

*République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur
et de la Recherche Scientifique*

*Université A/Mira de Bejaia
Faculté de Technologie
Département de Génie Civil*



Mémoire

Pour obtenir le titre de Magister en Génie Civil

Option : Matériaux et Structures

Présenté par

GUENOUNOU Kahina

Thème

Modélisation Numérique de l'Interaction Sismique

Sol-Structure

Mr MAZA	Mustapha	Président	M.C.A	U. Bejaia
Mr TAHAKOURT	Abdelkader	Rapporteur	Professeur	U. Bejaia
Mr CHELOUAH	Nasser	Examineur	M.C.A	U. Bejaia
Mr BOUAFIA	Youcef	Examineur	Professeur	U. Tizi-Ouzou
Mr RAMDANI	lyès	Invité	M.A.A	U. Bejaia

Au nom de Dieu, clément et très miséricordieux

*A ma mère et mon père qui m'ont tout donné
A mes très chères frères et soeurs bien aimés
A tous mes proches et amis*

Remerciements

Je tiens à exprimer mes sincères reconnaissances et remerciements à Mr *Tahakourt A. Kader*, Professeur à l'Université de Bejaia, sans qui ce mémoire n'aurait jamais vu le jour. Pour ses précieux conseils, son aide scientifique, sa patience, qu'il en soit remercié.

Je tiens aussi à remercier Mr. *Seghir Abdelghani*, Maitre de Conférence B à l'Université de Bejaia, pour ces conseils, orientations et aides scientifiques.

Je tiens à exprimer ma très grande gratitude à Mr *Ramdani Lyes*, Maitre Assistant à l'Université de Bejaia, pour sa patience, ses aides infaillibles et son dévouements.

Mes plus vifs remerciements vont également à Monsieur *Maza Mustapha*, Maitre de Conférence A à l'Université de Bejaia, qui a accepté la présidence de ce Jury.

Je remercie vivement Messieurs *Bouafia Youcef*, Professeur à l'Université de Tizi-Ouzou, et *Chelouah Nasser*, Maitre de Conférence A à l'Université de Bejaia, d'avoir accepté de juger ce travail en me faisant l'honneur de le rapporter.

Je tiens à exprimer ma gratitude envers tous les enseignants qui ont contribué à ma formation.

Je remercie de tout mon coeur mes parents, qui ont su me donner sans cesse leurs soutien et leur amour au cours de ma vie pour former ma personnalité et pour rendre possible mes études.

Enfin, je dois un grand merci à tous mes amis et tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.

Résumé

L'objectif de ce travail, est de mettre en œuvre dans deux codes de calcul des structures en éléments finis (Castem et Matlab) de deux méthodes d'interaction sol-structure, dans le cadre de l'élasticité linéaire, afin de mener une étude comparative sur un système sol-structure et de déterminer les conditions d'application, les avantages et les inconvénients de l'une et de l'autre. La continuité des déplacements à l'interface liant les deux sous systèmes sol-structure a été prise en compte.

Mots-clés : interaction sol-structure, éléments finis, déconvolution, réponse sismique.

Abstract

The objective of this work, is to implement in two codes of calculation of the structures in finite elements (Castem and Matlab) of two methods of interaction soil-structure, within the linear elasticity study, to lead a comparative study on a system soil-structure and determine the conditions of application, the advantages and the inconveniences of the one and the other one. The continuity of the movements in the interface binding both under systems soil-structure was taken into account.

Keywords : soil-structure interaction, finite elements, deconvolution, seismic response.

ملخص: الهدف من هذا العمل هو تشغيل في محاكاة رقمية (Castem, Matlab) مبنية على عناصر منتهية لطريقتين تفاعل الأرض - بنية ضمن إطار المرونة لدراسة المقارنة بين الطريقتين و معرفة شروط تطبيقهما و كذا مميزات و مناعب الأولى على الأخرى. استمرار الحركة على السطح الفاصل بين البنيتين الفرعيتين اخذ بعين الاعتبار .

الكلمات المفتاحية : تفاعل ارض-بنية , عناصر منتهية , إجابة لهزة أرضية.

Table des matières

Résumé	iv
Introduction générale	1
1 Formulation du problème d'interaction sol-structure	4
1.1 Introduction	4
1.2 Discrétisation en éléments finis	7
1.3 Evaluation de la réponse sismique d'une couche de sol	11
1.3.1 Equation d'ondes	12
1.3.2 Etude de la propagation des ondes	14
1.3.3 Equation de propagation d'onde SH plane dans un matériau visco-élastique	16
1.4 Phénomènes induits	24
1.4.1 Liquifaction des sols	24
1.4.2 Glissement de terrain	25
1.5 Conclusion	26
2 Méthodes d'Interaction Sol-Structure	27
2.1 Introduction	27
2.2 Méthode globale	27
2.2.1 Méthode de déconvolution du mouvement sismique	28
2.2.2 Méthode de déplacement uniforme ajouté	29
2.2.3 Méthode de réduction de domaine	31
2.3 Méthode de sous structuration	34
2.3.1 Introduction	34
2.3.2 Etapes de résolution	35
2.4 Conclusion	38
3 Analyse dynamique	39
3.1 Introduction	39
3.1.1 Méthode de superposition modale	39
3.1.2 Intégration temporelle des systèmes linéaires	41
3.1.3 Méthode de Newmark	43
3.2 Stabilité de la solution dynamique	48
3.3 Conclusion	50

4 Applications et étude comparative	51
4.1 Introduction	51
4.2 Application 1	52
4.3 Application 2	69
4.4 Application 3	75
4.5 Conclusion	86
Conclusion générale	87
Annexe A. Intégration numérique	B
Annexe B. Eléments utilisés	C
ANNEXE C.Algorithme	E

Table des figures

1.1	Géométrie et notations	4
1.2	Ondes sismiques	13
1.3	Polarisation des ondes de compression et de cisaillement	16
1.4	Schéma de profilé de sol	17
1.5	Schéma de la propagation vertical d'onde sismique	17
1.6	Fonction de transfert des couches de sols viscoélastiques	21
1.7	Mouvement calculé à la surface des sols argileux et rocheux	21
1.8	Schéma de la propagation des ondes dans un sol multicouche	22
1.9	Liquifaction de sol dans un milieu urbain	25
1.10	Liquifaction de dans un champ	25
2.1	Modélisation de l'ISS par la méthode globale directe	28
2.2	Notations de la méthode du réduction de domaine	32
2.3	Simplification du domaine physique	33
2.4	Modèle sous-structure	35
3.1	Accélération moyenne constante	44
3.2	Accélération linéaire	45
4.1	Structure modélisée : mur de soutènement	52
4.2	Troncature de maillage et Propriétés du sol	53
4.3	Accélérogramme utilisé enregistré en champ libre (<i>Loma Prieta</i>)	54
4.4	Fonction de transfert du sol monocouche	55
4.5	Accélérogrammes enregistré (As) et calculé en profondeur à 100m (Ar)	56
4.6	Spectre d'accélération en surface et en profondeur	56
4.7	Comparaison des déplacements en sommet par la méthode MMA et la méthode globale à déconvolution MGD	57
4.8	Déplacement à la surface de la structure pour des limites de troncature différentes (ISS)	58
4.9	Déplacement à la surface de la structure pour les différentes limites de troncature (sans ISS)	59
4.10	Effet de l'interaction sol-structure	60
4.11	Effet sismique sur structure flexible sur sol rigide par MMU et MGD	61
4.12	Effet sismique sur structure flexible sur sol rigide par MMU et MGD	62
4.13	Réponse de la structure sans ou avec la présence du sol	62
4.14	Accélérogramme <i>Dar – elBeida_{NS}</i> à la surface et à la profondeur du sol	63
4.15	Fonction du transfert du sol excité par l'accélérogramme <i>Dar – elBeida_{NS}</i>	64

4.16 Réponse en déplacement au sommet du mur aux accélérogrammes utilisés	64
4.17 Réponse en déplacement au sommet du mur(Avec et sans ISS)(Dar - elBeidaNS)	65
4.18 Réponse en déplacement au sommet du système sol–structure par MGD	65
4.19 Réponse en déplacement au sommet du mur pour différentes hauteurs	67
4.20 Réponse en déplacement au sommet du système <i>sol – structure</i> par MMU pour différentes hauteurs	67
4.21 Variations de la contrainte maximale	68
4.22 Variations de la contrainte minimale	68
4.23 Caractéristique du système sol-structure	70
4.24 Réponse au sommet de la structure sans ISS par la méthode pas à pas(Newmark)	70
4.25 Réponse au sommet de la structure avec ISS par la méthode MMU (Castem et Matlab)	71
4.26 Effet de l'ISS avec MGD (Castem et Matlab)	71
4.27 Réponse en déplacement au sommet de la structure avec ISS par les méthodes MMU et MGD sous Matlab	72
4.28 Réponse en déplacement au sommet de la structure avec ISS par les méthodes MMU et MGD sous Matlab	73
4.29 Modélisations de la structure en portique avec ABAQUS	75
4.30 Propriétés géométriques de la structure	76
4.31 Modélisation semelle isolée et semelle filante	76
4.32 Maillage de la semelle isolée et semelle filante	77
4.33 Maillage du système sol-structure	77
4.34 Fonction de transfert du sol	78
4.35 Accélération en surface et à la base du sol	79
4.36 Comparaison des déplacements pour la structure avec et sans fondations	80
4.37 Comparaison des déplacements pour la structure avec semelles isolées et semelles filantes dans la direction ox	81
4.38 Comparaison des déplacements pour la structure avec semelles isolées et semelles filantes dans la direction oy	81
4.39 Comparaison des déplacements avec MMU et MGD pour structure avec semelles filantes	82
4.40 Comparaison des déplacements avec MMU et MGD pour structure avec semelles isolés	82
4.41 Comparaison des déplacements dans la direction ox avec interaction	83
4.42 Comparaison des déplacements dans la direction ox en interaction avec $sol1$ et $sol2$	84
4.43 Comparaison des déplacements dans la direction ox avec et sans interaction	85
4.44 Comparaison des déplacements dans la direction OY avec interaction	85

Liste des tableaux

1.1	Valeurs représentatives des célérités S dans les sols	20
4.1	Propriétés matérielles et géométrique du mur de soutènement	53
4.2	Propriétés matérielles et géométrique du sol.	53
4.3	Fréquences propres de la couche du sol	55
4.4	Périodes propres de colonne de sol	55
4.5	Comparaison des périodes de vibrations libres (sec) du mur avec et sans ISS	60
4.6	Périodes propres du mur avec différentes hauteurs	66
4.7	Propriétés matérielles et géométrique du sol.	69
4.8	Propriétés matérielle et géométrique du sol	75
4.9	Propriétés matérielles et géométrique du de la structure	76
4.10	Périodes propres de la structure en portique	78
4.11	Quadrature de Gauss-Legendre	B

Notations

U	: vecteur déplacement.
ρ	: masse volumique.
f	: vecteur des forces de volume.
D	: matrice d'élasticité.
M	: matrice masse.
K	: matrice rigidité.
C	: matrice amortissement.
N	: fonctions de forme.
ξ	: taux d'amortissement critique.
T	: période propre.
ω	: pulsation propre.
ϕ	: vecteur propre.
$S(\omega)$: matrice d'impédance.
C_s ou V_s	: célérité des ondes de cisaillement dans le sol.
g	: Accélération due à la pesanteur.
n	: vecteur normal.
Ω	: domaine.
Γ	: contour.
∇	: opérateur gradient.
∂	: opérateur de dérivée partielle.
δ	: fonction de Dirac.
σ	: tenseur des contraintes.
ε	: tenseur des déformations.

Introduction générale

Avec les désordres et les conséquences ardues engendrés par les tremblements de terre, la prise en compte de la menace sismique avec l'Interaction Sol-Structure (ISS) est devenue plus que nécessaire. Les effets des séismes de Boumerdes (mai, 2003), Soumatra (Décembre, 2004) et récemment du Japon (Mars, 2011) restent toujours dans notre mémoire. Ainsi, l'ISS revêt une importance significative dans la conception d'ouvrage de grande importance tel que les immeubles de grandes hauteurs, les centrales nucléaires, les barrages, les ponts, ou encore les plates-formes off-shore.

L'ISS se traduit par la perturbation du mouvement sismique initial par le mouvement intrinsèque de la structure. Ce qui induit à une modification du mouvement enregistré au niveau de la surface de contact du sol-fondation-structure par rapport au mouvement en champ libre. [27, 57, 58, 67].

La raison de ce changement est du fait que le sol et la structure interagissent pour créer un nouveau système dynamique combiné. Ainsi la structure a une influence sur le comportement du sol qui peut modifier les composantes de la sollicitation. De nombreuses études ont montré que l'ISS s'accroît avec la rigidité de la structure et la déformabilité de sol et décroît avec la rigidité du sol et la souplesse de la structure [27, 40, 66, 67].

La différence du mouvement est due au fait des différences des rigidités qui sont connues sous le nom d'interaction cinématique [37, 57, 58, 67]. Il induit à une réflexion et diffraction du champ d'onde incident. Elle est négligeable dans le cas des fondations superficielles pour des ondes à incidence verticale. Cette interaction, connue également sous le nom "passage d'onde", dépend principalement de la géométrie de la fondation et la configuration du sol [40, 66]. Un autre phénomène est induit par les oscillations de la superstructure qui donne naissance à des forces d'inerties. Ces dernières sont transmises à la fondation sous forme de forces et de moments. Contrairement au rocher, théoriquement de rigidité infini, le sol est rétroactivement déformé par ces efforts. Le phénomène est connu sous le nom "interaction inertielle" [37, 57, 67].

L'effet de la radiation d'énergie dans le sol est important. En effet, les oscillations de la fondation engendrent un champ rayonné qui se propagent indéfiniment et se dissipent. Cet amortissement "radiatif" est nommé également "amortissement géométrique" le fait que la perte d'énergie n'est pas due aux propriétés mécaniques. Avec cette radia-

tion, le milieu présente un amortissement, même s'il est supposé élastique, linéaire, et non dissipatif. Mais, dans le cas où les non-linéarités présentes dans le sol sont considérées, l'énergie amenée est dissipée également par l'amortissement matériel ou dit "hystérétique".

Par contre, dans le cas où la structure est supposée encastrée à sa base, dans un milieu rigide, cet amortissement est dit "structurel". L'énergie est dissipée par les non-linéarités internes de la structure. Dans certaines analyses dynamiques, on tient compte de cet amortissement par un facteur d'amortissement modal [37, 57, 58, 67].

Ce phénomène d'interaction(ISS) permet d'évaluer de façon réaliste le comportement des structures. Ceci en déterminant l'effet d'action du sol sur la structure, principalement les pressions de contact, en fonction de la déformation de la structure, afin de pouvoir assurer que les hypothèses faites sur le comportement du sol sont compatibles avec la réponse de la structure, principalement avec sa déformation, ceci aussi bien à l'état limite de service qu'à l'état limite ultime. A priori, il est difficile de savoir si l'ISS a une influence positive ou négative sur le comportement de la structure. Mais pour des études et analyse très rigoureuses la prise en compte de l'ISS est plus que nécessaire.

L'abondance de la littérature concernant l'ISS [39, 71, 22, 41, 42] traduit à la fois la complexité du phénomène et l'intérêt qu'y ont porté de nombreux chercheurs[28].

De nombreux facteurs, compliqués déjà au plan individuel, jouent un rôle déterminant dans le comportement vibratoire du système Sol-Structure. Principalement, l'aspect le plus délicat est la prise en compte des caractéristiques de sol en tant que milieu tridimensionnel, semi-infini à comportement complexe [16, 29, 61, 70]. Toutefois, ces calculs dynamiques varient largement selon le type de fondation (superficielle, profonde,..), ainsi que le type de l'onde sismique (ondes verticales ascendantes en cisaillement et en compression, ondes de Rayleigh,..). Il est de même pour la forme mathématique du mouvement de référence (données temporelles, telles que les accélérogrammes, ou fréquentielles)[27, 28, 31, 66, 67].

Ainsi, le recoure aux méthodes numériques s'impose. Mais, ces différents facteurs, induisent de grandes difficultés dans toute modélisation qui se base sur une méthode de sous-domaines telle que la méthode des éléments finis. Cette méthode d'analyse robuste et flexible est principalement utilisée pour traiter des problèmes complexes et qui ne peuvent être traité analytiquement. Cette dernière est utilisée même pour le cas d'analyses non linéaires.[3, 15, 19, 36, 38, 55, 67]...

Néanmoins, les soucis d'économies de mémoire de stockage et de temps de calcul ont conduit au développement de diverses méthodes. Elles permettent d'annihiler le problème de traitement des conditions aux limites de troncatures. Ces méthodes permettent également un couplage avec la méthode des éléments finis.

Les méthodes de frontière absorbante [70]et des éléments de frontière [11, 54], y font partie, où la formulation intégrale, dans cette dernière, consiste à une transformation des

équations de l'élastodynamique en relations intégrales entre les vecteurs déplacements et les vecteurs contraintes sur la frontière du domaine considéré. Il est procédé alors à une discrétisation de la frontière du domaine en éléments finis et la dimension du problème se trouve ainsi réduite d'une unité [4, 12]. Une autre approche est connue sous le nom de couplage élément fini-élément infini. Elle consiste à faire un couplage entre le domaine tronqué et le reste du domaine infini. En se basant sur utilisation des fonctions de formes décroissantes, [11, 67, 73]. La méthode des éléments finis peut être, également, couplée avec la méthode des éléments discrets [30, 45, 60, 65]. Cette dernière est fondée sur une approche discontinue qui privilégie la prise en compte des très fortes non-linéarités.

Il est bien connu que le problème d'application du chargement sismique en interaction sol-structure constitue une difficulté importante dans toute modélisation en élément fini, compte tenu du fait que les ondes sismiques incidentes sont physiquement définies en milieu infini et considérées comme des ondes planes incidentes en provenance du foyer du séisme situé en profondeur. Deux méthodes sont utilisées dans ce contexte dont l'application du chargement est différente.

Dans le cadre de ce travail, il est question de mettre en œuvre dans un code de calcul des structures en éléments finis deux variantes de prise en compte du phénomène de l'ISS, afin de mener une étude comparative sur un système sol-structures et de déterminer les conditions d'application, les avantages et les inconvénients de l'une et de l'autre. Les chapitres suivants ont pour but d'exposer ces méthodes et de présenter des applications traitant le problème d'interaction sol-structure, et de faire une étude comparative entre ces dernières.

Après cette introduction, une présentation de quelques notions sur l'élastodynamique et les ondes sismiques est développée dans le premier chapitre.

Dans le chapitre 2, on trouve le développement et la mise en œuvre des méthodes d'interaction sol-structure ; et le chapitre 3 est consacré à l'analyse de la réponse dynamique. Quand au chapitre 4, il est consacré aux applications et à l'étude comparative. Enfin une conclusion générale tire le bilan de ce travail des méthodes numérique mis en œuvre et présente également quelques perspectives.

Chapitre 1

Formulation du problème d'interaction sol-structure

1.1 Introduction

Sous les hypothèses d'une structure et d'un sol à comportement linéaire, isotropes, et homogènes, on va faire une modélisation du problème.

La figure (1.1), montre les trois sous-domaines de Ω , ainsi que les notations utilisées : la structure Ω_b , le sol non-borné Ω_s , et la fondation rigide Ω_f . Γ_{sf} , Γ_{fb} sont, respectivement, les interfaces séparant la fondation du sol et de la structure. Sur le reste de leurs frontières respectivement noté : Γ_{ba} , Γ_{sa} , et Γ_{fa} , les conditions de surface libre sont imposées.

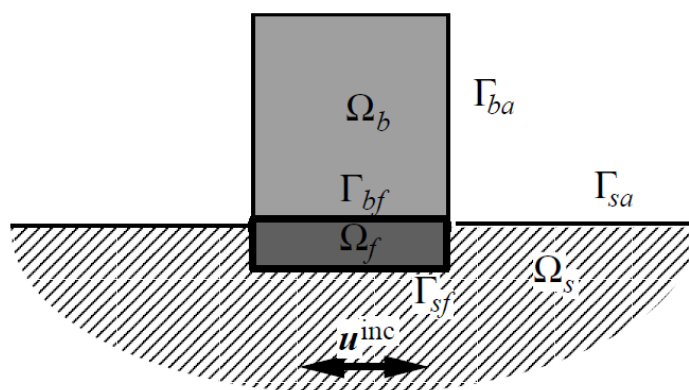


FIG. 1.1: Géométrie et notations

Des perturbations dues au séisme sont représentées par un champ incident ou champ libre $u^{inc}(x, t)$. Ce champ est supposé connu. Ainsi l'ensemble sera soumis à des forces volumiques et surfaciques. Les équations d'équilibre dynamique en termes de champ de déplacement continu u d'une structure flexible soumise à un mouvement d'accélération \ddot{u} , s'écrivent, avec la notation indicielle, comme suit [18, 21, 25, 33, 49, 51, 68] :

$$\sigma_{ij,j} + f_i - \rho \ddot{u}_i = 0 \quad \text{dans } \Omega_s \quad (1.1)$$

Où ρ est la masse volumique constituant la structure, σ , de composante $\sigma_{ij,j}$ désigne le tenseur d'ordre 2 des contraintes de Cauchy. On définit $t = \sigma_{ij}n_j$ le vecteur contrainte s'exerçant sur les interfaces orientées par la normale n . Le tenseur des contraintes est relié au tenseur de déformation ε , dans le cas d'un matériau à comportement élastique linéaire, par :

$$\sigma_{ij,j} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (1.2)$$

Cette équation représente une loi de comportement de type élastique linéaire. Tel que : "D" est appelé tenseur d'élasticité du matériau. C'est un tenseur d'ordre 4, qui présente différentes propriétés de symétrie. Avec l'hypothèse de l'isotropie, le tenseur ne dépend que des deux coefficients de Lamé : λ et μ tel que :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

E et ν sont le module de Young et le coefficient de Poisson du matériau. Ce qui réduit l'équation précédente à :

$$\sigma_{ij,j} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda e\delta_{ij} \quad (1.3)$$

Où $e = Tr(\varepsilon)$ est la trace du tenseur des déformations ε qui caractérise la variation relative du volume sous l'effet des contraintes imposées au matériau. Dans le cas général, les composantes de ce tenseur de "Green-Lagrange" sont données dans l'équation suivante :

$$E_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} + u_{k,j}) \quad (1.4)$$

Dans nos hypothèses où les déplacements sont petits par rapport aux dimensions des structures (hypothèse des petites déformations). Les gradients des déplacements sont petits devant l'unité. De sorte que leurs carrés et produits sont négligeables. ($u_{k,j} \ll 1$). Le tenseur déformation E_{ij} se simplifie, alors, en "tenseur déformation géométrique linéaires" ou "tenseur déformation infinitésimale" ε_{ij} dont les composantes sont données par : "tenseur déformation géométrique linéaires" ou "tenseur déformation infinitésimale" ε_{ij} dont les composantes sont données par :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (1.5)$$

Dans ce dernier cas, les dilatations et les rotations sont négligeables. Les équations d'équilibre peuvent s'écrire en fonction des déplacements uniquement.

Cela est possible en substitution l'équation 1.3 dans 1.2, puis l'introduction de l'expression résultante dans 1.1 donne, tenant compte de la symétrie de D par rapport aux indices k et l, les équations de Navier qui s'écrivent :

$$D_{ijkl}u_{k,lj} + f_i - \rho\ddot{u}_i = 0 \quad (1.6)$$

Ce système traduit la formulation en déplacements du problème d'élastodynamique sous les hypothèses de linéarité géométrique et physique.

L'équation précédant peut s'écrire en fonction des coefficients de Lamé :

$$(\lambda + \mu)u_{j,ij} + \mu u_{i,jj} + f_i - \rho\ddot{u}_i = 0 \quad (1.7)$$

Avec la forme vectorielle, le système précédant devient :

$$(\lambda + \mu)\nabla e + \mu\Delta u + f - \rho\ddot{u} = 0 \quad (1.8)$$

Où : $e = Tr(\varepsilon)$, ∇ est le vecteur gradient et $\Delta = \nabla^2$ est l'opérateur Laplacien.

En l'absence de décollement entre la structure et la fondation et entre la fondation et le sol on a de plus les conditions cinématiques suivantes :

$$u_s = u_f \quad sur \Gamma_{sf} \quad (1.9)$$

$$u_b = u_f \quad sur \Gamma_{bf} \quad (1.10)$$

auxquelles s'ajouteront l'équilibre de la fondation Ω_f et des conditions initiales. on a également : le vecteur contrainte est nul sur les surface libre :

$$\sigma_{ij}n_j = 0 \quad sur \Gamma_{sa} \text{ et } \Gamma_{ba} \quad (1.11)$$

Ainsi, l'équilibre global du système sol structure, est assuré par des conditions de continuité, ou de transmission, des champs de déplacements et des vecteurs contraintes à l'interface entre les deux domaines sol et structure, qui traduisent la conservation de la masse et de la quantité de mouvement.

En utilisant l'hypothèse de linéarité, la solution peut être recherchée dans le domaine fréquentiel. Cela en appliquant un transformé de Fourier par rapport au temps. Les équations du mouvement peuvent s'écrièrent, également, sous forme variationnelle. [18, 21, 49, 67]. Ainsi, l'équation (1.7) prend la forme :

$$\int_{\Omega_b} \delta u_i ((\lambda + \mu)u_{j,ij} + \mu u_{i,jj} + f_i - \rho\ddot{u}_i) d\Omega_b = 0 \quad (1.12)$$

Cette formulation associée aux équations locales de mouvement découle de la méthode approchée dite des résidus pondérés, en multipliant chaque équation i des trois équations par une fonction poids égale à la perturbation δu_i . Le fonction poids peut être un scalaire,

vecteur, ou tenseur. L'utilisation de l'intégration par partie en utilisant le théorème de Green, sur tout le domaine, permet d'inclure les conditions aux limites. Ainsi, l'équation précédente s'écrit comme suit :

$$-\int_{\Omega_b} \delta \varepsilon_{ij} \sigma_{ij} d\Omega + \int_{\partial\Omega_b} \delta u_i t_i d\Gamma + \int_{\Omega_b} \delta u_i f_i d\Omega - \int_{\Omega_b} \delta u_i \rho \ddot{u}_i d\Omega = 0 \quad (1.13)$$

Cette forme intégrale faible, traduit le principe des travaux virtuels qui exprime l'équilibre d'une structure déformable par l'égalité des travaux effectués par les forces intérieures et le chargement extérieur, lors d'un déplacement virtuel δu .

1.2 Discrétisation en éléments finis

Généralement, quelque soit les hypothèses considérées, il n'est pas possible de calculer la solution exacte ($\sigma, \varepsilon, ou u$) des problèmes élastodynamiques. La recherche d'une solution approchée est rendu possible avec le développement de plusieurs méthodes numériques. Parmi ces dernière, la méthode des éléments finis. Elle est basée sur la discrétisation géométrique du problème. Celui-ci est subdivisé géométriquement en sous-domaines élémentaires simples appelés "maille" ou éléments finis.

La discrétisation repose également sur une discrétisation fonctionnelle plutôt mathématique que physique.

Elle consiste à donner dans chaque élément une forme généralement polynomiale au champ inconnu [3, 15, 19, 36, 46, 48, 53, 55, 67]...

Dans cette partie, cette méthode est appliquée, dans le cas bidimensionnel, pour la résolution des systèmes d'équations précédents. La relation déformation - déplacement U s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x_1 & 0 \\ 0 & \partial/\partial x_2 \\ \partial/\partial x_2 & \partial/\partial x_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad \text{soit : } \varepsilon = Su \quad (1.14)$$

Donc, la relation contrainte - déplacement devient :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d1 & d2 & 0 \\ d2 & d1 & 0 \\ 0 & 0 & d3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial/\partial x_1 & 0 \\ 0 & \partial/\partial x_2 \\ \partial/\partial x_2 & \partial/\partial x_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad \text{Soit : } \sigma = DSu \quad (1.15)$$

Où D et S sont respectivement la matrice d'élasticité et l'opérateur des gradients des déplacements. d1 et d2 sont donnés, dans le cas de contraintes planes par :

$$d1 = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad ; \quad d2 = \nu d1$$

et dans le cas des déformations planes, par :

$$d1 = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad ; \quad d2 = \frac{\nu d1}{1-\nu}$$

pour les deux cas :

$$d3 = \frac{1}{2}(d1 - d2)$$

Alors, avec l'application des conditions aux limites précédentes, l'expression du principe des travaux virtuel (1.13) prend la forme compacte suivante :

$$- \int_{\Omega_b} S \delta u \, D \, S u \, d\Omega + \int_{\Omega_b} \delta u \, f \, d\Omega - \int_{\Omega_b} \delta u \, \rho \ddot{u} \, d\Omega = o \quad (1.16)$$

La discrétisation des formes intégrales est acquise en utilisant une interpolation nodale du champ des déplacements :

$$u \approx N_u \, U \quad (1.17)$$

Où : U est le vecteur des déplacements nodaux. Les N_u , dans le cas bidimensionnel, est la matrice $2 \times n_{ne}$ des fonctions de forme de l'élément. La géométrie des structures est subdivisée en un ensemble d'éléments de forme géométrique simple. N_u est donné par :

$$N_u = \begin{bmatrix} N_{u1} & 0 & N_{ui} & 0 & \dots \\ 0 & N_{u1} & 0 & N_{ui} & \dots \end{bmatrix} \quad i = 1, n_u \quad (1.18)$$

n_u : le nombre de nœuds de l'élément considéré.

Alors, par conséquence, les perturbations des déplacements s'écrivent comme suit :

$$\delta U = \delta(N_u U_u) = \delta U_u^T N_u^T \quad (1.19)$$

En remplaçant les fonctions inconnues par leurs approximations dans l'équation (1.16), on trouve :

$$- \int_{\Omega_b} \delta U^T (S N_u)^T D (S N_u) U \, d\Omega + \int_{\Omega_b} \delta U^T N_u^T f \, d\Omega - \int_{\Omega_b} \delta U^T N_u^T \rho N_u \ddot{U} \, d\Omega = o \quad (1.20)$$

Après simplification de l'équation précédente son trouve :

$$- \left(\int_{\Omega_b} (S N_u)^T D (S N_u) \, d\Omega \right) U + \int_{\Omega_b} N_u^T f \, d\Omega - \left(\int_{\Omega_b} N_u^T \rho N_u \, d\Omega \right) \ddot{U} = 0 \quad (1.21)$$

Dans ce qui précède U est dépendante du temps et du déplacement nodale , et que δu est un paramètre virtuel arbitraire. Ainsi le système discret de l'équation précédente est :

$$M \ddot{U} + K U = F \quad (1.22)$$

Où

$$M = \int_{\Omega_b} N_u^T \rho N_u \, d\Omega \quad (1.23)$$

$$K = \int_{\Omega_b} (SN_u)^T D(SN_u) d\Omega \quad (1.24)$$

$$F = \int_{\Omega_b} N_u^T f d\Omega \quad (1.25)$$

Dans les équations (1.23 et 1.24), chaque matrice globale, est un assemblage de matrices élémentaires, calculées chacune pour un élément du maillage, par l'expression correspondante à un terme de la somme des intégrales sur les éléments. Donc :

$$M = \sum_{e=1}^n \int_{\Omega_b^e} N_u^T \rho N_u d\Omega \quad (1.26)$$

Où Ω_b est subdivisé en n sous-domaine Ω_b^e .

Il est à noter que la matrice de masse cohérente telle que donnée en (1.26) est souvent remplacée par sa forme condensée donnant ainsi la matrice diagonale suivante :

$$M = \sum_{e=1}^n \int_{\Omega_b^e} \rho N_u^T d\Omega \quad (1.27)$$

L'introduction de la matrice de masse condensée affecte peu le comportement dynamique de la structure et comporte des avantages reconnus sur le plan numérique. Dans notre travail, c'est cette forme condensée qui a été adopté.

La matrice de rigidité (1.24) peut être simplifiée en posant $B = SN_u$. Ainsi,

$$K = \left(\int_{\Omega_b} B^T D B d\Omega \right) \quad (1.28)$$

Des dissipations d'énergie, dans le système sol-structure existent. Elles peuvent provenir d'effets thermiques liés au chargement répété du matériau, de frottements internes dans le matériau (glissements entre grains dans un assemblage de particules par exemple), de déformations d'origine plastique, ou autres. Ce phénomène physique de conversion de l'énergie de déformation (énergie cinétique et énergie potentielle) en chaleur est décrit par le terme "d'amortissement". Cette grandeur est fondamentale dans l'étude des phénomènes vibratoires.

