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3.55)$$

C'est la condition d'ondes de surface linéarisée, elle contribue à l'inertie du volume d'eau et son effet est important lorsque le liquide est contenu dans un réservoir de dimensions finies[30].

◆ Fond du réservoir

Le fond du réservoir peut être constitué de couches de sédiments saturées, elles peuvent avoir des épaisseurs très variables. Ces couches ont un effet d'absorption sur les ondes de pression[28, 31, 32]. Comme dans le cas de formulation en pression, si le fond ou le chargement sismique d'accélération \ddot{u}_g ou les deux au même temps ne sont pas horizontaux, l'écriture de l'équation dynamique devient :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho_f \ddot{u}_g n \quad (3.56)$$

Et comme dans notre cas le fond et la composante du séisme sont horizontaux, le vecteur déplacement u et le vecteur normal n étant perpendiculaires, cette condition se réduit simplement à :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 ; \quad \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (3.57)$$

◆ Surface de troncature

La même condition de radiation de Sommerfield appliquée pour la pression s'applique pour le potentiel des déplacements puisque ϕ est aussi régie par l'équation d'onde (équation 3.50).

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -\frac{1}{C} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (3.58)$$

3.3.2.2 Formulation intégrale

Pour obtenir un même terme de couplage que celui introduit dans la formulation (3.18), le problème variationnel associé s'obtient en multipliant l'équation (3.47) par la fonction test $\delta\phi \in V_\phi$ et l'équation (3.49) par $\delta p \in V_p$ tout en utilisant la formule de Green pour tenir compte des conditions aux limites appropriées. V_ϕ et V_p sont les classes admissibles des fonctions régulières.

La première intégrale sous forme forte s'écrit :

$$\int_{\Omega_L} \delta\phi(\Delta p + \rho_f \Delta \ddot{\phi}) d\Omega = 0 \quad (3.59)$$

et la forme faible correspondante à cette intégrale est :

$$-\int_{\Omega_L} \nabla \delta\phi \nabla p d\Omega - \int_{\Omega_L} \nabla \delta\phi \rho_f \nabla \ddot{\phi} d\Omega + \int_{\Gamma} \delta\phi \left(\frac{\partial p}{\partial n} + \rho_f \frac{\partial \ddot{\phi}}{\partial n} \right) d\Gamma = 0 \quad (3.60)$$

qui se réduit compte tenu de (3.51) à :

$$\int_{\Omega_L} \nabla \delta\phi \nabla p \, d\Omega + \int_{\Omega_L} \nabla \delta\phi \rho_f \nabla \ddot{\phi} \, d\Omega = 0 \quad (3.61)$$

La forme forte de l'équation (3.49) s'écrit par :

$$\int_{\Omega_L} \delta p (p + \rho_f C^2 \Delta\phi) \, d\Omega = 0 \quad (3.62)$$

sous la forme faible, elle est écrite comme suit :

$$\int_{\Omega_L} \delta p \frac{1}{\rho_f C^2} p \, d\Omega + \int_{\Omega_L} \nabla \delta p \nabla \phi \, d\Omega + \int_{\Gamma} \delta p \frac{\partial \phi}{\partial n} \, d\Gamma = 0 \quad (3.63)$$

compte tenu des conditions aux limites, elle se présente par :

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_L} \delta p \frac{1}{\rho_f C^2} p \, d\Omega + \int_{\Omega_L} \nabla \delta p \nabla \phi \, d\Omega \\ & + \int_{\Gamma_{3,4}} \delta p u \cdot n \, d\Gamma + \int_{\Gamma_{1,2}} \delta p \frac{1}{\rho_f g} p \, d\Gamma - \int_{\Gamma_5} \delta p \frac{1}{C} \dot{\phi} \, d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (3.64)$$

Cette formulation ne fait intervenir les termes d'amortissement que sur la frontière de troncature Γ_5 . Physiquement, sous les hypothèses de base, les seuls effets de dissipation dans le fluide sont dus aux radiations au niveau de cette limite.

Conclusion

La formulation mathématique du problème d'interaction fluide-structure pour le cas d'une structure de forme quelconque est investi. Les formes intégrales basées sur des hypothèses et des conditions aux limites sont déduites sous deux formulations.

Le chapitre suivant sera destiné à la discrétisation par éléments finis des équations intégrales présentées dans le présent chapitre et qui seront écrites sous formes matricielles. Le problème de couplage fluide structure est exposé. Des méthodes de symétrisation du problème d'interaction fluide-structure résultant de la formulation non symétrique (u,p) ainsi que la méthode de condensation de la variable P sont présentées.

CHAPITRE 4

DISCRÉTISATION PAR ÉLÉMENTS FINIS

4.1 Introduction

Il est souvent très difficile voir impossible de trouver analytiquement la solution à un problème de la mécanique des milieux continus. On doit alors utiliser des méthodes numériques pour approcher cette solution. La méthode des éléments finis (MEF) est l'une de ces méthodes, elle est même la plus utilisée dans les calculs des structures. La méthode des éléments finis est un outil de discrétisation, où l'idée de découper l'objet traité en un nombre fini d'éléments, dont les sommets sont appelés noeuds[33, 34]. Les propriétés physiques sont interpolées sur chaque élément en fonction de leurs valeurs aux noeuds. Les équations mécaniques du système doivent être vérifiées sur chacun des éléments, procurant des équations sur les noeuds. Il ne suffit pas de prendre en compte le cas d'un seul élément isolé, le calcul des forces se fait élément par élément avec des systèmes locaux. Or dans un maillage d'éléments finis, un noeud donné appartient en général à plusieurs éléments et la déformation de chacun d'entre eux induit une force en ce noeud. La technique d'assemblage facilite la combinaison de plusieurs types d'éléments dans le maillage.

Dans ce chapitre, on utilisera la méthode des éléments finis pour la discrétisation spatiale des domaines physiques tour et fluide, et l'approximation nodale des formes intégrales afin d'exprimer le comportement des domaines discrets correspondants par un système d'équa-

tions algébriques discrètes. Le système obtenu sera écrit sous forme matricielle. Les expressions des différentes matrices assemblées ainsi que celles des matrices élémentaires correspondantes seront exposées.

4.2 Discrétisation des domaines

La méthode des éléments finis est une méthode d'approximation par sous domaines, donc avant toute application, il faut diviser le domaine à étudier en éléments. Chaque élément est défini géométriquement par un nombre de noeuds bien déterminé qui constituent en général ses sommets. L'union de tous les éléments constitue un domaine aussi proche que possible du domaine initial et leur intersection soit un domaine vide.

Lors de la discrétisation d'un domaine géométrique quelconque, les règles suivantes doivent être respectées[2, 21, 34, 35] :

- ▶ Deux éléments distincts ne peuvent avoir en commun que les points situés sur leurs frontières comme si elles existaient. Cette condition exclue le recouvrement de deux éléments.
- ▶ L'ensemble de tous les éléments doit constituer un domaine aussi proche que possible du domaine donné. Nous excluons en particulier les trous entre éléments.

Les deux règles précédentes sont respectées si les éléments sont construits de la manière suivante :

- ◆ Chaque élément est défini de manière unique à partir des coordonnées des noeuds géométriques situés sur cet élément. Le plus souvent ces noeuds sont situés sur les frontières de l'élément et sont communs à plusieurs éléments.
- ◆ La frontière d'un élément à deux ou trois dimensions est formée par un ensemble de courbes ou de surfaces. Chaque portion de frontière doit être définie de manière unique à partir des coordonnées des seuls noeuds géométriques sur cette portion de frontière.

Le résultat du procédé de discrétisation géométrique doit contenir essentiellement deux types de données qui sont :

- ✓ Données relatives à la définition des éléments par la numérotation des noeuds. Une table de connectivités, ayant en lignes les numéros des éléments et en colonnes les numéros des noeuds correspondants, décrit d'une manière cohérente ces données.
- ✓ Données relatives à la définitions des noeuds. Chaque noeud est défini par son numéro et ses coordonnées dans le repère global définissant la géométrie du domaine considéré.

Dans certains cas, il peut être nécessaire d'ajouter des données physiques du problème telles que le chargement, la température, les propriétés du matériau...etc.

4.3 Discrétisation des formes intégrales

La discrétisation des formes intégrales est acquise en utilisant une approximation nodale des différentes variables intervenant dans la formulation du problème, à savoir le champ des déplacements de la tour ainsi que les pressions hydrodynamiques dans le liquide. L'expression des trois interpolations s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{aligned} u &\approx N_u \cdot U \\ p &\approx N_p \cdot P \\ \phi &\approx N_\phi \cdot \varphi \end{aligned} \quad (4.1)$$

Avec U , P et φ sont respectivement les vecteurs nodaux de déplacements, pression et potentiels de déplacements, définis comme valeurs inconnues et approximées des champs continus. Les vecteurs N_u , N_p et N_ϕ sont des fonctions d'interpolation nodale appelées aussi fonctions de forme de l'élément. La forme générale de ces vecteurs lignes s'écrit pour trois degrés de liberté des déplacements par noeuds des particules solides par :

$$N_u = \begin{bmatrix} N_{u1} & 0 & 0 & \dots & N_{ui} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & N_{u1} & 0 & \dots & 0 & N_{ui} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & N_{u1} & \dots & 0 & 0 & N_{ui} & \dots \end{bmatrix} ; \quad i = 1, n_u \quad (4.2)$$

et pour un degré de liberté des pressions des particules fluides :

$$N_p = \langle N_{p1} \quad \dots \quad N_{pi} \quad \dots \rangle ; \quad i = 1, n_p \quad (4.3)$$

$$N_\phi = \langle N_{\phi1} \quad \dots \quad N_{\phi i} \quad \dots \rangle ; \quad i = 1, n_\phi \quad (4.4)$$

avec n_u , n_p et n_ϕ représentent chacun le nombre de noeuds par element utilisés pour l'interpolation.

Compte tenu des équations (4.1), les opérateurs intervenant dans les formulations variationnelles développées sont exprimés par :

$$\delta u \approx \delta(N_u \cdot U) = \delta U^T N_u^T \quad (4.5)$$

$$\delta p \approx \delta(N_p \cdot P) = \delta P^T N_p^T \quad (4.6)$$

$$\delta \phi \approx \delta(N_\phi \cdot \varphi) = \delta \varphi^T N_\phi^T \quad (4.7)$$

Pour l'opérateur de dérivation des champs continus et des perturbations :

$$\nabla p = \nabla(N_p \cdot P); \quad \nabla \delta p \approx \delta(\nabla N_p \cdot P) = \delta P^T \nabla N_p^T \quad (4.8)$$

$$\nabla \phi = \nabla(N_\phi \cdot \varphi); \quad \nabla \delta \phi \approx \delta(\nabla N_\phi \cdot \varphi) = \delta \varphi^T \nabla N_\phi^T \quad (4.9)$$

4.3.1 Discrétisation de la formulation(u,p)

Les expressions des matrices élémentaires des différents domaines : tour et fluide sont obtenues en substituant les fonctions continues u et p par leurs approximées données par les expressions de (4.1) à (4.9) dans les écritures intégrales données respectivement par les équations (3.18) et (3.40).

4.3.1.1 Discrétisation de la tour

$$\begin{aligned} - \int_{\Omega_t} \delta U^T (S N_u)^T D(S N_u) U d\Omega + \int_{\Gamma} \delta U^T N_u^T n N_p P d\Gamma \\ + \int_{\Omega_t} \delta U^T N_u^T f d\Omega - \int_{\Omega_t} \delta U^T N_u^T \rho_t N_u \ddot{U} d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

4.3.1.2 Discrétisation du fluide

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_L} \delta P^T \nabla N_p^T \nabla N_p P d\Omega + \int_{\Omega_L} \delta P^T N_p^T \frac{1}{C^2} N_p \ddot{P} d\Omega \\ + \int_{\Gamma_{3,4}} \delta P^T N_p^T \rho_f N_u n \ddot{U} d\Gamma + \int_{\Gamma_{1,2}} \delta P^T N_p^T \frac{1}{g} N_p \ddot{P} d\Gamma + \int_{\Gamma_5} \delta P^T N_p^T \frac{1}{C} N_p \dot{p} d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

Par la simplification des vecteurs lignes δU^T et δP^T et l'arrangement de leurs termes, les équations (4.10) et (4.11) deviennent respectivement sous la forme :

$$\begin{aligned} \left(- \int_{\Omega_t} N_u^T \rho_t N_u d\Omega \right) \ddot{U} - \left(\int_{\Omega_t} (S N_u)^T D(S N_u) d\Omega \right) U \\ + \left(\int_{\Gamma} N_u^T n N_p d\Gamma \right) P + \left(\int_{\Omega_t} N_u^T f d\Omega \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

et

$$\begin{aligned} \left(\int_{\Omega_L} N_p^T \frac{1}{C^2} N_p d\Omega + \int_{\Gamma_{1,2}} N_p^T \frac{1}{g} N_p d\Gamma \right) \ddot{P} + \left(\int_{\Gamma_5} N_p^T \frac{1}{C} N_p d\Gamma \right) \dot{P} \\ + \left(\int_{\Omega_L} \nabla N_p^T \nabla N_p d\Omega \right) P + \left(\int_{\Gamma_{3,4}} N_p^T \rho_f N_u n d\Gamma \right) \ddot{U} = 0 \end{aligned} \quad (4.13)$$

4.3.1.3 Ecriture des matrices élémentaires

La modification de l'équation (4.12) pour tenir compte du terme d'amortissement structural et pour exprimer les forces de volume en fonction des forces d'inertie, permet d'écrire les deux équations précédentes sous forme de systèmes d'équations matricielles :

$$M_t \ddot{U} + C_t \dot{U} + K_t U = F_g + QP \quad (4.14)$$

$$M_f \ddot{P} + C_f \dot{P} + K_f P = -\rho_f Q^T \ddot{U} \quad (4.15)$$

M_t , C_t et K_t représentent respectivement les matrices globales masse, amortissement et rigidité de la structure de la tour. Les matrices M_f, C_f et K_f sont leurs analogues pour le fluide et quantifient, respectivement, l'énergie cinétique, l'énergie dissipée par de radiation et l'énergie potentielle du fluide environnant la tour. La matrice Q est la matrice d'interaction fluide-structure, elle couple les accélérations des particules solides de la tour et les pressions hydrodynamiques régnant dans le domaine liquide à l'interface fluide-structure.

On peut par ailleurs tenir compte de l'amortissement visqueux de la tour, en lui appliquant le concept d'amortissement de Rayleigh qui est exprimé sous forme d'une combinaison linéaire de la matrice masse M et de la matrice de rigidité K tel que :

$$C_t = \alpha M_t + \beta K_t \quad (4.16)$$

la constante d'amortissement pour le $n^{\text{ième}}$ mode d'un tel système est

$$\xi_n = \frac{\alpha}{2} \frac{1}{\omega_n} + \frac{\beta}{2} \omega_n \quad (4.17)$$

Les coefficients α et β peuvent être déterminées à partir des constantes d'amortissement spécifiées ξ_i et ξ_j pour le $i^{\text{ème}}$ et le $j^{\text{ème}}$ modes respectivement. L'expression matricielle de l'équation (4.17) pour ces deux modes mène à :

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{Bmatrix} \quad (4.18)$$

Les deux équations algébriques peuvent être résolues pour déterminer les coefficients α et β . Si les deux modes ont la même constante d'amortissement ξ , ce qui est raisonnable en se basant sur l'expérience[16, 18, 36], alors :

$$\alpha = \xi \frac{2 \omega_i \omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad \beta = \xi \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (4.19)$$

La matrice d'amortissement est ainsi déterminée par l'équation (4.16), et la constante d'amortissement pour un mode donné par l'équation (4.17), varie avec la fréquence naturelle comme montré sur la figure (4.1)

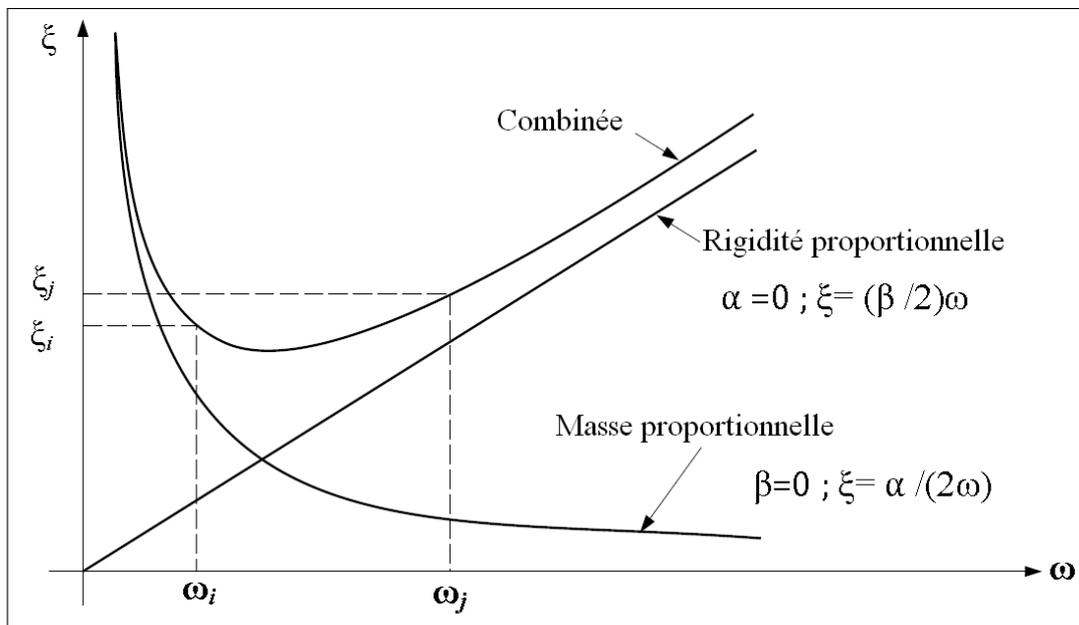


FIGURE 4.1 – Rapport entre la constante d'amortissement de Rayleigh et la fréquence

Le vecteur force $F_g = -M_t \ddot{U}_g$ contient les composantes des forces d'entraînement générées par le vecteur des accélérations sismiques \ddot{U}_g appliquées aux points nodaux de la structure. Les expressions des différentes matrices élémentaires permettant de construire les matrices globales de la formulation précédente s'écrivent :

◆ Cas de la tour

$$M_t = \int_{\Omega_t} N_u^T \rho_t N_u d\Omega \quad (4.20)$$

L'expression (4.20) représente la matrice masse répartie de la structure. Dans la pratique, on utilise souvent la masse concentrée du fait de son économie générale et des résultats souvent obtenus sans amplifications sensibles des erreurs, elle est donnée par la forme suivante :

$$M_t = \int_{\Omega_t} \rho_t N_u^T d\Omega \quad (4.21)$$

En explicitant ses termes, elle devient :

$$M_t = \int_{\Omega_t} \rho_t \begin{bmatrix} N_{ui} & 0 \\ 0 & N_{ui} \end{bmatrix} d\Omega \quad (4.22)$$

La matrice rigidité qui caractérise l'énergie de déformation de la structure s'écrit par :

$$K_t = \int_{\Omega_t} (S N_u)^T D(S N_u) d\Omega \quad (4.23)$$

on posant $B = S.N$, on aura :

$$K_t = \int_{\Omega_t} B^T D B d\Omega \quad (4.24)$$

B est la matrice des dérivées des fonctions de forme obtenue de la manière suivante :

$$B_i = S N_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{ui} & 0 & 0 \\ 0 & N_{ui} & 0 \\ 0 & 0 & N_{ui} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{ui}}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_{ui}}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_{ui}}{\partial z} \\ \frac{\partial N_{ui}}{\partial y} & \frac{\partial N_{ui}}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_{ui}}{\partial z} & \frac{\partial N_{ui}}{\partial y} \\ \frac{\partial N_{ui}}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_{ui}}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

On désignant par la virgule en indice la dérivation par rapport à la variable désignée x , y ou z qui la suit, l'expression de la matrice de rigidité de la structure en 2D s'écrit donc par :

$$K_t = \int_{\Omega_t} \begin{bmatrix} N_{ui,x} & 0 & N_{ui,y} \\ 0 & N_{ui,y} & N_{ui,x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & 0 \\ d_2 & d_1 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{ui,x} & 0 \\ 0 & N_{ui,y} \\ N_{ui,y} & N_{ui,x} \end{bmatrix} d\Omega \quad (4.26)$$

$C_t = \alpha_t M_t + \beta_t K_t$ est la matrice d'amortissement de Rayleigh de la tour.

La matrice Q est la matrice d'interaction fluide-structure, elle relie les forces hydrodynamiques agissant sur les parois de la tour au vecteur inconnu des pressions nodales P . Elle est exprimée par :

$$Q = - \int_{\Gamma} N_u^T n N_p d\Gamma \quad (4.27)$$

◆ Cas de fluide

La matrice masse du fluide est différentes de son analogue de la structure, elle comprend à la fois les effets d'inertie dû à la compressibilité de l'eau et aux ondes de surface, est donnée par :

$$M_f = \int_{\Omega_L} N_p^T \frac{1}{C^2} N_p d\Omega + \int_{\Gamma_{1,2}} N_p^T \frac{1}{g} N_p d\Gamma \quad (4.28)$$

Dans les étapes de construction de M_f , la première intégrale $M_1 = \int_{\Omega_L} N_p^T \frac{1}{C^2} N_p d\Omega$ est l'assemblage des matrices élémentaires évaluées pour tout les éléments du du domaine. La seconde $M_2 = \int_{\Gamma_{1,2}} N_p^T \frac{1}{g} N_p d\Gamma$ est évaluée pour les seuls éléments constituant la surface libre.

La matrice d'amortissement du fluide associée aux effets de radiations s'écrit :

$$C_f = \int_{\Gamma_5} N_p^T \frac{1}{C} N_p d\Gamma \quad (4.29)$$

Les matrices élémentaires correspondantes sont évaluées seulement pour les éléments à la limite de troncature.

La matrice rigidité qui caractérise l'énergie potentielle du fluide est donnée par :

$$K_f = \int_{\Omega_L} \nabla N_p^T \nabla N_p d\Omega \quad (4.30)$$

La matrice élémentaire correspondante est donnée par :

$$K_f = \int_{\Omega_L} \langle N_{pi,x} \ N_{pi,y} \rangle \left\{ \begin{array}{c} N_{pj,x} \\ N_{pj,y} \end{array} \right\} d\Omega = \int_{\Omega_L} \left(N_{pi,x} \ N_{pj,x} + N_{pi,y} \ N_{pj,y} \right) d\Omega \quad (4.31)$$

Une simple mutation des produits intervenant dans l'expression de la matrice d'interaction (4.27) obtenue par discrétisation de la formulation variationnelle décrivant le comportement de la tour nous donne la transposée de la matrice d'interaction obtenue à partir de la discrétisation de la formulation variationnelle décrivant le comportement du fluide.

4.3.2 Discrétisation de la formulation (u, ϕ, p)

Dans cette section, les formes intégrales définies par les équations (3.61) et (3.64) seront discrétisées en remplaçant les fonctions continues par leurs approximations comme indiquées dans les deus dernières égalités de l'équations (4.1). L'expression discrète de la forme intégrale (3.18), définissant le comportement de la structure, sera utilisée comme elle est obtenue dans la section précédente, aucun changement n'est nécessaire.