Néanmoins, dans de nombreux problèmes d'ingénierie, la quantification de cette grandeur s'avère trop difficile, et il est admis que toute prédiction de l'amortissement des structures ou des sols doit être considérée avec prudence. Aucune méthode de mesure in situ ne permet de quantifier d'une manière satisfaisante l'énergie dissipée. Ainsi, toute valeur d'amortissement obtenue en laboratoire est à utiliser avec précaution. Ce type d'amortissement est appelé *amortissement matériel*. [16, 36, 57, 58, 63, 67, 70]

Pour l'amortissement matériel, on peut trouver plusieurs modèles, parmi eux, l'amortissement visqueux où les "forces dissipatives" induites par l'amortissement en un point sont proportionnelles à la vitesse en ce point.

$$F_D(t) = c\dot{u}(t) \tag{1.29}$$

Avec c : matrice d'amortissement pour un système à plusieurs degrés de libertés.

Dans la pratique, l'amortissement matériel est préféré d'être exprimé à l'aide d'une grandeur adimensionnelle (rapport de l'énergie dissipée par une énergie élastique de référence). La raison de l'utilisation de ce pourcentage d'amortissement réside dans leur détermination par certains essais, c'est le cas du décrétement logarithmiques [57, 58].

Dans le cas d'un oscillateur à un degré de liberté, de masse m et de pulsation propre w_n , le "pourcentage ou le taux d'amortissement critique" est défini par la relation :

$$c = 2\xi w_n m \tag{1.30}$$

Ce type d'amortissement sert au développement d'un modèle viscoélastique. Néanmoins, même si ce dernier présente une certaine aisance de formulation mathématique, l'énergie dissipée par cycle dépend linéairement de la fréquence. Or pour de nombreux matériaux l'énergie dissipée par cycle est indépendante de la fréquence sur une large bande de fréquences.

Parmi les autres types d'amortissements qui ont été définis, l'*amortissement hystérétique*, qui est plus réaliste que l'amortissement visqueux dans le cas des sols. Cet amortissement, à la propriété d'indépendance par rapport à la fréquence du coefficient d'amortissement critique [57, 58, 67].

$$F_D(t) = i\zeta k u(t) \tag{1.31}$$

où :

ζ : coefficient de l'amortissement hystérétique ;

k : coefficient de rigidité élastique.

Parmi les amortissements usuelles dans les analyses dynamiques, l'*amortissement de Rayleigh* où la matrice d'amortissement C est proportionnelle aux matrices de masse et de rigidité. Cette dernière est utilisée dans l'équation du mouvement.

Ainsi, pour la prise en compte de la dissipation d'énergie, dans le système sol-structure, on introduit des forces d'amortissement de type visqueux. Donc, l'équation d'équilibre dynamique précédente devient :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F \tag{1.32}$$

La matrice d'amortissement classique de Rayleigh construite par une combinaison linéaire des matrices de masse M et de rigidité K , s'écrit comme suit :

$$C = \alpha M + \beta K$$

α et β sont des coefficients satisfaisant les conditions d'orthogonalité, dans la base modale. Ils valent, ainsi, en fonction du pourcentage d'amortissement critique équivalent ξ :

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_n} \begin{bmatrix} \omega_1 \omega_n \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

ω_1 : Fréquence du premier mode.

ω_n : Fréquence du mode supérieur.

ξ : Taux d'amortissement critique.

Un des avantages de ce type d'amortissement est d'assurer l'orthogonalité des termes contenant l'amortissement par rapport aux modes propres et donc le découplage des équations du mouvement dans la base modale. L'amortissement de Rayleigh est un cas particulier de l'"*amortissement de Caughey*" (ou amortissement de Rayleigh généralisé"). La généralisation permet d'inclure un nombre n de modes.

$$C = M \sum_{p=0}^n a_p [M^{-1}K]^p \quad (1.34)$$

Les coefficients a_p s'obtiennent en résolvant, pour les n modes considérés, l'équation suivante :

$$2w_i \xi_i = \sum_{p=0}^{n-1} a_p w_i^{2p} \quad (1.35)$$

ξ_i : Taux d'amortissement critiques des modes i . w_i : pulsations des modes i .

Même si le milieu est considéré élastique, il présente un amortissement dit *géométrique* ou "*amortissement radiatif*". Ce dernier représente l'atténuation de déplacement de l'onde de vibration. A distance suffisamment grande de la source, il est possible d'assimiler le front d'onde à un plan et l'*amortissement géométrique* est alors nul [37, 57, 58, 67].

1.3 Evaluation de la réponse sismique d'une couche de sol

Pour déterminer l'équation de mouvement à la surface du sol, il est question de définir l'excitation sismique et de mettre en œuvre l'équation de propagation de ses ondes.

Les études établies par les géologues ont montrées que les rochers de surface ne sont pas rigides et immobiles. Ils subissent des pressions et des déformations considérables. Le

séisme, ainsi se définit par la libération instantanée d'énergie élastique dues à un ébranlement brutal du sol provoqué en profondeur. La rupture se produit le long d'une faille et l'énergie élastique emmagasinée se réduit d'une quantité égale à la somme de l'énergie transformée en chaleur ou en énergie potentielle et d'énergie dissipée par radiation d'ondes élastiques.

Ces ondes de divers types engendrent un phénomène aléatoire de vibration du sol de forte amplitude. Le mouvement est très complexe et difficilement prédictible. Il dépend des conditions géologique, topographique et de types des ondes sismiques dont on peut distinguer : les ondes de volume et les ondes de surface.

Les ondes de volume : ces ondes prennent naissance à l'hypocentre et arrivent jusqu'à la surface de la Terre. Selon la direction de propagation, ces ondes se subdivisent en ondes " P " et " S ". Dans les ondes P ou primaires, engendrées par les contraintes normales, le mouvement des particules du matériel se fait dans la même direction de la propagation des ondes.

Elles engendrent un changement de volume par une compression et dilation alternées. Tandis que pour les ondes S ou ondes secondaires, le mouvement des particules est perpendiculaire au chemin de propagation. Elles engendrent des déformations de cisaillement sans changement de volume. Ces ondes peuvent avoir deux polarités horizontale SH et verticale SV. Dans les milieux liquides et gazeux, ces ondes transversales ne peuvent pas se propager. Ces milieux sont inaptes pour transmettre les efforts de cisaillement. Les ondes P arrivent en premier du fait que les contraintes normales se déplacent plus rapidement que les contraintes de cisaillement.

Les ondes de surface : l'arrivée des ondes de volume à la surface de la Terre engendrent deux autres types d'ondes, à savoir les ondes de Rayleigh et ondes de Love (ou Q). Les ondes de Rayleigh sont des ondes de compression et de traction mais le sol traversé par ces dernières décrit des ellipses dans le plan vertical de propagation. Les ondes de Love, sont des ondes de cisaillement. Les particules de sol se déplacent dans un plan tangent à la surface et perpendiculairement à la direction de propagation.

Les ondes de cisaillement SH et les ondes de surface ont une grande importance dans la pratique. Les plus grandes incidences sur les structures sont causées par ces ondes.

Le mouvement enregistré à la surface du sol est appelé "champ libre" du fait qu'il n'y est aucune perturbation de ce champ incident par une excavation ou implantation structurelle.

1.3.1 Equation d'ondes

Le développement mathématique pour les équations de propagation d'ondes sismique permet de décrire le mouvement vibratoire de sol en champ libre. On considère que les différentes couches constituantes du sol sont horizontales sous l'hypothèse du comportement élastique linéaire et isotrope. ρ_s désigne la masse volumique. Avec ces hypothèses,

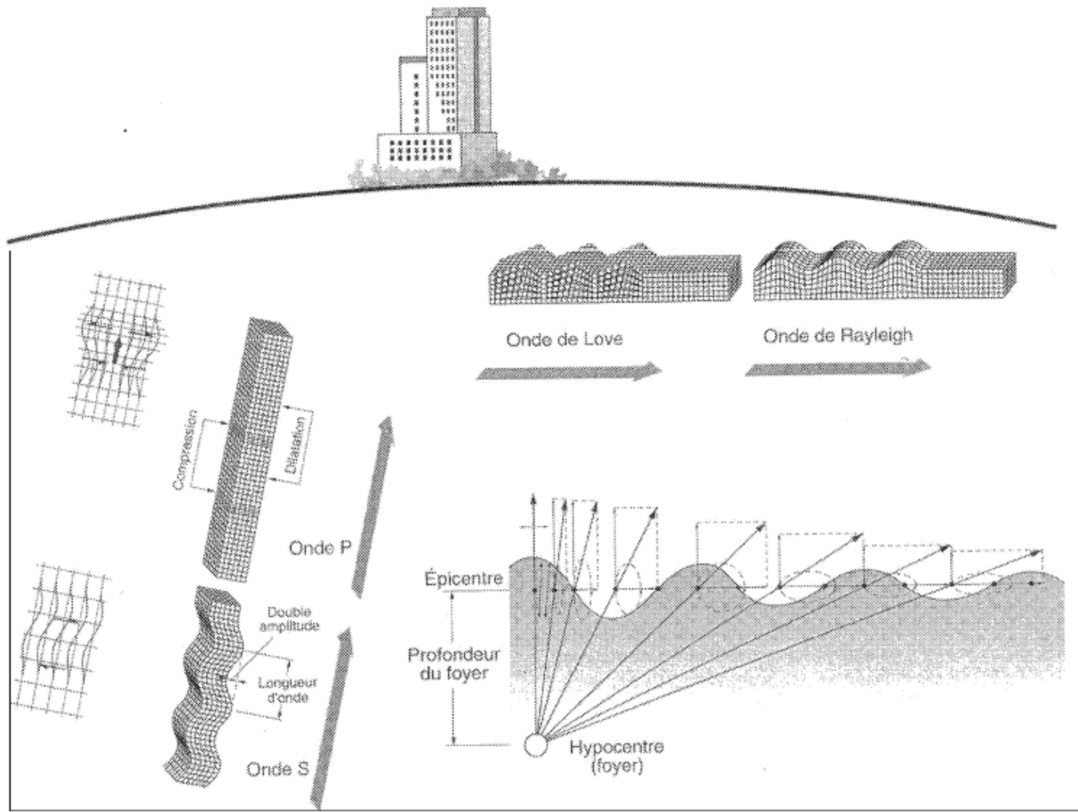


FIG. 1.2: Ondes sismiques

on peut appliquer l'équation de mouvement (1.8) pour le sol :

$$(\lambda + \mu)\nabla e + \mu\Delta \mathbf{u} + \mathbf{f} - \rho_s \ddot{\mathbf{u}} = 0 \quad (1.36)$$

En utilisant la relation

$$\Delta u = \mathbf{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} - \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{u} \quad (1.37)$$

soit avec les symboles :

$$\Delta \mathbf{u} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \nabla \wedge \nabla \wedge \mathbf{u} \quad (1.38)$$

Alors, l'équation du mouvement sera comme suit :

$$(\lambda + 2\mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu\nabla \wedge \nabla \wedge \mathbf{u} + \mathbf{f} - \rho_s \ddot{\mathbf{u}} = 0 \quad (1.39)$$

Pour simplifier l'équation de Navier, on utilise la décomposition de Helmholtz pour un champ continu. Cette outil très intéressant permet de décomposer le champ déplacement inconnu \mathbf{u} en une composante de dilatation et une composante de distorsion, en introduisant des termes potentiels Φ et Ψ qui vérifieront des équations découplées plus simples. Ces deux potentiels sont continus et différentiables en tout point, tel que :

$$\mathbf{u} = \nabla\Phi + \nabla \wedge \Psi \quad \text{Avec } \nabla \cdot \Psi = 0 \quad (1.40)$$

Ψ : potentiel vecteur est le potentiel de distorsion ;

Φ : potentiel scalaire est le potentiel de dilatation ;

Avec certaine hypothèses, Ces deux potentiels sont déterminés comme solutions de ces équations de Laplace :

$$\Delta\Phi = \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (1.41)$$

$$\Delta\Psi = -\nabla \wedge \mathbf{u} \quad (1.42)$$

On utilisant cette décomposition, l'équation de Navier, sera équivalente aux équations de Helmholtz :

$$(\lambda + 2\mu)\Delta\Phi = \rho\ddot{\Phi} \quad (1.43)$$

$$\mu\Delta\Psi = \rho\ddot{\Psi} \quad (1.44)$$

où

$$\Delta\Phi = \frac{1}{c_p^2}\ddot{\Phi} \quad ; \quad c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_s}} \quad (1.45)$$

$$\Delta\Psi = \frac{1}{c_s^2}\ddot{\Psi} \quad ; \quad c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho_s}} \quad (1.46)$$

Où :

c_p : la vitesses de propagations des ondes de compression (P) ;

c_s : les vitesses de propagations des ondes des ondes de cisaillement (S).

Les deux équations apparaissent comme la forme scalaire et la forme vectorielle de l'équation des ondes tridimensionnelle : $c^2\Delta h - \ddot{h} = 0$. Avec les hypothèses posées, on étudie cette équation pour le cas de propagation des ondes planes élastiques.

1.3.2 Etude de la propagation des ondes

On s'intéresse à la résolution des équations de Helmholtz, dans le cas particulier des ondes planes stationnaires monochromatiques de pulsation w représentées par les champs potentiels complexes. En utilisant la méthode classique de séparation des variables, [18, 31, 47, 54, 57, 59, 67], on aura :

$$\Phi = \Phi_0 e^{\frac{iw}{c_p}(c_p t - l_x x - l_y y - l_z z)} \quad (1.47)$$

$$\Psi = \Psi_0 e^{\frac{iw}{c_s}(c_s t - l_x x - l_y y - l_z z)} \quad (1.48)$$

Avec :

$$\Psi_0 \cdot l = 0 \quad , \quad \|l\| = 1 \quad , \quad l^2 = -1 \quad (1.49)$$

Le vecteur l représente le vecteur des cosinus directeurs de la direction de propagation pour *les ondes de volume*, si ses composantes sont toutes réelles. Dont la vitesse des ces ondes sont c_p et c_s . Tandis que, si l'une des composantes du vecteur l est imaginaire pure, et les autres composantes sont réelles, l'équation précédente représente *les ondes de surface* qui se propagent sur le plan des composantes réelles et dont l'amplitude croit ou décroît exponentiellement dans la direction de la composante imaginaire. Dans ce qui suit, on considère le cas des composantes réelles du vecteur l .

Ainsi, les déplacements associés sont :

$$u_p = \nabla \Phi = -\frac{i\omega}{c_p} \Phi l = A_p l \Phi_1 \quad \text{avec : } \Phi_1 = e^{\left[\frac{i\omega}{c_p}(c_p t - l_x x - l_y y - l_z z)\right]} \quad (1.50)$$

$$u_s = \nabla \wedge \Psi = \frac{i\omega}{c_s} \nabla \wedge \Psi = A_s \Psi_1 \quad \text{avec : } \Psi_1 = e^{\left[\frac{i\omega}{c_s}(c_s t - l_x x - l_y y - l_z z)\right]} \quad (1.51)$$

Le vecteur déplacement u_p est parallèle au vecteur d'onde l , tandis que le vecteur déplacement u_s est perpendiculaire à l .

On appelle les ondes dérivant du potentiel Φ *ondes de compression*. Appellée également *onde longitudinale* du fait que le vecteur contrainte s'exerçant sur une facette de normale ξ donnée par :

$$t(u_p) = -\rho \omega^2 \Phi \xi = i\rho \omega c_p u_p \quad (1.52)$$

Soit aussi parallèle à la direction de propagation ξ . Tandis que les ondes dérivant du potentiel Ψ sont appelées *ondes de cisaillement* ou *ondes transversales* ou

$$t(u_s) = -\rho \omega^2 (\xi \wedge \Psi) = i\rho \omega c_s u_s \quad (1.53)$$

Le vecteur contrainte s'exerçant sur une facette de normale ξ est lui également perpendiculaire à la direction de propagation.

Le mouvement engendré par les ondes de cisaillement peut être décomposé en un mouvement dans un plan horizontal présentant les ondes dites *SH* et un mouvement dans un plan vertical présentant les ondes dites *SV*. Tel que :

$$u_{SH} = A_{SH} \Psi_1 \quad (1.54)$$

$$u_{SV} = A_{SV} \Psi_1 \quad (1.55)$$

Où A_{SH} et A_{SV} représentent les amplitudes des déplacements correspondants aux ondes SH et SV respectivement.

$$A_{SH} = \frac{i\omega}{c_s} \frac{\Psi_{0_z}}{\sqrt{l_x^2 + l_y^2}} \quad (1.56)$$

$$A_{SV} = \frac{i\omega}{c_s} \frac{l_x \Psi_{0_y} - l_y \Psi_{0_x}}{\sqrt{l_x^2 + l_y^2}} \quad (1.57)$$

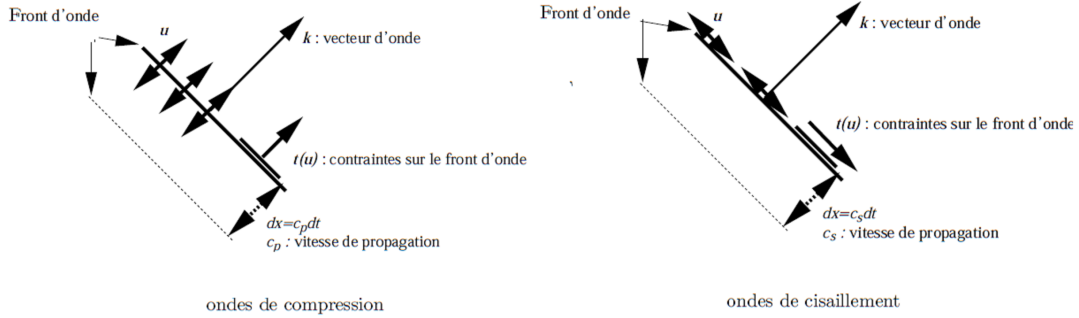


FIG. 1.3: Polarisation des ondes de compression et de cisaillement

Si la direction de propagation est contenue dans le plan (x-z); ou $l_y = 0$

$$u_x = A_p \Phi_1 l_x + A_{SV} \Psi_1 l_z; \quad u_y = A_{SH} \Psi_1; \quad u_z = A_p \Phi_1 l_z - A_{SV} \Psi_1 l_x \quad (1.58)$$

Il en résulte que le déplacement suivant Oy est découplé des déplacements suivants Ox et Oz ; il ne résulte que de la propagation d'ondes de cisaillement à polarité horizontale SH .

Le problème devient unidimensionnel si deux composante du vecteur l sont nulles. Cas de la propagation verticale $l_x = l_y = 0, l_z = \pm 1$, alors : chacune des composantes du mouvement est découplée des autres. Donc :

$$u_x = A_{SV} \Psi_1; \quad u_y = A_{SH} \Psi_1; \quad u_z = A_p \Phi_1 \quad (1.59)$$

Dans la suite de nos travaux, on va considérer l'onde SH la : propagation verticale d'une onde plane de cisaillement

1.3.3 Equation de propagation d'onde SH plane dans un matériau visco-élastique

Pour évaluer le mouvement d'un profilé de sol constituée de plusieurs couches de caractéristiques mécaniques et physiques différentes, on considère en premier lieu, une seule couche de sol surmontant un substratum ou un rocher. ρ_s et ρ_r sont leur masse volumique respectivement. La hauteur du sol est H :

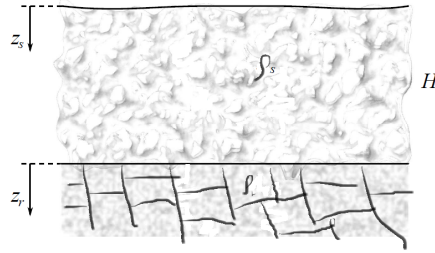


FIG. 1.4: Schéma de profilé de sol

Dans le cas d'ondes monochromatiques planes le déplacement horizontal dans la direction perpendiculaire au plan de propagation était découplé des autres composantes du déplacement.

Comme il a été démontré, ce mouvement pouvait s'écrire :

$$u_y = A_{SH}\Psi_1 = A_e^{[\frac{i\omega}{c_s}(c_s t - l_x x - l_z z)]} \quad (1.60)$$

Avec :

$$l_x = \sin\alpha \quad l_z = \cos\alpha \quad (1.61)$$

α : angle que l'onde incidente fait avec l'axe oz

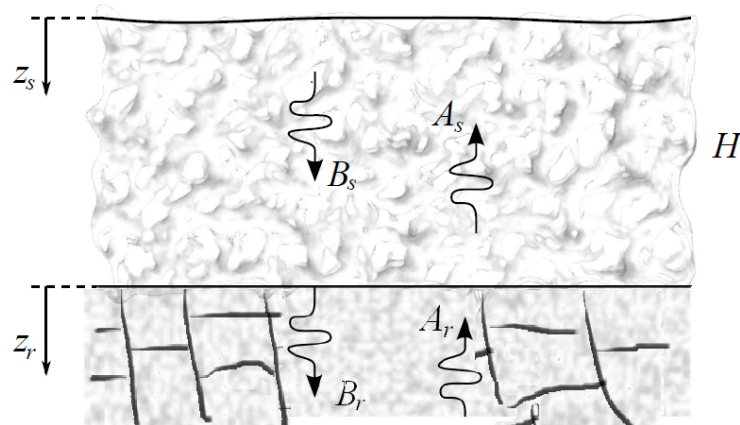


FIG. 1.5: Schéma de la propagation vertical d'onde sismique

Le déplacement correspondant à cette configuration (fig 1.5) est obtenu par la superposition des déplacements dus aux ondes incidente, réfléchies et réfractée. Ces deux dernières se propagent dans la direction des z négatifs. Donc le déplacement total s'écrit en prenant l'origine des axes z au toit de chaque couche :

$$u(z, t)_n = [A_n e^{ip_n z_n} + B_n e^{-ip_n z_n}] f(x, t) \quad (1.62)$$

Tel que :

$$p_n = \frac{w \cos \alpha_n}{c_{s_n}} \quad ; \quad n = s, r \quad (1.63)$$

$$f(x, t) = e^{\left[\frac{iw}{c_s} (c_s t - x \sin \alpha) \right]} \quad (1.64)$$

A l'interface des deux milieux, la condition de compatibilité doit être vérifiée pour tout x et t :

– la continuité du déplacement :

$$u_s(H, t) = u_r(0, t)$$

– continuité du vecteur contrainte :

$$\tau_s(H, t) = \tau_r(0, t)$$

Avec :

$$\tau(z, t) = G \frac{\delta u(z, t)}{\delta z}$$

.

$G = \mu$: module de cisaillement.

γ : déformations de glissement

tel que :

$$\gamma = \frac{\delta u}{\delta z}$$

La condition de surface libre où la contrainte est nulle donne :

$$\tau(0, t)_s = 0 \quad (1.65)$$

soit :

$$\frac{\delta u(0, t)}{\delta z} = 0 \quad (1.66)$$

ce qui induit à :

$$A_s = B_s \quad (1.67)$$

Ainsi, la continuité des déplacements donne :

$$A_s (e^{ip_s H} + e^{-ip_s H}) f_s(x, t) = (A_r B_r) f_r(x, t) \quad (1.68)$$

Cette dernière équation peut être simplifiée en utilisant la loi de Snell :

$$\frac{\sin \alpha_s}{c_{s_s}} = \frac{\sin \alpha_r}{c_{s_r}} \quad (1.69)$$

d'où :

$$A_s(e^{ip_s H} + e^{-ip_s H})f_s(x, t) = A_r + B_r \quad (1.70)$$

tandis que la condition de continuité des contraintes donne :

$$G_s(H, t) \frac{\delta u_s(H)}{\delta z} = G_r(H, t) \frac{\delta u_r(0)}{\delta z} \quad (1.71)$$

on aura alors :

$$A_s G_s p_s (e^{ip_s H} - e^{-ip_s H}) = G_r p_r (A_r + B_r) \quad (1.72)$$

pour déterminer les amplitude des ondes, on pose qr , un rapport appelé : *rapport d'admittance* :

$$qr = \frac{\cos \alpha_s}{\cos \alpha_r} \sqrt{\frac{\rho_s G_s}{\rho_r G_r}} \quad (1.73)$$

Ainsi, on aura :

$$A_r = \frac{1}{2} A_s [(1 + qr)e^{ip_s H} + (1 - qr)e^{-ip_s H}] \quad (1.74)$$

$$B_r = \frac{1}{2} B_s [(1 - qr)e^{ip_s H} + (1 + qr)e^{-ip_s H}] \quad (1.75)$$

Ces deux équations représentent les expressions des amplitudes A_r et B_r en fonction de A_s .

En pratique, on peut enregistrer le mouvement à la surface libre du sol. Ce dernier, selon les expressions précédentes, vaut $2A_s$. Pour déterminer l'amplitude du mouvement au niveau du rocher, on peut définir une fonction appelé "*fonction de transfert*". Cette fonction est le rapport qui relie les amplitudes des mouvements sismiques entre le rocher et le sol. Ainsi, cette fonction se définit comme suit :

$$F_w = \frac{2A_s}{2A_r} = \frac{2}{(1 + qr)e^{ip_s H} + (1 - qr)e^{-ip_s H}} \quad (1.76)$$

Avec les formules d'Euler la *fonction de transfert* s'exprime sous la forme suivante :

$$F_w = \frac{1}{\cos(p_s H) + iqr \sin(p_s H)} \quad (1.77)$$

Si le rocher est considéré comme une assise infiniment rigide, alors $F(w)$ ne dépend que des propriétés de la couche de sol :

$$F_w = \frac{1}{\cos(p_s H)} = \frac{1}{\cos\left(\frac{w \cos \alpha_s}{c_s} H\right)} \quad (1.78)$$

F_w est infinie pour les valeurs de :

$$w_n = \frac{(2n - 1)\pi}{2} \frac{c_s}{H \cos \alpha_s} \quad (1.79)$$

Ces pulsations représentent les pulsations propres de la couche de sol d'épaisseur H . Elles représentent le cas de la *raisonance*.

Pour un domaine visco-élastique, on a :

$$c_s^* = \sqrt{\frac{G_s^*}{\rho_s}} \quad (1.80)$$

tel que le module de cisaillement complexe pour un matériau à comportement "viscoélastique hystérétique" est défini par :

$$G_s^* = G_s(1 + 2i\xi_s) \quad (1.81)$$

ξ_s qui est supposé constant, représente le taux d'amortissement critique du sol.

Avec des faibles valeurs des taux d'amortissement critiques, la vitesse complexe peut être approchée à :

$$c_s^* = \sqrt{\frac{G_s(1 + 2i\xi_s)}{\rho_s}} \approx \sqrt{\frac{G_s}{\rho_s}}(1 + i\xi_s) = c_s(1 + i\xi_s) \quad (1.82)$$

On va essayer de tracer cette fonction de transfert (fig 1.6) pour 03 types de sol et de voir l'influence du type de sol sur la réponse. On choisit une Argile molle, une couche de sable hors nappe, et la troisième variante est un rocher.

La hauteur de chaque couche est $H = 10m$. L'onde incidente est considérée verticale ($\cos \alpha_s = 1$), leurs vitesses sont résumées dans le tableau 1.1 :

TAB. 1.1: Valeurs représentatives des célérités S dans les sols

Matériau	Argile molle	Sable hors nappe	Rocher
c_s (m/s)	150	250	900

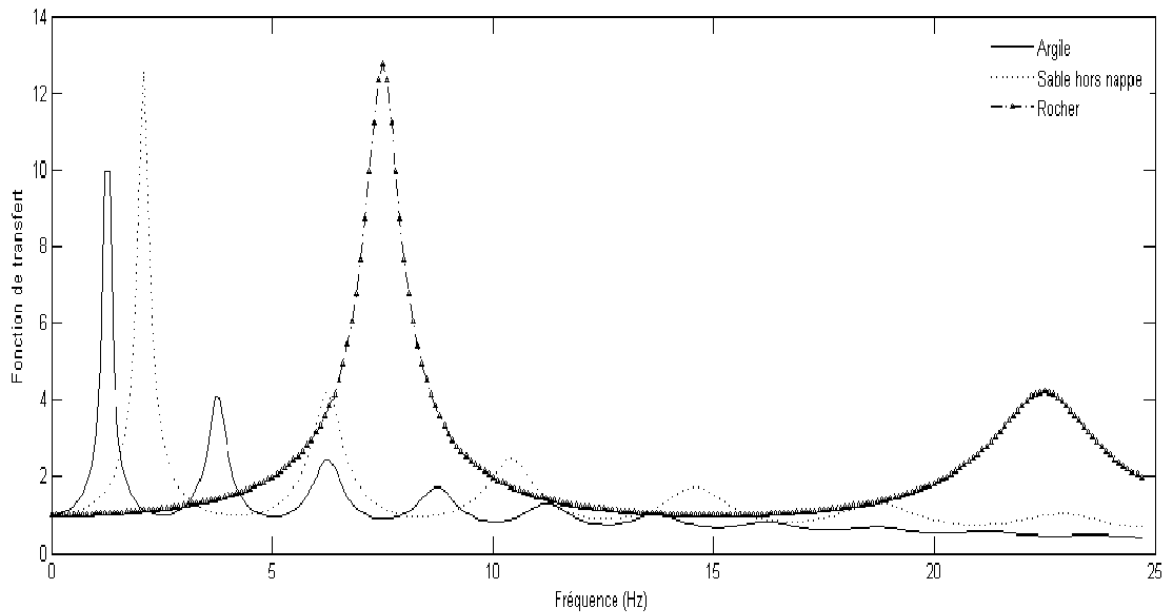


FIG. 1.6: Fonction de transfert des couches de sols viscoélastiques

Les différentes couches sont excitées par un même signal ou (accélérogramme), ainsi, le mouvement amplifié par le sol argileux et le sol rocheux sont représentés dans la figure suivante :

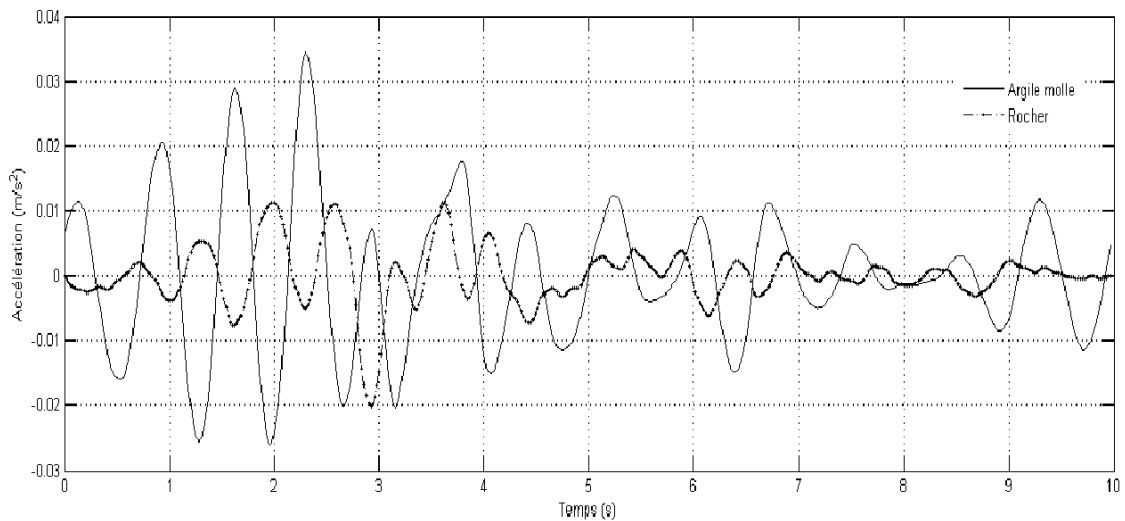


FIG. 1.7: Mouvement calculé à la surface des sols argileux et rocheux

D'après ces deux figures, on constate pour une excitation sismique, dont le contenu fréquentiel est dominé par les basses fréquences, que le mouvement à la surface des sols présentant de mauvaises caractéristiques mécaniques est amplifié beaucoup plus par rap-

port aux sols rigides.