La forme intégrale une fois discrétisée donne pour l'équation (3.61) :

$$\int_{\Omega_L} \delta\varphi^T \nabla N_\phi^T \nabla N_p P \, d\Omega + \int_{\Omega_L} \delta\varphi^T \nabla N_\phi^T \rho_f \nabla N_\phi \ddot{\varphi} \, d\Omega = 0 \quad (4.32)$$

Et pour l'équation (3.64) :

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_L} \delta P^T N_p^T \frac{1}{\rho_f C^2} N_p P \, d\Omega + \int_{\Omega_L} \delta P^T \nabla N_p^T \nabla N_\phi \varphi \, d\Omega \\ & + \int_{\Gamma_{3,4}} \delta P^T N_p^T N_u \cdot n \, U \, d\Gamma + \int_{\Gamma_{1,2}} \delta P^T N_p^T \frac{1}{\rho_f g} N_p P \, d\Gamma - \int_{\Gamma_5} \delta P^T N_p^T \frac{1}{C} N_\phi \dot{\varphi} \, d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (4.33)$$

Les vecteurs $\delta\varphi^T$ et δP^T des deux équations (4.32) et (4.33) respectivement peuvent être simplifiés et leurs termes peuvent être regroupés de telle sorte à avoir :

$$\left(\int_{\Omega_L} \nabla N_\phi^T \nabla N_p \, d\Omega \right) P + \left(\int_{\Omega_L} \nabla N_\phi^T \rho_f \nabla N_\phi \, d\Omega \right) \ddot{\varphi} = 0 \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} & \left(\int_{\Omega_L} N_p^T \frac{1}{\rho_f C^2} N_p \, d\Omega + \int_{\Gamma_{1,2}} N_p^T \frac{1}{\rho_f g} N_p \, d\Gamma \right) P \\ & + \left(\int_{\Omega_L} \nabla N_p^T \nabla N_\phi \, d\Omega \right) \varphi - \left(\int_{\Gamma_5} N_p^T \frac{1}{C} N_\phi \, d\Gamma \right) \dot{\varphi} + \left(\int_{\Gamma_{3,4}} N_p^T N_u \cdot n \, d\Gamma \right) U = 0 \end{aligned} \quad (4.35)$$

4.3.2.1 Expression des matrices élémentaires

Les deux équations (4.34) et (4.35) s'écrivent sous les formes matricielles suivantes :

$$K_\phi^T P + M_\phi \ddot{\varphi} = 0 \quad (4.36)$$

$$K_p P + K_\phi \varphi + C_\phi \dot{\varphi} + Q^T U = 0 \quad (4.37)$$

Les matrices obtenues pour la formulation (u,p) et décrites respectivement par les expressions (4.27) et (4.28) sont identiques aux matrices $\rho_f K_p = M_f$ et Q obtenues dans ce système.

Les nouvelles matrices C_ϕ et K_ϕ obtenues dans cette formulation sont d'expressions semblables à celles des matrices K_f et C_f obtenues dans la formulation en pressions seule. Chacune d'elles est explicitée dans les points suivants.

◆ La matrice M_ϕ associée à l'énergie potentielle s'exprime par :

$$M_\phi = \int_{\Omega_L} \nabla N_\phi^T \rho_f \nabla N_\phi d\Omega \quad (4.38)$$

La même procédure requise pour la discrétisation de la matrice rigidité du fluide K_f est utilisée pour le calcul de la matrice élémentaire correspondante à l'équation (4.38) sauf que ce sont les fonctions de formes N_ϕ qui seront utilisées et l'intégrale sera multipliée par ρ_f ; soit :

$$M_\phi = \int_{\Omega_L} \rho_f \left(N_{\phi i,x} N_{\phi j,x} + N_{\phi i,y} N_{\phi j,y} \right) d\Omega \quad (4.39)$$

- ◆ La matrice K_ϕ couple les pressions hydrodynamiques et le potentiel des déplacements de toutes les particules fluides et s'écrit comme :

$$K_\phi = \int_{\Omega_L} \nabla N_p^T \nabla N_\phi d\Omega \quad (4.40)$$

De même la matrice élémentaire permettant de construire cette matrice s'obtient par la même procédure de discrétisation du Laplacien :

$$K_\phi = \int_{\Omega_L} \langle N_{pi,x} N_{pi,y} \rangle \begin{Bmatrix} N_{\phi j,x} \\ N_{\phi j,y} \end{Bmatrix} d\Omega = \int_{\Omega_L} \left(N_{pi,x} N_{\phi j,x} + N_{pi,y} N_{\phi j,y} \right) d\Omega \quad (4.41)$$

- ◆ L'apparition de la matrice d'amortissement C_ϕ comportant des termes mixtes de p et de ϕ due à l'utilisation de la condition de radiation dans le cas de limitation du domaine.

$$C_\phi = \int_{\Gamma_5} N_p^T \frac{1}{C} N_\phi d\Gamma \quad (4.42)$$

De même que pour C_f , la matrice élémentaire de (4.42) n'est évaluée que pour les éléments à la limite de troncature et s'exprime de la même façon par :

$$\left(C_\phi \right)_{ij} = \int_{\Gamma_5} N_{pi}^T \frac{1}{C} N_{\phi j} d\Gamma \quad (4.43)$$

4.4 Interaction fluide-structure

4.4.1 Cas de la formulation déplacement-pression

Les forces d'interaction dynamique liant les deux sous systèmes tour-liquide sont prises en compte, en imposant une condition d'équilibre entre les accélérations et les pressions à

l'interface fluide-structure comme montré précédemment. Le système d'équations d'équilibre dynamique gouvernant le champ de déplacement U_t des parois de la tour et le champ de pressions hydrodynamiques P régnant dans le liquide, données par les deux équations (4.14) et (4.15) sont réécrites en un seul système ayant comme variables de base $\begin{Bmatrix} U_t \\ P \end{Bmatrix}$:

$$\begin{bmatrix} M_t & 0 \\ \rho Q^T & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_t \\ \ddot{P} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_t & 0 \\ 0 & C_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}_t \\ \dot{P} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_t & -Q \\ 0 & K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_t \\ P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_g \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.44)$$

Le déplacement absolu (U) est estimé à partir de la somme de déplacement de champ libre (v) et de déplacement additionnel (u). Des solutions tridimensionnelles de champ libre sont indiquées par des déplacements absolus v , la vitesse \dot{v} et l'accélération \ddot{v} absolues. Par un simple changement des variables, il est maintenant possible d'exprimer les déplacements absolus U , vitesse \dot{U} et l'accélération \ddot{U} en termes de déplacements u relativement aux déplacements de champ libre v comme donné ci-dessous :

$$\begin{aligned} \ddot{U}_t &= \ddot{u}_t + \ddot{v}_t \\ \dot{U}_t &= \dot{u}_t + \dot{v}_t \\ U_t &= u_t + v_t \end{aligned} \quad (4.45)$$

Et comme v_t représente le déplacement rigide de la tour, l'équation (4.44) s'écrit :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_t & 0 \\ \rho Q^T & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_t \\ \ddot{P} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_t & 0 \\ 0 & C_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_t \\ \dot{P} \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} K_t & -Q \\ 0 & K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_t \\ P \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} F_g \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} M_t & 0 \\ \rho Q^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{v}_t \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.46)$$

4.4.2 Cas de la formulation mixte

Les systèmes d'équations matricielles (4.14), (4.36) et (4.37) peuvent être regroupés dans un seul système, tel que :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_t \\ \ddot{P} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_\phi \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}_t \\ \dot{P} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} K_t & Q & 0 \\ Q^T & K_p & K_\phi \\ 0 & K_\phi^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_t \\ P \\ \phi \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.47)$$

Contrairement au système (4.44) correspondant à la discrétisation de la formulation (u,p) , ce système présente une symétrie dans les matrices couplées "masses" et "raideur". Par contre, la matrice d'amortissement est non symétrique et non proportionnelle, l'utilisation d'une frontière libre ou d'une technique de couplage éléments finis – éléments infinis permet de contourner la non-symétrie alors que la non-proportionnalité demeure posée. La présence d'éléments nuls dans les diagonales des matrices masses et raideurs pose un autre problème harassant du point de vue numérique. Une alternative permettant d'éviter les zéros diagonaux consiste en la condensation de P du système global. L'introduction du potentiel des déplacements produit des résultats attirants du point de vue conceptuel mais pas aussi intéressants du point de vue pratique.

4.5 Problèmes des vibrations libres pour le cas des matrices symétriques

La détermination des fréquences et modes propres d'une structure revient à résoudre un problème aux valeurs et vecteurs propres d'un système matriciel, découlant de sa modélisation en éléments finis, sans la prise en compte des termes d'amortissement, du chargement et en supposant les déplacements de la structure harmoniques d'amplitude ω et exprimés par soit :

$$M\ddot{U} + KU = 0 \quad (4.48)$$

La solution harmonique de l'équation (4.48) peut se mettre sous la forme suivante :

$$U = \phi e^{i\omega t} \quad ; i^2 = -1 \quad (4.49)$$

on aboutit à l'équation en vibrations libres :

$$(K - \omega^2 M)\phi = 0 \quad (4.50)$$

La solution de cette équation constitue l'ensemble des vecteurs propres ϕ_i représentant chacun une configuration géométrique de la structure et vibrant avec une amplitude ω_i . Néanmoins, comme dans la plus part des cas d'études, les résultats sont exprimés et discutés en termes de périodes propres correspondantes : $T_i = w_i/2\pi$.

4.6 Analyse du système couplé

Pour les problèmes des structures composées, il est généralement possible de générer les modes propres de la structure complète à partir des modes propres de ses sous structures. Ceci permet d'éviter la résolution d'un problème aux valeurs et vecteurs propres d'un système matriciel de grande dimension. Cependant, le problème devient plus compliqué dans le cas des systèmes fluide-structure du fait d'un couplage de structures de différentes natures. Il est donc préférable de résoudre le problème des vibrations du système tour-réservoir, directement, par la solution des équations couplées vu les modifications dans les méthodes de synthèse modales induites par la compressibilité du fluide et la condition à la limite interface fluide-structure.

4.6.1 Méthodes de symétrisation pour la formulation (u,p)

Le problème des vibrations libres découlant de cette approche est défini par le système (4.44), l'équation aux valeurs et vecteurs propres correspondante s'écrit :

$$\left(\begin{bmatrix} K_t & -Q \\ 0 & K_f \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_t & 0 \\ \rho Q^T & M_f \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U_t \\ P \end{Bmatrix} = 0 \quad (4.51)$$

Ce système n'est pas symétrique, par conséquent, les méthodes d'analyse modales usuelles ne sont pas directement applicables. Cependant, il peut être réécrit sous différentes formes symétriques qu'il est proposé de classer en deux types principaux de couplage ; un couplage "masse" et un couplage "raideur".

4.6.1.1 Symétrisation par couplage masse

Pour ce type, le couplage apparaît dans la matrice masse du système. Trois variantes sont présentées ci-après.

✂ Un changement de variable :

$$m = \frac{1}{C^2} M_f P \quad (4.52)$$

proposé initialement par Zienkiewicz [2] permet d'obtenir une forme symétrique faisant intervenir l'inversion des deux matrices fluides et conduit au système suivant :

$$\left(\begin{bmatrix} \frac{C^2}{\rho_f} M_f^{-1} & 0 \\ 0 & K_t \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho_f} K_f^{-1} & K_f^{-1} Q^T \\ Q K_f^T & M_t + \rho_f Q K_f^{-1} Q^T \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} m \\ P \end{Bmatrix} = 0 \quad (4.53)$$

- ✠ Une autre forme présentant le double avantage de garder le problème posé en variables de bases (U, P) et de ne faire intervenir que l'inversion d'une seule matrice (masse fluide) peut être obtenue et s'écrit comme suit :

$$\left(\begin{bmatrix} K_t & 0 \\ 0 & \frac{1}{\rho_f} M_f \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_t + \rho_f Q K_f^{-1} Q^T & Q K_f^{-1} M_f \\ K_f^{-1} M_f Q^T & \frac{1}{\rho_f} M_f K_f^{-1} M_f \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U_t \\ P \end{Bmatrix} = 0 \quad (4.54)$$

Pour les deux variantes précédentes, les effets des ondes de surface sur les caractéristiques vibratoires du système ne peuvent être pris en compte du fait que les matrices fluides ne sont pas définies positives; les noeuds de la surface libre déformée n'étant pas connus à priori.

- ✠ Une troisième variante permettant d'éviter l'inversion des matrices fluides et par conséquent de prendre en compte les effets des ondes de surface.

$$\left(\begin{bmatrix} \frac{1}{\rho_f} K_f & 0 \\ 0 & M_t \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho_f} M_f + Q^T K_t^{-1} Q & -Q^T K_t^{-1} M_t \\ -M_t^T K_t^{-1} Q & M_t K_t^{-1} M_t \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \ddot{U}_t \\ P \end{Bmatrix} = 0 \quad (4.55)$$

Cette forme fait intervenir l'inversion de la matrice raideur de la structure et pose les variables de base en termes de pressions dans le réservoir et d'accélération dans la structure. De toute évidence, cette variante ne peut apporter des améliorations sensibles en termes de performance numérique par rapport aux deux variantes précédentes du fait du volume des calculs découlant de la nature spécifique des produits matriciels induits.

4.6.1.2 Symétrisation par couplage raideur[14]

Dans ce cas, le couplage proposé apparaît dans la matrice des raideurs du système. La technique fait intervenir l'inversion de la matrice masse de la structure et permet de garder le problème aux valeurs propres posé en termes de variables de base (U, P) tout en permettant d'inclure aisément sur le plan numérique l'effet des ondes de surface. Le système symétrique se présente alors sous la forme :

$$\left(\begin{bmatrix} \frac{1}{\rho_f} K_f + Q^T M_t^{-1} Q & -Q^T M_t^{-1} K_f \\ -K_t^T M_t^{-1} Q & K_t M_t^{-1} K_t \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho_s} M_f & 0 \\ 0 & K_t^T \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U_t \\ P \end{Bmatrix} = 0 \quad (4.56)$$

Dans le cas où la structure est modélisée par un système de masses concentrées ; cas le plus fréquent en pratique, le processus d'inversion numérique de la matrice masse peut être évité puisque le calcul de M_t^{-1} est immédiat :

$$M_t = \frac{1}{m_{ii}} I \quad (4.57)$$

où I désigne la matrice identité et m_{ii} les éléments de la matrice masse. En outre, la configuration diagonale de la matrice M_t^{-1} intervenant dans le produit des trois matrices, qui apparaît dans la forme symétrique proposée, permet de réduire considérablement le volume des calculs et d'atteindre un gain allant jusqu'à 65 % en temps d'exécution.

4.6.2 Cas de la formulation (u, ϕ, p)

Le problème aux valeurs et vecteurs propres découlant de cette approche se déduit à partir du système d'équations (4.47). L'élimination des termes de dissipation et du chargement de l'équation permet de caractériser le problème des vibrations du système couplé par :

$$\begin{bmatrix} K_t & Q & 0 \\ Q^T & K_p & K_\phi \\ 0 & K_\phi^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_t \\ P \\ \phi \end{Bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_\phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_t \\ P \\ \phi \end{Bmatrix} = 0 \quad (4.58)$$

Bien que ce système est symétrique, comme il a été indiqué précédemment, il présente un inconvénient majeur ; la présence des éléments nuls, en diagonales des matrices masse et raideur, rendent l'application de la méthode de calcul des modes propres par sous-espaces impossible. Ce qui impose le condensation de la variable P ayant les coefficients nuls dans la matrice masse.

4.6.2.1 Condensation de la variable P

L'écriture du système en ses trois équations composantes permet de remplacer cette variable dans la première et la deuxième par son expression obtenus à partir de la troisième équation :

$$P = -K_p^{-1} Q^T U - K_p^{-1} K_\phi \phi \quad (4.59)$$

le système condensé s'écrit alors par :

$$\left(\begin{bmatrix} K_t - Q K_p^{-1} Q^T & -Q K_p^{-1} K_\phi \\ -K_\phi^T K_p^{-1} Q^T & -K_\phi^T K_p^{-1} K_\phi \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_t & 0 \\ 0 & M_\phi \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U_t \\ \phi \end{Bmatrix} = 0 \quad (4.60)$$

Il est clair que ce système introduit un couplage de type raideur à variable de base (u, ϕ) . Il serait préférable du point de vue pratique de garder le problème posé en termes de déplacements dans la structure et de pressions dans le réservoir, ces variables représentent pour la structure le chargement et la réponse. La condensation de la variable ϕ ou même de U ne conduit pas à un système symétrique. Le calcul de la pression et du chargement sur la face de la tour peut être effectué selon la relation (4.49) ou bien, de préférence, à partir de la troisième équation du système de base, par :

$$P = -\omega^2 K_\phi^{T-1} M_\phi \phi = K_\phi^{T-1} M_\phi \ddot{\phi} \quad (4.61)$$

La relation précédente se réduit à la simple égalité entre la pression et la dérivée seconde des potentiels des déplacements lorsque la même interpolation nodale est utilisée pour les deux variables. La nature des produits matriciels intervenant dans la matrice raideur couplée introduisent, en plus de l'inversion de la matrice fluide K_p , un nombre d'opérations très élevé pour effectuer le produit et un stockage en mémoire volumineux du résultat qui est une matrice pleine. Ceci permet d'affirmer que la technique de symétrisation proposée, introduisant aussi un couplage raideur, pour la formulation en déplacements–pressions demeure, comparativement aux autres techniques examinées, la plus performante. L'introduction du potentiel des vitesses au lieu du potentiel des déplacements, dans certains travaux [2], induit le même type des produits matriciels et conduit donc aux mêmes problèmes numériques.

CHAPITRE 5

COUPLAGE FLUIDE-STRUCTURE ET APPLICATIONS

5.1 Introduction

Indépendamment de leurs types, les tours de prise sont entourées par l'eau, parfois à une hauteur significative, et peuvent contenir l'eau intercalée. Les tours de prise sont donc soumises aux effets d'interaction fluide-structure qui peuvent de manière significative influencer leurs réponses aux excitations sismiques. La réponse des tours de prise est également influencée par l'interaction sol-structure, et probablement par le pont d'accès, la masse de l'équipement à son intérieur, et la réponse du barrage quand les tours sont attachées aux barrages poids. Selon la complexité de la géométrie de la tour, des modèles linéiques d'éléments poutres et avec masses concentrées ou des modèles mathématiques d'éléments finis à trois dimensions sont utilisés pour représenter leurs caractéristiques de vibration et leurs réponses dynamiques.

La détermination des modes et des fréquences naturelles de vibrations propres d'un tel système constitue généralement une tâche difficile. Elle devient plus complexe du fait de la nature des équations matricielles d'éléments finis résultantes du couplage fluide-structure.

Le but visé dans ce chapitre est l'analyse du comportement vibratoire de trois modèles. Un premier modèle basé sur les masses obtenues à partir des abaques et qui sont concentrées sur au moins six noeuds de la poutre représentant la tour. Un deuxième modèle simple aussi

à masses concentrées, développé sous Matlab, dans lequel la tour est modélisée en éléments poutres alors que la masse du fluide est calculée avec la formulation de Westergaard. Un troisième modèle tridimensionnel sous Abaqus, dans lequel la tour est modélisée par des éléments volumiques à interpolation linéaire appelés **C3D8R**, brique linéaire à 8 noeuds à base de l'intégration réduite. Le fluide lui est modélisé par des éléments de type **AC3D8**, brique linéaire à 8 noeuds de type acoustique. Les effets d'interaction sont pris en compte en appliquant la condition au limite (3.52) avec la commande **Tie**[37].

5.2 Présentation du système analysé

Le système étudié est composé d'une tour et d'un réservoir d'eau. La tour carrée en béton de $12m$ de large est de hauteur de $60m$, elle est encastrée à sa base et en contact avec le fluide à son intérieur et extérieur. Le fluide de hauteur variable est tronqué à une même distance dans les deux directions. Les caractéristiques mécaniques et géométriques de ce système sont représentés dans les tableaux (5.1) et (5.2) respectivement.

TABLE 5.1 – Caractéristiques mécaniques

Matériau		
Béton	Masse volumique (ρ_t)(kg/m^3)	2500
	Module de Young (E)(Pa)	$32.00 \cdot 10^9$
	Coefficient de poisson(ν)	0.2
	Amortissement critique (ξ_r)(%)	5
Fluide	Masse volumique (ρ_f)(kg/m^3)	1000
	Module de compressibilité(k)(Pa)	$2.0736 \cdot 10^9$

TABLE 5.2 – Caractéristiques géométriques

Géométrie		
Tour	Hauteur (L)(m)	60
	Largeur ($b = h$)(m)	12
	Épaisseur(e)(m)	1.2
Fluide	Hauteur (H_f)(m)	<i>variable</i>

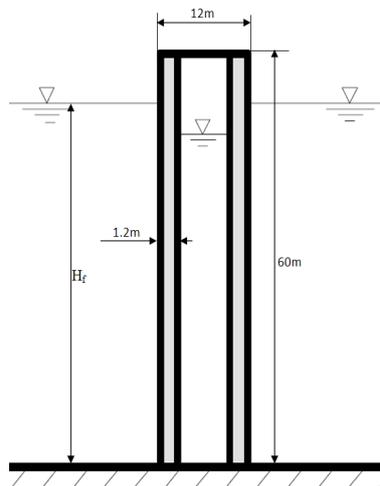


FIGURE 5.1 – caractéristiques géométriques de la tour

5.3 Modèle analytique

La tour est modélisée en pendule inversé, la moitié de la masse est concentrée au sommet tandis que l'autre moitié à la base encastrée de la tour. Le modèle étant simple, la période et le déplacement dû à un chargement statique calculés sont comparés à ceux donnés par SAP2000 et le programme Matlab développé.

5.3.1 Calcul statique

✓ Vérification de la masse

* moment d'inertie de la poutre :

$$I = (bh^3/12) - ((b - 2e)(h - 2e)^3/12) = 1020.2112 \text{ m}^4$$

* rigidité de la tour :

$$K = 3EI/L^3 = 4.5343 \cdot 10^8 \text{ N/m}$$

* masse au sommet :

$$m_s = 3.888 \cdot 10^6 \text{ kg}$$

* période propre :

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m_s}} = 10.799 \text{ rad/s} \Rightarrow T = 2\pi/\omega = 0.5818 \text{ s}$$

Les périodes données par SAP2000 et le programme Matlab sont regroupées dans le tableau suivant :

A partir de ces résultats, les périodes propres, calculées par le programme développé et le modèle SAP2000, sont très proches de celle calculée analytiquement avec une erreur

	Analytique	SAP2000	Programme
Période (s)	0.5818	0.6021	0.5818

de 3.37%.

✓ Vérification de la rigidité

En appliquant une force $F = 250 \cdot 10^6 \text{ N}$ au sommet de la tour, le déplacement statique en ce point est donné par :

$$u = F/K = 0.5513 \text{ m}$$

Les déplacements statiques donnés par SAP2000 et le programme sont regroupés dans le tableau suivant :

	Analytique	SAP2000	Programme
Déplacement (m)	0.5513	0.5904	0.5514

A partir de ces résultats, on conclue que la masse et la rigidité données par le programme sont valides et pour mieux illustrer, on effectue un calcul dynamique avec un chargement sinusoidal.