Si la couche de sol est constituée de plusieurs couches, la fonction de transfert s'obtient d'une manière récursive, due aux transmissions et aux réflexions d'ondes entre couches adjacentes. Chaque couche possède des caractéristiques mécaniques et physiques différentes des autres couches. Ce cas, très important dans la pratique, représente une généralisation du cas précédant (figure 1.8) :

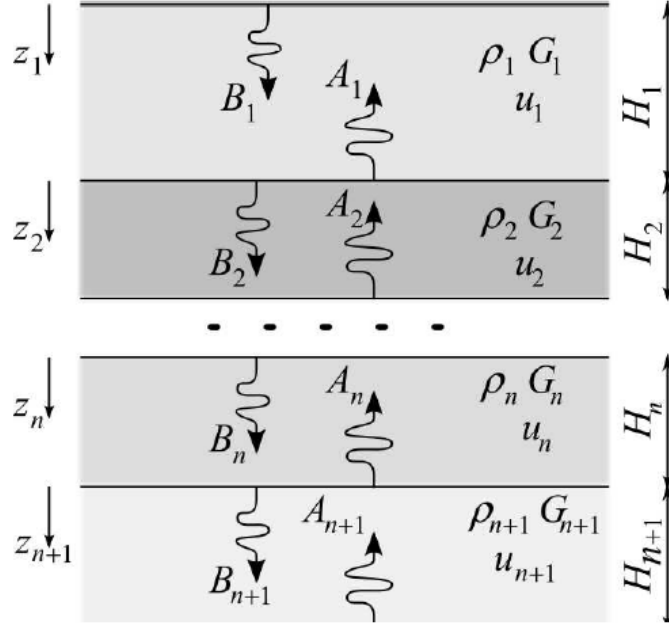


FIG. 1.8: Schéma de la propagation des ondes dans un sol multicouche

Le déplacement u_j dans la couche j ($\rho_j G_j, H_j, \dots$) évolue dans le temps en fonction de la coordonnée locale z_j selon l'expression déjà démontrée (1.57) :

$$u(z, t)_j = [A_j e^{ip_j z_j} + B_j e^{-ip_j z_j}] f(x, t) \quad (1.83)$$

Avec la condition de continuité des déplacements et des contraintes, sur l'interface entre deux couches j et $j + 1$, et la condition de surface libre, on aura par analogie à (1.68) et (1.70) :

$$qr = \frac{\cos \alpha_j}{\cos \alpha_{j+1}} \sqrt{\frac{\rho_j G_j}{\rho_{j+1} G_{j+1}}} s \quad (1.84)$$

Alors, on aura :

$$A_{j+1} = \frac{1}{2} A_j [(1 + qr_j) e^{ip_j H_j} + (1 - qr_j) e^{-ip_j H_j}] \quad (1.85)$$

$$B_{j+1} = \frac{1}{2}B_j[(1 - qr_j)e^{ip_jH_j} + (1 + qr_j)e^{-ip_jH_j}] \quad (1.86)$$

Par conséquent, en utilisant le récurrence, on peut exprimer les amplitudes des ondes incidentes et réfléchies de la couche j en fonction de celle de la couche de surface :

$$A_j = T1_j(w)A_1 \quad (1.87)$$

$$B_j = T2_j(w)B_1 \quad (1.88)$$

Ainsi, la fonction de transfert, qui est le rapport des amplitudes des déplacements de deux couches adjacentes (m et n), peut s'écrire :

$$F_{mn}(w) = \frac{|u_m|}{|u_n|} = \frac{T1_m + T2_m}{T1_n + T2_n} \quad (1.89)$$

Cette fonction est donnée par le produit des fonctions de transfert de chaque couches.

1.4 Phénomènes induits

Certain séismes de fortes amplitudes sont susceptibles d'induire des déformations irréversibles dans les sols déformables. Ces déformations résultent de plusieurs processus mécaniques, parmi elles, le tassement. Ce dernier, est dû à la modification de l'arrangement des grains. Néanmoins, il est important de savoir que des phénomènes physiques peuvent intervenir lors de ces déformations. Il s'agit de la " liquéfaction " du sol et les glissements de terrains pour en citer que ces deux phénomènes [7, 8, 26, 57] :

1.4.1 Liquéfaction des sols

Ce phénomène caractérise les sols granulaires assez *lâches*, et saturés, de contrainte verticale effective faible, lorsqu'ils sont soumis à plusieurs cycles de secousses assez puissantes. Une conséquence de l'augmentation de la compacité est la montée de la pression interstitielle du liquide. Cet excès de pression, si la porosité du milieu reste faible, ne peut pas s'évacuer rapidement par la création d'écoulements inter granulaires et provoque une réduction du frottement entre grains. ce phénomène peut aller jusqu'à l'annulation des contraintes effectives des grains de sables, ce qui implique que les grains de sables semblent flotter dans l'eau. [17, 23, 73] ce qui caractérise le phénomène de liquéfaction du sol. Les déformations des terrains superficiels résultant de ce phénomène sont la cause d'importants dégâts.

Parmi les effets de la liquéfaction, le plus caractéristique est la montée de sable à la surface sous forme de petits "*volcans ou cratre*", ou des grandes étendues en cas de liquéfaction massive (figure 1.9 et 1.10). Généralement, la remontée de sable se produit de façon différée. La liquéfaction peut se manifester par des déformations importantes qui peuvent induire à des dommages importants aux ouvrages dont les fondations sont affectées par ces déformations, par un basculement d'immeubles, rupture de barrages, rupture de culée de ponts,...

L'étude de la liquéfaction est associée à l'étude du comportement des sols sous chargement cycliques ou par des approches expérimentales, et la stabilisation des sites liquéfiables nécessite l'intervention dans les paramètres qui influent sur ce phénomène. Parmi ces derniers, l'amélioration de drainage, l'accroissement de la densité, l'augmentation de la contrainte dans le sol, ou par la modification de ces caractéristiques.



FIG. 1.9: Liquifaction de sol dans un milieu urbain



FIG. 1.10: Liquifaction de dans un champ

1.4.2 Glissement de terrain

Le glissement de terrain est le phénomène caractérisant l'ensemble d'instabilité affectant des versants ou des falaises. A coté du glissement "classique" activé par des causes non sismiques (précipitations abondantes, terrassements inconsidérés au pied des masses en équilibre précaire,...), le glissement induit par la sollicitation sismique est très observé dans les régions aux reliefs accidentés. Des décapages et des ruptures sont observés lors des séismes forts.

Ces glissements se produisent lorsque les contraintes de cisaillement développées le long d'une surface dans la masse de sol dépassent la résistance au cisaillement le long de cette même surface. Ils peuvent se produire de façon lente ou rapide.

Néanmoins ces comportements complexes ne sont pas abordés dans notre travail. Ainsi que pour l'effet de site et l'influence des interactions multiples avec l'environnement urbain (Interaction sol-multi-structures). Ces derniers ont fait l'objet d'études extensives [28]...

1.5 Conclusion

Dans ce premier chapitre, on a décrit la formulation du problème de l'interaction sol-structure dans un domaine élastique, linéaire et homogène. Ainsi qu'une discrétisation de l'équation du mouvement en éléments finis, dans le cas bidimensionnel.

L'autre aspect important de ce chapitre est l'évaluation de la réponse sismique d'une ou plusieurs couches de sol. Les fonctions de transfert pour un sol monocouche et pour un sol multicouche sont également décrites dans ce chapitre. Nous avons mis en évidence deux types d'ondes, les ondes de compression et les ondes de cisaillement et en particulier les ondes planes SH .

Chapitre 2

Méthodes d'Interaction Sol-Structure

2.1 Introduction

2.2 Méthode globale

Parmi les méthodes de prise en compte du phénomène d'ISS, on peut distinguer les méthodes globales, qui résolvent en bloc le problème couplé sans tenir compte de la forme particulière du système matriciel correspondant, ainsi que les méthodes par sous-structure qui s'appuient sur une décomposition du système en deux ou trois parties ou sous systèmes. Hors ces méthodes orientées vers un traitement numérique par éléments finis ou de frontière, il existe des approches simplifiées basées sur des modèles à ressorts [57, 58, 67].

La méthode globale (directe) traite le problème d'interaction sol-structure en un tout : le modèle numérique se base sur la discrétisation spatiale de la structure et du sol. L'analyse du système complet s'effectue en une seule étape [57, 58, 59, 67]. Cette méthode permet d'inclure en principe tout comportement non linéaire du sol ou de la structure et toute hétérogénéité présente dans le sol. Il est aussi possible de traiter avec ce genre de méthode, les conditions de contact à l'interface sol-structure et la condition de radiation et de dissipation d'énergie dans la partie infinie du sol non borné.

Les principales techniques utilisées pour traiter cette condition sont : l'utilisation de frontières absorbantes, le couplage éléments finis - éléments de frontière et le couplage éléments finis - éléments infinis ainsi que d'autres techniques.

Un problème important affairant à cette méthode réside dans le la mise en œuvre du chargement sismique à appliquer au modèle numérique. On distingue trois variantes qui sont rapportées dans les sections suivantes.

2.2.1 Méthode de déconvolution du mouvement sismique

La problématique de la résolution du problème d'interaction sol-structure par une méthode globale par déconvolution est constituée des deux étapes telles que schématisées : (voir la figure 2.1)

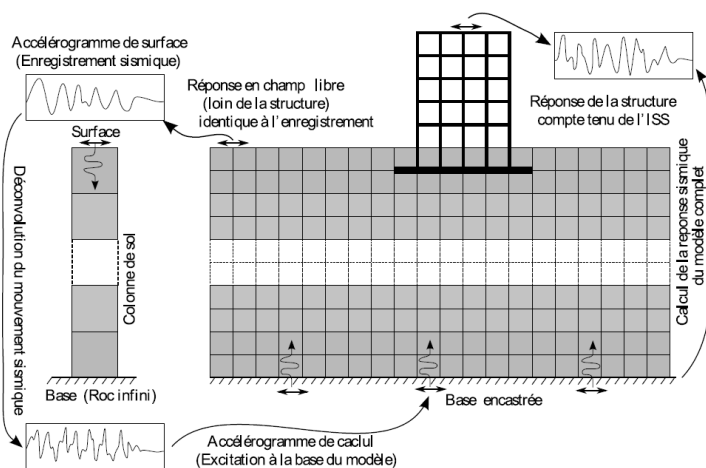


FIG. 2.1: Modélisation de l'ISS par la méthode globale directe

1. L'accélération à la base du modèle numérique est obtenue en utilisant le mouvement sismique de dimensionnement connu et donné à la surface du sol, en champ libre. Cette base est choisit à une profondeur suffisante [26, 44, 67, 70] pour que la présence d'une structure en surface n'affecte pas le mouvement. Cette étape connue sous le nom de déconvolution du mouvement sismique se ramène au problème de résolution de la propagation d'onde dans le sol, en général dans le domaine fréquentiel. Cette déconvolution peut être obtenue en utilisant la Fonction de Transfert.
2. Le mouvement déconvolué calculé est imposé uniformément à la base du système sol-structure et la réponse est calculée par résolution du système décrivant le problème.

L'équation 2.1 est le système matriciel découlant de la discrétisation du problème :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F(t) \tag{2.1}$$

Où les matrices M , C et K désignent la masse, l'amortissement et la rigidité du système complet.

Le vecteur U contient les déplacements des nœuds du modèle par rapport à la base mobile. \dot{U} et \ddot{U} sont les vitesses et les accélérations. Le vecteur F comprend les forces d'excitation sismique agissant à la base du modèle, avec :

$$F(t) = -MI\ddot{u}g(t) \quad (2.2)$$

où :

$g(t)$ est les accélérations sismiques déterminées en profondeur, par déconvolution.

I est le vecteur de couplage dynamique dont les composantes qui correspondent aux degrés de liberté de même direction que le mouvement sismique sont égales à un et les autres sont nulles.

La résolution directe du système 2.1 utilise les algorithmes classiques (méthode de Newton-Raphson, algorithme d'intégration temporelle de Newmark)[16, 37, 67, 70]...

Cette méthode globale est plus proche du modèle réel. Elle permet d'inclure tous les paramètres qui influent sur l'interaction sol-structure, néanmoins elle possède certains inconvénients :

- La première difficulté est que cette résolution requiert une bonne connaissance des lois de comportements des matériaux et des frontières entre les différentes parties du système. Par exemple, des lois de contacts, entre la fondation et le sol doivent être prises en compte pour bien reproduire les différentes non linéarités (e.g les problèmes de décollement d'une fondation superficielle qui constituent une non-linéarité géométrique) ;
- La deuxième difficulté est la différence de dimension qui existe entre la structure et le massif de sol supportant la fondation. La prise en compte de l'ISS nécessite un très grand nombre d'éléments ce qui engendre des temps de calculs contraignants ;
- Cette méthode nécessite la déconvolution de l'excitation enregistrée à la surface. Une étape qui s'avère difficile pour un sol multicouche.

2.2.2 Méthode de déplacement uniforme ajouté

C'est l'une des variantes de la méthode globale, qui permet de contourner l'étape de calcul du signal à la base du rocher. Elle se base sur l'hypothèse du mouvement uniforme. [16, 20, 67, 70].

Le système (2.1) est composé de sous matrices qui décrivent les trois parties constituant le problème global à savoir la structure, la fondation et le sol. On utilise l'indice "b" pour désigner la structure, l'indice "s" pour le sol, et l'indice "f" pour désigner la fondation ou les nœuds communs à la structure et au sol. Le vecteur des déplacements se décompose en deux parties :

$$U = u + v \quad (2.3)$$

où le vecteur "v" représente les déplacements en champ libre, et "u" le déplacement relatif ou vecteur d'interaction.

Chacun de ces vecteurs comprend trois ensembles de composantes qui correspondent aux trois sous systèmes du système global.

$$\begin{Bmatrix} U_b \\ U_f \\ U_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_b \\ u_f \\ u_s \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} v_b \\ v_f \\ v_s \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

Ainsi, l'équation (2.1) prend la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} M_{bb} & M_{bf} & 0 \\ M_{fb} & M_{ff} & M_{fs} \\ 0 & M_{sf} & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_b \\ \ddot{u}_f \\ \ddot{u}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{bb} & C_{bf} & 0 \\ C_{fb} & C_{ff} & C_{fs} \\ 0 & C_{sf} & C_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_b \\ \dot{u}_f \\ \dot{u}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bf} & 0 \\ K_{fb} & K_{ff} & K_{fs} \\ 0 & K_{sf} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_b \\ u_f \\ u_s \end{Bmatrix} = R \quad (2.5)$$

Les matrices masse M_{ff} , amortissement C_{ff} , et de rigidité K_{ff} sont la somme des contributions de la structure et le sol. Elles sont obtenues par l'assemblage des degrés de liberté correspondant aux nœuds de contact sol-structure. Ces matrices sont données par :

$$M_{ff} = M_{ff}^b + M_{ff}^s \quad (2.6)$$

$$C_{ff} = C_{ff}^b + C_{ff}^s \quad (2.7)$$

$$K_{ff} = K_{ff}^b + K_{ff}^s \quad (2.8)$$

tel que :

$$R = F - M\ddot{v} - C\dot{v} - Kv \quad (2.9)$$

Ainsi le vecteur R représente la différence entre les forces sismiques agissant à la base du modèle et les forces dynamiques dues au mouvement de champ libre. L'équilibre dynamique du sol est donné par l'équation du mouvement en champ libre :

$$\begin{bmatrix} M_{ff}^{(s)} & M_{fs} \\ M_{sf} & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_f \\ \ddot{u}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{ff}^{(s)} & C_{fs} \\ C_{sf} & C_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_f \\ \dot{u}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ff}^{(s)} & K_{fs} \\ K_{sf} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_f \\ u_s \end{Bmatrix} = F \quad (2.10)$$

Seulement les composantes qui viennent de l'assemblage des éléments du sol qui contribuent dans ce système. Cette équation, réduit le vecteur R dans l'équation précédente à :

$$R = - \begin{bmatrix} M_{bb} & M_{bf} & 0 \\ M_{fb} & M_{ff}^{(b)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{v}_b \\ \ddot{v}_f \\ \ddot{v}_s \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{bb} & C_{bf} & 0 \\ C_{fb} & C_{ff}^{(b)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{v}_f \\ \dot{v}_s \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bf} & 0 \\ K_{fb} & K_{ff}^{(b)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_b \\ v_f \\ v_s \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

Ainsi, dans le vecteur R , il n'intervient que les matrices de la structure, Ce vecteur est fonction des déplacements en champ libre. Il est la somme, outre les forces liées à l'amortissement, des forces d'inertie et des forces liées à la raideur.

Si le mouvement en champ libre est uniforme le long de la base de la structure, alors le vecteur v_b correspond à un déplacement de corps rigide de la structure. Donc, on a :

$$\begin{bmatrix} C_{bb} & C_{bf} \\ C_{fb} & C_{ff}^{(b)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{v}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bf} \\ K_{fb} & K_{ff}^{(b)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_b \\ v_f \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.12)$$

Finalement, R se réduit à l'expression suivante :

$$R = - \begin{bmatrix} M_{bb} & M_{bf} & 0 \\ M_{fb} & M_{ff}^{(b)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{v}_b \\ \ddot{v}_f \\ \ddot{v}_s \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

Donc, l'ISS peut s'écrire sous la forme condensée suivante :

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -M_s I \ddot{V} \quad (2.14)$$

où M , C , et K représentent respectivement les matrices globale de masse, amortissement, et rigidité. Quant à M_s elle représente la matrice masse de la structure uniquement. I est le vecteur de couplage dynamique. Il permet l'application de l'accélération sismique \ddot{V} dues à la base, uniquement sur la partie structure.

Avantages de la méthode

- L'intérêt de cette méthode est l'utilisation direct du mouvement du champ libre enregistré à la surface du sol ;
- Le chargement s'exerce uniquement sur la structure, ce qui réduit les temps de calcul par rapport aux autres méthodes.

2.2.3 Méthode de réduction de domaine

Une autre variante de la méthode globale récemment développée spécialement pour l'analyse sismique permet de réduire le domaine du sol de grande dimension à un domaine réduit plus petit, connue sous le nom de "Méthode de réduction de domaine "

Cette méthode développée par Bielak[11, 13, 27, 43, 62], qui permet de réduire le domaine, induit à des gains en ressources système. Le principe de cette méthode consiste à ramener les forces agissant sur le système sol-structure global à une surface continue entourant la structure et une petite partie du sol.

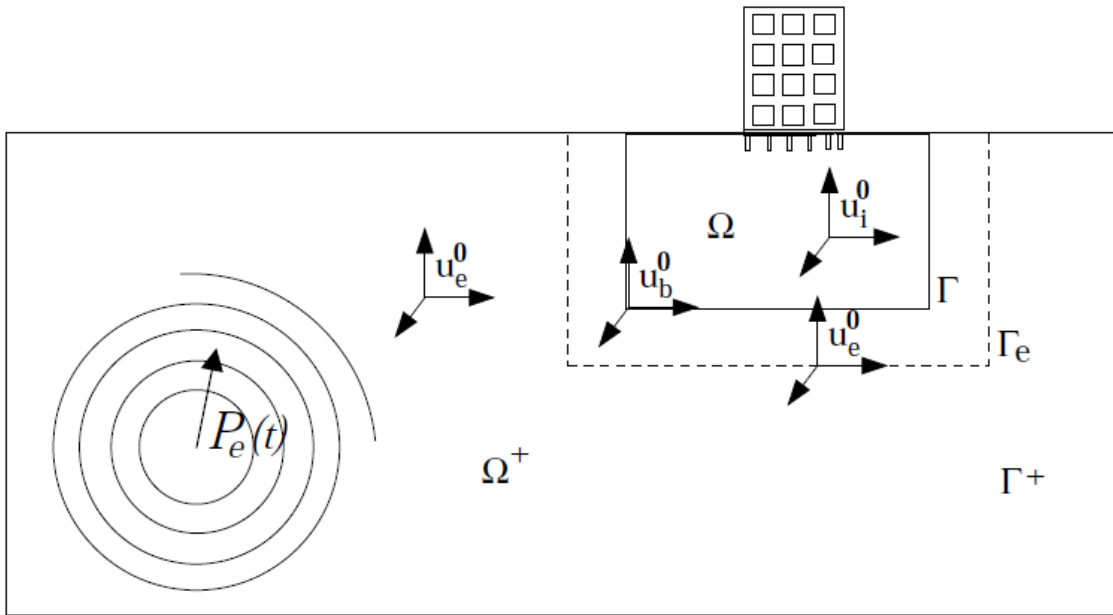


FIG. 2.2: Notations de la méthode du réduction de domaine

– *Formulation de la méthode*

La formulation de cette méthode consiste à faire ramener le chargement produit par la source, à une distance voisine. Ainsi, afin d'étudier le comportement dynamique d'un domaine large, excité par une charge dynamique $P_e(t)$, on divise le domaine complet en deux parties.

- Une partie proche ou interne désignée par i est constituée de la structure et d'une partie du sol avoisinant, de dimensions suffisamment grandes. Ce domaine noté Ω est délimité par la surface Γ . Cette frontière fictive entre les deux parties, désigne les champs indicés par b .
- La seconde partie indiquée par e désigne la reste du domaine noté par Ω^+ . Celui-ci est considéré comme assez éloigné pour être assimilé au milieu extérieur. Il peut alors être tronqué.

Pour faire une propagation successive des forces dynamiques $P_e(t)$, on fait une simplification du modèle initial en un domaine plus aisé à analyser. C'est-à-dire on remplace la structure locale (pont, bâtiment, tunnel,...) avec une géométrie beaucoup plus simple (Figure 2.3). Le domaine intérieur est noté Ω_0 qui est séparé du domaine extérieur Ω^+ par Γ , dont le champ des déplacements, dans le domaine initial, sont u_i, u_b , et u_e respectivement [43, 62, 67].

L'expression de l'équilibre dynamique du système complet, en omettant les termes d'amortissement afin d'alléger les équations peut être réécrit comme suit :

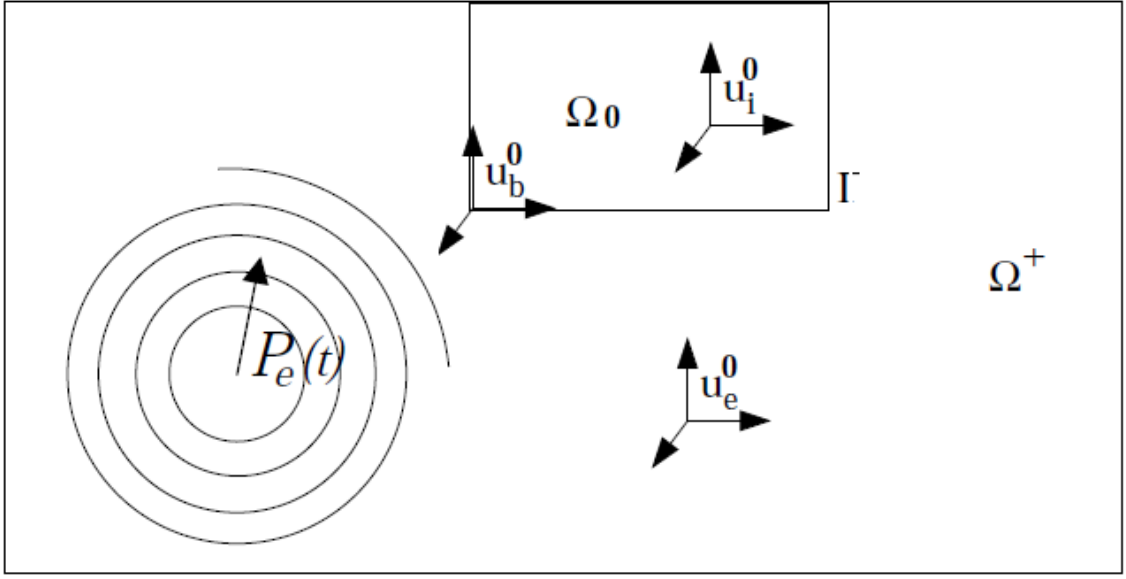


FIG. 2.3: Simplification du domaine physique

$$\begin{bmatrix} M_{ii}^{\Omega} & M_{ib}^{\Omega} & 0 \\ M_{bi}^{\Omega} & M_{bb}^{\Omega} + M_{bb}^{\Omega+} & M_{be}^{\Omega+} \\ 0 & M_{eb}^{\Omega+} & M_{ee}^{\Omega+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_b \\ \ddot{u}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii}^{\Omega} & K_{ib}^{\Omega} & 0 \\ K_{bi}^{\Omega} & K_{bb}^{\Omega} + K_{bb}^{\Omega+} & K_{be}^{\Omega+} \\ 0 & K_{eb}^{\Omega+} & K_{ee}^{\Omega+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \\ u_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ P_e \end{Bmatrix} \quad (2.15)$$

L'équilibre est assuré sur la limite Γ avec la compatibilité des déplacements et l'action-réaction des forces sur cette frontière qui délimite les deux sous-domaines.

Le déplacement total u_e des points appartenant au domaine extérieur peut être exprimé en la somme du déplacement du champ libre v_e^0 et d'un déplacement résiduel w_e :

$$u_e = v_e^0 + w_e \quad (2.16)$$

La force dynamique engendrée dans domaine extérieur P_e est exprimée dans le second membre de l'équation est fonction du champ libre :

$$P_e = M_{eb}^{\Omega+} \ddot{u}_b^0 + M_{ee}^{\Omega+} \ddot{u}_e^0 + K_{eb}^{\Omega+} u_b^0 + K_{ee}^{\Omega+} u_e^0 \quad (2.17)$$

En appliquant le changement de variable (équation 2.16), valable à tout instant t , même pour les systèmes non linéaires, dans l'équation (2.2.3), on aura :

$$\begin{bmatrix} M_{ii}^{\Omega} & M_{ib}^{\Omega} & 0 \\ M_{bi}^{\Omega} & M_{bb}^{\Omega} + M_{bb}^{\Omega+} & M_{be}^{\Omega+} \\ 0 & M_{eb}^{\Omega+} & M_{ee}^{\Omega+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_b \\ \ddot{w}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii}^{\Omega} & K_{ib}^{\Omega} & 0 \\ K_{bi}^{\Omega} & K_{bb}^{\Omega} + K_{bb}^{\Omega+} & K_{be}^{\Omega+} \\ 0 & K_{eb}^{\Omega+} & K_{ee}^{\Omega+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \\ w_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -M_{be}^{\Omega+} \ddot{u}_e^0 - K_{be}^{\Omega+} u_e^0 \\ P_e - M_{ee}^{\Omega+} \ddot{u}_e^0 - K_{ee}^{\Omega+} u_e^0 \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

En substituant l'équation (2.17), dans l'équation (2.18), on aura le système suivant :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_{ii}^{\Omega} & M_{ib}^{\Omega} & 0 \\ M_{bi}^{\Omega} & M_{bb}^{\Omega} + M_{bb}^{\Omega+} & M_{be}^{\Omega+} \\ 0 & M_{eb}^{\Omega+} & M_{ee}^{\Omega+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_b \\ \ddot{w}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ii}^{\Omega} & K_{ib}^{\Omega} & 0 \\ K_{bi}^{\Omega} & K_{bb}^{\Omega} + K_{bb}^{\Omega+} & K_{be}^{\Omega+} \\ 0 & K_{eb}^{\Omega+} & K_{ee}^{\Omega+} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \\ w_e \end{Bmatrix} \\ = \begin{Bmatrix} 0 \\ -M_{be}^{\Omega+} \ddot{u}_e^0 - K_{be}^{\Omega+} u_e^0 \\ M_{eb}^{\Omega+} \ddot{u}_b^0 + K_{eb}^{\Omega+} u_b^0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Le second membre de cette équation donne la force dynamique effective P_{eff} :

$$P_{eff} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -M_{be}^{\Omega+} \ddot{u}_e^0 - K_{be}^{\Omega+} u_e^0 \\ M_{eb}^{\Omega+} \ddot{u}_b^0 + K_{eb}^{\Omega+} u_b^0 \end{Bmatrix} \quad (2.20)$$

Cette équation montre que le domaine extérieur $\Omega+$ n'intervient que par les matrices $M_{be}^{\Omega+}$, $K_{be}^{\Omega+}$, $M_{eb}^{\Omega+}$, et $K_{eb}^{\Omega+}$

– *Discussion sur la méthode :*

Dans ce qui précède, on constate que :

- l'équation (2.20) montre que la force nodal P_{eff} n'implique qu'une seule couche d'éléments finis dans le domaine $\Omega+$ adjacente à Γ , ce qui induit que seuls les champs de déplacements et accélération de cette couche interviennent dans P_{eff} .
- Le domaine extérieur peut être réduit significativement, et le domaine intérieur Ω , peut être de comportement non linéaire.

Donc cette méthode est de ce fait une variante de la méthode globale ayant, comme apport principale, la réduction du domaine sol.

Néanmoins, la réduction du domaine, nécessite l'introduction des termes d'amortissements appropriés aux nouvelles frontières qui délimitent le problème.

2.3 Méthode de sous structuration

2.3.1 Introduction

Comme son nom l'indique, le système global est subdivisé en deux parties désignées par sous-structures : la structure elle-même et le sol sur lequel elle est posée. Chacune des sous-structures peut être analysée séparément. Chacune des étapes étant réputée plus facile à résoudre que le problème global. La réponse totale est obtenue par la superposition des contributions des deux réponses à l'interface liant les deux sous-structures. La méthode permet de réduire considérablement la taille du problème.

Elle est particulièrement puissante quand la fondation a une géométrie simple alors que la structure requiert une analyse tridimensionnelle. Ce qui rend cette méthode plus rapide

que la méthode globale.

Néanmoins, son domaine d'application est restreint aux cas linéaires. [16, 20, 57, 58, 67, 70]. La liaison entre les deux systèmes provient par l'interaction des forces de même amplitude, mais qui agissent dans le sens opposé. Le mouvement total développé à l'interface est la somme du champ libre à l'interface du sol, sans la présence de la structure, plus le mouvement additionnel résultant de l'interaction. Les relations de l'équilibre dynamique pour les degrés de liberté à l'interface sont en fonction de ces mouvements. Avec leur résolution, on obtient le déplacement dû à l'excitation. [16, 20, 37, 57, 58, 67, 69, 70].

2.3.2 Etapes de résolution

Pour appliquer cette méthode, il faut passer par les trois étapes suivantes :

- Détermination du mouvement de la *sous-structure* sol, sollicité avec le chargement initial, sans la présence de la structure ;
- Détermination de la matrice d'impédance du sol ;
- Calcul de la réponse de la structure lié à l'impédance et sollicitée avec le mouvement calculé à première étape.

En utilisant la décomposition et les notations schématisées sur la figure (2.4), on écrit les équations d'équilibre de chaque sous-système dans le domaine fréquentiel tout en assurant les équations de compatibilité à l'interface qui se traduisent par la continuité des vecteurs des déplacements et des contraintes.

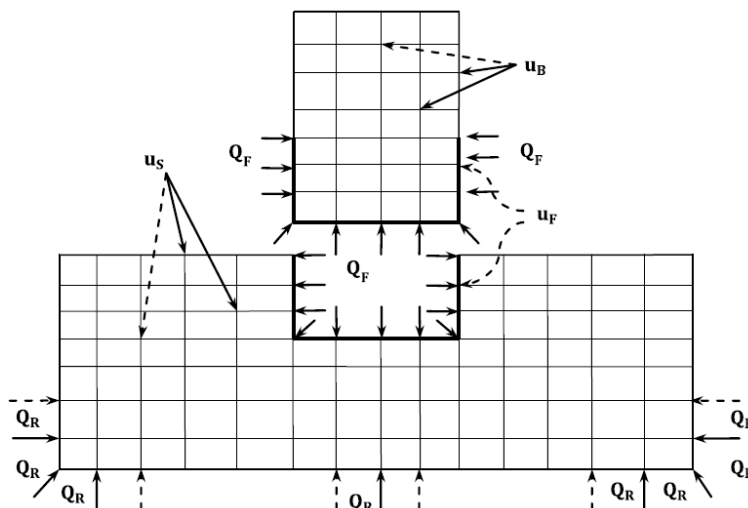


FIG. 2.4: Modèle sous-structure

Par ailleurs pour ne pas alourdir la présentation, on omettra les termes d'amortissement dans les équations d'équilibre. Toutes les grandeurs du problème tels que les déplacements u et les forces Q s'expriment sous la forme de leur transformée de Fourier :

$$u = \sum_n \tilde{u}(w_n)e^{iw_nt}, \quad Q = \sum_n \tilde{Q}(w_n)e^{iw_nt} \quad (2.21)$$

Les équations des différents sous-systèmes, pour toute harmonique w_n de la décomposition de Fourier, s'écrit comme suit :

Structure

$$-w^2 \begin{bmatrix} M_{bb} & 0 \\ 0 & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_b \\ \tilde{u}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bf} \\ K_{fb} & K_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_b \\ \tilde{u}_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \tilde{Q}_f \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

Sol

$$-w^2 \begin{bmatrix} M_{ff} & 0 \\ 0 & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_f \\ \tilde{u}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ff} & K_{fs} \\ K_{sf} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_f \\ \tilde{u}_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\tilde{Q}_F \\ \tilde{Q}_R \end{Bmatrix} \quad (2.23)$$

Sachant que dans la figure (2.4), on a désigné par l'indice b les nœuds de la structure, l'indice f ceux de l'interface sol-structure (fondation), et par l'indice s ceux du sol.

Tandis que le sous-système structure est désigné par l'indice bf , et par fs , pour le sous-système sol. Q_F définit les réactions à l'interface sol-structure, alors que Q_R désigne le vecteur chargement extérieur s'appliquant sur les bords latéraux et inférieur du modèle.