5.3.2 Calcul dynamique

Le système considéré représenté sur la figure (5.2) est à un degré de liberté soumis à un chargement harmonique $P(t)$ d'amplitude P_0 et de pulsation $\bar{\omega}$ illustré sur la figure (5.3) :

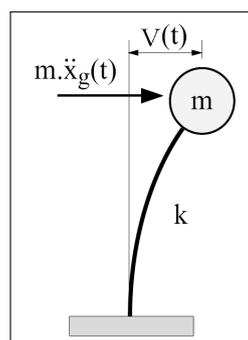
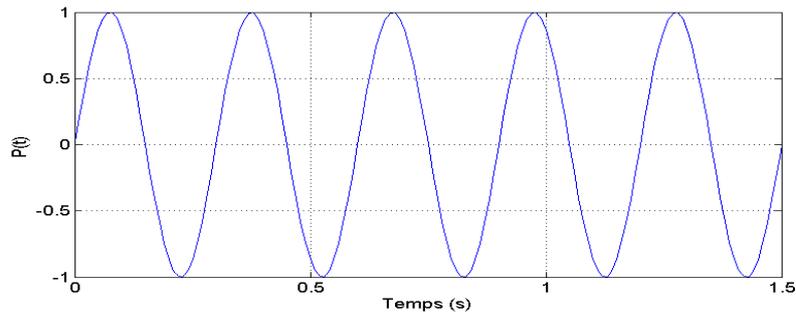


FIGURE 5.2 – Système à un degré de liberté

$$P(t) = P_0 \sin(\bar{\omega}t)$$

Avec : $P_0 = -m \cdot \ddot{x}_g$

FIGURE 5.3 – Chargement harmonique $P(t)$

$$\bar{T} = 2 \times \pi / \bar{\omega} = 0.3 \text{ s}$$

L'équation du mouvement s'écrit par :

$$m \ddot{v} + K v = P_0 \sin(\bar{\omega}t)$$

La solution de cette équation est donnée par :

$$V_p(t) = \frac{P_0}{K} \frac{1}{1 - \beta^2} \sin(\bar{\omega}t)$$

avec : $\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega} = 2$ est la rapport des fréquences.

L'amplitude de cette réponse particulière due au chargement donne la valeur maximale du déplacement de la masse.

$$V_{max} = \frac{P_0}{K} \frac{1}{1 - \beta^2} = 5.72 \text{ mm}$$

Les déplacements maximaux obtenus en introduisant le même chargement harmonique au modèle de SAP2000 et le programme sont donnés dans le tableau suivant :

	Analytique	SAP2000	Programme
Déplacement (mm)	5.72	7.28	5.40

Les déplacements obtenus avec l'application du chargement harmonique sont petits vu le grande rigidité de la tour. La valeur du déplacement donnée par le programme est encore une fois proche de celle calculée analytiquement, ce qui justifie la validité du modèle considéré pour la suite des calculs.

5.4 Analyse des vibrations libres du système

En négligeant les termes d'amortissement et du chargement, et en prenant en compte l'hypothèse de fluide compressible, le calcul des périodes propres du système couplé fluide-structure est obtenu par la résolution du problème aux valeurs et vecteurs propres des systèmes matriciels obtenus dans la section précédente. Le tableau (5.3) regroupe les périodes de la structure données par le programme des deux types de modélisation des effets d'inertie de la structure ; par un système de masses concentrées et par un système de masses réparties. La tour est modélisée en éléments poutres, la hauteur du fluide est $H_e=40m$, la taille des éléments du maillage est $h_e=5m$, avec l'élimination du point à la base supposée encastrée à la fondation rigide, un nombre total de degrés de liberté est égal à 22.

TABLE 5.3 – Périodes propres de la tour (modèle poutre)

Mode	masse concentrée	masse répartie	Erreur (%)
1	0.5133	0.5143	0.19443904
2	0.1137	0.1143	0.52493438
3	0.0431	0.0434	0.69124424
4	0.0217	0.0220	1.36363636
5	0.0132	0.0135	2.22222222
6	0.0090	0.0090	0.00000000

A partir de ce tableau, on note que les résultats obtenus sont très proches pour les deux modèles de masse adoptés pour la représentation des effets d'inertie de la structure. Ainsi, pour tirer profit des avantages que présente la structure diagonale de la matrice masse résultante, la modélisation se fera par un système de masse concentrées.

Pour le modèle d'éléments finis, la condition à la limite de troncature est d'autant plus importante que celle ci est proche de l'interface fluide-structure. Cette condition devient sans influence à partir d'une distance $2H_e$ de la tour. L'ensemble des valeurs des périodes propres données dans le tableau (5.4), notamment des trois premières, permettent de considérer la position à $2H_e$ comme suffisante pour l'application du modèle d'élément finis sans tenir compte de la nature de la condition de pression appliquée à cette limite.

TABLE 5.4 – Périodes du système en fonction de la position de la limite de troncature

mode	limite de troncature en fonction de He				
	0,5He	1He	2He	3He	4He
1	0.5207	0.5197	0.5195	0.5195	0.5195
2	0.5207	0.5196	0.5195	0.5195	0.5195
3	0.4399	0.4394	0.4396	0.4396	0.4397
4	0.3372	0.3371	0.3371	0.337	0.337
5	0.2804	0.2777	0.2773	0.2773	0.2773
6	0.2241	0.2226	0.2224	0.2224	0.2224

Une autre étude portant sur l'influence de la hauteur de remplissage du réservoir sur les périodes propres du système est faite avec un modèle tridimensionnel en utilisant le logiciel ABAQUS. Les effets d'interaction fluide-structure sur les interfaces de contact sont pris en compte, la tour est encadrée à sa base, le fluide de hauteur $He=40m$ est tronqué à une distance $2He$ dans les deux directions, la pression à la surface libre du fluide est nulle. Les résultats obtenus sont regroupés sur la figure(5.4).

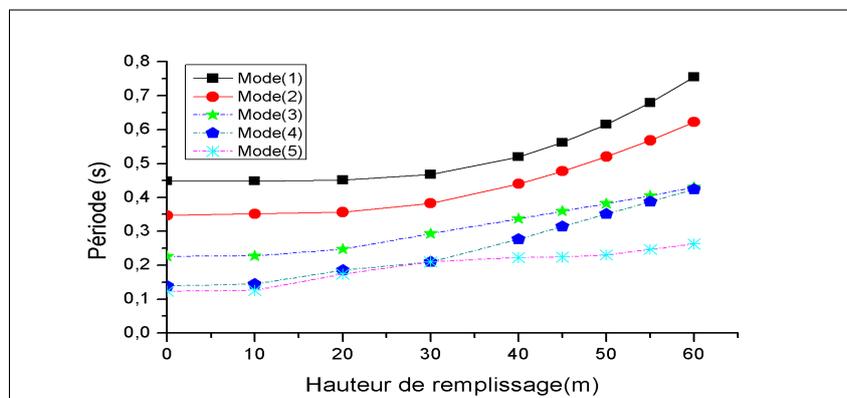


FIGURE 5.4 – Effet de la hauteur de remplissage sur les périodes du système

On voit bien d'après la figure que l'effet du fluide du réservoir sur les périodes du système couplé, surtout pour les premiers modes, n'apparaît visiblement qu'à partir d'une hauteur de remplissage de $30m$ qui est la moitié de la hauteur de la tour. Toutefois, il est à remarquer que quand He dépasse $40m$, la période augmente considérablement.

5.5 Analyse de la réponse sismique

Dans cette section, la réponse dynamique du modèle a été déterminée en termes de plusieurs paramètres de réponse spécifiques incluant les déplacements nodaux et les pressions nodales dans l'eau du réservoir. L'histoire de réponse en pressions à la base du réservoir a été déterminées.

5.5.1 Excitation sismique considérée

Le système couplé tour-réservoir est soumis aux accélérations sismiques. Les excitations dynamiques considérées dans cette étude sont les enregistrements accélérométriques des composantes horizontales de Dar Elbeida du 21/05/2003 du séisme de Boumerdès, et celles du tremblement de terre de Loma Preita du 17/10/1989 enregistrées à la station Oakland Outer Wharf, Californie. Les deux séismes sont montrés sous les 12 premières secondes des accélogrammes dans les figures suivantes : en (5.5) celui de Dar Elbeida et en (5.6) celui de Loma Preita.

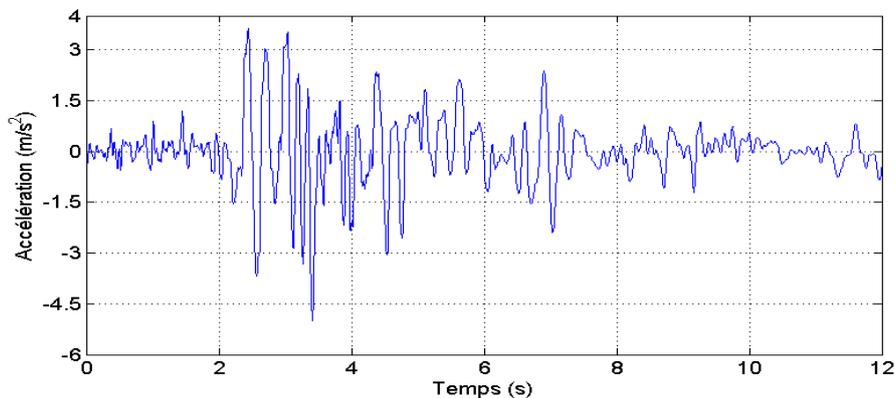


FIGURE 5.5 – Accélérations sismiques Dar Elbeida

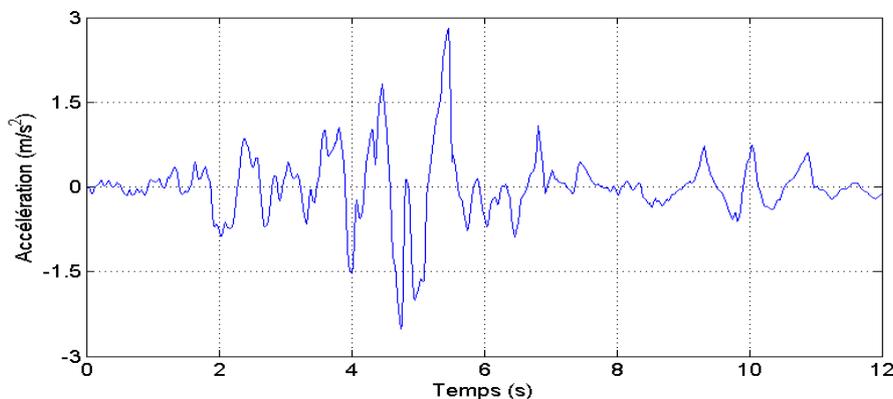


FIGURE 5.6 – Accélérations sismiques Loma Preita

5.5.2 Histoires de la réponse

La réponse dynamique du système fluide–structure est représentée pour deux types de modèles avec un taux d’amortissement critique de la structure de la tour fixé à 5%. Un premier modèle à masse concentrée définies à partir des abaques représentées dans le deuxième chapitre. Le deuxième est basé sur la masse ajoutée de Westergaard.

5.6 Modèle de masses concentrées

Une tour console ayant une hauteur de $60m$ et une aire extérieure de $12 \times 12m^2$, de $1.2m$ d’épaisseur est prise comme modèle. La masse volumique du béton est de $2500kg/m^3$. La tour est discrétisée en masses concentrées, elles sont localisées sur les extrémités de chaque élément. La tour est soumise à des forces, efforts de cisaillement et moments résultant des excitations sismiques (5.5) et (5.6) dans chaque direction principale.

5.6.1 Masses hydrodynamiques ajoutées internes et externes

Les masses hydrodynamiques sont approximées en utilisant des hypothèses simplificatrices. L’usage des abaques qui fournissent ces masses ainsi que les tableaux rassemblant leurs calculs sont exposés en annexe (Annexe A). Le tableau (5.5) regroupe les résultats du calcul et donne les masses à attribuer pour chaque nœud du modèle. Les données sont introduites dans le logiciel SAP2000 et la figure (5.7) illustre le modèle.