En absence de la structure, l'équilibre du modèle de sol équation(2.22) s'écrit :

$$-w^2 \begin{bmatrix} M_{ff} & 0 \\ 0 & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{v}_f \\ \tilde{v}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ff} & K_{fs} \\ K_{sf} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{v}_f \\ \tilde{v}_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \tilde{Q}_R \end{Bmatrix} \quad (2.24)$$

Appelant w le déplacement d'interaction défini par :

$$w = u - v \quad (2.25)$$

Ainsi, par soustraction de (2.24) de (2.22), on aura :

$$-w^2 \begin{bmatrix} M_{ff} & 0 \\ 0 & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{w}_f \\ \tilde{w}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ff} & K_{fs} \\ K_{sf} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{w}_f \\ \tilde{w}_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\tilde{Q}_F \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.26)$$

Ce système peut être condensé, par élimination de tous les degrés de liberté qui n'appartiennent pas à l'interface sol-structure. Il permet de relier les déplacements de l'interface aux réactions en ces nœuds :

$$[K_{ss} - w^2 M_{ss}] \tilde{w}_s + K_{sf} \tilde{w}_f = 0 \quad (2.27)$$

Ce qui donne :

$$\tilde{w}_s = - [K_{ss} - w^2 M_{ss}]^{-1} K_{sf} \tilde{w}_f \quad (2.28)$$

Ainsi, l'expression du vecteur réaction peut être obtenu en remplaçant \tilde{w}_s dans la première équation du système (2.26) :

$$\tilde{Q}_F = \left[K_{ff} - K_{fs} \left[K_{ss} - w^2 M_{ss} \right]^{-1} K_{sf} - w^2 M_{ff} \right] \tilde{w}_f \quad (2.29)$$

Soit, sous forme condensé :

$$-\tilde{Q}_F(w) = S_f(w) \tilde{w}_f \quad (2.30)$$

On définit, alors $S_f(w)$ la "matrice d'impédance" de la fondation qui constitue l'interface sol-structure et qui désigne ici l'ensemble des nœuds communs aux deux sous-systèmes.

Avec les conditions de compatibilités, et la prise en compte de la décomposition des déplacements en (2.25) l'élimination de la réaction du sol inconnue $\tilde{Q}_F(w)$ se fait en reportant (2.30) dans (2.22).

L'équation du mouvement de la structure devient alors :

$$-w^2 \begin{bmatrix} M_{bb} & 0 \\ 0 & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_b \\ \tilde{u}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bf} \\ K_{fb} & K_{ff} + S_f(w) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{u}_b \\ \tilde{u}_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ S_f(w) \tilde{v}_f \end{Bmatrix} \quad (2.31)$$

Pour le cas amortie, la matrice d'impédance " $S_f(w)$ " sera :

$$S_f(w) = \left[K_{ff} - (K_{fs} + iwC_{fs}) \left[K_{ss} - w^2 M_{ss} + iwC_{ss} \right]^{-1} (iwC_{sf} + K_{sf}) - w^2 M_{ff} \right] \quad (2.32)$$

Avantage de cette méthode :

Parmi les avantages de la méthode sous-structure, on peut citer :

- La résolution du système est plus rapide par rapport aux autres méthodes ;
- Elle permet l'analyse de chaque sous-système séparément, où des modifications peuvent être au niveau de la structure, sans refaire les calculs et l'analyse pour le sol.

Inconvénients de cette méthode

Malgré les avantages que cette méthode présente, néanmoins, elle possède certains Inconvénient, à s'avoir :

- Cette méthode s'appuie sur le principe de superposition : hypothèses de linéarité géométrique et matériel, ce qui rend que cette méthode n'est pas applicable pour les problèmes nonlinéaires ;
- Elle nécessite la détermination du champ chargement à la base du sol.

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, une description pour quelques méthodes de prise en compte du phénomène d'interaction sol-structure est faite où les avantages, et les inconvénients de chaque méthode sont donnés. Parmi ces méthodes, la méthode globale à déconvolution qui nécessite la détermination de l'excitation sismique à la base, la méthode globale à mouvement uniforme où la sollicitation enregistrée directement en surface excite, uniquement, la partie de la structure, la méthode de réduction du domaine, et la méthode de sous-structure qui se limite pour l'analyse linéaire uniquement.

Chapitre 3

Analyse dynamique

3.1 Introduction

L'analyse dynamique est utilisée pour prédire la réponse des structures sujettes aux chargements dynamiques quelconques tels que le tremblement de terre. Ainsi, l'action sismique est introduite comme une accélération au niveau des supports. Avec l'interaction sol-structure, l'accélération du sol de base de la structure est différente de l'accélération en champ libre. Pour cet effet, les structures sont, souvent considérées fondées sur un sol rigide. En général, dans les modèles d'éléments finis, la détermination de la réponse dynamique revient à la résolution d'un système d'équation différentielle du second ordre. Dans notre travail, on s'intéresse, à la réponse sismique dans le domaine déterministe. Néanmoins, certain auteurs ont concédé le domaine stochastique [16]...

3.1.1 Méthode de superposition modale

La réponse par superposition modale est exprimée dans ce paragraphe. Cette méthode est généralement utilisé quand il s'agit de la détermination de la réponse d'un système linéaire qui représente une structure à plusieurs degrés de libertés n_{eq} et soumise à un chargement dynamique arbitraire. Par une transformation des coordonnées géométriques en coordonnées modales ou normales, les n_{eq} équations couplées du système, seront découplées en n_{eq} équations. Ces dernières, sont intégrées séparément, et la solution du système sera une combinaison linéaire des solutions d'équations découplées. [16, 29, 31, 56, 57, 58, 59, 70]. On résume cette méthode dans les points suivants :

Pour un système représenté par les équations du mouvement :

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = P_{eff}(t)$$

dont la matrice M représente la matrice masse, C est la matrice d'amortissement et K la matrice de rigidité.

- Calcul des modes ϕ_i et les fréquences propres w_i de vibration libre du système non amorti.
- Détermination du taux d'amortissement ξ_i et calcul des chargement généralisés pour chaque mode :

$$P_{effi} = \phi_i^T P_{eff}(t)$$

- Découplage des équations du mouvement en utilisant la matrice modale $[\phi]$ qui permet de passer des coordonnées généralisées aux coordonnées géométriques.

$$(u) = [\phi](y) \quad \text{ou} \quad U = \phi Y \quad (3.1)$$

Tel que : U et Y respectivement représentent les vecteurs de coordonnées géométriques et généralisées des déplacements respectivement. D'où le système sera :

$$M\phi\ddot{Y} + C\phi\dot{Y} + K\phi Y = P_{eff}(t) \quad (3.2)$$

En prémultipliant l'équation précédente par la transposée d'un mode de vibration ϕ_i^T , on aura :

$$\phi_i^T M\phi\ddot{Y} + \phi_i^T C\phi\dot{Y} + \phi_i^T K\phi Y = \phi_i^T P_{eff} \quad (3.3)$$

Ainsi, le découplage des n_{eq} équation est :

$$m_i\ddot{y}_i + c_i\dot{y}_i + k_i y_i = P_{effi} \quad (3.4)$$

Cette dernière est obtenue, avec les propriétés d'orthogonalité des modes de vibration suivantes, pour tout $i \neq j$ tel que :

$$\phi_i^T M\phi_j = 0$$

$$\phi_i^T K\phi_j = 0$$

Avec la considération que ces conditions s'appliquent à la matrice d'amortissement C :

$$\phi_i^T C\phi_j = 0$$

La normalisation de ces modes par rapport à la matrice masse M : $m_i = \phi_i^T M\phi_i$ donne :

$$\ddot{y}_i + 2\xi_i w_i \dot{y}_i + w_i^2 y_i = \frac{P_{eff}}{m_i}$$

où :

$$w_i^2 = \frac{k_i}{m_i}$$

$$\xi_i = \frac{c_i}{2w_i m_i}$$

La réponse géométrique pour le degrés de liberté u_i est :

$$u_i(t) = \sum_{j=1}^n \phi_j^i y_j(t) \quad (3.5)$$

Tel que, pour chaque mode considéré i , on peut calculer y_i par intégration direct pas à pas, ou en utilisant la série de Fourier pour une résolution dans le domaine fréquentiel, ou en appliquant l'intégrale de Duhamel :

$$y_i(t) = \frac{1}{m_i w_{D_i}} \int_0^t P_{eff_i}(\tau) e^{-\xi_i w_i(t-\tau)} \sin w_{D_i}(t-\tau) d\tau$$

Avec : w_{D_i} : Pulsation des vibrations amortie du mode i

$$w_{D_i} = w_i \sqrt{1 - \xi_i^2}$$

Ainsi, par la méthode de superposition modale, l'équation du mouvement pour un système de plusieurs degrés de liberté peut être découplée pour l'obtention de la réponse. L'avantage de cette méthode est qu'on peut utiliser un nombre réduit de modes propres pour obtenir une réponse approchée suffisamment précise du système. Cette méthode est donc un outil puissant pour l'analyse des structures à masse concentrée avec un comportement linéaire.

Néanmoins, cette méthode est limitée au cas du comportement linéaire, dont la matrice d'amortissement est un système linéaire.

3.1.2 Intégration temporelle des systèmes linéaires

Dans ce qui précède, le principe de superposition doit être vérifié pour que la méthode de superposition modale soit applicable. Par contre, les méthodes directes d'intégration temporelle s'appliquent à des systèmes linéaires et non linéaire où les caractéristiques des matériaux varient dans le temps. Ces méthodes sont inévitables dans le cas où les équations d'équilibres dynamiques ne peuvent pas être découplées à cause d'une matrice non proportionnelle. Elles sont également utilisées directement pour calculer la réponse de système possédant un très grand nombre de degrés de liberté afin d'éviter les calculs très lourds pour la détermination des valeurs propres et des vecteurs propres de ces systèmes. Ce qui contribue à la généralisation de la méthode.

Les méthodes d'intégration temporelle sont dites directes car elles sont applicables sans modification ou transformation des équations du mouvement à des systèmes à un ou plusieurs degrés de liberté. En conséquence, elles peuvent être considérées les seules méthodes générales de calcul de la réponse des systèmes dynamique à des charges arbitraire. Plusieurs méthodes existent pour l'intégration directe des équations du mouvement dont la méthode des différences centrées, la méthode de Houbolt, Wilson, HHT-f et les méthodes

de Newmark(1959) [31, 56] basées sur les méthodes de différences finis et le développement de Taylor au 2ème ordre des inconnues \dot{u} et \ddot{u} .

Ces méthodes déterminent des valeurs approximatives de la solution pour un ensemble choisi de valeurs de t . On obtient la réponse du système en supposant que le système est linéaire, à chaque pas de temps Δt . Durant ce temps, l'équation de mouvement est satisfaite et a les propriétés calculées au début du pas. A la fin de chaque pas de temps, les propriétés du système sont modifiées en fonction de leur état de contraintes et de déformations. Ainsi, on estime la réponse du système par une succession d'analyses linéaires avec des propriétés variables. La précision des résultats, la stabilité de la solution et la durée totale du calcul dépendent de la longueur du pas de temps et du choix de la fonction décrivant la variation du déplacement, de la vitesse et de l'accélération.

On a l'équation du mouvement pour chaque instant t s'écrit pour chaque degré de liberté :

$$m_i \ddot{u}_i(t) + F_{D_i}(t) + F_{S_i}(t) = -m_i \ddot{u}_g(t) \quad (3.6)$$

Tel que :

$\ddot{u}_i, \dot{u}_i, u_i$: accélération et , vitesse, déplacement du $ddl(i)$ par rapport à la base ;

$\ddot{u}_g(t)$: accélération du sol ;

m_i la masse correspondant au $ddl(i)$

$F_{D_i}(t)$, $F_{S_i}(t)$ sont respectivement , la force d'amortissement, et la force de rappel agissant sur le $ddl(i)$ au temps t ;

Les forces $F_{D_i}(t)$, et $F_{S_i}(t)$, représentent l'influence des degrés de liberté du système sur le $ddl(i)$ et s'écrivent :

$$F_{D_i}(t) = \sum_{j=1}^N f_{S_{ij}}(t) \quad (3.7)$$

$$F_{S_i}(t) = \sum_{j=1}^N f_{D_{ij}}(t)$$

Avec :

$f_{S_{ij}}(t)$:force appliquée sur le $ddl(i)$ au temps t pour causer un déplacement $u_j(t)$ au $ddl(j)$ au temps t

$f_{D_{ij}}(t)$: force appliquée sur le $ddl(i)$ au temps t pour causer une vitesse $\dot{u}_j(t)$ au $ddl(j)$ au temps t

Donc, l'équation du mouvement pour le degré de liberté i à l'un incrément du temps suivant est :

$$m_i \ddot{u}_i(t + \Delta t) + F_{D_i}(t + \Delta t) + F_{S_i}(t + \Delta t) = -m_i \ddot{u}_g(t + \Delta t) \quad (3.8)$$

La soustraction de l'équation 3.6 de l'équation 3.8 donne pour chaque pas de temps :

$$m_i \Delta \ddot{u}_i(t) + \Delta F_{D_i}(t) + \Delta F_{S_i}(t) = -m_i \Delta \ddot{u}_g(t) \quad (3.9)$$

Ainsi, pour le système à N masse ou à $Nddl$ on aura :

$$M \Delta \ddot{U}(t) + \Delta F_D(t) + \Delta F_S(t) = -MI \Delta \ddot{u}_g(t) \quad (3.10)$$

I_i : vecteur de couplage dynamique

où, :

$$\begin{aligned} \Delta F_D(t) &= C(t) \Delta \dot{U}(t) \\ \Delta F_S(t) &= K(t) \Delta U(t) \\ \Delta \ddot{u}_g(t) &= \ddot{u}_g(t + \Delta t) - \ddot{u}_g(t) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Avec la substitution de l'équation 3.11 dans l'équation 3.10, on aura les équations incrémentales du mouvement suivantes :

$$M \Delta \ddot{U}(t) + C(t) \Delta \dot{U}(t) + K(t) \Delta U(t) = -MI \Delta \ddot{u}_g(t) \quad (3.12)$$

3.1.3 Méthode de Newmark

Parmi les méthodes d'intégration, on distingue, les méthodes explicites et implicites. Les méthodes explicites ne dépendent que des résultats de l'étape précédente t . Tandis que les méthodes implicites dépendent non seulement de la solution à l'étape précédente t , mais également, de celles de l'étape courante $t + \Delta t$, et la méthode de Newmark en fait partie.

Certaines de ces méthodes d'intégration nécessitent l'utilisation d'un pas de temps plus petit qu'un pas de temps critique

$$\Delta t < \Delta t_{cr}$$

Elles sont dites conditionnellement stables. Tandis que les autres méthodes sont inconditionnellement stables.

La méthode ou l'algorithme de Newmark, peut être établi par deux techniques [2, 5, 11, 16, 31, 36, 52, 56, 64, 71] :

- (a) Méthode à accélération moyenne constante
- (b) Méthode à accélération linéaire

Méthode à accélération moyenne constante

Cette méthode considère que l'accélération relative de chaque ddl est constante durant un pas de temps et que les propriétés de système ne changent pas durant ce laps de temps (figure 3.2). Pendant un pas de temps, l'accélération relative du $ddl(i)$ s'écrit :

$$\ddot{u}_i(\tau) = \frac{1}{2}[\ddot{u}_i(t) + \ddot{u}_i(t + \Delta t)] \quad t \leq \tau \leq t + \Delta t \quad (3.13)$$

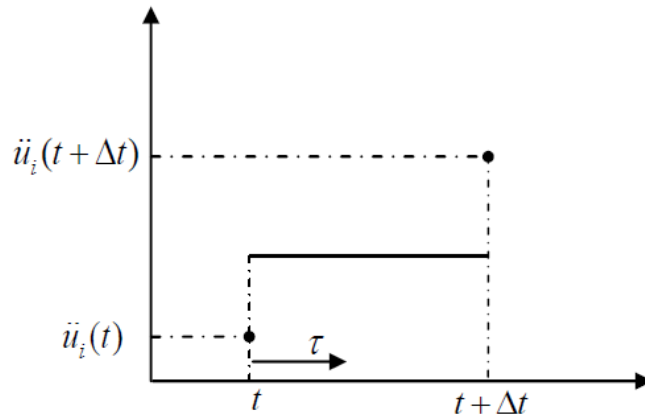


FIG. 3.1: Accélération moyenne constante

En intégrant l'équation 3.13, pendant un pas de temps, on aura l'équation de la vitesse relative suivante :

$$\dot{u}_i(\tau) = \dot{u}_i(t) + \frac{1}{2}(\tau - t)[\ddot{u}_i(t) + \ddot{u}_i(t + \Delta t)] \quad (3.14)$$

Après un pas de temps, on a

$$\dot{u}_i(t + \Delta t) = \dot{u}_i(t) + \frac{1}{2}\Delta t[2\ddot{u}_i(t) + \Delta\ddot{u}_i(t)] \quad (3.15)$$

d'où l'incrément de vitesse :

$$\Delta\dot{u}_i(t) = \frac{1}{2}\Delta t[2\ddot{u}_i(t) + \Delta\ddot{u}_i(t)] \quad (3.16)$$

Les incréments de vitesse pour tout le système est donc :

$$\Delta\dot{U}(t) = \frac{1}{2}\Delta t[2\ddot{U}(t) + \Delta\ddot{U}(t)] \quad (3.17)$$

Avec les mêmes étapes, on évalue l'incrément du déplacement relatif :

$$u_i(\tau) = u_i(t) + \int_t^{t+\Delta t} \dot{u}_i(\tau) \delta\tau \quad (3.18)$$

On substituons l'équation 3.14 dans 3.18 :

$$\dot{u}_i(\tau) = \dot{u}_i(t) + (\tau - t)\ddot{u}_i(t) + \frac{1}{2}(\tau - t)^2\dddot{u}_i(t) + \frac{1}{6}(\tau - t)^3\ddddot{u}_i(t) \quad (3.19)$$

Ce qui donne l'incrément du déplacement :

$$\Delta u_i(t) = u_i(t + \Delta t) - u_i(t) = \Delta t \dot{u}_i(t) + (\Delta t)^2 \left[\frac{1}{2} \ddot{u}_i(t) + \frac{1}{4} \Delta \ddot{u}_i(t) \right] \quad (3.20)$$

Pour tout le système, le vecteur des incréments de déplacements :

$$\Delta U(t) = \Delta t \dot{U}(t) + (\Delta t)^2 \left[\frac{1}{2} \ddot{U}(t) + \frac{1}{4} \Delta \ddot{U}(t) \right] \quad (3.21)$$

Méthode à accélération linéaire

Dans cette méthode, l'accélération relative de chaque ddl varie de façon linéaire durant un pas de temps Δt alors que les propriétés du système demeurent constantes pendant ce laps de temps. Selon la figure 3.2 l'accélération relative du $ddl(i)$ pendant Δt s'écrit comme suit :

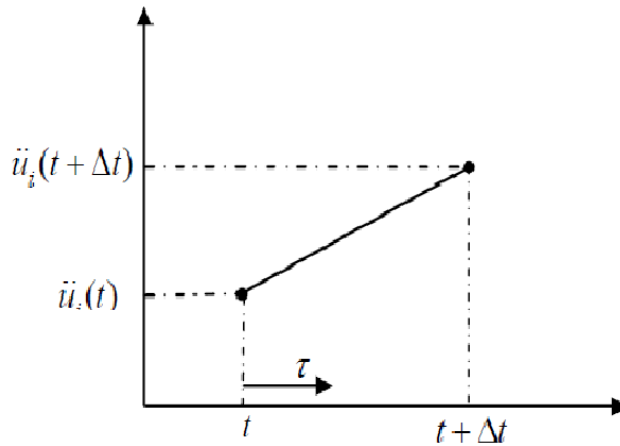


FIG. 3.2: Accélération linéaire

$$\ddot{u}_i(\tau) = \ddot{u}_i(t) + \left[\frac{(\tau - t)}{\Delta t}\right][\ddot{u}_i(t + \Delta t) - \ddot{u}_i(t)] \quad t \leq \tau \leq t + \Delta t \quad (3.22)$$

Avec l'intégration de l'équation 3.22, la vitesse relative du $ddl(i)$ à la fin du pas de temps est :

$$\dot{u}_i(t + \Delta t) = \dot{u}_i(t) + \Delta t \ddot{u}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \ddot{\ddot{u}}_i(t) \quad (3.23)$$

d'où l'incrément de vitesse durant le pas de temps Δt

$$\Delta \dot{u}_i(t) = \Delta t \ddot{u}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \ddot{\ddot{u}}_i(t) \quad (3.24)$$

Ainsi, pour tout le système, le vecteur des incréments de vitesses est de la forme :

$$\Delta \dot{U}(t) = \Delta t \ddot{U}(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \ddot{\ddot{U}}(t) \quad (3.25)$$

D'une manière équivalente, on exprime l'incrément du déplacement. Alors, le déplacement relatif du $ddl(i)$ pendant un pas de temps est :

$$u_i(\tau) = u_i(t) + \dot{u}_i(t)(\tau - t) + \frac{1}{2}(\tau - t)^2 \ddot{u}_i(t) + \left[\frac{(\tau - t)^3}{6\Delta t}\right] \Delta \ddot{\ddot{u}}_i(t) \quad t \leq \tau \leq t + \Delta t \quad (3.26)$$

d'où, durant le pas de temps Δt , l'incrément de déplacement est :

$$\begin{aligned} \Delta u_i(t) &= u_i(t + \Delta t) - u_i(t) \\ &= \Delta t \dot{u}_i(t) + \Delta t^2 \left[\frac{1}{2} \ddot{u}_i(t) + \frac{1}{6} \Delta \ddot{\ddot{u}}_i(t) \right] \end{aligned} \quad (3.27)$$

Ce qui donne pour tous les degrés de liberté le vecteur des incréments de déplacement :

$$\Delta U(t) = \Delta t \dot{U}(t) + \Delta t^2 \left[\frac{1}{2} \ddot{U}(t) + \frac{1}{6} \Delta \ddot{\ddot{U}}(t) \right] \quad (3.28)$$

Algorithme de la méthode de Newmark

Pour résoudre l'équation 3.12, on considère les vecteurs des incréments de vitesses et de déplacements qui s'écrivent d'une façon générale :

$$\Delta U(t) = \Delta t \dot{U}(t) + \Delta t^2 \left[\frac{1}{2} \ddot{U}(t) + \beta \Delta \ddot{\ddot{U}}(t) \right] \quad (3.29)$$

$$\Delta \dot{U}(t) = \Delta t \ddot{U}(t) + \gamma \Delta t \Delta \ddot{\ddot{U}}(t) \quad (3.30)$$

Dans ce schéma d'intégration on a les deux paramètres β et γ sont définis comme suit :

- Accélération moyenne constante $\gamma = \frac{1}{2}, \quad \beta = \frac{1}{4}$
- Accélération linéaire $\gamma = \frac{1}{2}, \quad \beta = \frac{1}{6}$

Ce schéma est dit implicite, due à l'intervention des accélérations et vitesse dans l'expression du déplacement, la variable de base, pour le même instant t .

A partir de l'équation 3.29, on a l'incrément des accélérations :

$$\Delta\ddot{U}(t) = \left[\frac{1}{\beta\Delta t^2}\right]\Delta U(t) - \left[\frac{1}{\beta\Delta t}\right]\dot{U}(t) - \left[\frac{1}{2\beta}\right]\ddot{U}(t) \quad (3.31)$$

De 3.30 et 3.31, on a :

$$\Delta\dot{U}(t) = \Delta t\ddot{U}(t) + \left[\frac{\gamma}{\beta\Delta t}\right]\Delta U(t) - \left[\frac{\gamma}{\beta}\right]\dot{U}(t) - \left[\frac{\gamma\Delta t}{2\beta}\right]\ddot{U}(t) \quad (3.32)$$

En introduisant les équations 3.31 et 3.32, dans l'équation du mouvement 3.12, on obtient :

$$\begin{aligned} & M\left(\left[\frac{1}{\beta\Delta t^2}\right]\Delta U(t) - \left[\frac{1}{\beta\Delta t}\right]\dot{U}(t) - \left[\frac{1}{2\beta}\right]\ddot{U}(t)\right) \\ & \quad + \\ & C(\Delta t\ddot{U}(t) + \left[\frac{\gamma}{\beta\Delta t}\right]\Delta U(t) - \left[\frac{\gamma}{\beta}\right]\dot{U}(t) - \left[\frac{\gamma\Delta t}{2\beta}\right]\ddot{U}(t)) \\ & \quad + \\ & K\Delta U(t) = -MI\Delta\ddot{u}_g(t) \end{aligned} \quad (3.33)$$

En termes équivalent, cette équation peut être réécrite comme suit :

$$\tilde{K}\Delta U(t) = \Delta\tilde{P}(t) \quad (3.34)$$

Avec :

$$\tilde{K} = K(t) + \left[\frac{1}{\beta\Delta t^2}\right]M + \left[\frac{\gamma}{\beta\Delta t}\right]C(t)$$

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{P}(t) = & -MI\Delta\ddot{u}_g(t) + M\left(\left[\frac{1}{\beta\Delta t}\right]\dot{U}(t) + \left[\frac{1}{2\beta}\right]\ddot{U}(t)\right) \\ & + \\ & C(t)\left(\left[\frac{\gamma}{\beta}\right]\dot{U}(t) + \left[\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right]\Delta t\ddot{U}(t)\right) \end{aligned}$$

Le vecteur des incréments des déplacements est obtenu par la résolution de l'équation linéaire 3.34. Ainsi, les vecteurs des déplacements et des vitesses au début du prochain pas de temps $t + \Delta t$ sont calculés par :

$$\begin{aligned} U(t + \Delta t) &= U(t) + \Delta U(t) \\ \dot{U}(t + \Delta t) &= \dot{U}(t) + \Delta\dot{U}(t) \end{aligned} \quad (3.35)$$

Tandis que la résolution de l'équation (3.31) donne le vecteur des incréments des accélérations. Comme on peut déterminer le vecteur des accélérations, pour le prochain pas d'intégration, à l'aide de l'équation du mouvement. Cette dernière, permet d'éviter les accumulations d'erreurs numériques.

Les méthodes fondées sur l'accélération linéaire sont conditionnellement stables. Alors que celles fondées sur accélération constante sont inconditionnellement stables.

La méthode de Newmark avec accélération linéaire est plus précise que la méthode avec accélération moyenne. Néanmoins, pour les modèles des éléments finis qui possèdent un très grand nombre de degrés de liberté, la période d'un mode plus élevé peut être très petite. Ce qui nécessite l'utilisation d'un pas de temps très court, si on veut utiliser la méthode à accélération linéaire.

$$\Delta t < \Delta t_{cr} = 0.551T_{ne}$$

où : T_{ne} représente la plus petite période du système à ne degrés de liberté.

Ce qui rend les temps de calcul de la réponse trop long, pour des systèmes à très grand nombre de degrés de liberté. Ainsi, la méthode avec accélération moyenne est généralement la plus utilisée. Comme on peut utiliser la méthode θ de Wilson, qui a été développée sous forme de la méthode de Newmark avec accélération linéaire inconditionnellement stable.

Dans le cadre de notre travail, nous avons adopté la méthode de Newmark avec accélération moyenne constante. Les résultats de cette dernière sont comparés avec la méthode de superposition modale, ainsi que les résultats du code Castem.

3.2 Stabilité de la solution dynamique

La stabilité de la solution dynamique temporelle, en particulier, d'un problème de propagation d'ondes dans le sol modélisé par éléments finis dépend de la taille des éléments Δh et du pas de temps Δt [10, 31, 56, 62, 67]...

Pour le maillage, il doit être un compromis entre les résultats satisfaisants et des temps de calcul raisonnables. Généralement, afin de réduire la taille du système, pour réaliser un maillage, il faut exploiter les symétries compatibles avec le problème mécanique. Des études paramétriques ont montré que, dans les zones sollicitées, le rapport de forme devrait être de 5 au maximum et d'environ 10, loin de ces zones. Le maillage doit être raffiné dans les régions où les concentrations de contraintes sont importantes. Ainsi que pour pouvoir représenter correctement la transmission d'ondes. Pour ces dernières, un maillage inférieure au dixième de la longueur de la petite onde du model est suffisante pour représenter convenablement la propagation d'onde, tel que :

$$\Delta h \leq \frac{\lambda}{10} = \frac{V}{10f_{max}} \quad (3.36)$$

Avec : V : la plus petite vitesse de propagation d'onde dans le modèle.

f_{max} : la plus grande fréquence contenue dans le signal de l'excitation sismique.

Cette fréquence peut être obtenue par le calcul du spectre de Fourier du chargement, où l'intégrale de Fourier d'une excitation quelconque non périodique consiste à rendre cette dernière périodique pour une durée infinie. Cette intégrale est une extension des séries de Fourier pour le cas du chargement à un contenu fréquentiel continu. Une paire de transformé de Fourier est formulé pour un seule élément du vecteur chargement comme suit :

$$P(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(t)e^{-iwt} dt \quad (3.37)$$

$$R(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} P(w)e^{iwt} dw \quad (3.38)$$

Le passage de $P(w)$ à $R(t)$ est appelé *la transformation de Fourier inverse*. Tandis que $R(t)$ est appelé *la transformée de Fourier inverse* de $P(w)$.

Pour une procédure d'analyse numérique, on admet que le chargement est d'une périodicité finie T .

La période T est divisée en n incrément d'égale de valeur Δt . L'incrément fréquentiel est alors : $\Delta w = \frac{2\pi}{T}$ Ainsi l'équation 3.37 et sa transformée inverse 3.38 seront discrétisées en la somme des termes égaux :

$$P(w_i) = \Delta t \sum_{j=1}^{n-1} R(t_j) e^{-2\pi i \frac{l_j}{n}} \quad l = 0, 1, \dots, n-1 \quad (3.39)$$

$$R(t_j) = \frac{\Delta w}{2\pi} \sum_{i=1}^{n-1} P(w_i) e^{2\pi i \frac{l_j}{n}} \quad j = 0, 1, \dots, n-1 \quad (3.40)$$

En utilisant ces deux équations, le chargement peut être décomposé périodiquement. Pour faciliter cette transformation, La Transformée de Fourier Rapide ou TFR connue(FFT) a été développé. C'est un algorithme de calcul très efficace. Il est intégré dans certain code de calcul comme Castem et Matlab. La fréquence correspondant à $n/2$ est la plus haute fréquence qui peut être considéré dans les séries discrète de fourrier :

$$w_c = w_{n/2} = \frac{2\pi n/2}{T} = \frac{\pi}{\Delta t} \quad (rad/s) \quad (3.41)$$

Cette fréquence maximale est connue sous le nom de *fréquence de Nyquist* :

$$f_c = \frac{w_c}{2\pi} = \frac{1}{2\Delta t} \quad (Hz) \quad (3.42)$$

Par ailleurs, la stabilité des méthodes directes d'intégration numérique est contrôlée par le pas d'intégration. Pour le cas non linéaire, le pas de temps dépend de plusieurs facteurs, et la stabilité n'est pas évidente. Plusieurs pas de temps devaient être utilisés pour assurer la convergence.

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, deux méthodes d'analyse numérique ont été présentées : la méthode de superposition modale et la méthode temporelle pas à pas de Newmark, ainsi que la condition de stabilité de cette dernière. Dans le cadre de notre travail, nous avons programmé la méthode de superposition modale, ainsi que la méthode pas à pas de Newmark à accélération moyenne, avec MATLAB. La procédure PASAPAS qui permet de résoudre l'équation de la dynamique avec l'algorithme de Newmark pour l'intégration temporelle a été utilisée dans le code CASTEM, afin de comparer les résultats.

Vus le nombre important des degrés de libertés et la possibilité de présenter différents niveaux d'amortissement pour différentes parties de la structure, la méthode de Newmark pour l'intégration pas à pas des équations différentielles du mouvement a été utilisée pour la détermination des histoires temporelles des déplacements nodaux instantanés du modèle de l'interaction sol-structure.

Chapitre 4

Applications et étude comparative

4.1 Introduction

On présente dans ce chapitre deux applications traitant le problème d'interaction sismique sol-structure : la première application dans le cas d'un mur de soutènement, et la deuxième une structure en portique en 3D, avec une étude paramétrique. Les modèles d'éléments finis utilisés, la géométrie des systèmes sol-structures sont représentés par des figures, et leurs caractéristiques géométriques et mécaniques sont données par des tableaux. En pratique, la modélisation des structures de mur de soutènements est très souvent effectuée avec une représentation bidimensionnelle en déformation plane [26, 67, 70]. L'hypothèse de cette modélisation est justifiée pour ce type de structures caractérisées par de grande longueur et avec la continuité de sol de fondation et du chargement. Pour ces applications, nous avons choisi les variantes suivantes pour l'étude de l'interaction sismique de ces deux sous-structures :

- Méthode de déconvolution du mouvement sismique
- Méthode de déplacement uniforme ajouté

Ce choix consiste à faire une étude comparative de ces deux variantes où la sollicitation enregistrée directement en surface, dans la méthode à mouvement uniforme excite uniquement la partie de la structure. La réponse de cette dernière, sera comparée à celle de la méthode globale à déconvolution où la sollicitation excite tout le domaine. Dans ce qui suit, on va monter l'effet de l'interaction sol-structure, ainsi que l'intérêt et l'inconvénient de chaque variante. On utilisera un code de calcul pour valider certaines parties du programme d'analyse et de modélisation par éléments finis développé dans le cadre de ce travail sous l'environnement MATLAB. On s'intéresse ici beaucoup plus à la validation des modèles et des programmes développés qu'au traitement d'une application réelle.

4.2 Application 1

En premier lieu, on va s'intéresser au cas du sol monocouche, puis l'étude sera étalée pour le cas du sol multicouche avec des caractéristiques mécaniques et géométriques différentes. On a utilisé le code CASTEM, qui est l'un des codes de calcul qui ont évolué de paire avec le matériel informatique. C'est un logiciel de calcul par la méthode des éléments finis développé principalement pour la mécanique des structures et des fluides.

Ainsi, le développement de CASTEM entre dans le cadre des activités de recherche dans plusieurs domaines dont le but est de définir un instrument de haut niveau, pouvant servir de support pour la conception, le dimensionnement et l'analyse de structures et de composants.

La modélisation est effectuée par des éléments finis quadrilatéraux linéaire $Q4$ avec deux degrés de liberté par nœud. La dimension du maillage est déterminée en fonction des conditions de convergence du maillage (équation 3.36).

Le chargement sismique se différencie des autres chargements dynamiques par son application à la base des structures, d'où l'établissement des forces sismiques effectives en fonction de ce chargement. La composante de translation est prise généralement prédominante à la composante en rotation.

Modélisation d'un mur de soutènement sur sol monocouche :

Le mur de soutènement est représenté comme une structure modélisée en déformation plane. Ces ouvrages sont généralement construits dans des régions présentant des talus instables, pour faire face aux glissements des terrains sur les bords des routes. Les méthodes de modélisation des murs de soutènement varient selon la complexité des modèles et le type d'ouvrage.

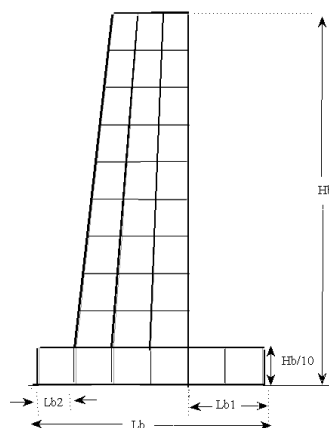


FIG. 4.1: Structure modélisée : mur de soutènement

– Présentation du modèle :

Dans ce qui suit, on s'intéresse à la modélisation d'un mur de soutènement en béton armé. Le sol de fondation est considéré comme homogène, isotrope et reposant sur un substratum infiniment rigide. Les propriétés géométriques et matérielles de cette structure sont résumées dans le tableau suivant :

TAB. 4.1: Propriétés matérielles et géométrique du mur de soutènement

Propriétés matérielles et géométrique			Dimension(m)			
$E_b(pa)$	ν_b	$\rho_b(Kg/m^3)$	Lb	$Lb1$	$Lb2$	Hb
$34.50 \cdot 10^9$	0.25	2500	3	1	0.5	5

TAB. 4.2: Propriétés matérielles et géométrique du sol.

Propriétés matérielles et géométrique			Dimension (m)	
$E_s(pa)$	ν_s	$\rho_s(Kg/m^3)$	Ls	Hs
$30 \cdot 10^9$	0.25	1800	50	100

La forme géométrique, ainsi que le type de maillage utilisés sont montrés sur les figures (4.1 et 4.2)

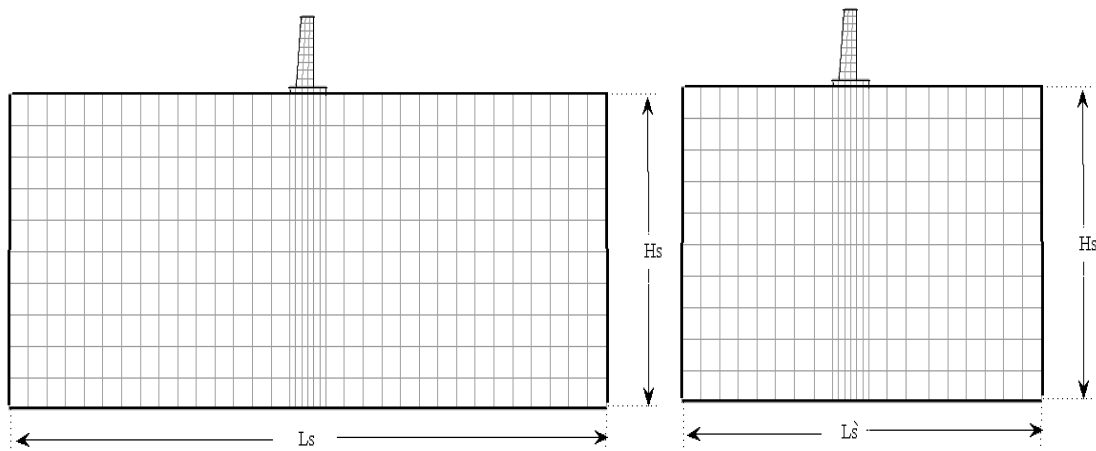


FIG. 4.2: Troncature de maillage et Propriétés du sol

Evaluation du chargement à la base : processus de déconvolution

La figure 4.3 montre l'accélérogramme utilisé : séisme de Loma Prieta à la station San Francisco. Cet enregistrement a été repris de Wilson après l'avoir corrigé de sorte à annuler toute accélération, vitesse et déplacement non significatifs en début et en fin des 10 secondes.

Pour obtenir le mouvement à la base, dans ce sol monocouche, on peut procéder :

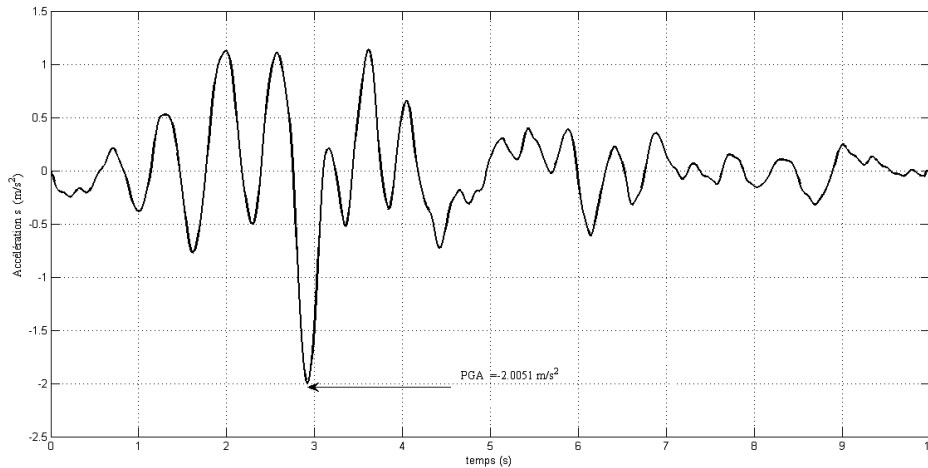


FIG. 4.3: Accélérogramme utilisé enregistré en champ libre (*Loma Prieta*)

- soit par l'utilisation de l'équation (1.78) puisque cette dernière ne dépend que des caractéristiques du sol et du chargement appliqué ;
- soit par l'application de l'accélérogramme de surface à la base ensuite après l'étude dynamique, soit par la solution pas à pas ou par la méthode de superposition modale de l'équation de la dynamique pour la colonne de sol on évalue l'accélérogramme amplifié par la couche. Le rapport des transformées de Fourier des deux accélérogrammes donne la fonction de transfert entre la base du maillage et la surface du sol. Ensuite en divisant par cette fonction la transformée de l'accélérogramme enregistré, on obtient l'accélérogramme au rocher. La transformée inverse donne alors l'accélérogramme recherché en profondeur.

Dans le cadre de notre travail, nous avons utilisé les deux procédés. Ainsi, dans le cas où la couche de sol surélève un sol infiniment rigide, et dont l'excitation est vertical, la fonction de transfert de l'équation (1.78) se réduit à :

$$F_w = \frac{1}{\cos\left(\frac{w}{c_s} H\right)} \quad (4.1)$$

Avec $c_s = 2582\text{m/s}$.

Cette dernière est comparée à la fonction de transfert calculée par le modèle d'éléments finis de la couche de sol. La figure suivante donne leurs allures en fonction de la fréquence.

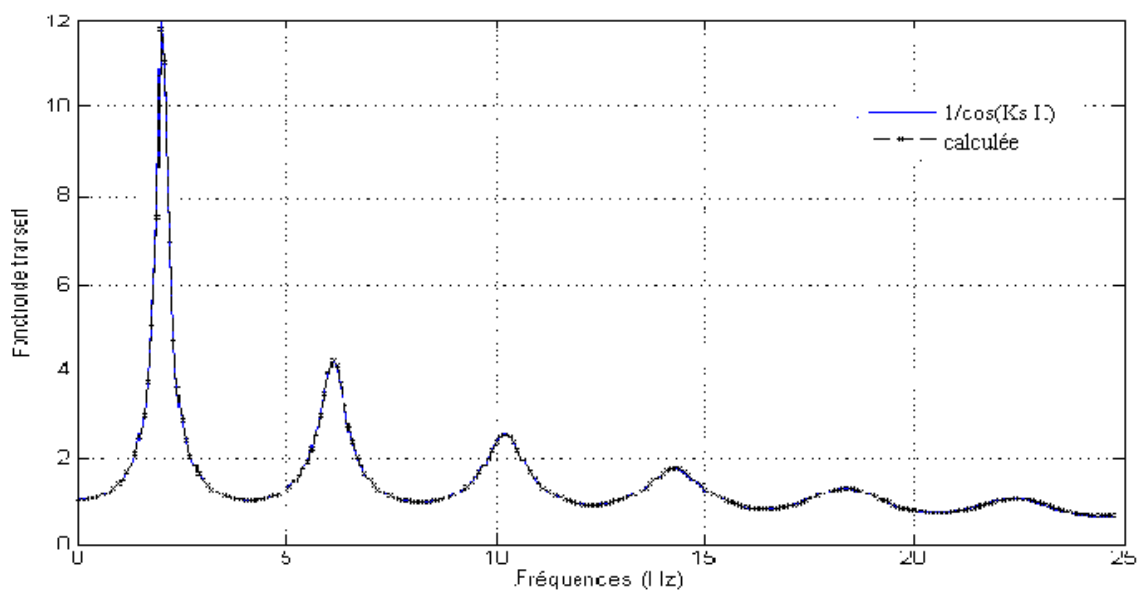


FIG. 4.4: Fonction de transfert du sol monocouche

Les deux tracés sont presque identiques. Ils montrent également les fréquences des vibrations libres de la couche de sol qui correspondent aux pics de la fonction. Ces dernières correspondent bien aux fréquences données par l'équation (1.78) qui sont consignées dans le tableau suivant :

TAB. 4.3: Fréquences propres de la couche du sol

Les fréquences (Hz)					
n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6
2.0412	6.1237	10.2062	14.2887	18.3712	22.4537

De même, les périodes propres du sol obtenues par le modèle en élément finis sont les mêmes que celles calculées par la formule théorique (équation 1.3.3) :

TAB. 4.4: Périodes propres de colonne de sol

Mode	1	2	3	4	5	6	7	8
Castem	0.4899	0.1633	0.09797	0.0699	0.0544	0.0445	0.03768	0.0326
Théorique	0.4899	0.1633	0.0980	0.0700	0.0544	0.0445	0.0377	0.0327
Matlab	0.4899	0.1633	0.0980	0.0700	0.0545	0.0446	0.0378	0.0327

Les figures (fig.4.5 et fig.4.6) montrent les accélérogrammes à la surface et en profondeur, ainsi que leurs spectres. La figure (4.5) représente l'accélérogramme en surface A_s , et l'accélérogramme en profondeur A_r calculée par la déconvolution.

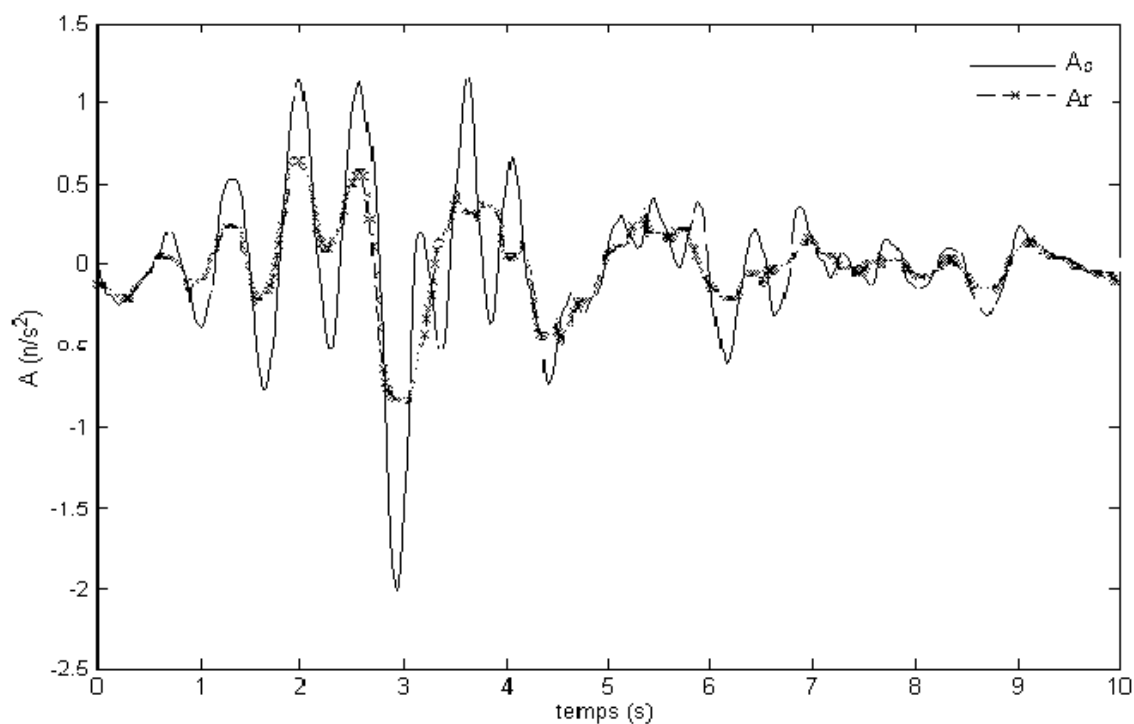


FIG. 4.5: Accélérogrammes enregistré (A_s) et calculé en profondeur à 100m (A_r)

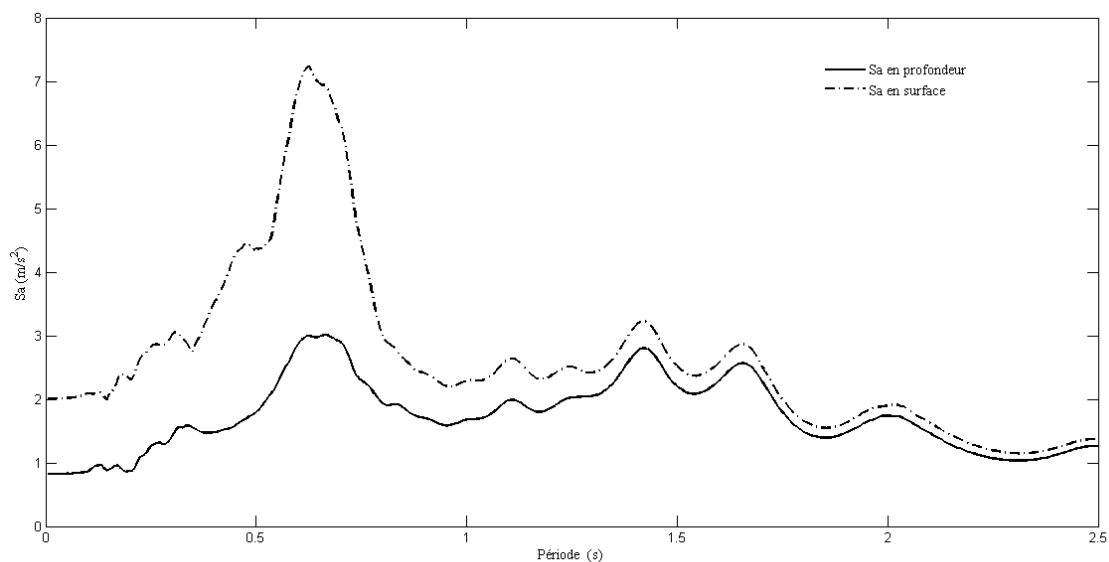


FIG. 4.6: Spectre d'accélération en surface et en profondeur

On constate, d'après les deux figures, que l'accélérogramme en surface est amplifié par la couche du sol, avec une amplitude de $PGA = 2.0051m/s^2$ en surface et $0.8218m/s^2$ en profondeur, soit une amplification de 2.44 fois.

Application des deux variantes : méthode globale (MG) et la méthode à mouvement uniforme ajouté (MMA) :

Les sollicitations considérées sont des accélérations sismiques, exercées directement à la base du sol pour la méthode globale. L'accélération à la base est obtenue par le processus de déconvolution. Tandis que pour la méthode du mouvement uniforme, les forces sismiques enregistrées à la surface du champ libre sont réparties uniquement sur la partie structure.

Les résultats des deux méthodes seront comparés afin d'examiner leur équivalence. L'évolution temporelle des réponses sont mesurées au sommet de la structure et sont données en termes de déplacements relatifs.

Comparaison du mouvement au sommet par la méthode de déplacement uniforme ajouté (MMA) et la méthode globale à déconvolution (MGD) :

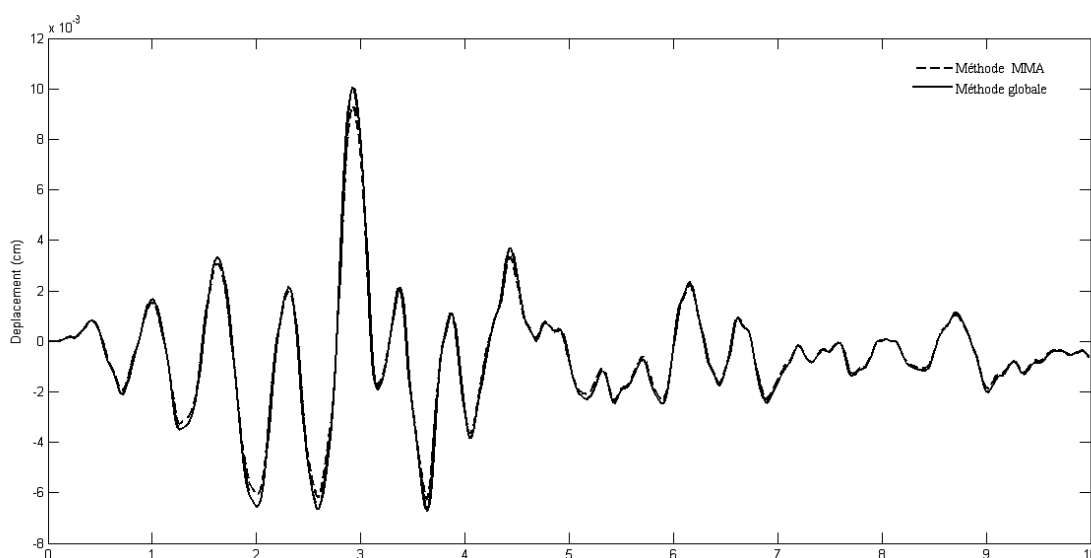


FIG. 4.7: Comparaison des déplacements en sommet par la méthode MMA et la méthode globale à déconvolution MGD

- Les mouvements dynamiques par la méthode du mouvement uniforme (MMA) et la méthode globale (MGD) à déconvolution donnent des résultats identiques. Ce qui rend ces deux méthodes applicables pour ce type de modèle sol-structure.
- La méthode du mouvement uniforme (MMA) permet d'appliquer, directement, l'accélérogramme de surface, sous forme de forces équivalentes, ce qui permet d'éviter le calcul préliminaire de déconvolution.

Etude de la convergence du maillage :

(a) Dimension du maillage

La taille des éléments $Q4$, modélisant le sol tronqué est fixée selon la condition (eq.3.36). La fréquence maximale du spectre de Fourier de l'accélérogramme est $f_{max} = 25Hz$, d'où une taille maximale de $10m$. Ainsi, le maillage considéré pour le sol est présenté par des éléments de taille de $2m$, tandis que la taille maximale du mur est de $9.30m$, mais le maillage considéré est plus raffiné, dont la taille de certains éléments est réduite jusqu'à $0.5m$ afin de mieux représenter les chargements et la continuité des efforts à l'interface sol-structure.

(b) Troncature de frontière latérale du sol de fondation

Dans cette partie, afin de voir l'influence de la limite de troncature, on va considérer différentes distances, en fonction de la hauteur de la structure : $L_s = 10H_b, 6H_b, 4H_b, 1H_b$.

Pour voir l'effet de cette troncature, les deux variantes d'analyse (MMA et MG) sont utilisées. Avec Castem, il est possible de spécifier la masse de la structure, ou du sol, mais pas à une partie spécifié. Ce qui implique pour schématiser le domaine réduit du sol de fondation, il faut la tronquer complètement du modèle.

La figure (fig.4.8) montre que l'effet du positionnement de la limite de troncature pour les distances $L_s = 10H_b, 6H_b, 4H_b$, n'a pas influencé les résultats, et la différence du mouvements dynamiques par la méthode du mouvement uniforme ainsi que pour la méthode globale à déconvolution est étroite pour toutes ces distances.

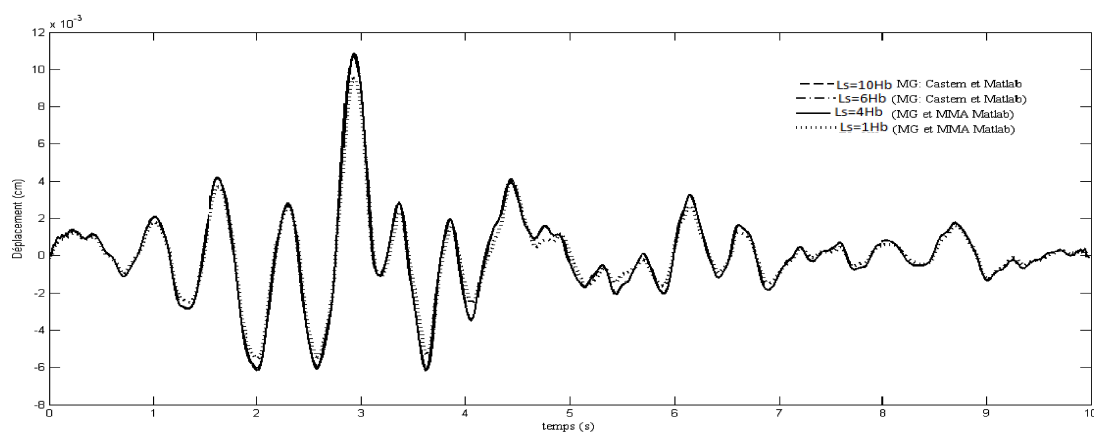


FIG. 4.8: Déplacement à la surface de la structure pour des limites de troncature différentes (ISS)

Cela s'explique que la limite à $4H_b$ est suffisante pour la dissipation d'énergie. L'effet de l'amortissement de radiation est négligeable, c'est pour cela, que pour un sol de dimension importante, l'énergie de dissipation de l'amortissement modal normal est significativement plus large que l'effet de la radiation de l'amortissement de passage de l'excitation sismique. Ce cas est démontré par de nombreux auteurs dans leurs travaux [16, 26, 67, 70] où une distance de $4H_b$ est souvent considérée comme suffisamment grande pour pouvoir négliger les effets de troncature géométrique.

On voit que pour une distance de $L_s = H_b$, la réponse en déplacement relatif diffère de celles des autres distances. Ce résultat est prévu du fait que cette distance est inférieure à 4 fois la hauteur du mur, néanmoins la divergence n'est pas trop importante, et cela s'explique par les caractéristiques mécaniques élevées du sol.

Effet de l'interaction sol-structure

Dans ce qui suit, on compare la réponse de la structure sans et avec la présence du sol.

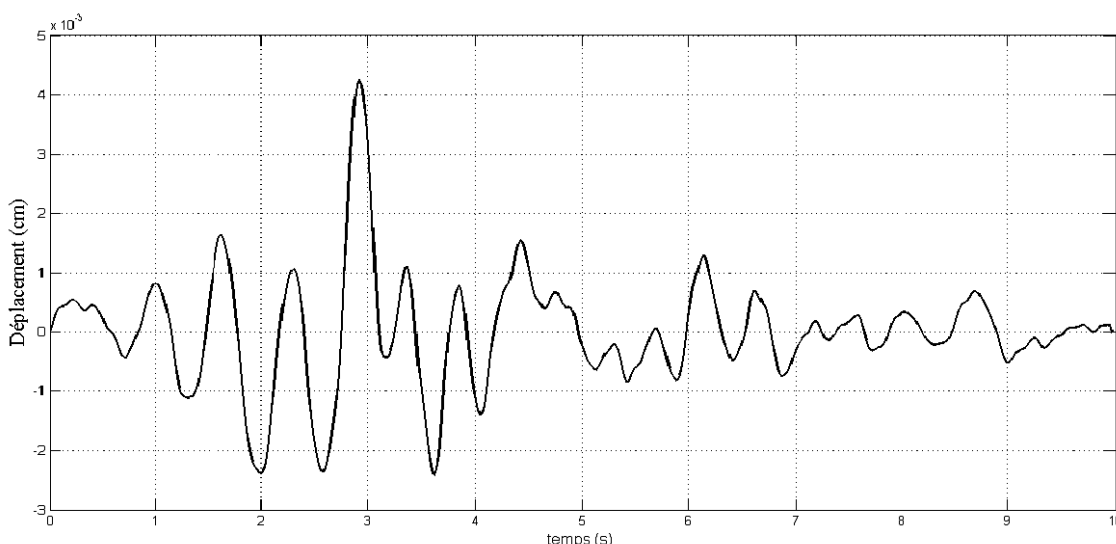


FIG. 4.9: Déplacement à la surface de la structure pour les différentes limites de troncature (sans ISS)

Les périodes de vibrations libres du mur avec ou sans la présence du sol sont données dans le tableau (4.5).

La réponse temporelle (déplacement) pour une structure encastree au sol, et pour la même structure posée sur un sol de fondation, par la méthode globale, est représentée dans la figure suivante :

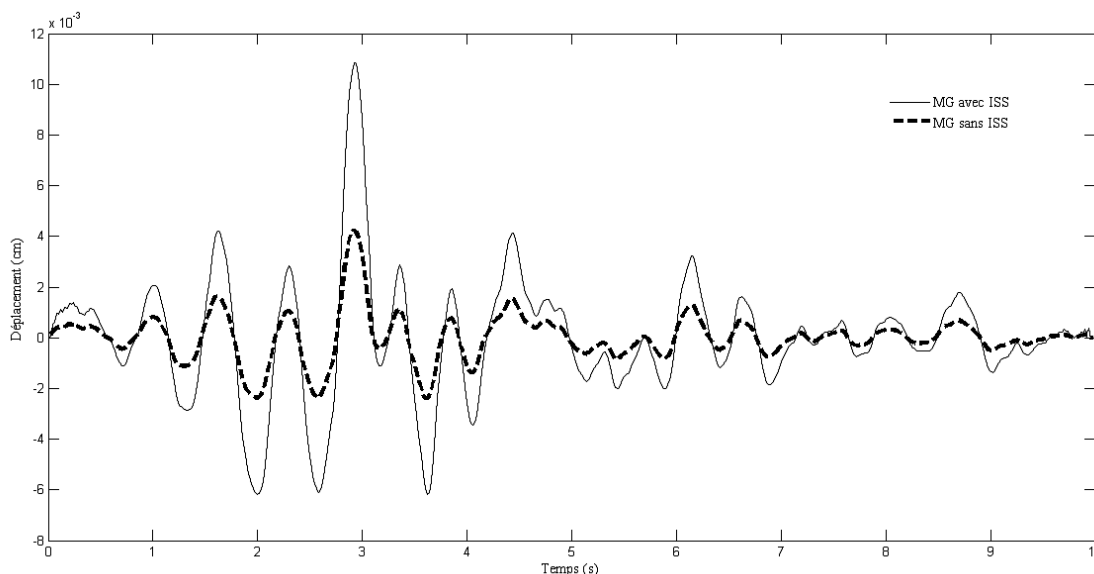


FIG. 4.10: Effet de l'interaction sol-structure

TAB. 4.5: Comparaison des périodes de vibrations libres (sec) du mur avec et sans ISS

	Périodes sans ISS(s)		Périodes avec ISS(s)	
	Matlab	Castem	Matlab	Castem
Mode1	0.0234	0.0234	0.4909	0.4909
Mode2	0.0056	0.0056	0.1637	0.1637

La réponse de la structure, sans interaction avec le sol, est indépendante des dimensions de ce dernier et l'amplitude est moins importante que dans le cas de l'interaction.

D'après la figure (Fig.4.10), on constate que :

- L'interaction sol-structure induit des augmentations dans les réponses temporelles des structures. Dans cet exemple, elle est amplifiée de plus de 2.5 la réponse sans interaction sol-structure, d'où le risque de l'effet $P - \Delta$;
- Les pics de la réponse de la structure avec interaction coïncident avec les pics de la réponse de la structure encastree à la base (même abscisses), ce qui valide le programme développé.

On constate également d'après le tableau (tab.4.5) que l'allongement de la période des structures est parmi les effets de l'interaction sol-structure, ce qui engendre des modifications des paramètres d'étude des structures.

Cet allongement des périodes de vibration, confirmé par certains auteurs [50, 64, 67, 70] : est dû à la contribution de la masse du sol. Ainsi, comme conséquence, l'interaction sol-structure engendre des amplifications dans la réponse, ce qui influe sur le dimensionnement et sur la sécurité.

Cas du sol rigide et structure flexible

Dans ce qui précède, on a utilisé des caractéristiques de structures plus rigides par rapport

au sol. Afin de voir l'effet de flexibilité de la structure sur le comportement globale du système, on considère maintenant, une structure plus flexible par rapport au sol, avec : $E_b = 30 \cdot 10^7 (Pa)$ et $\nu_b = 0.25$.

On aura la réponse suivante, qui est donnée en déplacement relatif au sommet du mur :

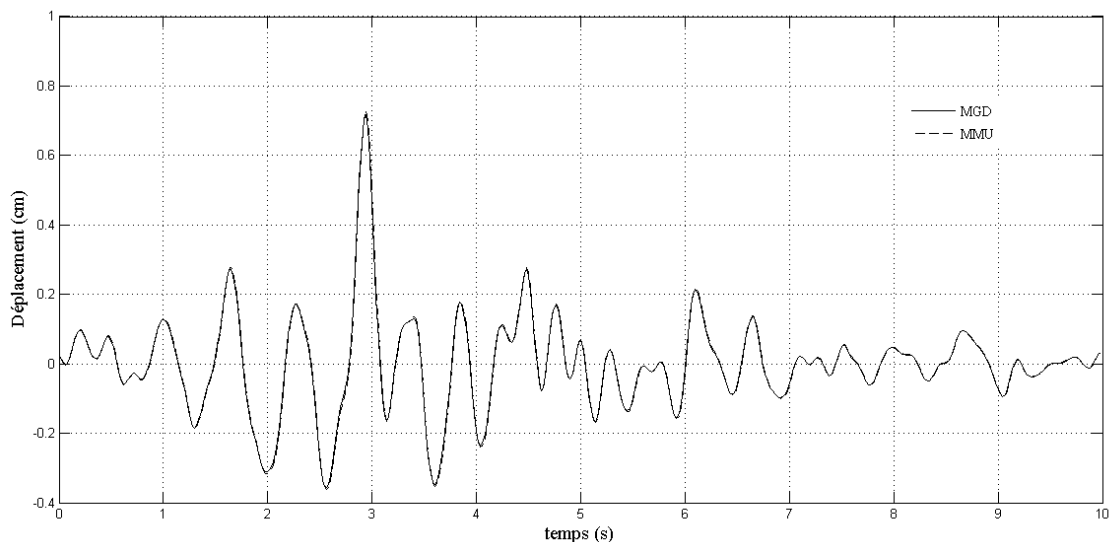


FIG. 4.11: Effet sismique sur structure flexible sur sol rigide par MMU et MGD

De même, que le cas précédent (sol flexible et structure rigide), les deux méthodes restent applicables.