TABLE 5.5 – La masse totale pour des mouvements sismiques

Noeud	$z(m)$	$m_b(kg)$	$m_j^i(kg)$	$m_j^o(kg)$	$m_t(kg)$
7	60	648000	-	-	648000
6	50	1296000	-	-	1296000
5	40	1296000	451584	662171.75	2409755.75
4	30	1296000	912384	1432541.51	3640925.51
3	20	1296000	921600	1579690.8	3797290.8
2	10	1296000	921600	1627297.92	3844897.92
1	0	648000	460800	817976.88	1926776.88

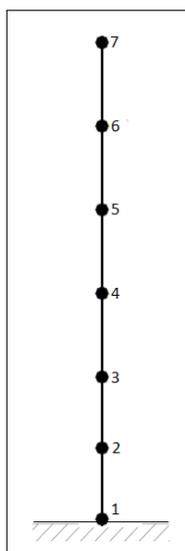


FIGURE 5.7 – Modèle de masses concentrées

Les figures (5.8) et (5.9) représentent l'évolution dans le temps des valeurs des déplacements au noeud du sommet pour chaque cas d'excitation de Dar elbeida et Loma Preita respectivement.

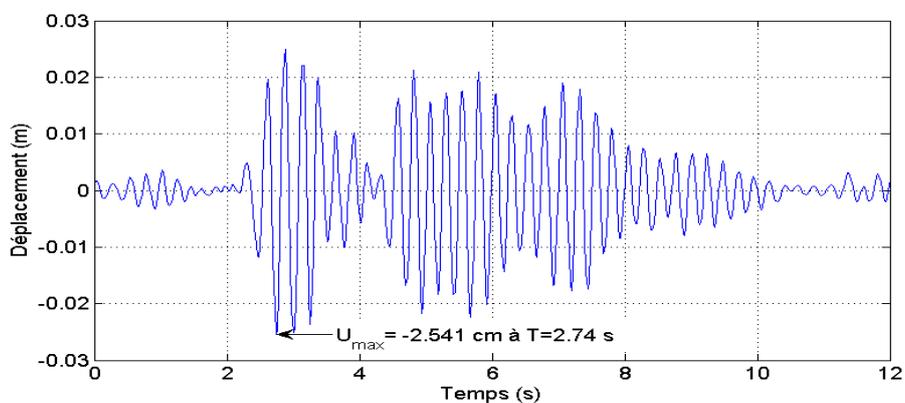


FIGURE 5.8 – Déplacements au sommet de la tour : cas Dar Elbeida

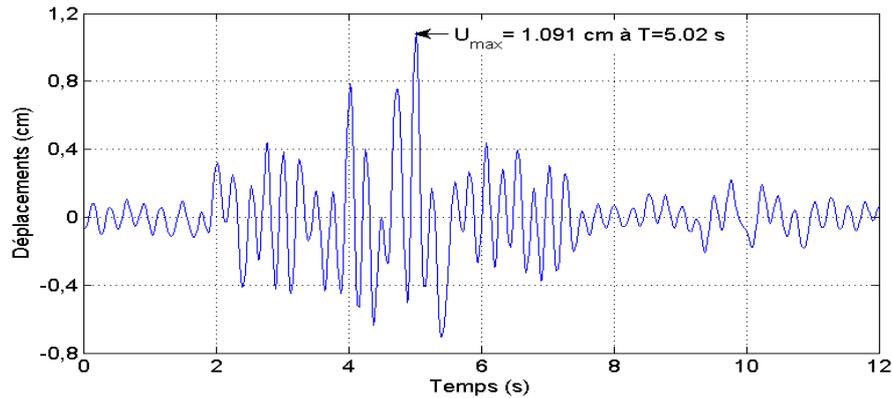


FIGURE 5.9 – Déplacements au sommet de la tour : cas Loma Preita

Ces deux figures présentent l'amplification des déplacements du noeud de la crête, les pics sont produits peu de temps après ceux des excitations. A noter que dans ces figures, on n'a présenté que les 12 secondes, là où les amplifications sont importantes.

5.6.2 Masses hydrodynamiques ajoutées de Westergaard

Dans ce modèle, l'eau du réservoir qui interagit avec la tour est considérée à travers l'équations (2.10), la masse de l'eau ajoutée à celle de la tour sont concentrées sur les noeuds de chaque élément de la tour. Les deux figures (5.10) et (5.11) montrent les déplacements de la crête de la tour pour les deux cas d'excitation tandis que la base est encastree.

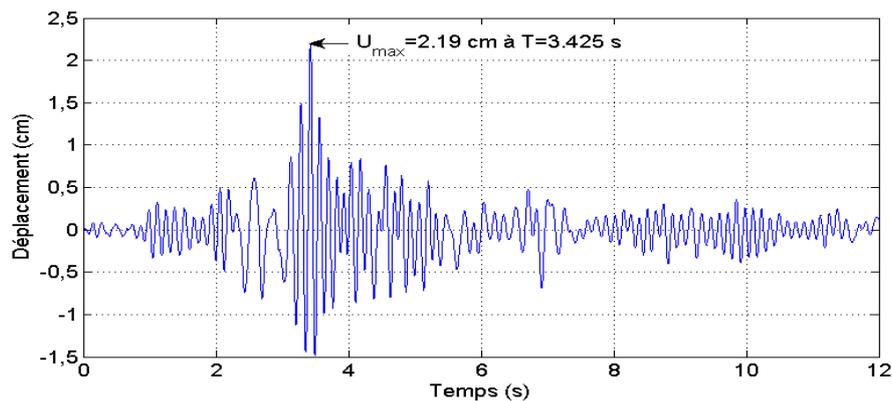


FIGURE 5.10 – Déplacements au sommet de la tour : cas Dar Elbeida

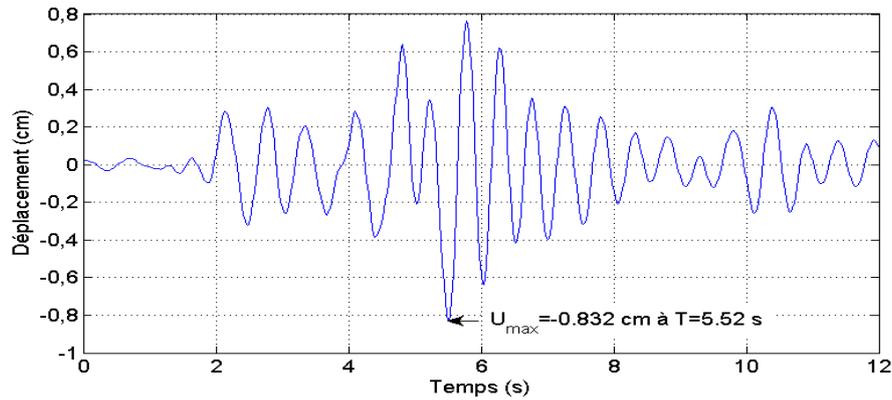


FIGURE 5.11 – Déplacements au sommet de la tour : cas Loma Preita

La tour étant modélisée en élément poutre, et avec l'eau présente à l'intérieur et l'extérieur, les pics des déplacements se produisent sensiblement en même temps que ceux des excitations sismiques considérées. Les amplitudes maximales du modèle avec la masse ajoutée de Westergaard sont proches de celles du premier modèle.

5.7 Modèle éléments finis

Dans le but de bien voir l'effet de l'interaction fluide-structure sur la réponse de la tour, le système couplé tour-réservoir est modélisée en 3D sous abaqus comme montre la figure(5.12).

La pression à la surface libre du fluide est considérée nulle. La limite de troncature est prise égale à deux fois la hauteur de remplissage. Cette distance est considérée infinie vu qu'au delà, le fluide n'influe pas sur les périodes de la tour. Le système couplé est maillé en éléments cubiques de $5m$ de hauteur avec pour la tour des éléments de type C3D8R et pour le fluide des éléments de type AC3D8.

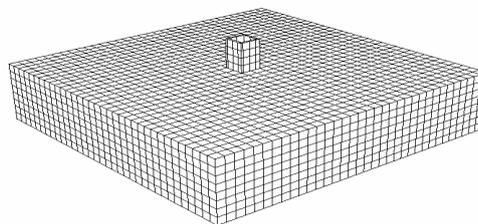


FIGURE 5.12 – modèle 3D de Abaqus

Les tableaux suivants montrent les périodes propres de la tour dans trois cas différents. Dans le premier, la tour est considérée seule, le deuxième inclut le fluide à l'intérieure de la tour et finalement, la tour est considérée avec l'eau à son intérieure et l'eau environnante.

TABLE 5.6 – Périodes propres (sec) pour une tour vide

mode	Matlab	SAP2000	Abaqus
1	0.4053	0.4320	0.4482
2	0.0647	0.0891	0.3516
3	0.0231	0.0673	0.2266
4	0.0118	0.0411	0.1388
5	0.0071	0.0276	0.1230
6	0.0048	0.0229	0.1229

TABLE 5.7 – Périodes propres (sec) pour une tour avec l'eau intérieure

mode	Matlab	SAP2000	Abaqus
1	0.4316	0.4626	0.4821
2	0.0777	0.1073	0.3977
3	0.0277	0.0673	0.2703
4	0.0140	0.0497	0.2599
5	0.0086	0.0334	0.1678
6	0.0057	0.0271	0.1677

TABLE 5.8 – Périodes propres (sec) pour une tour avec l'eau intérieure et environnante

mode	Matlab	SAP2000	Abaqus
1	0.5133	0.5072	0.5195
2	0.1137	0.1284	0.4386
3	0.0431	0.0673	0.3370
4	0.0217	0.0609	0.2773
5	0.0132	0.0411	0.2224
6	0.0090	0.0341	0.2224

On remarque que pour les premiers modes, les périodes sont proches dans le cas de la tour vide. Les périodes données en prenant compte du fluide intérieure et extérieure augmentent et donnent des valeurs plus allongées avec le modèle Abaqus vu la prise en compte des effets d'interaction fluide-structure.

Conclusion

Les résultats de cette analyse montrent que les effets d'interaction fluide-structure sont très importants dans l'analyse des tours de prise d'eau. En effet, leur considération allonge la période de la structure dans le cas d'une tour avec de l'eau à son intérieur alors que pour le cas où la tour contient de l'eau dans les deux milieux interne et externe, les périodes sont encore plus grandes.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Les effets d'interaction fluide-structure sont investis dans l'analyse du comportement dynamique d'un système en contact avec un fluide. Dans ce cas d'étude le système est constitué d'une tour de prise d'eau en béton de forme rectangulaire submergée dans un réservoir fluide. Un modèle tridimensionnel en éléments finis est élaboré pour calculer la réponse de tel système. Plusieurs paramètres ont été variés afin de déterminer les caractéristiques optimales pour l'application des conditions aux limites.

Le choix de la pression comme variable de base conduit à un système global couplé non symétrique. L'introduction d'un potentiel de déplacements comme variable supplémentaire permet de contourner la non symétrie mais augmente la taille du système et introduit des éléments diagonaux nuls dans les matrices globales. Les techniques de symétrisation proposées, orientent le choix vers la description du fluide avec la seule variable pression. En effet, elles conduisent à un gain de temps d'exécution substantiel dans le cas où la structure est modélisée par un système de masses concentrées. Il en découle que la description du fluide par la variable pression, est fortement recommandée pour l'étude du comportement vibratoire des systèmes couplés. De plus, l'intégration pas à pas du problème non symétrique est plus performante que la résolution avec ou sans condensation du système symétrique introduisant le potentiel de déplacement.

Du point de vue physique et compréhension du phénomène d'interaction fluide-structure, les résultats, obtenus par l'analyse du système tour-réservoir considéré dans cette étude, montrent clairement que :

- En idéalisant une structure de tour, l'attention devrait être prêtée en développant un modèle approprié, particulièrement la masse puisque son effet sur la réponse sismique est

grand.

- La modélisation des effets inertiels de la tour par un système de masses cohérentes fournit des résultats identiques à ceux obtenus par un système de masses concentrées. Ce dernier est adopté suite aux avantages que présente la structure diagonale de la matrice masse.