La figure suivante représente le déplacement relatif, calculé avec le code Castem et du programme développé, au sommet du mur :

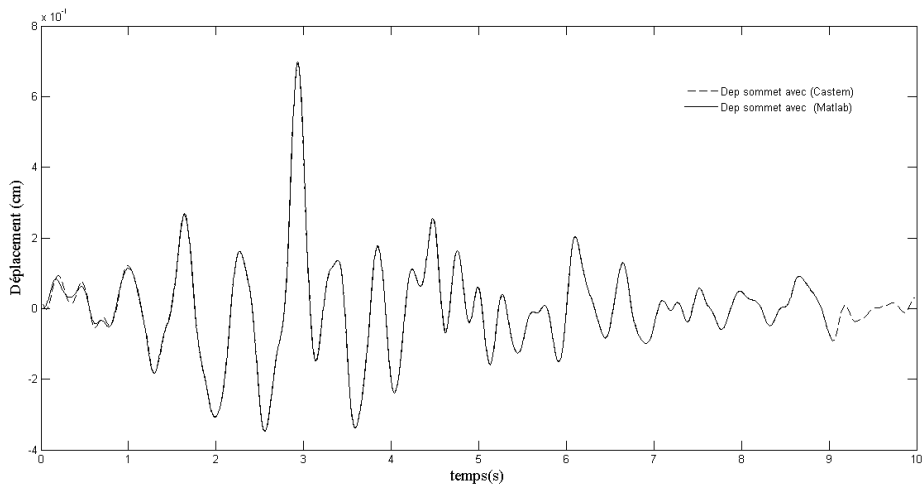


FIG. 4.12: Effet sismique sur structure flexible sur sol rigide par MMU et MGD

D'après les figures (4.11 ,4.12 et 4.9), on voit que les déplacements relatifs entre la crête du mur et sa base sont influencés par la flexibilité du sol. La réponse de la structure sur sol flexible est plus importante par rapport à une structure posée sur sol rigide.

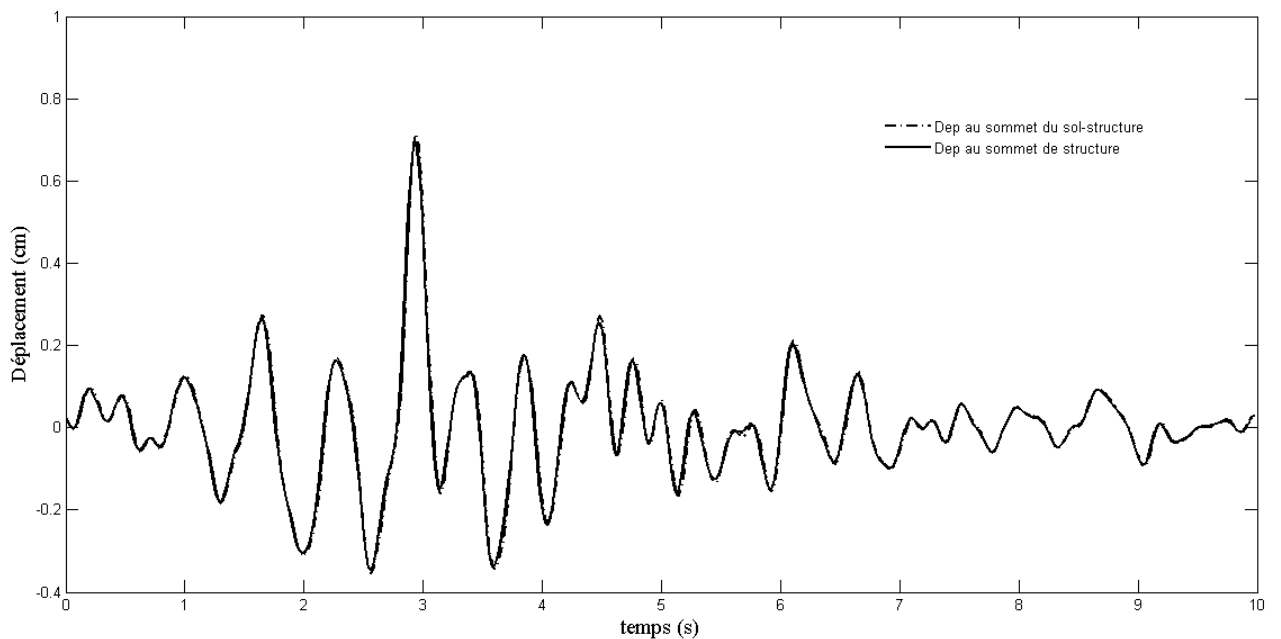


FIG. 4.13: Réponse de la structure sans ou avec la présence du sol

Avec les figures (fig.4.12 et fig.4.13), on constate que l'effet d'interaction sol-structure, pour la réponse dynamique, n'est pas observé dans le cas du sol rigide avec une structure

flexible. Donc, c'est dans les structures massives que l'effet de l'interaction inertiel est présent.

Effet du contenu fréquentiel de l'excitation

Dans ce qui suit, on s'intéresse à l'influence de l'excitation sur la réponse du système sol-structure, ainsi, en plus de l'excitation de *LomaPrieta*, un autre accélérogramme est utilisé : enregistrement de la station de Dar el-Beida avec l'orientation Nord-Sud (*NS*) lors du séisme de Boumerdes du 21mai2003. Cet accélérogramme A_s est présenté dans la figure 4.14, avec l'accélérogramme calculé à une profondeur de 100m A_r , obtenu par le processus de déconvolution, pour le même sol étudié précédemment.

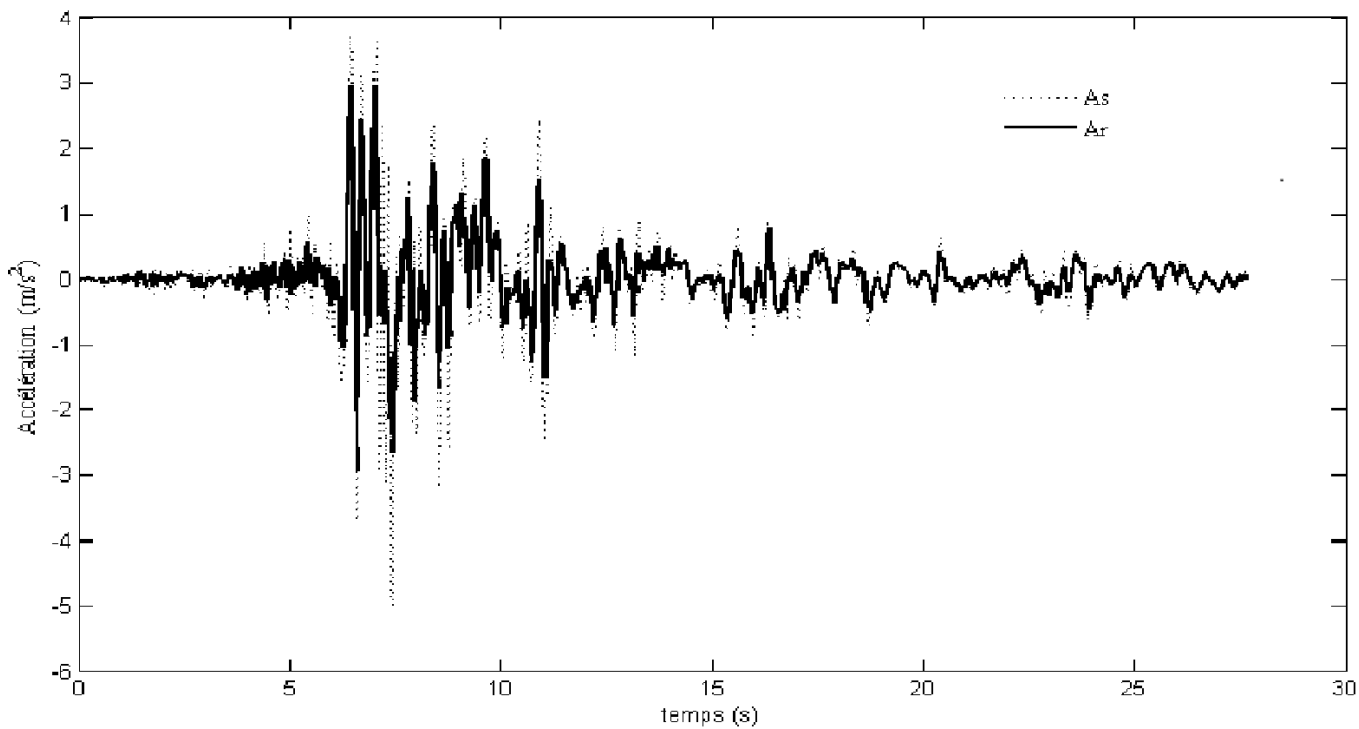


FIG. 4.14: Accélérogramme *Dar – elBeida_{NS}* à la surface et à la profondeur du sol

La fonction du transfert pour ce sol excité par cet accélérogramme est donnée dans la figure 4.15 : La figure (4.15) montre que la fonction de transfert dépend du contenu fré-

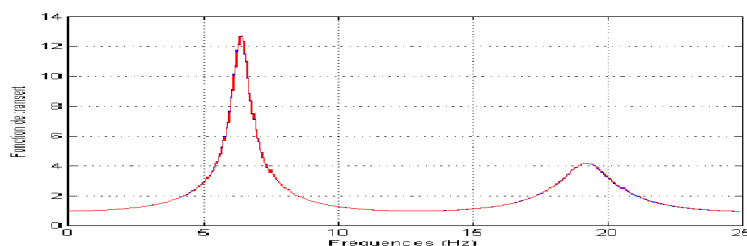


FIG. 4.15: Fonction du transfert du sol excité par l'accélérogramme *Dar – elBeida_{NS}* quantiel de l'excitation appliqué à la couche du sol.

Le sol a amplifié l'excitation de la base avec un coefficient de 1.5, alors que pour l'excitation précédente, l'amplification a été de 2.4.

La réponse en déplacement relatif de la structure, pour les deux excitations en surface est donnée dans la figure suivante :

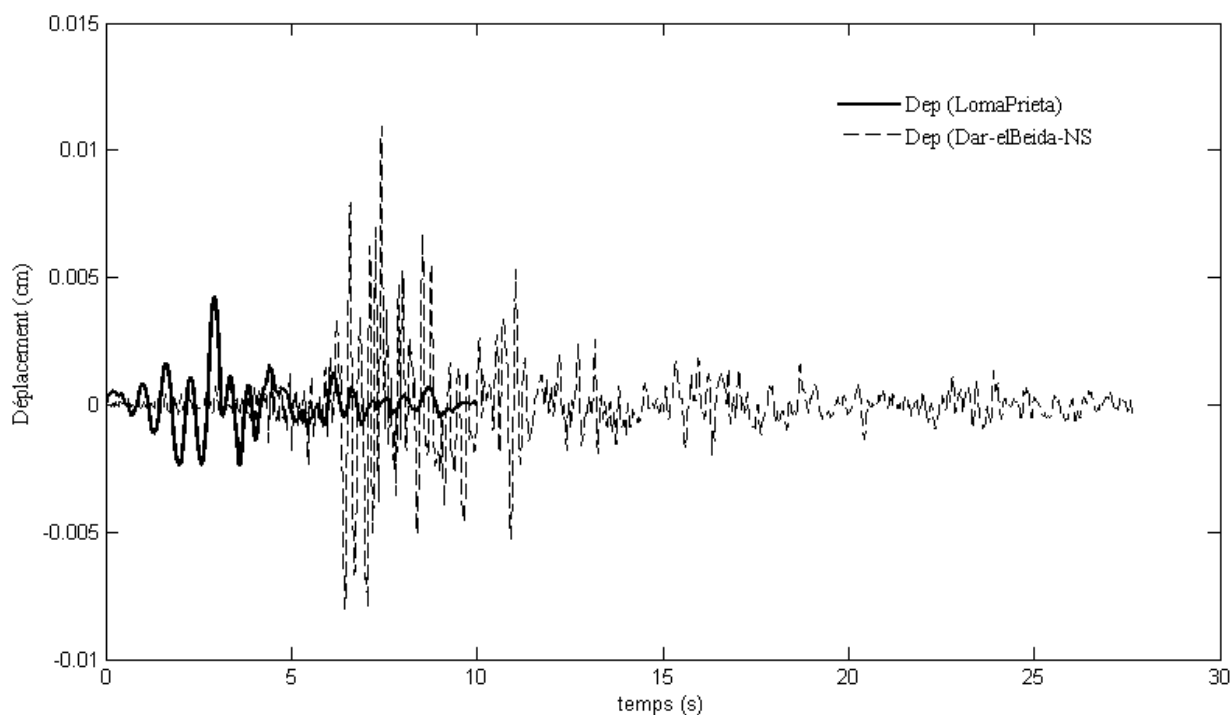


FIG. 4.16: Réponse en déplacement au sommet du mur aux accélérogrammes utilisés

D'après cette figure, on voit que la réponse de la structure uniquement est différente pour les deux excitations, elle dépend de la durée, de l'amplitude et de l'intensité de ces dernières. Pour le cas du système sol-structure, les excitations appliquées sont les accélérogrammes déconvolués pour la méthode globale à déconvolution. La réponse au sommet est donnée dans les figures suivantes :

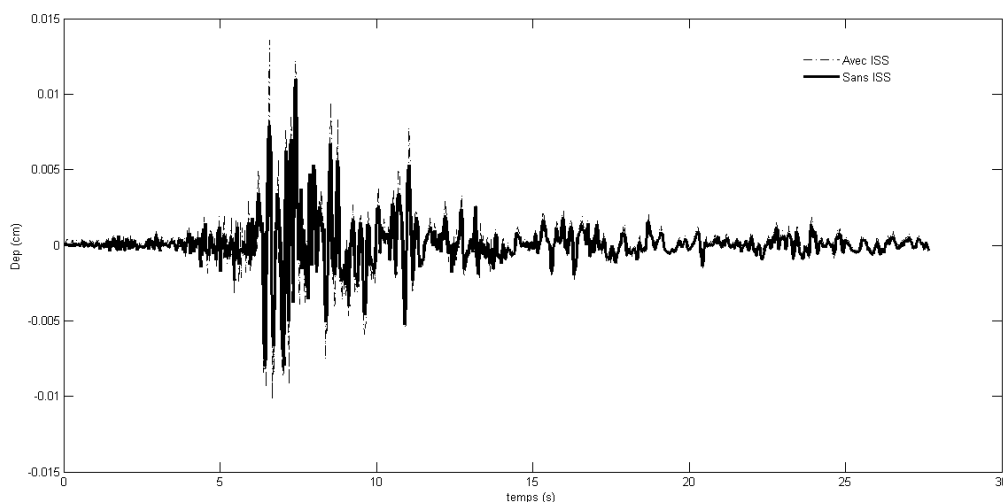


FIG. 4.17: Réponse en déplacement au sommet du mur(Avec et sans ISS)(Dar - elBeidaNS)

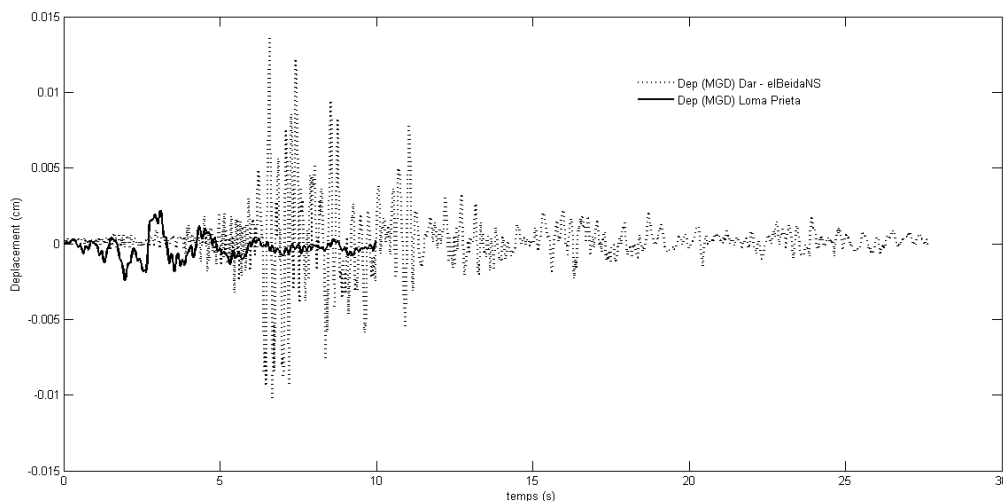


FIG. 4.18: Réponse en déplacement au sommet du système sol-structure par MGD

D'après ces figures, on constate que la réponse avec interaction sol-structure est amplifiée

pour les deux excitations, et que cette réponse dépend également de la durée de l'amplitude et du contenu fréquentiel de l'excitation.

– **Influence des caractéristiques géométrique du mur :**

Dans ce qui suit, on s'intéresse à la variation de la hauteur du mur, afin de voir l'effet de ce dernier sur la réponse dynamique.

Des hauteurs de $H = 5; 6; \text{et } 7m$ ont été considérées. Avec l'analyse des vibrations libres, les périodes pour les différentes hauteurs sont résumées dans le tableau 4.6.

TAB. 4.6: Périodes propres du mur avec différentes hauteurs

Les périodes(s)						
H	MATLAB			CASTEM		
	$5m$	$6m$	$7m$	$5m$	$6m$	$7m$
$Mode1$	0.0234	0.0326	0.0432	0.02337	0.033	0.0451
$Mode2$	0.0056	0.0074	0.0094	0.0055	0.0075	0.00972
$Mode3$	0.0047	0.0056	0.0065	0.00466	0.0056	0.00658
$Mode4$	0.0027	0.0034	0.0042	0.0026	0.0034	0.00429
$Mode5$	0.0017	0.0022	0.0026	0.0017	0.0021	0.00264

D'après ce tableau, les résultats montrent que :

- les périodes propres calculées par le programme développé, sont très proches de celles calculées par le code CASTEM ;
- les périodes propres augmentent avec l'augmentation de la hauteur du mur.

Dans la figure 4.19, on présente, pour les hauteurs $Hb = 7m$ et $Hb = 5m$, les déplacements au sommet du mur, sans interaction avec le sol, sous l'action du l'accélérogramme de ($Dar - elBeida_{NS}$).

D'après cette figure, On constate que la réponse pour la hauteur $Hb = 7m$ est plus importante par rapport à la réponse pour $Hb = 5m$.

Pour les mêmes hauteurs du mur, dans le cas d'interaction du mur avec le sol, la réponse en déplacement, par la méthode du mouvement uniforme, est présentée dans la figure 4.20.

D'après les deux figures (4.19 et 4.20), on constate que non seulement les réponses dynamiques ont été amplifiées par l'interaction du mur avec le sol, mais ces réponses ont été influencé par la hauteur du mur, pour les différents chargements. La réponse a été amplifiée par l'augmentation de la hauteur.

– **Comparaison des contraintes**

L'évaluation des contraintes est une étape importante, dans l'analyse des structure en génie civil, ainsi les réponses dynamiques en contraintes sont données dans les figures (4.21 et 4.22).

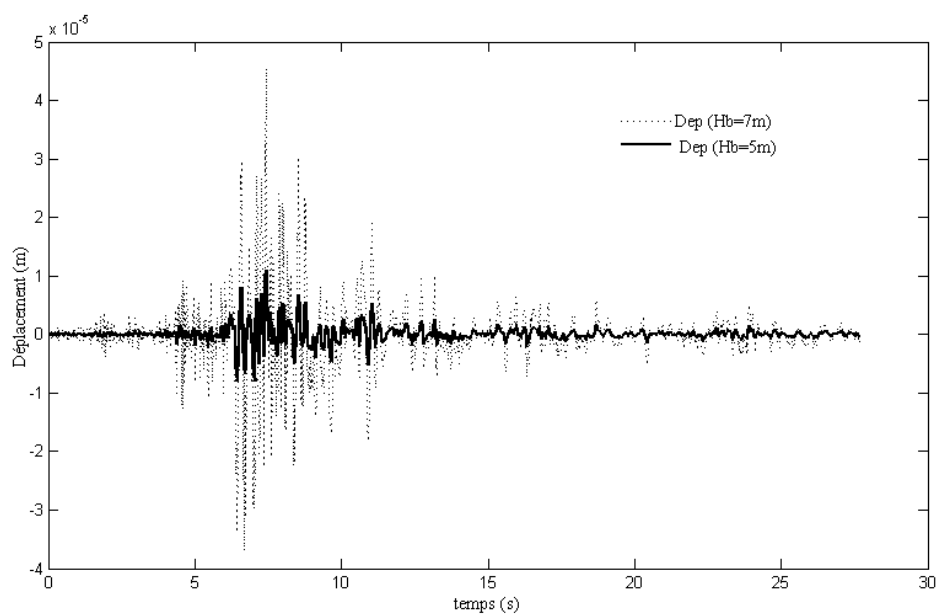


FIG. 4.19: Réponse en déplacement au sommet du mur pour différentes hauteurs

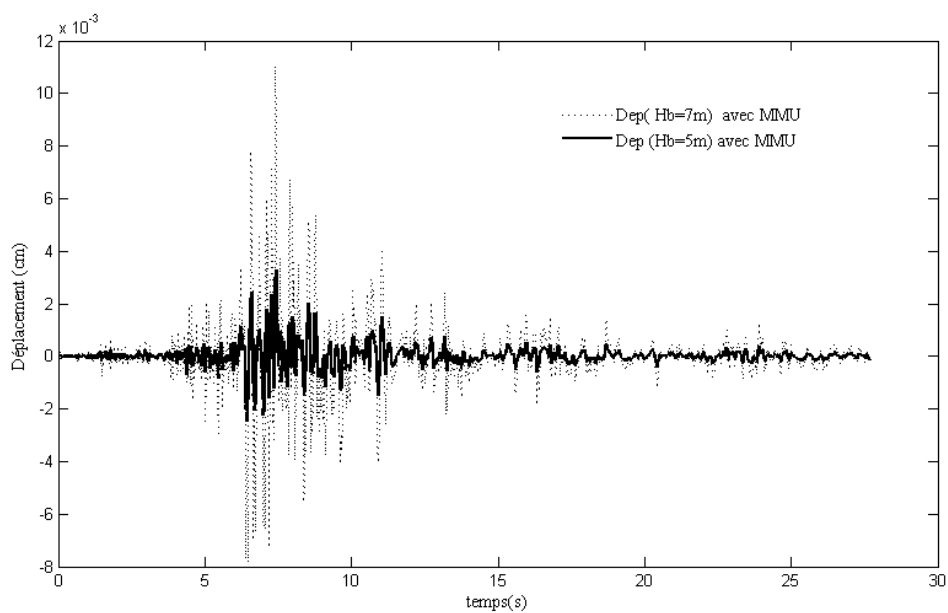


FIG. 4.20: Réponse en déplacement au sommet du système *sol – structure* par MMU pour différentes hauteurs

La figure (4.21) présente la variation des contraintes maximales, en fonction du temps, alors que la figure (4.22) présente la variation des contraintes minimales. D’après les deux

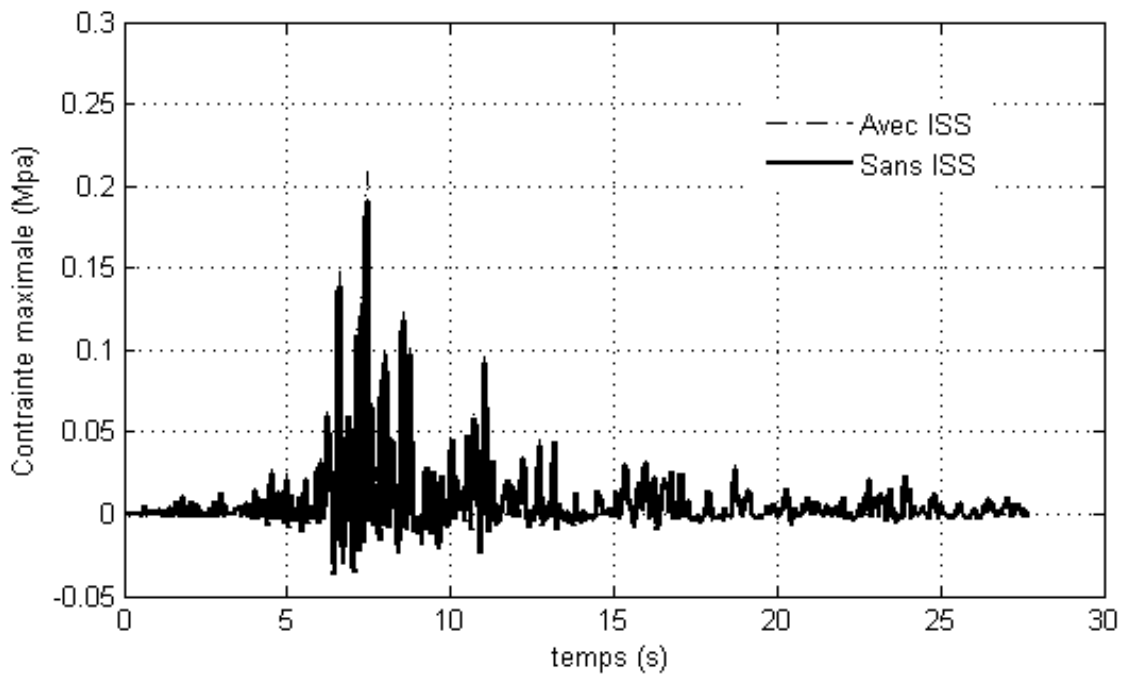


FIG. 4.21: Variations de la contrainte maximale

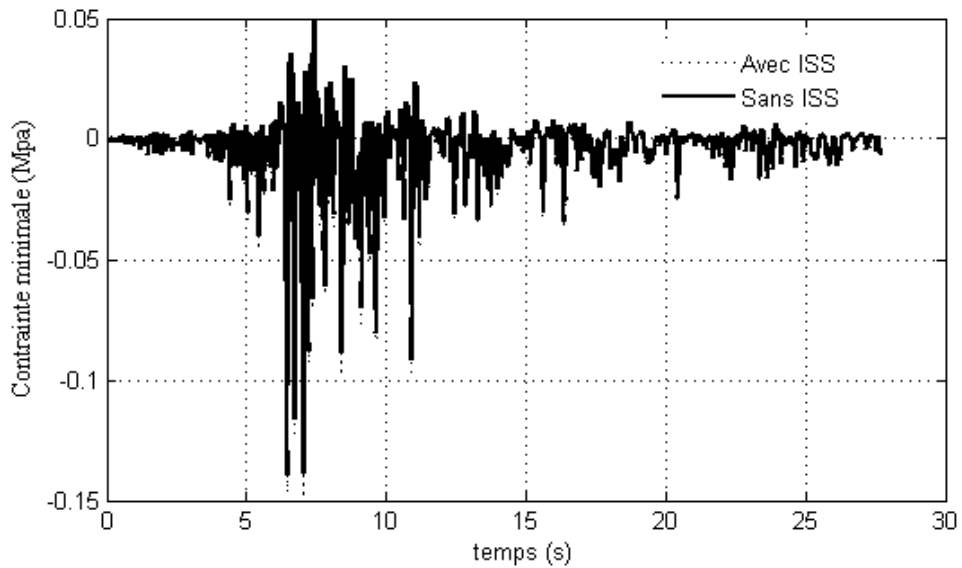


FIG. 4.22: Variations de la contrainte minimale

figures, on constate que les contraintes sont amplifiées par l'interaction du mur avec le sol. La valeur de la contrainte de traction maximale passe de 0.1905 MPa à 0.2088 MPa, et celle de la contrainte de compression augmente de 0.1394 MPa à 0.1491 MPa.

Ainsi, on peut conclure que la contrainte de traction peut être très élevée, voire excédée la contrainte admissible du béton en traction notamment si l'on ajoute les contraintes

statiques dues au poids propre et aux poussées actives du sol, ainsi que les forces hydrauliques, si une nappe phréatique existe.

4.3 Application 2

Modélisation d'un mur de soutènement sur sol multicouche

Dans ce qui suit, on va considérer un sol de fondation composé de trois couches de sols différentes, dont les caractéristiques géométriques physiques et mécaniques sont données dans le tableau (tab.4.7). Dans le cas de ce sol multicouche, la fonction de transfert est différente de celle d'un monocouche. Ainsi, pour déterminer l'excitation à la base du sol, le code "Edushake", ainsi que le programme développé par " Benmammar et Seghir " [6] ont été utilisés.

TAB. 4.7: Propriétés matérielles et géométrique du sol.

Propriétés matérielles et géométrique		
<i>sol en surface (Grès)</i>	Hauteur $H_3(m)$	20
	Module de Young $E_s(pa)$	$25 \cdot 10^9$
	Coefficient de Poisson ν_s	0.25
	Masse volumique $\rho_s(Kg/m^3)$	1800
<i>sol en milieu (Schiste)</i>	Hauteur $H_2(m)$	25
	Module de Young $E_s(pa)$	$28 \cdot 10^9$
	Coefficient de Poisson ν_s	0.25
	Masse volumique $\rho_s(Kg/m^3)$	1850
<i>sol profond (Granite)</i>	Hauteur $H_1(m)$	60
	Module de Young $E_s(pa)$	$30 \cdot 10^9$
	Coefficient de Poisson ν_s	0.25
	Masse volumique $\rho_s(Kg/m^3)$	1900

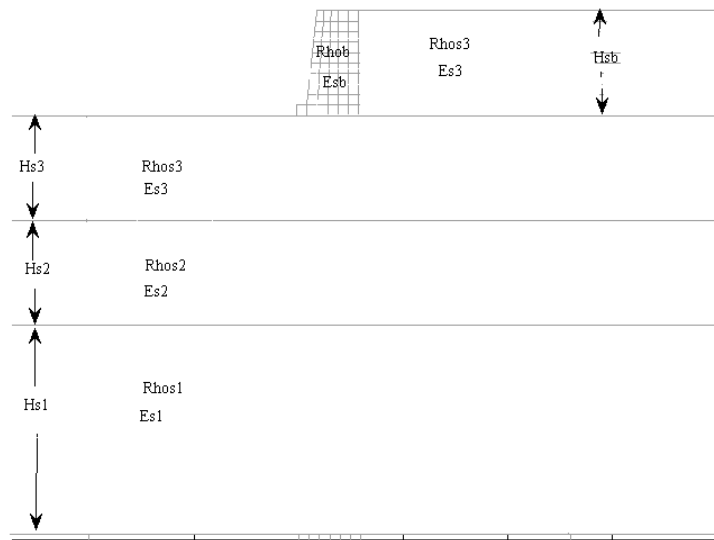


FIG. 4.23: Caractéristique du système sol-structure

Pour comparer entre la méthode globale à déconvolution et la méthode à mouvement uniforme, dans le cas d'un sol multicouche, on va considérer en premier lieu que le sol de surface est plat. La taille maximale des éléments finis est donné par l'équation (3.36), pour chaque couche : $dh = 2.98m, 3.11m, 3.17m$, de la surface en profondeur respectivement. Alors, pour le système étudié, une taille de $dh = 1.5m$ a été adoptée pour le modèle de sol, et $dh = 0.5m$ pour certains éléments du mur, afin de bien présenter les réponses.

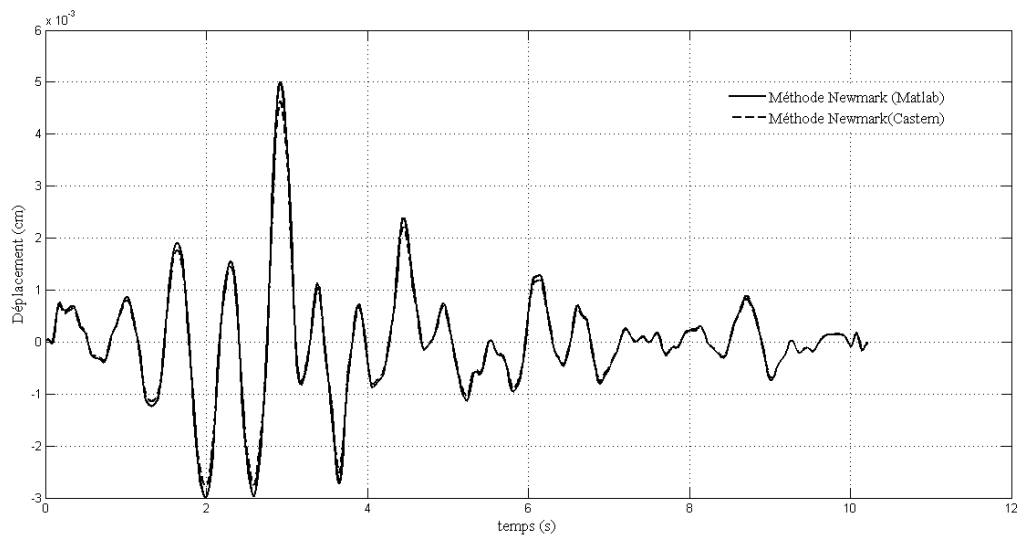


FIG. 4.24: Réponse au sommet de la structure sans ISS par la méthode pas à pas(Newmark)

La méthode pas à pas de Newmark appliquée avec Castem ou avec le programme développé donne la même réponse pour la structure.

La figure suivante montre l'effet de l'interaction sol structure dont le sol est multicouche.

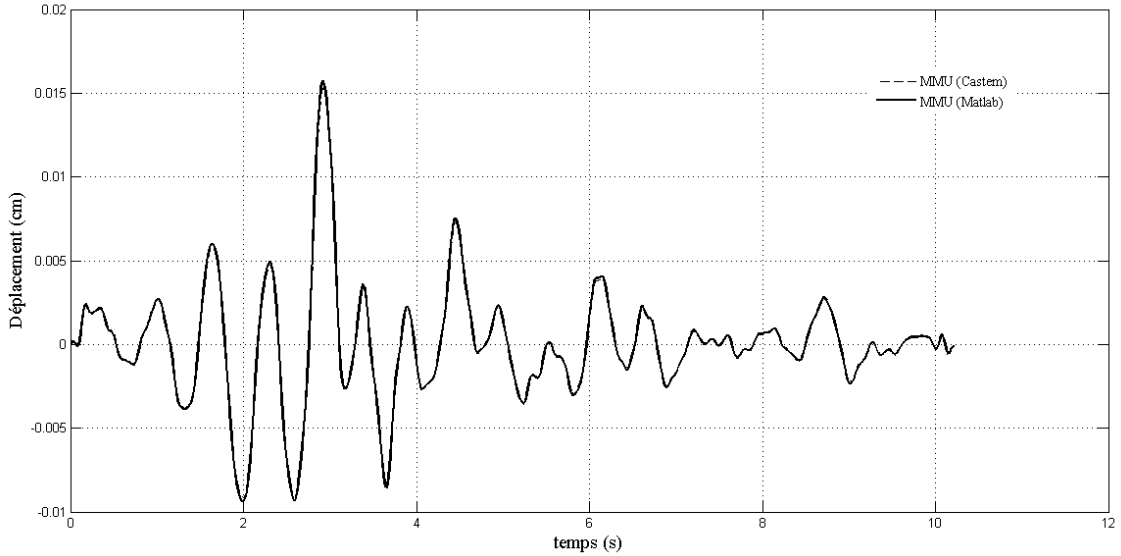


FIG. 4.25: Réponse au sommet de la structure avec ISS par la méthode MMU (Castem et Matlab)

Les deux réponses, données par le code CASTEM et le programme développé, sont les mêmes.

Effet de l'interaction sol-structure

Pour voir l'effet de l'interaction sol-structure dans le cas du sol multicouche, on compare, dans la figure suivante, la réponse au sommet du mur, avec et sans interaction.

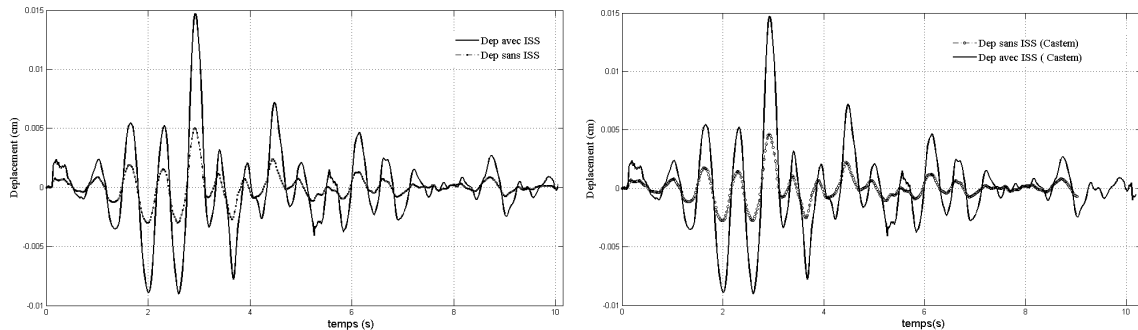


FIG. 4.26: Effet de l'ISS avec MGD (Castem et Matlab)

La figure (4.26) montre la différence des réponses, où une amplification est constatée dans le cas de l'interaction. Ces réponses sont comparées avec les résultats obtenus avec Castem.

Application des deux variantes

Dans ce qui suit, on applique les deux variantes pour le cas d'un sol multicouche, les résultats en déplacement au sommet de la structure sont donnés dans la figure suivante :

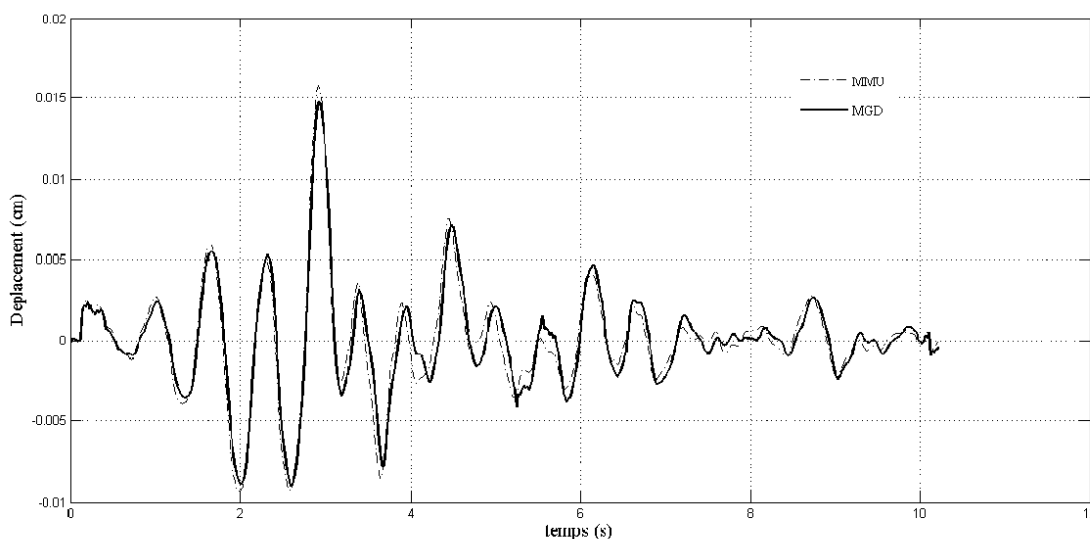


FIG. 4.27: Réponse en déplacement au sommet de la structure avec ISS par les méthodes MMU et MGD sous Matlab

La figure (4.27) montre que les deux variantes s'appliquent également au cas d'un sol multicouche plat.

Cas du sol de fondation non plat (Figure 4.23)

La figure suivante représente la réponse en déplacement du sommet du mur de soutènement dont la hauteur du sol en surface est la même que celle du sol dans le coté amont.

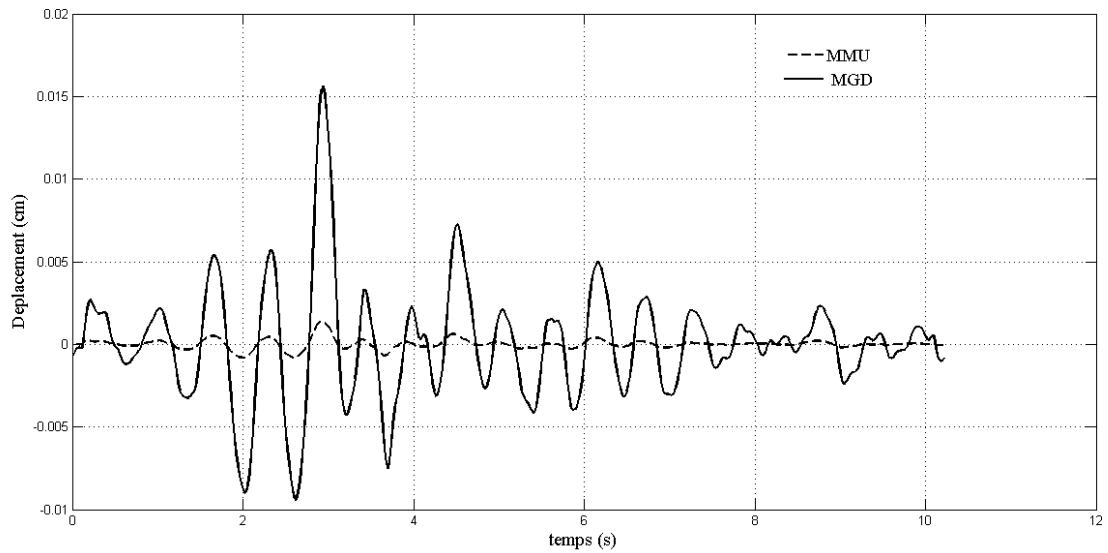


FIG. 4.28: Réponse en déplacement au sommet de la structure avec ISS par les méthodes MMU et MGD sous Matlab

D'après cette figure, on constate que la réponse au sommet du mur par la méthode globale à déconvolution diffère de la réponse de la méthode de mouvement uniforme, en ce même point.

Cela implique que, contrairement à la méthode globale à déconvolution (MGD), la méthode à mouvement uniforme n'inclue pas la forme du sol, cette variante, cesse d'être appliquée. Ainsi, on peut conclure, que dans l'analyse dynamique des systèmes sol-structure, dont le sol présente une allure topographique variable, c'est la méthode globale à déconvolution qui est préconisée par rapport à la méthode du mouvement uniforme.

4.4 Application 3

Modélisation d'une structure en portique avec interaction sismique

Cette dernière application est consacrée pour la présentation de quelques résultats obtenus pour le cas tridimensionnel et de voir l'effet de la présence ainsi que de la forme des fondations.

Dans cette partie, on considère une structure en portique de deux niveaux, représentée dans la figure (4.29), dont les caractéristiques sont données dans le tableau (4.9). La modélisation est réalisée en 3D, cette structure est modélisée dans le code Abaqus [1]. Les dimensions du sol sont limitées selon [26, 44, 67, 70], avec une largeur de 68m et une profondeur de 32m (tableau 4.8). Deux types de fondations sont pris en considération : fondation à *semelles isolées* et fondation à *semelles filantes*.

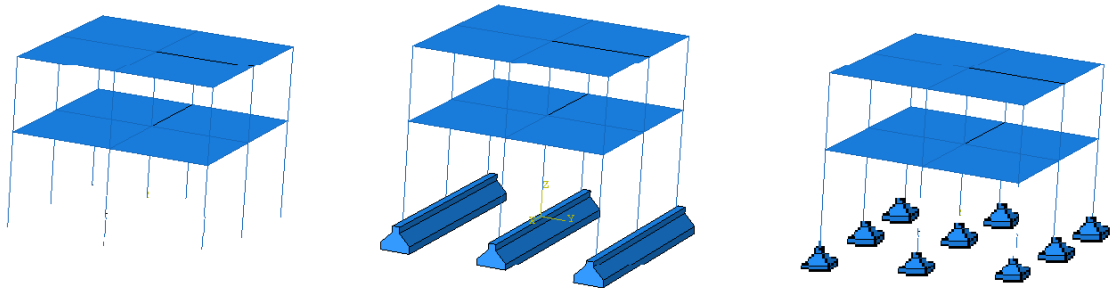


FIG. 4.29: Modélisations de la structure en portique avec ABAQUS

Les caractéristiques matérielle et géométrique constituant la structure en portique, sont données dans la figure (4.30) et dans le tableau 4.9 :

TAB. 4.8: Propriétés matérielle et géométrique du sol

Propriétés matérielles et géométrique		
<i>sol (Argile dure)</i>	Hauteur $H_s(m)$	32
	Largeur $L_s m$	68
	Module de Young $E_s(Mpa)$	2800
	Coefficient de Poisson ν_s	0.3
	Masse volumique $\rho_s(Kg/m^3)$	1600
	Coefficients de Reyleigh	$a = 3.2205$ et $b = 0.0005824$

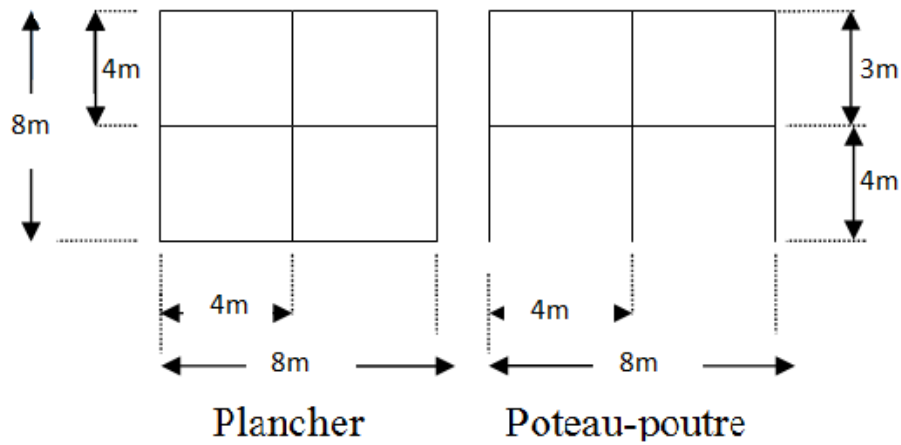


FIG. 4.30: Propriétés géométriques de la structure

TAB. 4.9: Propriétés matérielles et géométrique du de la structure

Propriétés matérielles et géométrique		
<i>Beton</i>		
	Module de Young $E_b(Mpa)$	34000
	Coefficient de Poisson ν_b	0.2
	Masse volumique $\rho_b(Kg/m^3)$	2500
	Coefficients de Reyleigh	$a = 0.946$ et $b = 0.0026$
<i>poteau (NiveauRDC) et (Niveau1)</i>	Section $b \times h(cm^2)$	30×30
<i>poutre (sens - x) et (sens - y)</i>	Section $b \times h(cm^2)$	30×35
<i>dalle</i>	Epaisseur (m)	0.3

Les deux types de fondations (*semelles isolées* et *semelles filantes*) sont donnés par la figure 4.31 :

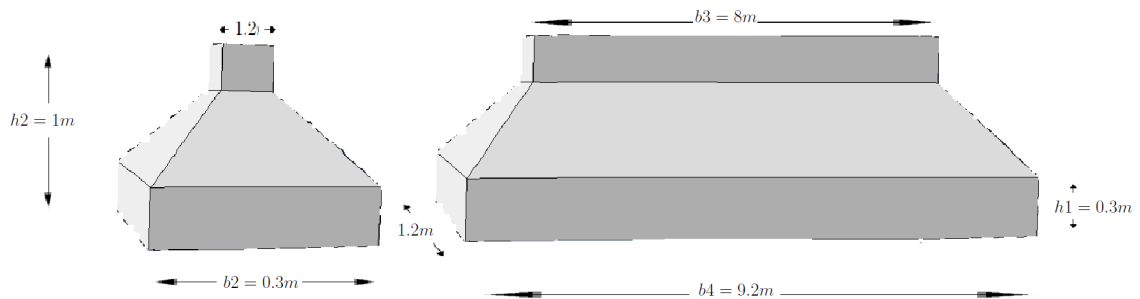


FIG. 4.31: Modélisation semelle isolée et semelle filante

Le maillage du système sol-structure est donné dans les figures (4.33, 4.32) :

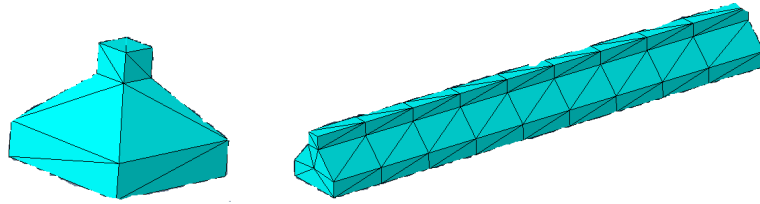


FIG. 4.32: Maillage de la semelle isolée et semelle filante

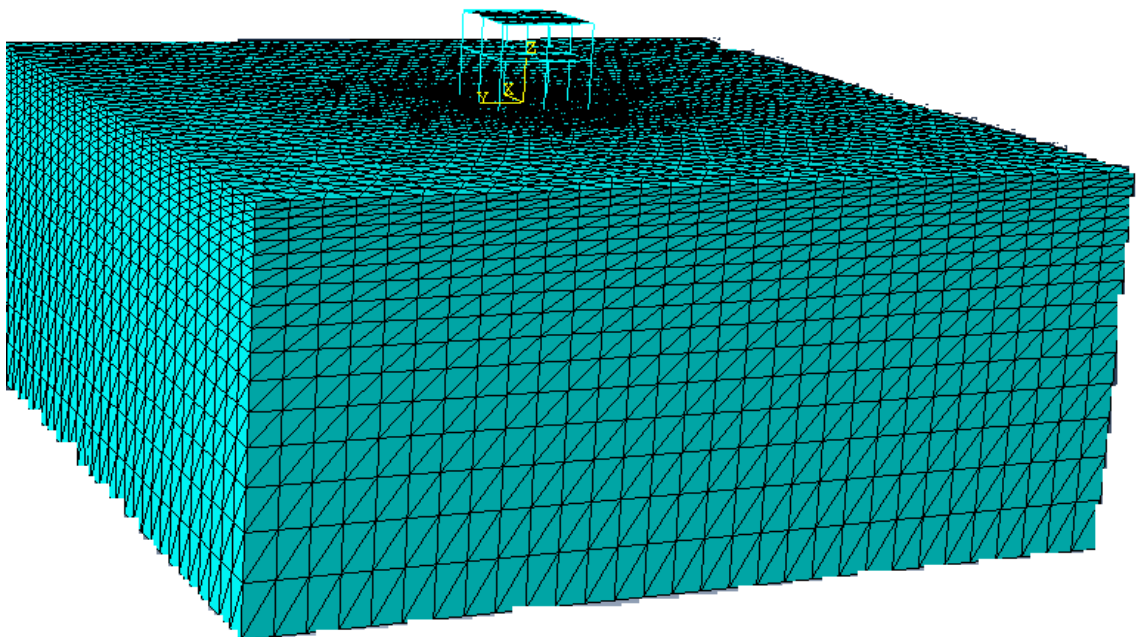


FIG. 4.33: Maillage du système sol-structure

Le sol est modélisé par les éléments tétraédriques, avec trois degrés de liberté par nœud. Les trois degrés de liberté représentent les champs des déplacements et rotations des points nodaux. Ce maillage est obtenu selon la condition de convergence (eq.3.36), dont la plus grande taille des éléments est inférieur à $\Delta h = 3.20m$. Les lignes verticales et horizontales ont été scindées respectivement en 17 et 30 divisions, où la taille de ces éléments a été imposée. Ainsi, le maillage est plus raffiné en voisinage de la structure.

– *Analyse des vibrations libres*

Avec l’analyse des vibrations libres du système portique avec planchée, et sol, on a obtenu les périodes représentées dans le tableau suivant :

TAB. 4.10: Périodes propres de la structure en portique

Les périodes(s)			
	sans ISS		avec ISS
Mode	SAP	ABAQUS	ABAQUS
Mode1	0.31953	0.3321	0.6210
Mode2	0.31953	0.3321	0.6210
Mode3	0.2524	0.2611	0.5037
Mode4	0.0909	0.0927	0.31456

Le tableau 4.10 montre les quatre premières périodes de vibration avec et sans la prise en compte des effets d'interaction sol-structure. Les résultats sont obtenus en utilisant les deux logiciels SAP2000 et ABAQUS. D'après ce tableau, on constate que les résultats obtenus avec ABAQUS sont proches de ceux donnés par SAP et que l'effet d'interaction de la structure avec le sol engendre une augmentation des périodes. Cet allongement est dû à la contribution de la masse de la partie du sol modélisé.

– *Analyse dynamique*

Pour réaliser l'analyse dynamique, les deux variantes *méthode globale à déconvolution* et *méthode du mouvement uniforme* sont considérées.

Après avoir effectué les différentes étapes de déconvolution, l'excitation obtenue A_r représentée dans la figure (4.35) est appliquée à la base du sol, pour la méthode globale, selon l'axe OX .

La fonction de transfert pour ce type de sol est représentée dans la figure suivante :

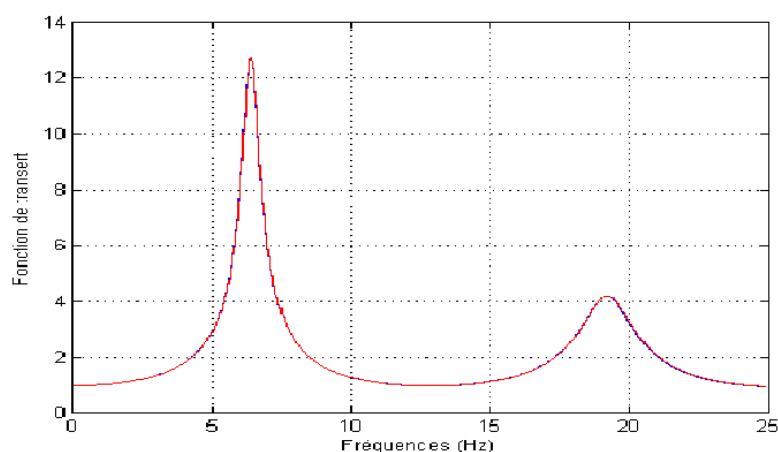


FIG. 4.34: Fonction de transfert du sol

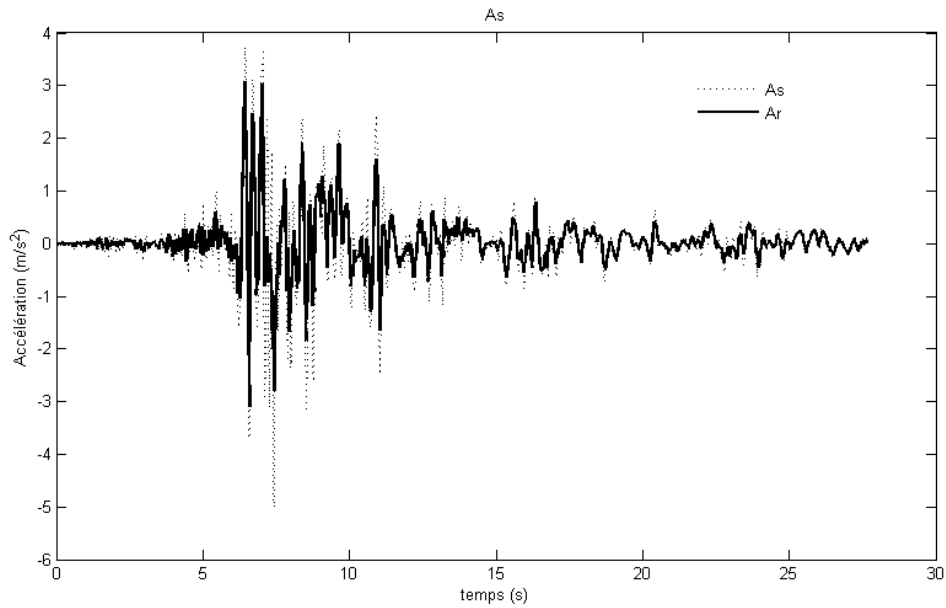


FIG. 4.35: Accélération en surface et à la base du sol

– *Effet de l'interaction sismique sol-structure*

Pour visualiser cet effet, plusieurs modèles sont considérés. Avec ces modèles, on montrera les effets de la présence et de la forme des fondations pour l'interaction structure-fondation-sol, ainsi que l'aspect tridimensionnel de l'interaction pour ce type de structure.

– *Effet de la présence de la fondation*

Deux structures sont considérées :

- La structure en portique sans la modélisation de fondation ;
- La structure en portique avec la modélisation de fondation : semelles isolées.

Les résultats en déplacement, au sommet du portique, dans le même sens de l'excitation, sont donnés dans la figure suivante, par le modèle ABAQUS :

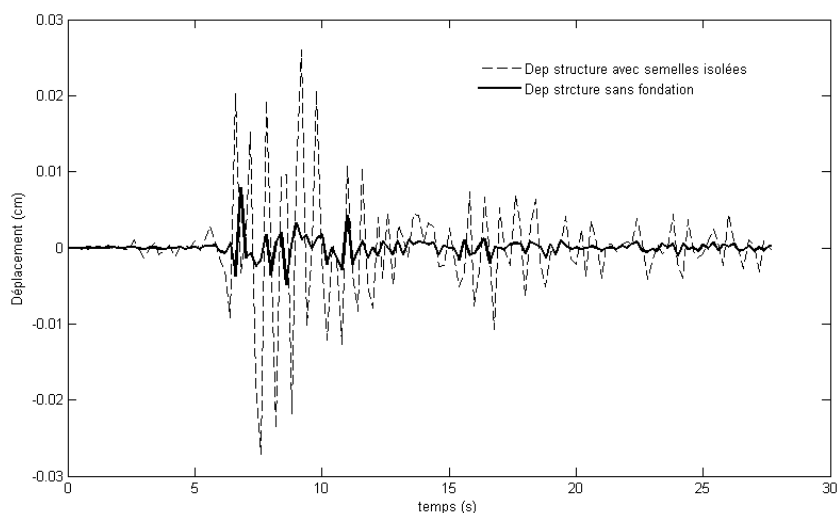


FIG. 4.36: Comparaison des déplacements pour la structure avec et sans fondations

D'après cette figure, la réponse de la structure sans fondation est différente par rapport au cas où cette dernière est présente. La réponse a été amplifiée, où le déplacement maximal est augmenté de 1.043cm à 2.717cm. On peut dire que la présence de la fondation influe sur la réponse des structures et elle peut engendrer des amplifications dans les réponses.

– *Influence de la forme de la fondation*

On considère la même structure, une fois avec semelles isolées et une autre fois avec semelles filantes, selon la figure (4.29).

Le résultat, pour l'analyse dynamique, est donné dans la figure suivante pour les deux structures, au même point du sommet :

Selon la direction de l'excitation (ox)

Selon la direction de (oy)

D'après les deux figures (4.37 et 4.38), on constate que la réponse selon la direction OX , pour les deux types de fondation est la même, alors que selon la direction OY , elle est différente. Cette différence revient aux différences d'inerties des fondations selon la direction OY , due à la différence de la forme géométrique selon cette direction. Donc, la forme de la fondation a un effet sur la réponse dynamique des ouvrages.

– *Effet de la présence du sol*

Pour chaque structure, avec un type de fondation différent, une analyse dynamique a été réalisée par les deux méthodes d'interactions. Ainsi, dans ce qui suit, on présente une comparaison des déplacements dans la direction OX avec interaction par la méthode

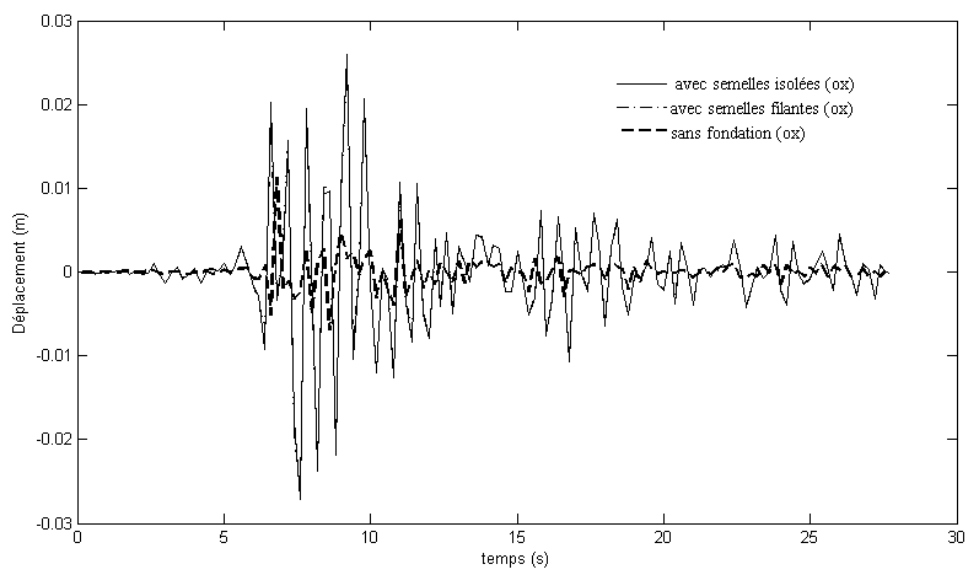


FIG. 4.37: Comparaison des déplacements pour la structure avec semelles isolées et semelles filantes dans la direction ox

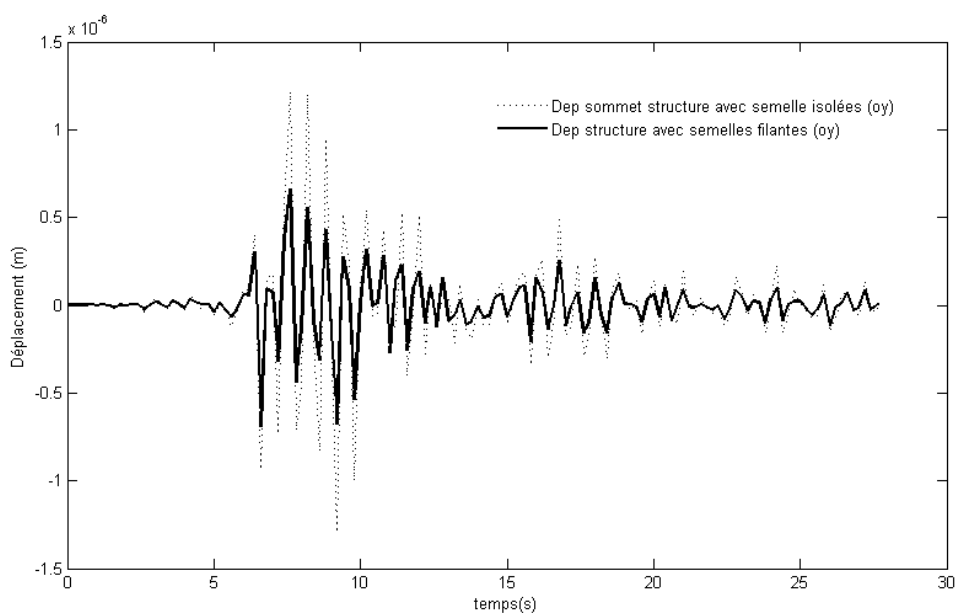


FIG. 4.38: Comparaison des déplacements pour la structure avec semelles isolées et semelles filantes dans la direction oy

globale à déconvolution et par la méthode du mouvement uniforme.
Les résultats en mouvement sont donnés dans les figures suivantes :

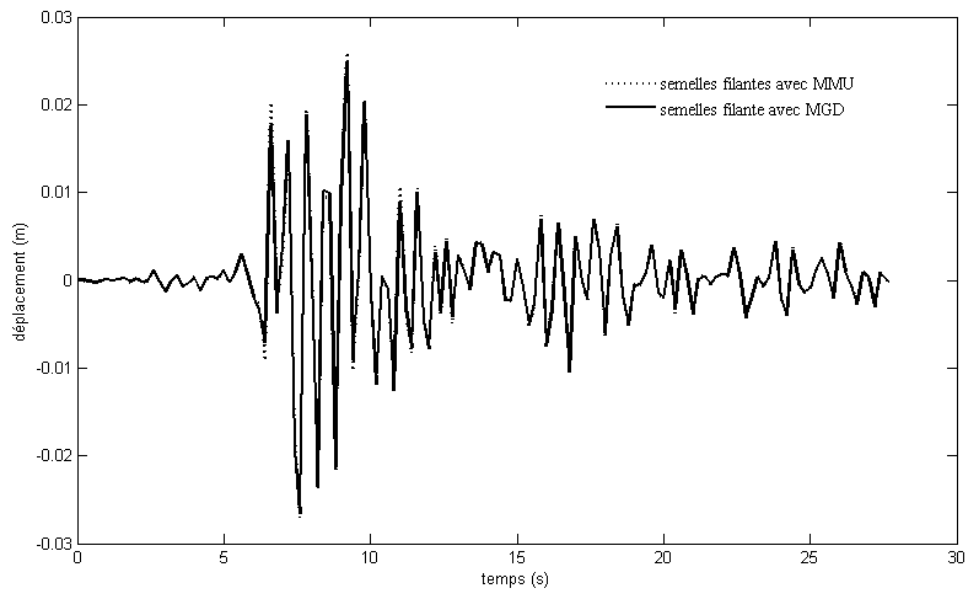


FIG. 4.39: Comparaison des déplacements avec MMU et MGD pour structure avec semelles filantes

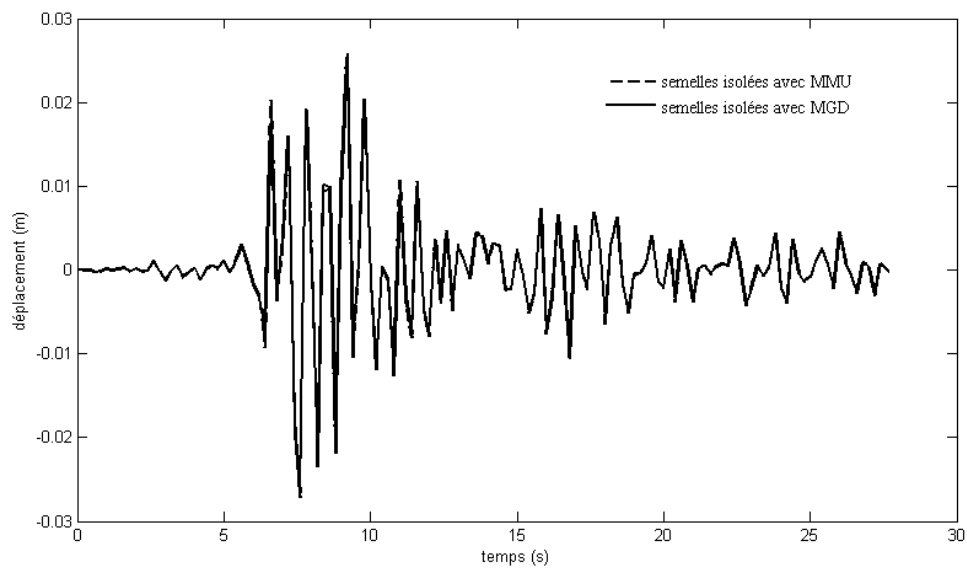


FIG. 4.40: Comparaison des déplacements avec MMU et MGD pour structure avec semelles isolés

Comparaison des déplacements dans la direction OX avec interaction pour la structure à semelles isolées et structure à semelles filantes :

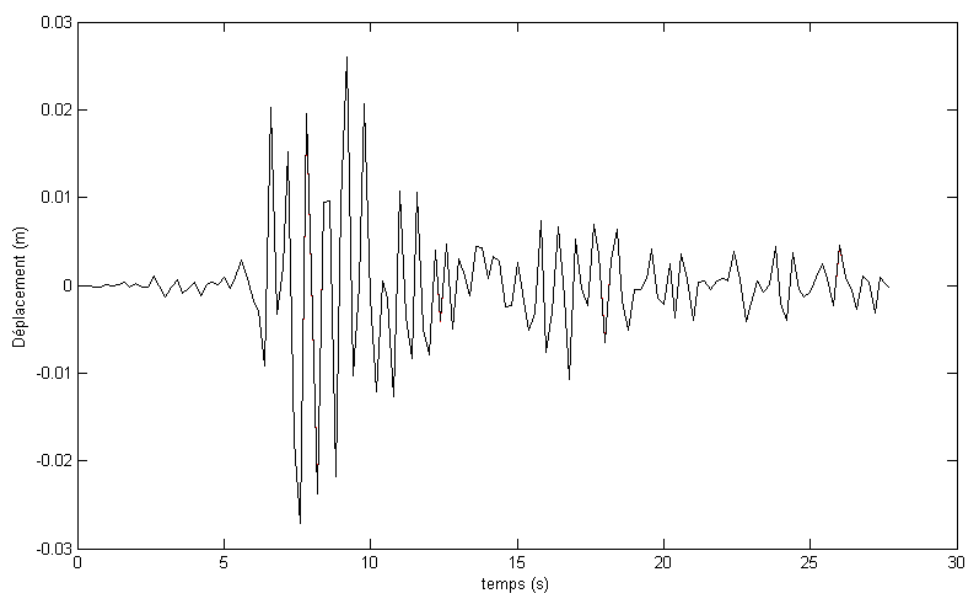


FIG. 4.41: Comparaison des déplacements dans la direction ox avec interaction

D'après ces figures, on constate que les déplacements obtenus par les deux méthodes sont les mêmes et que les réponses pour structure à semelles filantes et structure à semelles isolées sont équivalentes, dans la direction OX .