- Aucune condition à la limite ne sera appliquée lorsque le réservoir est tronqué à une distance qui est double de la hauteur de remplissage vu qu'aucun effet n'est ressenti au delà de cette distance.

- La hauteur de remplissage du réservoir n'affecte les périodes propres du système qu'à partir de la moitié de hauteur de la tour.

Les perspectives et cas particuliers de ce présent travail sont :

- La prise en compte des effets d'interaction sol-structure.
- Prise en compte du fait de la proximité du barrage sur le comportement de la tour.
- Introduire le pont d'accès reliant la tour et le barrage.
- Effectuer une étude sur une tour circulaire et une tour inclinée.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] O.C. ZIENKIEWICZ & R.L. TAYLOR, *The finite element method. Solid and fluid mechanics, dynamics and non-linearity*. Volume 2 Mc. Graw-Hill Book Company, 1991.
- [2] A. Seghir. *Investigation des effets d'interaction sismique fluide-structure par couplage éléments-finis éléments-infinis*. Thèse de magister, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 1999.
- [3] T.E. Moore. *Hydrodynamic Forces On a Lock Structure*, August 31, 1999.
- [4] www.sunsetcities.com/hover-dam.html
- [5] Department of the army, U.S Army Corps of Engineers, Washington, DC 20314-1000, *structural design and evaluation of outlet works*, EM 1110-2-2400, June 02, 2003
- [6] A. Rashed. *Dynamic Analyses Of Fluid-Structure Systems*, Institute of Technology, Pasadena, California, 1983.
- [7] US Army Corps of Engineers. *Time-History Dynamic Analysis of Concrete Hydraulic structures*, Engineering and design, EM 1110-2-6051 22 December 2003.
- [8] L. V. Aidcer, L. E. Suarez, E. E. Matheu, and M. K. Sharp. *Seismic Analysis of Intake Towers Considering Multiple-Support Excitation and Soil-Structure Interaction Effects*, Geotechnical and Structures Laboratory, ERDC/GSL TR-04-16, September 2004.
- [9] A. Goyal and A.K. Chopra *Earthquake Analysis and Response of Intake-Outlet Towers*. Report No. UCB/EERC-89/04, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley. 1989.
- [10] H. M. Westergaard, *Water pressures on dams during earthquakes*. Transactions of ASCE, 98 :1303-1318, 1933.

-
- [11] C. N. Zangar, *Hydrodynamic pressures on dams due to horizontal earthquakes*. Proceedings of Society of Experimental Stress Analysis, 10, pp. 93-102, 1953.
- [12] A. K. Chopra, *Hydrodynamic pressures on dams during earthquakes*. J. Eng. Mechanics Division, ASCE, 93(EM6) :205.223, 1967.
- [13] A. T. Chwang and G.W. Housner *Hydrodynamic pressures on sloping dams during earthquakes. Part 1. Momentum method*. J. Fluid Mechanics, 87, pp. 335-341, 1978.
- [14] A. Seghir. *Contribution à la modélisation numérique de la réponse sismique des ouvrages avec interaction sol-structure et interaction fluide-structure, Application à l'étude des barrages poids en béton*. Thèse de doctorat, Université de Béjaia, 2010.
- [15] M. Bonnet *Equations intégrales et éléments de frontière*. Eyrolles,Ed., Paris, 1995.
- [16] E. L. Wilson *Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures*. A Physical Approach With Emphasis on Earthquake Engineering, Third edition, Computers and Structures, Inc. University Avenue, Berkeley, California 94704 USA, 2002.
- [17] L. RAMDANI *Investigation Numérique des Effets d'Intéraction Fluide-Sol-Structure sur la Réponse Sismique des Réservoirs de Stockage*. Mémoire de magister, Université de Béjaia, 2009.
- [18] R.W. Clough, J. Penzien *Dynamics Of Structures, Third Edition*. Computers & Structures, Inc, 1995 University Ave. Berkeley, CA 94704, USA, 2003.
- [19] R. C. Dove *Performance of Lightly Reinforced Concrete Intake Towers under Selected Loadings*, Technical Report ERDC/SL TR-00-6, U.S. Army Engineer Research and Development Center, Vicksburg, MS, 2000.
- [20] Headquarters, U.S. Army Corps of Engineers. *Structural Design of Spillways and Outlet Works*, Engineer Manual EM 1110-2-2400, Washington, DC, 2002.
- [21] O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor. *The Finite Element Method, Fifth edition, Volume1 : The Basis*. Butterworth-Heinemann, 2000.
- [22] P. Bettess. *Infinite Elements*. Penshaw Press, The Lawns, Undercliff, Cleadon Lane, Cleadon, SUNDERLAND, SR6 7UX, U.K. 1992.
- [23] O.C. Zienkiewics, D.W. Kelly, and P. Bettess. *The Sommerfeld (radiation) condition on infinite domains and its modelling in numerical procedures*. Proc IRIA Third International Symposium on Computing Methods in Applied Sciences and Engineering, Versailles, December 1977.
-

-
- [24] J. F. HALL and A. K. Chopra. *Hydrodynamic effects in the dynamic response of concrete gravity dams*. Earthquake Engng. Struct. Dyn., 10 :333-395, 1982.
- [25] O. C. Zienkiewicz and R. E. Newton. *Coupled vibrations of a structure submerged in a compressible fluid*. In Int. Sym. Finite Element Techniques, 1st-15th May 1969.
- [26] N. Bouaanani and F. Ying Lu *Assessment of potential-based fluid finite elements for seismic analysis of dam-reservoir systems*. An international journal, Computers and Structures, Slids-Structures-fluids-multiphysics, 87 : 206–224, 2009.
- [27] Y-K. CHO, P. L.-F. LIU *Hydrodynamic pressures acting on rigid gravity dams during earthquakes*. Journal of hydraulic reaserch, vol.40, No.2, 2002.
- [28] N. Bouaanani and B. Miquel *A new formulation and error analysis for vibrating dam-reservoir systems with upstream transmitting boundary conditions*. Journal of Sound and Vibration, 329 : 1924–1953, 2010.
- [29] A.Seghir, A.Tahakourt, G.Bonnet *Coupling FEM and symmetric BEM for dynamic interaction of dam-reservoir systems*. Engineering Analysis with Boundary Elements, 33 : 1201–1210, 2009.
- [30] L. Ramdani and A. Seghir. *Etude de la réponse sismique des réservoirs de stockage rectangulaires*. European Journal of Environmental and Civil Engineering, 13(1) :33-52, 2009.
- [31] S. Küçükarslan *Dam-reservoir interaction including the reservoir bottom effects in time domain*. 16th ASCE Engineering Mechanics Conference, University of Washington, Seattle, July 16-18, 2003.
- [32] A.M. Huda, M.S. Jaafar, J. Noorzaei, A.T. Waleed and T. A. Mohammed *Modelling the Effects of Sediment on the Seismic Behaviour of Kinta Roller Compacted Concrete Dam*. Pertanika J. Sci. & Technol. 18 (1) : 43 – 59, 2010.
- [33] M. Nesme, F. Faure, M. Chabanas *Éléments finis robustes pour l'animation Interactive de Solides déformables*. Publications EVASION-GRAVIR INRIA, AFIG, Poitiers, EG-France, NFC04, 2004.
- [34] L. Guechari, A. Ghegad *Modélisation des structures en voiles tridimensionnelles avec les éléments finis "shells"*. Mémoire de fin de cycle, Université Mira. A. de Béjaia, Algérie, 2007.
- [35] J.L. Batoz, G. Dhatt *Modélisation des structures par éléments finis, solides élastiques*. Volume 1, Edition HERMES, 1990.
-

- [36] A. K. Chopra. *DYNAMICS OF STRUCTURES, Theory and Applications to Earthquake Engineering*. PRENTICE HALL, Englewood Cliffs, New Jersey, 07632, 1995.
- [37] Abaqus. *Theory Manual, Version 6.5-1*. Simulia, 2004.

ANNEXE A

DÉTERMINATION DES MASSES AJOUTÉES CONCENTRÉES

A.1	Masses hydrodynamiques ajoutées internes et externes (méthode des abaques)	81
A.1.1	Procédure à suivre	81
A.1.2	Calcul des masses	83

A.1 Masses hydrodynamiques ajoutées internes et externes (méthode des abaques)

A.1.1 Procédure à suivre

Les masses hydrodynamiques sont approximées en utilisant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- ✓ La section constante de dimensions moyennes est attribuée pour toute la hauteur H_o submergée de la tour.
- ✓ L'aire interne A_i et externe A_o de la section moyenne de la tour sont directement converties en aires circulaires équivalentes (πr_i^2 et πr_o^2) pour les calculs de la masse ajoutée.
- ✓ La masse hydrodynamique ajoutée normalisée ($m_\infty^o / \rho_w A_o$) pour une tour infiniment longue liée à l'eau extérieure est obtenue par la figure (A.1) pour un rapport a_o/b_o de la section transversale moyenne.
- ✓ La masse ajoutée normalisée est multipliée par $(\rho_w A_o)$ pour obtenir la masse ajoutée absolue (m_∞^o), avec ρ_w est la densité massique de l'eau et A_o est l'aire extérieure de la section moyenne.
- ✓ Connaissant r_o/H_o et m_∞^o , la masse ajoutée externe m_a^o à une distance z de la base est obtenue de la figure (A.2) et la masse ajoutée interne est obtenue de la figure (A.3).

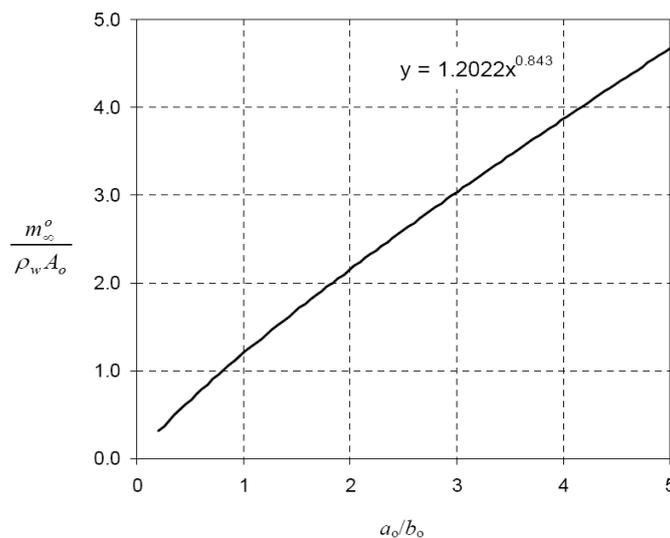


FIGURE A.1 – Masse hydrodynamique ajoutée due à l'eau environnante d'une tour élancée.

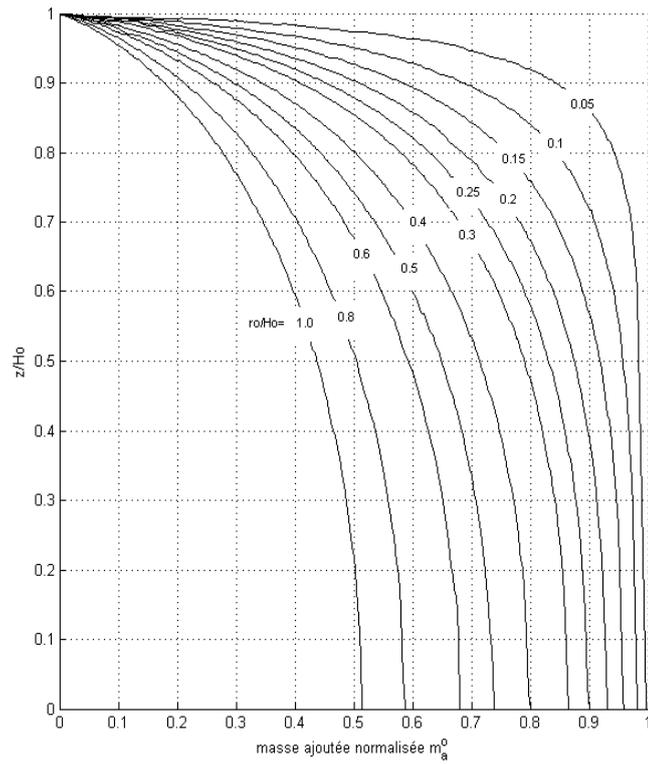


FIGURE A.2 – Masse hydrodynamique ajoutée normalisée due à l'eau environnante.