On peut conclure que les deux méthodes sont applicables pour le cas tridimensionnel, ce qui généralise les deux méthodes.

Une autre analyse réalisée sur le modèle sol-structure avec fondation filante, dont les caractéristiques du sol modélisé sont les suivantes :

$$E_{s2} = 1100\text{Mpa}, \nu_{s2} = 0.32, \rho_s = 1600\text{Kg/m}^3 \text{ avec } a = 2.003, \text{ et } b = 0.000937$$

Le maillage adopté vérifie la condition de convergence, pour une vitesse de cisaillement dans le sol2, $V_s = 510.31\text{m/s}$. L'analyse dynamique a donné le résultat suivant :

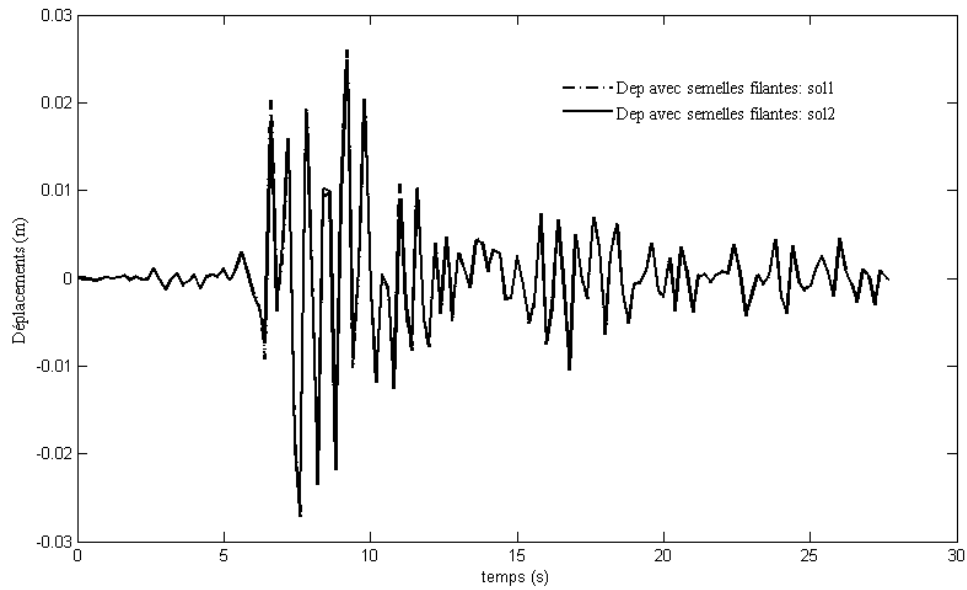


FIG. 4.42: Comparaison des déplacements dans la direction ox en interaction avec sol1 et sol2

D'après cette figure, on constate que la réponse en déplacement des deux sols, pour ce cas en 3D est presque la même, ceci revient aux caractéristiques du modèle étudié dont la hauteur du sol ne dépasse pas les 32m.

– *Effet du sens de l'excitation*

La même excitation précédente est appliquée dans le sens OY perpendiculaire aux semelles filantes.

Comparaison des déplacements dans la direction OX et OY :

La réponse en déplacement, selon l'axe ox , perpendiculaire à la direction de l'excitation, est donnée dans la figure suivante :

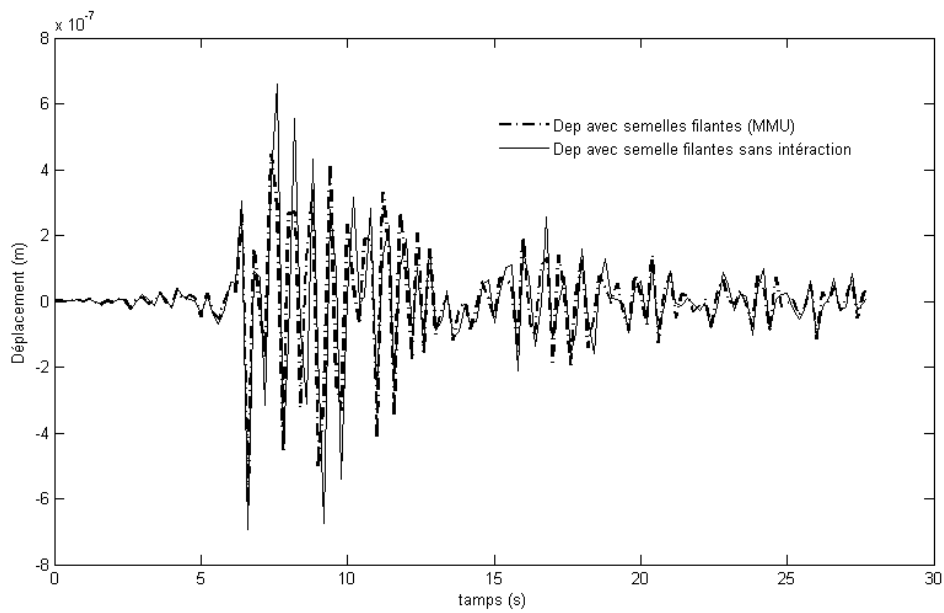


FIG. 4.43: Comparaison des déplacements dans la direction ox avec et sans interaction

D'après la figure 4.43, on constate que la réponse sans interaction a été plus importante qu'avec interaction, pour le cas de la structure avec semelles filantes. On constate également que, d'après les figures (4.39 et 4.43), la réponse de la structure est moins importante que lorsque l'excitation est appliquée dans le sens OX . Ceci revient à l'inertie importante de la section dans cette direction.

La réponse, avec interaction, est donnée par la figure suivante, pour chaque excitation :

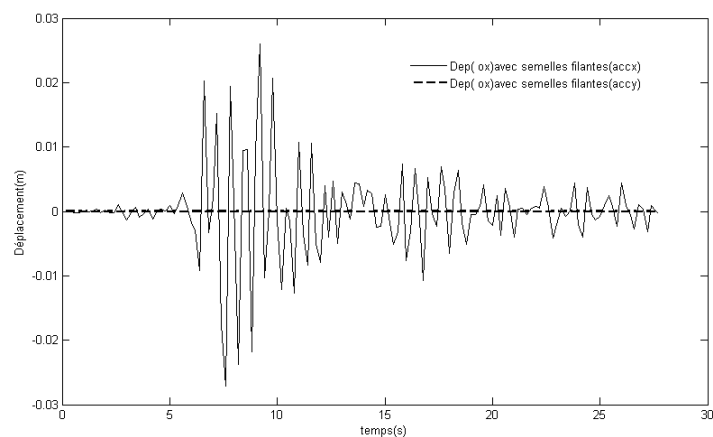


FIG. 4.44: Comparaison des déplacements dans la direction OY avec interaction

D'après ces résultats, on constate que les deux réponses, selon la direction OX , sont différentes.

D'après cette application, on constate que le modèle d'analyse pour ce type de structure, où la forme géométrique est différente dans les deux sens, ne peut pas être modélisé en modèle 2D. Dans ce cas, on ne peut pas modéliser le sol avec masses concentrées pour tenir compte de l'interaction sol-structure, le sol est traité comme un milieu semi-infini alors que l'effet de la structure est un phénomène local.

4.5 Conclusion

Ce chapitre a fait l'objet d'une étude comparative des modèles numériques et des méthodes d'application de l'excitation sismique, à savoir, la méthode globale à déconvolution et la méthode à mouvement uniforme. Il a été montré que la méthode globale basée sur le mouvement uniforme convient aux structures massives pour lesquelles l'interaction inertielle est prépondérante. Cette méthode permet d'appliquer l'accélérogramme de surface sous forme de forces équivalentes en incluant uniquement l'inertie de la structure et permet d'éviter le calcul préliminaire de déconvolution.

On a montré essentiellement que l'interaction sol-structure dépend fortement de l'excitation sismique, et de son sens d'application et que la méthode globale à mouvement uniforme ajoutée ne permet pas de capter les effets d'irrégularité du sol sur la réponse sismique de la structure, alors que la méthode globale à déconvolution permet de traiter le problème dans sa globalité. Ensuite, l'étude a montré que les effets de la déformabilité du sol par rapport à la structure, l'effet de la limite de troncature, la présence et la forme de la fondation sont parmi les paramètres importants qui influent la réponse sismique des systèmes sol-structure. Ainsi, on peut conclure que l'analyse d'interaction sol-structure est très sensible aux paramètres utilisés et on doit être extrêmement prudent lorsqu'on effectue cette analyse.

Conclusion générale

Le travail réalisé dans le cadre de ce mémoire, nous a permis d'étudier les effets d'interaction sol-structure, sur le comportement dynamique d'une structure modélisée en 3D, et d'un mur de soutènement avec des sols monocouche et multicouche dont les caractéristiques sont variables. A cet effet, deux méthodes ont été utilisées : la méthode globale à déconvolution et la méthode du mouvement uniforme ajouté (MMA). Ainsi, un programme de calcul basé sur la méthode des éléments finis a été développé à l'aide du code MATLAB, et a été validé par les résultats obtenus par le code CASTEM. L'examen des réponses des modèles, en vibrations libres, ou sous chargements sismiques a montré que :

- La prise en compte des effets d'interaction sol-structure allonge les périodes de vibration. Ce dernier est dû à la contribution de la masse du sol ;
- Sous chargement sismique, l'interaction sol-structure engendre des amplifications de la réponse dynamique, dans le cas des structure massives ;
- L'étude a montré que les effets de la déformabilité du sol par rapport à la structure, la présence et la forme de la fondation influent de façon significative sur l'effet de l'interaction sol-structure ;
- A travers les applications, il a été montré que la méthode globale basée sur le mouvement uniforme ajouté (MMA) convient aux structures massives de surface pour lesquelles l'interaction inertielle est prépondérante ;
- Le calcul préliminaire de déconvolution, dans la méthode du mouvement uniforme ajouté (MMA), est évité puisque cette méthode ne nécessite pas de déterminer la répartition du mouvement sismique en profondeur ou à la base du modèle. Ainsi, cette méthode permet d'appliquer l'accélérogramme de surface sous forme de forces équivalentes en incluant uniquement l'inertie de la structure.
- Avec la méthode globale, il est possible d'effectuer des calculs dans le domaine temporel et de prendre en compte tout type de comportement du sol ou de la structure et toute condition de contact sol-structure.
- La méthode du mouvement uniforme ajouté (MMA) n'est pas applicable pour les structures surélevant des sols de profils topographiques variables, c'est la méthode globale à déconvolution qui est préconisée ;
- La troncature géométrique de la frontière du sol est parmi les paramètres importants qui influent la réponse sismique des systèmes sol-structures, pour des distances réalisées loin de la structure ($L_s > 4Hb$), cette réponse a été équivalente ;
- Pour certain analyse d'interaction sol-structure, l'effet de la structure est un phénomène

local.

Ainsi, on peut conclure que l'analyse d'interaction sol-structure est très sensible aux paramètres utilisés, et on doit être extrêmement prudent lorsqu'on effectue cette analyse.

Les perspectives de ce travail sont :

- Prise en compte de la non linéarité matériel et géométrique du sol et de la structure, et élargir l'étude au cas de l'interaction sol-fluide-structure ;
- Prise en compte de discontinuité de contact à l'interface sol-structure ;
- Modélisation de l'interaction sol-structure par la méthode du domaine réduit ;
- Modélisation du système sol-structure par la méthode de couplage éléments finis - éléments discrets ;
- Traitement de la limite de troncature par les éléments de frontière ;

Bibliographie

- [1] Abaqus. *Theory Manual, Version 6.1*. Simulia,, 2010.
- [2] R. Attal. *Prise en compte des incertitudes dans le calcul des structures*. Université A. MIRA de Bejaia, Mémoire de Magister,2008.
- [3] K. J. Bathe. *Finite Element Procedures*. Prentice Hall Inc, N.J., 1996.
- [4] A. A. Becker. *The Boundary Element Method in Engineering. A complete course, UK,*. McGraw-Hill, 1992.
- [5] N. Belhamdi. *Etude de la réponse sismique non linéaire et de l'évaluation du coefficient de comportement global des structures*. Université A. MIRA de Bejaia, Mémoire de Magister,15 juin 2009.
- [6] D. Benmammar. *Etude de la propagation du mouvement sismique dans un dépôt de sol*. Université A. MIRA de Bejaia, Mémoire de Magister,janvier 2012.
- [7] J. Betbeder-Matibet. *GÉNIE PARASISMIQUE. Phénomènes sismique*, volume 1. herme science, 11, rue Lavoisier,Paris, 2003.
- [8] J. Betbeder-Matibet. *GÉNIE PARASISMIQUE. Prévention parasismique*, volume 3. herme science, 11, rue Lavoisier,Paris, 2003.
- [9] J. Betbeder-Matibet. *GÉNIE PARASISMIQUE. Risque et aléas sismiques*, volume 2. herme science, 11, rue Lavoisier,Paris, 2003.
- [10] C. Bourdeau. *Effets de site et mouvement de versant en zones sismiques : apport de la modélisation numérique*. Ecole des Mines de Paris, Thèse de Doctorat, 8 juillet 2005.
- [11] A. Bourouba. *Traitement des conditions aux limites de troncatures des milieux non bornés en dynamique des structures*. Université A. MIRA de Bejaia, Mémoire de Magister,17 décembre 2008.
- [12] C. A. Brebbia and J. Dominguez. *Boundary elements :An introductory course*. Computational Mechanics Publications,Southampton, 1998.
- [13] J. Bielak C. Yoshimura and Y. Hashida. *Domain reduction method for three-dimensional earthquake modeling in localized regions. Part II : Verification and examples*. Bulletin of the Seismological Society of America, 93(2) :825-840., 2003.
- [14] C. Castem2000. *www.cea/castem*. 2010.
- [15] M. Caznave. *Méthode des éléments finis. Approche pratique en mécanique des structure*. Dunod, Paris,2010.

Bibliographie

- [16] R. W. Clough and J. Penzien. *Dynamics of structures*. Computers&Structures,Inc., Berkeley,USA., third edition edition, 1995.
- [17] D. Clouteau. *Quand les bâtiments changent le mouvement sismique*. Ecole Centrale Paris.
- [18] D. Clouteau. *Miss 6.4 : Manuel Scientifique Version : 1.2*. New York - London, 12 septembre 2005.
- [19] J. Cravear. *Modélisation des structure par la méthode des éléments finis avec problèmes corrigés*. Dunod, Paris,2001.
- [20] T.K Datta. Seismic analysis of structures. *John Wiley & Sons .Asia*, 2010.
- [21] Y. Debard. *Elasticité*. Institut Universitaire de Technologie du Mans, 24 mars 2006-3 octobre 2008.
- [22] G. Waas. E. Kausel, J. Roesset. *Dynamic analysis of footings on layered media*,. Journal of the Eng. Mech. Division, ASCE, Vol.101,No EM5,pp.679-693., 1975.
- [23] J. Coster et G. Sanglerat. *Cours pratique de mécanique des sols.Tome 1 :Plasticité et calcul des tassements*. Dunod.
- [24] J. Coster et G. Sanglerat. *Cours pratique de mécanique des sols.Tome 2 : calcul des ouvrages*. Dunod.
- [25] A. Megnounif et M. Djafour. *Elasticité générale*. Office des Publications Universitaires, 1994.
- [26] P. Mestat et M. Prat. *Ouvrages en interaction*. herme science, 8, quai du Marché-Neuf,Paris, 1999.
- [27] M. Hadid et M.K Berrah. calcul d'impedande des fondations superficielles. Thèse de magister, Ecole Nationale Polytechnique, 1995.
- [28] M. Hadid et M.K Berrah. Développement d'un spectre de réponse modifié pour la prise en compte de l'interaction multiple entre structures via le sol. vol 2 :416–425, 11&12 Octobre 2003.
- [29] A. Capra et V. Davidovici. *Calcul dynamique des structures en zone sismique*. Eyrolles, 1982.
- [30] L. Favier. *Approche numérique par éléments discrets 3D de la sollicitation d'un écoulement granulaire sur un obstacle*. Université Joseph Fourier. Grenoble I, Avril.2009.
- [31] A. Filiatrault. *Eléments de génie parasismique et calcul dynamique des structures*. Ecole Polytechnique de Montréal, 1996.
- [32] E. Franjin. *Adaptation de la méthode des éléments discrets à l'échelle de l'ouvrage en béton armé. Une approche couplée éléments discrets/éléments finis*. Université Joseph Fourier -Grenoble I, Thèse de Doctorat,7 juillet 2008.
- [33] F. Frey. *Analyse des structures et milieux continus. Mécanique des solides*, volume 3 of *Traité du génie civil*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes,Lausanne, 1998.
- [34] B. Cambou G. Sanglerat, G. Olivari. *Problèmes pratiques de mécanique des sols et de fondations.Tome 2 : calcul des soutènements et des fondations Stabilité des pentes*. Dunod, 1983.

Bibliographie

- [35] G. Gazetas. *Analysis of machine Foundation vibrations : state of the art*,. International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol.2,No. 1, pp.2-42., 1983.
- [36] T. Gmür. *Dynamique des structures. Analyse modale numérique*. Presse Polytechniques et Universitaire.Romandes, 1997.
- [37] S. Grange. Modélisation simplifiée 3d de l'interaction sol-structure : application au génie parasismique. Thèse de docteur, Institut Polytechnique de Grenoble, Juin 2008.
- [38] A. Guasmia and K Djeghaba. *Effects of Nonlinear Dynamic Soil-Structure Interaction on the Response of Building*. Research Journal of Applied Sciences 1 (1-4) :110-115, 2006.
- [39] R. Hwang. H. Seed, J. Lysmer. *Soil-Structure Interaction analysis for seismic response*,. Journal Geot. Eng. Div, ASCE, Vol.101,No GT5,pp.439-457., 1975.
- [40] A. Hatem. Comportement en zone sismique des inclusions rigides.analyse de l'interaction sol-inclusion-matelas de répartition-structure. Thèse de docteur, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2009.
- [41] G. Hoosner. *Interaction of building and ground during an earthquake*,. Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.47, No.3,pp 179-186., 1957.
- [42] H. Seed. I. Idriss. *Seismic response of horizontal soil layers*,. Journal of the Soil Mech. and Foundations Div., ASCE, Vol.94,No. SM4,pp. 1003-1031., 1976.
- [43] Y. Hashida J. Bielak, K. Loukakis and C. Yoshimura. *Domain reduction method for threedimensional earthquake modelling in localised regions. Part I : Theory*. Bulletin of the Seismological Society of America, 93(2) :817-824, 2003., 2003.
- [44] B. Swamy N. Gopalakrishnan J. Rajasankar, N. Iyer and P Chellapandi. *SSI analysis of a massive concrete structure based on a novel convolution/deconvolution technique*. Sādhanā Vol. 32, Part 3,pp. 215–234, June 2007, India.
- [45] J. F. Jetier. *Modélisation de la poudres métalliques ductiles par la méthode des éléments discrets*. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier de Grenoble., Novembre 2009.
- [46] M. Kempeneers. *Eléments finis statiquement admissibles et estimation d'erreur par analyse duale*. Université de Liège, Thèse de Doctorat, 2005.
- [47] M. Kham. *Propagation d'ondes sismique dans les bassins sédimentaires :des effets de site à l'interaction site-ville*. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Thèse de Doctorat.
- [48] A. Khannene. *Méthode des éléments finis, Enoncé des principes de base*. Office des Publications Universitaires, 1997.
- [49] H. Klocker. *Mécanique des Milieux Continus Elasticité*. New York - London, 12 septembre 2005.
- [50] Y. Bouafia M. Oudjene, M. Meghlat. *Influence de la catégorie de site sur le comportement sismique des structures rigides ; application des règles parasismiques algériennes 99(RPA99)*. 7ème Colloque National en Calcul des Structures, Giens, 2005.
- [51] M. Maya. *Cours de Mécanique des Milieux Continus*. Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers.Centre d'Enseignement et de Recherche de CLUNY, 2008-2009.

Bibliographie

- [52] F. Menari. *Effet de l'interaction sol structure sur la réponse sismique d'un barrage poids en béton*. Université A. MIRA de Bejaia, Mémoire de Magister, 30 janvier 2008.
- [53] V. Milovanovitch. *Comportement dynamique des barrages en béton et prise en compte des effets de site sur les ondes sismiques incidentes*. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Thèse de Doctorat, 6 octobre 1992.
- [54] K. V. Nguyen. *Etude des effets de site dus aux conditions topographiques et géotechniques par une méthode hybride éléments finis/éléments frontières*. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Thèse de Doctorat, 17 janvier 2005.
- [55] R.L. Taylor O. C. Zienkiewicz and J.Z. Zhu. *Finite Element Method - Its Basis and Fundamentals*. Elsevier, 2005.
- [56] P. Paultre. *Dynamique des structures. Application aux ouvrages de génie civil*. Hermes Science Publishing, Lavoisier, 2005.
- [57] A. Pecker. *Dynamique des sols*. Presses Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1984.
- [58] A. Pecker. *Dynamique des ouvrages, dynamique des structures*. polycopié des cours. ENPC, website : http://www.enpc.fr/fr/formations/école_vite/cours/pecker, 2004.
- [59] A. Pecker. *Advanced earthquake engineering analysis*. Springer Wien New York, 2007.
- [60] J. P. Plassiard. *Modélisation par la méthode des éléments discrets d'impacts de blocs rocheux sur structures de protection type merlons*. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier -Grenoble I.
- [61] S. Plumey. *Interaction sol-structure dans le domaine des tranchées couvertes*. Thèse de magister, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 19- Janvier 2007.
- [62] M. Preisig and B. Jeremié. *Nonlinear finite element analysis of dynamic soil-foundation-structure interaction. Technical report*. University of California, Davis, 2005.
- [63] A. Puthanpurayil and A. Carr. *Modelling of In-Structure Damping : A Review of the State-of-the-art*. Proceedings of the Ninth Pacific Conference on Earthquake Engineering Building an Earthquake-Resilient Society, 14-16 April, 2011, Auckland, New Zealand.
- [64] L. Ramdani. *Investigation numérique des effets d'interaction fluide-sol-structure sur la réponse sismique des réservoirs de stockage*. Université A. MIRA de Bejaia, Mémoire de Magister, 10 mai 2008.
- [65] V. Richefeu. *Approche par la méthode des éléments discrets 3D du comportement de matériaux granulaire cohésifs faiblement contraints*. Thèse de Doctorat, Université de Montpellier 2, 2005.
- [66] P. Roussillon. *Interaction sol-structure et interaction sol-structure site-ville : aspects fondamentaux et modélisation*. Thèse de docteur, Institut Polytechnique de Grenoble, Janvier 2006.
- [67] A. Seghir. *Contribution à la modélisation numérique de la réponse sismique des ouvrages avec interaction sol-structure et interaction fluide-structure. application à l'étude des barrages poids en béton*. Thèse de docteur, Université de Bejaia et Université Paris-Est, Marne-la-Vallée, Novembre 2010.

Bibliographie

- [68] S. P. Timoshenko and J. N. Goodier. *Theory of elasticity*. New York - London, February 1951.
- [69] N. Greffet D. Clouteau V. Guyonvarh, G. Devésa. Analyse sismique avec prise en compte de l'iss et de l'isfs sur des structures de grande taille. *7ème Colloque National AFPS*, 2007.
- [70] E. Wilson. *Three-dimensional static and dynamic analysis of structures. A physical approach with emphasis on earthquake engineering*. Computers.&Structures,Inc., August7-12 2001.
- [71] J.P. Wolf. *Dynamic soil-structure-interaction*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1985.
- [72] J. Bielak J.P. Conte Y. Zhang, Z. Yang and A. Elgamal. *Treatment of seismic input and boundary conditions in nonlinear seismic analysis of a bridge ground system*. In *16th ASCE Engineering Mechanics Conference*, July 16th-18th,2003.
- [73] O. C. Zienkiewicz and P. Bettess. *Infinite elements in the study of fluid-structure interaction problems*. In *Computing Methods in Applied Sciences*,2nd Int.Symp, 15-19December 1975.

ANNEXE A.Intégration numérique

La formule de Gauss-Legendre est donnée par :

$$\int_{-1}^{+1} f(x) \cong \sum_{i=1}^n w_i f(a_i) \quad (4.2)$$

Les abscisses et les poids d'intégration numérique de Gauss-Legendre sont donnés dans le tableau suivant :

TAB. 4.11: Quadrature de Gauss-Legendre

n_p	$\pm a_i$	w_i
2	0.57735026918962576451	1.00000000000000000000
3	0.00000000000000000000	0.88888888888888888889
	0.77459666924148337704	0.55555555555555555556
4	0.33998104358485626480	0.65214515486254614263
	0.86113631159405257522	0.34785484513745385737
5	0.00000000000000000000	0.56888888888888888889
	0.53846931010568309104	0.47862867049936646804
	0.90617984593866399280	0.23692688505618908751

Annexe B. Matrices

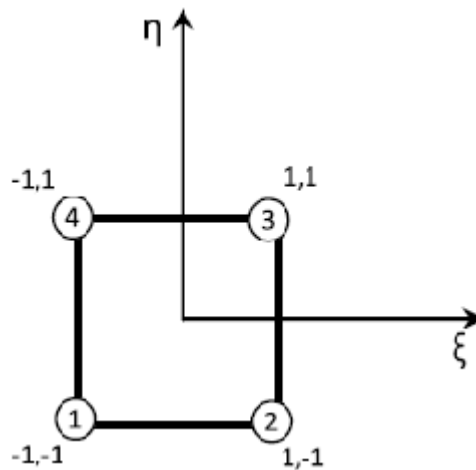
Eléments linéiques



$$N_1 = 1/2(1 - \xi)$$

$$N_2 = 1/2(1 + \xi)$$

Eléments à deux dimensions



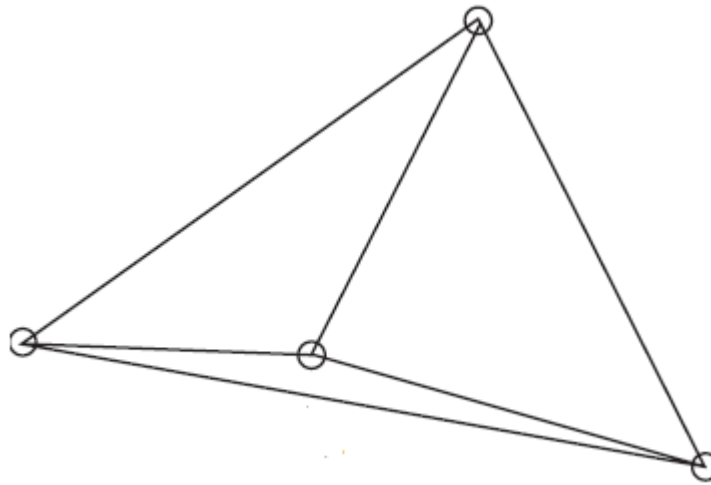
$$N_1 = 1/4(1 - \xi)(1 - \eta)$$

$$N_2 = 1/4(1 + \xi)(1 - \eta)$$

$$N_3 = 1/4(1 + \xi)(1 + \eta)$$

$$N_4 = 1/4(1 - \xi)(1 + \eta)$$

Eléments tétraédrique



Les matrices d'élasticité D et celles de déformation B utilisés dans le code ABAQUS sont :

Matrices d'élasticité

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & & 1-\nu & \nu & 0 & 0 \\ & & & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ & sym. & & & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}$$

Matrices de déformation

$$B_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}$$

Le programme développé est un ensemble de scripts MATLAB qui sont définis, suivant la nature de la méthode des éléments finis :

- Définition des éléments, leurs propriétés et leurs méthodes, ainsi que de la géométrie (maillage) : calcule la table des localisations à partir de la table des connectivités et évaluation des valeurs des dérivées des fonctions de forme des éléments bidimensionnels surfaciques Q4 ;
- Introduction des matériaux constituant les solides définis par une géométrie. C'est l'hypothèse d'un matériau élastique isotrope qui est utilisée. Le constructeur de cet objet associe à un objet maillage ms des propriétés mécaniques telles que le module d'élasticité E , le coefficient de Poisson ν , la masse volumique ρ ;
- Enfin la formulation ou la création du modèle qui associe une géométrie et un matériau regroupe toutes les méthodes permettant la création des matrices, leur manipulation et les méthodes de résolution matricielles.