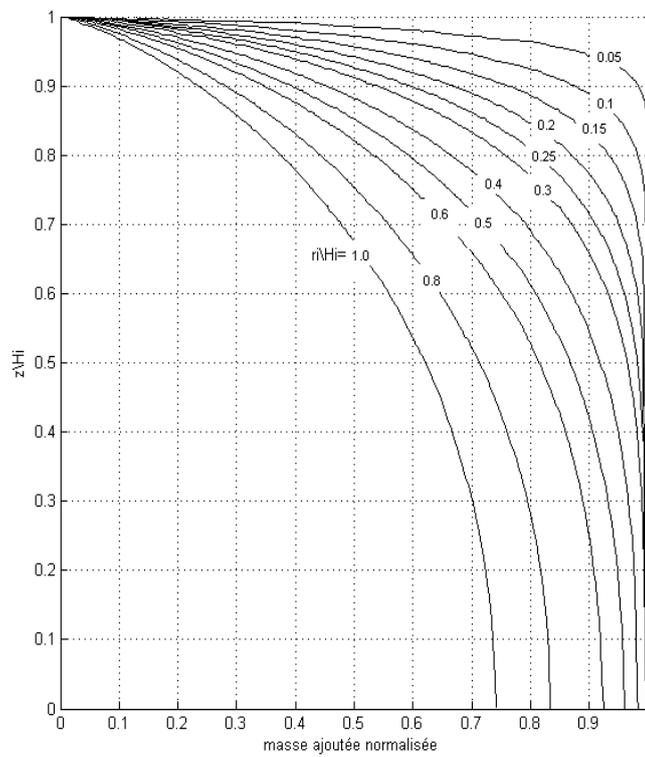


FIGURE A.3 – Masse hydrodynamique ajoutée normalisée due à l'eau intérieure.

A.1.2 Calcul des masses

✓ conversion des sections en aires circulaires

$$\pi r_o^2 = 12 \times 12 = 144m^2 \Rightarrow r_o = 6.77mH_o = 40m \Rightarrow \frac{r_o}{H_o} = 0.1692 \quad (A.1)$$

$$\pi r_i^2 = 9.6 \times 9.6 = 92.16m^2 \Rightarrow r_i = 5.42mH_i = 40m \Rightarrow \frac{r_i}{H_i} = 0.135 \quad (A.2)$$

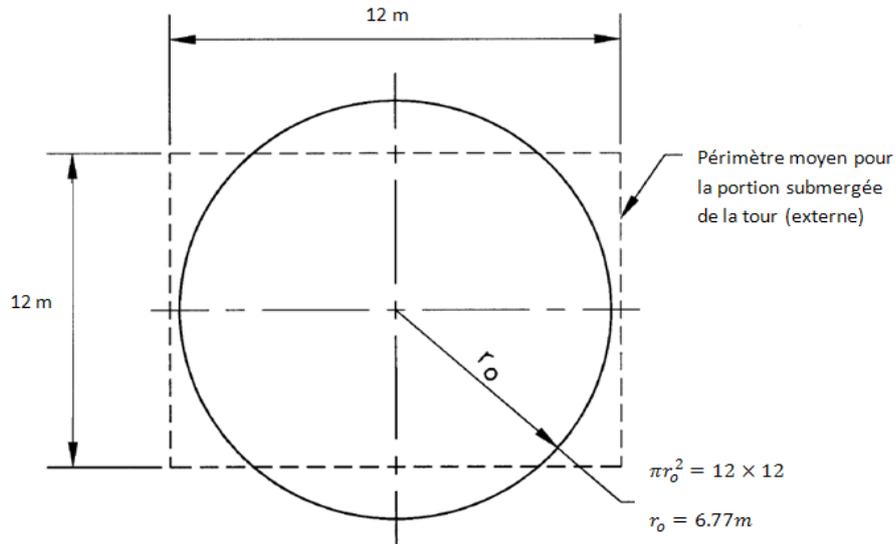


FIGURE A.4 – Aire équivalente circulaire extérieure

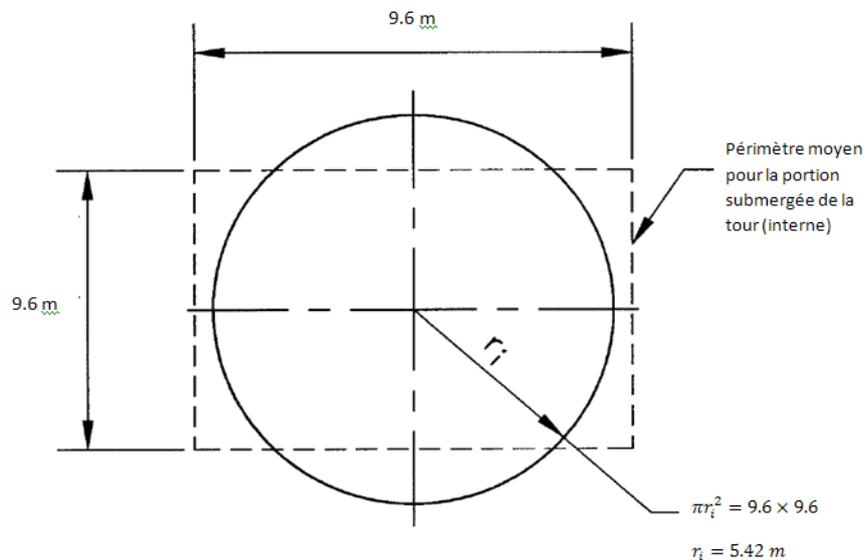


FIGURE A.5 – Aire équivalente circulaire intérieure

✓ $\frac{a_o}{b_o} = 1$ (rapport largeur/longueur extérieurs)

$\frac{a_i}{b_i} = 1$ (rapport largeur/longueur intérieurs)

En projetant sur la courbe de la figure (A.1), la masse hydrodynamique ajoutée normalisée ($m_{\infty}^o/\rho_w A_o$) pour une tour infiniment longue liée à l'eau extérieure est : $m_{\infty}^o/\rho_w A_o=1.2022$

$$\checkmark \quad \rho_w A_o = 1000 \times 144 = 144.10^3 kg/m$$

$$\rho_w A_i = 1000 \times 92.16 = 92160 kg/m$$

multipliée par la masse hydrodynamique ajoutée normalisée, la masse ajoutée absolue ($m_{\infty}^o = 1731116.8 kg$)

- ✓ la masse ajoutée externe m_a^o à une distance z de la base est obtenue de la figure(A.2) et la masse ajoutée interne est obtenue de la figure (A.3).

Les tableaux (A.1) et (A.2) fournissent un calcul sommaire pour les masses hydrodynamiques ajoutées approximatives pour l'eau interne et externe respectivement.

Le tableau (A.3) regroupe les masses de la structure de la tour concentrées sur les noeuds. La sommation des résultats des trois tableaux aboutit à la totalité des masses à attribuer pour chaque noeud de la structure. les résultats obtenus sont illustrés dans le tableau (5.5).

TABLE A.1 – Calcul des masses hydrodynamiques approximatives, eau environnante

Nd	z (m)	z/H_e	elt	a_o/b_o	r_o (m)	r_o/H_o	$\rho_w A_o$	$m_\infty^o/\rho_w A_o$	m_∞^o (kg)	m_a^o/m_∞^o	m_a^o (kg)	Long elt (m)	m_j^o (kg)
5	40	1	4	1	6.77	0.169	144.10^3	1.2022	173116.8	0.765	132434.35	10	662171.75
4	30	0.75											1432541.51
3	20	0.5	3	1	6.77	0.169	144.10^3	1.2022	173116.8	0.89	154073.952	10	1579690.8
2	10	0.25	2	1	6.77	0.169	144.10^3	1.2022	173116.8	0.935	161864.21	10	1627297.92
1	0	0	1	1	6.77	0.169	144.10^3	1.2022	173116.8	0.945	163595.38	10	817976.88

TABLE A.2 – Calcul des masses hydrodynamiques approximatives, eau intérieure

Nd	z(m)	z/H_i	elt	a_i/b_i	r_i (m)	r_i/H_i	$m_\infty^i = \rho_w A_i$	m_a^i/m_∞^i	m_a^i (kg)	Long elt (m)	m_j^i (kg)
5	40	1	4	1	5.42	0.1355	92160	0.98	90316.8	10	451584
4	30	0.75									912384
3	20	0.5	3	1	5.42	0.1355	92160	1	92160	10	921600
2	10	0.25	2	1	5.42	0.1355	92160	1	92160	10	921600
1	0	0	1	1	5.42	0.1355	92160	1	92160	10	460800

TABLE A.3 – Propriétés et masse de la tour

Nœud	Elément	Longueur d'élément	Masse répartie(kg)	Masse aux nœuds (kg)
7	6	10	1296000	648000
6				1296000
	5	10	1296000	
5				1296000
	4	10	1296000	
4				1296000
	3	10	1296000	
3				1296000
	2	10	1296000	
2				1296000
	1	10	1296000	
1				648000

Résumé

La réponse sismique d'une tour de prise d'eau présente des caractéristiques tout à fait complexes à cause des effets d'interaction fluide-structure qui modifie son comportement dynamique. La détermination des modes et des fréquences propres d'un système couplé tour-eau constitue généralement une tâche très difficile.

Dans le présent travail, une brève description des tours et des modèles d'analyse de leur comportement sismique est d'abord exposée. Ensuite, la modélisation en éléments finis de la structure, de l'eau et du système couplé tour-eau est donnée en détails. Les résultats de comparaison entre différents modèles ont montré principalement que le fluide allonge les périodes propres de la structure et les modèles à masse concentrée issue d'abaques et du programme basé sur la formule de Westergaard donnent des résultats acceptables.

Mots clés: Masse ajoutée, Tour de prise, Comportement sismique.

الملخص

ان الاستجابة الزلزالية لبرج تناول المياه ذات خصائص معقدة جدا بسبب آثار تفاعل السائل و الهيكل و بالتالي يعدل هذا سلوكه الديناميكي، ولذا فان تحديد الوسائط والترددات من برج المياه عادة ما يكون مهمة صعبة للغاية.

في هذا العمل المقدم يتم أولا وصف موجز للأبراج ونماذج لتحليل الزلازل من سلوكها. ثم تتم نمذجة العانصر المحدودة لهيكل الماء و نظام برج المياه وقدم هذا بالتفصيل. وقد أظهرت نتائج المقارنة بين مختلف النماذج أن السائل يمتد أساسا إلى فترات أطول من الهيكل و أن النموذج الشامل للمخططات و كذا المترکز على نظرية Westergaard يعطي نتائج مقبولة.

الكلمات المفتاحية: الكتلة المضافة، برج تناول المياه، السلوك الزلزالي

Abstract

The seismic response of a water intake tower has characteristics quite complex because of the effects of fluid-structure interaction that modifies its dynamic behavior. The determination of the modes and frequencies of a coupled water tower is usually a very difficult task.

In this work, a brief description of the towers and models for seismic analysis of their behavior is first exposed. Then, finite element modeling of the structure, water and water-tower coupled system is given in detail. The results of comparison between different models showed that the fluid mainly to longer periods of the structure and the models with concentrated mass resulting from abacuses and the program based on the formula of Westergaard give acceptable results.

Keywords: Added mass, intake tower, seismic behavior